



FACULTAD
DE CIENCIAS
ECONÓMICAS



Universidad
Nacional
de Córdoba

REPOSITORIO DIGITAL UNIVERSITARIO (RDU-UNC)

Relaciones de equivalencias entre tasas financieras

Elvira Delia Carrizo

Ponencia presentada en XXXVIII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de
Matemática Financiera realizado en 2017 en San Juan, Argentina



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual
4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

RELACIONES DE EQUIVALENCIAS ENTRE TASAS FINANCIERAS

CARRIZO Elvira Delia

Departamento: Estadística y Matemática
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Córdoba

elviracarrizo@yahoo.com.ar

Área Técnica

San Juan, Octubre 2017

RELACIONES DE EQUIVALENCIAS ENTRE TASAS FINANCIERAS

Introducción

No es el propósito del presente trabajo agregar algo nuevo a los conceptos que se manejan en la asignatura Matemática Financiera.

La idea surge al observar, en el dictado de las clases de la asignatura, que el alumno, generalmente, relaciona tasas equivalentes en operaciones financieras solo a tasas equivalentes de interés.

Ante esta actitud de algunos alumnos, en esta presentación se analizan algunas de las relaciones de equivalencia financiera entre tasas cuando en las mismas difiere uno de los siguientes componentes:

- ✓ Campo en el que se realizan las operaciones.
- ✓ Capital al que se aplican las tasas relacionadas.
- ✓ Unidad de tiempo de las tasas que se relacionan.

Objetivo

Se pretende orientar al alumno para que pueda diferenciar con facilidad la relación de equivalencia entre las tasas que se aplican en operaciones financieras, según sea el componente o elemento que difiere entre ellas.

Desarrollo

Se sabe que dos o más operaciones financieras son operaciones financieras equivalentes cuando en dichas operaciones actúan tasas equivalentes.

La equivalencia entre las tasas que se aplican en operaciones financieras se produce en alguna de las siguientes situaciones:

- Equivalencia entre tasas de diferente unidad de tiempo, aplicadas a igual capital, operando en el campo discreto. En esta situación se relacionan la tasa de interés con la tasa de interés equivalente y la tasa de descuento con la tasa de descuento equivalente.
- Equivalencia entre tasas de igual unidad de tiempo, aplicadas a igual capital, trabajando en diferentes campos (campo discreto y campo continuo). En esta situación se relacionan la tasa de interés y la tasa instantánea.
- Equivalencia entre tasas de igual unidad de tiempo, aplicadas a diferente capital (capital inicial y capital final), operando en el campo discreto. En esta situación se relacionan la tasa de interés y la tasa de descuento.

Las diferentes expresiones para el cálculo de operaciones financieras equivalentes, según sean las tasas utilizadas, se dan por conocidas, por lo que solo se analiza el tema objeto del presente trabajo, esto es, las relaciones de equivalencia entre las tasas utilizadas.

Equivalencia entre tasas de diferente unidad de tiempo, aplicadas a igual capital, operando en el campo discreto.

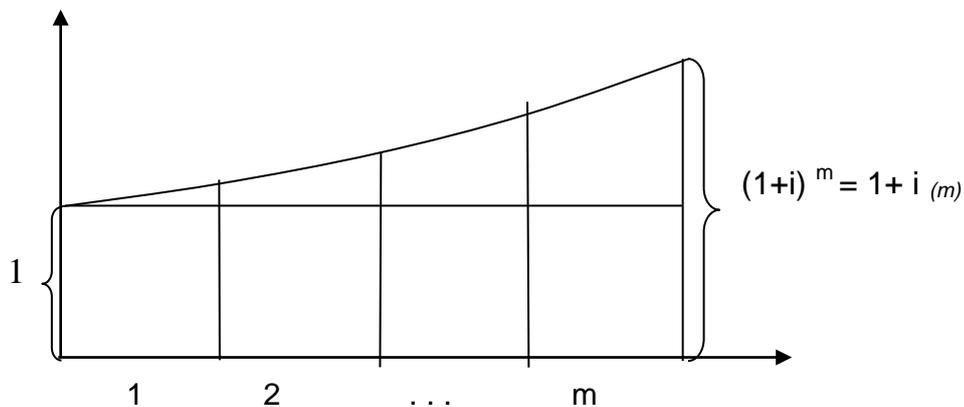
Relación entre tasas de interés de diferentes unidades de tiempo.

La tasa de interés es el cambio generado en la unidad monetaria **inicial** en una unidad de tiempo.

Las tasas de interés equivalentes son aquellas tasas que se aplican al capital inicial y, perteneciendo a unidades de tiempos diferentes, generan operaciones financieras equivalentes.

$$F_{(m)} = \begin{cases} F_{(o)} (1 + i)^m \\ F_{(o)} (1 + i_{(m)})^1 \end{cases}$$

El capital final de la unidad monetaria inicial, se observa en el siguiente gráfico obtenido con ambas tasas de interés, según la unidad de tiempo de las mismas:



i → tasa de interés, interés de la unidad monetaria inicial en una unidad de tiempo.

$i_{(m)}$ → tasa de interés equivalente, interés de la unidad monetaria inicial en una unidad de tiempo m veces mayor a la unidad de tiempo de la tasa i .

De la igualdad $1 + i_{(m)} = (1 + i)^m$, se calcula la tasa equivalente de interés $i_{(m)}$ a partir de una tasa de interés dada.

$$i_{(m)} = (1 + i)^m - 1$$

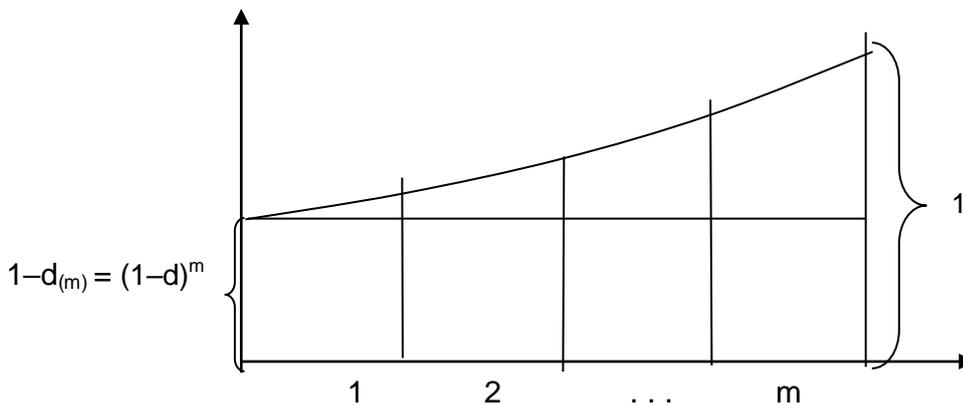
Relación entre tasas de descuento de diferentes unidades de tiempo.

La tasa de descuento es el cambio generado en la unidad monetaria **final** en una unidad de tiempo.

Las tasas de descuento equivalentes son aquellas tasas de descuento que se aplican al capital final y, correspondiendo a unidades de tiempo diferentes, generan operaciones financieras equivalentes.

$$F_{(0)} = \begin{cases} F_{(m)} (1 - d)^m \\ F_{(m)} (1 - d_{(m)})^1 \end{cases}$$

El capital inicial de la unidad monetaria final, se observa en el siguiente gráfico obtenido con ambas tasas de descuento, según la unidad de tiempo de las mismas:



d → tasa de descuento, descuento de la unidad monetaria final en una unidad de tiempo.

$d_{(m)}$ → tasa de descuento equivalente, descuento de la unidad monetaria final en una unidad de tiempo m veces mayor a la unidad de tiempo de la tasa d .

De la igualdad $1 - d_{(m)} = (1 - d)^m$, se calcula la tasa equivalente de descuento $d_{(m)}$ a partir de una tasa de descuento dada.

$$d_{(m)} = 1 - (1 - d)^m$$

Equivalencia entre tasas de igual unidad de tiempo, aplicadas a igual capital, operando en diferentes campos (campo discreto y campo continuo)

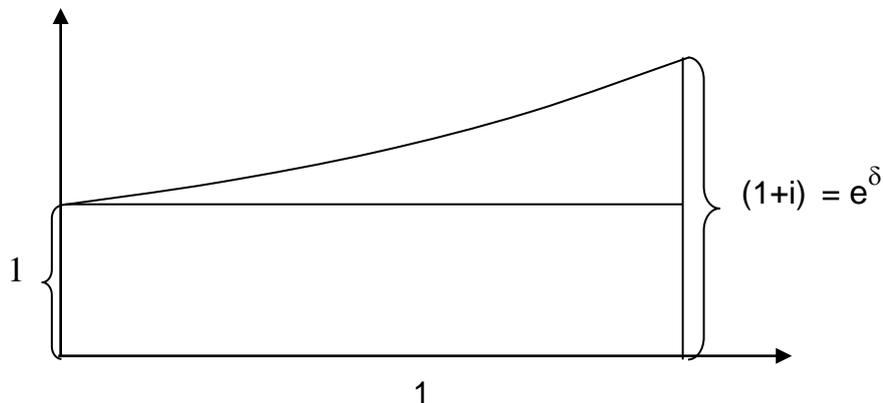
Relación entre la tasa instantánea y la tasa de interés

La tasa instantánea, simbolizada por δ (delta), representa el crecimiento infinitesimal del capital inicial en una unidad de tiempo, calcula el incremento del capital en el campo continuo.

La equivalencia entre la tasa instantánea y la tasa de interés, cuyas unidades de tiempo coinciden, generan operaciones financieras equivalentes.

$$F_{(m)} = \begin{cases} F_{(o)} (1+i)^m \\ F_{(o)} e^{\delta m} \end{cases}$$

El capital final de la unidad monetaria inicial, se observa en el siguiente gráfico obtenido con ambas tasas, según el campo en el cual se trabaje:



i → tasa de interés, interés de la unidad monetaria inicial en una unidad de tiempo.

δ → tasa instantánea, incremento de la unidad de capital inicial en una unidad de tiempo, suponiendo que el incremento en cada uno de los infinitésimos en que se ha dividido la unidad de tiempo es igual el incremento del primer infinitésimo.

A partir de la igualdad $e^\delta = (1+i)$.

Se calcula la tasa de interés a partir de la tasa instantánea δ :

$$i = e^\delta - 1$$

Y la tasa instantánea, a partir de la tasa de interés i .

$$\delta = \ln(1+i)$$

Equivalencia entre tasas de igual unidad de tiempo, aplicadas a diferente capital (capital inicial y capital final), operando en el campo discreto

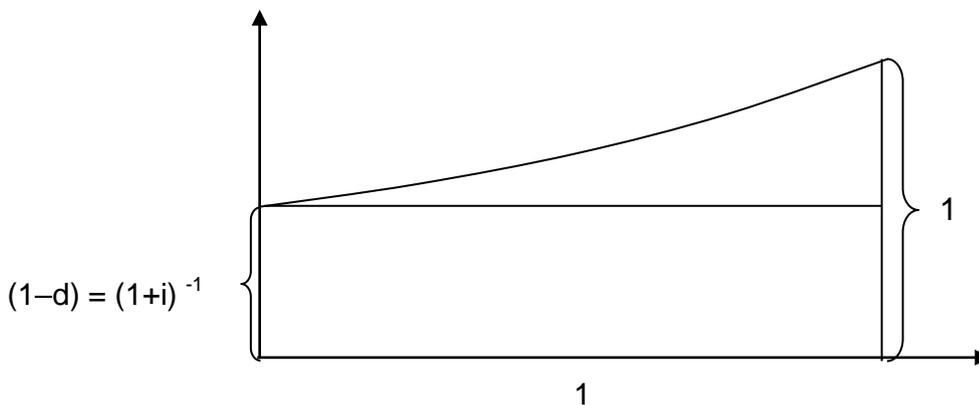
Relación entre la tasa de interés y la tasa de descuento

La tasa de interés se aplica al capital inicial y la tasa de descuento se aplica al capital final.

La equivalencia entre la tasa de descuento y la tasa de interés, cuyas unidades de tiempo coinciden, genera operaciones financieras equivalentes.

$$F_{(0)} = \begin{cases} F_{(m)} (1+i)^{-m} \\ F_{(m)} (1-d)^m \end{cases}$$

El capital inicial de la unidad monetaria final, en una unidad de tiempo, se observa en el siguiente gráfico obtenido con ambas tasas, según sea el capital al cual se apliquen las mismas:

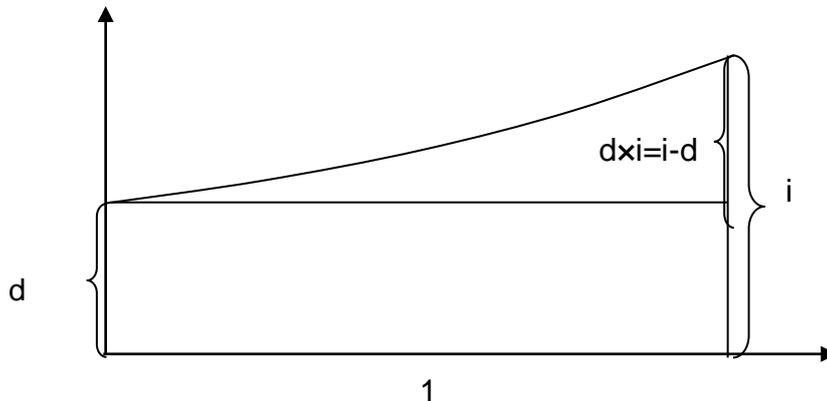


i → tasa de interés, cambio generado en la unidad monetaria inicial en una unidad de tiempo.

d → tasa de descuento, cambio generado en la unidad monetaria final en una unidad de tiempo.

A partir de la conocida relación entre la tasa de interés y la tasa de descuento, se encuentra la equivalencia financiera entre ambas tasas.

Se recuerda que en la unidad de tiempo, la tasa de interés es el valor final de la tasa de descuento o que la tasa de descuento es el valor actual de la tasa de interés.



De la expresión de la tasa de interés como valor final o capital final de la tasa de descuento: $i = d \times (1+i)$, se calcula la tasa de descuento equivalente a la tasa de interés dada:

$$d = i \div (1+i).$$

De la expresión de la tasa de descuento como valor actual o capital inicial de la tasa de interés. $d = i \times (1+i)^{-1} = i \times (1-d)$, se calcula la tasa de interés equivalente a la tasa de descuento dada:

$$i = d \div (1-d).$$

Operaciones financieras equivalentes

Mediante la operación financiera de capitalización, se obtiene el importe del capital final a partir de un capital inicial $F_{(0)}$, luego de transcurridas m unidades de tiempo, con las diferentes tasas equivalentes.

$$F_{(m)} = \begin{cases} F_{(0)}(1+i)^m = F_{(0)}(1+i_{(m)})^1 = F_{(0)} e^{\delta m} & \text{opera por directa} \\ F_{(0)}(1-d)^{-m} = F_{(0)}(1-d_{(m)})^{-1} & \text{opera por inversa} \end{cases}$$

Mediante la operación financiera de actualización, se obtiene el importe del capital inicial o valor actual del capital final $F_{(m)}$, al cabo de m unidades de tiempo, con las diferentes tasas equivalentes.

$$F_{(0)} = \begin{cases} F_{(m)}(1-d)^m = F_{(m)}(1-d_{(m)})^1 & \text{opera por directa} \\ F_{(m)}(1+i)^{-m} = F_{(m)}(1+i_{(m)})^{-1} = F_{(m)} e^{-\delta m} & \text{opera por inversa} \end{cases}$$

Si bien en los contenidos de la asignatura se desarrollan todas las relaciones de equivalencia entre tasas financieras, se observó que el tema se comprende sin dificultad cuando se concluye el mismo con las diferentes expresiones de equivalencia, marcando el componente o elemento que difiere entre las tasas relacionadas, además de mostrar las relaciones de equivalencia en un diagrama y una grilla resumen.

Expresiones para calcular la equivalencia entre tasas cuando difiere la unidad de tiempo de las mismas, aplicadas dichas tasas a iguales capitales operando en el campo discreto: tasas de interés equivalentes y tasas de descuento equivalentes.

$$i_{(m)} = (1+i)^m - 1$$

$$d_{(m)} = 1 - (1-d)^m$$

Expresiones para calcular la equivalencia entre tasas de igual unidad de tiempo, aplicadas las mismas a iguales capitales, cuando difiere el campo donde se opera: equivalencias entre la tasa de interés y la tasa instantánea.

$$i = e^{\delta} - 1$$

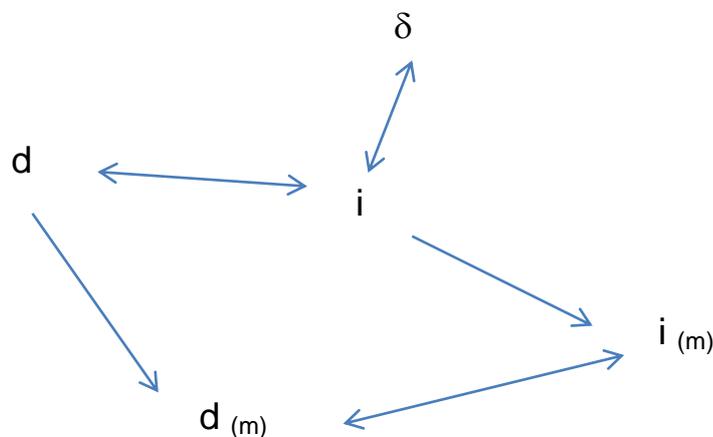
$$\delta = \ln(1+i)$$

Expresiones para calcular la equivalencia entre tasas de igual unidad de tiempo, aplicadas las mismas a diferentes capitales, operando en el campo discreto: equivalencias entre la tasa de interés y la tasa de descuento.

$$d = i \div (1+i)$$

$$i = d \div (1-d)$$

Se observa en el siguiente diagrama las relaciones de equivalencia financieras entre las diferentes tasas, según en dichas tasas difieran: la unidad de tiempo de las mismas, el capital al cual se aplican las tasas (inicial o final) o el campo en el cual se opera (continuo o discreto).



La grilla o cuadro resumen que se presenta a continuación permite apreciar, en cada una de las relaciones de equivalencias entre tasas financieras, cuales elementos o componentes coinciden y cuál es el que difiere.

Tasas financieras equivalentes		Unidad de tiempo	Capital al que se aplican	Campo en el que operan
i	$i_{(m)}$	\neq	$=$	$=$
d	$d_{(m)}$	\neq	$=$	$=$
i	δ	$=$	$=$	\neq
i	d	$=$	\neq	$=$
$i_{(m)}$	$d_{(m)}$	$=$	\neq	$=$

Conclusión

A través del diagrama de las relaciones de equivalencia financieras entre las diferentes tasas y la grilla resumen presentada, el alumno puede apreciar sin dificultad las relaciones de equivalencia, según cual fuera el componente o elemento que difiere entre las tasas aplicadas a operaciones financieras equivalentes, además de incorporar en el concepto de tasas equivalentes a todas y cada una de las tasas financieras, no solo a la equivalencia entre tasas de interés.

Bibliografía

CARRIZO, José Fernando. (2005) “*Conceptos Básicos de Matemática Financiera*”
 Publicación: Cooperadora Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Córdoba.