Universidad Nacional de Córdoba

FCQ Facultad de Ciencias Químicas

Introducción al Estudio

de las Ciencias Químicas

Año 2020

El presente material de estudio ha sido elaborado
y revisado por el equipo docente de la asignatura

Introducción al Estudio de las Ciencias Químicas Año 2020

Personal docente

Coordinador general

Dr. Luis Eduardo OLCESE

Supervisores

Dr. Fernando Pablo COMETTO
Dr. Lucas Martín FARIGLIANO
Dra. Mónica Cristina GARCÍA
Dr. Leandro Julián GERBINO
Dra. Ana Laura PORTELA
Dr. Jesús Alberto VILA

Docentes Guía

Dra. Romina Soledad ALMIRÓN
Dra. Carolina ALOISIO
Mg. Ruth Carina ARRÚA
Dra. Victoria BENAVENTE LLORENTE
Dra. María Eugenia BERTOTTO
Dr. Gonzalo Luis BIA
Dra. María Cecilia BLANCO
Dra. Rocío BONANSEA
Farm. Agustina BONGIOANNI
Dra. Martha Inés BURGOS
Lic. Antonella Florencia CARRIZO
Lic. Ignacio José CHEVALLIER-BOUTELL
Bioq. Félix CONDAT
Farm. Antonella del Valle DAN CÓRDOBA
Lic. Franco Matías EROLES
Dr. Esteban Matías EUTI
Dr. Martin Sebastián FAILLACE
Dra. Elisa Gabriela HERRERA
Dra. Florencia GARCÍA MANZANO
Dra. Virginia LOBATTO
Dr. Martín LUDUEÑA
Lic. Florencia Emilse LURGO
Dr. Agustín MANGIAROTTI
Bioq. Constanza MARÍN
Lic. Fernando Ricardo PANTANO
Lic. Elba Nahir RUIZ PEREYRA
Lic. Mayra Florencia PEROTTI
Lic. Juana SALAS
Lic. Dafne SAPORITO
Dra. Vanesa Beatriz STERREN
Dra. Valeria Noemí SUELDO OCCELLO
Ing. Qca. Nadia Belén YSEA

Ayudantes Alumno

Sr. Martín Miguel ALONZO PÉREZ
Sr. Gonzalo Daniel BONEU
Srta. Sabrina de Lourdes DHOOGE
Srta. Carmela Noé FELIPPA AMBORT
Srta. Rocío Jazmín MARTÍNEZ
Srta. María Florencia ROSSI

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES 2020

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
27/01	28/01	29/01	30/01	31/01	01/02
Conocimiento científico / La Materia	La Materia	La Materia Biología	Biología	Números reales	
			TP1: La materia		
03/02	04/02	05/02	06/02	07/02	08/02
Números reales	Números reales	Números reales	Relaciones y funciones	Relaciones y funciones	
TP2: Biología					
10/02	11/02	12/02	13/02	14/02	15/02
Relaciones y funciones	Medición	Medición	Medición	Repaso	Primer parcial
	TP3: Relaciones y funciones				
17/02	18/02	19/02	20/02	21/02	22/02
Ecuaciones	Ecuaciones	Ecuaciones / Naturaleza eléctrica	Naturaleza eléctrica	Lenguaje de la química	
				TP4	
24/02	25/02	26/02	27/02	28/03	29/03
Feriado de carnaval	Feriado de carnaval	Lenguaje de la química	Unidades en la química	Unidades en la química	
		TP4: Naturaleza eléctrica			
02/03	03/03	04/03	05/03	06/03	07/03
Gases	Gases / Estequiometría	Estequiometría	Estequiometría	Repaso	Segundo parcial
	TP5: Estequiometría y gases				
09/03	10/03	11/03	12/03	13/03	14/03
Recuperatorio regularidad		Recuperatorio promoción y primer examen final			Segundo examen final

Universidad Nacional de Córdoba: es pública, es de todos

Queremos darles la bienvenida a una de las instituciones de educación superior más antigua del continente americano y la primera de nuestro país: la Universidad Nacional de Córdoba. En esta Universidad se gestaron reformas institucionales, académicas y sociales que hoy alcanzan a la mayoría del sistema universitario de toda América Latina. Entre ellas, podemos destacar la Reforma de 1918, lo cual significó uno de los hitos más destacados de la historia de la Universidad Nacional de Córdoba que marcaron la identidad como institución de educación superior en nuestro país así como en países de la región y el mundo.

En el 2018 la Universidad Nacional de Córdoba festejó los 100 años de la Reforma Universitaria, reafirmando su compromiso con los principios que movilizaron a los estudiantes reformistas, y rindió homenaje a esa lucha que se actualiza permanentemente en la pugna del pueblo argentino por lograr un país más justo. En estos años hemos avanzado mucho: ya no somos una institución aislada a la que sólo podían acceder ciertos sectores sociales privilegiados. Nuevos estudiantes transitan por nuestra Universidad incorporando una gran cantidad de conocimientos, iniciativas y demandas diversas. Cada día la Universidad se hace más presente en la vida de la ciudad y de la provincia, articulando sus prácticas con organizaciones sociales, instituciones educativas de nivel medio y terciario, municipios y entidades productivas de bienes y servicios. Sin embargo, queda un largo camino para recorrer: el protagonismo de los estudiantes, la inclusión de nuevos sectores y la articulación con la sociedad en su conjunto son los objetivos que nos siguen movilizando para trabajar todos los días

Muy en particular, les queremos dar la bienvenida a la Facultad de Ciencias Químicas (FCQ). Durante el año 2019 la FCQ celebró 60 años de trayectoria en la formación de profesionales vinculados con las ciencias químicas. La FCQ de la Universidad Nacional de Córdoba resulta un referente nacional y regional latinoamericano dentro de esta área del conocimiento. Su principal fortaleza radica en la investigación científica con el propósito de generar conocimientos genuinos de interés académico y social. Esta actividad se realiza en los diferentes laboratorios científicos instalados en los siete Departamentos Académicos de la FCQ, que cuentan con avances tecnológicos de última generación, comparables, con los laboratorios de instituciones internacionales de primer nivel. En la FCQ trabajan alrededor de 650 docentes-investigadores, en su mayoría con dedicación exclusiva, con gran experiencia académica en las carreras de Bioquímica, Farmacia, Licenciatura en Química y Licenciatura en

Biotecnología, quienes asistidos por el personal nodocente, llevan a cabo la formación de los estudiantes de grado y de posgrado.

Para este año 2020 la FCQ se ha preparado intensamente para recibirlos a través de la excelencia y dedicación de sus cuerpos docentes y nodocentes, mejorando su infraestructura y equipamiento, y ajustando todos los aspectos académicos y profesionales para recibir a Ustedes: una nueva camada de estudiantes universitarios en la FCQ. Estamos felices, expectantes y ávidos por dar nuestro mayor esfuerzo y coronar con éxito este nuevo desafío, del cual te hacemos parte como estudiante de la FCQ.

Hoy, queremos que más estudiantes formen parte de esta Universidad. Pero formar parte de nuestra UNC, para nosotros, no es sólo venir a cursar la carrera elegida sino formarse como profesional comprometido con la realidad social y como ciudadano. Por eso es importante que cada una y cada uno de ustedes conozca sus derechos y los diversos espacios de participación que constituyen la vida estudiantil.

Nuestra UNC es la más antigua del país, en su historia ha tenido muchos desafíos, como también en su presente. Hoy te invitamos a que formes parte de esta historia.

Dr. Gustavo Chiabrando

Decano Facultad de Ciencias Químicas

Universidad Nacional de Córdoba

ORIGEN

La creación se remonta al primer cuarto del siglo XVII. Con la llegada de los jesuitas a la región se creó el Colegio Máximo, el cual impartía clases de teología y filosofía.

En 1613, con el impulso del Obispo Juan Fernando de Trejo y Sanabria, se iniciaron los Estudios Superiores, otorgando categoría de grado a la casa de estudios. Luego de que el Papa Gregorio XV le otorgara la facultad de conferir títulos de grado en 1621, que luego sería ratificado por el monarca Felipe IV, el colegio pasa a inaugurarse como Universidad.

Conjunto a la oficialización de los títulos nace la historia dela “Casa de Trejo”, como se suele llamar a la Universidad Nacional de Córdoba, y marca un comienzo para la educación superior en el país y en Latinoamérica.

REFORMAS

En 1767 se produjo la primera intervención en la Universidad. Los jesuitas fueron expulsados por resolución del Rey Carlos III, pasando la dirección a manos de los francisanos.

Los colegios mayores, como el Colegio Nacional de Monserrat, fundado por el clérigo Dr. Ignacio Duarte y Quirós en 1687, estaban directamente vinculados con la Casa de Trejo.

A finales del siglo XVIII comenzaría una profunda modificación en las autoridades y en las materias impartidas hasta el momento. La dirección pasa a manos del clero secular y se nombra al Deán Dr. Gregorio Funes como rector, quien introdujo materias como aritmética, álgebra y geometría entre otras, abriendo paso a los nuevos desarrollos de la ciencia y la técnica.

NACIONALIZACIÓN

Era 1810 y los aires festivos de la revolución de un pueblo libre se comenzaban a sentir. La Universidad de Córdoba se preparaba para cumplir 200 años de su existencia.

A mediados del siglo XIX, con la sanción de la Constitución Nacional, se sentaron las bases de la organización política de la República Argentina. El país ya contaba con dos universidades, la de Córdoba y Buenos Aires, fundada en 1821. La primera fue nacionalizada en 1854 por el presidente Justo José de Urquiza, y la segunda en 1881, quedando bajo la dependencia y dirección del Gobierno Nacional.

EL CAMINO DE LA CIENCIA

A mitad de siglo, la Universidad ya posee una Constitución Provisoria y se aprueban reformas a los planes de estudio.

Con el impulso que la ciencia estaba produciendo en el mundo, en 1873 y 1877 se crean las Facultades de Ciencias Físico–Matemático y la Facultad de Ciencias Médicas. Además, se suprimen los estudios teológicos.

Con la modificación de las estructuras y la llegada de profesores extranjeros especializados en ciencias naturales y exactas, nacían los primeros hitos de la actividad científica en la Argentina. La creación del observatorio y de la Academia Nacional de Ciencias, impulsada por Domingo F. Sarmiento, fueron hechos fundamentales para el desarrollo.

LEY DE AVELLANEDA

Con el importante crecimiento que tuvieron las universidades, se promulgó la Ley de Avellaneda o también llamada Estatutos de las Universidades Nacionales en 1885. Esta ley universitaria fijó las bases a las que debían ajustarse los estatutos, haciendo referencia a la organización del régimen administrativo, mientras que a otros aspectos los dejaban liberados a su propio accionar.

Con la extensión de múltiples influencias y la mantención de características elitistas y clericales, el rectorado llegaba a una fuerza inusitada.

Con los hechos que acontecían el país y en el mundo, en junio de 1918 la juventud universitaria de Córdoba inició un movimiento al que rápidamente adhirieron voces de todo el continente en lucha por una genuina democratización de la enseñanza…

REFORMA UNIVERSITARIA DE 1918: la lucha de los jóvenes

Esta gesta fue uno de los grandes acontecimientos que marcó a Córdoba del siglo XX y a las distintas luchas es pos de la educación y la inclusión.

A fines de 1917 se desató el descontento: la Universidad crea una ordenanza suprimiendo el internado del Hospital de Clínicas, espacio que los/las estudiantes utilizaban para albergarse y poder seguir con sus estudios. Se declaran en huelga y piden la intervención del estado nacional.

El presidente de momento, Hipólito Yrigoyen, nombra como interventor al Procurador General de la Nación José Nicolás Matienzo con el objetivo de que sea el nexo entre la universidad y el Estado. Matienzo comprueba que hay irregularidades, proponiendo democratizar el estatuto universitario. Declaró bacantes los cargos de rector y de decanos, dispuso un nuevo sistema de elección permitiendo que todos los docentes puedan votar. No obstante, los estudiantes seguían excluidos.

Se acercan las elecciones que enfrentan a dos candidatos, Antonio Nores por parte del clero y Enrique Martínez por parte de los estudiantes y docentes. Pero la asamblea viola los acuerdos con los alumnos y elige a Nores, candidato del conservadurismo ultra católico.

Ese 15 de junio de 1918, los estudiantes irrumpen en el salón y declaran una nueva huelga. Nores asume a sombras, con una Universidad vallada de policías que demostraba la disconformidad con la democracia.

La Federación Universitaria de Córdoba (FUC) exige su renuncia, y el 17 de junio difunde el *Manifiesto Liminar* que recoge a estudiantes, obreros e intelectuales de todo el país. Este escrito lleno de deseos y fuerzas por una igualdad de educación comenzaba sus palabras de esta forma:

La juventud argentina de Córdoba a los hombres libres del Sud América.
Hombres de una república libre, acabamos de romper la última cadena que en pleno siglo XX nos ataba a la antigua dominación monárquica y monástica. Hemos resulto llamar a todas las cosas por el nombre que tienen. Córdoba se redime. Desde hoy contamos para el país una vergüenza menos y una libertad más. Los dolores que nos quedan son las libertades que nos faltan. Creemos no equivocarnos, las resonancias del corazón nos lo advierten: estamos pisando sobre una revolución, estamos viviendo una hora americana.

Las reivindicaciones logran que Nores renuncie y el Estado volvió a intervenir. Se subscribió un decreto sobre las reformas el 12 de octubre del mismo año en el cual bregaban por la renovación de las estructuras y objetivos de la Universidad, la implementación de nuevas metodologías de estudio y enseñanza, el razonamiento, la participación del claustro estudiantil en el gobierno universitario.

Las bases sobre las cual se asentó la Reforma fueron:

- Cogobierno estudiantil;
- Autonomía política, docente y administrativa;
- Elecciones de los mandatos por parte de docentes, estudiantes y egresados;
- Selección de docentes a través de concursos públicos;
- Investigación como función de la Universidad;
- Fijación de mandatos docentes con plazo fijo, renovables según la eficiencia y competencia;
- La gratuidad de la enseñanza superior;
- La Universidad como pilar fundamental en la política y la democracia del país;
- Extensión Universitaria y compromiso con la sociedad;
- Libre docencia;
- Implementación de cátedras libres y libertad de cátedra;
- La libre asistencia a clases;

Los valores de la reforma servirían luego de modelo a toda América Latina.

GRATUIDAD

En 1949, el presidente Juan Domingo Perón, elimina los aranceles estableciendo la educación universitaria gratuita.

EDUCACIÓN VS. AUTORITARISMO

El 29 de junio de 1966 la dictadura militar de Juan C. Onganía lideró un golpe de estado contra el presidente Arturo Illia, y desalojó a cinco facultades de la Universidad de Buenos Aires a través de la represión de estudiantes y docentes. Además, intervinieron las casas de estudio y anularon su régimen autonómico de gobierno, destruyeron los laboratorios y las bibliotecas.

Este acontecimiento produjo el éxodo de científicos y la supresión de los centros de estudiantes. El gobierno de facto impuso una estricta censura en los contenidos y un proyecto de universidad científica de excelencia.

Y este no sería el último golpe a la educación. En los años 70, bajo la llegada de un nuevo golpe de estado, los derechos de los estudiantes volvieron a ser vulnerados y violentados. El miedo y el terror recorrieron las universidades.

Pero aun, en esos momentos, los sueños de una universidad libre y de una nación soberana le impusieron al espanto, las proclamaciones como lo fue el Cordobazo, la resistencia hacia la violación de los derechos humanos y la constitución, y la irrupción de miles de jóvenes en 1983 que accedieron a la universidad, demostraban una vez más los deseos del Manifiesto de 1918.

"El estado Nacional tiene la responsabilidad principal e indelegable de proveer una educación integral, permanente y de calidad para todos/as los/as habitantes de la Nación, garantizando la igualdad, gratuidad y equidad en el ejercicio de este Derecho."

Ley de Educación Nacional N° 26.206

FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS
SURGIMIENTO Y TRAYECTORIA

En 1959 surge el Instituto bajo las bases de la escuela de Farmacia y Bioquímica, dependientes de la Facultad de Medicina. Se crea la biblioteca.

En 1971 el Instituto se convierte en Facultad, y comienza a funcionar en ciudad universitaria. Se destaca como el grupo de investigación más importante del interior del país en diferentes áreas de la química.

En 1983 se inaugura el edificio de Ciencias donde comienzan a desarrollarse las actividades de grado. Se crea el Centro de Química Aplicada (CEQUIMAP), para brindar asistencia técnica en química al sector productivo de bienes y servicios de Córdoba.

En 1987 se incorpora la carrera de maestría.

En 1992 se agregan las carreras de Especialista en Bioquímica Clínica, en áreas de Inmunología, Endocrinología, Microbiología, Bromatología, Hematología, Toxicología, Parasitología y Virología. Además, se inaugura el edificio Ciencias II, donde actualmente funcionan los departamentos de Química Orgánica y Farmacia.

En 2001, la Facultad de Ciencias Químicas (FCQ) inicia la primera etapa de su edificio Integrador en la denominada Área de las Ciencias de la Ciudad Universitaria, y la biblioteca se traslada desde el Pabellón Argentina a este edificio. En el 2004 se siguen haciendo expansiones edilicias de este módulo.

En 2007 la FCQ acredita las carreras de Bioquímica y Farmacia según disposiciones de la CoNEAU. Y más tardes, en 2012, lo haría para la Licenciatura en Química.

También se crea el CIME (Centro de Información de Medicamentos) y espacios de estudio. Se genera el programa de Tutorías FCQ, programas de Apoyo Económico, pasantías, programas de intercambio, ayudantes alumnos y agregados, programa de extensión, entre otros, siendo estos los más relevantes para la vida universitaria del estudiantado.

CO-GOBIERNO DE LA FACULTAD

Honorable Consejo Directivo (HCD)

Constituido por el Honorable Consejo Directivo y por el decano y vice decano. El HCD está constituido por 18 consejeros titulares con sus respectivos suplentes: nueve por el claustro docente, seis por el claustro estudiantil, dos por el claustro de egresados y uno por el claustro no docente. Sus funciones duran dos años, a excepción de los estudiantes que es uno.

Los consejeros estudiantiles son elegidos mediante el voto, en el que participa todo el padrón estudiantil de la Facultad.

Dentro de las funciones más importantes: dictar y modificar su reglamento interno; autorizar cursos libres y paralelos y reglamentarlos; crear nuevas escuelas y proponer la organización de departamentos de enseñanza; establecer cursos para graduados; decidir toda cuestión contenciosa que se refiera al plan de estudio, a la concesión de matrícula o de exámenes y al cumplimiento de sus deberes por los profesores y los alumnos; promover la extensión universitaria.

CENTRO DE ESTUDIANTES

Es el espacio gremial en defensa de los derechos de los estudiantes, en el cual se discuten y generan propuestas para el mejoramiento de la vida universitaria y académica. Lo conforman todos los estudiantes pertenecientes a la Facultad de forma activa, participando de las comisiones o jornadas que se realizan a lo largo del año. A su vez, está representado por la presidencia, la secretaría general, la secretaría general suplente y nueve secretarías siendo estas: Finanzas, Deporte, Cultura, Prensa y difusión, Bienestar Estudiantil, Gremial, Género, Académica e Integración Social.

La votación es anual, la cual se lleva a cabo en conjunto con la elección de consejeros estudiantiles.

CO-GOBIERNO DE LA UNIVERSIDAD

A nivel universidad, el gobierno es ejercido por la Asamblea Universitaria, el Honorable Consejo Superior (HCS) y por el rector y vicerrector.

ASAMBLEA UNIVERSITARIA

La Asamblea Universitaria es la máxima representación, es un plenario en el que participan los HCD de todas las facultades. Algunas competencias que tiene la Asamblea son modificar los Estatutos, la creación de facultades y puede asumir el gobierno en caso de conflicto grave.

Honorable Consejo Superior (HCS)

El Honorable Consejo Superior está conformado por los decanos de las facultades, un docente por cada facultad, nueve delegados estudiantiles, tres egresados y un no docente.

Corresponde al Consejo Superior ejercer la jurisdicción superior, dictar y modificar su reglamento interno, resolver la convocatoria de la Asamblea Universitaria, dictar ordenanzas, aprobar u observar los planes de estudio, fijar la capacitación académica que acredita la posesión de títulos, crear institutos de investigación, aprobar presupuestos, entre otras.

ENLACES DE INTERÉS Y DATOS ÚTILES:

Página UNC: http://www.unc.edu.ar/

Página Facultad de Ciencias Químicas: http://www.fcq.unc.edu.ar/

Página de los estudiantes de la Facultad de Ciencias Químicas: http://estudiantes.fcq.unc.edu.ar/

Guaraní: http://quimicas.guarani.unc.edu.ar/

Aulas virtuales: http://distancia.fcq.unc.edu.ar/

Transparente Virtual, página en la cual vas a poder ver fechas, horarios y lugares de parciales y exámenes: http://transparente.fcq.unc.edu.ar/

Ley de Educación Superior: http://www.me.gov.ar/consejo/cf_leysuperior.html

Manifiesto Liminar: http://www.unc.edu.ar/sobre-la-unc/historia/reforma/manifiesto

PROGRAMA ANALITÍCO
Introducción al Estudio de las Ciencias Químicas 2020

UNIDAD TEMÁTICA 1 - La construcción del conocimiento científico
La Ciencia como una herramienta válida para el crecimiento del Hombre. Fundamentales del Trabajo Científico: la iniciación de una investigación. El aspecto acumulativo. La emisión de hipótesis. Planteamiento de experimentos para la constrastación de las hipótesis.

UNIDAD TEMÁTICA 2 - La materia
Concepto y propiedades. Estructura Interna. Estados de Agregación. Cambios de Estado. Sistemas Materiales. Criterios de Clasificación: macro y microscópicos. Fases. Componentes. Sustancias puras: elementos y compuestos químicos. Soluciones. Clasificación de los Sistemas Materiales según el tamaño de las partículas. Propiedades de las Soluciones y Suspensiones. Propiedades de la Materia: intensivas y extensivas. Relaciones: Masa, Peso, Densidad en sustancias puras y en soluciones. Presión de vapor.

UNIDAD TEMÁTICA 3 - Biología
Conceptos acerca de lo que es vida. Principios unificadores de la Biología. Célula, la unidad básica de los seres vivos. Forma, tamaño y estructura de las células. Las partes estructurales generales de una célula eucariota. División celular: mitosis.

UNIDAD TEMÁTICA 4 - Números reales
Naturales, enteros, racionales, irracionales. Propiedades. Operaciones fundamentales. Adición. Multiplicación. Potenciación. Radicación. Logaritmo. Propiedades y Manejo algebraico. Ejercicios de Aplicación. Multiplicación y división por potencias de diez. Notación exponencial.

UNIDAD TEMÁTICA 5 - Relaciones y funciones
Relaciones Directa e Inversamente proporcional. Relaciones y Funciones: Par ordenado. Relaciones. Domino de una relación. Función inversa. Funciones especiales: lineal y cuadrática. Manejo y ejercicios de aplicación con la calculadora.

UNIDAD TEMÁTICA 6 - La medición
Reconstrucción del concepto de medición. Definiciones. Sistema de Unidades: SI y SIMELA. La medición como Proceso: Cifras significativas. Apreciación. Estimación. Incerteza. Valor promedio. Dispersión. Exactitud y precisión. Expresión de los resultados.

UNIDAD TEMÁTICA 7 - Ecuaciones
Ecuaciones lineales o de primer grado con una incógnita. Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado con una incógnita. Ecuaciones fraccionarias. Sistemas de ecuaciones lineales.

UNIDAD TEMÁTICA 8 - Naturaleza eléctrica de la materia y estructura interna del átomo
Evolución Histórica del concepto de electricidad. Síntesis histórica de la construcción de los modelos atómicos. Principio de Electroneutralidad. La discontinuidad del átomo: las partículas subatómicas: protón, electrón y neutrón. Descripción de las experiencias relevantes que determinaron la evolución de los modelos atómicos. Átomos, moléculas e iones: Balance de Carga. La pérdida o ganancia de electrones como "criterio de estabilidad

energética" de los cationes y aniones. Estados y de oxidación. La Tabla Periódica. Criterios de clasificación. Análisis histórico. La Tabla Periódica como fuente de datos.

UNIDAD TEMÁTICA 9 - El lenguaje de la química
Símbolos de los elementos. Fórmulas químicas. Principio de Electroneutralidad. Formación de compuestos binarios de naturaleza iónica. Relación de Combinación. Haluros, Nitruros, Óxidos, Sulfuros, Carburos, etc. Compuestos ternarios (oxoácidos y sus sales). Compuestos poliatómicos. Reglas de Nomenclatura Química. IUPAC, Stock, Tradicional.

UNIDAD TEMÁTICA 10 - Unidades de medición del universo químico
Escalas masas atómicas. Evolución de los sistemas de referencia. Unidad masa atómica: u.m.a. Masa atómica elemental. La masa atómica versus el peso atómico. La masa molecular. La unidad de medición en química: el mol. Expresión de la cantidad de materia en términos de: mol de átomo, de moléculas, de electrones, de protones, neutrones, etc. Fórmula mínima. Fórmula molecular. Problemas de aplicación.

UNIDAD TEMÁTICA 11 - El estado gaseoso
Variables de estado. Formas de medición de cada una de las variables. Comportamiento experimental de sistemas gaseosos: ley de Boyle y Mariotte. Ley de Charles. Ley de Gay Lussac. Relación volumen-cantidad. Ley de Avogrado. Ecuación general de los gases. Condiciones normales de presión y temperatura. Relaciones estequiométricas con la participación de sustancias químicas en estado gaseoso. Problemas de aplicación.

UNIDAD TEMÁTICA 12 - Estequiometría
El cambio químico: átomos, moléculas e iones en movimiento. Las transformaciones químicas y su representación: La ecuación química. Balance de masa Igualación. Lectura. Usos de la ecuación química para relacionar las diferentes unidades de medición. Ley de la conservación de la masa. Ejercicios de aplicación. Experiencias fenomenológicas para visualizar fenómenos químicos.

Bibliografía

- Guías de Estudio Ciclo de Nivelacion. Ed. 2019: Facultad de Ciencias Químicas. UNC.
- Química: Curso Universitario. Mahan, B. M., Myers, R. J. 4ta. Ed. Addison-Wesley Iberoamericana. 1990.
- Química general, Whitten, Kenneth W; Gailey, Kenneth D; Davis, Raymond E. 2 ed. McGraw-Hill, 1992.
- Química general, Petrucci, Ralph H; Harwood, William S; Herring, F. Geoffrey; Pando García-Pumarino, Concepción; Iza Cabo, Nerea. 8 ed. Prentice Hall, 2003
- Química, Chang, Raymond, 10. ed. McGraw-Hill, 2010
- Química: la Ciencia Central, Brown, Theodore L; LeMay, H. Eugene, Jr; Bursten, Bruce E; Burdge, Julia R., 9. ed. Pearson Education, 2004.
- Biología. H. Curtis, S. Barnes, A. Schnek, A. Massarini. Editorial Médica Panamericana, 2008.

INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LAS CIENCIAS QUÍMICAS

El Ciclo de Nivelación tiene una única asignatura Introducción al Estudio de las Ciencias Químicas, con una nivelación de contenidos temáticos, procedimentales y actitudinales y una introducción al conocimiento del medio universitario. El propósito general es nivelar y orientar a los alumnos ingresantes para favorecer una adecuada transición entre el aprendizaje de la enseñanza media y la universitaria.

OBJETIVOS

Los objetivos académicos son:

- La comprensión de la ciencia como producto y como procesos.
- La comprensión de la evolución de la ciencia en el contexto histórico y social.
- La construcción de algunos conceptos básicos de Química, Física, Matemática, Biología y sus interrelaciones.
- El desarrollo de procesos inductivos, deductivos y analógicos.
- El desarrollo de los procesos cognitivos de análisis y síntesis.
- La adquisición de metodologías adecuadas para el estudio de las Ciencias en general y de la Química en lo particular.

ACTIVIDADES TEÓRICO-PRÁCTICAS

Fecha de iniciación: lunes 27/01/20

Fecha de finalización: viernes 06/03/20

CRONOGRAMA DE EVALUACIONES

EVALUACIONES PARCIALES

Primera evaluación parcial de promoción: sábado 15/02/20

Segunda evaluación parcial de promoción: sábado 07/03/20

Examen recuperatorio de la regularidad (se puede recuperar sólo una de las dos partes, la primera o la segunda): lunes 09/03/20

Examen recuperatorio de la promoción se puede recuperar sólo una de las dos partes, la primera o la segunda): miércoles 11/03/20

EVALUACIONES FINALES

Primer examen final: miércoles 11/03/20

Segundo examen final: sábado 17/03/20

Tercer examen final: primera quincena julio 2020

Cuarto examen final: segunda quincena noviembre 2020

METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

Se utilizarán los siguientes criterios para la evaluación del aprendizaje de los alumnos:

I) Regularidad:

Consta de dos partes:

I.a) **asistencia** del alumno en un porcentaje no menor al 80% de las de las actividades teórico prácticas (ATP) desarrolladas. El alumno que presente una asistencia menor al 80 % de las ATP desarrolladas se convierte en alumno libre.

I.b) **dos evaluaciones de regularidad** de los objetivos específicos de los conocimientos declarativos y procesuales. Las evaluaciones de regularidad se realizarán como parte de los parciales de promoción. Su finalidad es mostrarle al alumno el nivel de conocimiento conceptual y las habilidades propias de la resolución de situaciones problemáticas. Esta evaluación estará a cargo de la supervisión y coordinación general del curso y será calificada como aprobada o reprobada. El alumno deberá aprobar las dos evaluaciones de regularidad con una nota mínima de 4 (cuatro) en la evaluación parcial de promoción, pudiendo recuperar una de las mismas. El alumno que no apruebe las dos evaluaciones de regularidad se convierte en alumno libre.

SISTEMA DE RECUPERACION DE LA REGULARIDAD

Cuando el alumno haya cumplido el ítem I.a) y sólo una de las evaluaciones de regularidad correspondiente al ítems I.b), podrá recuperar el examen de promoción no aprobado. En caso de apobar este recuperatorio, se considerará al alumno en condición de regular.

II) Evaluaciones parciales de promoción:

Dos evaluaciones parciales de promoción de los conocimientos declarativos y procesuales, con la colaboración de todos los docentes del curso, consensuada a través de la supervisión y coordinación general. Cada uno de las evaluaciones parciales de promoción deberá ser aprobado con una nota igual o mayor a 6 (seis).

APROBACION DEL CURSO POR EL SISTEMA DE PROMOCIÓN

La aprobación por el sistema de promoción se alcanzará cuando el alumno tenga:

II.a) La asistencia por lo menos el 80% de las actividades teórico prácticas.

II.b) La aprobación de las instancias de evaluación de Regularidad de la asignatura.

II.c) La aprobación de las dos evaluaciones parciales de promoción.

La calificación final será calculada como el promedio directo de las calificaciones de ambas evaluaciones parciales de promoción.

SISTEMA DE RECUPERACION DE LA PROMOCIÓN

Cuando el alumno tenga aprobadas las evaluaciones correspondientes a los ítems II.a) y II.b), y sólo una de las evaluaciones parciales de promoción, podrá recuperar el examen de promoción no aprobado. La nota obtenida reemplazará a la nota de la evaluación parcial de promoción no aprobado. En el caso de no recuperar, la nota no será asentada en el legajo del alumno.

APROBACION DEL CURSO POR EL SISTEMA DE EXAMEN FINAL

Cuando el alumno no haya aprobado la asignatura por el sistema de promoción, podrá presentarse a rendir en las fechas de exámenes finales. El examen final se aprueba con una nota igual o mayor a 4 (cuatro), de acuerdo a los criterios establecidos en la Res. HCD. 513/2012. La nota obtenida en el examen final será asentada en el legajo del alumno.

INSCRIPCIÓN DEFINITIVA

La inscripción definitiva se realizará en febrero, en fechas a determinar. Para la misma, se deberá presentar el certificado analítico del secundario (puede ser provisorio), en el que indique que no se adeudan materias. Hasta que no se presente ese certificado, no podrá aprobarse la asignatura, sólo quedar regular.

Resumen de conceptos de regularidad y promoción

En el siguiente cuadro se muestra la condición final dependiendo de las notas de ambos parciales. En blanco está la condición de regularidad, y en gris la de promoción.

Regularidad

- Libre: hasta que no se apruebe la asignatura en un examen final, no se puede cursar ninguna materia de primer año.
- Regular: se pueden cursar las materias de primer año.
- Recupera la regularidad
  - Si aprueba, está regular
  - Si no aprueba, está libre

Promoción

- Rinde examen final: para aprobar la asignatura se debe rendir el examen final (hay dos turnos antes que comienzen las materias de primer año).
  - Si se aprueba, se pueden cursar y rendir las materias de primer año.
  - Si no se aprueba, se podrán cursar o no las materias de primer año dependiendo de la condición de regularidad.
- Recupera la promoción: la fecha del recuperatorio de promoción coincide con la del primer examen final. La recuperación de los exámenes de promoción no es obligatoria, el estudiante puede decidir rendir directamente el examen final.
  - Si se aprueba, ha promocionado.
  - Si no se aprueba, se debe rendir examen final.
- Promociona: está en condiciones de cursar y rendir las materias de primer año.

Segundo parcial

Primer parcial

NOTAS	entre 1 y 3	4 y 5	entre 6 y 10
entre 1 y 3	Condición: Libre	Puede recuperar la regularidad del primero	Puede recuperar la regularidad del primero
	Rinde examen final	Rinde examen final	Puede recuperar el primer parcial de promoción, solo si recupera la regularidad
4 y 5	Puede recuperar la regularidad del segundo	Condición: Regular	Condición: Regular
	Rinde examen final	Rinde examen final	Puede recuperar el primer parcial de promoción
entre 6 y 10	Puede recuperar la regularidad del segundo	Condición: Regular	Condición: Regular
	Puede recuperar el segundo parcial de promoción, solo si recupera la regularidad	Puede recuperar el segundo parcial de promoción	Promociona (No tiene que rendir examen final)

REGLAMENTO DE ENSEÑANZA

Como estudiante de la Facultad de Ciencias Químicas debes conocer el Plan de Estudios y el Reglamento de Enseñanza, donde están establecidos todos los derechos y obligaciones de los alumnos, las distintas carreras que pueden cursarse y cada una de las asignaturas. Los mismos se pueden consultar en la página web de la FCQ (http://estudiantes.fcq.unc.edu.ar/reglamento) o en Despacho de Alumnos

Es muy importante que tengas en cuenta y presente las **Disposiciones generales y Pautas de Rendimiento**, establecidas en el Reglamento de Enseñanza:

a) Todo alumno deberá verificar como pauta de rendimiento mínimo la aprobación en cada año académico de dos asignaturas por cada carrera en que esté reinscrito. Esta pauta se verificará al final de cada año académico.

AULA VIRTUAL

La asignatura Introducción al Estudio de las Ciencias Químicas cuenta con un aula virtual en la plataforma Moodle, en la que hay material complementario, se brinda información sobre horarios y lugar de los exámenes, se pueden realizar consultas sobre temas administrativos y se exhiben los resultados de parciales y exámenes.

Para inscribirte, si todavía no lo hiciste, seguí estos pasos:

1) Ingresá a http://www.fcq.unc.edu.ar/estudiantes
2) En la columna izquierda de la Web, clickeá en AULAS VIRTUALES.
3) Ya en el sitio: http://distancia.fcq.unc.edu.ar/login/index.php a la derecha de la pantalla, hacé click en el botón CREAR NUEVA CUENTA.
4) Creá un usuario y contraseña, y completá los campos requeridos para CREAR NUEVA CUENTA, ingresando una dirección de email.
5) A la cuenta de correo electrónico ingresada, te llegará un email con el asunto CONFIRMACIÓN DE LA CUENTA: EDUCACIÓN A DISTANCIA DE FCQ. Para completar tu inscripción e ingresar al Aula virtual, hacé click en el enlace del email: http://distancia.fcq.unc.edu.ar/login
6) En el listado de cursos disponibles, hacé click en INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE LAS CIENCIAS QUÍMICAS, y después en el botón REGISTRARME.
7) La próxima vez que accedas a la Web, hacelo directamente desde AULAS VIRTUALES, con tu usuario y tu contraseña que elegiste antes. Podés acceder también con tu celular, descargando la aplicación Moodle Mobile, e ingresando a *distancia.fcq.unc.edu.ar* en donde pide el sitio.

Podés acceder también al aula virtual con este código QR

Aula virtual

PROGRAMA DE TUTORÍAS-FCQ

Nuestra facultad cuenta desde hace varios años con un programa llamado Tutorías-FCQ. La función principal de este programa es la de acompañarte y fomentar tu autonomía en los primeros años de tu carrera. Contamos con una sala en el segundo piso que está equipada con una computadora, libros, apuntes, útiles, equipo de mate y que está completamente a tu disposición para ir a estudiar, charlar o lo que quieras. Allí encontrarás a l@s tutor@s, que son estudiantes del ciclo superior y estarán dispuest@s a escucharte y darte una mano en lo que sea posible.

Las Tutorías-FCQ están pensadas como un espacio de formación complementaria, por lo que podrás plantear ahí consultas o problemáticas de tu vida universitaria de todo tipo. Acercarte si necesitas orientación en las reglamentaciones de la facultad y la universidad, o si tenés dudas sobre la carrera en general o las materias, o incluso si hay algún motivo personal que esté afectando tu vida como estudiante.

También podrás venir a resolver ejercicios y sacarte dudas sobre las materias que estés cursando. Sin embargo, el objetivo del programa es que seas autónom@ como estudiante por lo que no te daremos una clase de apoyo, más bien te facilitaremos las herramientas y te ayudaremos a organizar y visualizar las estrategias para abordar los problemas o ejercicios que quieras plantear. Seguramente en el espacio de tutorías encontrarás otr@s estudiantes que estén con las mismas materias por lo que es una gran oportunidad para conocerse y estudiar junt@s.

Queremos invitarte a participar del programa de Tutorías-FCQ y que juntos sigamos construyendo este espacio es de l@s estudiantes y es para l@s estudiantes.

¡Contá con nosotr@s siempre!

L@s Tutor@s

¡ACERCATE!
Te esperamos de lunes a viernes en la sala
del 2do Piso del sector SAE

fcqtutorias   fcqtutorias@gmail.com   fcqtutorias

TU FACULTAD CUENTA CON UN
ÁREA DE ORIENTACIÓN EDUCATIVA

El Área de Orientación Educativa (AOE) de la Facultad de Ciencias Químicas está conformada por un equipo de profesionales que trabaja para favorecer los procesos de enseñar y aprender, buscando acompañar a los/as estudiantes en los múltiples cambios que implica estudiar una carrera universitaria y los desafíos que presenta.

Una de las tareas que realizamos en el AOE es la atención y orientación a la Comunidad Educativa en general y a estudiantes en particular. Te preguntarás: ¿por qué motivos se acercan los/as estudiantes? Enumeramos alguna de las inquietudes más frecuentes de estudiantes que solicitan una entrevista:

- “Me cuesta sentarme a estudiar”
- “No puedo organizarme bien”
- “Siento pocas ganas de ir a la Facultad”
- “Tengo mucho miedo de no aprobar”
- “Pensé que me iba a ir mejor”
- “No rindo como esperaba”
- “No termino de acostumbrarme, extraño demasiado mi ciudad”
- “A veces dudo si esta carrera es para mí”
- “No conozco a nadie, me cuesta hacer amigos/as”

Si te sentiste identificado/a con alguna de estas expresiones, **podés acercarte. Te esperamos.**

Dr. Javier Sánchez Rosas (psicólogo)
Lic. Mauricio Mareño (trabajador social)
Lic. Evangelina Gabetta Fontanella (psicóloga)

Horarios de atención:

Lunes a viernes de 10:00 a 13:00 hs. y de 14:00 a 17:00 hs.
Lugar: l 2º piso del Edificio de Ciencias I (donde estás cursando).

Más información:

Email: orientacioneducativa@fcq.unc.edu.ar

Teléfono: (0351) 434-4973/76. Interno 3218.

Plan de Acciones y Herramientas para prevenir, atender y sancionar las Violencias de Género en el ámbito de la UNC

Si viviste una situación de violencia o discriminación por razones de género, existen espacios en la universidad donde podés acercarte en un marco de respeto, gratuidad y confidencialidad.

La Comisión Interclaustro de Feminismos y Géneros (CIFeG) de la Facultad de Ciencias Químicas, comparte un resumen de los puntos principales del Plan de Acciones de la Universidad Nacional de Córdoba que comprende herramientas para prevenir, sancionar y erradicar las violencias de género en el ámbito de la universidad.

Si estás interesadx en obtener más información y materiales para compartir con tus compañerxs podés acercarte a la SAE de la facultad.

¿Cuál es el plan?
Este Plan de Acciones fue aprobado por el Honorable Consejo Superior (HCS) de la UNC en el año 2015 (Resolución N° 1011/15). Se basa en las nuevas leyes e investigaciones que nuestro país y la UNC han producido en los últimos años: Ley Nacional N° 26.485; Declaración de Derechos Estudiantiles; Ordenanza de respeto a la Identidad de Género Autopercibida, entre los avances en materia de ampliación de derechos humanos. Es importante que conozcas tus derechos y las herramientas con que contás para defenderlos. ¡Compartí con tus compañerxs esta información!

1. **Objetivo del Plan:** Promover en la comunidad universitaria un ambiente libre de violencias de género y discriminación de cualquier tipo por razones de género y/o identidad sexual.

2. **Destinatarixs:** Toda la comunidad universitaria, docente, no docentes y estudiantes, de pregrado, grado, posgrado, de oficios y de los diferentes programas de la UNC; investigadorxs, becarixs o egresadxs, vinculadxs a la Universidad mediante beca, adscripción, equipo de investigación o extensión, y que pertenezcan en su condición a cualquiera de las unidades académicas, colegios preuniversitarios o dependencias de la UNC, incluyendo museos, hospitales, bibliotecas, observatorios, Área Central, Complejo Vaquerías y Campo Escuela. Como asimismo personas que presten servicios en los ámbitos de la UNC.

3. **Líneas de Acción:**
    - Prevención: sensibilización, capacitación, información e investigación.
    - Sistematización de información y estadísticas.
    - Intervención institucional ante situaciones o casos de violencia de género.

4. **Principios rectores de la atención a personas afectadas por violencias de género:**
    a) Gratuidad
    b) Respeto
    c) Confidencialidad
    d) Contención
    e) No revictimización
    f) Diligencia y Celeridad

5. **Situaciones o casos de violencias de género:**

a) Uso de palabras escritas u orales que resulten discriminatorias, hostiles, humillantes u ofensivas para quien las reciba.
b) Agresiones físicas, acercamientos corporales u otras conductas físicas y/o sexuales, indeseadas u ofensivas para quien las reciba.
c) Requerimientos sexuales que impliquen promesas implícitas o expresas de un trato preferencial respecto a la situación actual o futura de estudio/trabajo, proyecto de investigación o extensión, de quien las recibe.
d) Requerimientos sexuales que impliquen amenazas, implícitas o expresas, que provoquen daños o castigos referidos a la situación, actual o futura, de empleo, estudio, utilización o participación en un servicio administrativo, proyecto de investigación o acción social, de quien la recibe.
e) Hechos de violencia sexual descritos bajo la rúbrica "Delitos contra la Identidad Sexual" ubicados en el Libro Segundo, Título III del Código Penal argentino, denominados "abuso sexual simple", "abuso sexual calificado", "abuso sexual con acceso carnal" o los que en el futuro pudieren tipificarse.
f) Hechos de violencia sexual no descritas en los términos del artículo 119 y sus agravantes del Código Penal argentino y que configuran formas de acoso sexual.
g) Acoso sexual: todo comentario reiterado o conducta con connotación sexual que implique hostigamiento y/o asedio que tenga por fin inducir a otra persona a acceder a requerimientos sexuales no deseados o no consentidos. Las situaciones presentes no limitan otras que pudieran surgir y tendrán que ser analizadas en su particularidad.

6. **Consultas y denuncias:** Deben ser realizadas en la oficina del Plan, por la persona interesada o por alguien con conocimiento directo de los hechos, en forma personal, telefónica, o por correo electrónico. Serán receptadas por personas capacitadas para ello. Se garantizará un espacio físico adecuado para la privacidad de las personas. Será respetado el hecho de que por alguna causa la persona denunciante prefiere que otras personas no estén presentes. y se tramitará apoyo psicológico a las personas denunciantes, si así lo requieran.
La persona que denuncia deberá exponer las circunstancias, lugar, tiempo, participes y todo elemento que pueda conducir a la comprobación del hecho. Se conformará un acta de denuncia donde conste fecha, nombre y apellido, documento y domicilio de la persona que denuncia así como la declaración efectuada y las pruebas testimoniales o documentales si las hubiere. El acta será leída en voz alta y firmada por todas las personas partícipes en el acto. En el caso que la persona denunciante lo considere la denuncia podrá ser ampliada.
En caso de realizarse una denuncia, ésta será remitida a la Fiscalía Permanente de la UNC para que inicie una investigación.

IMPORTANTE:
- Es responsabilidad de todas las personas que tomen conocimiento por situaciones de violencia de género la derivación y el acompañamiento a la Oficina del Plan.
- La denuncia realizada allí no limita o excluye de la realización de una denuncia en unidades judiciales de distrito, en la línea gratuita o en la unidad judicial de violencia familia de la provincia de Córdoba.

7. **Régimen sancionatorio:** En caso de que se determinara culpable de ejercer cualquier tipo de violencia a la o las personas acusadas, se sancionaran según consignan los artículos del punto 5 del Plan de Acciones, en acuerdo con lo establecido en la Ordenanza del Honorable Consejo Superior 9/12 y su texto ordenado aprobado por <u>Resolución Rectoral 204/2016.</u>

En el caso de que la sanción sea aplicada a unx o más estudiantes, se respetará su derecho a la educación establecido en la declaración 8/2009 de Derechos Estudiantiles.
En todos los casos, la reincidencia se considerará un agravante y se atenderán a las circunstancias de tiempo, lugar y modo para el encuadramiento de la conducta.

¿Dónde realizar consultas y/o denuncias?

Comisión Interclaustro de Feminismos y Géneros (CIFeG) de la Facultad de Ciencias Químicas.

Correo electrónico: cifegfcqunc@gmail.com, genero@fcq.unc.edu.ar

Oficina del Plan:

Consultorio 133, planta alta - Sede DASPU de Ciudad Universitaria.

Atención:

- Lunes y Miércoles de 15 a 18 hs.
- Martes y Jueves de 9 a 12 hs.

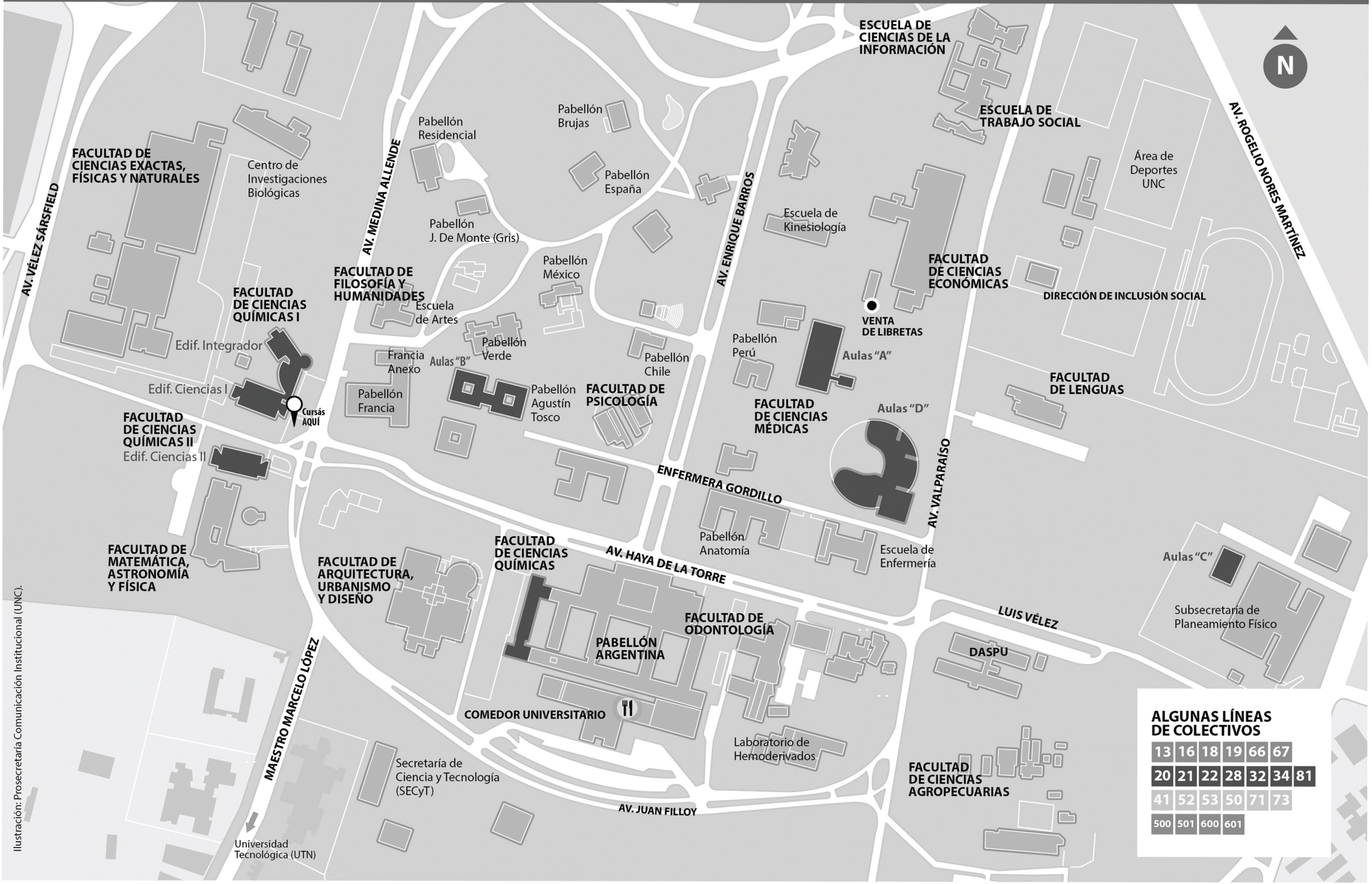
Tel. 0351-5353629

Correo electrónico: violenciasdegenero@extension.unc.edu.ar

FCQ Facultad de Ciencias Químicas

UNC Universidad Nacional de Córdoba

CIUDAD UNIVERSITARIA



Unidad 1 - La construcción del conocimiento científico

Contenidos: La Ciencia como una herramienta válida para el crecimiento del Hombre. Fundamentos del Trabajo Científico: la iniciación de una investigación. El aspecto acumulativo. La emisión de hipótesis. Planteamiento de experimentos para la constrastación de las hipótesis.

Objetivo: Comenzar a reflexionar sobre cómo se construye el conocimiento, y en particular, el conocimiento científico. Al finalizar esta sección, usted debería haber sumado algunos elementos teóricos mínimos que le permitan responder ¿qué es la ciencia? ¿cómo se construye el conocimiento científico? ¿es la ciencia una herramienta que garantiza conocer la verdad?

La ciencia, los científicos

¿Alguna vez ha reflexionado o ha intentado definir las palabras ciencia o científico? Más allá de la definición del diccionario, la ciencia es algo tan presente en nuestra vida cotidiana que, instintivamente, se podría pensar que su significado es evidente. El físico y filósofo Alan Chalmers (nacido en 1939), describe esta percepción de la siguiente manera:

En la era moderna se siente un gran aprecio por la ciencia. Aparentemente, existe la creencia generalizada de que hay algo especial en la ciencia y en los métodos que utiliza. Cuando a alguna afirmación, razonamiento o investigación se le denomina "científica" o "científico", se pretende dar a entender que tiene algún tipo de mérito o una clase especial de fiabilidad.

Sin embargo, si exploramos un poco más, los rasgos o características que definen a esa ciencia, que tiene tanta aceptación social, no son unánimes. Se registran importantes discusiones y diferencias entre los epistemólogos[1] acerca de cuáles son los rasgos que la caracterizan. Para analizar esto, le proponemos la siguiente actividad:

[1] Epistemología es el nombre que damos, actualmente, a la disciplina que se ocupa del conocimiento. Aunque a lo largo del tiempo y en diferentes lugares las preguntas han cambiado, algunos de los interrogantes más insistentes han sido: ¿Qué significa conocer? ¿Cómo es el proceso del conocimiento? ¿Quién conoce? ¿Hasta dónde es posible confiar de lo que sabemos? En mayor o menor medida, todo ser humano se ha hecho preguntas similares, por lo que todos somos un poco epistemólogos.

► Actividad 1

1) Clasifique los elementos de la siguiente lista en dos grupos, uno en donde incluya los que usted considera “científicos” y en otro las que considere “no científicos”:

- realizar un experimento en donde se observa un cambio de color
- desarrollar elementos de electrónica
- cocinar un alimento
- observar constelaciones
- practicar un deporte
- comer galletas
- buscar la forma de convertir el plomo en oro
- desarrollar un nuevo software

2) ¿Qué criterio utilizó para hacer esta clasificación?

....

....

....

3) Ahora compare esta lista con la de sus compañeros. ¿Son las listas idénticas? ¿Han utilizado el mismo criterio?

....

....

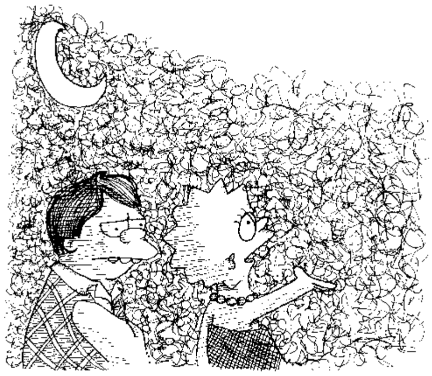
....

4) Lea los siguientes testimonios y revise sus listas ¿cambiaría algunos elementos de grupo?

En nuestra panadería, cocinamos panes y tortas siguiendo la misma receta desde hace muchos años. 	*En nuestro grupo de investigación, desarrollamos nuevos alimentos y estudiamos los efectos de distintos aditivos en la cocción de los mismos. Por ejemplo, el desarrollo de panes libres de gluten, o el empleo de nuevos aditivos que mejoren el leudado de tortas.* 

Uno de los trabajos de los astrónomos consiste en la observación de objetos y fenómenos celestes, generalmente mediante instrumental automatizado que se encuentra en observatorios y complejos astronómicos, o a bordo de satélites.

***Lisa**: Que lindo ésto, ¿no? ¿Qué piensas Nelson?*
***Nelson**: ¿Qué pienso de qué?*
***Lisa**: De lo que sea...*
***Nelson**: Nada.*
***Lisa**: ¿Qué sientes, qué tienes adentro ahora?*
***Nelson**: Tripas, y cosas negras... y como 30 galletas...*
***Lisa**: ¡Nelson, por Dios! ¡Debes pensar y sentir cosas! ¡Mira donde estamos! Una verde colina, estrellas brillando, la luna sobre nosotros como diciend…*
Nelson la besa



Así, podríamos presentar muchos ejemplos y contraejemplos en donde una misma actividad podría ser considerada (o no) como "científica". Si la tarea de cocinar un alimento es idéntica, ¿por qué es científica cuando se realiza en un instituto de investigación y no lo es cuando se hace en una panadería? Vemos entonces que definir ciencia no es tan simple, ya que depende de muchas cuestiones. Pareciera que la definición de ciencia no sólo depende de "lo que se hace", sino "quiénes" lo hacen, "cómo" lo hacen, "cuándo" y "dónde" lo hacen...

Englobar todas estas características en una sola definición es muy complicado. Es por esto que, a la hora de analizar la ciencia y el conocimiento, deben ser comprendidos como actividades humanas. Como toda actividad humana, es cambiante y también lo es su definición. El científico irlandés John D. Bernal (1901-1971) afirmaba que la ciencia es de naturaleza cambiante y que lo es en mayor medida que cualquier otra ocupación humana.

La ciencia está cambiando muy rápidamente, dado que es uno de los logros más recientes de la humanidad… y, por esto, la definición de ciencia ha ido cambiando a lo largo del tiempo. En el albor de la civilización, era únicamente un aspecto del mundo del mago, del cocinero o del forjador, y sólo en el siglo XVIII comenzó a adquirir cierto estado de independencia. Con frecuencia, es más fácil reconocer a los científicos que saber que es la ciencia. Realmente una definición fácil sería: **Ciencia es lo que los científicos hacen**

Seguramente usted tiene una noción o definición de qué es un científico, o al menos puede plantear algunas de sus características.

► Actividad 2

Escriba cinco características que asocie a la palabra científico. Compárelas con las elecciones de sus compañeros. ¿Cuáles fueron las palabras más frecuentes en su comisión?

....

....

....

Muy posiblemente, esta elección de palabras cambie con el tiempo ya que, a lo largo de la carrera, seguramente usted conozca cada vez más el mundo de los científicos y las actividades que realizan, lo que lo llevará a elaborar otra definición

A los fines de este curso, podemos decir que los **científicos** son aquellas personas que se dedican a realizar actividades sistemáticas[2] para la obtención o generación de conocimiento. Solemos llamar **investigación** a este proceso. Es importante volver a destacar que esta definición no es absoluta, sino que es la que el equipo docente de este curso ha decidido considerar.

Existen múltiples formas de obtener o generar conocimiento y esto puede hacerse desde muchísimas áreas. En la página http://www.unciencia.edu.ar podrá encontrar algunas de las investigaciones que se están llevando a cabo en la Universidad Nacional de Córdoba; no solo en el área de la química, sino también en otras muy diferentes, como la historia, el teatro, la economía, etc.

La investigación y el método científico

Como establecimos anteriormente, investigar implica realizar tareas de manera sistemática para poder generar u obtener conocimiento. La sistematización de pasos o etapas durante el desarrollo de la investigación es necesaria para *validar* los resultados que se obtengan; es decir, ayuda a que el conocimiento que se obtenga tenga "valor científico". Esta seguidilla de pasos es lo que suele conocerse como **método científico**. Seguramente, usted ya tiene una idea sobre que versa el método científico. Para trabajar sobre este concepto, le preponemos la siguiente actividad

► Actividad 3

Dividir la comisión en grupos. Cada grupo trabajará uno de los siguientes relatos. El objetivo es que cada grupo confeccione un esquema del método científico, basándose en la sucesión cronológica de los hechos que se relatan. Le sugerimos que el esquema tenga el formato de "diagrama de flujo". Posteriormente, comparar los esquemas de cada grupo.

[2] El término "sistemático" se refiere a que el trabajo o una tarea se da ordenadamente, siguiendo un método o sistema.

1- El caso de Semmelweis

Ignaz Semmelweis (se pronuncia '*zemulvais*'), un físico de origen húngaro, realizó trabajos entre 1844 y 1848 en el Hospital General de Viena. Como miembro del equipo médico de la Primera División de Maternidad del hospital, Semmelweis se sentía angustiado al ver que una gran proporción de las mujeres que habían dado a luz en esa división contraían una seria y con frecuencia fatal enfermedad conocida como fiebre puerperal o fiebre de sobreparto. En 1844, en la Primera División, 260 de un total de 3.157 madres -un 8,2 %- murieron de esa enfermedad; en 1845, el índice de muertes era del 6,8 %, y en 1846, del 11,4 %. Estas cifras eran sumamente alarmantes, porque en la adyacente Segunda División de Maternidad del mismo hospital, en la que se hallaban instaladas casi tantas mujeres como en la Primera, el porcentaje de muertes por fiebre puerperal era mucho más bajo: 2,3, 2,0 y 2,7 en los mismos años. En un libro que escribió más tarde sobre las causas y la prevención de la fiebre puerperal, Semmelweis relata sus esfuerzos por resolver este terrible rompecabezas. Empezó por examinar varias explicaciones del fenómeno corrientes en la época; rechazó algunas que se mostraban incompatibles con hechos bien establecidos; a otras las sometió a contrastación.

Una opinión ampliamente aceptada atribuía las olas de fiebre puerperal a "influencias epidémicas" que se describían vagamente como "cambios atmosférico-cósmicos-telúricos", que se extendían por distritos enteros y producían la fiebre puerperal en mujeres que se hallaban de sobreparto. Pero, ¿cómo -argüía Semmelweis- podían esas influencias haber infestado durante años la División Primera y haber respetado la Segunda? Y, ¿cómo podía hacerse compatible esta concepción con el hecho de que mientras la fiebre asolaba el hospital, apenas se producía caso alguno en la ciudad de Viena o sus alrededores. Una epidemia de verdad, como el cólera, no sería tan selectiva. Finalmente, Semmelweis señala que algunas de las mujeres internadas en la División Primera que vivían lejos del hospital se habían visto sorprendidas por los dolores de parto cuando iban de camino y habían dado a luz en la calle; sin embargo, a pesar de estas condiciones adversas, el porcentaje de muertes por fiebre puerperal entre estos casos de "parto callejero" era más bajo que el de la División Primera.

Según otra opinión, una causa de mortandad en la División Primera era el hacinamiento. Pero Semmelweis señala que, de hecho, el hacinamiento era mayor en la División Segunda; en parte, como consecuencia de los esfuerzos desesperados de las pacientes para evitar que las ingresaran en la tristemente célebre División Primera.

Semmelweis descartó asimismo dos conjeturas similares haciendo notar que no había diferencias entre las dos divisiones en lo que se refería a la dieta y al cuidado general de las pacientes.

En 1848 una comisión designada para investigar el asunto atribuyó la frecuencia de la enfermedad en la División Primera a las lesiones producidas por los reconocimientos poco cuidadosos a que sometían a las pacientes los estudiantes de medicina, todos los cuales realizaban sus prácticas de obstetricia en esta división. Semmelweis señala, para refutar esta opinión, que (a) las lesiones producidas naturalmente en el proceso del parto son mucho mayores que las que pudiera producir un examen poco cuidadoso; (b) las comadronas que recibían enseñanzas en la División Segunda reconocían a sus pacientes de modo muy análogo, sin por ello producir los mismos efectos; (c) cuando, respondiendo al informe de la comisión, se redujo a la mitad el número de estudiantes y se restringió al mínimo el reconocimiento de las mujeres por parte de ellos, la mortalidad, después de un breve descenso, alcanzó sus cotas más altas.

Se acudió a varias explicaciones psicológicas. Una de ellas hacía notar que la División Primera estaba organizada de tal modo que un sacerdote que portaba los últimos auxilios a una moribunda tenía que pasar por cinco salas antes de llegar a la enfermería: se sostenía que la aparición del sacerdote, precedido por un acólito que hacía sonar una campanilla, producía un efecto terrorífico y debilitante en las pacientes de las salas y las hacía así más propicias a contraer la fiebre puerperal. En la División Segunda no se daba este factor adverso, porque el sacerdote tenía acceso directo a la enfermería. Semmelweis decidió someter a prueba esta suposición. Convenció al sacerdote de que debería dar un rodeo y suprimir el toque de campanilla para conseguir que llegara a la habitación de la enferma en silencio y sin ser observado. Pero la mortalidad no decreció en la División Primera.

A Semmelweis se le ocurrió una nueva idea: las mujeres, en la División Primera, yacían de espalda, en la Segunda, de lado. Aunque esta circunstancia le parecía irrelevante, decidió, aferrándose a un clavo ardiendo, probar a ver si la diferencia de posición resultaba significativa. Hizo, pues, que las mujeres internadas en la División Primera se acostaran de lado, pero, una vez más, la mortalidad continuó.

Finalmente, en 1847, la casualidad dio a Semmelweis la clave para la solución del problema. Un colega suyo, Kolletschka, recibió una herida penetrante en un dedo, producida por el escalpelo de un estudiante con el que estaba realizando una autopsia, y murió después de una agonía durante la cual mostró los mismos síntomas que Semmelweis había observado en las víctimas de la fiebre puerperal. Aunque por esa época no se había descubierto todavía el papel de los microorganismos en ese tipo de infecciones, Semmelweis comprendió que la “materia cadavérica” que el escalpelo del estudiante había introducido en la corriente sanguínea de Kolletschka había sido la causa de la fatal enfermedad de su colega, y las semejanzas entre el curso de la dolencia de Kolletschka y el de las mujeres de su clínica llevó a Semmelweis a la conclusión de que sus pacientes habían, muerto por un envenenamiento del mismo tipo: los portadores de la materia infecciosa, porque él y su equipo solían llegar a las salas inmediatamente después de realizar disecciones en la sala de autopsias, y reconocían a las parturientas después de haberse lavado las manos sólo de un modo superficial, de modo que éstas conservaban a menudo un característico olor a suciedad.

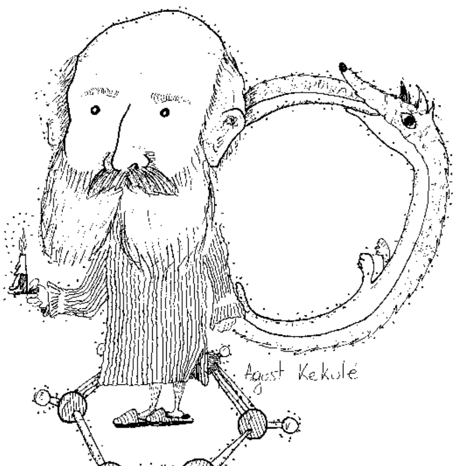
Una vez más, Semmelweis puso a prueba esta posibilidad. Argumentaba él que si la suposición fuera correcta, entonces se podría prevenir la fiebre puerperal destruyendo químicamente el material infeccioso adherido a las manos. Dictó, por tanto, una orden por la que se exigía a todos los estudiantes de medicina que se lavaran las manos con una solución de cal clorurada antes de reconocer a ninguna enferma. La mortalidad puerperal comenzó a decrecer, y en el año 1848 descendió hasta el 1,27% en la División Primera, frente al 1,33% de la Segunda.

En apoyo de su idea, o, como también diremos, de su hipótesis, Semmelweis hace notar además que con ella se explica el hecho de que la mortalidad en la División Segunda fuera mucho más baja: en ésta las pacientes estaban atendidas por comadronas, en cuya preparación no estaban incluidas las prácticas de anatomía mediante la disección de cadáveres.

La hipótesis explicaba también el hecho de que la mortalidad fuera menor entre los casos de "partos callejeros": a las mujeres que llegaban con el niño en brazos casi nunca se las sometía a reconocimiento después de su ingreso, y de este modo tenían mayores posibilidades de escapar a la infección. Asimismo, la hipótesis daba cuenta del hecho de que todos los recién nacidos que habían contraído la fiebre puerperal fueran hijos de madres que habían contraído la enfermedad durante el parto; porque en ese caso la infección se le podía transmitir al niño antes de su nacimiento, a través de la corriente sanguínea común de madre e hijo, lo cual, en cambio, resultaba imposible cuando la madre estaba sana. Posteriores experiencias clínicas llevaron pronto a Semmelweis a ampliar su hipótesis. En una ocasión, por ejemplo, él y sus colaboradores, después de haberse desinfectado cuidadosamente las manos, examinaron primero a una parturienta aquejada de cáncer cervical ulcerado; procedieron luego a examinar a otras doce mujeres de la misma sala, después de un lavado rutinario, sin desinfectarse de nuevo. Once de las doce pacientes murieron de fiebre puerperal. Semmelweis llegó a la conclusión de que la fiebre puerperal podía ser producida no sólo por materia cadavérica, sino también por "materia pútrida procedente de organismos vivos".

2- El caso de Kekulé

A mediados del siglo XIX se conocía la fórmula molecular del benceno (C_6H_6), pero no cómo se disponían los átomos en su estructura química. Entre 1857 y 1858 el alemán Friedrich August Kekulé, que por ese entonces tenía 28-29 años, desarrolló una teoría sobre la estructura química. Esta nueva teoría sobre la estructura de los átomos de carbono permitió que se comprendieran mejor las moléculas orgánicas y sus reacciones, facilitando las investigaciones sobre la síntesis química y la producción de los compuestos orgánicos a partir de 1860. Esto provocó que, años más tarde, después de que el mismo Kekulé propusiera una estructura atómica circular del benceno, comenzara la producción en masa de productos derivados del carbono y la aparición de los plásticos.



Friedrich August Kekulé hizo sus estudios post-doctorales de química en París, Suiza y Londres, y cuando vivía en la capital inglesa, solía pasar las veladas charlando con su amigo y colega Hugo Mueller en Islington. A menudo hablaban de química, y luego Kekulé volvía a su casa en Clapham Common, al otro lado de la ciudad, en los autobuses de la época: un ómnibus arrastrado por un caballo. Una noche de verano, durante el camino de regreso a casa, Kekulé cayó en una ensoñación acompañada por el ruido de los cascos del caballo y el movimiento del carruaje. Según él mismo cuenta, vio cómo unos átomos de carbono bailoteaban delante de sus ojos y se combinaban entre ellos.

De vez en cuando, dos átomos pequeños se unían y formaban otro átomo mayor; un átomo grande abrazaba a dos átomos más pequeños. Átomos aún mayores se hacían con tres e incluso cuatro de los pequeños o se unían por pares; mientras todo el conjunto seguía en danza, Kekulé vio cómo los átomos más grandes conformaban una cadena, arrastrando a los más pequeños consigo por fuera de la cadena. Cuando el conductor gritó ¡Clapham Road!, Kekulé despertó y pasó la noche dibujando esquemas sobre lo que había soñado. Este fue el origen de la su Teoría estructural de la química orgánica.

Siete años más tarde Kekulé tendría otro sueño (en alemán, *Kekulés Traum*), uno de los sueños más famosos de la historia de la ciencia. En esta ocasión, Kekulé ya no vivía en Londres sino en Gante, Bélgica, en cuya universidad fue profesor. Sentado en su estudio a oscuras, frente a la chimenea, seguía pensando en la estructura del benceno, aún irresoluta.

Se durmió y vio de nuevo a los átomos bailando ente sus ojos, largas filas de átomos moviéndose como serpientes. De pronto vio cómo una de aquellas serpientes se mordía su propia cola, el famoso símbolo de la alquimia conocido como uróboros, la serpiente que muerde su propia cola, resolviendo así, en un sueño, el misterio de la estructura del anillo del benceno.

3- El caso de Fleming

La penicilina fue el primer antibiótico empleado en medicina y su descubrimiento es atribuido a Alexander Fleming, quien junto a otros científicos médicos obtuvieron el premio Nobel de medicina en 1945, mención más que merecida tras semejante aporte. El descubrimiento de la penicilina ocurrió de una forma un tanto casual y fue relatada por el propio Fleming, quien en la mañana del 28 de septiembre de 1928 se encontraba estudiando cultivos de bacterias en el sótano del laboratorio del Hospital St. Mary, en Londres.

Fleming se encontraba estudiando bacterias de estafilococo para entonces, pero, luego de ausentarse casi por un mes de la ciudad de Londres, olvidó una placa de petri en la que se contenían bacterias cerca de una ventana abierta. Al regresar a sus experimentos, se encontró con que su experimento se había estropeado pues las muestras se habían contaminado con una especie de moho que había entrado con el viento.

La curiosidad de Fleming hizo que el científico en lugar de tirar su experimento arruinado a la basura, colocase su placa de petri al microscopio. Lo que observó fue que no solo el moho había contaminado todo el contenido de la placa, sino que alrededor de éste, había un claro, una zona limpia en la que el moho había matado a las bacterias. Luego de identificar el moho como hongos de *Penicillium*, Fleming fue optimista acerca de los claros resultados: el *Penicillium* eliminaba las mortales bacterias *Staphylococcus* de una vez por todas.

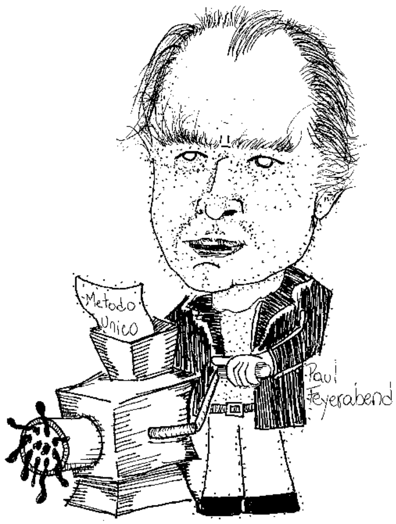
Aunque, al poco tiempo, nuestro héroe perdió un poco la confianza al cuestionarse acerca de cuán posible era utilizar este hongo como antibiótico en realidad y cuán seguro era para el cuerpo humano, sus numerosas investigaciones, pruebas y ensayos clínicos le dieron la seguridad necesaria para desarrollar y completar el descubrimiento. En este punto, mucho tuvieron que ver sus colegas universitarios, entre ellos, Sir Howard Florey y Ernst Chain, ambos de la Universidad de Oxford y con quienes comparte el Nobel.

Finalmente, los colegas de Fleming demostraran que la penicilina podía utilizarse perfectamente en los humanos como antibiótico. Orvan Hess y Bumstead Juan fueron las primeras personas en utilizar la penicilina como antibiótico y los resultados fueron un completo éxito. Desde entonces, los antibióticos de penicilinas han salvado una enorme cantidad de vidas en el mundo entero.

Como podrá haber observado, los diagramas obtenidos para cada caso presentan similitudes y diferencias. Si revisamos de manera crítica los descubrimientos científicos a lo largo de la historia, podremos ver que "el método" empleado en cada caso es diferente.

A finales de los años 60, Paul Feyerabend (se pronuncia '*faiagabent*') publicó su libro "contra el método" en el cual expresaba su postura "anarquista". Para él, no existía ni puede existir un método general y único válido para todas las ciencias en todos los tiempos. El científico no sólo puede utilizar cualquier metodología que le resulte conveniente para resolver los problemas que se plantea, sino inventar otros nuevos sobre la marcha o tomarlos prestado de otros saberes o practicas si le resulta conveniente.

"La historia en general, y la historia de las revoluciones en particular, es siempre más rica en contenido, más variada, más multilateral y más viva e ingeniosa de lo que incluso el mejor historiador y el mejor metodólogo pueden imaginar... ¿Vamos a creer realmente que las simples e ingenuas reglas que los metodólogos tienen por guía sean capaces de explicar tal 'laberinto de interacciones'?



Si bien podría pensarse que "todo vale" a la hora de llevar a cabo una investigación, no todo es igual. Si analizamos el caso de Kekulé, el soñar fue una parte importantísima de la metodología que siguió. Sin embargo, para validar la estructura circular del benceno debió hacer muchos otros experimentos y analizar otras evidencias. En el ámbito científico, no es igual de válido decir "soñé que esta molécula es circular" a decir "analizando los datos de los experimentos, puedo concluir que esta molécula tiene una estructura circular".

Otro de los postulados que se vieron refutados es el de pensar al método general como técnica para el descubrimiento. Es decir, imaginar que esta secuencia ordenada de pasos que siguen las investigaciones es una forma de llegar a descubrimientos científicos. Desafortunadamente, debemos decir que no es, pese a los deseos de quien se inicia en la investigación, una herramienta para descubrir, no señala el camino de los hallazgos científicos, importantes o no.

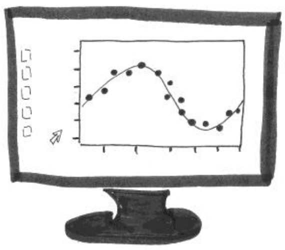
El método científico es simplemente, la forma de justificar lo que se dice en las investigaciones, de fundamentar porqué se lo dice. Todo conocimiento debe dar razón de lo que afirma. Si no lo hace, no pasa de ser mera opinión. El método científico es el que permite dar esas razones.

Los modelos y las teorías en Química

Los "modelos" son una de las principales herramientas de la investigación en química en la actualidad. Durante su carrera, posiblemente, escuchará nombrar a muchos de ellos. El modelo de bolas de billar de un gas, el modelo atómico de Bohr, el modelo de distribuciones gaussianas en estadística, el modelo de interacción llave-cerradura en una reacción enzimática, o el modelo de doble hélice del ADN son solo algunos ejemplos concretos.

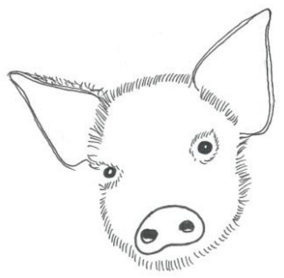
Los científicos pasan mucho tiempo construyendo, probando, comparando y revisando modelos, ya que son valiosas herramientas. El uso tan amplio que se les da a los modelos dentro de la química hace que sea difícil dar una definición cerrada. En líneas generales podríamos decir que modelo es *cualquier representación sustituta, en cualquier medio simbólico, que permite pensar, hablar, aprender o actuar con rigor y profundidad sobre el sistema que se está estudiando*. Veamos algunos ejemplos:

"usamos modelos a escala de algunos compuestos para poder entender cómo se acomodan esos átomos en el espacio"



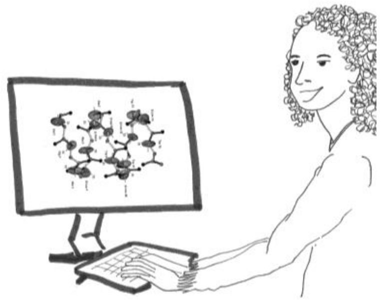
"luego de recolectar mis datos, uso modelos matemáticos para analizar si siguen algún patrón y poder obtener alguna generalización"

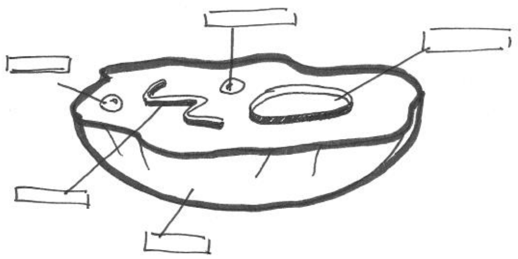
"pensar las partículas de un gas *como si fueran* bolas de billar me permite entender y hacer cálculos sobre cómo estas colisionan" (modelo analógico)



“usamos la piel de la oreja del cerdo para evaluar fármacos que se aplican en la piel, debido a la similitud de los tejidos epiteliales (de la piel) con los de los humanos”

“usando la computadora y por medio de muchas ecuaciones, podemos modelar átomos o moléculas y estudiar, por ejemplo, como interaccionan entre ellas”





“Solemos utilizar dibujos esquemáticos para estudiar las partes y componentes de distintas células”

Suele pensarse, erróneamente, que los modelos son simplificaciones o meros calcos fenomenológicos del objeto que reemplazan; pero como vemos, en química podemos considerar modelos a las maquetas, las imágenes, las tablas, los símbolos, las redes, las analogías... siempre que habiliten, a quien los usa, a describir, explicar, predecir e intervenir el objeto de estudio.

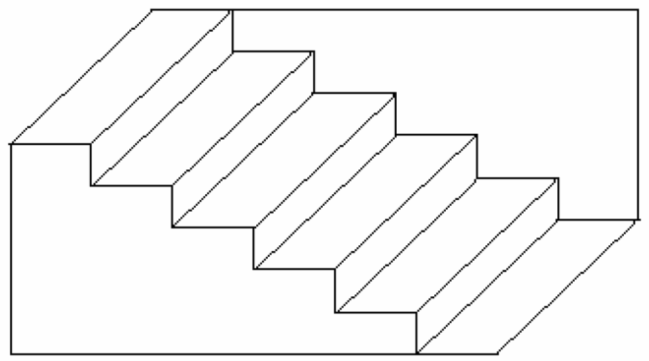
Las observaciones y el mito de la objetividad

Podría pensarse que, cuando uno “observa” algo, nuestros ojos funcionan como una cámara fotográfica, captando la realidad del mundo que nos rodea, o de lo que se desea investigar.

En su expresión más fuerte, la opinión común mantiene que los hechos del mundo exterior nos son dados directamente a través del sentido de la vista. Solo tenemos que ponernos frente al mundo y registrar lo que hay en él para ver. Puedo constatar que hay una pizarra en la pared o que mi lapicera es azul con simplemente mirar lo que hay delante de mis ojos.

Una opinión tal, puede apoyarse en la descripción de cómo funciona el ojo. Si esto fuera todo, lo que se ve estaría determinado por la naturaleza de lo que se mira y todos los observadores tendrían la misma experiencia visual, al enfrentarse a la misma escena. Sin embargo, hay muchas pruebas que indican que, sencillamente, esto no es así. Dos observadores normales que vean el mismo objeto desde el mismo lugar en las mismas circunstancias físicas no tienen necesariamente idénticas experiencias visuales, aunque las imágenes que se produzcan en sus respectivas retinas sean prácticamente idénticas. Hay un sentido importante en el que no es necesario que los dos observadores “vean” lo mismo.

Algunos ejemplos sencillos ilustrarán la cuestión.



La mayoría de nosotros, cuando miramos por primera vez la figura, vemos el dibujo de una escalera en la que resulta visible la superficie superior de los escalones. Pero no es éste el único modo de poder verlo. También, se puede ver sin dificultad como una escalera en la que resulta visible la parte inferior de los escalones. Además, si se mira el dibujo durante algún tiempo, por lo general se encuentra, involuntariamente, que cambia la visión frecuentemente de una escalera vista desde arriba a una escalera vista desde abajo y viceversa. Y, no obstante, parece razonable suponer que, puesto que el objeto que contempla el observador sigue siendo el mismo, las imágenes de la retina no varían.

El hecho de que el dibujo se vea como una escalera vista desde arriba o como una escalera vista desde abajo parece depender de algo más que de la imagen que hay en la retina del observador. Probablemente, ni usted ni sus compañeros hayan puesto en duda la afirmación de que la figura parece una escalera de algún tipo. Sin embargo, los resultados de los experimentos realizados con miembros de varias tribus africanas, cuyas culturas no incluyen la costumbre de dibujar objetos tridimensionales mediante dibujos bidimensionales con perspectiva, indican que los miembros de estos grupos no habrían considerado que la figura sea una escalera sino una disposición bidimensional de líneas. La naturaleza de las imágenes formadas en las retinas de los observadores es relativamente independiente de su cultura. Además, parece seguirse que las experiencias perceptuales que los observadores tienen en el acto de ver no están especialmente determinadas por las imágenes de las retinas.

En este ejemplo, vemos como las observaciones no son independientes de los modelos o teorías desde las cuales se hacen.

En nuestra cultura la creencia en la objetividad ocupa el lugar de dogma, de verdad incuestionable. Esta concepción considera al conocimiento como mero reflejo de la naturaleza y supone una mirada sin observador. Pero, todo aquel que habla desde "la objetividad" pretende tener un acceso privilegiado al mundo y, por otro lado, esta actitud implica una falta de responsabilidad por el propio discurso ya que el que habla supone ser vocero del mundo y no de sí mismo.

Independientemente de la metodología que se utilice, el abordaje que hacen los científicos sobre la realidad siempre esta mediado por las teorías o modelos a los cuales suscribe. Por ende, no es posible garantizar que mediante la ciencia o el método científico pueda accederse a una verdad objetiva.

Por todo esto, es importante recordar siempre que todos los contenidos que abordaremos en ésta y en las otras asignaturas, no constituyen verdades, sino modelos o esquemas teóricos desde los cuales interpretamos el mundo.

► Actividad 4

Reseñe en un pequeño párrafo (no más de 10 renglones) las ideas principales de esta unidad temática.

Contenido

Unidad 2 - La materia

Contenidos: Concepto y propiedades. Estructura Interna. Estados de Agregación. Cambios de Estado. Sistemas Materiales. Criterios de Clasificación: macro y microscópicos. Fases. Componentes. Sustancias puras: elementos y compuestos químicos. Soluciones. Clasificación de los Sistemas Materiales según el tamaño de las partículas. Propiedades de las Soluciones y Suspensiones. Propiedades de la Materia: intensivas y extensivas. Relaciones: Masa, Peso, Densidad en sustancias puras y en soluciones. Presión de vapor.

Objetivo: que usted pueda conocer algunos aspectos de la naturaleza de la materia y sus propiedades asociadas. Además, se introduce el concepto de energía, sistemas materiales, estados de agregación que le permitirán reconocer algunas transformaciones de la materia en los procesos naturales.

Materia y energía

Desde el comienzo de la humanidad, hombres y mujeres observaron en el mundo que los rodeaba la ocurrencia de diversos fenómenos e intentaron explicarlos. La observación llevó a la elaboración de las más variadas hipótesis y especulaciones acerca del origen de los hechos observados. Las personas observaban, se preguntaban y elaboraban respuestas acerca de entes comunes del mundo material, como el aire, el agua, las rocas, el viento, el fuego, etc.

Con el correr del tiempo, las personas registraron sus observaciones, especulaciones e hipótesis. Es así como se tomó conocimiento de las diversas ideas y acciones que surgieron para el estudio del entorno. Las respuestas e hipótesis se modificaban a medida que se incrementaba el conocimiento, a través de los diferentes periodos del desarrollo de las ciencias, demostrándose posteriormente que algunas se fundamentaban en la magia y/o la mística y otras en sencillas demostraciones empíricas. Cuando el nivel de conocimiento permitió reconocer la importancia de los estudios sistemáticos tales como la medición y la experimentación, éstos se incorporaron como procedimientos imprescindibles para dar respuestas válidas, y es entonces cuando la química aparece como una ciencia, la ciencia de la materia y de sus cambios.

Desde tiempos inmemoriales, el hombre observó que, en muchos fenómenos, los cambios en los cuerpos materiales estaban asociados a alguna forma de energía. Era común generar fuego quemando carbón o madera seca; con ese fuego se podía cocinar la carne, calentar agua colocando una olla sobre la llama y observar que el agua se convertía en vapor y que éste estaba caliente y quemaba la piel.

Si bien el concepto intuitivo de energía siempre estuvo asociado al concepto de materia, el estudio sistemático de este hecho surge recién con la física clásica de Newton y su aplicación tecnológica se desarrolla con la llamada revolución industrial, impulsada por el esfuerzo de inventores y personas prácticas que trataban de obtener mejores “máquinas de trabajar” y de científicos que trataban de explicar lo que sucedía.

► Actividad 1

1) Observe los materiales presentes en su entorno. Compare sus características, a fin de encontrar semejanzas y diferencias.
2) ¿De qué están formados los cuerpos u objetos que nos rodean?
3) Todos los objetos que ha observado ¿Tienen masa? ¿Tendrán peso?
4) La masa ¿será la misma para todos? ¿De qué dependerá? ¿Qué puede comentar del peso? ¿De qué va a depender?
5) Como casos particulares, ¿cuáles son las semejanzas y diferencias entre un trozo de aluminio y uno de hierro?
6) ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre: a) agua destilada, b) agua de lluvia, c) agua mineral, d) agua de río, e) agua de manantial?
7) Defina con sus palabras cuerpo, objeto, materia, materiales y sistema material.
8) A partir del conocimiento cotidiano, ¿sabe si algunos de los términos del inciso 7 se utilizan como sinónimos?
9) A partir de sus conocimientos de química, ¿puede reconocer las diferencias entre algunos de estos términos?
10) ¿Alguna vez se preguntó cómo es la materia por dentro? Dicho de un modo más específico: ¿La estructura externa de los cuerpos es la misma que la estructura interna?

Escriba sus respuestas y conclusiones.

....

....

....

....

► Actividad 2

1) ¿Qué es la materia? Discuta este concepto con su grupo de trabajo y con su docente.

....

....

2) ¿Qué es la energía? Discuta este concepto con su grupo de trabajo y con su docente.

....

....

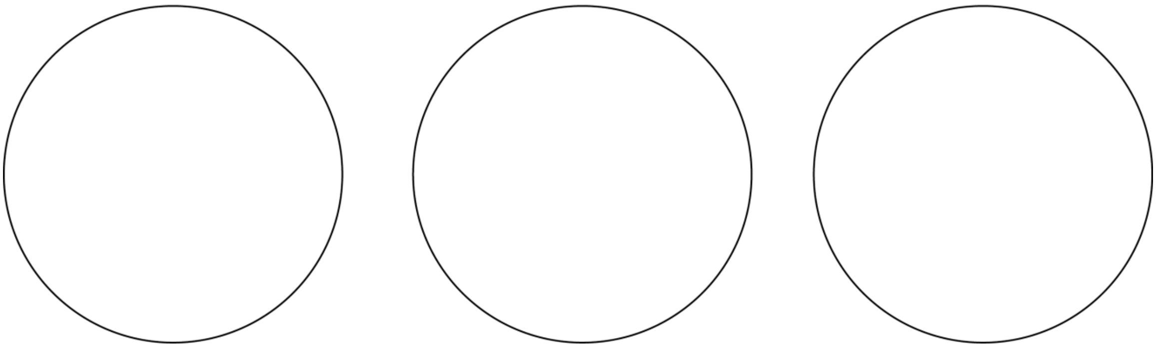
3) Con los siguientes ejemplos

luz	una idea	los sentimientos	energía calórica
sal de mesa	oxígeno	la muerte	un aplazo
una proteína	agua	la atmósfera	un pensamiento
un conocimiento	arena	la vida	energía cinética

Forme tres conjuntos definidos de la siguiente manera:

- Conjunto A: los elementos que pertenezcan a este conjunto deben ser aquellos ejemplos de los cuales usted no tenga dudas de que son materia.
- Conjunto B: los elementos que pertenezcan a este conjunto deben ser aquellos ejemplos de los cuales usted no tenga dudas de que no son materia.
- Conjunto C: los elementos que pertenezcan a este conjunto deben ser aquellos ejemplos de los cuales a usted. le falten algunos datos, tenga dudas de que sean materia o que no pueda decir nada en referencia a su naturaleza.

Conjunto A Conjunto B Conjunto C



Considerando las actividades y discusiones realizadas podemos afirmar que:

Materia es todo aquello que ocupa un lugar en el espacio y tiene masa

► Actividad 3

Compare esta definición con sus respuestas dadas en las actividades 1 y 2, y revise si algunos de sus conceptos previos se han modificado.

....

....

....

Lea y analice el siguiente texto:

La mayoría de las personas tiene al menos una idea intuitiva de qué es la energía y sabe qué debe hacer para obtenerla y así poder realizar cualquier actividad. La energía es necesaria para hacer funcionar el ascensor de un edificio, para ahorrarnos el trabajo manual de cortar un trozo de madera, para hacer funcionar una motocicleta, para correr, para jugar y hasta para mantenernos vivos mientras dormimos.

A modo de ejemplo reconocemos que una garrafa de gas butano y una pila son generadores de energía, pero mientras el primero sirve para cocinar los alimentos, la segunda puede hacer funcionar una linterna.

Tenemos una idea aproximada de que los cuerpos que nos rodean tienen una propiedad que llamamos energía que está, de alguna manera, almacenada en ellos. También reconocemos que dependiendo de la calidad de la materia (esto es, del tipo de sustancia), del diseño experimental y de las condiciones operativas, la energía producida tendrá diferentes manifestaciones. Podrá aparecer como energía térmica o calórica, energía cinética o de movimiento, energía potencial, energía nuclear o atómica o energía radiante, entre otras. Cabe destacar que, en condiciones adecuadas, las diferentes formas en que se presenta la energía pueden convertirse entre sí.

► Actividad 4

Cuando realiza una tarea en la que se consume energía, ¿qué sucede con ésta? ¿se pierde? ¿se transforma? ¿se genera?

....

....

....

La cantidad de energía contenida en un cuerpo es una medida de su capacidad para realizar un trabajo. A partir de esto, podemos decir que la materia actúa como un contenedor o un reservorio de energía.

La energía es una medida de la cantidad de trabajo y/o calor que un sistema puede hacer o producir

► Actividad 5

1) Compare la respuesta dada por usted en el inciso 2 de la actividad 2 con esta definición de energía y revise si algunos de sus conceptos previos se han modificado.

....

....

A partir de los conceptos anteriormente desarrollados, podemos reconocer que el término energía es muy usado aun cuando representa un concepto abstracto. A diferencia de la materia, la energía no se puede ver, tocar, oler o pesar; aunque se la reconoce por sus efectos.

2) Mencione algunos efectos producidos por distintas formas de energía

....

....

....

Anteriormente mencionamos que la energía es la capacidad de producir trabajo. Pero… ¿qué es trabajo? En el estudio de la mecánica, el trabajo es “fuerza por distancia”, pero se verá más adelante que hay otros tipos de trabajo. Todas las formas de energía son capaces de hacer trabajo. Analizaremos, a modo de ejemplo, algunas formas de energía:

- *Energía radiante del Sol:* La energía solar es la fuente primaria de energía de la Tierra y es la responsable del calentamiento de la atmósfera y de la superficie del planeta, del crecimiento de las plantas a través de un proceso denominado fotosíntesis y de los patrones de clima.
- *Energía química:* Es una forma de energía almacenada en las uniones químicas presentes en la materia. Esta cantidad está determinada por el tipo y organización de los átomos en la sustancia. Cuando las sustancias participan en reacciones químicas, esta energía se libera, almacena o convierte en otras formas de energía.
- *Energía potencial:* Es la energía que depende de la posición de un objeto y de su masa. Por ejemplo, mientras mayor sea la altitud de un objeto respecto de la superficie terrestre, mayor será su energía potencial gravitatoria.
- *Energía cinética:* Es la energía debida al movimiento de un objeto y depende tanto de su masa como de la velocidad del mismo. Por ejemplo, mientras mayor sea la velocidad de un cuerpo, mayor será su energía cinética.
- *Energía térmica*: Es la energía asociada con el movimiento aleatorio de los átomos y las moléculas. En general, la energía térmica se puede calcular a partir de mediciones de temperatura. Cuanto mayor sea la energía cinética de los átomos y moléculas en una muestra de materia, mayor será su energía térmica y estará más caliente.
- *Energía nuclear*: Es una forma de energía almacenada entre las partículas elementales que constituyen el núcleo del átomo (protones y neutrones).
- *Energía eléctrica*: Es la energía asociada con la interacción entre partículas con carga eléctrica.

Como se mencionó anteriormente, todas las formas de energía pueden intercambiarse. Se siente calor cuando se está bajo el sol porque su energía radiante se convierte en energía térmica en la piel. Cuando se hace ejercicio, la energía química almacenada en el cuerpo se utiliza para producir la energía cinética del movimiento. Cuando una pelota comienza a rodar hacia abajo en una colina, su energía potencial se convierte en cinética.

Los científicos han llegado a la conclusión de que a pesar de que la energía puede asumir muchas formas que son mutuamente interconvertibles, la energía no se puede destruir ni crear. Cuando una forma de energía desaparece, alguna otra forma de energía de igual magnitud debe aparecer. En consecuencia, es posible enunciar la **ley de conservación de la energía**:

La energía total del universo permanece constante

Estados de agregación de la materia

Para cualquier sustancia o mezcla se reconocen cuatro estados físicos o estados de agregación de la materia: **sólido**, **líquido, gaseoso** y **plasmático**[1]**.** En este curso, nos enfocaremos exclusivamente en los primeros tres estados.

Intuitivamente, todos conocemos algunas de las características distintivas de los sólidos, líquidos y gases. Los gases no tienen forma ni volumen definidos y adoptan la forma del recipiente que los contiene. Los líquidos fluyen con facilidad, pero, al igual que los sólidos, tienen un volumen definido. Los sólidos son rígidos y exhiben una tendencia a conservar su forma aún en caso de ser sometidos a la acción de grandes fuerzas. Por ejemplo, a presión atmosférica, 18 g de agua ocupan un volumen de 18 mL a 4 °C y 18 g de hielo ocupan 19,7 mL a 0 °C. En cambio, no podemos expresar cuál es el volumen que ocupan 18 g de vapor de agua ya que depende del recipiente que lo contenga, puesto que un gas ocupa todo el espacio disponible, por grande que sea el recipiente.

El estado de agregación de la materia está determinado por la temperatura y la presión externa. Como veremos más adelante, estas variables pueden ser modificadas para producir un cambio de estado.

► Actividad 6

Busque en un libro de texto, en el glosario o en Internet las características de los diferentes estados de agregación y construya un cuadro comparativo con las mismas.

La descripción anterior de los estados de agregación de la materia fue realizada desde un punto de vista macroscópico. Ahora le proponemos analizar dichos estados de agregación desde el punto de vista microscópico. Para tal fin le presentamos las siguientes actividades:

[1] El plasma es un gas compuesto de iones. Como se verá más adelante, en la Unidad de *Tabla Periódica*, los átomos o moléculas pueden perder o ganar electrones para formar iones cargados, que en su estado gaseoso constituyen el estado plasmático de la materia.

► Actividad 7

1) Dibuje una molécula de agua, tal como la imagina.

2) ¿Presenta algún estado de agregación una única molécula de agua o necesita de otras moléculas de agua? Discuta con su docente.

....

....

....

3) Para cada uno de los estados de agregación (sólido, líquido y gas), construya la imagen microscópica correspondiente.

► Actividad 8

Analice atentamente el siguiente párrafo, extraiga las características microscópicas de cada uno de los estados de agregación y compárelas con las imágenes que realizó en la actividad anterior.

El comportamiento macroscópico de los distintos estados de agregación puede ser interpretado a través del ordenamiento de la estructura microscópica de cada uno de ellos. En el estado sólido, las unidades de materia (partículas) que lo constituyen se unen entre sí porque las fuerzas de cohesión (atracción) son mayores que las fuerzas de repulsión. Debido a esto se obtiene un estado de agregación ordenado, en donde las partículas ocupan posiciones fijas. Como consecuencia de la fuerte atracción entre las partículas que conforman el sólido es muy difícil que se liberen partículas del mismo. Sin embargo, hay algunas sustancias sólidas, como el alcanfor y la naftalina, que pueden ser detectadas por los receptores olfativos.

En el estado gaseoso, las partículas presentan un gran desorden y las fuerzas de cohesión entre ellas son prácticamente despreciables, de modo que pueden recorrer libremente grandes distancias sin chocar entre ellas, y por ende ocupan todo el volumen del recipiente que las contiene.

El estado líquido puede ser considerado como un estado intermedio entre los dos anteriores. Sus partículas se agrupan con cierta regularidad y no ocupan posiciones fijas sino que gozan de cierta libertad para moverse. En la superficie, algunas moléculas poseen una mayor energía para vencer las fuerzas de cohesión que las mantienen unidas y logran escapar al estado gaseoso.

Sistemas materiales

Ya conocemos que existen conceptos como materia y energía. Además, sabemos que la materia posee diferentes estados de agregación. Ahora podemos preguntarnos: ¿cómo se estudia la materia?

La Química como disciplina tiene como objeto de estudio analizar propiedades y transformaciones de la materia.

Ahora le vamos a presentar un problema de la vida cotidiana para repasar algunos conceptos.

Supongamos que necesita conocer si:

a- El agua del tanque de su casa es apta para el consumo familiar.

b- Una persona tiene anemia.

c- La leche que dejó fuera de la heladera es apta para el consumo.

d- La vinchuca que encontró en el campo está infectada.

e- El nivel de plomo en sangre de una persona es muy elevado.

f- El jarabe para la tos que guardó en la alacena de la cocina el mes pasado todavía puede ser utilizado.

Todas estas preguntas sólo tendrán una respuesta adecuada consultando con profesionales químicos, bioquímicos, farmacéuticos, bromatólogos, etc. Son ellos quienes le indicarán cómo debe llevar el material para su estudio; este deberá cumplir una serie de requisitos previos que cada profesional especificará. Estas indicaciones previas han sido estudiadas por los investigadores y se han establecido las normas que garantizarán que los resultados obtenidos sean válidos, es decir, reproducibles y comparables con otros resultados obtenidos en iguales condiciones de trabajo.

Es obvio que para cada caso existen requisitos específicos, pero en general todos se relacionan con:

a- El tamaño de la muestra, porque de ella depende el método de estudio a emplear.

b- La forma de obtener una muestra representativa del material en estudio.

Ambos requisitos se integran en la definición de **sistema material** (S.M.)

La porción de materia aislada del medio circundante con fines de estudio

El químico utiliza distintos criterios de clasificación de sistemas materiales según los objetivos de su estudio.

Sistemas abiertos, cerrados o aislados

Cuando se observa un sistema material debe prestarse atención al medio que lo rodea, sin olvidar que entre ambos existe una superficie de contacto que en la mayoría de los casos es visible. Dicha superficie de contacto es importante porque permite considerar el pasaje de materia y/o de energía del sistema material al medio o viceversa. De acuerdo a la interacción con el medio que los rodea, los sistemas materiales pueden clasificarse como:

- **Abiertos**: aquellos donde hay transferencia de materia y energía entre el sistema y el medio. Ejemplo: agua hirviendo en un jarro sin tapa.
- **Cerrados**: aquellos donde sólo hay intercambio de energía entre el sistema y el medio. Ejemplo: agua caliente en un jarro herméticamente tapado.
- **Aislados**: aquellos donde no hay intercambio ni de materia ni de energía entre el sistema y el medio. Ejemplo: vaso térmico utilizado para conservar líquidos a temperatura constante (termo o vaso Dewar).

En el caso de los sistemas aislados, donde no hay intercambio de energía con el medio ambiente, el principio de conservación de la energía se verifica dentro del sistema, mientras que en los sistemas abiertos y cerrados, donde hay intercambio de energía con el medio, la verificación del principio de conservación de la energía solo es posible si se considera el medio ambiente que rodea a estos sistemas.

► Actividad 9

Clasifique los siguientes sistemas materiales en abiertos, cerrados o aislados:

una célula	el planeta Tierra
la Luna	agua hirviendo en una olla a presión
un sachet de leche pasteurizada	un paquete de café envasado al vacío
un perro	un termo con agua caliente y sin tapa
agua con hielo dentro de una conservadora	un envase cerrado de medicamento

Esta clasificación de los sistemas materiales se realizó teniendo en cuenta su interacción con el medio que los rodea. Éste no es el único criterio que permite clasificar a los sistemas materiales.

Sistemas homogéneos y heterogéneos

Si ahora consideramos al sistema material en sí mismo; independientemente de si es un S.M. abierto, cerrado o aislado; éste puede ser clasificado de acuerdo a las características de la materia que lo compone, ya sea considerando su aspecto macroscópico o su composición química.

Cuando se considera su aspecto macroscópico, los S.M. se clasifican en:

- **Homogéneos:** son aquellos que presentan las mismas propiedades intensivas (se estudiará en detalle en las próximas páginas, pero por ahora puede pensarlo como que presentan las mismas "características") en toda su extensión. Ejemplos: agua contenida en un vaso, aire dentro de una botella, un clavo de hierro.
- **Heterogéneos:** son aquellos que presentan diferentes propiedades intensivas en distintos puntos de su extensión. Ejemplos: agua con varios trozos de hielo, mármol, corcho natural, agua con aceite.

Un S.M. heterogéneo puede ser considerado como la unión de dos o más S.M. homogéneos diferentes, cada uno de los cuales recibe la denominación de **fase**. Es importante aclarar que un S.M. homogéneo presenta una única fase.

Un caso particular de S.M. heterogéneo se presenta cuando una de las fases es un líquido y la otra fase es sólida y se encuentra finamente dividida y dispersa en el seno de la fase líquida. Este tipo de S.M. heterogéneo se denomina **suspensión**. Como ejemplo de suspensión podemos mencionar una mezcla de agua con arena.

► Actividad 10

Clasifique los siguientes sistemas materiales en homogéneos y heterogéneos:

Jugo de naranja exprimido	Mármol
Jugo de naranja artificial	Tinta
Algodón	El butano contenido en un encendedor
Un vaso conteniendo soda	El gas contenido en un tubo de GNC
Arena	Una cadena de oro
Agua de mar	

Sustancias puras y mezclas

Cuando se considera su composición química, los S.M. se clasifican en:

- **Sustancias puras:** son aquellas cuya composición es definida y fija, es decir, que están formadas por unidades de materia iguales (átomos o moléculas).
- **Mezclas:** son sistemas materiales formados por dos o más sustancias puras, cada una de las cuales se denomina **componente**.

La composición de una mezcla puede variar, se pueden hacer un número grande de mezclas diferentes de alcohol y agua con tan sólo variar las cantidades relativas de las dos sustancias utilizadas. Esto último no es análogo a cambiar las cantidades relativas de átomos presentes en las unidades de materia de una sustancia pura, ya que si las cambiamos, estamos cambiando la naturaleza de la sustancia en cuestión. Por ejemplo: al cambiar las cantidades relativas de átomos de H y O en el H_2O, ya no tendremos agua sino otro compuesto (ej. H_2O_2, agua oxigenada).

Otro ejemplo de mezclas son las formadas por NaCl y agua:

a- Salmuera: contiene mucha cantidad de sal y poca cantidad de agua.

b- Agua de mar: contiene bastante sal disuelta en agua.

c- Solución o suero fisiológico: contiene muy poca sal disuelta en gran cantidad de agua.

Sustancias elementales y compuestos

A su vez, las sustancias puras pueden subdividirse en:

- **Sustancias elementales:** son sustancias formadas por un solo tipo de átomo. Las sustancias elementales pueden ser atómicas, por ejemplo argón (Ar), neón (Ne), hierro (Fe), sodio (Na), helio (He) o moleculares, por ejemplo oxígeno (O_2), azufre (S_8), yodo (I_2) o fósforo (P_4). Grafito y diamante están formados solo por átomos de carbono (C).
- **Compuestos** son sustancias formadas por más de un tipo de elemento. Los compuestos pueden ser moleculares, por ejemplo agua (H_2O), dióxido de carbono (CO_2), butano (C_4H_{10}), aspirina ($C_9H_8O_4$) o iónicos, por ejemplo óxido de calcio (CaO), cloruro de sodio (NaCl).

► Actividad 11

Identifique si los siguientes ejemplos corresponden a sustancias puras o a mezclas. En este último caso indique los componentes que la forman:

Aire	Tierra
Agua	Jugo de naranja
Diamante	Dióxido de carbono

En los siguientes ejemplos, se presentarán distintos sistemas materiales, que serán clasificados de manera independiente, de acuerdo a los distintos criterios anteriormente desarrollados.

Sistema material 1: Una bolita de naftalina.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia con el medio ambiente y esto se manifiesta a partir del sentido del olfato. Obviamente, si el sistema intercambia materia, también intercambiará energía.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. homogéneo.
- De acuerdo a su composición química: ésta es una sustancia pura (naftaleno, $C_{10}H_8$)

El sistema presenta una única fase y un único componente.

Sistema material 2: Un vaso conteniendo un clavo de hierro y una barra de azufre.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia y energía con su entorno
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta diferentes propiedades intensivas en diferentes regiones (el clavo y la barra).
- De acuerdo a su composición química: ésta es una mezcla.

El sistema presenta dos fases (el clavo de hierro y la barra de azufre) y dos componentes (hierro y azufre).

Sistema material 3: Un vaso tapado conteniendo un clavo de hierro y una barra de azufre.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. cerrado. El sistema intercambia solamente energía.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta diferentes propiedades intensivas en diferentes regiones (el clavo, la barra y el aire).
- De acuerdo a su composición química: ésta es una mezcla.

El sistema presenta tres fases (el clavo de hierro, la barra de azufre y el aire) y más de tres componentes: hierro, azufre y los componentes propios del aire (oxígeno, nitrógeno, etc.).

IMPORTANTE: Como se desprende de los dos últimos ejemplos, *siempre que se estudie un sistema abierto, la fase gaseosa no será considerada como parte del sistema*, a menos que se aclare lo contrario. En los sistemas cerrados y aislados, por el contrario, la fase gaseosa se deberá tener en cuenta en la clasificación de los mismos.

Sistema material 4: Un termo cerrado conteniendo sal de cocina disuelta en agua hasta la mitad de su volumen y un trozo pequeño de hielo.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. aislado. El sistema no intercambia materia ni energía.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: éste es un S.M. heterogéneo. El sistema presenta diferentes propiedades representativas en diferentes regiones (sal de cocina disuelta en agua, el trozo de hielo y el aire).
- De acuerdo a su composición química: ésta es una mezcla.

El sistema presenta tres fases (sal de cocina disuelta en agua, el trozo de hielo y el aire) y más de tres componentes: sal de cocina (NaCl), agua (presente en las tres fases), y los componentes propios del aire (oxígeno, nitrógeno, etc.).

NOTA: A los fines prácticos de la presente guía, se considerarán a los S.M. contenidos en termos o recipientes de poliestireno expandido (telgopor) tapados, como sistemas perfectamente aislados sin intercambio de energía con el medio ambiente, aunque esto no sea del todo exacto en la práctica (ej. el agua para mate contenida en un termo con el tiempo se enfría).

Sistema material 5: Un sachet de solución fisiológica (cloruro de sodio disuelto en agua) que está siendo administrando a un paciente internado.

- De acuerdo a su interacción con el medio ambiente: éste es un S.M. abierto. El sistema intercambia materia (solución fisiológica que sale del envase hacia el paciente) y energía con el medio.
- De acuerdo a su aspecto macroscópico: Se trata de un S.M. homogéneo.
- De acuerdo a su composición química: es una mezcla.

Presenta una sola fase y dos componentes: NaCl y agua.

► Actividad 12

Mencione cinco S.M. homogéneos y cinco S.M. heterogéneos utilizando ejemplos de la vida diaria.

....

....

► Actividad 13

Indique de acuerdo a sus conocimientos en qué estado de agregación se encuentran los siguientes sistemas materiales a temperatura y presión ambiente.

nafta	porcelana	diamante
hierro	nitrógeno	aluminio

► Actividad 14

Determine cuántas fases (F) y componentes (C) hay en los siguientes ejemplos de S.M. Justifique sus respuestas.

1) Agua con arena (F: ....C: ....)
2) Agua con 6 cubitos de hielo (F: ...... C: ....)
3) Un trozo de carbón (F:....... C:......)
4) Agua con 3 cubitos de hielo (F: ...... C: ....)

► Actividad 15

Analice la siguiente experiencia:

A un litro de agua se le agrega la cantidad necesaria de sal común de mesa (NaCl) de modo que cierta masa del sólido permanezca depositada en el fondo del recipiente. Indique el número de fases que presenta el sistema. ¿Cuáles son los componentes de cada fase?

....

....

► Actividad 16

Clasifique cada uno de los siguientes sistemas materiales como sustancia elemental, compuesto o mezcla, justificando su respuesta:

oro	metano (CH_4)	cerveza	acero
agua salada	té	mercurio	escombros
bronce (aleación Cu-Sn)	agua de lluvia	madera	plomo
vinagre	óxido de zinc	sangre	aire

► Actividad 17

Indique cuáles de los siguientes S.M. son homogéneos y heterogéneos:

Agua azucarada	Un trozo de mármol
Aire contenido en un neumático	Una viruta de acero inoxidable
Soda contenida en un vaso	Un trozo de gelatina

► Actividad 18

Clasifique los siguientes sistemas materiales utilizando los distintos criterios establecidos en esta guía. En los casos en que sea posible, enumere las fases y componentes presentes en cada sistema.

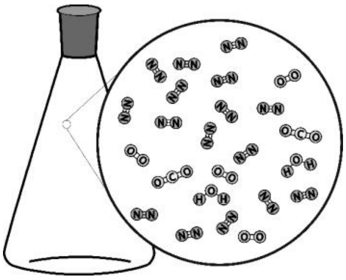
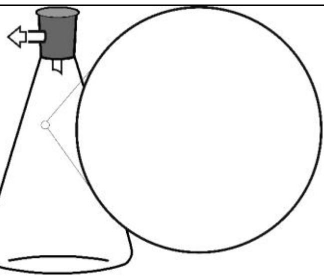
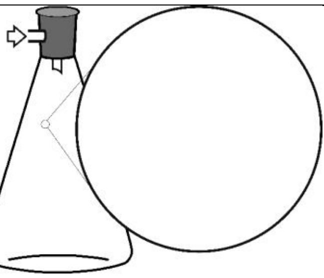
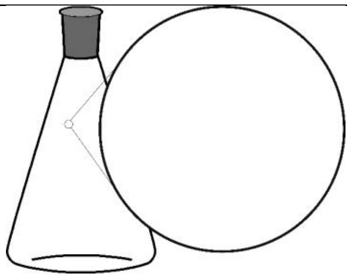
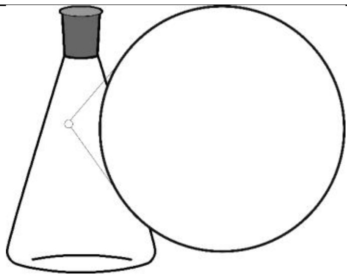
1) Un recipiente de poliestireno expandido (telgopor) tapado, conteniendo helado de dulce de leche granizado.
2) El tanque de nafta de un automóvil, lleno hasta la mitad.
3) Los cubitos de hielo contenidos en una cubetera.
4) Un sifón de soda.
5) Una botella tapada conteniendo etanol y agua hasta la mitad de su volumen.

Vacío, sistemas evacuados y presión de vapor

Por definición, podemos decir que vacío es la ausencia total de materia en un determinado espacio. Como eliminar la totalidad de la materia es técnicamente muy complicado, en la práctica denominamos vacío a la condición de una región donde la densidad de partículas es muy baja (por ejemplo, el espacio interestelar). Cuando se “hace vacío” sobre un sistema cerrado o aislado, en realidad lo que se está haciendo es reducir notablemente la presión interna. En esta situación se dice que el sistema está *evacuado*.

► Actividad 19

A fin de poder visualizar estos conceptos, le proponemos la siguiente actividad: Esquematice en la columna de la derecha la situación experimental que se describe en la columna de la izquierda. A modo de ejemplo, hemos graficado la primera situación. Analice además las fases y componentes del sistema.

Situación	Esquema	Fases y Componentes
1) Supongamos que tenemos un recipiente de vidrio como se muestra en la figura. Se cierra el sistema poniéndole una tapa. ¿Qué hay en su interior?		Una única fase, la fase gaseosa, con múltiples componentes (todos los compuestos que conforman la atmósfera, como oxígeno, nitrógeno, dióxido de carbono, etc.)
2) El sistema anterior es evacuado conectándolo a una bomba de vacío.		
3) Sin retirar el tapón, se agrega agua al sistema hasta completar un cuarto del volumen del recipiente y se espera unos minutos.		
4) El sistema anterior es calentado hasta que se alcanza una temperatura de 70ºC.		
5) El sistema anterior se conecta a una bomba de vacío durante unos minutos y luego se desconecta mientras aún hay líquido en el recipiente		

Suponga que se repite el experimento de la actividad anterior, pero se omite el paso 2. Realice nuevamente el análisis de fases y componentes en cada etapa. Si le es útil, realice nuevamente los esquemas. ¿Qué diferencias encuentra entre los casos de las actividades 1 y 2?

Suponga que se tiene el sistema planteado en la situación 1 de la primera actividad. Proponga libremente una secuencia de cambios a realizar en el sistema. Esquematice y realice nuevamente el análisis de fases y componentes en cada etapa. Compare y discuta con sus compañeros y docente las diferentes propuestas elaboradas.

Propiedades de la materia

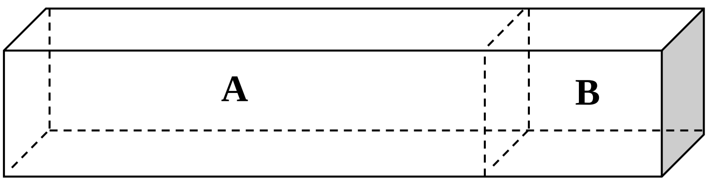
Propiedades intensivas y extensivas

Para entender y comprender mejor las definiciones anteriores necesitamos conocer cuáles son las propiedades de la materia. Las propiedades de una determinada sustancia nos permiten identificarla, caracterizarla y, por ende, distinguirla de otras sustancias.

Podemos hacer una primera división de las propiedades de la materia teniendo en cuenta la dependencia o no de las mismas con la cantidad de materia:

- **Propiedades extensivas**: son aquellas propiedades que dependen de la cantidad de materia. Por ejemplo: la masa, el peso, el volumen, cantidad de calor absorbido o cedido, etc.
- **Propiedades intensivas**: son aquellas propiedades que no dependen de la cantidad de materia. Por ejemplo: la densidad, el peso específico, la temperatura, la dureza, capacidad de un compuesto de producir dióxido de carbono y agua, la capacidad de un elemento de combinarse con el oxígeno de la atmósfera, etc.

Considere un sistema formado por una fase y separado en dos partes por una superficie imaginaria como se muestra en la siguiente figura:



Cada parte, a su vez, puede ser considerada un sistema independiente. Se tiene así el sistema **A**, el sistema **B** y el sistema **S** que es el resultado de unir ambos. La masa o cantidad de materia del sistema **S** es una propiedad extensiva porque es la suma de las masas: $m_{\mathbf{S}} = m_{\mathbf{A}} + m_{\mathbf{B}}$

Si la masa del sistema **A** es igual a 0,75 kg y la del sistema **B** es igual a 0,25kg, la masa del sistema **S** será de 1,00 kg.

Siguiendo con el ejemplo anterior, analicemos qué sucede con la temperatura:

Si se coloca un termómetro en el sistema **A** y nos indica una temperatura $t_{\mathbf{A}}$ = 27°C, al colocarlo en el sistema **B** también indicará $t_{\mathbf{B}}$ = 27 °C, y ésta será la misma temperatura del sistema total, $t_{\mathbf{S}}$ = 27 °C.

Vemos en este ejemplo cómo la temperatura es independiente de la extensión del sistema que se considera y cómo además caracteriza al sistema. La temperatura es una propiedad intensiva que especifica el estado térmico del sistema.

Otra propiedad intensiva es la concentración de sales en agua, en un S.M. homogéneo. Si el sistema **A** tiene 10 gramos de sal disuelta por cada litro de agua ($g \cdot L^{-1}$), el sistema **B** tendrá el mismo valor y ese será el valor de la propiedad en todo el sistema **S**.

Debido a que las propiedades intensivas son independientes de la extensión del sistema material considerado, resultan más apropiadas para caracterizarlo. Cabe aclarar que esta caracterización no necesariamente implica la identificación de la/s sustancia/s que lo componen.

Usualmente estas propiedades están expresadas cuantitativamente en tablas como la siguiente:

SUSTANCIA	**DENSIDAD a 20 °C ($g \cdot mL^{-1}$)**	**PUNTO DE FUSIÓN a 1 atm (°C)**	**PUNTO DE EBULLICIÓN a 1 atm (°C)**
Aluminio	2,7	658	2467
Antimonio	6,7	630	1587
Bario	3,5	725	1897
Bismuto	9,8	271	1560

Las tablas son excelentes elementos de consulta. Observe que en la tabla anterior se indican explícitamente las condiciones en que fueron determinados los valores de dichas propiedades. Por ejemplo, el punto de ebullición del aluminio es 2467 °C cuando es determinado a 1 atm de presión.

► Actividad 20

Clasifique las siguientes propiedades en intensivas o extensivas.

Masa	Densidad	Color
Peso	Volumen	Calor liberado al quemar papel
Dureza	Brillo	Capacidad del hierro de reaccionar con oxígeno

INTENSIVAS		**EXTENSIVAS**	
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....
....	....	....	....

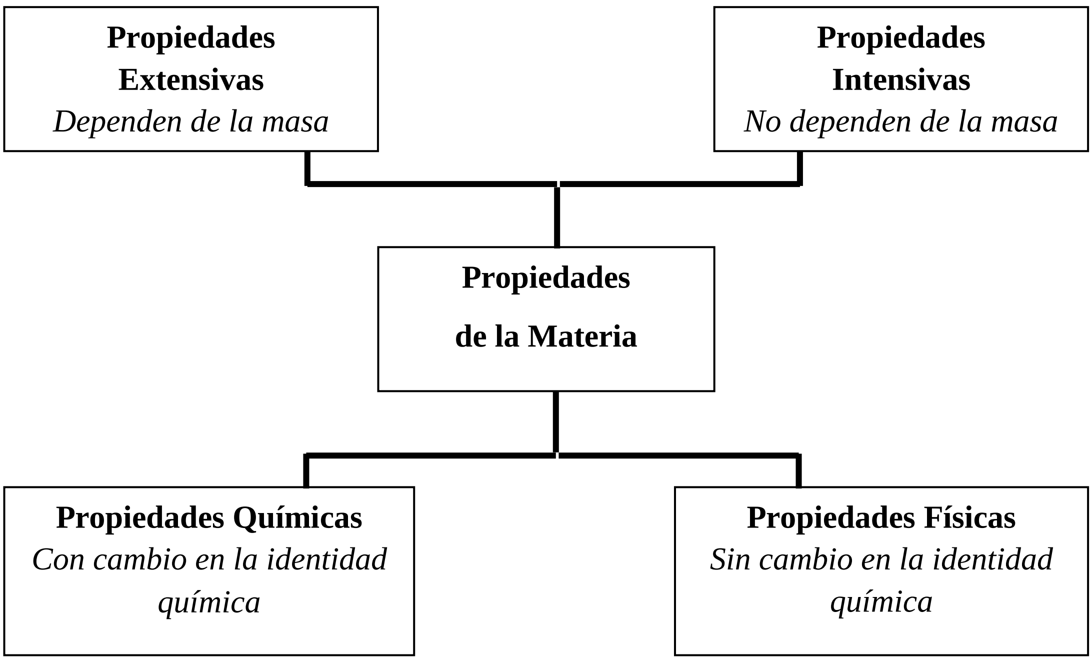
Mencione otros ejemplos de propiedades intensivas y extensivas y justifique en cada caso.

Propiedades físicas y químicas

Podemos considerar otro criterio para clasificar las propiedades de la materia según se modifique o no su estructura química.

- **Propiedades físicas**: son aquellas que pueden ser medidas u observadas sin modificar la identidad química de la sustancia analizada. Ejemplos de propiedades físicas son: la maleabilidad, la dureza, el punto de ebullición, el punto de fusión, la densidad, etc.
- **Propiedades químicas**: se refieren a la capacidad de una sustancia de transformarse en otra. Por ejemplo, una propiedad química del gas hidrógeno es que reacciona con oxígeno (se quema en presencia de éste) para producir agua. Una propiedad química del metal zinc es que éste reacciona con los ácidos para producir el gas hidrógeno. Otras propiedades químicas son: la inflamabilidad (la capacidad de una sustancia para arder en presencia de oxígeno), la toxicidad, la capacidad de reaccionar con diversas sustancias para enmohecerse, corroerse, explotar, etc.

Tenga en cuenta que las clasificaciones de las propiedades de la materia en intensivas y extensivas o en físicas y químicas son independientes entre sí.



Si bien existen muchas propiedades físicas, como por ejemplo la conductividad eléctrica, la conductividad térmica, la solubilidad, el punto de fusión, el punto de ebullición, el volumen, etc., en un primer momento centraremos nuestra atención en la masa, el peso, la densidad, el peso específico y la temperatura.

Peso y masa

► Actividad 21

Si una persona está en la Tierra o en la Luna, ¿variará su masa? Y su peso, ¿variará o no?

....

....

La magnitud que define la cantidad de materia de un cuerpo es la **masa,** cuya unidad en el Sistema Internacional (S.I.) es el kg. Es importante no confundirla con el **peso**, que es la fuerza con que un objeto es atraído por un cuerpo celeste (en general la Tierra).

Estas dos variables son a menudo utilizadas indistintamente, aunque conceptualmente esto es incorrecto. La masa es una propiedad que no depende de factores externos al objeto, mientras que el peso sí lo es. Sin embargo, existe una relación directamente proporcional entre el peso y la masa:

$$p = m \cdot g$$

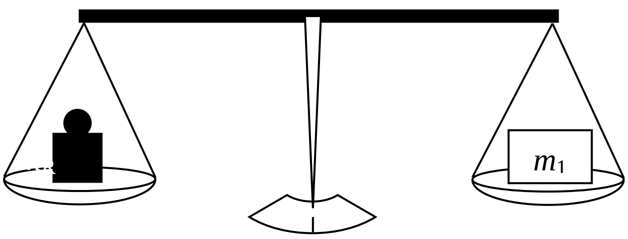
donde g es la aceleración de la gravedad. En la superficie de la Tierra, g es una magnitud constante dentro del 1% con un valor aproximadamente igual a 9,8 $m \cdot s^{-2}$. En otro cuerpo celeste esta constante tendrá otro valor. Por ejemplo, en la Luna la aceleración de la gravedad es aproximadamente igual a la sexta parte de la aceleración de la gravedad de la Tierra.

Hasta aquí hemos definido las propiedades masa y peso. Ahora veremos los procedimientos que nos permiten determinar sus valores.

Pesar significa determinar la masa de un objeto por medio de una balanza o de otro instrumento equivalente. En la práctica, esta medición implica comparar la masa del objeto en cuestión con una masa conocida.

Medir el peso de un objeto, que no es lo mismo que pesar, implica determinar la fuerza con que el mismo es atraído por un cuerpo celeste, habitualmente la Tierra. Esto puede realizarse utilizando un dinamómetro, instrumento que se basa en el estiramiento de un resorte.

Analice la siguiente situación: considere que un cuerpo con masa m_1 se coloca en una balanza de dos platillos con brazos iguales. Para pesar este cuerpo debemos colocar en el otro platillo cuerpos con una masa total conocida m_R (pesas de referencia) hasta que los dos platillos queden a la misma altura, lo cual se indica por la aguja vertical de la balanza según la siguiente figura:



Esto implica que el peso del cuerpo considerado (p_1) es igual al peso total de las pesas de referencia (p_R):

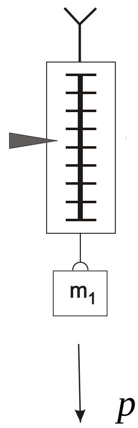
$$p_1 = p_R$$

$$m_1 \cdot g_T = m_R \cdot g_T$$

siendo g_T la aceleración de la gravedad en la Tierra. Cancelando g_T en ambos miembros encontramos que:

$$m_1 = m_R$$

Si ahora colgamos el mismo cuerpo de masa m_1 de un dinamómetro podemos determinar el peso del cuerpo dependiendo de cuánto se estire el resorte.



$$p_1 = m_1 \cdot g_T$$

Suponga ahora que realizamos estas mediciones sobre la superficie de la Luna. Cuando colocamos el cuerpo de masa m_1 y las pesas de referencia en la balanza, los platillos quedarán otra vez a la misma altura puesto que ambos son atraídos por la Luna con la misma fuerza. Esto es:

$$p_{1,L} = p_{R,L}$$

$$m_1 \cdot g_L = m_R \cdot g_L$$

donde el subíndice L se refiere a la Luna. Entonces:

$$m_1 = m_R$$

Por lo tanto, las masas determinadas en la Tierra y en la Luna son iguales.

¿Qué pasa con la medida hecha con el dinamómetro? Como el dinamómetro determina la fuerza de atracción en forma absoluta, es decir, sin comparar masas, la fuerza de atracción estará dada por:

$$p_{1,L} = m_1 . g_L$$

Si despejamos m_1 de la expresión del peso en la Tierra y lo reemplazamos en esta última:

$$p_{1,\mathrm{L}} = p_1 \frac{g_\mathrm{L}}{g_\mathrm{T}}$$

Considerando que $g_\mathrm{L} < g_\mathrm{T}$, podemos concluir que el peso en la Luna es menor que en la Tierra.

► Actividad 22

Calcule el peso de un astronauta en la Tierra y en la Luna, sabiendo que su masa es igual a 150 kg (dato: g_L = 1,6249 m s^{-2}).

Como vimos anteriormente, las propiedades intensivas son más apropiadas para caracterizar una sustancia. La densidad y el peso específico son dos propiedades intensivas que pueden relacionarse con la masa y el peso, respectivamente, y que son de gran utilidad para los químicos. Analicemos a continuación estas propiedades.

Densidad y peso específico

Ahora estamos en condiciones de preguntarnos: ¿el peso de un cuerpo es una propiedad que sirve para caracterizar la sustancia de la que está compuesto?

Es habitual escuchar que el plomo "es muy pesado", más pesado que el hierro, y que éste lo es más que la madera. La madera flota en el agua, pero el hierro no, se hunde. Sin embargo, considerando el significado estricto de las palabras utilizadas, un objeto A es más pesado que uno B sólo si su peso es mayor.

Desde este punto de vista, es incorrecto decir "el plomo es más pesado que el hierro", ya que un tornillo grande de hierro puede pesar mucho más que un pequeño remache de plomo puesto que el peso es una magnitud extensiva. Por esto, su valor se refiere a un cuerpo particular y no sirve para calificar a la sustancia de la que está constituido. No tiene sentido el concepto de "el peso del plomo". Tendría sentido "el peso de tal cuerpo de plomo". Sin embargo, algo quieren indicar las personas que dicen "el hierro se hunde en el agua porque el hierro es más pesado que el agua", sólo que no es la forma correcta de expresarlo.

► Actividad 23

1) ¿Ha comprobado que un cuerpo macizo de hierro arrojado al agua se hunde? ¿Siempre?
2) ¿Qué piensa de la explicación: "eso ocurre porque el hierro es más pesado que el agua"? ¿Conoce alguna mejor?
3) ¿Qué concepto correcto sugeriría para reemplazar al de "peso del hierro" en la explicación anterior?
4) ¿Cómo se explica el hundimiento del hierro mientras que la madera flota en el agua?
5) ¿Por qué un barco no se hunde?

► Actividad 24

En la siguiente tabla se informan los volúmenes y masas de diferentes cuerpos de hierro. Complete las columnas en blanco (dato: N = kg m s^{-2}).

Volumen (m^3)	Masa (kg)	Peso (N)	Peso/Volumen (N/m^3)
$1{,}00 \times 10^{-5}$	0,0786		
$2{,}00 \times 10^{-5}$	0,1572		
$3{,}00 \times 10^{-5}$	0,2358		
$4{,}00 \times 10^{-5}$	0,3144		
$5{,}00 \times 10^{-5}$	0,3930		

Analice el significado del cociente Peso/Volumen. ¿Se trata de una magnitud intensiva o extensiva?

Se denomina **peso específico** al cociente $p_e = \dfrac{Peso}{Volumen}$**,** lo cual nos indica que se trata de una propiedad intensiva del sistema, característica de la sustancia que lo compone.

Cabe aclarar que el vocablo específico se utiliza para indicar que la magnitud está referida a una cantidad determinada de materia; en este caso, el peso específico es el peso por unidad de volumen de la sustancia dada. Durante el desarrollo de este curso Ud. encontrará definiciones del mismo tenor para otras magnitudes.

Hemos visto que el cociente entre dos propiedades extensivas, como lo son el peso y el volumen, nos da como resultado una propiedad intensiva: el peso específico. De la misma manera, si se realiza el cociente entre la masa y el volumen de un cuerpo se obtiene otra propiedad intensiva denominada **densidad,** dada por el cociente $\delta = \dfrac{Masa}{Volumen}$. La densidad también es una propiedad intensiva característica de la sustancia.

A veces se la denomina densidad volumétrica haciendo hincapié en el concepto “por unidad de volumen”. De acuerdo con la acepción utilizada para el término específico, también es correcto, aunque poco usual, llamar a la densidad masa específica.

Las unidades en el Sistema Internacional (S.I.) de estas dos magnitudes son:

$$\text{unidad SI de peso específico} = \frac{\text{unidad SI de fuerza}}{\text{unidad SI de volumen}} = \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$\text{unidad SI de densidad} = \frac{\text{unidad SI de masa}}{\text{unidad SI de volumen}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Resumiendo los conceptos dados:

- El peso (p) de un cuerpo de una sustancia dada, aumenta proporcionalmente con el aumento de su volumen V (relación directamente proporcional), estando p y V relacionados por la constante p_e, según:

$$p = p_e \cdot V$$

- La masa (m) de un cuerpo de una sustancia dada, aumenta proporcionalmente con el aumento de su volumen V (relación directamente proporcional), estando m y V relacionados por la constante δ, según:

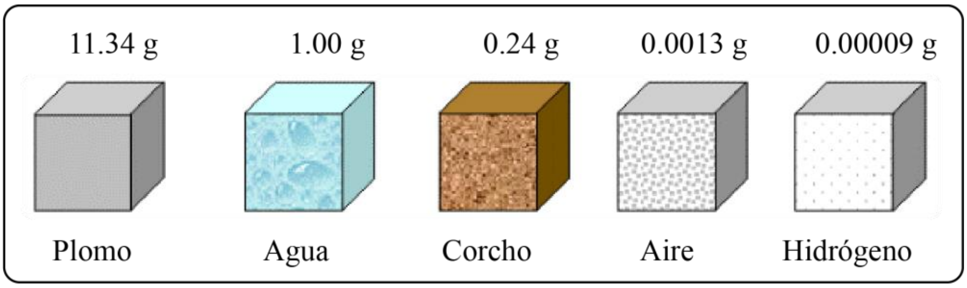
$$m = \delta \cdot V$$

Para sólidos, líquidos y gases tanto p_e como δ son independientes de la masa, del volumen y del peso de los cuerpos; dependen sólo de la sustancia que los constituye y de las condiciones de presión y temperatura. Sin embargo, se debe tener en cuenta que, para los sólidos y líquidos, la variación con la temperatura y presión de p_e y δ es prácticamente despreciable mientras que los gases muestran variaciones enormes en los valores de estas propiedades cuando la temperatura y la presión cambian.

► Actividad 25

Los siguientes cubos tienen el mismo volumen, pero diferentes masas. ¿Cuál es el más denso y cuál el menos denso?

¿Cuál tiene mayor peso específico y cuál menor?



....

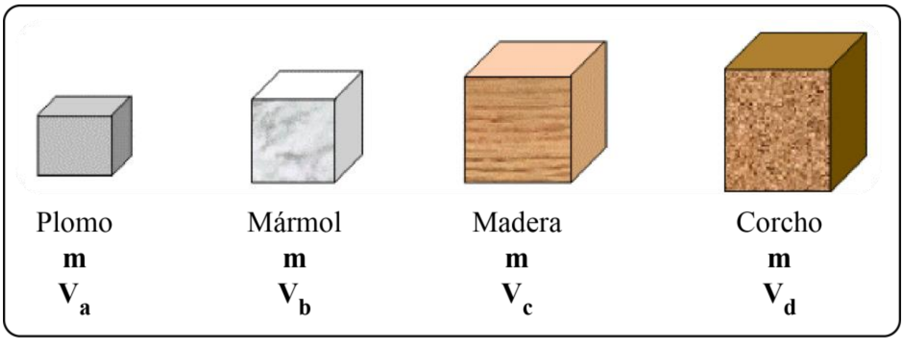
....

Coloque imaginariamente estos cubos en un recipiente con agua, ¿cuál/es flotaría/n? Explique.

....

....

¿Qué pasaría con la densidad y con el peso específico, si tenemos ahora cubos que tienen la misma masa y diferentes volúmenes?



....

....

Temperatura y calor

La temperatura de un cuerpo y cuánto calor gana o pierde son consideraciones importantes en diversas aplicaciones técnicas. Los términos temperatura y calor se usan frecuentemente y todos entendemos su significado general. Cuando prendemos el calefactor para calentar la casa, aumenta la temperatura; cuando ponemos algo en la heladera para enfriarlo, baja su temperatura. Sin embargo, muchas veces nos resulta difícil dar una definición precisa de estos dos términos. Por ejemplo, si usted tiene dos recipientes de agua a temperaturas suficientemente diferentes, usted podría decir cuál está más caliente o tiene una temperatura mayor tocando ambos recipientes con su mano. Note que esto es una comparación o medida relativa. Usted está comparando cuán caliente o fría está el agua en los recipientes relativo a la temperatura de su mano. Por lo tanto, podemos decir que la **temperatura** es una medida de cuán caliente o frío está un cuerpo.

Con respecto al calor, sabemos que está asociado a la transferencia de energía. Cuando ponemos la mano en un recipiente con agua, la mano siente frío o calor cuando la energía es transferida desde la mano o hacia ella, respectivamente. De esta manera podemos decir que el **calor** es la cantidad de energía transferida desde un cuerpo a otro a causa de una diferencia de temperatura. Esta transferencia de energía ocurre hasta que las temperaturas de ambos cuerpos se igualan. A este estado se lo denomina equilibrio térmico.

Es importante entender la diferencia entre energía térmica y calor. La energía térmica está contenida en los cuerpos mientras que el calor es una forma de transferencia de energía entre los cuerpos. Comúnmente se habla de "flujo de calor" del objeto caliente al objeto frío. A pesar de que el término calor en sí mismo implica transferencia de energía. Por costumbre se utilizan términos como "calor absorbido" o "calor liberado" para describir los cambios energéticos que ocurren durante un proceso.

Los químicos solemos expresar la energía y el calor en calorías, cuyo símbolo es cal. Una **caloría** se define como la energía que se requiere para elevar de 14,5 °C a 15,5°C la temperatura de 1,00 g de agua y es, aproximadamente, la energía que proporciona un fósforo.

La Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC) ha recomendado que se abandone la caloría como unidad de energía y se utilice el joule (J), que es la unidad correspondiente en el S.I. Sin embargo, su uso está tan generalizado que resulta difícil abandonarla. En esta guía utilizaremos indistintamente ambas unidades. La relación entre ellas es:

$$1 \text{ cal} = 4{,}184 \text{ J}$$

¿Cómo medimos la temperatura de un sistema?

Seguramente usted ya sabe que la temperatura se puede medir con un termómetro; por ejemplo, para medir la temperatura de un recipiente con agua se coloca un termómetro de mercurio en contacto con el agua, se espera que alcance el equilibrio térmico y se lee el valor en la escala de ese termómetro. ¿Cómo se construye la escala de ese termómetro?

Para comenzar debemos considerar que la sustancia que se usa dentro del termómetro tiene la propiedad de expandirse o contraerse al cambiar su temperatura, lo cual resulta en un cambio en la altura del líquido dentro del capilar del termómetro. Entonces, para establecer esta escala de temperatura necesitamos dibujar marcas sobre el termómetro y subdivisiones entre ellas dependiendo de la altura del nivel del líquido dentro del capilar. Diversas escalas de temperatura asignan valores diferentes a estas marcas en la escala.

Particularmente, en la escala Celsius se definen dos marcas correspondientes al punto de fusión (cero de la escala) y al punto de ebullición del agua a 1 atm de presión (100 ^{o}C) y se divide este intervalo en 100 partes iguales. Cada una de estas partes se define como la unidad de medida, el grado Celsius o grado centígrado (°C).

Otras escalas de temperatura

- Kelvin (K) es la unidad del sistema internacional para medir temperaturas. Esta escala se relaciona con la escala Celsius de la siguiente forma:

$$T(K) = \frac{1\,\mathrm{K}}{1^{\circ}\mathrm{C}} T(^{\circ}\mathrm{C}) + 273{,}15\,\mathrm{K}$$

Esta es una escala absoluta, la cual fue definida a partir de propiedades físicas de la materia y no sólo en términos relativos como es el caso de la escala Celsius. Esto hace que en la escala Kelvin no haya valores de temperatura negativos, es decir cero kelvin es la menor temperatura alcanzable.

En la guía de gases retomaremos este tema y analizaremos más profundamente el significado físico de la escala Kelvin.

- Fahrenheit: esta escala es la usada en países como Estados Unidos y se relaciona con la escala Celsius a través de la siguiente función lineal:

$$T(^{\circ}\mathrm{F}) = \frac{9\,^{\circ}\mathrm{F}}{5\,^{\circ}\mathrm{C}} T(^{\circ}\mathrm{C}) + 32\,^{\circ}\mathrm{F}$$

Transformaciones y fenómenos de la materia

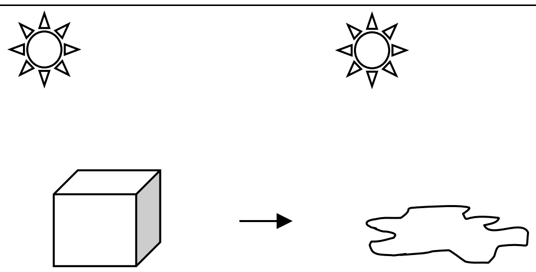
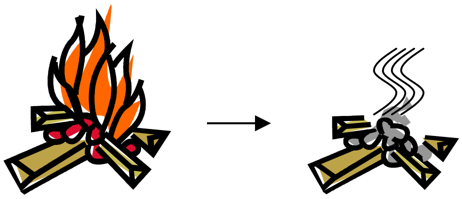
Una **transformación** es un proceso que conecta un estado inicial o previo de la materia con un estado final o posterior y se representa de la siguiente manera:

$$\boxed{\text{Estado } \textbf{Inicial}} \xrightarrow{\quad \textit{Transformación} \quad} \boxed{\text{Estado } \textbf{Final}}$$

Cuando una transformación puede ser detectada por los sentidos, se la denomina **fenómeno**. Por lo tanto una transformación no siempre es un fenómeno, pero un fenómeno siempre es una transformación. Cuando la transformación no modifica ninguna propiedad observable por los sentidos, se necesita de un dispositivo experimental que permita detectar el cambio.

Las transformaciones pueden clasificarse en físicas y químicas. En las **transformaciones físicas** no cambia la identidad o naturaleza química de la materia, mientras que en las **transformaciones químicas** ocurre un cambio en la naturaleza química de la materia.

A continuación, se muestran dos transformaciones muy comunes observadas en la naturaleza, que de hecho son fenómenos.

Fenómeno físico	**Fenómeno químico**
	
Cuando se deja un bloque de hielo al sol, éste se derrite. El calor del sol hace que el agua pase del estado sólido al estado líquido, pero tanto en el estado inicial como en el final la sustancia es la misma.	Cuando se quema un tronco, la sustancia que se tiene inicialmente (madera) se transforma en otra (cenizas y gases) con propiedades químicas y físicas diferentes.

Son transformaciones físicas: el calentamiento de un metal, la división de un trozo de madera, la expansión de un gas, la caída de un cuerpo, la evaporación de una masa de agua y los cambios de estado de agregación de una sustancia.

Son transformaciones químicas: la descomposición del agua (H_2O) para dar hidrógeno gaseoso (H_2) y oxígeno gaseoso (O_2); la digestión estomacal donde los alimentos ingeridos se degradan a sustancias más sencillas (carbohidratos, proteínas, grasas) para poder ser absorbidos, la combustión del butano (C_4H_{10}) que se emplea en los encendedores, en los que cuando se enciende la chispa, se observa la inflamación del gas en presencia del oxígeno (O_2) del aire y se produce principalmente dióxido de carbono (CO_2) y vapor de agua (H_2O).

► Actividad 26

A continuación, se presentan dos ejemplos cotidianos que incluyen transformaciones físicas y químicas. Diga para cada etapa si se trata de una transformación física o química. Indique además cuáles son fenómenos.

Durante el proceso de fotosíntesis	**Transformación**
La hoja incorpora CO_2 del aire y la raíz toma el H_2O del suelo	
El H_2O y el CO_2 se transforman en nutrientes para la planta	
El O_2 generado en el proceso es liberado a la atmósfera	

Durante el proceso de arranque o encendido de un automóvil	**Transformación**
Se inyecta nafta en un carburador	
La nafta se mezcla con aire	
La mezcla se quema	
Los productos de la combustión *se expanden en el cilindro*	

► Actividad 27

Indique para cada ejemplo de la tabla la apariencia o condición inicial y final del S.M. y qué tipo de cambio los conecta. Asimismo, identifique los fenómenos y las transformaciones. Consulte con sus compañeros y con su docente.

Ejemplo	**Condición Inicial**	**Tipo de Cambio**	**Condición Final**
Un bloque de hielo al sol			
Azúcar que se carameliza			
Azúcar que se funde			
Rotura de una copa			
Evaporación del alcohol			
Agua destilada en una olla al fuego			
Disolución de sal en agua			
Manteca expuesta al sol una hora			
Manteca expuesta al sol diez días			
Cocción de un bizcochuelo			

Cambios de estados de agregación

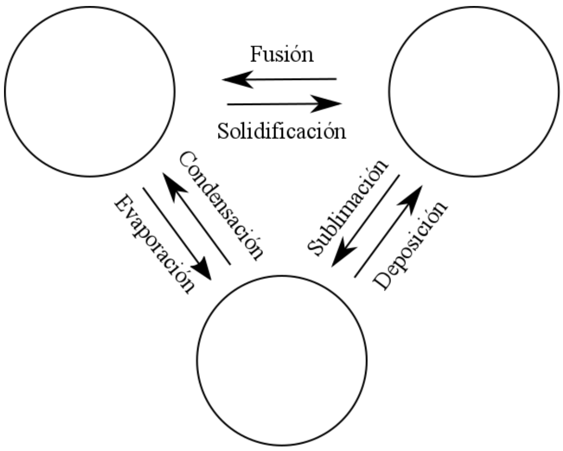
Como ya hemos visto más arriba, se reconocen tres estados físicos o estados de agregación de la materia. Estos son: sólido, líquido y gaseoso. Los pasajes entre los distintos estados físicos de la materia se denominan cambios de estados de agregación y pueden ocurrir cuando se modifican los valores de presión y temperatura. Analicemos a modo de ejemplo los siguientes casos:

- Si tomamos un cubito de hielo, lo colocamos en un recipiente y lo dejamos a temperatura ambiente, se observa el pasaje de sólido a líquido. Posteriormente, si se coloca el recipiente sobre la hornalla encendida de la cocina, se observa el pasaje del estado líquido al estado gaseoso. Estos fenómenos físicos se produjeron únicamente con un aumento de temperatura mientras se mantuvo constante la presión.
- Usted habrá observado que en el interior de los encendedores hay una sustancia que está en estado líquido (butano). Cuando presionamos la llave de un encendedor se libera butano gaseoso lo cual genera una disminución de la presión interna provocando el cambio de estado líquido a gaseoso del butano en el interior del encendedor.

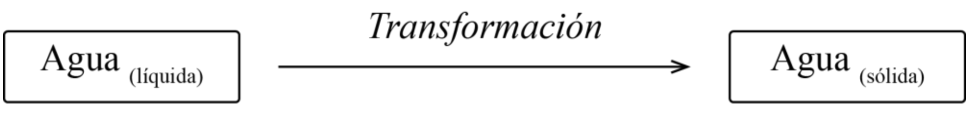
Cabe aclarar que aunque suelen usarse como sinónimos, existe una diferencia entre vapor y gas. Si bien todo vapor es un gas, los vapores se pueden licuar con sólo aumentar la presión externa, mientras que los gases que no son vapores, no pueden licuarse aumentando sólo la presión sino que además se necesita disminuir la temperatura.

► Actividad 28

Construya las imágenes microscópicas de los tres estados de agregación del agua en los círculos dados de acuerdo con lo indicado para cada transformación.



Desde el punto de vista microscópico el siguiente cambio de estado de agregación,



puede describirse de la siguiente manera: el agua líquida, al perder una cierta cantidad de energía, comienza a pasar de un estado menos ordenado a otro más ordenado (agua sólida). Esto ocurre porque las moléculas de agua disminuyen su velocidad (energía térmica) a tal punto que las fuerzas de atracción entre partículas (átomos, moléculas, etc.) empiezan a ser considerables y el sólido comienza a formarse.

La temperatura a la cual comienza a observarse la formación de agua sólida es única a una presión dada y este valor de temperatura se mantiene constante mientras que coexistan ambos estados de agregación. Es decir, la temperatura durante el proceso de solidificación del agua se mantiene constante y su valor define el **punto de fusión** del agua. Particularmente, el agua líquida solidifica a 0 ^{o}C cuando la presión atmosférica es de 1 atm. En forma general, *la temperatura de un sistema durante un cambio de estado de cualquier tipo se mantiene constante*.

Para realizar un análisis más detallado de los cambios de estado necesitamos tener en cuenta a la energía como variable. Para ello lea y analice el siguiente párrafo:

La absorción o liberación de una determinada cantidad de calor se puede visualizar a través de los cambios de temperatura producidos y/o por medio de un cambio en el estado de agregación del sistema en estudio. La cantidad de calor intercambiado durante un cambio de estado se utiliza para romper o formar nuevas interacciones y por ello la temperatura se mantiene constante. Esta cantidad de calor es específica de cada sustancia y de cada cambio de estado. Por ejemplo, se puede definir:

Calor de fusión (q_f) = cantidad de calor necesaria para transformar un gramo de una sustancia sólida en líquida.

Calor de vaporización (q_v) = cantidad de calor necesaria para transformar un gramo de una sustancia líquida en gaseosa.

Presión de vapor

Se ha comprobado experimentalmente que cuando se tiene agua líquida contenida en un recipiente a temperatura ambiente, éste no es el único estado de agregación, sino que coexiste también el estado gaseoso. Este hecho es una evidencia de que las moléculas de agua tienen una tendencia a escapar del estado líquido al gaseoso. Esta tendencia también puede observarse en otras sustancias, tanto líquidas como sólidas. Así como las moléculas tienen una tendencia a escapar de la superficie del sólido o líquido (fase condensada) a la fase gaseosa, las moléculas de la fase gaseosa que estén cerca de la superficie tienen una cierta tendencia a volver a la fase condensada.

Cuando consideramos un líquido o un sólido en un recipiente cerrado a una temperatura determinada, estas tendencias se igualan y por lo tanto la presión de la fase vapor en contacto con la superficie se mantiene constante. Este valor de presión, a esa temperatura, se define como la **presión de vapor** de esa sustancia.

La presión de vapor de una sustancia se mide en un recipiente cerrado de paredes rígidas, el cual se ha evacuado previamente.

A medida que aumenta la temperatura aumenta el número de moléculas en estado gaseoso sobre la superficie del líquido y por lo tanto la presión de vapor. *La presión de vapor depende únicamente de la temperatura y de la naturaleza de la sustancia.*

Los siguientes datos experimentales muestran lo expresado:

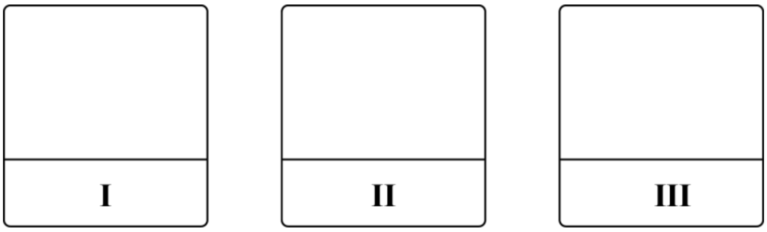
Valores de la presión de vapor (atm) a diferentes temperaturas (ºC)									
	-20	**0**	**20**	**40**	**60**	**80**	**100**	**120**	**140**
Agua	0,0010*	0,0060	0,0230	0,0728	0,1965	0,4671	0,9990	1,9570	3,5613
Cloroformo	0,0249	0,0789	0,2080	0,4758	0,9717	1,8000	3,1066	5,0871	7,8453
Acetona	0,0301	0,0939	0,2460	0,5618	1,1496	2,1513	3,7402	6,1159	9,4968

* Este valor corresponde al agua sólida

Hasta aquí hemos visto que la presión de vapor depende de la temperatura y de la naturaleza de la sustancia. En la siguiente actividad analizaremos la dependencia de la presión de vapor con la naturaleza de la sustancia a un valor fijo de temperatura.

► Actividad 29

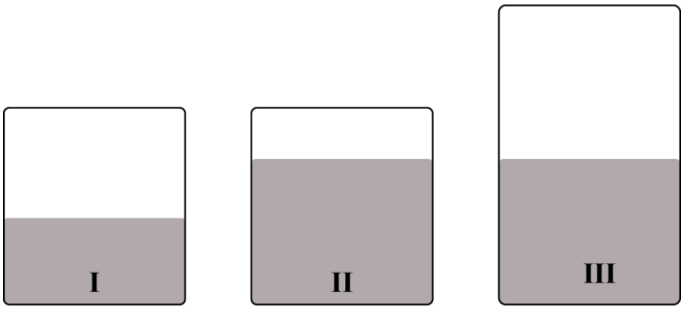
Tres recipientes de igual volumen, **I, II, III**, a 20 °C, fueron cerrados herméticamente conteniendo el mismo volumen de agua, cloroformo y acetona, respectivamente, en estado líquido. Analice la situación y represente con puntos la cantidad de moléculas en fase gaseosa sobre la superficie del líquido en cada uno de los casos. ¿En cuál de los tres recipientes hay mayor cantidad de moléculas? ¿Por qué?



Otro ejemplo interesante para entender lo que estamos aprendiendo es analizar los datos de la presión de vapor de estos sistemas a 0 °C: las presiones de vapor de agua líquida, cloroformo y acetona son 4,56 Torr, 59,96 Torr y 71,36 Torr, respectivamente. Si repetimos esta observación a otras temperaturas, veremos que siempre el agua líquida tiene una presión de vapor menores respecto del cloroformo y de la acetona. Esto nos indica que las moléculas de agua tienen mayores fuerzas de cohesión en el seno del líquido, es decir mayores atracciones intermoleculares que las moléculas de cloroformo o acetona.

► Actividad 30

Se tienen tres recipientes (I, II y III) con las siguientes características: los recipientes I y II son iguales mientras que el III posee un volumen mayor. A los recipientes II y III se les agrega la misma cantidad de acetona mientras que al recipiente I se le agrega una cantidad menor.



Teniendo en cuenta que la temperatura en los tres recipientes es la misma, ordénelos de acuerdo a:

- el número de moléculas presentes en la fase gaseosa.
- la presión de vapor de la acetona.

De acuerdo a su respuesta anterior: ¿la presión de vapor de una sustancia es una propiedad extensiva o intensiva?

....

....

....

Como se dijo previamente, la presión de vapor de un líquido aumenta conforme se incrementa la temperatura. Mientras que un recipiente cerrado contenga una sustancia en estado líquido o sólido ¿existe un límite en el valor de la presión de vapor que puede poseer esa sustancia?

....

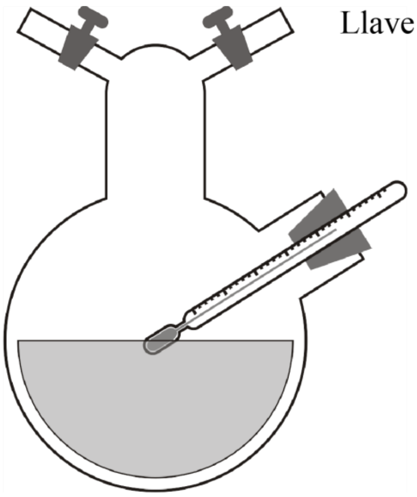
....

Para todo líquido existe una temperatura a la cual comienza a hervir denominada punto de ebullición. El **punto de ebullición** es la temperatura a la cual la presión de vapor del líquido iguala a la presión externa. Particularmente, el **punto de ebullición normal** es aquel determinado a 1 atm de presión externa. En la siguiente tabla se indican los puntos de ebullición normal de diversas sustancias:

Sustancia	**Punto de ebullición normal (ºC)**
Oxígeno (líquido)	–186
Nitrógeno (líquido)	–196
Hidrógeno (líquido)	–212
Helio (líquido)	–269
Hierro	2861
Mercurio	357
butano	–0,5
etanol	78

► Actividad 31

El siguiente diseño experimental consta de un balón de dos llaves, conteniendo un líquido puro. Una de las llaves (llave A) está conectada a una bomba de vacío y la otra (llave B) conecta el interior del balón con el ambiente, permitiendo igualar la presión interna del balón con la presión atmosférica del lugar en el que se realiza la experiencia.



Se cuenta además con un mechero a gas, para calentar el balón cuando la situación experimental lo requiera, y con un termómetro para registrar los cambios de temperatura que ocurran.

Condiciones experimentales: la llave A permanece cerrada y la llave B se encuentra abierta. El experimento se realiza en un medio ambiente con una presión atmosférica de 720 Torr. El balón es calentado con el mechero registrándose la temperatura.

Observación experimental: Cuando el líquido puro absorbe calor la temperatura aumenta hasta llegar a un valor constante de 78 ^{o}C que se mantiene mientras haya líquido en ebullición en el balón.

1. ¿Cuál es la presión de vapor de esta sustancia a 78 ^{o}C?

....

....

....

2. ¿Por qué la temperatura del sistema se mantiene constante en 78 ^{o}C?

....

....

3. ¿Se puede determinar alguna propiedad física intensiva con esta experiencia? De ser así, ¿cuál es?

....

....

....

4. ¿Qué diferencias observaría si la misma experiencia se realizara a nivel del mar (760 Torr)?

....

....

....

► Actividad 32

Utilizando los datos de presión de vapor de agua, acetona y cloroformo previamente tabulados, indique para cada una de estas sustancias:

a) El intervalo de temperatura más pequeño en el que se encuentra el punto de ebullición normal.
b) El valor de presión externa para que hierva a 20 ^{o}C.
c) El estado de agregación en el que se encuentra a 1 atm de presión externa y 80 ^{o}C de temperatura.

► Actividad 33

Utilizando el sistema experimental descripto en la actividad 31 se realizó la siguiente experiencia:

Condiciones experimentales: el experimento se realiza en un ambiente con una presión atmosférica de 1 atm. Manteniendo abierta la llave B del balón se disminuye la temperatura del sistema.

Observación Experimental: se observa la aparición de un sólido.

1. Explique el fenómeno observado

....

....

2. A medida que aumenta la cantidad de sólido formado, ¿se observará algún cambio en la temperatura? ¿el sistema absorberá o liberará energía?

....

....

3. Analice si cambios de volumen o forma del recipiente tendrían influencia en las observaciones experimentales.

....

....

Posteriormente, se mantiene la temperatura del balón por debajo del punto de fusión del sólido, se cierra la llave B y se abre la llave A disminuyendo la presión adentro del balón.

Observación Experimental: se observa que el sólido desaparece lentamente sin observarse la aparición de líquido.

4. Explique lo observado.

....

....

5. Analice si cambios de volumen o forma del recipiente tendrán influencia en las observaciones experimentales.

....

....

► Actividad 34

La vida diaria nos muestra algunos ejemplos de cambios de estado. Analice el cambio que ocurre cuando se introduce un recipiente con agua líquida a 20 ºC en el congelador de una heladera a –4 °C. Basándose en su experiencia cotidiana determine las condiciones del cambio.

....

....

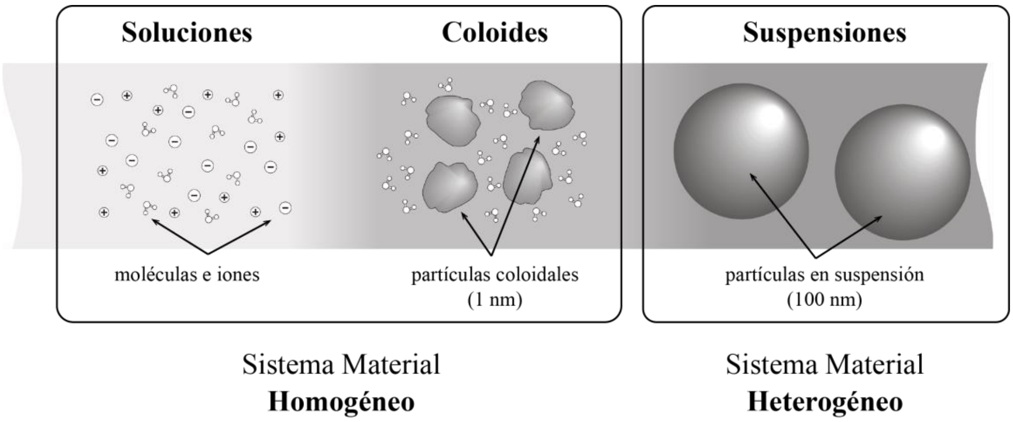
Discuta con su docente la posibilidad de estimar el valor de cada una de las siguientes variables en el estado inicial (agua líquida fuera del congelador de la heladera) y en el estado final (agua sólida dentro del congelador de la heladera). Complete el siguiente cuadro.

	ESTADO INICIAL	ESTADO FINAL
Presión de la atmósfera		
Presión de vapor del agua		
Temperatura		
Volumen		
Masa		

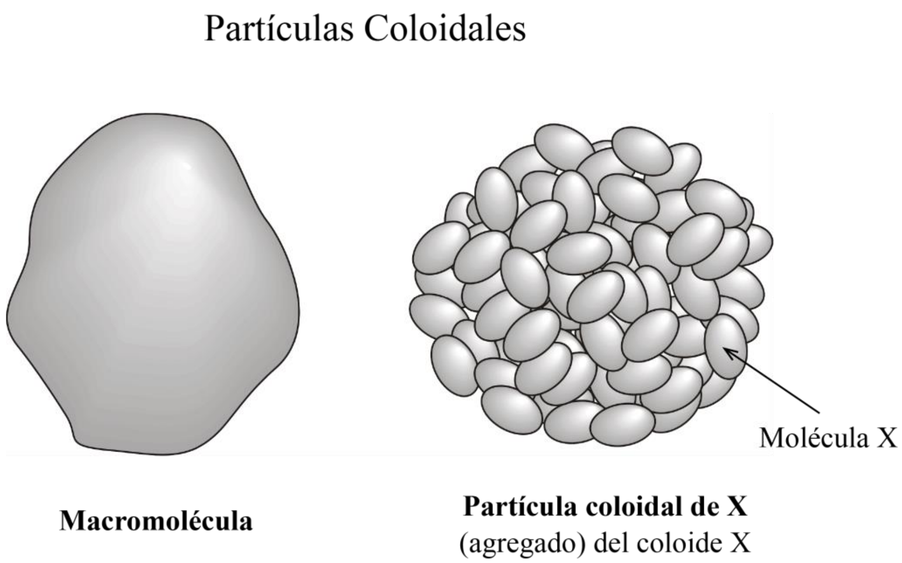
Soluciones y coloides

Dentro del conjunto de las mezclas homogéneas existen algunas que presentan un gran número de partículas distribuidas uniformemente en un medio continuo.

Las soluciones poseen partículas con un tamaño inferior a 1 nm mientras que los coloides presentan partículas en el intervalo entre 1 nm y 100 nm. Estos límites no deben ser considerados como absolutos, puesto que se los ha tomado sobre la base del poder resolutivo del mejor microscopio posible, usando luz azul para el caso de las partículas más grandes y del ultramicroscopio, para el de las más pequeñas. Por ello, no es de extrañar que las propiedades de la materia en el estado coloidal sean comunes, en unos casos, con las de las suspensiones y, en otros, con las de las soluciones verdaderas.



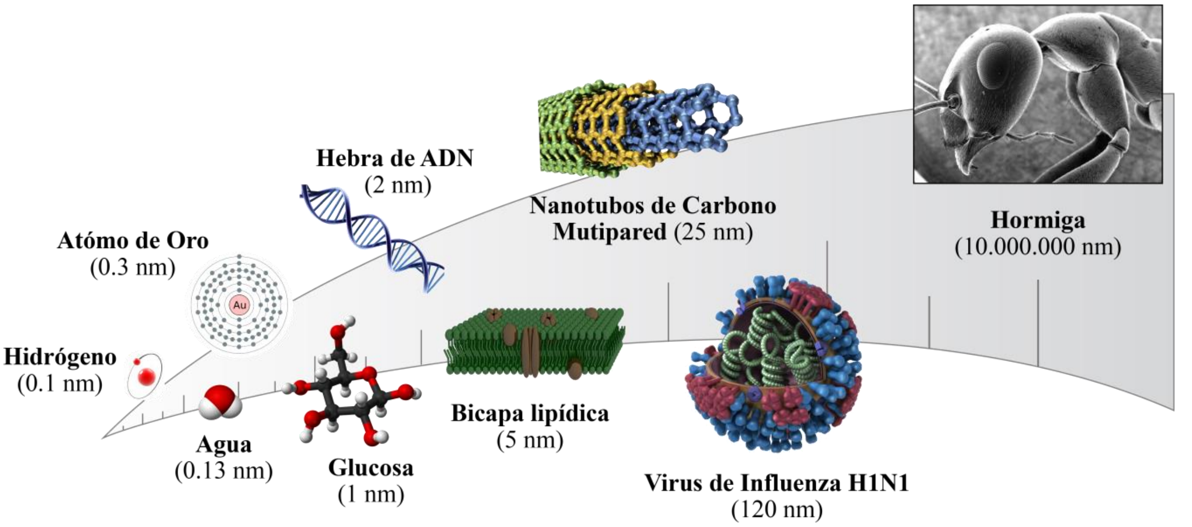
Las partículas coloidales pueden ser o bien conglomerados de partículas pequeñas, o bien moléculas muy grandes de algunas sustancias, cuyo tamaño cae dentro de los límites de los sistemas coloidales. Estas moléculas se denominan macromoléculas.



En el caso de las soluciones líquidas y sólidas, con frecuencia es conveniente considerar una sustancia, llamada solvente, de forma diferente a las otras, denominadas solutos. Normalmente, la fracción de solvente es mayor que la de cada uno de los solutos.

En el caso de los coloides, al conjunto de partículas distribuidas uniformemente se lo denomina **fase dispersa** y al medio en que están distribuidas se lo denomina **fase continua**. Cabe destacar que el término "fase" en este contexto no se corresponde con la definición dada anteriormente. Tenga en cuenta que estamos hablando de un sistema homogéneo, el cual por definición presenta una única fase.

Para tomar dimensión acerca del tamaño que tienen los sistemas coloidales y poder compararlos con otro tipo de sistemas, se presenta la siguiente gráfica que permite evidenciar los tamaños y analizarlos de forma comparativa:



Estudio de las propiedades de los sistemas coloidales y de las soluciones

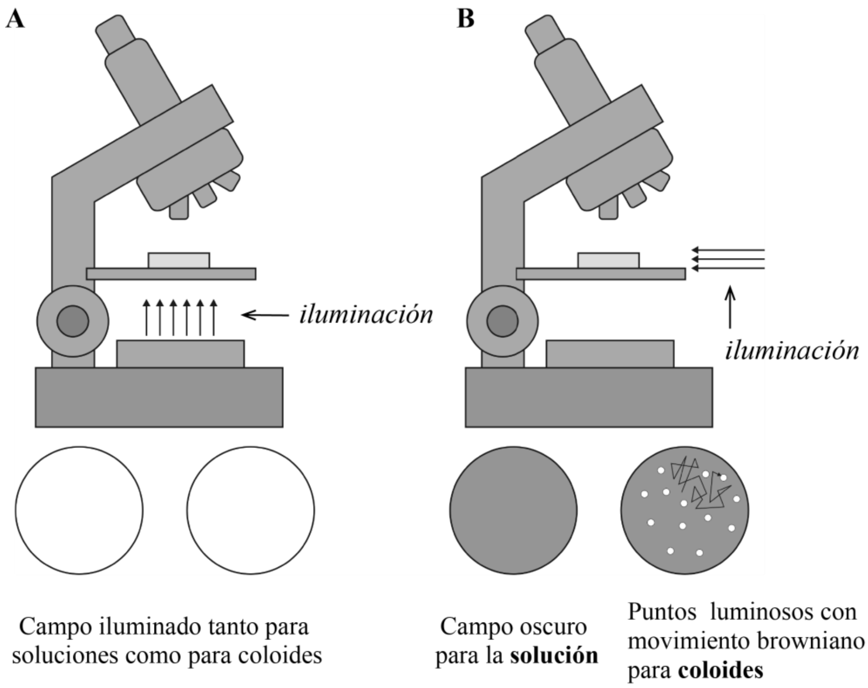
Debido al pequeño tamaño de partículas, tanto los coloides como las soluciones son homogéneos. Ud. se preguntará entonces, cómo es posible distinguir si un dado sistema material homogéneo es un coloide o una solución. La respuesta a este interrogante radica en que la diferencia de tamaño les confiere ciertas propiedades distintivas que permiten identificarlos y, eventualmente separar sus componentes.

Una de las principales técnicas de identificación es la observación microscópica. El microscopio es un instrumento óptico que tiene una o varias lentes que permiten obtener una imagen aumentada de un objeto. Este instrumento puede utilizarse:

- con iluminación paralela a su eje (ver gráfico A)
- con iluminación perpendicular a su eje, condiciones en que se denomina ultramicroscopio (ver gráfico B)

Es conveniente destacar que la modificación de la iluminación no incrementa el aumento del microscopio.

En las soluciones verdaderas, utilizando el microscopio común o el ultramicroscopio no es posible distinguir las partículas disueltas.	Los sistemas coloidales se comportan como las soluciones verdaderas, cuando son observados con el microscopio común. Pero, con el ultramicroscopio se observan puntos luminosos sobre un fondo oscuro, debido a la dispersión de la luz.



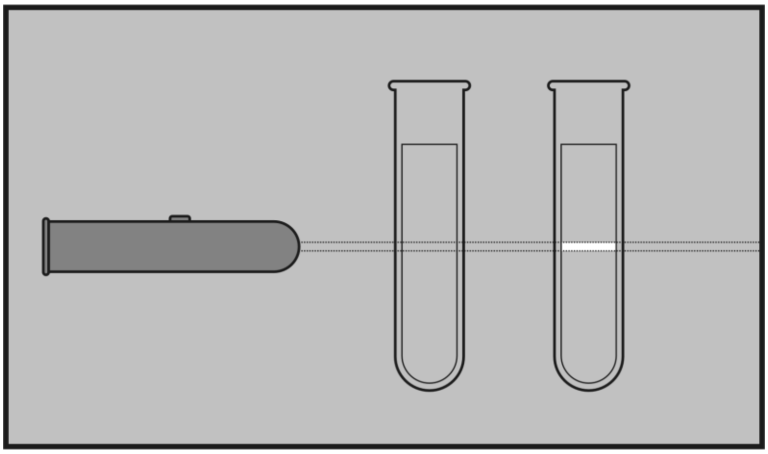
Los puntos luminosos observados con el ultramicroscopio se mueven rápidamente, al azar y en zigzag. A este movimiento se lo denomina movimiento Browniano, en homenaje a Robert Brown, quien lo descubrió en 1827.

Dichos puntos son las partículas presentes en la fase dispersa (conglomerados de moléculas o macromoléculas individuales) y su movimiento aleatorio se debe a que sobre su superficie colisionan incesantemente las moléculas de la fase continua.

Es importante aclarar que las partículas del soluto en una solución verdadera también presentan movimiento browniano, sólo que el mismo no puede ser observado debido a que el tamaño de dichas partículas no permite la dispersión de la luz.

No es indispensable utilizar un ultramicroscopio para detectar las propiedades coloidales, basta colocar soluciones verdaderas y sistemas coloidales dentro de tubos de ensayo e iluminarlos (dentro de una habitación oscurecida) con un haz fino de rayos paralelos dirigido perpendicularmente al tubo.

En la solución verdadera **no** es posible observar la trayectoria de los rayos de luz.	En el sistema coloidal **sí** es posible observar la trayectoria de los rayos de luz (efecto Tyndall)



Consulte con el docente la explicación del fenómeno observado.

Algunos ejemplos de sistemas coloidales

La presentación de los sistemas coloidales introducida en esta guía no es completa, pero nos permite interconectar los sistemas materiales comúnmente utilizados por los químicos. Con la finalidad de introducir las distintas técnicas de identificación y/o separación de los sistemas coloidales, hemos utilizado siempre ejemplos en los cuales la fase dispersa es un sólido mientras que la fase continua es un líquido, sistemas a los cuales se los denomina **soles**. Sin embargo, existen otros tipos de sistemas coloidales que reciben distintos nombres dependiendo de los estados de agregación de las fases que los componen. Ud. seguramente ha oído hablar de ellos, aunque nunca antes los haya reconocido como sistemas coloidales. A continuación, mencionamos algunos:

- *Humo*: Está constituido por una fase continua gaseosa y una fase dispersa sólida. Ej.: Hollín o polvo fino en el aire
- *Aerosol*: Al igual que el humo, posee una fase continua gaseosa, pero la fase dispersa es líquida. Ej.: fijadores para el cabello, spray, niebla.
- *Espuma*: La fase continua es líquida y la dispersa es gaseosa. Ej.: crema batida, merengue.
- *Emulsión líquida*: Ambas fases se presentan en estado líquido. Ej.: leche, mayonesa.
- *Emulsión sólida*: La fase continua es sólida y la fase dispersa líquida. Ej.: manteca.
- *Espuma sólida*: La fase continua es sólida y la fase dispersa es gaseosa. Ej.: merengue horneado.

Contenido

Unidad 3 – Biología

Contenidos: Conceptos acerca de lo que es vida. Principios unificadores de la Biología. Célula, la unidad básica de los seres vivos. Forma, tamaño y estructura de las células. Las partes estructurales generales de una célula eucariota. División celular: mitosis.

Objetivo: conocer cómo están constituidos los seres vivos y la importancia de la energía en el funcionamiento de sus organismos. Además, se estudiará la célula, sus organelas y el proceso de mitosis.

Introducción

Conceptos acerca de la *biología* y los *seres vivos*

La biología es uno de los campos de estudio de las ciencias naturales y, como tal, al igual que las ciencias sociales, el arte, la filosofía, las costumbres, las creencias, forma parte de la cultura de un conjunto particular de las sociedades, situadas en una época determinada. Así, las ciencias naturales son un cuerpo de conocimientos que integran un sistema de valores, creencias y prácticas sociales que deben ser comprendidas en el momento histórico y social en el cual se desarrollan.

Si bien la etimología de la palabra BIOLOGÍA (del griego βίος [bíos], «vida», y -λογία [-logía], «estudio o ciencia») nos sugiere como definición "la ciencia que estudia la vida"; en realidad la biología estudia los "seres vivos". ¿Por qué decimos que estudia "los seres vivos" y no "la vida"? Hay varios motivos, pero principalmente porque "la vida" no existe como un *ente* estudiable. De ahí que la pregunta sobre "*la vida"* se ha abordado principalmente desde la filosofía. En cambio, "los seres vivos" sí son entes que habitan el mundo, lo que facilita su estudio.

¿Encuentra alguna relación entre el párrafo anterior y el concepto de sistema material que estudió en la unidad anterior?

Ahora bien, desde la biología podemos preguntarnos: ¿cómo definimos qué son los seres vivos? ¿Cómo se distingue un ser vivo de uno que no lo está? ¿Existe alguna característica común entre ellos? Si la hay, ¿esta con qué está relacionada? ¿Con su constitución? ¿Con su comportamiento? ¿Con los procesos que realiza?

Intentaremos aproximar algunas respuestas en los próximos párrafos.

Relación entre materia, energía y los seres vivos

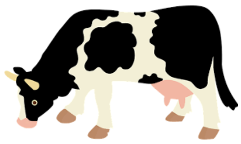
Hace más de 2500 años, los filósofos griegos concebían al hombre como un microcosmos dentro del universo. Cada ser humano, de acuerdo a la concepción griega, estaba constituido por los mismos elementos que el resto del Cosmos: tierra, aire, fuego y agua. Tal como se vio en la unidad anterior, en la actualidad el conocimiento que tenemos sobre la **materia** se ha hecho más complejo. Sabemos, por ejemplo, que todos los organismos vivos que conocemos están compuestos de hidrógeno (el elemento químico más liviano y el primero en ser formado luego del *Big Bang*), carbono, nitrógeno, oxígeno, fósforo, entre otros.

Además de su composición química, e independientemente de la forma, la complejidad, el tiempo y el lugar en el que se desarrollan; todos los organismos vivos conocidos capturan, transforman, almacenan y utilizan **energía** para vivir. A partir de esto, se plantea otro interrogante: ¿de dónde proviene la energía? Podemos decir que la fuente primaria de energía utilizada por la mayoría de los organismos es el **sol**.

► Actividad 1

Sobre la base de los conceptos presentados, ¿cómo piensa que los seres vivos capturan, transforman, guardan y utilizan la energía?

Teniendo en cuenta el siguiente esquema ¿cómo relacionaría las imágenes presentadas, de acuerdo al flujo de la energía en la cadena alimenticia?



La **energía solar** capturada por las plantas y algunas bacterias es utilizada para convertir el dióxido de carbono (CO_2) y el agua (H_2O) en oxígeno molecular (O_2) y moléculas más complejas (como por ejemplo almidón o celulosa). Así, la luz del sol es convertida en **energía química,** mediante un proceso denominado fotosíntesis. Los animales se nutren de estas moléculas producidas por las plantas, así como de otras previamente consumidas por otros animales; y lo mismo hacen las bacterias y otros microorganismos presentes en el suelo, el agua o presentes dentro de otros organismos. La energía química es utilizada por los seres vivos y puede, a su vez, transformarse en **otras formas de energía** como, por ejemplo, eléctrica, calórica, lumínica, etc. Estas diversas formas de energía permiten el desarrollo de distintos procesos vitales, tales como locomoción (movimiento), regulación de la temperatura, crecimiento, reproducción, etc. De manera que existe un **intercambio continuo de materia y energía** entre todos los seres vivos y su ambiente, constantemente alimentados (en forma directa o indirecta) por la energía proveniente del sol.

Pero, ¿cómo este proceso diferencia los seres vivos de los no vivos? Al considerar la manera en que la energía se captura, transforma, almacena y utiliza, podemos inferir que, para este intercambio, es necesario que los organismos cuenten con:

- mecanismos que **controlen o regulen** el flujo energético;
- mecanismos que indiquen **cómo hacerlo** (esto implica información)**,** y
- mecanismos que **conserven y transmitan** esa información.

Existen elementos o estructuras (**proteínas**) que regulan el flujo de la energía y la materia, y estructuras que almacenan la información acerca de cómo hacerlo (**ADN, ácido desoxirribonucleico**). La secuencia de estos procesos es una de las características básicas que distingue a los seres vivos de los no vivos.

Teniendo en cuenta todo lo expuesto anteriormente, podemos decir que un *ser vivo* es un sistema que captura, transforma, almacena y utiliza la energía y la materia obtenida del ambiente que lo rodea, de un "modo" determinado y ordenado. Ese "modo", está direccionado por una información que se conserva y transmite para lograr su continuidad.

Con relación al párrafo anterior y a la clasificación de los sistemas materiales analizados en la unidad anterior ¿Qué tipo de sistema material considera que son los seres vivos?

Principios unificadores de la Biología

Una serie de principios definen a todos los seres vivos y son, por lo tanto, comunes a todos ellos.

(i) Todos los seres vivos obedecen a las leyes de la Física y la Química

La composición química de los sistemas vivos y las reacciones químicas "vitales" que tienen lugar dentro de ellos obedecen las mismas leyes de la Física y la Química que rigen a los sistemas no vivos.

(ii) Todos los seres vivos requieren de energía

Los organismos vivos, son "conversores" de energía: la energía que ingresa, ya sea en forma de luz solar o de energía química almacenada en los alimentos, es transformada y utilizada para llevar adelante los numerosos procesos que constituyen las actividades del organismo, como así también, para la síntesis de la enorme diversidad de moléculas y estructuras que de ellos forman parte.

(iii) Todos los seres vivos evolucionan

Existe un extenso volumen de evidencias acumuladas de que la Tierra tiene una larga historia (aproximadamente 4.500 millones de años) y de que todos los organismos vivos conocidos en la actualidad, se originaron en el curso de esa historia, a partir de organismos anteriores, mediante un proceso conocido como **evolución biológica**. Esto significa que, la aparición de los seres vivos sobre la Tierra implicó una transición desde reacciones puramente químicas a entidades autónomas y auto-reproductoras capaces de evolucionar. Cómo tuvo lugar este proceso es algo que aún no se conoce y, también, es desconocida la naturaleza de los primeros sistemas vivos. Los mecanismos que explican la transformación y diversificación de las especies se hallan todavía bajo intensa investigación científica.

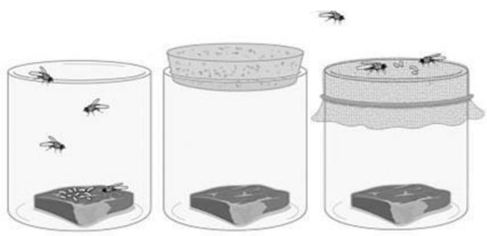
(iv) Todos los seres vivos están formados por células

El último principio básico de la Biología se refiere a que **todos los organismos vivos están compuestos de una o más unidades esenciales, conocidas como células**. Al avanzar en esta unidad temática, se abordará con más detalle qué son las células y cuáles son sus principales componentes. Por ahora, sólo basta con entenderlas como las unidades mínimas de los seres vivos, compuestas de una gran variedad de moléculas, que se encuentran organizadas en distintas estructuras, que desarrollan una multitud de procesos, que transforman energía en forma compleja, pero ordenada.

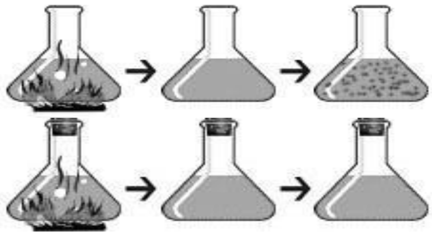
El hecho de que todos los organismos estén formados por células, es de central importancia porque determina una **uniformidad básica** de todos los sistemas vivos y demuestra un **origen común**. Queda implícito así, que **las células sólo pueden surgir de células pre-existentes**. El sentido unificador de este principio, se manifiesta, a su vez, al considerar que las células constituyentes de organismos tan diferentes, como pueden ser una bacteria, una lombriz, una planta, o el hombre, presentan estructuras y componentes similares. Sin embargo, el proceso evolutivo ha resultado en una increíble diversificación biológica, con el surgimiento y existencia de organismos diversos.

¿Pueden los seres vivos surgir de manera espontánea?

La abiogénesis o arquebiosis es el nombre con que se conoció la teoría biológica existente desde la antigüedad (Aristóteles, entre otros, la menciona) que sostenía que tanto animales como vegetales surgen de manera espontánea. Esta teoría, postulaba que la vida está compuesta por “átomos vitales”. Tales “átomos vitales” huían de los seres muertos (o porciones de éstos) y se reagrupaban para crear otros organismos vivos. Hoy entendemos que esta idea no es válida, pero ¿cómo se llegó a construir tal conocimiento? Varios científicos, a lo largo de la historia, se preguntaron sobre estos fenómenos y diseñaron experimentos para tratar de entender y explicar mejor que es era que realmente pasaba.

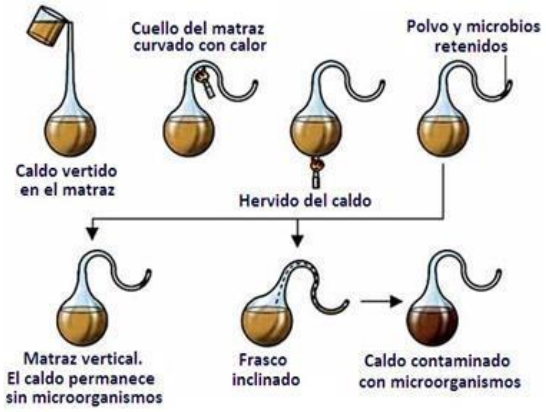


Francesco Redi (1626-1698) fue uno de los primeros en cuestionar esta teoría. Diseñó un experimento simple, con el objetivo de demostrar que la carne de los animales muertos no puede engendrar gusanos, a menos que sean depositados en ésta huevos de animales. Para llevar a cabo este experimento, colocó un trozo de carne en tres frascos iguales. Dejó el primero abierto, el segundo sellado con un corcho y al tercero lo cubrió con un trozo de tela bien atada, tal como muestra la figura de la derecha. Si se observan esas imágenes, ¿qué explicación se podría dar a los resultados del experimento realizado por Redi?



Posteriormente, Lazzaro Spallanzani (1729-1799) y Jhon Needhan (1713-1781), a través de experimentos muy similares, aportaron más conocimiento. Observando la imagen de la derecha, ¿podría explicar ambos experimentos? Agregar distintas notas explicativas para considerar sus similitudes y diferencias.

Finalmente, Louis Pasteur (1822-1895) fue quien, con sus experimentos, logró terminar de refutar la teoría de la generación espontánea. Él demostró que en el aire pueden encontrarse numerosos microorganismos y que cualquier materia no viviente se puede contaminar a causa de las bacterias presentes en el aire. También, comprobó que estos organismos no pueden aparecer si los objetos que se desean estudiar han sido cuidadosamente esterilizados. En su experimento, utilizó caldos generados a base de levadura de cerveza, agua, azúcar, orina y jugo de remolacha, los colocó en matraces de cuello largo, los cuales podían ser fácilmente curvados.



La última figura muestra el procedimiento que Pasteur siguió. ¿Ud. podría explicar lo realizado?

Célula, la unidad básica de los seres vivos

Tal como se mencionó anteriormente, uno de los principios unificadores de la Biología establece que todos los seres vivos están formados por una o más células. La célula es **la unidad mínima de los seres vivos.** Esto significa que en esta se realizan todos los procesos que hacen posible la transformación de la materia a partir de energía, a través de una compleja y ordenada secuencia de reacciones químicas, que constituyen lo que se conoce como **metabolismo celular.** Un correcto funcionamiento de este metabolismo, confiere a la célula la capacidad de realizar sus funciones vitales fundamentales. Estas son: la captación y transformación de la energía (nutrición), y el mantenimiento y transmisión (reproducción) del material genético (ADN). Este último, almacena la información genética que le permite a la célula llevar a cabo el metabolismo celular. Estas dos funciones hacen que las células posean, necesariamente, la capacidad esencial de interaccionar con el medio ambiente y con otras células.

Es importante considerar que existen, como componentes de las células, fundamentalmente, cuatro tipos de moléculas: los glúcidos, los lípidos, las proteínas y los ácidos nucleicos. Estas moléculas, son las que en conjunto permiten a las células cumplir con todas las funciones celulares y una importante parte del metabolismo celular está destinada a su síntesis.

En un contexto histórico, es a partir del descubrimiento de las células en el siglo XVII y con el aporte de numerosos científicos, se logró establecer lo que hoy se conoce como **teoría celular.** Ésta enuncia que la célula es **la unidad morfológica, fisiológica y genética** de todos los seres vivos.

- Morfológica, porque la célula forma la estructura de cualquier individuo, organismo o planta.
- Fisiológica, porque la célula realiza las funciones vitales del cuerpo de todos los seres vivos.

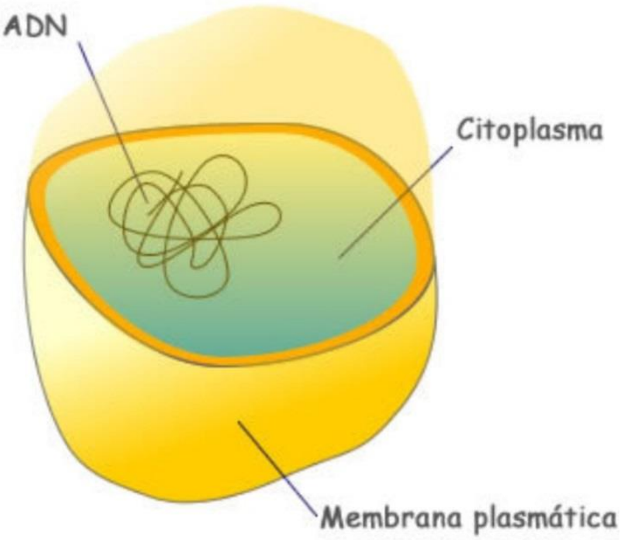
- Genética, porque poseen el material hereditario de los genes que contienen las instrucciones para el funcionamiento celular.

Forma, tamaño y estructura de las células

Para conocer la estructura de una célula, se debe entender que todas están constituidas por tres elementos básicos: la **membrana plasmática**, el **citoplasma** y el **material genético** (ADN). Una excepción son los glóbulos rojos de los mamíferos, que al madurar no presentan núcleo celular y carecen de material genético en el interior del citoplasma. Sin embargo, pueden presentar ADN dentro de las mitocondrias (organelas/orgánulos que cumplen importantes funciones en las células, como se verá más adelante).

Estos tres elementos les permiten a las células la realización de sus funciones básicas:

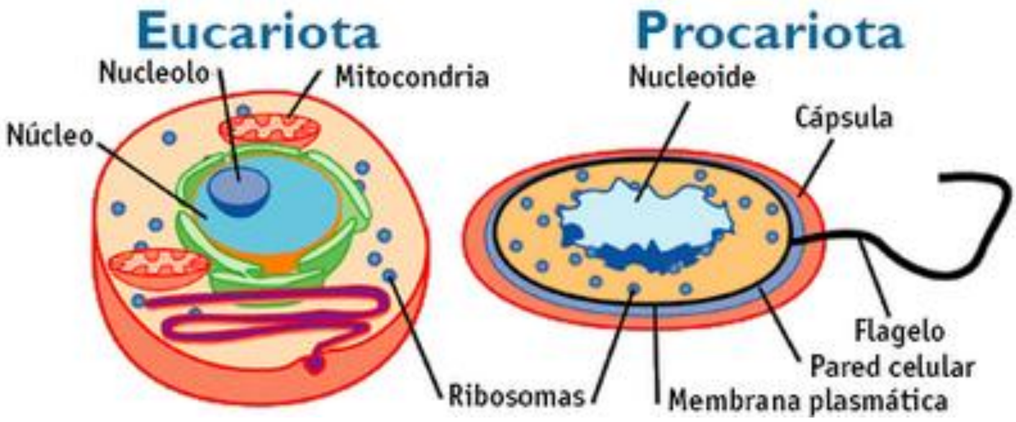
- La membrana plasmática le permite una interacción regulada con su entorno y con otras células.
- El citoplasma contiene todo el material y las estructuras necesarias para llevar a cabo un correcto funcionamiento celular.
- El material genético almacena la información de cómo funcionar y permite la transmisión de dicha información.



Tomando como base estos tres elementos, se pueden comenzar a considerar otros componentes celulares y distinguir diferentes tipos de células. Algunas células contienen su material genético libre en el citoplasma y, otras, lo tienen contenido dentro de una estructura denominada **núcleo**. En este sentido, se pueden distinguir dos tipos de células: células **procariotas** (sin núcleo) y células **eucariotas** (con núcleo). Las bacterias son ejemplos de células procariotas, mientras que las células constituyentes de los animales, las plantas y los hongos, son típicas células eucariotas.

Las células eucariotas, en general, poseen estructuras conocidas como **organelas** y algunas de estas son: las **mitocondrias**, el **retículo endoplásmático**, el **aparato de Golgi**, **los lisosomas**, entre otras.

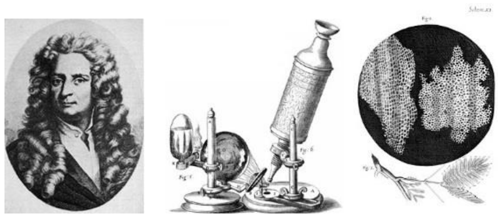
Las células **procariotas** son estructuralmente simples. En éstas el material genético (ADN) se encuentra enrollado en el citoplasma, en una región llamada nucleoide (por ser semejante al núcleo) y en contacto directo con el contenido celular. Poseen sólo algunas organelas, no poseen mitocondrias y están rodeadas por una **pared celular** rígida. Además, algunas de éstas poseen una cápsula que rodea la pared celular y protege aún más la superficie de la célula.



Anécdotas sobre el descubrimiento de la célula

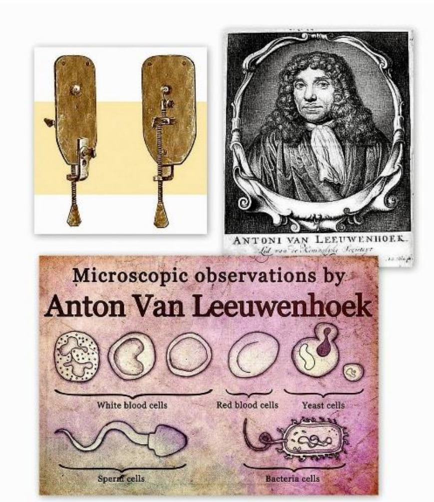
Los primeros conocimientos sobre la célula datan de 1665, fecha en que Robert Hooke (1635-1703), físico y astrónomo británico, publicó los resultados de sus observaciones sobre tejidos vegetales.

Hooke construyó un microscopio de 50 aumentos y describió las estructuras que observó en una lámina de corcho (figura derecha). La forma de las estructuras observadas, le recordaron a las celdas de los panales de abejas, por lo que las llamó células, que significa celdillas o pequeñas celdas.



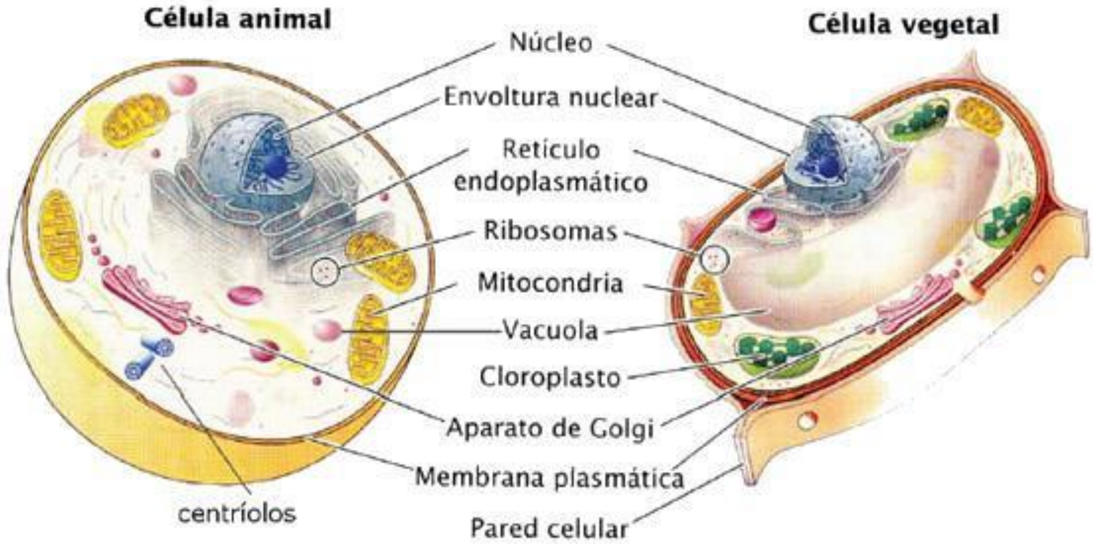
En realidad, Hooke no observó células, sino paredes celulares. El corcho es un tejido muerto, por lo que sólo quedan las paredes celulares rígidas del tejido vegetal. Hooke observó los “huecos” que las células habían ocupado y, por esto, no pudo describir las estructuras en su interior.

Contemporáneo al trabajo de Hooke, Anton van Leeuwenhoek (1632 –1723) construyó un microscopio de 200 aumentos, con el que visualizó por primera vez pequeños organismos vivos como protozoos, levaduras, espermatozoides, glóbulos rojos de la sangre



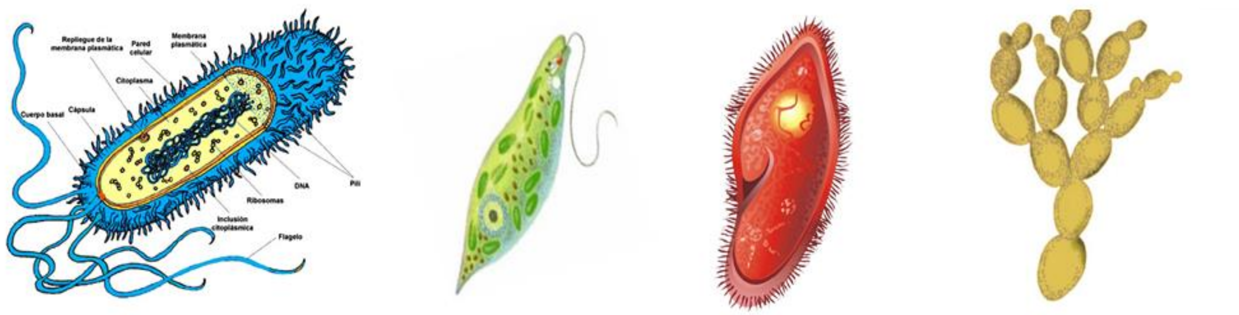
En particular, las **células vegetales**, un tipo de células eucariotas, poseen estructuras características llamadas **cloroplastos**, que contienen toda la maquinaria necesaria para llevar a cabo la transformación de la energía lumínica, proveniente del sol, en energía química. Esto permite ver la importancia que tienen en las células los procesos metabólicos, que dan lugar a la transformación de la energía.

La siguiente figura presenta en forma esquemática dos tipos de células: una célula animal y una célula vegetal. En esta figura se observan los elementos comunes y distintivos entre éstas.



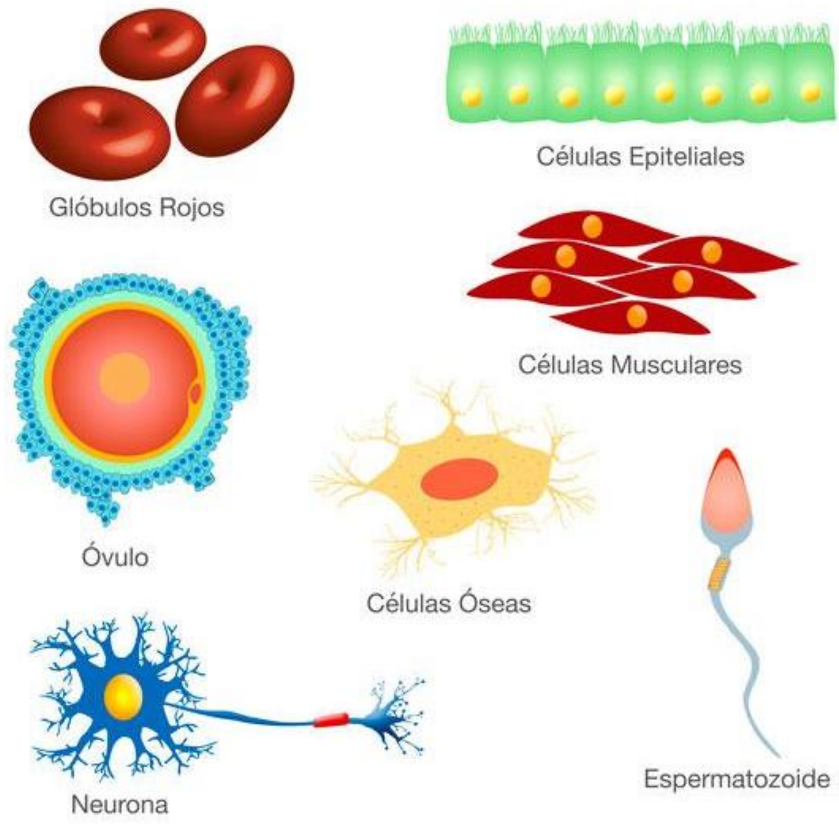
Tal como se mencionó anteriormente, los seres vivos pueden estar constituidos por una sola célula o por varias, y así, se pueden distinguir los organismos **unicelulares** de los **pluricelulares.** A continuación, se presentan algunas figuras a modo de ejemplos de organismos unicelulares. ¿Les resultan conocidos? ¿Conoce algún otro ejemplo? A partir de lo expuesto, surge una pregunta: ¿todos los organismos unicelulares son procariotas?

Bacterias | **Alga unicelular** | **Protozoos** (ej: Trypanosoma cruzi) | **Levaduras**



Como se puede ver en las figuras, las células presentan una gran variedad de **formas**. En los organismos unicelulares, las células cumplen todas las funciones del organismo y las formas que pueden adoptar están en relación con su modo de vida y el ambiente al cual se han adaptado. En los organismos pluricelulares, cada uno de los tipos de células que los componen se ha ido especializando en funciones diferentes y específicas, que en conjunto, hacen al funcionamiento del organismo como un todo. Esta **diferenciación** entre las células de un organismo pluricelular puede claramente observarse en las formas que cada una de estas adopta en relación con su función específica.

Si se observa la siguiente figura, que esquematiza a células que componen el cuerpo humano, se puede ver que éstas presentan formas sumamente variadas. El cuerpo humano está formado por aproximadamente 7×10^{13} células, que pertenecen a 200 tipos de células con formas y funciones diferentes.



Otro aspecto importante, es el **tamaño** de las células. Una célula típica tiene aproximadamente un tamaño de 10 µm. En la cabeza pequeña de un alfiler, de un milímetro cúbico, cabrían, por lo tanto, un millón de células. Como se pude apreciar, son realmente pequeñas y sólo pueden observarse, como se detallará en las próximas secciones de esta unidad temática, con el uso de microscopios. Pero también, existen células más grandes y algunas, inclusive, se pueden ver a simple vista. Por ejemplo, si se abre un gajo de naranja o mandarina, se pueden observar esas celdillas con forma de bolsitas alargadas, las cuales son un tipo especial de células. En el cuerpo humano, hay también células de dimensiones muy grandes; por ejemplo: una neurona motora, si bien posee un cuerpo celular muy pequeño, de dimensiones microscópicas, presenta prolongaciones (denominadas axones), que pueden medir más de un metro, la longitud para transmitir un impulso nervioso desde la espina dorsal hasta los músculos de las piernas.

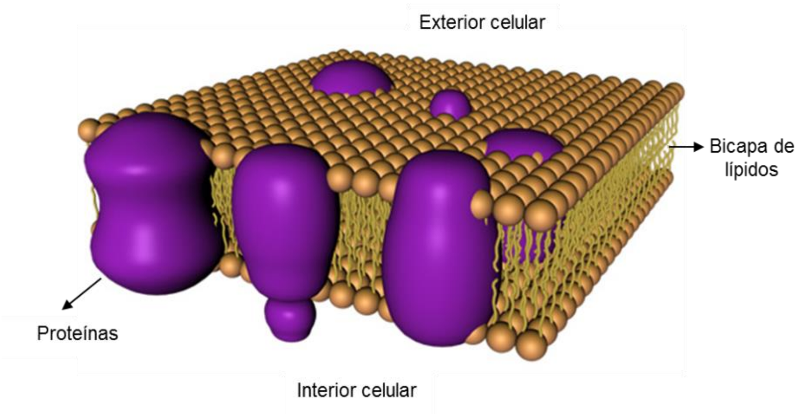
Las partes estructurales generales de una célula eucariota

Como se detalló previamente, dentro de la **estructura general** de una célula, existen organelas que son fundamentales. Para poder entender cómo cada una de éstas cumple una función correlacionada directamente con su estructura y cómo, todas en conjunto, permiten el funcionamiento global de la célula. A continuación, se profundizará en cada de éstas:

Membrana plasmática

Es una delgada capa formada por dos láminas de lípidos que delimita o "envuelve" a toda la célula. Esta estructura está formada por dos láminas de fosfolípidos, glucolípidos y proteínas que rodean, limitan la forma y contribuyen a mantener el equilibrio entre el interior (medio intracelular) y el exterior (medio extracelular) de las células; de manera análoga a como la piel recubre el cuerpo humano. A través de esta membrana, la célula se **comunica** con el exterior e **intercambia nutrientes y mensajes o señales**, y regula la entrada y salida de muchas sustancias. Para cumplir esta función, existen toda una serie y gran variedad de proteínas específicas, intercaladas en esta bicapa de lípidos, que funcionan como receptores, mediante los cuales la célula puede determinar las condiciones del medio ambiente, reconocer otras células y transportar moléculas. Así, algunas proteínas forman canales transportadores, a través de los cuales ciertas moléculas o nutrientes son incorporados de manera específica. Otras, pueden identificar organismos invasores, como bacterias y virus, en cuyo caso la membrana funciona como una barrera para la célula. Otros tipos de receptores tienen la función de reconocer y permitir la comunicación con otras células.

La siguiente figura esquematiza la estructura de la membrana plasmática, en la cual se puede ver cómo es la estructura de una membrana y algunos de sus componentes.



Núcleo

Las células eucariotas (del griego *eu* verdadero, *carion* núcleo) poseen su material genético protegido en un orgánulo denominado **núcleo**. En forma muy simple, el núcleo es un compartimento, en general esférico u oval, que envuelve, separa y protege el material genético. La **membrana o envoltura nuclear** consta de dos bicapas de lípidos: la membrana nuclear interna y la membrana nuclear externa. El espacio entre las membranas se llama espacio perinuclear y es una región que se continúa con el lumen (interior) del retículo endoplasmático. Además de la bicapa lipídica, está formada por proteínas que permiten la comunicación y el transporte de moléculas, pero ahora desde el interior del núcleo al citoplasma celular y viceversa

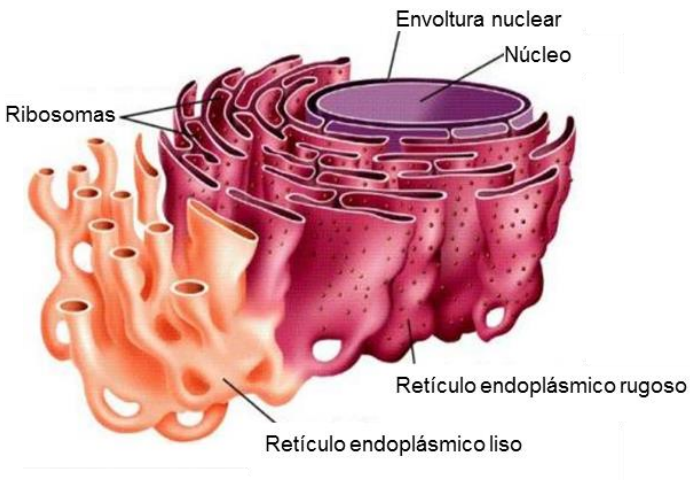
Como se mencionó previamente, cuando se habla de material genético, se hace referencia al **ADN**, que es una molécula, cuya estructura es tan particular, que permite el almacenamiento, la transmisión y la expresión de la información genética necesaria para el funcionamiento de la célula. La función del núcleo, es mantener la integridad de las unidades de información que contiene (los **genes**) y controlar las actividades celulares, por medio de la regulación de la expresión genética. Por esto, se dice que el núcleo es **el centro de control** de la célula.

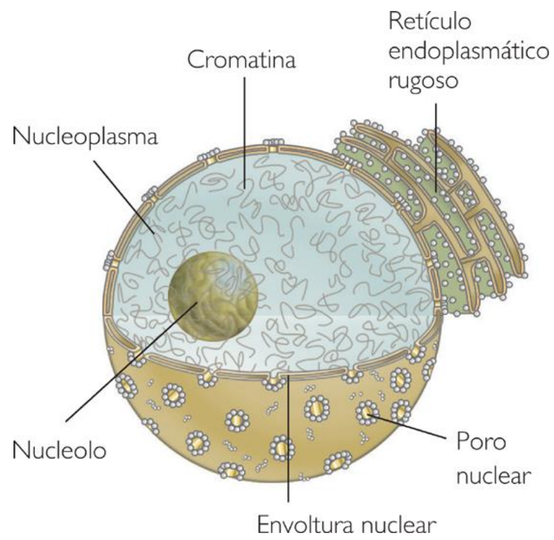
El material genético nuclear está organizado en moléculas lineales de ADN de gran longitud, las que se unen a proteínas particulares formando estructuras organizadas conocidas como **cromatina**. De esta manera, cuando una célula se divide, la cromatina se condensa y forma **cromosomas**, los cuales son visibles al microscopio óptico (esto podrá apreciarse en el trabajo práctico).

Si se tomaran todas las moléculas de ADN contenidas en el núcleo de una célula humana, dejando de lado las proteínas que las organizan en cromatina, y se colocaran una atrás de la otra, se podría alcanzar un largo aproximado de dos metros. Esta aproximación, da idea de la organización y energía que se requiere para acomodar el ADN dentro del núcleo de una célula eucariota, que en general mide unos 10 μm de diámetro. Para dimensionar lo que esto representa, una analogía sería pensar en cómo se podría meter un piolín de un kilómetro de largo dentro de una pelota de tenis.

Como una particularidad, se puede mencionar que, en el cuerpo humano, los glóbulos rojos son las únicas células sin núcleo ni ADN nuclear.

En la siguiente figura se muestra un dibujo esquemático del núcleo y su relación estructural a través de la membrana nuclear con el **retículo endoplasmático**.





Retículo endoplasmático

Desde un punto de vista estructural, el retículo endoplasmático (RE) es como una gran red o laberinto de membranas que rodean al núcleo y se extienden a muchas regiones del citoplasma. Este complejo de membranas, constituye una parte considerable del volumen total del citoplasma en muchas células.

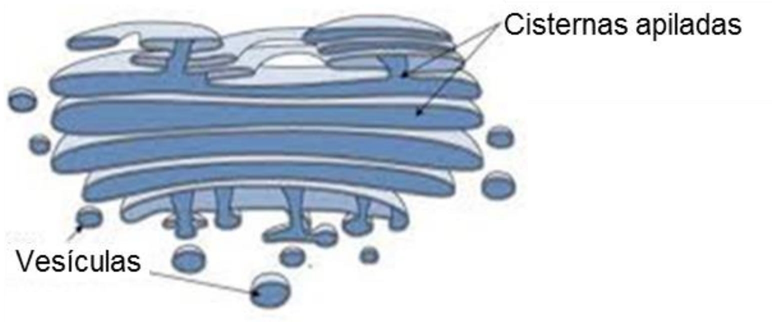
El espacio interno que encierra las membranas se denomina luz del RE y forma un único compartimento interno, que tiene incluso continuidad con el compartimento que se forma entre las membranas externa e interna de la envoltura nuclear.

Dentro del RE, se pueden distinguir dos regiones diferentes: el **RE rugoso** y el **RE liso**. Aunque estas regiones tienen diferentes funciones, sus membranas están conectadas y sus espacios internos son continuos. En el RE liso se sintetizan los lípidos y en el RE rugoso se lleva a cabo la mayor parte de la síntesis de proteínas. En particular, la síntesis de proteínas se realiza en los **ribosomas**. La superficie externa del RE rugoso, está "salpicada" de ribosomas, que aparecen como gránulos oscuros y es lo que le da el "aspecto rugoso".

Aparato de Golgi

En 1876, el italiano Bartolomeo Camilo Golgi, al estudiar y examinar células nerviosas, obtuvo evidencias de la existencia de una red irregular de fibrillas, cavidades y gránulos en el interior del cuerpo celular que, en su honor, en adelante se denominaría **aparato de Golgi**. El aparato o complejo de Golgi está presente en todas las células eucariotas y, desde el punto de vista de su estructura, está formado por pilas de sacos membranosos y aplanados llamados cisternas.

El mismo se encarga de la modificación, distribución y envío de proteínas y lípidos, que han sido sintetizados previamente en el RE. Los clasifica y "etiqueta" para enviarlos a donde corresponda, ya sea fuera o dentro de la célula. Por eso, sus cisternas están en estrecha relación con el RE. A su vez, en ciertas regiones, las cisternas pueden distenderse en los extremos, formando bulbos, por estar llenas de productos celulares que, posteriormente, se desprenden en forma de vesículas y son transportados fuera del complejo, hacia otras partes internas de la célula o hacia la membrana plasmática, para ser exportadas al exterior. En la siguiente figura se esquematiza el aparato de Golgi.



Lisosomas

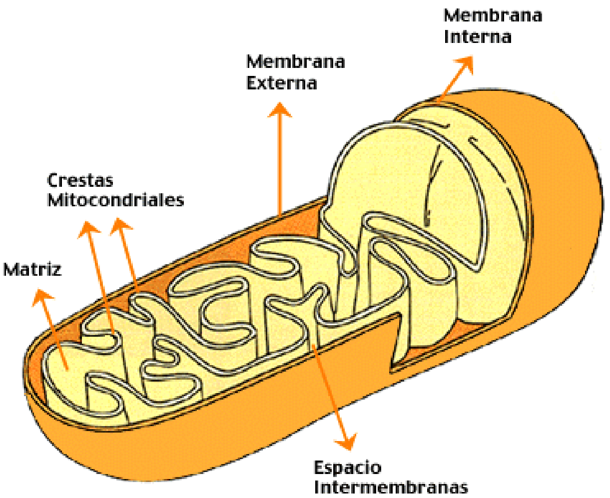
Estructuralmente, los **lisosomas** son pequeños sacos dispersos en el citoplasma, rodeados de una membrana y contienen proteínas, denominadas enzimas líticas, que degradan las moléculas presentes en el material celular "ingerido" (digestión celular).

Los componentes celulares sometidos a un proceso de envejecimiento y desgaste deben ser conducidos a las **"centrales de reciclaje"**. Las proteínas, por ejemplo, son "desarmadas" en sus piezas elementales, los aminoácidos, que pueden ser re-utilizados para la síntesis de nuevas proteínas. Los orgánulos "deteriorados" son envueltos y dirigidos a estos orgánulos especializados, los lisosomas, con los que se fusionan y son literalmente "engullidos y degradados".

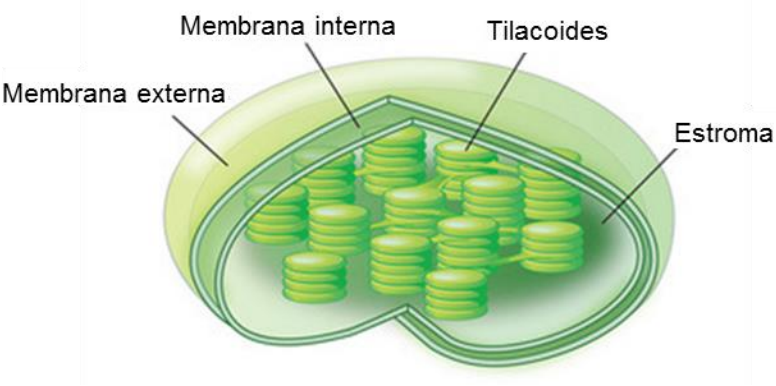
Mitocondrias y cloroplastos

Las mitocondrias son orgánulos especializados en los que se produce una conversión energética conocida como **respiración celular**. Casi todos los seres vivos necesitan respirar oxígeno, y en estas organelas se termina de producir la **combustión** de los azúcares y grasas, que las células captan a manera de nutrientes. Este proceso de combustión, como todos los procesos en la célula, está controlado y promovido por enzimas. La energía que se libera, en parte se pierde como calor y, en parte, se almacena en una molécula muy característica, llamada adenosíntrifosfato (ATP), que funciona como una especie de pila energética. Las moléculas de ATP son utilizadas por otras proteínas en diferentes procesos celulares que requieren de energía, tales como: construir o degradar otras moléculas, transportar materiales a través de las membranas, realizar movimientos dentro de la célula, etc. Una vez agotadas, las "pilas" de ATP retornan a la mitocondria para ser recargadas. Es importante mencionar que en la respiración celular se genera CO_2 y H_2O.

Las mitocondrias pueden adoptar diferentes formas, pero están siempre rodeadas por dos membranas, la más interna de las cuales se pliega hacia adentro, formando **crestas**, que son las superficies en donde se acomodan, de manera secuencial, las proteínas encargadas de promover las reacciones implicadas en la respiración celular. La siguiente figura presenta en forma esquemática la estructura de las mitocondrias.

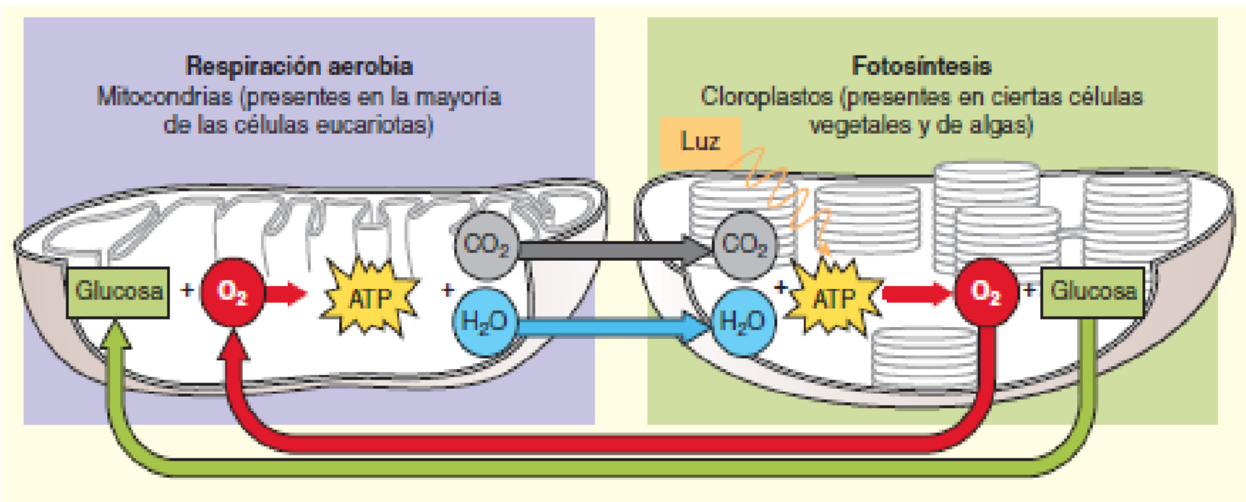


En las células vegetales, en el fitoplancton y en algunas bacterias, existen otros orgánulos que son también conversores de energía, los **cloroplastos**. En estos, la energía lumínica proveniente de sol es transformada en energía química, es decir, en moléculas de ATP. Para realizar dicha conversión, los cloroplastos poseen estructuras especiales, llamadas **tilacoides,** en las que se encuentran presentes complejos de proteínas y pigmentos, como la clorofila, que captan la energía lumínica y la almacenan en las moléculas de ATP. La energía almacenada, es luego utilizada para síntesis de moléculas orgánicas, tales como la glucosa, a partir de CO_2y H_2O. Dicho proceso de **síntesis** de moléculas de glucosa y O_2, a partir la energía de la luz, se denomina **fotosíntesis.** En la siguiente figura, se puede observar la estructura de los cloroplastos de la célula vegetal.



Como se puede apreciar, a través de los procesos de respiración celular, las células utilizan O_2 y glucosa para sintetizar moléculas ricas en energía, tales como el ATP y, como un producto de desecho, se produce CO_2y H_2O. Por lo tanto, la síntesis de la glucosa, en la fotosíntesis, y su descomposición, en la respiración celular, son procesos que se complementan entre sí. Se podría decir que, en ambos casos, se trata del mismo proceso, pero en sentido inverso.

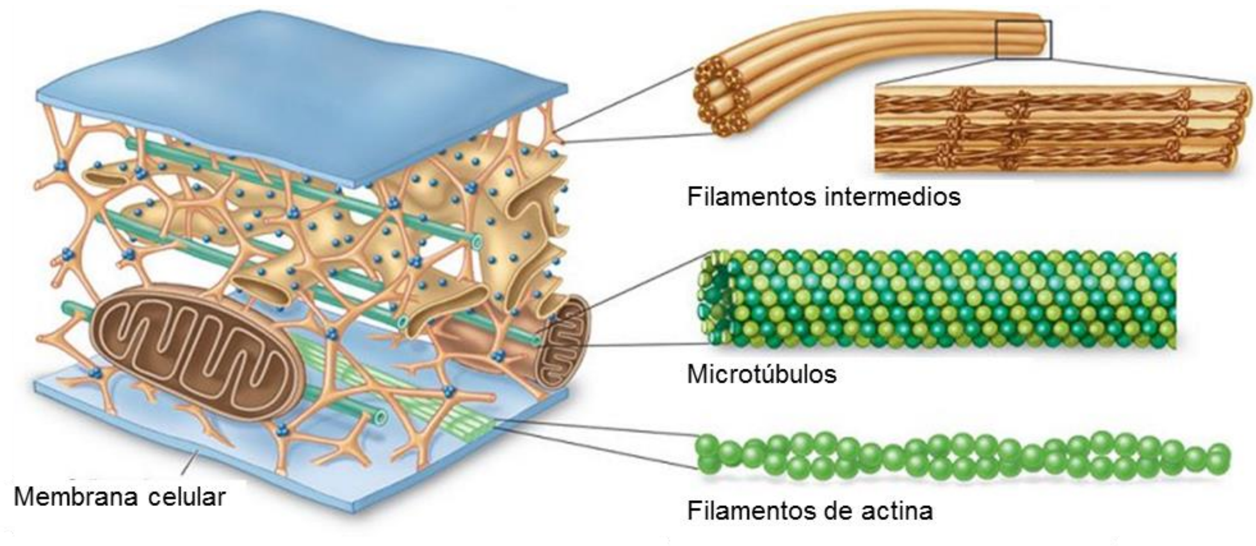
La síntesis y la "degradación" de los componentes a base de carbono, a partir de CO_2, en moléculas orgánicas complejas (fotosíntesis), y vuelta a CO_2 (respiración), es parte de lo que comúnmente se llama **el ciclo global del carbono**. En el siguiente esquema se representa el ciclo mencionado.



Citoesqueleto

Las células constan de un andamiaje, una especie de esqueleto, formado por distintos tipos de filamentos de proteínas. Este esqueleto o más específicamente citoesqueleto (*cito* es un prefijo que proviene del latín y hace alusión a célula), les proporciona a las células su resistencia mecánica, su forma y su capacidad para moverse.

El citoesqueleto es muy dinámico y está en continuo movimiento. Está constituido por proteínas ordenadas, en estructuras tipo filamentos, como se muestra en la figura.

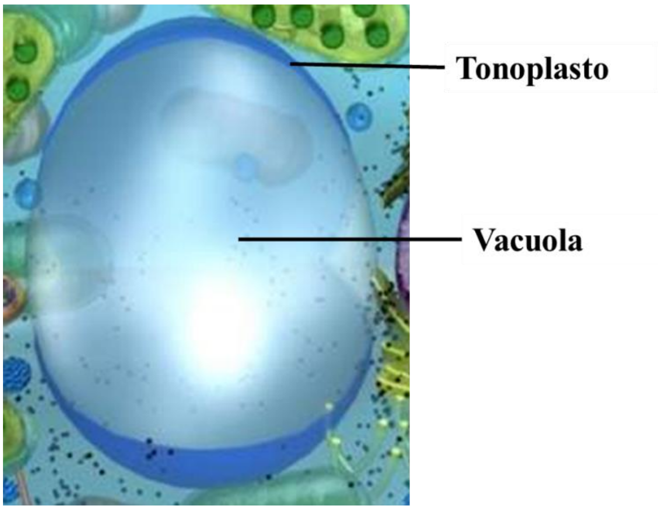


Además de tener una función estructural, el citoesqueleto está implicado en el movimiento de los cromosomas durante la división celular y en los movimientos de moléculas dentro de la célula y en los movimientos de las células en el organismo.

Vacuola

Las vacuolas son estructuras celulares variables en número y forma, constituidas por una membrana (llamada tonoplasto) y un contenido interno. En general, las células vegetales presenten una única o unas pocas vacuolas de gran tamaño. Por su parte, las células animales no siempre poseen vacuolas y, en caso de tenerlas, éstas presentan tamaño pequeño.

El volumen de la vacuola abarca el 80- 90% del volumen celular. Su función no es solo almacenar agua, sino que también se encarga de regular el intercambio de agua entre el interior y el exterior celular, lo que le permite a la célula tener los niveles de agua adecuados para cumplir su función.



► **Actividad 2**

Para comprender el concepto de célula, sus componentes y función, se propone que trabajen en grupo y comparen una célula con una ciudad. ¿Cómo cada una de sus partes podrían ser comparadas con el equivalente de una ciudad? ¿Qué correspondería al núcleo, a las mitocondrias y cloroplastos, a los microtúbulos, etc.? Discutir y dibujar.

División celular

Todas las células se originan a partir de otras pre-existentes, pero… ¿cómo?

De acuerdo a lo que se ha detallado anteriormente, el tercer principio de la teoría celular dice que las células se originan a partir de otras células. Este proceso, se produce a través de lo que se conoce como **división celular** y puede ocurrir básicamente de dos maneras:

- por mitosis, mediante la que se reproducen las células eucariotas que forman el cuerpo (células somáticas) y tienen dos "juegos" de cromosomas. Esta división es la base del crecimiento de un organismo, de la reparación de los tejidos dañados y de la reproducción asexual.
- por meiosis, que origina los gametos (óvulo y espermatozoide), con número simple (n) de cromosomas. Esta división celular permite la reproducción sexual.

Es importante recordar que, por **división mitótica,** una célula madre origina dos nuevas células hijas, con las mismas características morfológicas, fisiológicas y genéticas de la célula pre-existente (es decir, de la célula madre). De esta manera, el objetivo de la división mitótica es conseguir la duplicación de la célula madre, de modo que las dos células hijas reciban una dotación cromosómica idéntica a la de su progenitora.

Por su lado, la **meiosis** permite, a partir de una célula progenitora, que también ha duplicado su material genético, formar cuatro células. En consecuencia, luego de dos divisiones sucesivas, las cuatro descendientes tendrán la mitad del material genético (**células haploides**) con respecto a la célula madre o progenitora (**célula diploide**).

La secuencia de sucesos que conducen, primeramente, al **crecimiento** de la **célula** y, posteriormente, a la división en células hijas, constituye el **ciclo celular**, también llamado **ciclo de división celular**.

La duración del ciclo celular varía dependiendo de los diferentes seres vivos y de los diferentes tipos celulares. Por ejemplo, en algunas bacterias crecidas en medios muy nutritivos, es de unos 20 minutos, en las levaduras de 2 a 3 horas, en un fibroblasto en cultivo unas 20 horas y en las células hepáticas cada un año.

Cuando las células alcanzan un cierto tamaño, generalmente, o bien paran de crecer, o bien se dividen. Hay células que se encuentran permanentemente en el ciclo celular dividiéndose, para generar nuevas células que reemplacen las células desgastadas del tejido que forman; por ejemplo las células de la piel. En el otro extremo, hay células que luego de su formación inicial no continúan dividiéndose, tal es el caso de los glóbulos rojos de nuestra sangre y las células de nuestros músculos, las que, una vez que maduran se diferencian para cumplir su función y, por ende, ya no se dividen.

El ADN se duplica y la célula se prepara para la división celular

En todas las células eucariotas, el material genético se almacena en el núcleo. En su interior, el ADN no se encuentra aislado, sino que está estrechamente ligado a proteínas, llamadas **histonas** (ADN + histonas = **cromatina**). Durante el ciclo celular, el ADN se copia, se duplica y se compacta aún más, lo cual se puede observar al microscopio óptico como estructuras discretas e independientes, conocidas como **cromosomas**. Gracias a este nivel de compactación que alcanza la cromatina durante la división celular, el material genético se puede repartir, de manera eficiente, en las células hijas resultantes. Este proceso de compactación es fundamental y sin éste no se podría llevar a cabo la división sin riesgo de pérdida de material genético.

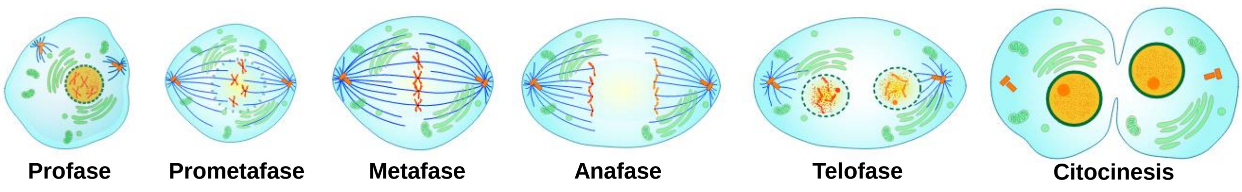
Cada especie, posee un número característico de cromosomas: su **número cromosómico**. Por ejemplo, una célula somática humana posee 46 cromosomas, el chimpancé 48, una abeja 16, la mosquita de la fruta 8, el ratón 40, el gato 38, una jirafa 62, el maíz 20, y, así, se podrían analizar todos los seres vivos y caracterizarlos por un número cromosómico que le es específico.

Luego de la duplicación del material genético, la célula se divide por **mitosis** y "reparte" una copia completa de su material genético a sus dos células hijas.

Fases del ciclo celular

La división de las células eucariotas es parte de un ciclo vital continuo, el ciclo celular, en el que se distinguen dos períodos mayores, la interfase, durante la cual se produce la duplicación del ADN, y la mitosis, durante la cual se produce el reparto idéntico del material antes duplicado. La mitosis es un período relativamente corto en comparación con la duración de la interfase.

Durante la mitosis se pueden distinguir diferentes fases: profase, prometafase, metafase, anafase, telofase. En la siguiente figura se presenta un esquema de las fases de la mitosis, más un esquema de lo que ocurre durante la citocinesis.



Interfase

Durante la interfase, la célula se encuentra en estado basal de funcionamiento. En esta etapa se lleva a cabo la replicación del ADN y la duplicación de los orgánulos para tener un duplicado de todo antes de dividirse. Esta es la etapa previa a la mitosis, donde la célula se prepara para dividirse. Los centríolos y la cromatina se duplican, y comienzan a condensarse. El primer proceso clave para que se de la división nuclear es que todas las cadenas de ADN se dupliquen (replicación del ADN); esto se da inmediatamente antes de que comience la división.

Profase

Durante la profase se produce la condensación del material genético (ADN, que en la interfase existe en forma de cromatina), para formar unas estructuras altamente organizadas, los cromosomas. Como el material genético se ha duplicado previamente, los cromosomas replicados están formados por dos cromátidas hermanas (dos copias idénticas), unidas a través del centrómero.
Uno de los hechos más tempranos de la profase en las células animales es la duplicación del centrosoma; los dos centrosomas hijos (cada uno con dos centriolos) migran hacia extremos opuestos de la célula. Los centrosomas actúan como centros organizadores de unas estructuras fibrosas, los microtúbulos. De esta forma, se forma el huso mitótico que tiene dos polos que emanan microtúbulos.
En la profase tardía desaparece el nucléolo y se desorganiza la envoltura nuclear.

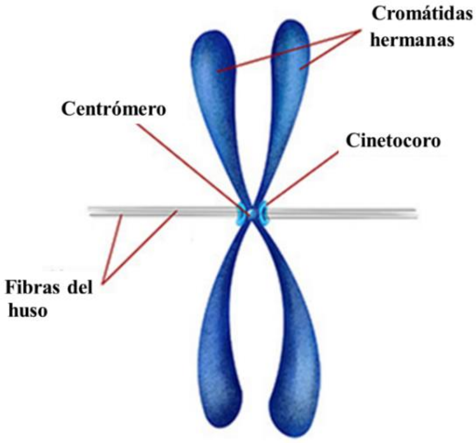
Prometafase

Como la envoltura nuclear se ha desorganizado, los microtúbulos invaden el espacio nuclear, y pueden anclar a los cromosomas o interactuar con los microtúbulos emanados por el polo opuesto de la célula. Los cromosomas comienzan a moverse hacia el plano medio de la célula, ayudados por los microtúbulos.

Metafase

A medida que los microtúbulos encuentran y se anclan a los cromosomas durante la prometafase, los centrómeros de los cromosomas se congregan en el "plano ecuatorial", una línea imaginaria que es equidistante de los dos centrosomas que se encuentran en los dos polos del huso mitótico. Este alineamiento equilibrado en la línea media del huso se debe a las fuerzas iguales y opuestas que se generan por los cinetocoros (estructura proteica situada sobre los cromosomas, ver figura).

Dado que una separación cromosómica correcta requiere que cada cinetocoro esté asociado a un conjunto de microtúbulos, los cinetocoros que no están anclados generan una señal para evitar la progresión prematura hacia anafase antes de que todos los cromosomas estén correctamente anclados y alineados en la placa ecuatorial. Esta señal activa “el control o revisión” del proceso de mitosis.



Anafase

Cuando todos los cromosomas están correctamente anclados a los microtúbulos del huso y alineados en la placa ecuatorial, la célula procede a entrar en anafase. Ésta es la fase crucial de la mitosis, porque se realiza la distribución de las dos copias de la información genética original.

Entonces tienen lugar dos sucesos: se cortan las proteínas que mantenían unidas ambas cromátidas hermanas, lo que permite su separación. Estas cromátidas hermanas, que ahora son cromosomas hermanos diferentes, son separados por los microtúbulos anclados a sus cinetocoros al desensamblarse, dirigiéndose hacia los centrosomas respectivos. Luego, se alargan los microtúbulos no asociados a los cinetocoros, empujando a los centrosomas (y al conjunto de cromosomas que tienen asociados) hacia los extremos opuestos de la célula.

Al final de la anafase, la célula ha conseguido separar dos juegos idénticos de material genético en dos grupos definidos, cada uno alrededor de un centrosoma.

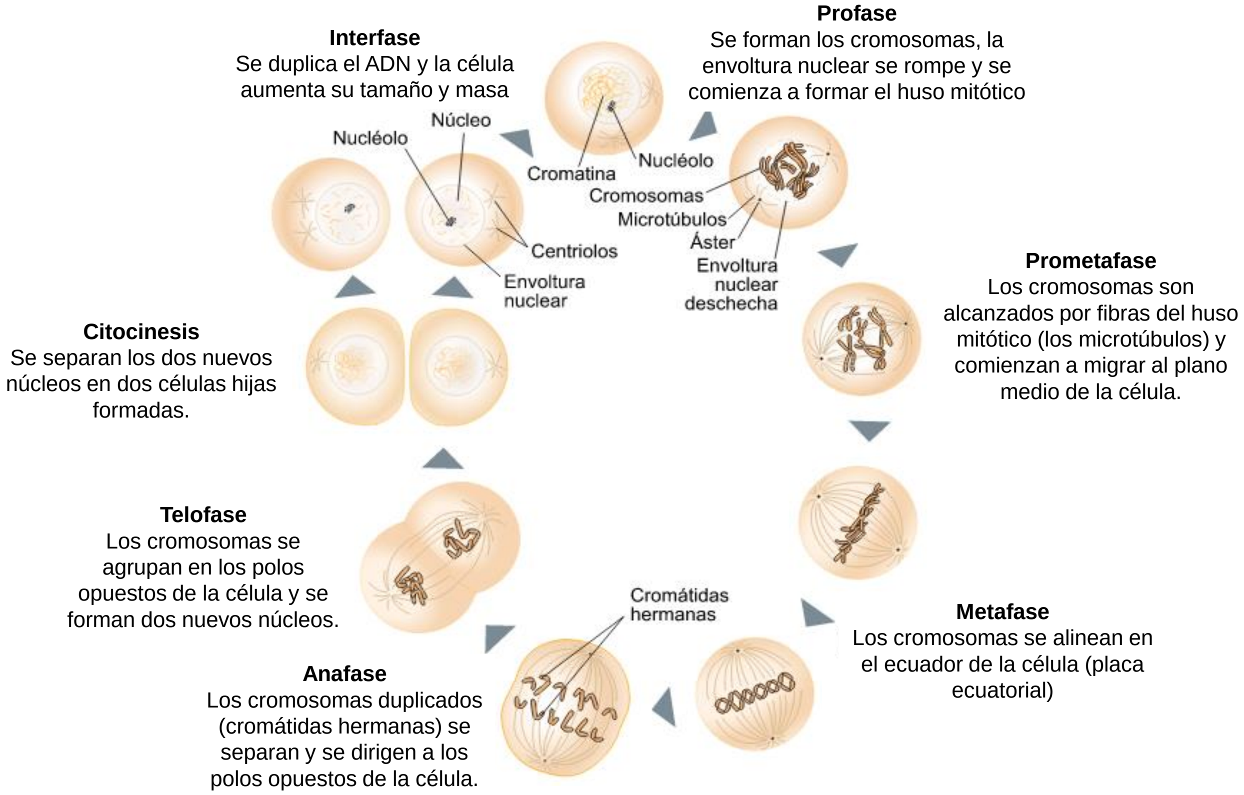
Telofase

La telofase es la reversión de los procesos que tuvieron lugar durante la profase y prometafase. Es decir, durante la telofase, los microtúbulos no unidos a cinetocoros continúan alargándose, estirando aún más la célula. Los cromosomas hermanos se encuentran cada uno asociado a uno de los polos. La envoltura nuclear se vuelve a formar alrededor de ambos grupos cromosómicos, es decir que se reorganiza, utilizando fragmentos de la envoltura nuclear de la célula original. Ambos juegos de cromosomas, ahora formando dos nuevos núcleos, se descondensan de nuevo en cromatina.

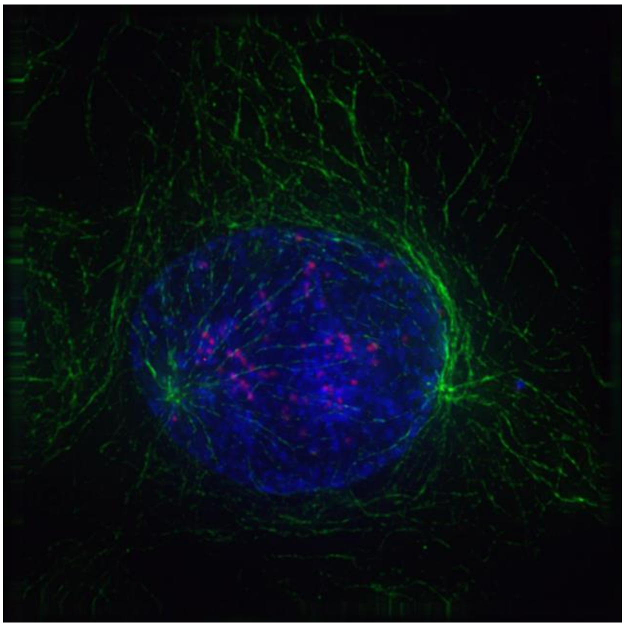
Citocinesis

La citocinesis es un proceso independiente, que se inicia simultáneamente a la telofase. Si bien no es parte de la mitosis, es necesario para completar la división celular. En este proceso se genera un surco de escisión o clivaje (corte) que contiene un anillo contráctil en el lugar donde estuvo la placa ecuatorial, "estrangulando" el citoplasma y separando los dos nuevos núcleos en dos células hijas formadas.

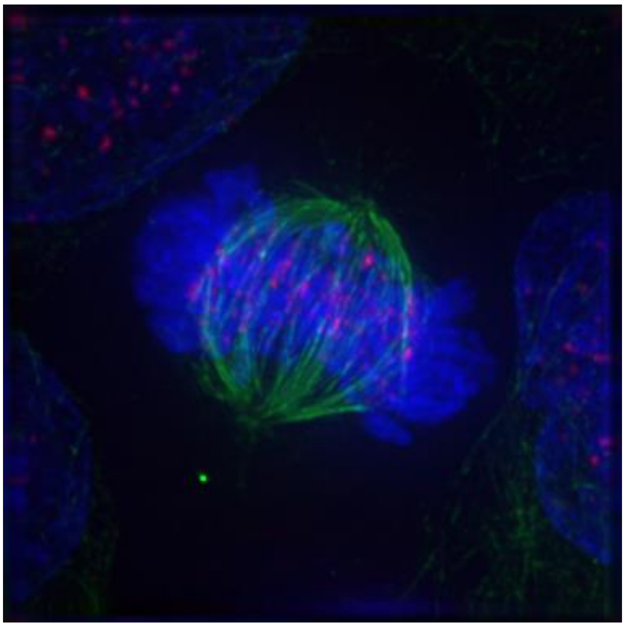
En la siguiente figura se resumen las diferentes fases de la división celular y se muestra una representación esquemática del aspecto de las células en cada una de estas fases



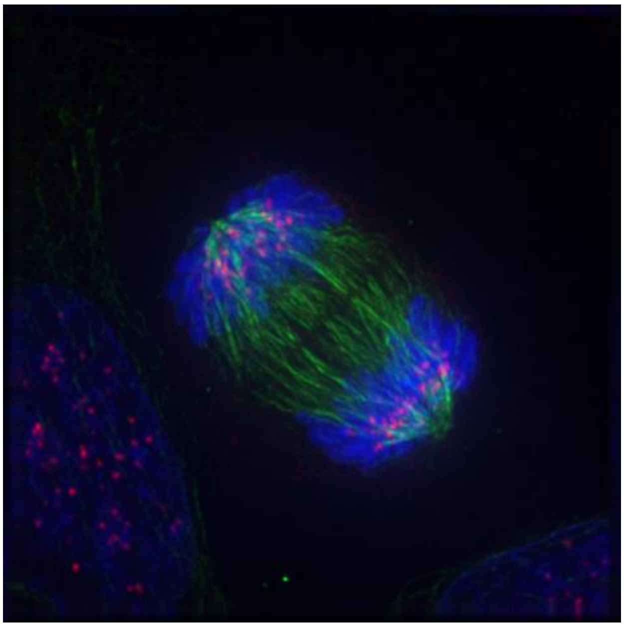
En la siguiente figura se presentan imágenes reales de las fases de la mitosis, obtenidas por microscopia utilizando marcadores fluorescentes (en el aula virtual está le versión a color).



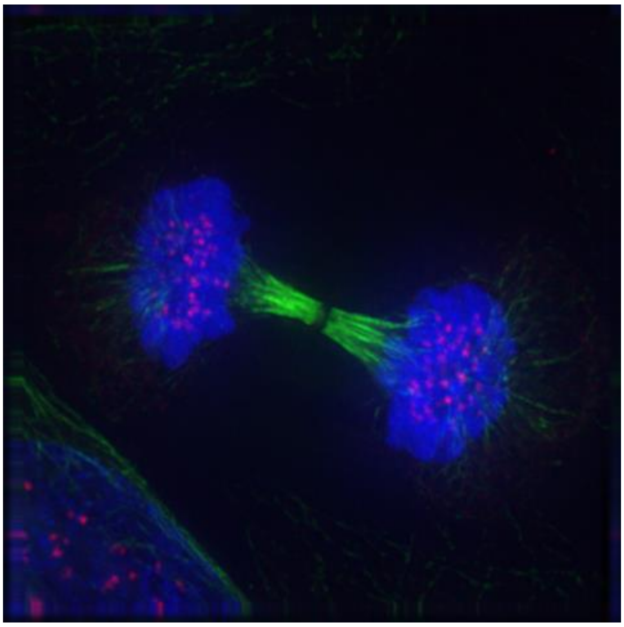
Profase y prometafase: Los dos centros de origen de los microtúbulos (en verde) son los centrosomas. La cromatina ha comenzado a condensarse y se observan las cromátidas (en azul). Las estructuras en color rojo son los cinetocoros.



Metafase: Los cromosomas se encuentran alineados en la placa ecuatorial.



Anafase: los microtúbulos se anclan a los cintetocoros y los dos juegos de cromosomas se aproximan a cada uno de los centrosomas.



Telofase: Los cromosomas se decondensan y se vuelve a formar la membrana nuclear

► **Actividad 3**

Completar el cuadro indicando en qué fase de la división celular ocurre cada proceso

Reorganización de membranas nucleares	
Los cromosomas se alinean en el plano medio de la célula (plano ecuatorial)	
Duplicación del material genético	
Separación de centrómeros	
Condensación de la cromatina	
Anclaje de los microtúbulos a los centrómeros	
Desorganización de la membrana nuclear	
Migración de los cromosomas en polos opuestos	

En síntesis, es importante distinguir que, en los organismos unicelulares, la **división mitótica** constituye un mecanismo de reproducción por sí mismo, ya que da origen a nuevos organismos. En tanto que, en los organismos pluricelulares, la mitosis permite la reproducción de las células del cuerpo, llamadas somáticas, que necesitan reproducirse para permitir el crecimiento del organismo, alcanzar el desarrollo, formar tejidos y órganos, reemplazar o regenerar las partes envejecidas, desgastadas y muertas.

En este sentido, un organismo pluricelular se origina a partir de una única célula madre, el **huevo o cigoto**, que se forma por la unión de dos gametas haploides (por ejemplo, el óvulo y el espermatozoide), en el proceso de **fecundación**. En el cigoto, se restablece el número diploide de cromosomas. A partir del huevo, se forma todo el cuerpo completo, por divisiones mitóticas. Por lo tanto, todas las células del cuerpo se han producido por mitosis y tienen la misma dotación genética que el huevo original.

Para profundizar en la comprensión de los aspectos que han sido desarrollados, se propone discutir con el docente y los compañeros, los siguientes interrogantes:

¿Por qué los humanos NO son una bola de células iguales?

Una célula nerviosa, ¿tiene la misma información genética que una célula del riñón o de la piel?

Por otro lado ¿ha observado lo que sucede cuando se cicatriza una herida?

El ciclo celular, un proceso que debe ser sumamente regulado

El correcto funcionamiento del ciclo celular no se limita a originar nuevas células, sino también, asegurar que el proceso se realice en forma pertinente y con la **regulación adecuada**. Esto quiere decir que, además de reproducirse, la formación de nuevas células, permite al organismo mantenerse en un constante equilibrio, lo que previene desórdenes que puedan perjudicar su salud (**enfermedades congénitas, cáncer**, etc.). Existen numerosas moléculas, entre estas muchas proteínas, que están específicamente dedicadas al control del ciclo celular.

Entonces, *¿qué ocurriría si estas moléculas se alteran?*

Para que se pueda comprender la importancia de esta regulación, cabe destacar que existen fármacos (principios activos o sustancias con actividad farmacológica) que pueden detener el ciclo celular en un punto determinado, con todas las consecuencias que esto supone. Por ejemplo, algunos de estos fármacos frenan la síntesis de ADN, otros inhiben la síntesis de proteínas que controlan el ciclo celular o inhiben la síntesis de proteínas estructurales que forman parte de la maquinaria del citoesqueleto que participa en la división.

Parte del proceso de "malignización" que conlleva al cáncer, supone la desregulación del control de la división celular. De hecho, las células cancerígenas se caracterizan por una alta y desregulada tasa de división, con respecto a la mayor parte de las células somáticas normales. Por esa razón, los fármacos afectan en mayor proporción a las células cancerígenas, en comparación con las normales, y se utilizan en los tratamientos quimioterapéuticos.

Sin embargo, es necesario considerar que también resultan afectadas las células normales y, a raíz de esto, se presentan algunos eventos adversos o indeseados, tales como: náuseas, vómitos, pérdida del cabello, entre otros, que ocurren en las personas que se encuentran bajo tratamiento anticancerígenos. Esos efectos no deseados dela terapia, también se vinculan con la regulación del ciclo celular. Tal como se mencionó, estos efectos se deben a que los fármacos, si bien actúan en mayor medida sobre las células con alta tasa de división, también actúan sobre las células normales, que igualmente se dividen mucho, como algunas del sistema digestivo o las que formas los folículos del cabello.

Si tenés interés en profundizar e integrar los temas que han sido presentados hasta el momento, en los siguientes sitios, podrá encontrar dos videos, del canal *Encuentro*, referidos a la célula y el ADN, como así también, del *Canal de Videociencias*, sobre los procesos de división celular.

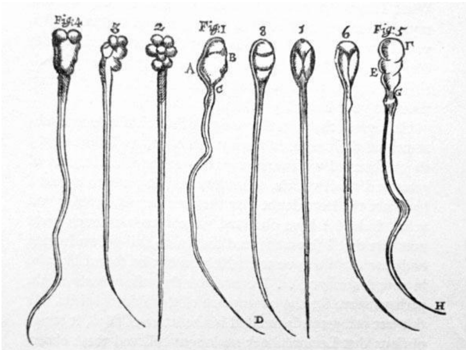
***La célula**: http://www.encuentro.gov.ar/sitios/encuentro/programas/ver?rec_id=106155*

***ADN**: http://www.encuentro.gov.ar/sitios/encuentro/programas/ver?rec_id=106154*

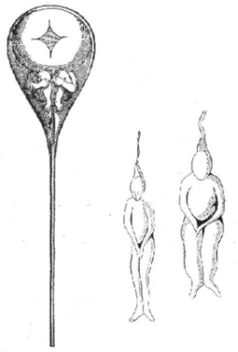
***Mitosis y meiosis**: https://www.youtube.com/watch?v=tYDgGgSGQuQ*

La teoría de los homúnculos que "explicaba" la reproducción animal

En 1677, el fabricante de lentes holandés Anton van Leeuwenhoek (1632-1723) descubrió espermatozoides vivos –***animálculos,*** como él los llamó– en el semen de varios animales, incluido el del hombre. Muchos adeptos entusiastas mirando a través del "espejo mágico de Leeuwenhoek" (su microscopio casero) imaginaban ver, dentro de cada espermatozoide humano, una criatura diminuta, un ***homúnculo*** u "hombrecito".



Espermatozoides, tal como los observó Antony van Leeuwenhoek



Las teorías de la época, planteaban que esta pequeña criatura, era un futuro ser humano, en miniatura. Una vez que se implantaba en el vientre, el pequeño ser comenzaba a nutrirse, por lo que la única contribución de la madre era sólo la de servir de incubadora para el feto en crecimiento. Esta teoría sostenía que cualquier semejanza que un niño pudiera tener con su madre, se debía a las "influencias prenatales del vientre". Ahora bien, ¿cómo se formó el homúnculo? A partir de esto, surgió entonces la siguiente postura: todos los organismos (pasados, presentes y los que nacerán en el futuro) existen desde siempre, desde el primer acto creador, uno dentro de otro sucesivamente, como una muñeca rusa, y están a la espera de ser activados, mediante la fecundación. Esta teoría se conoció como la ***teoría preformista***. El rol de la unión de las células sexuales, es decir la fecundación, sería sólo el de activar el crecimiento del germen.

Durante la misma década de 1670, otro holandés, Régnier de Graaf (1641-1673), describió por primera vez el folículo ovárico, la estructura en la cual se forma el óvulo humano. Sus adeptos, los ***ovistas***, muy por el contrario, sostenían que era el óvulo femenino el que contenía el futuro ser humano en miniatura; los animálculos del líquido seminal del macho simplemente estimulaban su crecimiento.

Tanto *ovistas,* como *preformistas,* sostenían que, si cada homúnculo tenía dentro de sí otro ser humano, perfectamente formado –pero más pequeño–, dentro de éste debía haber otro, y así sucesivamente, debía contener hijos, nietos y bisnietos, todos ellos en reserva, para un uso futuro. Éstos eran tan infinitamente pequeños, que no se podrían observar, ni con la ayuda del microscopio.

Aunque estas teorías hoy parezcan descabelladas, fueron muy aceptadas en su época para explicar la reproducción animal.

Teórico-práctico

Microscopios: entrando al mundo de lo invisible…

Una célula puede ser estudiada enfocándose en distintos aspectos: el morfológico, el químico y el fisiológico. Para estudiar cada uno de estos aspectos, existen métodos de estudios particulares. En el caso particular de los estudios morfológicos, se realiza una visualización de la célula; sin embargo, la mayoría de las células no pueden visualizarse a "simple vista" debido a que, en la mayoría de los casos, su tamaño es menor al poder resolutivo del ojo humano. Por esta razón, se recurre a los **microscopios,** que magnifican la imagen del objeto en estudio.

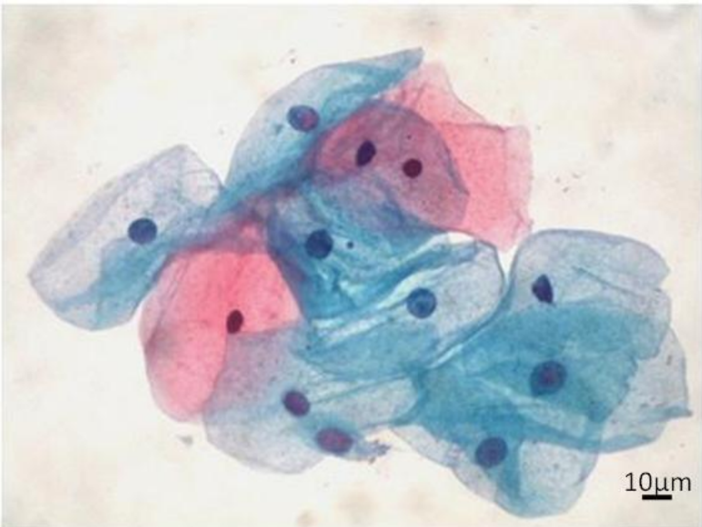
Actualmente, existen varios tipos de microscopios, cada uno empleado con propósitos especiales. Por medio de este teórico-práctico, se propone estudiar los microscópicos ópticos comunes y los microscopios electrónicos.

Microscopio óptico compuesto o común

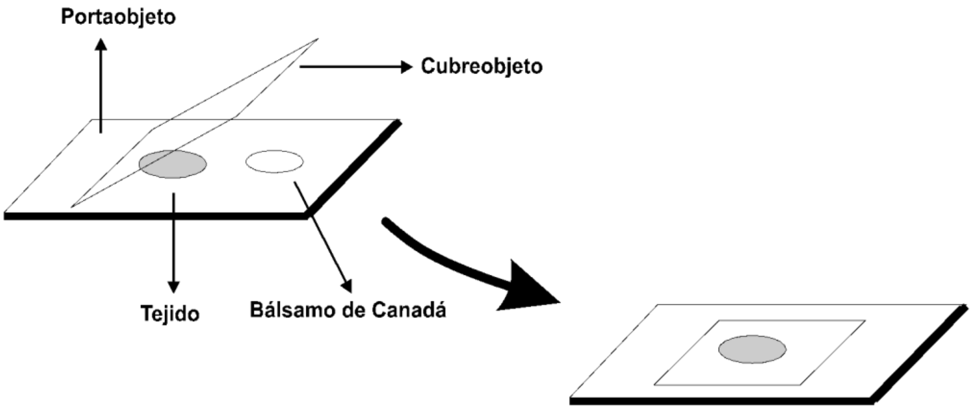
Es el tipo de microscopio más común y el primero que se inventó. Según los italianos, fue inventado en 1610, por Galileo Galilei, sobre la base de su invento previo: el telescopio. Antes de esa fecha, los seres vivientes más pequeños conocidos, eran insectos diminutos, por lo que se daba por sentado que no existía ningún organismo que fuera más pequeño. Sin embargo, los instrumentos para aumentar la visión de los objetos, o microscopios (palabra griega que significa "para ver lo pequeño"), comenzaron a usarse progresivamente. Por primera vez, la biología se ampliaba y extendía, gracias a un mecanismo que llevaba el sentido de la vista humana más allá de sus límites naturales. Así, los naturalistas, pudieron describir en detalle los pequeños organismos, cosa que de otro modo resultaba imposible, y los anatomistas, pudieron descubrir estructuras hasta entonces invisibles. Al comienzo, existían dos tipos de microscopios: el sencillo y el compuesto. El sencillo, no era más que una lente montada, mientras que, el compuesto, estaba formado por una combinación de lentes y fue inventado por Zacharias Jansen, en Holanda.

Luego de la invención de Jansen, surgieron, en pocos años, un gran número de creadores de microscopios en Europa. El formato del microscopio óptico común ha ido evolucionando a lo largo de la historia, pero conserva el mismo principio y fundamento que los modelos iniciales. Se trata de un instrumento óptico que consiste en un tubo con un sistema de lentes en cada extremo. La imagen se forma con los rayos de luz que llegan a las lentes, luego de atravesar el objeto o muestra a observar, la cual se encuentra apoyada en una platina. A través de este sistema, se obtiene una **imagen** del objeto **aumentada e invertida**.

La imagen que se presenta a continuación, corresponde a una muestra de un hisopado cérvico-vaginal, coloreado con la tinción de *Papanicolau* y observada con un microscopio óptico común. En esta imagen, se puede identificar, claramente, el núcleo y el citoplasma de las distintas células epiteliales.

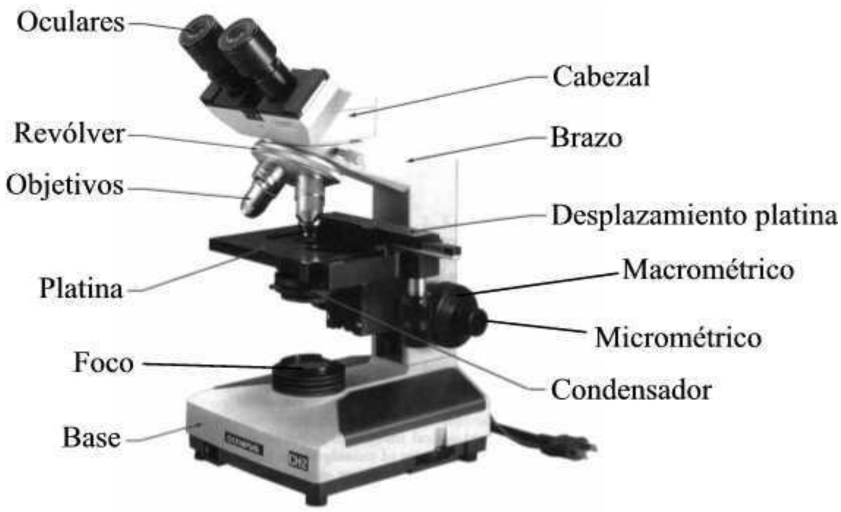


Para obtener una imagen como esta, el objeto (células, tejidos, etc.) que se quiere observar, se coloca sobre un vidrio transparente, que se llama **portaobjeto,** y se cubre con otro vidrio más fino, que se llama **cubreobjeto**. En la siguiente imagen, se presenta en forma esquemática la forma en la que se prepara la muestra a observar sobre el portaobjeto y la forma en la que debe colocarse el cubreobjeto.



Partes de un microscopio óptico común

En la siguiente figura, se muestra una foto de un microscopio óptico, en el que se señala cada una de sus partes. Es importante tener en cuenta que, el diagrama presentado en esta imagen, puede variar ligeramente respecto del que será utilizado durante el transcurso del trabajo práctico. Sin embargo, las partes son esencialmente las mismas.



Sistema de soporte

1. Base o pie: superficie que sostiene todo el microscopio.

2. Brazo, asa o columna: vástago que sostiene el tubo con las lentes, la platina y los tornillos de ajuste. También sirve para sujetarlo manualmente y poder moverlo de un sitio a otro.

3. Revólver: disco rotatorio localizado en la base del tubo, sostiene las lentes objetivos.

4. Platina: plataforma sobre la cual se coloca el portaobjetos con la muestra en estudio. Posee un orificio central para permitir el paso de luz.

5. Pinzas: son dos agarraderas que sirven para sostener el portaobjeto mientras se observa la preparación.

Sistema de lentes

El sistema de lentes consiste en, al menos, **dos juegos de lentes,** ubicados en cada extremo del tubo del microscopio. Un grupo de lentes se encuentra en el extremo inferior del tubo, inmediatamente sobre el preparado a examinar (el objeto), por lo que se denomina **objetivo**. El segundo grupo, se encuentra en el extremo superior del tubo, donde se coloca el ojo del observador, por lo que denomina **ocular**.

6. Objetivo: lleva inscripto en la superficie su aumento (10X, 25X, 40X, 100X, donde X significa "aumento") y su apertura numérica (AN). Pueden ser "a seco" (se usan directamente) o de "inmersión" (se necesita colocar una gota de aceite de inmersión sobre el preparado a observar). La función del objetivo es aumentar el objeto y proyectar la imagen sobre el ocular.

7. Ocular: lleva inscripto en la superficie el valor de su aumento (5X, 10X, etc.). Aumenta aún más la imagen y la proyecta sobre la retina del ojo del observador.

Sistema de iluminación

8. Fuente de luz visible: El haz de luz atraviesa el preparado, pasa por las lentes y, finalmente, las imágenes son receptadas en la retina del ojo.

9. Condensador: dispositivo óptico situado debajo de la platina, que sirve para concentrar la luz sobre el objeto.

10. Diafragma: dispositivo que se encuentra en la parte inferior de la platina, que sirve para regular la cantidad de luz que llega al objeto en observación y, posteriormente, a nuestro ojo.

Sistema de ajuste

11. Tornillo de ajuste macrométrico: esta perilla permite el desplazamiento rápido de las lentes, por lo que se utiliza para lograr la aproximación del enfoque (**enfoque grueso**).

12. Tornillo micrométrico: esta perilla permite el desplazamiento suave de las lentes, por lo que se emplea para conseguir un enfoque "perfecto" del objeto (**enfoque fino**).

13. Regulador de la platina: se utiliza para desplazar el portaobjeto sobre la platina, un tornillo lo desplaza hacia atrás y hacia adelante y, otro tornillo, lo desplaza a la derecha e izquierda.

Algunos puntos referidos a la parte óptica del microscopio, que influyen en la calidad de la imagen observada, se presentan a continuación:

- Aumento: es la relación entre el tamaño de la imagen obtenida de un objeto y el tamaño real de éste. Para conocer el aumento total con el que se observa el objeto, se debe multiplicar el aumento del objetivo por el aumento del ocular. Por ejemplo:

Aumento total = Aumento del ocular (10X) × Aumento del objetivo (40X) = 400X

- Poder de resolución (PR): es la capacidad del instrumento para dar imágenes distintas, de dos puntos del objeto, situados muy cerca uno del otro.

El poder de resolución es inversamente proporcional al límite de resolución.

- Límite de resolución (LR): se define como la menor distancia a la que pueden estar situados dos puntos muy próximos, para que se observen como puntos individuales. Es decir, es la capacidad de distinguir a dos puntos muy cercanos como diferentes. Es directamente proporcional a la longitud de onda de la luz empleada (la longitud de de onda está relacionada con el color) y de características de la lente objetivo.

Posteriormente, y sobre la base del microscopio óptico común, se fueron desarrollando varios microscopios especiales: microscopio de contraste de fase, microscopio de luz polarizada, microscopio de fluorescencia, microscopio confocal, entre otros, algunos de los cuales serán utilizando en el transcurso de la carrera de grado.

Microscopio electrónico

Este microscopio permitió conocer la organización interior de la célula. El primero fue desarrollado en 1931 por Max Knoll y Ernst Ruska, en Alemania. Posteriormente, en 1942, se desarrolló el microscopio electrónico de barrido. El microscopio electrónico utiliza, en lugar de un haz de luz visible, un haz de electrones que permite una resolución muy superior a la de los microscopios ópticos, por lo que permite estudiar los detalles más finos, es decir, la ultraestructura o morfología submicroscópica de la célula. En lugar de lentes de vidrio, se utilizan lentes electromagnéticas, para formar la imagen. Existen microscopios electrónicos de transmisión y microscopios electrónicos de barrido.

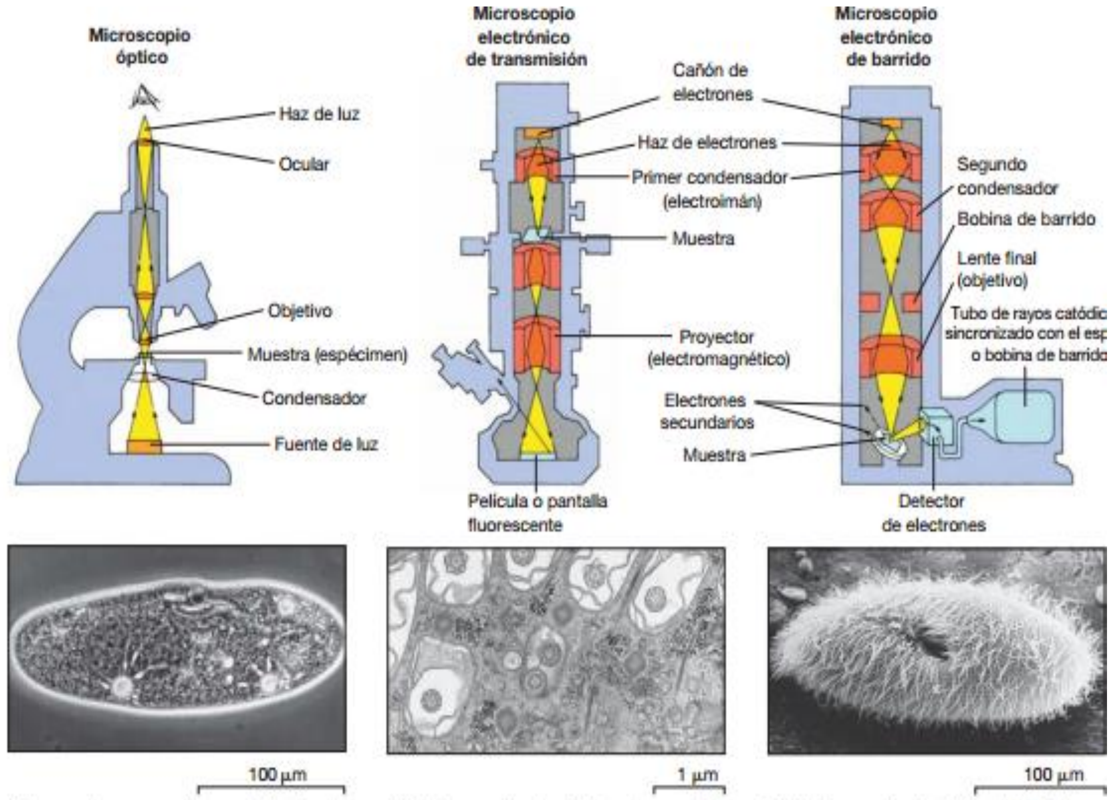
Microscopio electrónico de transmisión

La imagen se obtiene por la dispersión de los electrones cuando chocan con los átomos de la muestra en observación. La dispersión de los electrones, depende del número atómico de los átomos del preparado; esto es a mayor número atómico, mayor dispersión. Como resultado, las estructuras que desvían los electrones aparecen como zonas oscuras y se denominan electro-densas. Los átomos que componen las estructuras biológicas son de bajo número atómico (principalmente carbono, hidrógeno, oxígeno y nitrógeno), por eso, se deben agregar átomos "pesados" al preparar el material en estudio, para ser utilizados como referencia. Es el instrumento indicado para el estudio de la ultraestructura de la célula, es decir, la morfología detallada de los componentes de la misma. Esta capacidad es consecuencia de su gran poder de resolución, siendo el límite de resolución de aproximadamente 5-15 Å.

Microscopio electrónico de barrido (*"scanning"*)

Este microscopio explora la superficie de la imagen, punto por punto, ofreciendo una imagen tridimensional del objeto en estudio.

Para que se pueda terminar de entender el poder de resolución diferencial de los distintos tipos de microscopios descriptos previamente, se presenta la siguiente figura, en donde se muestra un organismo eucariota unicelular llamado *Paramecium*.

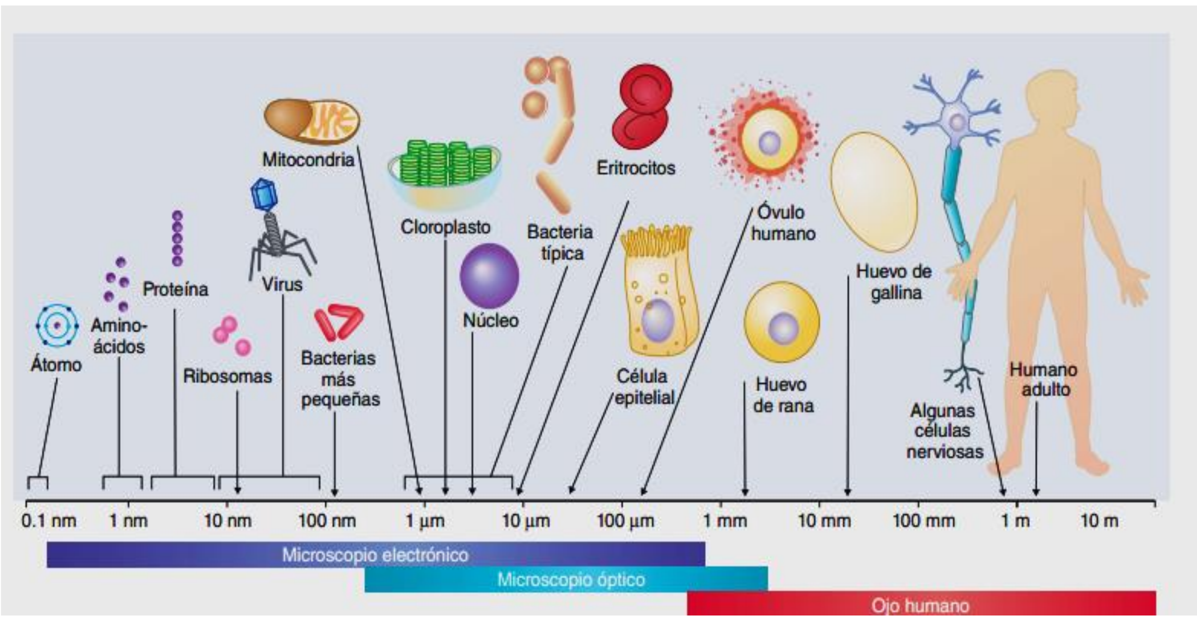


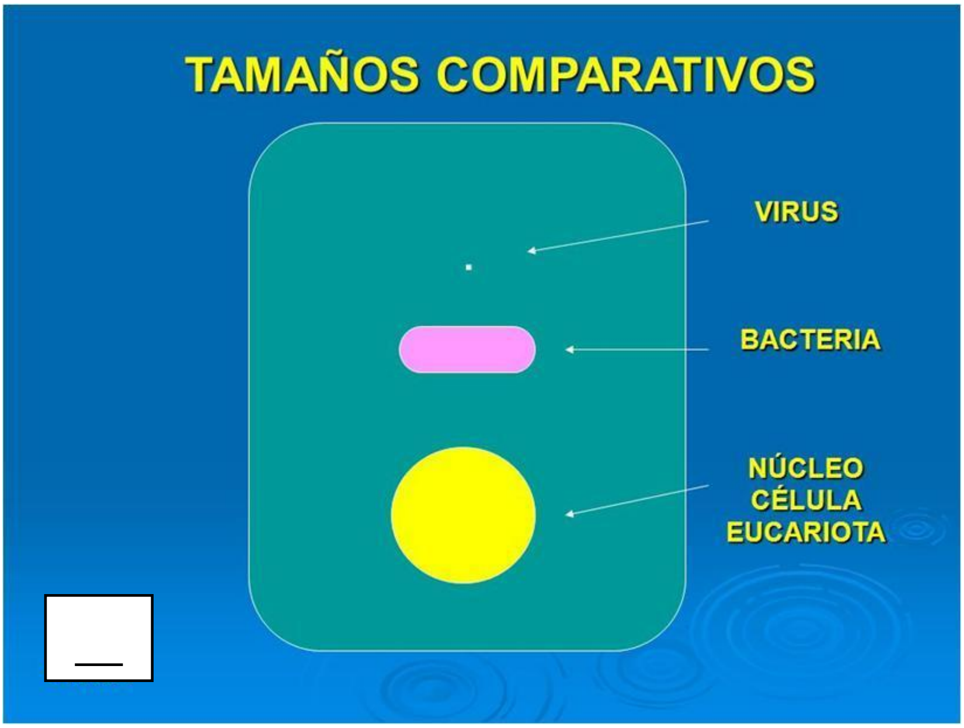
(a) Se puede usar un microscopio óptico de contraste de fases para ver células teñidas o vivas, pero con una resolución relativamente baja.

(b) El microscopio electrónico de transmisión (MET) produce una imagen de alta resolución que se puede ampliar considerablemente. Se muestra un segmento de un corte muy fino del *Paramecium*.

(c) El microscopio electrónico de barrido (MEB) proporciona una clara visión de las características de la superficie.

A continuación, se presenta una escala, con los intervalos de tamaños que se pueden observar a simple vista, con el microscopio óptico y el electrónico, lo cual da cuenta de la diferencia resolutiva entre ambos tipos de microscopios.





Diferentes métodos para observación en microscopía óptica común

En general, los métodos de estudio para la observación en un microscopio común se clasifican en dos grupos: los que se basan en la observación directa de **células vivas** y los que analizan **células muertas**.

Para estudiar células vivas, se coloca sobre un portaobjeto parte de la muestra a observar, se cubre con un cubreobjeto y, finalmente, se coloca el portaobjetos sobre la platina para hacer la observación. Para estudiar células muertas, éstas se someten a un **tratamiento químico** (alcoholes, formol, etc.) o **físico** (temperatura) que fija las células y, de esa manera, conserva sus estructuras, de modo que lo que se observe, sea lo más parecido posible a su estado natural.

Como la luz o los electrones deben atravesar las muestras, éstas deben ser lo suficientemente finas como para permitir el paso de luz a través de ellas y, así, facilitar su observación. Por esta razón, en algunas situaciones, es necesario hacer **cortes** muy finos del material en estudio.

Además, es importante recalcar que muchas de las estructuras celulares no coloreadas presentan, en general, muy poco contraste entre sí. Con la ayuda de **tinciones o coloraciones** se logra una absorción diferencial de la luz, que permite visualizar las diferentes estructuras.

Diferencias entre el microscopio óptico común y el electrónico

1) Completar la información faltante en el siguiente cuadro:

	Microscopio óptico	**Microscopio electrónico**
Imagen dada por	Interferencia de rayos luminosos	
Límite de resolución		5-15 Å
Aumento		20000X a 160.000X con lente intermedia. 1.000.000X o más con aumento fotográfico
Nivel de observación	Estructura	Ultraestructura

2) Si el objetivo es de 10X y el ocular de 5X, ¿con qué aumento se está observando un determinado objeto?

3) Completar el siguiente cuadro indicando lo que corresponde con un Sí o un No:

	Con el microscopio óptico se puede observar…	**Con el microscopio electrónico se puede observar….**
La forma de una célula procariota		
La forma de una célula eucariota		
Núcleo		
Ribosomas		
Membrana plasmática		
Virus		

Contenido

Unidad 4 – Números reales

Contenidos: Naturales, enteros, racionales, irracionales. Propiedades. Operaciones fundamentales. Adición. Multiplicación. Potenciación. Radicación. Logaritmo. Propiedades y Manejo Algebraico. Ejercicios de Aplicación. Multiplicación y división por potencias de diez. Notación exponencial.

Objetivo: Brindar las herramientas matemáticas básicas para operar con números reales. Se espera que al finalizar el modulo, usted sea capaz de realizar operaciones que involucren radicación, potenciación y logaritmos; ya sea en ejemplos numéricos o algebraicos

Clasificación de los números reales

La noción de número es una de las más antiguas y fundamentales de la ciencia. Dicen los antropólogos que algunos pueblos primitivos se valían de piedras para contar sus rebaños. ¿Cuáles son las piedras que utiliza hoy el hombre para contar? Los números naturales.

Convendremos en considerar al cero como número natural. Al conjunto de los números naturales lo designaremos N y al conjunto de los números naturales no nulos, N_0. Ésta, al igual que toda convención, es arbitraria y puede variar de un autor a otro.

El conjunto N tiene primer elemento; el mismo es cero. ¿Cuál es su último elemento?

....

....

....

Una característica importante de los números naturales es que la diferencia no es siempre posible. ¿Cuándo ocurre ello?

....

....

....

Ante esta situación, se define para cada número natural *a*, un número negativo –*a* tal que verifica la siguiente propiedad:

$$a+(-a)=0$$

El número – *a* se llama opuesto de *a*.

Así, por ejemplo:

El opuesto de 5 es -5 porque $5 + (-5) = 0$

El opuesto de 1 es -1 porque

El opuesto de 0 es

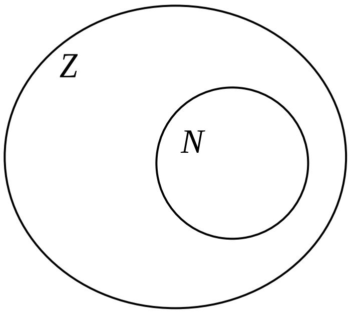
El conjunto de los elementos opuestos a los elementos de N_0 es Z^-, definido como: $Z^- = \{-1; -2; -3; ...\}$.

El conjunto formado por los números naturales y los negativos es el conjunto Z (enteros).

$$N \cup Z^- = Z$$

Indicaremos con Z_0 el conjunto de los números enteros no nulos.

¿Tiene el conjunto Z primer elemento? ¿Y último? ¿Cuántos números forman el conjunto Z ?



Le proponemos a continuación que piense si siempre es posible efectuar una división en Z .

6 : 3 = 2 (El resultado pertenece a Z)

0 : 2 = 0 (El resultado pertenece a Z)

3 : 2 =

11 : 5 =

Para resolver esta situación, se introduce otro conjunto numérico, llamado conjunto de números racionales, expresado como Q . Al conjunto de los racionales no nulos se lo indica como Q_0 .

Un número racional *b* es aquel que puede expresarse como el cociente de dos números enteros *m* y *n*, siendo $n \neq 0$.

Recuerde que la división por cero no está definida

$$Q = \left\{ b \,/\, b = \frac{m}{n} \wedge m \in Z \wedge n \in Z_0 \right\}$$

Por ejemplo: $\frac{6}{2}$ es racional, porque 6 y 2 son enteros.

$\frac{-8}{5}$ es racional, porque -8 y 5 son enteros.

$\frac{0}{3}$ es racional, porque 0 y 3 son enteros.

4 es racional, porque se puede expresar como $\frac{4}{1}$; 4 y 1 son enteros.

$0{,}3$ es racional, porque se puede expresar como $\frac{3}{10}$; 3 y 10 son enteros.

$0{,}555...$ es racional, porque se puede expresar como $\frac{5}{9}$; 5 y 9 son enteros.

Busque en su libro de matemáticas las reglas mediante las cuales se pueden transformar las expresiones decimales (periódicas y no periódicas) en fracciones:

....

....

....

....

Una aclaración sobre la notación: 0,555... (siguen los cincos) se puede expresar como $0{,}\widehat{5}$, y 2,565656... como $2{,}\widehat{56}$.

Todo número racional puede escribirse como una expresión decimal periódica o limitada.

Por ejemplo:	$\frac{37}{33} = 1{,}121212....$, o también $1{,}\widehat{12}$	Decimal periódica pura
	$\frac{32}{90} = 0{,}3555....$, o también $0{,}3\widehat{5}$	Decimal periódica mixta
	$\frac{9}{20} = 0{,}45$	Decimal limitada
	$\frac{12}{4} = 3$	Decimal limitada
	$\frac{7}{1} = 7$	Decimal limitada

2,5 es una expresión decimal del número racional $\frac{25}{10}$. ¿Son 25 y 10 los únicos enteros que definen a este número racional? Demuéstrelo. ¿Cuántos pares de enteros pueden definir al número racional 2,5? ¿Qué conclusión extrae?

....

....

....

A continuación establecemos cuándo dos expresiones de la forma $\frac{a}{b}$ representan el mismo número racional.

$$\frac{m}{n} \wedge \frac{p}{q} \in Q; \frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Leftrightarrow m \cdot q = n \cdot p$$

Por ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$, porque $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$

$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6}$, porque $(-2) \cdot 6 = 3 \cdot (-4)$

$\frac{-2}{3} = \frac{6}{-9}$, porque $(-2) \cdot (-9) = 3 \cdot 6$

$\frac{6}{2} = \frac{3}{1}$, porque $6 \cdot 1 = 3 \cdot 2$

$\frac{0}{-2} = \frac{0}{5}$, porque $0 \cdot 5 = 0 \cdot (-2)$

$\frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}$, porque $3 \cdot 5 = (-5) \cdot (-3)$

Recuerde que, para $b \neq 0$, $\frac{a}{-b} \equiv \frac{-a}{b} \equiv -\frac{a}{b}$

Introduciremos ahora el conjunto de los números fraccionarios F.

$$F = Q - Z$$

Esto significa que los números fraccionarios son todos aquellos números racionales no enteros.

Por ejemplo: $\frac{2}{3}$ es fraccionario

$\frac{8}{2}$ no es fraccionario, porque $\frac{8}{2} = 4$, y 4 es entero

$-\frac{8}{7}$ es fraccionario

$-\frac{15}{5}$ no es fraccionario, porque $-\frac{15}{5} = -3$, y -3 es entero

► Actividad 1

Indicar cuáles de los siguientes números racionales son iguales:

$\frac{7}{5}$; $\frac{1}{2}$; $1,\widehat{4}$; $1,4$; $0,5$; $\frac{-7}{4}$; $\frac{-1}{-2}$; $\left(1+\frac{4}{9}\right)$; $7,5$; $\frac{21}{15}$; $\frac{14}{-8}$; $\frac{a}{9}$; $\frac{3a}{27}$; $\frac{c}{3d}$; $\frac{3c}{d}$; $\frac{5c}{15d}$; $\left(2+\frac{56}{90}\right)$; $2,5\widehat{6}$; $\frac{236}{90}$

¿Pueden representarse todos los números que conoce mediante una expresión decimal limitada o periódica? Vamos a ver un ejemplo:

No hace falta que le presentemos al número π. Usualmente se utiliza para los cálculos numéricos el valor de 3,14 o, si uno es más preciso, el de 3,1416. Pero, ¿cuál es el verdadero valor de π? Una calculadora le podrá informar, con diez cifras: 3,141592654. Una computadora dice que las primeras doscientas cifras de π son:

3,14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493038196.

Y así podríamos seguir (se han calculado millones de cifras) sin encontrar ninguna periodicidad. ¿Podrá entonces escribirse a π como el cociente entre dos números enteros?

Los números cuya expresión decimal no es limitada o periódica, forman el conjunto de los números irracionales I .

Además de π, existen muchos otros ejemplos:

$\sqrt{2}$ = 1,4142135.... ; $\sqrt{3}$ = 1,7321... ; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; e = 2,718281... ; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[4]{2}$; $\log_{10} 3 = 0,47712125...$

Designaremos I al conjunto de los números irracionales. La unión de los conjuntos I y Q constituye el conjunto de los números reales.

$$I \cup Q = R$$

Aclaración: π no es igual a 3,14; ni igual a 3,141592654; ni tampoco al número de 200 cifras. Todas ellas son aproximaciones, al ser π un número irracional no puede ser representado exactamente con una expresión decimal limitada o periódica.

► Actividad 2

a) Complete el siguiente cuadro

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{Naturales}\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\}\text{Enteros}\\ \qquad\qquad\ \ldots\ldots\ldots\ldots\end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \text{Irracionales}\end{array}\right\}\text{Reales}$$

b) Haga el diagrama de conjuntos de esta situación

c) Diga cuáles de los siguientes números son enteros, naturales, racionales o irracionales (pueden pertenecer a más de una categoría)

0 ; $7{,}21220014...$; $-1{,}5$; $\frac{7}{4}$; π ; $1{,}55665566...$; $-2\sqrt{2}$; $-0{,}2\hat{3}$; -4 ; $\frac{12}{4}$; 5 ; $-\frac{20}{3}$; $-\sqrt[3]{5}$

Los trucos y las curiosidades numéricas interesan a los hombres desde hace muchos siglos. El siguiente truco numérico es similar a uno que aparece en un papiro egipcio del siglo XIX antes de Cristo.

1. Elija un número.
2. Súmele siete.
3. Multiplique el resultado por dos.
4. Réstele ocho.
5. Divida el resultado por dos.
6. Réstele el número que eligió.

Independientemente del número elegido, siempre se obtiene el mismo resultado. Verifiquemos que esto se cumple, partiendo de distintos números.

1. Elija un número.	6	2	5	1080
2. Súmele siete.	13	9	12	1087

3. Multiplique el resultado por dos.	26	18	24	2174
4. Réstele ocho.	18	10	16	2166
5. Divida el resultado por dos.	9	5	8	1083
6. Réstele el número que eligió.	3	3	3	3

En los cuatro casos obtenemos como resultado 3. Esto nos podría hacer pensar que siempre será así, independientemente del número elegido. Cuidado con este tipo de razonamientos. Nunca se puede hacer una afirmación de este tipo basándose solamente en un resultado numérico. En nuestro caso en particular, haber obtenido el mismo resultado en cuatro casos analizados no es suficiente para demostrar que, cualquiera sea el número que se elija para comenzar, obtendremos tres.

¿De qué forma podremos demostrar que ello será siempre así?

Repasemos nuevamente el truco, pero de una forma ligeramente diferente. En vez de elegir un número específico al comenzar, dibujaremos un cuadrado que lo represente. Para representar a cada una de las unidades que debamos sumar o restar utilizaremos círculos.

1. Elija un número.	□
2. Súmele siete.	□●●●●●●●
3. Multiplique el resultado por dos.	□□●●●●●●●●●●●●●●
4. Réstele ocho.	□□●●●●●●
5. Divida el resultado por dos.	□●●●
6. Réstele el número que eligió.	●●●

Ahora sí, tenemos una demostración de que el resultado es siempre tres, ya que la representación anterior vale para cualquier número.

Hemos extraído lógicamente una conclusión a partir de una situación general (que comprende a todos los casos particulares). Hemos razonado deductivamente.

Los matemáticos, en lugar de usar cuadrados y círculos, prefieren usar una letra del alfabeto para representar al número elegido y los números para representar a las unidades que se deben sumar, restar, multiplicar o dividir.

Veamos la demostración anterior escrita con los símbolos del álgebra.

1. Elija un número.	a
2. Súmele siete.	$a + 7$

3. Multiplique el resultado por dos. $2(a+7) = 2a + 14$
4. Réstele ocho. $2a + 14 - 8 = 2a + 6$; $2a + 6 = 2(a+3)$
5. Divida el resultado por dos. $a + 3$
6. Réstele el número que eligió. $a + 3 - a = 3$

Adición y multiplicación en *R*

Aquí se resumen las propiedades fundamentales de la adición y la multiplicación en R.

Propiedad ($\forall a,b,c \in R$)	**Adición**	**Multiplicación**
Ley de cierre	$a+b \in R$	$a \cdot b \in R$
Asociativa	$(a+b)+c = a+(b+c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Conmutativa	$a+b = b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Existencia de elemento neutro	Es el número cero $a+0=a$	Es el número uno $a \cdot 1 = a$
Existencia de inverso	Inverso aditivo u opuesto de a es $-a$ $a+(-a)=0$	Inverso multiplicativo o recíproco de a (para $a \neq 0$) es a^{-1} $a \cdot a^{-1} = 1$
Distributiva de la multiplicación respecto de la adición	$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	

Es importante notar que $ab \equiv a \cdot b \equiv a \times b$

Recordemos además que en el conjunto R se define la relación de igualdad, la cual presenta las siguientes propiedades:

Propiedades $(\forall a,b,c \in R)$		
Reflexiva	$a=a$	
Simétrica	$a=b \Rightarrow b=a$	
Transitiva	$a=b \wedge b=c \Rightarrow a=c$	
Uniforme	**Adición** $a=b \Rightarrow a+c=b+c$	**Multiplicación** $a=b \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$

A esta última propiedad usted la ha empleado constantemente para resolver ecuaciones, “despejando términos”. Por ejemplo:

$x-10=8$	Para despejar *x*, sumamos a ambos miembros 10
$x-10+10=8+10$	Sumando en ambos miembros, resulta
$x=18$	

Otro caso:

$5x=10$	Para despejar *x*, multiplicamos ambos miembros por $\frac{1}{5}$
$5x\cdot\frac{1}{5}=10\cdot\frac{1}{5}$	Aplicando propiedad asociativa
$\left(\cancel{5}\cdot\frac{1}{\cancel{5}}\right)x=2$	Resolviendo
$x=2$	

Sobre la base de estas propiedades, se demuestra la ley cancelativa, para la adición y para la multiplicación.

Ley $(\forall a,b,c\in R)$	**Adición**	**Multiplicación**
Cancelativa	$a+b=c+b\Rightarrow a=c$	$\forall b\neq 0: a\cdot b=c\cdot b\Rightarrow a=c$
Anulación del producto		$a\cdot b=0\Rightarrow a=0\vee b=0$

Es importante definir la diferencia entre números reales:

$$\forall a,b\in R: a-b=a+(-b)$$

Por ejemplo:

$$5-\frac{1}{4}=5+\left(-\frac{1}{4}\right)$$

► Actividad 3

Proponga ejemplos mostrando que no se cumplen las propiedades asociativa y conmutativa en la resta.

Recordemos a continuación la división entre números reales.

$$\forall a,b\in R\wedge b\neq 0;\ a:b=a\cdot b^{-1}$$

Así, por ejemplo, tenemos: $4:5=4\cdot\frac{1}{5}$

¿Por qué imponemos la condición $b\neq 0$?

....

....

....

► Actividad 4

Proponga ejemplos mostrando que no se cumplen las propiedades asociativa y conmutativa en la división.

► Actividad 5

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. En este último caso, justifique las respuestas con un contraejemplo (alguna situación en la que no se cumpla lo expresado).

1) $a\cdot 0=0$

2) $(-a)\cdot(-b)=-(ab)$

3) $a+(-b+c)=a-b+c$

4) $a:(b+c)=a:b+a:c$ con $b+c\neq 0,\ b\neq 0,\ c\neq 0$

5) $a-(b+c)=a-b+c$

6) $(b+c):a=b:a+c:a$ con $a\neq 0$

7) Si $a=-2$ y $b=0$ entonces $a:b=0$

8) $\forall a\in R,\ \frac{a}{-a}=-1$

9) $\forall a\in R_0,\ a:a^{-1}=1$

10) $\forall a\in R,\ (a^{-1})^{-1}=a$

11) $a \cdot (-b) = ab$

12) $a \cdot (b - c) = ab - ac$

13) La ecuación $2x = 1$ tiene solución en Z .

14) $-(-a) = a$

15) $a - b = -(b - a)$

16) $a : b = 1 : (b : a)$ con $a \neq 0,\ b \neq 0$

17) $\forall a \in R,\ a \cdot a^{-1} = 1$

Insistiremos un poco más en la aplicación de las leyes cancelativa y de anulación del producto. Si, por ejemplo, consideramos la ecuación:

$$5x + 4 + 2x = 2 + 4 + 5x$$

¿Podemos simplificar los sumandos 4? ¿Y los sumandos 5*x* que también se repiten en ambos miembros? ¿Es correcta esta última cancelación?

En efecto, es posible cancelar porque en la suma se verifica la ley cancelativa sin ninguna restricción.

Veamos este otro ejemplo:

$2x + \cancel{5} = 3x + \cancel{5}$ efectuamos la cancelación

$2x = 3x$ (a)

$2x - 3x = 0$ ¿Qué propiedad se aplicó?

$-x = 0$

$x = 0$

Ahora bien, si en el caso (a) se hubiera decidido aplicar la ley cancelativa de la multiplicación, se tendría:

$2\cancel{x} = 3\cancel{x}$ y se obtiene que:

$2 = 3$ que evidentemente es incorrecto

¿Dónde está el error?

No se ha tenido en cuenta la restricción de esta ley:

No se pueden cancelar los factores iguales a cero

¿De dónde surge esta restricción? Cuando cancelamos en el paso (a), lo que estamos haciendo en realidad es multiplicar por $\frac{1}{x}$ en ambos miembros para obtener $2\frac{x}{x}=3\frac{x}{x}$ y luego suponemos que el factor $\frac{x}{x}$ vale 1. Éste es el error, ya que no se tuvo en cuenta que *x* vale cero y por lo tanto $\frac{1}{x}$ y $\frac{x}{x}$ no están definidos.

Entonces cuando se emplee la ley cancelativa de la multiplicación, se debe tener en cuenta que la simplificación no es válida si el factor que se simplifica es igual a 0.

Si no se tiene en cuenta lo anterior se corre el riesgo de "perder" soluciones, como ha ocurrido en el ejemplo anterior.

En cuanto a la ley de anulación del producto. ¿Cómo se la empleará?

Recordémosla.

$$ab=0 \Rightarrow a=0 \vee b=0$$

Esto significa que se pueden dar estas tres posibilidades:

$$a=0 \wedge b \neq 0$$

$$a \neq 0 \wedge b=0$$

$$a=0 \wedge b=0$$

Esta propiedad facilita la resolución de ecuaciones como la siguiente:

$$(x+2)\left(x-\frac{1}{5}\right)=0$$

Como el producto es cero, uno de los factores es igual a cero:

$x+2=0$ o bien $x-\frac{1}{5}=0$, por lo tanto

$x=-2$ o bien $x=\frac{1}{5}$

Verificamos que dichos valores satisfacen la igualdad:

para $x=-2$ se tiene $\quad (-2+2)\left(-2-\frac{1}{5}\right)=0$

$$0\cdot\left(-\frac{11}{5}\right)=0$$

para $x=\frac{1}{5}$ se tiene $\quad \left(\frac{1}{5}+2\right)\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{5}\right)=0$

$$\frac{11}{5} \cdot 0 = 0$$

Potenciación y radicación en *R*

Pasamos a recordar la definición y las propiedades de la potenciación de base real y exponente entero.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a ... a \cdot a \cdot a}_{n \text{ factores}} \quad \forall n \in N_0$$

$$a^0 = 1, \ \forall a \neq 0$$

$$a^{-n} = (a^{-1})^n \quad \forall a \neq 0, n \in N$$

Propiedades de la potenciación

Distributiva respecto del producto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Distributiva respecto del cociente	$(a : b)^n = a^n : b^n$
Producto de potencias de igual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
Cociente de potencias de igual base	$a^m : a^n = a^{m-n}$
Potencia de potencia	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

La potenciación no es distributiva respecto de la suma ni de la resta.

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n$$

$$(a-b)^n \neq a^n - b^n$$

► Actividad 6

Dé ejemplos que muestren que:

1) La potenciación no es distributiva respecto de la suma y de la resta.

2) La potenciación no es conmutativa.

3) La potenciación no es asociativa.

► Actividad 7

Demuestre que:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(-a-b)^2 = (a+b)^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

► Actividad 8

En los siguientes cálculos se han cometido errores al aplicar las propiedades estudiadas. Indique cuáles son y corríjalos.

1) $(2^2 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5)^2 = 2^{16}$

2) $(a^2)^4 : (a^{-3})^2 = (a^8) : a^{-6}$ con $a \neq 0$

$= 1^{14}$
$= 1$

3) $\dfrac{a^4 \cdot (a^2)^6}{(a^9)^2} = \dfrac{a^4 \cdot a^{12}}{a^{18}}$ con $a \neq 0$

$= a^{-2}$
$= (-a)^2$
$= a^2$

4) $(7 \cdot 2 - 14)^0 + 5^0 = 2$

5) $\dfrac{b^m \cdot b^{2n}}{b^n} = b^m \cdot b^2$ con $b \neq 0$

$= b^{m+2}$

► Actividad 9

Aplicando las propiedades de la potenciación demuestre que:

1) $(a+2)^2-(a-2)^2-4(2a+1)=-4$

2) $(3\cdot 3^{n+1}+3^{n+2})^3:(3^{n+2})^3=8$

3) $(10\cdot 2^{n+1})^3:(2^{n+1})^3=1000$

4) $2^{2-n}\cdot(2\cdot 2^{n+1}+2^{n+2})=32$

5) $\dfrac{(a+b)(a-b)-(a^{3-m}:a):a^{-m}}{-b^2}=1$ con $a\neq 0$ y $b\neq 0$

En esta misma etapa recordaremos la definición de radicación y sus propiedades.

Dado un número entero *n* diferente de cero y un número real *a*, se llama raíz *n*-ésima de *a* al número *b*, tal que la potencia *n*-ésima de *b* es igual a *a*.

$$\sqrt[n]{a}=b\Leftrightarrow b^n=a,\ n\in Z_0$$

donde *n* se llama índice, *a* radicando y *b* raíz

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{8}=2\Leftrightarrow 2^3=8$$

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{64}}=-\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left(-\frac{1}{4}\right)^3=-\frac{1}{64}$$

$$\sqrt[-2]{4}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$$

¿Es siempre posible la radicación en R?

Analicemos el siguiente ejemplo para dar respuesta a esta pregunta.

Para calcular $\sqrt{-9}$ tenemos que encontrar un número que elevado al cuadrado sea igual a -9. ¿Existe algún número real que verifique esa condición? Evidentemente no, ya que el cuadrado de un número real distinto de cero siempre es positivo.

Entonces $\sqrt{-9}$ no tiene solución en R. En general, esto va a cumplirse para cualquier raíz de índice par y radicando negativo. Como consecuencia de esto último, decimos que la radicación no es cerrada en R. En caso de ser posible su cálculo en R, ¿cuántas respuestas obtenemos?

Volvemos a plantear algunos ejemplos para dar respuesta a este interrogante.

$\sqrt[3]{64}=4\Leftrightarrow 4^3=64$

$\sqrt[3]{-8}=-2\Leftrightarrow(-2)^3=-8$

Cuando calculamos $\sqrt[4]{16}$ encontramos dos respuestas.

Éstas son 2 y -2, ya que $2^4 = 16$ y $(-2)^4 = 16$.

Simbólicamente decimos: $\sqrt[4]{16} = \pm 2 \Leftrightarrow (\pm 2)^4 = 16$

Sin embargo, utilizaremos aquí una convención que dice que, **si se debe considerar el doble signo en una raíz de índice par y radicando positivo, se indicará explícitamente con el símbolo correspondiente (±) delante del signo radical, de lo contrario se considerará sólo la raíz positiva.**

Todo lo antedicho puede resumirse diciendo:

1) Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz no tiene solución en R.
2) Si el índice es impar, la raíz real es única y tiene el signo del radicando.
3) Si el índice es par y el radicando es positivo, existen dos raíces reales opuestas (aunque por convención, si no se indica el doble signo explícitamente, se considera la raíz positiva).

Propiedades de la radicación

Distributiva respecto del producto	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad a \geq 0 \wedge b \geq 0 \wedge n \in N_0$
Distributiva respecto del cociente	$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} \quad a \geq 0 \wedge b > 0 \wedge n \in N_0$
Raíz de raíz	$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \quad a \geq 0 \wedge n, m \in N_0$
Invariante	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} \quad a \geq 0 \wedge n, m, k \in N_0$ $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n:k]{a^{m:k}} \quad a \geq 0 \wedge n, m, k \in N_0$
Intercambio de índice y exponente	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \quad a \geq 0 \wedge n, m \in N_0$

Nótese que las propiedades listadas se definen para raíces de radicando no negativo (los llamados radicales aritméticos). En el caso de radicandos negativos estas propiedades no siempre se cumplen y hay que considerar cada caso individualmente, en secciones posteriores se dan ejemplos que tratan con las restricciones de estas propiedades en dichos casos.

La radicación no es distributiva respecto de la suma y la resta

$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

Nota aclaratoria: Comúnmente se utiliza la expresión $a^{\frac{m}{n}}$ para expresar $\sqrt[n]{a^m}$, lo cual se deduce de la propiedad invariante de la radicación. El cambio entre una y otra expresión es directo. Por ejemplo:

$$\sqrt{5^3} = 5^{\frac{3}{2}} \quad ; \quad \sqrt[3]{8^a} = 8^{\frac{a}{3}} \quad ; \quad \sqrt[4]{\left(\frac{7}{3}\right)^3} = \left(\frac{7}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$$

Otra expresión frecuentemente utilizada es a^{-1} para expresar $\frac{1}{a}$, que también se deduce de la definición de la potenciación. Por ejemplo:

$$\frac{1}{4} = 4^{-1} \quad ; \quad \frac{1}{6^3} = 6^{-3} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt[5]{9^3}} = 9^{-\frac{3}{5}} \quad ; \quad -\frac{1}{\sqrt{10^5}} = -10^{-\frac{5}{2}}$$

► Actividad 10

Proponga ejemplos mostrando que la radicación no es distributiva respecto de la suma y la resta.

Insistiremos en la aplicación de la propiedad invariante y analizaremos algunos ejemplos de lo que ocurre al intentar aplicarla a raíces de radicando negativo.

Plantearemos algunos ejemplos:

$$\sqrt[8]{2^4} = \sqrt[8:4]{2^{4:4}} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{5^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \sqrt[12]{5^{\ldots\ldots}}$$

Esta propiedad permite la simplificación de radicales. Seguramente recordará que las expresiones formadas por el signo radical y una expresión numérica o literal debajo del mismo se llaman radicales.

¿Es siempre posible simplificar un radical? Analicemos los siguientes ejemplos:

1) $\sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6]{64} = 2$, si aplicamos la propiedad invariante tenemos

$\sqrt[6]{4^3} = \sqrt[6:3]{4^{3:3}} = \sqrt[2]{4} = 2$, los resultados coinciden

2) $\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5]{-32} = -2$

$\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5:5]{(-2)^{5:5}} = -2$, los resultados coinciden

3) $\sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$

$\sqrt[6:2]{(-8)^{2:2}} = \sqrt[3]{-8} = -2$, vemos que los resultados no coinciden y, por tanto, la simplificación no es válida

Decimos entonces que no siempre es posible simplificar un radical de radicando negativo. Antes de intentar hacerlo debemos recordar que la simplificación de radicales se realiza a través de la propiedad invariante, y para el caso de radicandos negativos, su aplicación no es válida (al menos sin restricciones). En este caso vemos que para el caso de radicandos negativos, sólo es válida la simplificación cuando el índice y exponente son impares.

Veamos que sucede cuando el índice y el exponente del radicando coinciden.

a) Radicando positivo:

$\sqrt[6]{2^6} = \sqrt[6]{64} = 2$

$\sqrt[3]{9^3} = \sqrt[3]{729} = 9$

La raíz es igual a la base de la potencia del radicando (como se desprende de la aplicación de la propiedad invariante).

b) Radicando negativo:

$$\sqrt[3]{\left(-\frac{1}{4}\right)^3} = \sqrt[3]{-\frac{1}{64}} = -\frac{1}{4}$$

$\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5]{-32} = -2$

$\sqrt[2]{(-3)^2} = \sqrt[2]{9} = 3$

$$\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{25}\right)} = \frac{1}{5}$$

Vemos que en el caso de tener un radicando negativo (cuando la propiedad invariante no se puede aplicar sin restricciones) la simplificación no siempre es válida, sólo lo es cuando el índice y exponente que se simplifican son impares.

Si en vez de considerar el signo del radicando, analizamos los ejemplos anteriores considerando qué ocurre si el índice es par o impar se tiene lo siguiente:

a) Cuando el índice es impar la raíz es igual a la base de la potencia del radicando.

b) Cuando el índice es par la raíz es el valor absoluto de la base de la potencia.

Simbólicamente, esto se plantea de la siguiente forma:

Si el índice es impar: $\sqrt[n]{a^n} = a$

Si el índice es par: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

En particular: $\sqrt{a^2} = |a|$

Creemos conveniente recordar que:

El valor absoluto, también llamado módulo, de un número real a se denota $|a|$ y se define mediante:

$$|a| = \begin{cases} a, \forall a \geq 0 \\ -a, \forall a < 0 \end{cases}$$

Por ejemplo:

$$|5| = 5$$

$$|0| = 0$$

$$\left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$$

A continuación, le presentaremos un ejemplo resuelto para que usted se familiarice un poco más con la forma de operar con expresiones que contienen un valor absoluto.

Supongamos que Ud. necesita obtener la mínima expresión de:

$$\frac{a}{3}\sqrt{25^2\left(b+1\right)} - 5\sqrt{a\left(ab+a\right)}$$

donde lo único que sabe es que $b > 0$.

Procedemos de la siguiente manera:

$\frac{a}{3}\sqrt{25^2(b+1)}-5\sqrt{a(ab+a)}=$	Se distribuye la raíz cuadrada del primer término y se extrae *a* como factor común en la raíz cuadrada del segundo término
$\frac{a}{3}\sqrt{25^2}\sqrt{b+1}-5\sqrt{a^2(b+1)}=$	Se distribuye la raíz cuadrada del segundo término
$\frac{a}{3}25\sqrt{b+1}-5\sqrt{a^2}\sqrt{b+1}=$	Como se vio anteriormente, $\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$, por lo tanto, se realiza el reemplazo en el segundo término
$\frac{25}{3}a\sqrt{b+1}-5\lvert a\rvert\sqrt{b+1}=$	Se extrae $\sqrt{b+1}$ como factor común
$\sqrt{b+1}\left(\frac{25}{3}a-5\lvert a\rvert\right)$	

Si no sabemos nada acerca del signo de *a*, no podemos avanzar más y la expresión obtenida en el último paso es la mínima expresión.

Ahora vamos a plantear dos casos:

1) En el caso en que $a \geq 0$, de acuerdo con la definición de valor absoluto dada anteriormente, se cumple que $\lvert a\rvert = a$, por lo tanto, al realizar ese reemplazo en la expresión obtenida, se tiene que:

$$\sqrt{b+1}\left(\frac{25}{3}a-5\lvert a\rvert\right)=\sqrt{b+1}\left(\frac{25}{3}a-5a\right)=\sqrt{b+1}\left(\frac{10}{3}a\right)$$

2) En el caso en que $a < 0$, se cumple que $\lvert a\rvert = -a$, por lo tanto, al realizar ese reemplazo en la expresión obtenida, se tiene:

$$\sqrt{b+1}\left(\frac{25}{3}a-5\lvert a\rvert\right)=\sqrt{b+1}\left(\frac{25}{3}a+5a\right)=\sqrt{b+1}\left(\frac{40}{3}a\right)$$

Vemos por lo tanto que, si conocemos el signo de una expresión encerrada entre barras de módulo, podemos aplicar la definición para seguir avanzando en la resolución.

► Actividad 11

Lea atentamente el siguiente planteo. En él se deslizó un error. Encuéntrelo.

$$\sqrt[3]{-8}\ \cdot\ \sqrt[3]{-27}+\sqrt{-4}\cdot\sqrt{-25}+(-2)^3\ \cdot\ \left(\frac{1}{5}-1\right)^{-2}=$$

$$=\sqrt[3]{(-8)(-27)}\ +\ \sqrt{(-4)(-25)}\ +\ (-8)\ \cdot\ \left(\frac{-4}{5}\right)^{-2}=$$

$$=\sqrt[3]{216}\ +\ \sqrt{100}\ +\ (-8)\ \cdot\ \left(-\frac{5}{4}\right)^{2}=$$

$$=6\ +\ 10\ +\ (-8)\ \cdot\ \frac{25}{16}=$$

$$=6\ +\ 10\ +\ (-\frac{25}{2})=$$

$$=6\ +\ 10\ -\ \frac{25}{2}=$$

$$=\frac{7}{2}$$

► Actividad 12

Calcule:

1) $$\frac{\left(1-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right):\left(\frac{2}{3}-2\right)^2}=$$

2) $$\frac{1-\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}-\left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right)^2:\frac{2}{3}-2^2}=$$

3) $$\left(\frac{1+\sqrt{9}}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1-\sqrt[3]{-9+1}}{6}\right)^{2}+\left(\frac{8-\sqrt[5]{32}}{3}\right)^{-3}=$$

4) $\dfrac{\left(\sqrt{1-0{,}64}:10\right)\cdot(0{,}1)^{-2}}{\sqrt{1{,}\widehat{7}}}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}=$

5) $\sqrt{1-0{,}\widehat{8}}+0{,}\widehat{1}:0{,}1=$

6) $\left(\sqrt{1-0{,}\widehat{8}}+0{,}\widehat{1}\right):0{,}1=$

7) $\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{2\cdot 32}}+\dfrac{1}{5}:(-3-2)^2}{1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}=$

8) $\sqrt{(-2-4)^2}+\dfrac{1}{2}:\left(1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)^{-2}=$

9) $\left|\left(\dfrac{-3}{2}\right)^2\right|^{-1}:\dfrac{1}{27}+1=$

► **Actividad 13**

Calcule y lleve a su mínima expresión:

1) $\sqrt{4}-\sqrt{8}-\sqrt[3]{8}=$

2) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}-\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}=$

3) $\left(1+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{20}=$

4) $3\cdot\sqrt{3}-(2+a)\cdot\sqrt{3}+a\cdot\sqrt{3}=$

5) $2\cdot\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{54}=$

6) $3x\sqrt{7^2\left(y+1\right)}-\dfrac{1}{4}\sqrt{x\left(xy+x\right)}=$

7) $\sqrt[4]{48}-\sqrt[4]{3}\cdot\left(1+\sqrt[4]{81}\right)=$

8) $a\cdot\sqrt[4]{a}+2\cdot\sqrt[4]{a^5}=$

► Actividad 14

Exprese paso a paso las propiedades aplicadas en la resolución de la ecuación:

$$(x^2-1)\cdot(x+3)=0$$

$x^2-1=0 \quad \vee \quad x+3=0$ ....

$x^2=1 \quad \vee \quad x=-3$ ....

$x=\pm 1 \quad \vee \quad x=-3$ ....

► Actividad 15

Resuelva las siguientes ecuaciones en R:

a) $x(x^2-4)=0$

b) $(x^2-2)(x^2-9)=0$

c) $x(x^2-5)(x^3+1)=0$

Potenciación de exponente racional

En este párrafo recordaremos la potenciación de exponente racional.

$$\left.\begin{array}{l} a^{\frac{n}{d}}=\sqrt[d]{a^n} \\ \\ a^{-\frac{n}{d}}=\left(\dfrac{1}{a}\right)^{\frac{n}{d}}=\dfrac{1}{\sqrt[d]{a^n}} \end{array}\right\} \quad \text{si} \;\; n\in Z \wedge d\in Z_0 \wedge a\in R^+$$

Además, si $\frac{n}{d}>0 \Rightarrow 0^{\frac{n}{d}}=0$

En ambos casos si $a\in R^-$ ¿Qué condiciones deben verificar n y d para que $a^{\frac{n}{d}}$ exista en R ?

Nos ayudaremos con algunos ejemplos para contestar a este interrogante.

1) $(-8)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^2} =$

$= \sqrt[3]{64} = 4$

2) $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} =$

$= -2$

3) $(-64)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{-64}$ No tiene solución en R.

4) $(-4)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-4}$ No tiene solución en R.

► Actividad 16

Calcule:

1) $16^{0,25} =$

2) $16^{-0,25} =$

3) $\left(2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right) : 2^{\frac{1}{6}} =$

4) $\left(5 \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{-1}{3}} : 5^{-1} =$

5) $\left(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}}\right)^2 =$

6) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)\cdot(-1)}\right]^{-2} =$

► Actividad 17

Exprese como potencia de exponente fraccionario y calcule.

1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{27} =$

2) $\dfrac{\left(\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\right)^4}{\sqrt[5]{8}} =$

3) $\dfrac{5 \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt{125} \cdot \sqrt{27}} =$

4) $\sqrt{\dfrac{a \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}} =$

5) $\sqrt[7]{\left[\sqrt[4]{2^{-1} : \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)}\right]^4} =$

6) $\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{9} - \sqrt[5]{3} =$

► Actividad 18

Demuestre que:

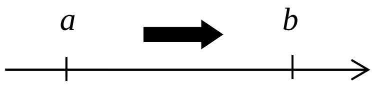
$$\frac{a-b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} = a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$$

¿Qué condiciones deben cumplir a y b para que estas expresiones pertenezcan al conjunto de los números reales?

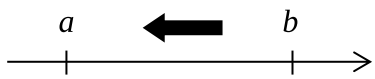
Relación de orden en *R*

Ahora estableceremos la relación que ordena a los números reales. La misma es: "<". Geométricamente es fácil interpretar esta relación. Seguramente recordará que todo número real tiene su punto representativo en la recta.

La recta es un conjunto ordenado de puntos y existen dos sentidos posibles de recorrerla.



Si consideramos los números a y b, como lo muestra la figura, el primero que encontramos si recorremos la recta de izquierda a derecha es a. Decimos, entonces, que a es menor que b y lo representamos: $a < b$. Si la recorremos en el otro sentido, primero vemos a b y decimos que b es mayor que a o $b > a$.



De esto podemos observar que decir $a < b$ es equivalente a decir $b > a$.

Entonces ¿qué significado debemos darle a la expresión $a \not> b$? La leeremos "a no es mayor que b". Por lo tanto, a es menor que b o a es igual a b.

$a < b \quad \vee \quad a = b$ y esto puede escribirse: $a \leq b$.

Por ejemplo:

$$5 \leq 7 \text{ es cierto porque } 5 < 7$$

$$-3 \leq -3 \text{ es cierto porque } -3 = -3$$

$$2 \geq -7 \text{ es cierto porque } 2 > -7$$

$$-9 \leq -3 \text{ es cierto porque } -9 < -3$$

Si ahora efectuamos la diferencia entre los términos de la derecha e izquierda de la desigualdad ($a \leq b \Rightarrow b - a$) observamos que en todos los casos la misma es mayor o igual que cero.

$$\begin{aligned} 7 - 5 = 2 &\ ;\ 2 \geq 0 \\ -3 - (-3) = 0 &\ ;\ 0 \geq 0 \\ 2 - (-7) = 9 &\ ;\ 9 \geq 0 \\ -3 - (-9) = 6 &\ ;\ 6 \geq 0 \end{aligned}$$

Entonces podemos enunciar la siguiente definición:

$$\forall\ a,b \in R : a \leq b \Leftrightarrow (b - a) \notin R^{-}$$

► **Actividad 19**

Determine en cada caso si a es mayor, menor o igual que b

1) $a = \frac{5}{7}$ $\qquad b = \frac{3}{2}$

2) $a = -\frac{9}{2}$ $\qquad b = \frac{5}{3}$

3) $a = \frac{9}{2}$ $\qquad b = \frac{5}{3}$

4) $a = -\frac{9}{2}$ $\qquad b = -\frac{5}{3}$

5) $a = 2\sqrt{2}$ $\qquad b = \sqrt{3}$

6) $a = \sqrt{5}$ $\qquad b = \sqrt{2}$

7) $a = 1 + 2\sqrt{2}$ $\qquad b = 1 + \sqrt{5}$

Antes de continuar, recuerde que:

$$\forall a, b, c \in R : a > b \Rightarrow a + c > b + c$$

$$\forall a, b, c \in R : a > b \Rightarrow \begin{cases} ac > bc & \text{si } c > 0 \\ ac < bc & \text{si } c < 0 \\ ac = bc & \text{si } c = 0 \end{cases}$$

Nos proponemos ahora resolver las siguientes inecuaciones:

1) $x + 3 < 2$ — Aplicamos propiedad uniforme, sumando a ambos miembros -3

$x + 3 + (-3) < 2 + (-3)$ — Cancelando

$x < -1$

2) $2x > 28$ — Aplicamos propiedad uniforme, multiplicando ambos miembros por $\frac{1}{2}$.

$2x \cdot \frac{1}{2} > 28 \cdot \frac{1}{2}$ — Asociamos

$\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}} x > 14$ — Simplificamos

$x > 14$

3) $-2x-1<5$ Explique qué propiedades se aplicaron

$$-2x<5+1$$

$$-2x\left(-\frac{1}{2}\right)>6\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$x>-\frac{6}{2}$$

► Actividad 20

Indique si los siguientes razonamientos son correctos. En caso de no serlo, indique el error.

1) $-3a+4<-(3b-7)$

$$-3a+4<-3b+7$$

$$-3a+4<-3b+4+3$$

$$-3a<3(-b+1)$$

$$-a<-b+1$$

$$a<b-1$$

2) $a,b\in R^{+}\wedge a\neq b$: $a^2-ab>ab-b^2$

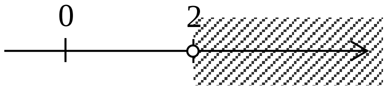
$$a(a-b)>b(a-b)$$

$$a>b$$

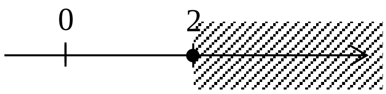
3) Se puede afirmar que: $\forall c\in R_0$, si $a<b$, se verifica que:

$$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$$

¿Cómo representamos x > 2 en la recta numérica? Ya hemos visto que cuando un número es mayor que otro, aparece a su derecha en la recta numérica. Como x puede tomar todos los valores mayores que 2, la representación de x > 2 serán todos los puntos a la derecha del 2. Tenga en cuenta que x no puede tomar el valor 2 (el punto 2 está excluido de la región sombreada); en cambio, si la expresión fuera $x\geq 2$, el punto 2 sí estaría incluido.



Representación gráfica de x > 2. El círculo vacío indica que el punto 2 no está incluido.



Representación gráfica de $x \geq 2$. El círculo lleno indica que el punto 2 está incluido.

► Actividad 21

Sabiendo que a, $b \in R \wedge a < b$, establezca qué relación existe entre (a +b) y 2, siendo $2(a-b) > a^2 - b^2$

► Actividad 22

Resuelva las siguientes inecuaciones y grafique en una recta los valores que puede tomar x.

a) $|x| > 3$

b) $x + 3 \geq 5$

c) $|x-1| < 2$

d) $5x + 3 < 4 - x$

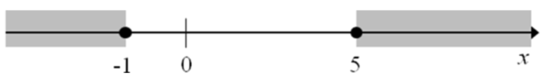
► Actividad 23

Determine el conjunto que satisface desigualdad $|x-3| < 3$

► Actividad 24

Dada la desigualdad $\left|\dfrac{5x-10}{-3}\right| \leq 5$, se afirma que la representación en la recta numérica del conjunto de valores de x que la satisfacen es:

a)



b)

c)

d)

Logaritmo

El logaritmo es la operación que consiste en calcular el exponente conociendo la potencia y la base. Se define según la siguiente ecuación:

$$\log_a y = x \Leftrightarrow y = a^x$$

$$\forall a > 0, a \neq 1 \wedge y > 0$$

Por ejemplo:

$$10^2=100 \Leftrightarrow \log_{10} 100 = 2$$

$$\log_2 16 = 4 \Leftrightarrow 2^4 = 16$$

$$5^4 = 625 \Leftrightarrow \log_5 625 = 4$$

Le proponemos que, utilizando la definición de logaritmo, resuelva las siguientes expresiones:

$\log_a a^x =$

$a^{\log_a x} =$

Los logaritmos poseen propiedades que pueden ser demostradas basándose en la definición de logaritmo y propiedades ya estudiadas. Por ejemplo, demostraremos que

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

de la siguiente forma:

Primeramente, escribimos que

$$\log_a x = b \Rightarrow a^b = x$$

$$\log_a y = c \Rightarrow a^c = y$$

Operando, obtenemos

$$\log_a \left(a^b \cdot a^c\right) = \log_a a^b + \log_a a^c$$

$$\log_a \left(a^b \cdot a^c\right) = b + c$$

$$\log_a a^{b+c} = b + c$$

$$b + c = \log_a x + \log_a y$$

Finalmente,

$$\log_a a^{b+c} = \log_a x + \log_a y$$

Ahora intente usted demostrar las siguientes propiedades de los logaritmos:

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^r = r \cdot \log_a x$$

Preste atención al siguiente ejemplo y explique que propiedad se aplicó en cada caso:

$$\begin{aligned}
\log_x 64 + \log_x 8 &= 3\\
\log_x (64 \cdot 8) &= 3\\
\log_x 512 &= 3\\
x^{\log_x 512} &= x^3\\
512 &= x^3\\
\sqrt[3]{512} &= x\\
8 &= x
\end{aligned}$$

La definición de logaritmo es válida para toda base real positiva arbitraria (diferente de 1), pero las bases más utilizadas en los cálculos de nuestro interés son 10 y e (e es igual a 2,718...). A veces se escribe log para representar $\log_{10}$ y ln para $\log_e$ (por ejemplo en las calculadoras); dicha nomenclatura será también adoptada en este curso.

► Actividad 25

Calcule cuando sea posible.

a) $\log_a 1 =$

b) $\log_2 64 =$

c) $\log_b b^{\frac{3}{2}} =$

d) $\log_4 2 =$

e) $\log_{10} 0 =$

f) $\log_3\left(\frac{1}{27}\right) =$

g) $\log_4 4 =$

h) $\log_{\left(\frac{5}{2}\right)}\left(\frac{125}{8}\right) =$

i) $\log_3(-9) =$

j) $\log_6 36^0 =$

► Actividad 26

Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. La base del logaritmo puede ser cualquiera (siempre que sea >0 y ≠1):

a) $\log_j x = -\log_j\left(\frac{1}{x}\right)$

b) $\log_j\left(\frac{a\cdot b}{c}\right) = \frac{(\log_j a + \log_j b)}{\log_j c}$

c) $\log_j\left(a^3 + b^3\right) = 3(\log_j a + \log_j b)$

d) $\log_j x = \frac{a}{b}\log_j x^{\frac{b}{a}}$

e) $\log_j[(a+b)(a-b)] = \frac{\log_j a}{\log_j b} + \log_j a\cdot\log_j b$

f) $\log_j\left(\sqrt[3]{a}\right) = \frac{1}{3} + \log_j a$

g) $\log_j[(a+b)(a-b)] = \log_j(a-b) + \log_j(a+b)$

h) $\log_j(a-2a) = -\log_j a$

i) $\log_j\left(\frac{a}{b}\cdot c\right) = (\log_j a)\cdot(\log_j b + \log_j c)$

j) $\log_j a^b = (\log_j a)^b$

► Actividad 27

Calcule el valor de *x*

$$2\log_3(x-8) = 0$$

► Actividad 28

Complete los valores de las variables:

a) $10^x = \frac{1}{2}$ $\qquad x =$

b) $3^{2r} = 81$ $\qquad r =$

c) $y > 0$; $\log_{10} y = \frac{1}{2}$ $\qquad y =$

d) $z > -\frac{1}{3}$; $\log_{10}(3z+1) = 4$ $\qquad z =$

e) $w > 1$; $\log_2(4w-4) = 5$ $\qquad w =$

f) $\log_d 343 = 3$ $\qquad d =$

Ejercitación

Ejercicios integradores:

1) Lleve a su mínima expresión:

a) $\dfrac{10^3 \cdot 10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{2}}}{10^5}$

b) $10 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt[4]{10}$

c) $\sqrt{\dfrac{x}{\sqrt{x}}}$

d) $x^3 x^{-\frac{1}{2}} \dfrac{x^{-\frac{3}{2}}}{x^2 x^{-3}}$

e) $2\sqrt{27} \cdot 12^{\frac{1}{2}}$

f) $\sqrt{xy^3}\left(\sqrt{x^5 y} - \sqrt{x^2 y^2}\right)$

g) $4^{\frac{1}{2}} - 125^{\frac{1}{3}} + 2 \cdot 3^0$

h) $\sqrt{\dfrac{a^2 - c^2 a^2}{1 - c^2}}$

i) $\left[\dfrac{2}{1+\sqrt{9}}\right]^{-1} - \left[\dfrac{6}{1+\sqrt[3]{-9+1}}\right]^{-2}$

j) $\left(x^{\frac{7}{12}} \cdot \sqrt{\left(\sqrt[6]{\dfrac{x^4}{x^9}}\right)^4}\right)^{-6}$

2) Resuelva:

a) $\left(\dfrac{a^2}{b^4}\right)^{\frac{3}{2}}$

b) $\dfrac{3^{(pq+q)}}{3^{(pq+p)}} \cdot \dfrac{3^{2p}}{3^{2q}}$

c) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} - (-3)^{-2}$

d) $\sqrt[3]{\left(\dfrac{10}{27} + 2\right)^2}$

e) $\left(\dfrac{\sqrt[5]{x}\sqrt[4]{y^3}}{\sqrt[3]{z^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

f) $\dfrac{10^{(x+y)} \cdot 10^{(y-z)} \cdot 10^{(y+1)}}{10^{(y+1)} \cdot 10^{(2y+1)}}$

g) $\dfrac{ba^2 - b^2}{a^2 - a\sqrt{b}}$

h) $-\dfrac{1}{2}\sqrt{2ax} \cdot \dfrac{3}{2}\sqrt[5]{\dfrac{1}{4}a^2 \cdot x^3}$

i) $\dfrac{\sqrt{(a+b)}}{(a+b)^{\frac{1}{5}}}$

3) Determine cuáles de las siguientes igualdades son verdaderas:

a) $(a+2)^2-(a-2)^2-4(2a+1)=-4$

b) $\left(1+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{20}=6$

c) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{27}=3\cdot\sqrt[4]{3}$

d) $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}=a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$

e) $\sqrt{\log\left(a^2-b^2\right)}=\dfrac{1}{2}\left[\log(a+b)+\log(a-b)\right]$

f) $\dfrac{\sqrt{x-y}}{\sqrt[3]{x-y}}=\sqrt[6]{x-y}$

4) Calcule el valor de x:

a) $\sqrt{\dfrac{x^2-y^2x^2}{1-y^2}}-\log_{10}\left(10^{\frac{2}{3}}\right)=\dfrac{1}{2}$

b) $\sqrt{9^x}=27$

c) $-x+\log_5\left(\dfrac{1}{125}\right)=\dfrac{\log_4\left(0{,}1\cdot\dfrac{5}{2}\right)}{\log_{\frac{1}{3}}3}$

d) $\dfrac{3x-2}{x-1}=\dfrac{3x-1}{x+1}$

Autoevaluación

1) Dada la siguiente expresión, con $m>0$.

$$\frac{m^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{2}}-\sqrt[3]{2m}.\sqrt[3]{4m^2}}{2.\sqrt[4]{m^5}}$$

su expresión equivalente es

a) $m.\sqrt[3]{m}$ b) $\dfrac{m}{\sqrt[4]{m}}$ c) $-\dfrac{1}{2.\sqrt[4]{m}}$ d) $-\dfrac{1}{2}$

2) Dadas las siguientes afirmaciones:

I) $\forall a \in R \wedge a \neq 0 : a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}} = 0$

II) $\forall a,b,c \in R \wedge a \neq 0 : (b+c) \div a = \dfrac{b}{a} + \dfrac{c}{a}$

III) $\forall a \in R^{+} : \left(-\sqrt{a}\right)^{-1} = -\dfrac{\sqrt{a}}{a}$

IV) $\forall b,c \in R \wedge c \neq 0 : \dfrac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -2c$

Son correctas:

a) Sólo I y II b) Sólo II y IV c) Sólo II y III d) Sólo I, III y IV

3) $\forall a,b,c \in N_0$, se verifica que $a < b$ cuando:

a) $\dfrac{c}{a} < \dfrac{c}{b}$ b) $c^{a} > c^{b}$

c) $\log_{10} x^{a} < \log_{10} x^{b}\ \ \forall x / x \in R \wedge x > 10$ d) $\sqrt[a]{c} < \sqrt[b]{c}$

4) La expresión que resulta de resolver

$\log x^{2} - 1 = a$ es:

a) $x = \dfrac{10^{(a+1)}}{2}$ b) $x = \pm\sqrt{10^{a} + 1}$ c) $x = 10^{a+1}$ d) $x = \pm\sqrt{10^{(a+1)}}$

Anexo 1: Uso de la calculadora

Si quisiéramos calcular el resultado de

$$\frac{3+2}{4}$$

¿Qué debiéramos ingresar en la calculadora?

a) $\boxed{3}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{/}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

b) $\boxed{(}\ \boxed{3}\ \boxed{+}\ \boxed{2}\ \boxed{)}\ \boxed{/}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

La respuesta correcta es b), ya que la calculadora científica separa en términos de acuerdo a los signos de más y de menos, al igual que debemos hacer nosotros. De tal forma, si pusiésemos la opción a), en realidad estaríamos diciendo

$$3+\frac{2}{4}$$

Que es algo diferente a lo que deseamos.

De la misma manera, si quisiéramos calcular el resultado de

$$\frac{3}{2\times 5}$$

¿Cuál sería la forma correcta de hacerlo en la calculadora?

a) $\boxed{3}\ \boxed{/}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$

b) $\boxed{3}\ \boxed{/}\ \boxed{2}\ \boxed{/}\ \boxed{5}\ \boxed{=}$

c) $\boxed{3}\ \boxed{/}\ \boxed{(}\ \boxed{2}\ \boxed{\times}\ \boxed{5}\ \boxed{)}\ \boxed{=}$

La notación exponencial, que se analizará en la guía de La Medición, puede utilizarse en cualquier calculadora científica con una tecla dedicada para ello, que normalmente puede encontrarse en alguna de estas dos formas:

$\boxed{\text{EXP}}$ $\boxed{\times 10^{x}}$

Por ejemplo, para introducir el número $1{,}4 \times 10^{5}$, se debe ingresar, dependiendo del rótulo que tenga la calculadora en la tecla,

$\boxed{1}$ $\boxed{.}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\text{EXP}}$ $\boxed{5}$

o

$\boxed{1}$ $\boxed{.}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\times 10^{x}}$ $\boxed{5}$

Si bien puede ingresarse como

$\boxed{1}$ $\boxed{.}$ $\boxed{4}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{10^{\blacksquare}}$ $\boxed{5}$

O algo similar, dependiendo de la calculadora, no es aconsejable hacerlo porque el número de teclas utilizadas es mayor, lo que aumenta la posibilidad de equivocarse.

Anexo 2: Símbolos utilizados

$/$	tal que
$>$	es mayor que
$<$	es menor que
$\geq$	es mayor o igual a
$\leq$	es menor o igual a
$=$	es igual a
$\neq$	es diferente de
$\equiv$	es equivalente a
$\cong$	es congruente a
$\approx$	es aproximadamente igual a
$\propto$	es proporcional a
$\in$	pertenece a
$\notin$	no pertenece a
$\bigcap$	intersección
$\bigcup$	unión
$\supset$	incluye a
$\subset$	está incluido en
$\supseteq$	incluye ampliamente a
$\subseteq$	está incluido ampliamente en
$\not\subset$	no está incluido en
$\varnothing$	conjunto vacío
$\wedge$	y
$\vee$	o
$\exists$	existe
$\nexists$	no existe
$\exists!$	existe y es único
$\forall$	para todo
$\Rightarrow$	implica
$\Leftrightarrow$	si y sólo si
∞	infinito
$\pm$	más menos
$//$	es paralelo a
$\perp$	es perpendicular a
$\angle$	es oblicuo respecto de
R	conjunto de los números reales
R^+	conjunto de los números reales positivos
R^-	conjunto de los números reales negativos
N	conjunto de los números naturales
N_0	conjunto de los números naturales no nulos
Z	conjunto de los números enteros
Q	conjunto de los números racionales
I	conjunto de los números irracionales
F	conjunto de los números fraccionarios
Σ	sumatoria

Anexo 3: Casos de factoreo

Muchas de las expresiones con las que hemos trabajado hasta ahora son *polinomios*. Un polinomio se define como una suma de diferentes potencias de una dada variable (o variables).

En más de un caso, es útil operar sobre un polinomio con el fin de expresarlo como un producto de diferentes factores. Tener factorizado un polinomio sirve para —entre otras cosas— encontrar o visualizar sus raíces (los valores de las variables que hacen que el polinomio valga cero), analizar cuándo ese polinomio toma valores positivos o negativos, resolver inecuaciones de grado 2 o mayor, resolver ecuaciones fraccionarias, etc. Es decir, es importante aprender a factorear porque en muchos otros temas de Matemáticas, más de una vez necesitaremos trabajar con multiplicaciones en vez de sumas y restas.

Factor común

Este caso de factoreo se aplica cuando hay términos en un polinomio que tienen factores en común. Este factor en común puede ser un monomio, o bien una estructura más compleja, tal como como un polinomio. Por ejemplo:

i) $3x+ax-x$ (en este caso, el factor común es x)

$=x\cdot(3+a-1)$

ii) $2x+8a$

$=2x+(4\cdot 2)a$

$=2(x+4a)$

(en este caso, el factor común es el número 2 que, como podemos ver, también se encuentra presente en el número 8, ya que este puede ser expresado como $4\cdot 2$)

iii) $3(x-3)-h(x-3)$ (en este caso, el factor común es $x-3$)

$=(3-h)(x-3)$

iv) $3hx+9h-15ah$ (en este caso, el factor común es $3h$)

$=3h(x+3-5a)$

Ejercicio 1

Extraiga el factor común para llegar a una expresión más sencilla.

1) $7a^2-5ab$

2) $7x^3 - bx^2$

3) $8x - 4x^2 + 2x^3$

4) $x^2yz^3 - 3xy^4z^2$

5) $ca^2 + fab$

6) $150d + 75d^2x - 300dx^2$

Factor común por agrupación de términos

Este caso de factoreo es similar al anterior, pero ahora no todos los términos tienen un mismo factor común. Este caso lo aplicamos si los términos de una expresión pueden agruparse en dos o más grupos con un factor común en cada grupo. Por ejemplo:

i) $3hx + 5t - 9h + 25$

$$= (3hx - 9h) + (5t + 25)$$
$$= 3h(x - 3) + 5(t + 5)$$

(en este caso podemos agrupar los términos que tienen en común el factor $3h$ por un lado y, por otro, a los términos que tienen en común el factor 5)

ii) $ab - 2b + 3a - 6$

$$= ab - 2b + 3a - 2 \cdot 3$$
$$= (ab + 3a) - (2b + 2 \cdot 3)$$
$$= a(b + 3) - 2(b + 3)$$

(en este caso, podemos agrupar los términos que tienen en común el factor a por un lado y, por otro, a los términos que tienen en común el factor 2)

Ahora bien, el problema anterior (ii) tiene ahora dos términos con un mismo factor en común $(b+3)$, por lo que podemos extraer ahora este factor común de modo que la expresión quede de la siguiente manera:

$$= a(b + 3) - 2(b + 3)$$
$$= (a - 2)(b + 3)$$

En este ejemplo, como primer paso también podrían haberse agrupado los términos que contienen el factor b por un lado y los términos contienen el factor 3 por el otro. ¿A qué resultado se habría llegado? ¿Cómo se resolvería si seguimos ese camino?

Ejercicio 2

Extraiga el/los factores comunes para llegar a una expresión más sencilla.

1) $p^2 + pk + pr - kr$

2) $-t + 3x^3 - 9 + 12t$

3) $x + c - 2x + 2c - ax + ac$

4) $x^4 + b^4 + x^3 + b^3 + x^2 + b^2 + x + b$

Trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es el trinomio (un polinomio de tres términos) que se obtiene al desarrollar el cuadrado de un binomio. Como se vio anteriormente, el desarrollo del cuadrado de un binomio se realiza de la siguiente forma:

$$
\begin{aligned}
&(a+b)^2 \\
&= (a+b)(a+b) \\
&= a^2 + ab + ab + b^2 \\
&= a^2 + 2ab + b^2
\end{aligned}
$$

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, solo tenemos que seguir el camino inverso. Esto quiere decir que cualquier expresión del tipo $a^2 + 2ab + b^2$ puede ser expresada como una potencia del tipo $(a+b)^2$. Lo complicado de este caso de factoreo es, quizás, identificar cuándo estamos en presencia de un trinomio cuadrado perfecto. El siguiente ejemplo nos muestra un caso donde fácilmente podemos identificar un trinomio cuadrado perfecto:

$$
\begin{aligned}
&x^2 + 4x + 4 \\
&= x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2 \\
&= \left(x+2\right)^2
\end{aligned}
$$

Ahora bien, observemos el siguiente caso:

$$
\begin{aligned}
&b^2 - 6b + 9 \\
&= b^2 + \left(-6\right)b + 3^2 \\
&= b^2 + \left(2 \cdot \left(-3\right)\right)b + 3^2 \\
&= b^2 + 2 \cdot \left(-3\right)b + \left(-3\right)^2 \\
&= \left(b + \left(-3\right)\right)^2 \\
&= \left(b-3\right)^2
\end{aligned}
$$

En este ejercicio tenemos un signo (–) que dificulta un poco el procedimiento, pero podemos siempre considerar a la resta como la suma de un número negativo. Del mismo modo, para resolver nuestro problema, debemos recordar que el 9 es tanto el cuadrado de 3, como de -3.

Hay algunos casos que no son tan evidentes. Por ejemplo, la expresión $9+x+\frac{x^2}{36}$ no parece tener una estructura similar a $a^2+2ab+b^2$. Sin embargo, veamos que, si operamos sobre los términos, podemos aplicar este caso de factoreo:

$$9+x+\frac{x^2}{36}$$
$$=3^2+x+\frac{x^2}{6^2}$$
$$=3^2+x+\left(\frac{x}{6}\right)^2$$
$$=3^2+1\cdot x+\left(\frac{1}{6}x\right)^2$$
$$=3^2+\left(\frac{6}{6}\right)x+\left(\frac{1}{6}x\right)^2$$
$$=3^2+\left(6.\frac{1}{6}\right)x+\left(\frac{1}{6}x\right)^2$$
$$=3^2+\left((2\cdot 3)\cdot\frac{1}{6}\right)x+\left(\frac{1}{6}x\right)^2$$
$$=3^2+2\cdot 3\cdot\frac{1}{6}x+\left(\frac{1}{6}x\right)^2$$
$$=\left(3+\frac{1}{6}x\right)^2$$

Ejercicio 3

Factoree las siguientes expresiones utilizando el caso del trinomio cuadrado perfecto.

1) s^2-6s+9
2) $1+2a^3+a^6$
3) $-10pr+p^2r^2+25$
4) $4+4(a+x)+(a+x)^2$
5) $x^2-3x+\frac{9}{4}$

Diferencia de cuadrados

Cuando se tiene una expresión de la forma $a^2 - b^2$, esta se puede factorizar como $(a+b)(a-b)$. Esta equivalencia se demostró anteriormente en el ejercicio (b)(4) de la Actividad N° 6.

Algunos ejemplos de este caso de factoreo:

i) $b^2 - 9$

$$= b^2 - 3^2$$
$$= (b+3)(b-3)$$

ii) $-4a^2 + x^4$

$$= -2^2 a^2 + \left(x^2\right)^2$$
$$= -(2a)^2 + \left(x^2\right)^2$$
$$= \left(x^2 - 2a\right)\left(x^2 + 2a\right)$$

Ejercicio 4

Factoree las siguientes expresiones utilizando el método de la diferencia de cuadrados.

1) $-49 + s^4$

2) $a^2 - 1$

3) $d^6 - 8$

4) $a^2 k^4 p^6 - 4$

Existe otro caso de factoreo que se puede aplicar a trinomios que no sean cuadrados perfectos (llamado “factoreo de trinomio de segundo grado”), que se verá en detalle más adelante, en la Unidad Temática *Relaciones y Funciones*.

Contenido

Unidad 5 – Relaciones y funciones

Contenido: Relaciones Directa e Inversamente proporcional. Relaciones y Funciones: Par ordenado. Relaciones. Domino de una relación. Función Inversa. Funciones especiales: lineal y cuadrática. Manejo y ejercicios de aplicación con la calculadora.

Objetivo: Comprender las diferentes formas en las que se relacionan las variables, cómo describir, cuantificar y graficar esas relaciones, haciendo especial énfasis en relaciones directa e inversamente proporcionales, ecuación de la recta y cuadrática.

Introducción

En la vida cotidiana utilizamos frecuentemente el término "relación" queriendo expresar que existe algún tipo de "conexión o correspondencia entre dos cosas".

También en las ciencias existen diversos tipos de relaciones entre las variables de un dado fenómeno, por lo que es de suma importancia su estudio y comprensión. Estas variables, por lo general, pueden ser expresadas como cantidades numéricas, por lo que las relaciones matemáticas son una herramienta que todo científico debería manejar. A continuación, se mencionan algunos ejemplos.

Ejemplos de la vida cotidiana, en los que dos variables se relacionan.

- ***"La masa de una determinada cantidad de agua se relaciona de alguna manera con el volumen que esa agua ocupa".*** *En este caso las variables que se relacionan son la masa y el volumen.*
- ***"El tiempo que tardamos en recorrer una determinada distancia se relaciona de alguna manera con la velocidad a la que nos movemos".*** *En este caso las variables que se relacionan son el tiempo y la velocidad.*
- ***"Las veces que rebotará contra el piso una pelota de tenis al soltarla desde una determinada altura se relaciona de alguna manera con la altura desde la que la soltamos".*** *En este caso las variables que se relacionan son el número de rebotes y la altura.*

Otros ejemplos de relaciones en el mundo de las ciencias

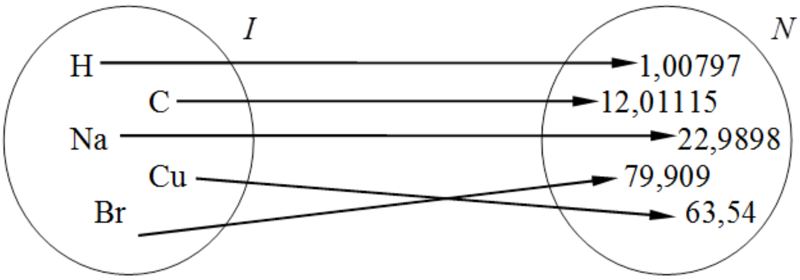
- ***"La fuerza con que interactúan dos cargas puntuales en reposo se relacionan de alguna manera con la magnitud de ambas cargas y con la distancia que las separa".*** *En este caso las variables que se relacionan son la fuerza entre las cargas, la magnitud de cada carga y la distancia entre ellas.*

- ***“La fuerza con la que dos cuerpos se atraen (fuerza gravitatoria) se relaciona de alguna manera con sus masas y con la distancia entre ellos”.*** *En este caso las variables que se relacionan son la fuerza entre los cuerpos, sus masas y la distancia entre ellos.*
- ***“La cantidad de calor transferida cuando dos cuerpos a diferentes temperaturas se ponen en contacto se relaciona de alguna manera con las masas de los cuerpos y con la diferencia de temperatura entre ellos”.*** *En este caso las variables que se relacionan son la cantidad de calor, las masas y las temperaturas de los cuerpos.*

Le proponemos analizar los datos de la siguiente tabla, los cuales se obtuvieron a partir de la Tabla Periódica:

Elementos	H	C	Na	Cu	Br
Masa Atómica (u.m.a.)	1,00797	12,01115	22,9898	63,54	79,909

Aquí vemos que cada elemento tiene una masa atómica dada. Si llamamos a los elementos de la Tabla Periódica el conjunto *I*, a cuyos elementos llamaremos *x*, y a las masas atómicas el conjunto *N*, a cuyos elementos llamaremos *y*, tendremos lo siguiente:



Se observa que entre los elementos del conjunto *I* y los del *N* se establece una relación a la cual representaremos **R**. Entonces tenemos que:

$$x \ \mathbf{R} \ y$$

Vemos que, con dos elementos, uno de cada conjunto y dados en un cierto orden, podemos formar pares de elementos (*x*; *y*) de los conjuntos *I* y *N*. Éstos serán los **pares ordenados**:

(H; 1,00797) - (C; 12,01115) - (Na; 22,9898) - (Cu; 63,54) - (Br; 79,909)

Estos pares ordenados satisfacen a **R**.

¿El par ordenado (Cu; 1,00797) cumple con **R**? J.S.R

La relación que vincula los elementos de *I* con los elementos de *N*, es el conjunto de pares ordenados que satisface la siguiente relación:

$$\mathrm{R} = \{(x, y) / x \in I \wedge y \in N \wedge x \, R \, y\}$$

Relación directamente proporcional

Las relaciones directamente proporcionales son quizás las que más utilizamos de manera intuitiva en la vida diaria. Estas relaciones se definen de forma matemática como

$$y = k \cdot x$$

en donde *x* e *y* son las variables, y *k* es la constante de proporcionalidad, definida como

$$k = \frac{y}{x}$$

Para una mayor comprensión de las relaciones directamente proporcionales analice el siguiente ejemplo y su desarrollo:

En distintas oportunidades vamos a comprar pan a una panadería. Cada vez que vamos compramos diferentes cantidades por lo que pagamos diferentes montos. Las cantidades y los montos se muestran en la siguiente tabla:

x≡masa de pan[kg]	*y*≡ costo [$]
0,25	2,45
0,50	4,90
0,75	7,35

¿Qué relación podemos establecer entre la masa de pan que compramos y el precio que pagamos por ellos?

Vemos en la tabla la relación entre la masa de pan y lo que pagamos (*x* R *y*). Realizamos los cocientes entre *y* y *x* se obtiene lo siguiente:

$$\frac{2{,}45\,\$}{0{,}25\,\text{kg}} = 9{,}80\ \$\ \text{kg}^{-1} \qquad \frac{4{,}90\,\$}{0{,}50\,\text{kg}} = 9{,}80\ \$\ \text{kg}^{-1} \qquad \frac{7{,}35\,\$}{0{,}75\,\text{kg}} = 9{,}80\ \$\,\text{kg}^{-1}$$

Se observa a partir de los cocientes realizados que $\frac{y}{x} = constante$. Esta constante se denomina constante de proporcionalidad y será igual a 9,80 $ kg^{-1} solo en el caso del pan en esta panadería, para otro producto la constante tomará otro valor.

$$\frac{y}{x} = k$$

Esto significa que *y* varía en forma proporcional y directa con respecto a *x*, o lo que es lo mismo:

$$y = k \cdot x$$

y es directamente proporcional a *x*.

Entonces a cada valor de *x* le corresponde un valor de *y*, tal que $\frac{y}{x} = k$. Con todo esto vemos que si $k = 9{,}80$ \$ kg^{-1} y $x = 1{,}25$ kg, ¿qué valor tomará *y*?

y = (9,80 \$ kg^{-1}) (1,25 kg) = 12,25 \$

¿Qué pasa si ahora queremos comprar 3,00 kg de criollos?

x = 3,00 kg $\qquad$ k = 9,80 \$ kg^{-1} y = ¿?

y = (9,80 \$ kg^{-1}) (3,00 kg) = 29,40 \$

¿Cuál será la variable dependiente en el problema?

Como se ve, según el planteo del problema el precio que vamos a pagar "depende" de la cantidad de criollos que pidamos. Por lo tanto, la variable *y* es la dependiente, por lo que *x* es la variable independiente.

¿Qué ocurre si ahora deseamos comprar pan por 50,00 \$?

y = 50,00 \$ $\qquad$ k = 9,80 \$ kg^{-1} x = ¿?

Multiplicando ambos miembros de la ecuación $y = k \cdot x$ por $\frac{1}{k}$, obtenemos

$$x = y\left(\frac{1}{k}\right)$$

Si definimos una nueva constante k', de tal forma que $k' = \frac{1}{k}$, la ecuación anterior se podría reescribir:

$$x = k' \cdot y$$

Entonces, ¿se puede decir que x también es directamente proporcional a y?

La respuesta es sí.

¿El par ordenado (0;0), satisface R?

Si reemplazamos los valores de *x* e *y* por (0; 0) se observa que la igualdad se mantiene, por lo que el par ordenado satisface la relación.

$$0 = k \cdot 0$$

Este par ordenado (0; 0) forma parte de todas las relaciones directamente proporcionales, independientemente del valor de la constante de proporcionalidad *k*. De todas formas, no puede ser utilizado para el cálculo de *k*, ya que la división por cero no está definida dentro del conjunto de los números reales.

$$\frac{0}{0} \notin R$$

¿Qué ocurriría con una relación $y = k \cdot x$ si $k < 0$? ¿Es una relación directamente proporcional? ¿Qué ocurre con la variable y cuando la variable x aumenta?

Una relación de forma $y = k \cdot x$ es directamente proporcional para todo valor de $k \neq 0$, no importa si k es un valor positivo o negativo. En caso $k < 0$, al aumentar el valor de la variable x, el valor absoluto de la variable y aumentará en forma proporcional, como se muestra en el siguiente ejemplo.

En la siguiente tabla se muestran los valores de cuánta plata tiene una persona a la que un amigo le presta una de determinada cantidad de dinero todos los días.

$x \equiv$ tiempo [días]	$y \equiv$ dinero [$]
9	–108
30	–360
45	–540

$$k = \frac{-108\,\$}{9\text{ días}} = -12\,\$\,\text{día}^{-1} \qquad k = \frac{-360\,\$}{30\text{ días}} = -12\,\$\,\text{día}^{-1}$$

$$k = \frac{-540\,\$}{45\text{ días}} = -12\,\$\,\text{día}^{-1} \qquad k = -12\,\$\,\text{día}^{-1}$$

Relación inversamente proporcional

Como es fácil suponer, las relaciones directamente proporcionales no son las únicas relaciones matemáticas que existen. Otra de las relaciones matemáticas que seguramente hemos empleado de manera intuitiva alguna vez, y que es muy utilizada en el campo de las ciencias, es la relación inversamente proporcional. Estas relaciones se definen de forma matemática como

$$y = \frac{k}{x}$$

en donde x e y son las variables y k es la constante de proporcionalidad, definida como

$$k = y \cdot x$$

Para una mayor comprensión de las relaciones inversamente proporcionales analice el siguiente ejemplo y su desarrollo.

Una persona recorre todos los días una cierta distancia d. Cada día lo hace con una rapidez diferente y observa que si aumenta su rapidez tarda menos tiempo en llegar a su meta. La recopilación de datos de tres días de medición es mostrada en la siguiente tabla:

$x \equiv$ rapidez [$m \cdot s^{-1}$]	$y \equiv$ tiempo[s]
20	25,0
8	62,5
10	50,0

La relación que vincula estas dos variables (x R y), ¿es directamente proporcional?

Como ya se vio en el ejercicio anterior, para que la relación sea directamente proporcional debe cumplirse en todos los casos que $\frac{y}{x} = k$. Veamos qué ocurre en este caso:

$$\frac{25,0\ \mathrm{s}}{20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}} = 1,25\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-1}} \qquad \frac{62,5\ \mathrm{s}}{8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}} = 7,81\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-1}} \qquad \frac{50\ \mathrm{s}}{10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}} = 5,00\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-1}}$$

Puede observarse que no se obtiene un valor constante, por lo que la relación que existe **no es directamente proporcional**.

El primer par ordenado cumple con la siguiente relación: $x \cdot y = 500\ \mathrm{m}$ ¿Qué ocurre con los demás pares ordenados?

Par (20;25) $\quad 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 25\ \mathrm{s} = 500\ \mathrm{m}$

Par (8;62) $\quad 8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 62\ \mathrm{s} = 500\ \mathrm{m}$

Par (10;50) $\quad 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} \cdot 50\ \mathrm{s} = 500\ \mathrm{m}$

Se observa que en todos los casos se cumple que $x \cdot y = 500\ \mathrm{m}$.

¿Cuál es la distancia que debe recorrer esta persona todos los días?

Como lo expresa el enunciado del problema el hombre recorre siempre una misma distancia d, la cual es constante, y es 500 m.

Entonces llamaremos a esta constante k constante de proporción inversa, la cual queda definida como:

$$k = y \cdot x$$

De la relación existente entre estas variables se puede llegar a la siguiente igualdad,

$$y = \frac{k}{x} \equiv k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)$$

lo que se define como relación inversamente proporcional. Se dice que una variable es inversamente proporcional a otra, si entre las dos se establece esa esta relación.

Cuando la relación entre x e y es inversamente proporcional, si una de las variables cambia, la otra deberá cambia en forma **proporcional** para que se satisfaga $k = y \cdot x$.

Observe que para que la relación sea inversamente proporcional no es suficiente que mientras una variable aumenta la otra disminuya. Deben hacerlo, además, en forma proporcional.

¿Qué ocurriría con una relación $y \cdot x = k$ si $k < 0$? ¿Es una relación inversamente proporcional? ¿Qué ocurre con la variable y cuando la variable x aumenta?

De igual manera que en una relación directamente proporcional, una relación de forma $y = \frac{k}{x}$ es inversamente proporcional para todo valor de $k \neq 0$, no importa si k es un valor positivo o negativo. En caso de que $k < 0$, al aumentar el valor de la variable x, el valor de la variable y aumentará de tal forma que la relación se mantenga.

► Actividad 1

Se tomaron varios objetos de hierro y se midieron sus masas y volúmenes, los resultados se presentan en la siguiente tabla:

objeto	$V \equiv$ volumen [cm^3]	$m \equiv$ masa[g]
1	123,0	960,1
2	250,2	1947,8
3	14,8	115,9
4	38,2	298,0
5	70,7	551,4

a) ¿Qué tipo de relación hay entre los valores del volumen y de la masa?
b) ¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad?
c) ¿Cuál es su significado?
d) ¿Cuál es el valor de la masa de un clavo de hierro que tiene un volumen de 1,5 cm^3?

► Actividad 2

El estado de una muestra de gas ideal es caracterizado por el valor que toman las llamadas “variables de estado”. Estas son: presión (P), volumen (V), temperatura (T) y cantidad de sustancia (n). Los valores de estas variables de estado están relacionados entre sí por la llamada “ecuación de estado de los gases ideales”:

$$PV = nRT$$

donde R es una constante universal, la constante de los gases (no se preocupe si no le resultan familiares estos conceptos, el estudio de los gases se abordará en detalle más adelante, ahora nos centraremos en los aspectos matemáticos de la ecuación).

a) ¿Qué tipo de relación habrá entre el volumen y la presión si las demás variables permanecen constantes?

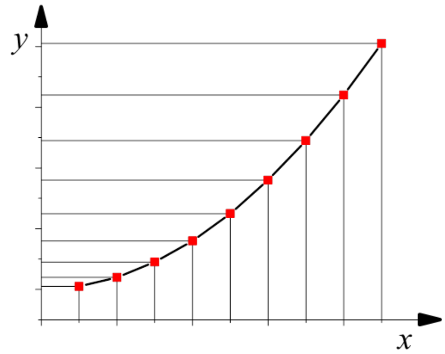
b) ¿Y entre el volumen y la temperatura?

c) ¿Y entre la presión y la temperatura?

d) Para cada caso determine la constante de proporcionalidad.

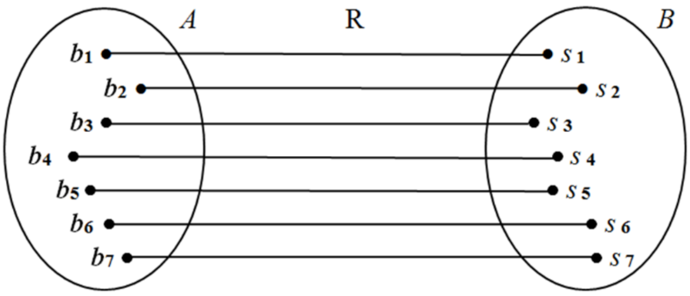
El concepto de función y representación gráfica

Para aquellos que alguna vez vieron o utilizaron algún tipo de relación matemática es casi automático el relacionarlas con una representación gráfica. Los gráficos de las relaciones son muy útiles, ya que permiten a simple vista tener una idea aproximada de cómo se relacionan las variables. Estos se construyen representando los valores de cada elemento de los conjuntos X e Y en rectas perpendiculares. En esta representación gráfica cada par ordenado perteneciente a la relación se corresponde con un punto del plano cuyas coordenadas (en el sistema de ejes definido por estas rectas) son respectivamente los elementos del par ordenado, como se muestra en la siguiente figura:

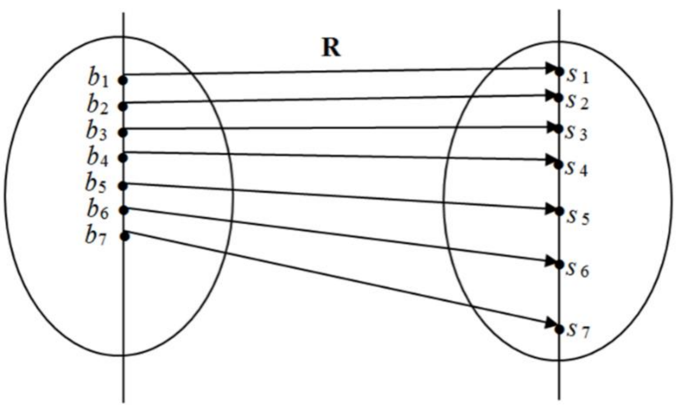


Representación gráfica de relaciones y funciones

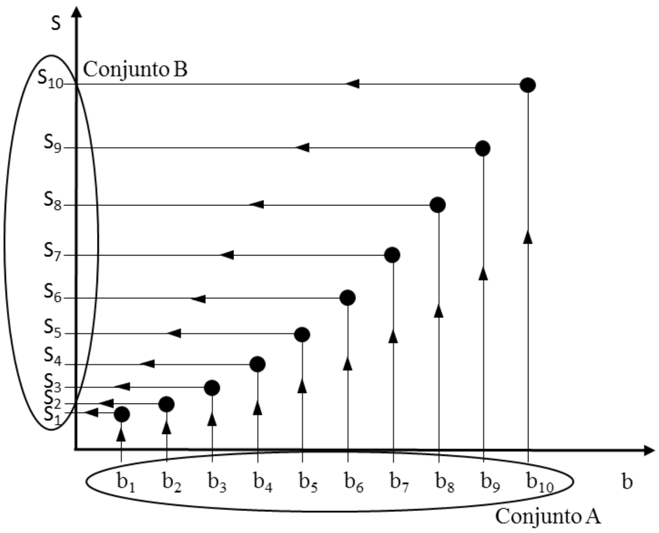
Para empezar, utilicemos dos conjuntos *A* y *B* que se relacionan a través de una determinada relación R.



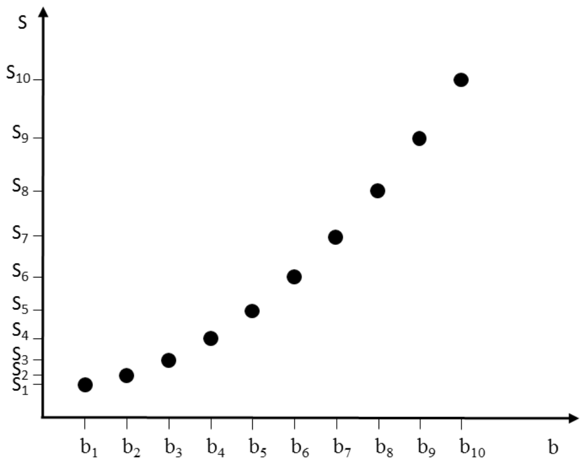
Veamos ahora cómo son las representaciones gráficas. Como nosotros nos interesamos en relaciones entre conjuntos numéricos, será más útil para trabajar alinear los elementos de cada conjunto sobre una recta numérica, de la siguiente manera:



Pero este gráfico también puede ser transformado en otro que será más sencillo de interpretar, reubicando las rectas de la siguiente manera:



De esta manera, obtenemos la representación gráfica de la relación existente entre los elementos del conjunto *A* y *B*.



Note que en esta representación gráfica cada par ordenado perteneciente a la relación se corresponde con un punto del plano cuyas coordenadas (en el sistema de ejes definido por estas rectas) son respectivamente los elementos del par ordenado.

Note también que a cada par ordenado de números reales le corresponde un único punto del plano y a cada punto de un plano le corresponde un único par ordenado de números reales.

A partir de este gráfico, se puede llegar a un valor de *s* a partir de su correspondiente valor de *b*. Entonces, en la anterior representación gráfica podemos identificar dos conjuntos:

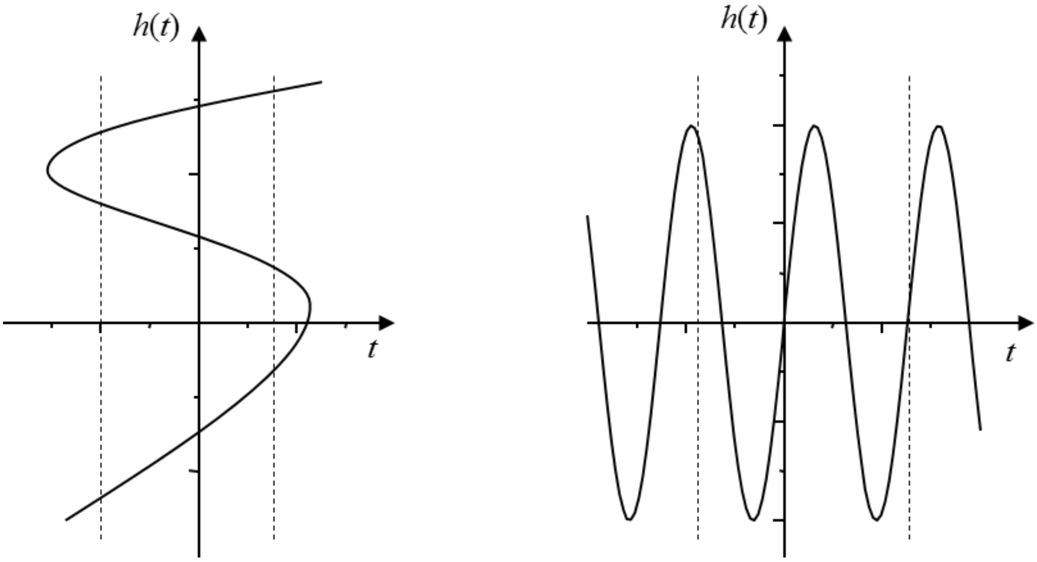
A: conjunto de partida de la *relación*
B: conjunto de llegada de la *relación*

y esto se puede simbolizar como:

$$R: A \to B$$

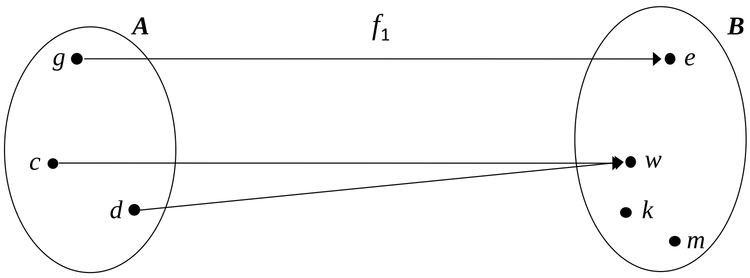
Hasta el momento se mostraron diferentes tipos de relaciones. Una función puede considerarse como un caso particular de relación o de correspondencia matemática, cuando un elemento x que pertenece a un conjunto X ($x \in X$)se relaciona con un (y sólo un) elemento y que pertenece a un conjunto Y ($y \in Y$) determinando su valor, se puede decir que y es función de x, lo que se denota como $y = f(x)$. Es decir, no pueden existir dos pares ordenados pertenecientes a la relación que tengan el mismo primer elemento.

Esta condición puede verificarse de manera muy simple gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales representando los elementos de A con puntos en el eje t, los elementos de B con puntos en el eje $h(t)$ y trazando rectas verticales por los puntos del eje t que correspondan a elementos del conjunto de partida.



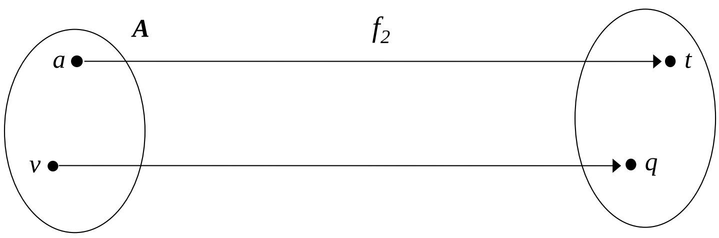
Así, son funciones los siguientes ejemplos:

a)



$f_1 = \{(g; e);(c; w); (d; w)\}$

b)



$f_2 = \{(a; t) ;(v; q)\}$

Si denominamos:
A como el conjunto de los números reales y *B* como el conjunto de los números reales

la relación *y* "es el cuadrado de" *x* es una función porque a cada elemento del conjunto *A* le corresponde a lo sumo un elemento de *B*.

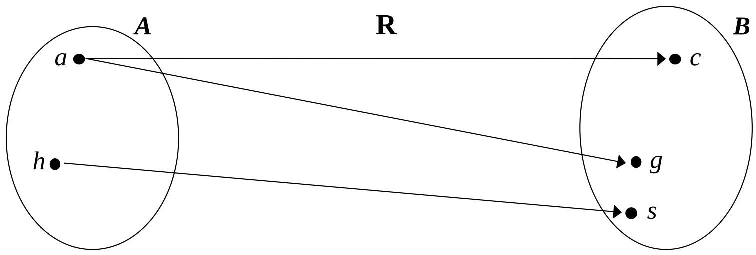
Decimos que *f* es una función de *A* en *B* y se simboliza:

$$f : A \to B$$

¿Qué sucede si a un elemento de *A* le corresponden dos o más elementos de *B*? En este caso no podremos hablar de funciones, sino solamente de relaciones.

¿Toda función es una relación? ¿Toda relación es una función?

La siguiente, ¿es una función?



Representación gráfica de una relación directamente proporcional

Cuando nos referimos a las relaciones directamente proporcionales, llegamos a la siguiente expresión general:

$$y = a\,x$$

La relación directamente proporcional es por lo tanto una función.

Si *y* es una función de *x*, decimos que $y = f(x)$, y por lo tanto:

$$f(x) = a\,x$$

Entonces, *x* será la variable independiente e *y* la variable dependiente de esta función.

Por ejemplo: supongamos que *a* tiene un valor igual a 3, tal que:

$$f(x) = 3\,x$$

Tomemos ahora algunos valores arbitrarios de *x*, y entonces los valores de $f(x)$ serán calculados como:

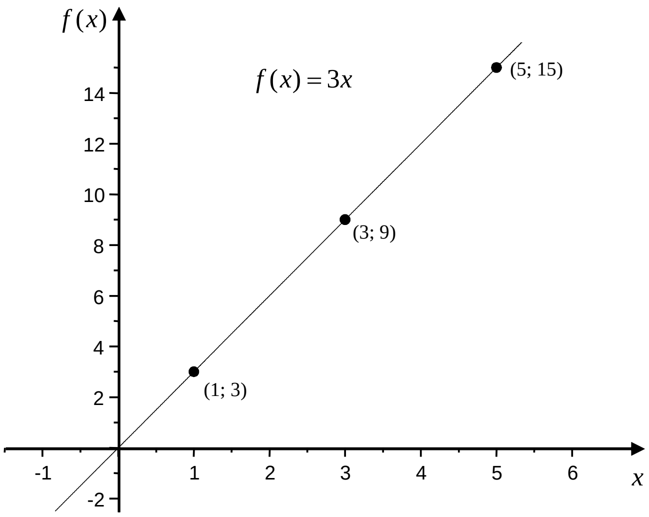
para $x = 1$, tenemos que $f(1) = 3(1)$, por lo tanto, $f(1) = 3$;
para $x = 3$, obtenemos $f(3) = 9$; y
para $x = 5$, $f(5) = 15$.

Cada valor de x forma parte de un cierto subconjunto llamado dominio (llamémosle x_1, x_2, x_3, etc.), y cada valor de $f(x)$ es parte de un cierto subconjunto llamado imagen (llamémosle $f(x_1)$, $f(x_2)$, $f(x_3)$, etc.). En las próximas páginas se ampliarán estos conceptos de dominio e imagen.

Entonces podemos formar los siguientes pares de números:

$$(x_1 ;f(x_1)) = (1; 3)$$
$$(x_2 ;f(x_2)) = (3; 9)$$
$$(x_3 ; f(x_3)) = (5; 15)$$

Si llevamos estos puntos a un sistema de ejes cartesianos, obtendremos:



Notamos que los puntos están graficados sobre una recta, y esa recta pasa por otros puntos que no han sido calculados (por ejemplo: (2; 6), (4; 12), etc.). Además, esta recta pasa por el punto (0; 0), lo que implica que corta a ambos ejes en el valor igual a cero (para $x = 0$, obtenemos $y = 0$).

Queda claro que al graficar una relación directamente proporcional $f(x) = a\,x$, se obtiene una recta que pasa por el origen.

Representación gráfica de una relación inversamente proporcional

Por otro lado, cuando nos referimos a las relaciones inversamente proporcionales, llegamos a la siguiente expresión:

$$y = \frac{a}{x}$$

la cual también cumple con que a cada valor de *x* le corresponde uno solo de *y*, siendo por lo tanto una función. Es por ello que, a *x* se la considera como la variable independiente e *y* como la variable dependiente, rescribiéndola como:

$$f(x) = \frac{a}{x}$$

Por ejemplo: supongamos que *a* tiene un valor igual a 3, tal que:

$$f(x) = \frac{3}{x}$$

Tomemos ahora algunos valores arbitrarios de *x*, y entonces los valores de *f*(*x*) serán calculados como:

para $x = 1$, tenemos que $f(1) = \frac{3}{1}$, por lo tanto, $f(1) = 3$;

para $x = 3$, obtenemos $f(3) = 1$;

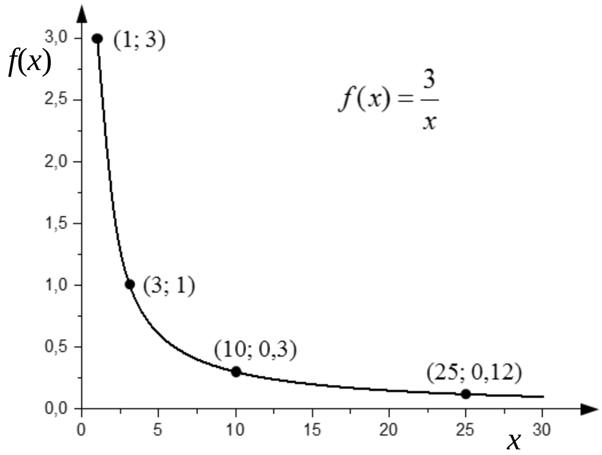
para $x = 10$, $f(10) = \frac{3}{10}$;

para $x = 25$, $f(25) = \frac{3}{25}$;

Entonces podemos formar los siguientes pares de números:

$$(x_1 ; f(x_1)) = (1; 3)$$
$$(x_2 ; f(x_2)) = (3; 1)$$
$$(x_3 ; f(x_3)) = \left(10; \frac{3}{10}\right)$$
$$(x_4 ; f(x_4)) = \left(25; \frac{3}{25}\right)$$

Si llevamos estos puntos a un sistema de ejes cartesianos, obtendremos:



Notamos que la curva, llamada hipérbola, posee la particularidad que no corta a ninguno de los dos ejes cartesianos, sino que se aproxima continuamente tanto al eje *x* como al eje *y* es decir que la distancia entre la curva y los ejes tiende a ser 0, a medida que se extienden indefinidamente. Este tipo de rectas a los que una curva se aproxima continuamente se les llama *asíntota*.

Queda claro que al graficar una relación inversamente proporcional $f(x) = \frac{a}{x}$, se obtiene una hipérbola, teniendo los dos ejes cartesianos como asíntotas. ¿Qué pasará con los valores negativos de x?

Dominio e imagen

Hemos definido una relación como un conjunto de pares ordenados, cuyos primeros elementos pertenecen todos a un cierto conjunto *A*, llamado conjunto de partida y cuyos segundos elementos pertenecen todos a un cierto conjunto *B*, llamado conjunto de llegada. Ahora bien... ¿La inversa se da? Es decir... ¿Todo elemento del conjunto de partida es primer elemento de algún par ordenado perteneciente a la relación? ¿Todo elemento del conjunto de llegada es segundo elemento de algún par ordenado perteneciente a la relación?

Pese a lo que en principio uno podría imaginar, la respuesta es **NO**.

Imaginemos que R es una relación que aplica *R* en *R*, lo cual se simboliza:

$$\mathrm{R} : R \rightarrow R$$

Esto quiere decir que tanto el conjunto de partida como el de llegada son el conjunto de los números reales.

Pero, por ejemplo, si definimos a R como la relación: "...es la raíz cuadrada de...", lo que simbólicamente podemos representar como: $y = \sqrt{x}$, tenemos que no todos los elementos del conjunto de partida pueden ser primeros elementos de un par ordenado perteneciente a la misma. ¿Por qué? (Recuerde las propiedades de la radicación).

Entonces vemos que los primeros elementos de los pares ordenados pertenecientes a la relación son elementos de un cierto subconjunto del conjunto de partida al cual se le da el nombre de **DOMINIO**. Análogamente, los segundos elementos de los pares ordenados pertenecientes a la relación son elementos de un cierto subconjunto del conjunto de llegada al cual se le da el nombre de **IMAGEN**.

Damos ahora las definiciones formales:

DOMINIO de una relación R, es el conjunto Dom(R) formado por los primeros elementos de cada par ordenado perteneciente a la relación.

IMAGEN de una relación R es el conjunto Im(R) formado por los segundos elementos de cada par ordenado perteneciente a la relación.

A continuación, se presentan diferentes ejemplos en donde se definen dominio y/o imagen de distintas relaciones:

Ejemplo 1: Encuentre dominio e imagen de la relación "*y* es el logaritmo de *x*".

Solución:

La expresión matemática que representa esta relación es:

$$\text{R: } y = \log(x)$$

El dominio de esta relación está formado por todos los números pertenecientes al conjunto de los números reales, exceptuando el cero y los reales negativos, puesto que el logaritmo de cero o de un número negativo no está definido en el conjunto de los números reales, como se vio en la unidad de Números Reales.

Expresado de otra manera:

$$\text{Dom}(R) = \{x / x \in R \wedge x > 0\}$$

La imagen de la relación serán los valores que puede adquirir la variable *y*. En este caso *y* puede adoptar cualquier valor dentro del conjunto de los números reales, por lo tanto:

$$\text{Im}(R) = \{y / y \in R\}$$

Ejemplo 2: Encuentre el dominio de la relación "*y* es el cuadrado de *x*".

Solución:

La expresión matemática que representa esta relación es:

$$\text{R: } y = x^2$$

El dominio de esta relación está formado por todos los números pertenecientes al conjunto de los números reales, ya que cualquier número real puede ser elevado al cuadrado, entonces:

$$\text{Dom}(R) = \{x / x \in R\}$$

Por otro lado, la imagen de la relación serán los valores que pueda adoptar la variable dependiente *y*. Sabemos que cualquier número real elevado al cuadrado da como resultado un número mayor o igual a cero, por lo que la imagen de la relación es:

$$\text{Im}(R) = \{y / y \in R \wedge y \geq 0\}$$

Dominio e imagen en funciones

Cuando abordamos el concepto de función definimos a las funciones como casos particulares de relaciones. Entonces, de igual manera que procedemos en el caso de una relación para conocer dominio e imagen, podemos hacerlo con una dada función.

Vemos el siguiente ejemplo:
Dada la siguiente función matemática encontrar dominio e imagen.

$$f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 1$$

El dominio de la función será el conjunto de los valores que *x* puede tomar para que la función se defina. Como se puede observar *x* puede adoptar cualquier valor dentro del conjunto de los números reales y la función siempre estará definida. Expresado de manera simbólica:

$$\mathrm{Dom}\big(f(x)\big) = \{x / x \in R\}$$

Por otro lado, vemos que la función es una suma de términos siempre positivos, ya que la variable *x* está elevada a exponentes pares, y que tiene un valor mínimo cuando *x* se anula, siendo este igual a 1 (a esto lo trataremos en detalle más adelante). Expresando esto de manera simbólica quedaría:

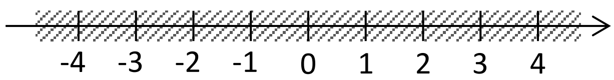
$$\mathrm{Im}\big(R\big) = \{y / y \in R \wedge y \geq 1\}$$

En secciones posteriores se estudian diferentes tipos de funciones en los que será posible calcular valores de Dominio e Imagen.

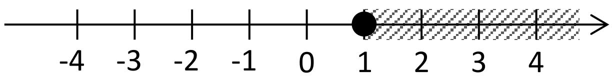
Representación gráfica de dominio e imagen

Hasta el momento utilizamos expresiones formales simbólicas para definir los conjuntos de dominio e imagen de relaciones y funciones. Otra manera de representar estos conjuntos es de forma gráfica utilizando conceptos y herramientas ya utilizadas en Relación de Orden en R, dentro del capítulo de Números Reales. Si representamos al conjunto de los números reales como todos los puntos que conforman una recta, podemos expresar qué elementos de ese conjunto (o qué puntos de esa recta) pertenecen al dominio o imagen de una dada relación o función como se muestran en los siguientes ejemplos:

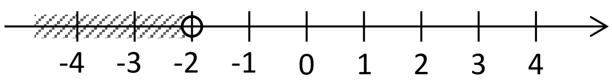
a) $\mathrm{Dom}\, f = \{x / x \in R\}$



b) $\mathrm{Dom}\, f = \{s / s \in R \wedge s \geq 1\}$



c) $\mathrm{Dom}\, f = \{t / t \in R \wedge t < -2\}$



Note que en el caso b) el valor *s*= 1 está incluido en el dominio, lo que se representa con el círculo que limita la zona sombreada completamente pintado, mientras que en el caso c), el valor *t*= –2 no pertenece al dominio, lo que se indica utilizando para limitar la zona sombreada un círculo vacío.

► **Actividad 3**

Identifique el dominio de las siguientes relaciones, expréselo simbólica y gráficamente y justifique su respuesta:

a) $y = \frac{1}{x}$

b) $z = \frac{3}{u-2}$

c) $v = y^2$

d) $s = \sqrt{\beta}$

e) $q = \frac{-3}{2-d}$

f) $z = -2x^2 - 4x + 1$

g) $w = -\frac{3}{4}(y+4)^2 - \frac{1}{2}$

h) $z = \sqrt{w+3}$

i) $m = \log_3(x+5)$

j) $y = \sqrt[3]{x}$

k) $y = \sqrt[3]{x-5}$

Función lineal

Haremos referencia ahora a uno de los tipos de funciones más importantes y útiles en matemática, química y física: ***la función lineal***.

¿Existe algún tipo de función cuya representación gráfica sea una recta? Sí, las funciones lineales, que corresponden al caso más general:

$$f(x) = ax + b$$

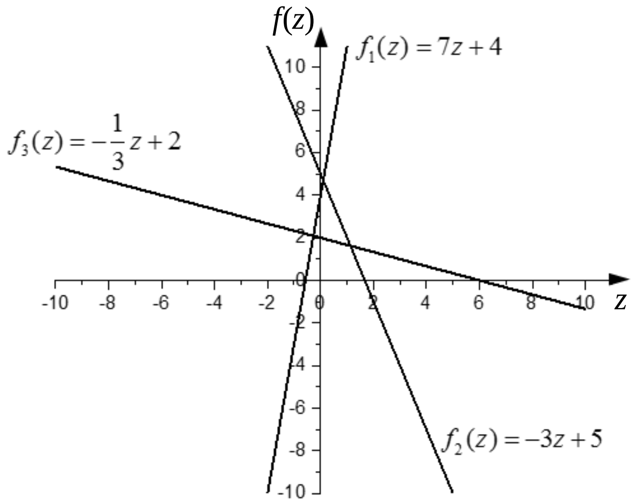
Podemos definir formalmente como función lineal a toda aquella relación que al multiplicar los elementos del dominio (x_i) por un valor constante y distinto de cero, representado por la letra a, y luego sumarle otro valor constante, representado por la letra b, da como resultado los elementos de la imagen (y_i).

En toda función lineal, a la constante a se la denomina *pendiente* y a b como *ordenada al origen*.

Para presentarlas veamos algunos ejemplos:

$f_1(z) = 7z + 4$	$a = 7$	$b = 4$
$f_2(z) = -3z + 5$	$a = -3$	$b = 5$
$f_3(z) = -\frac{1}{3}z + 2$	$a = -\frac{1}{3}$	$b = 2$

y sus correspondientes representaciones gráficas son:



Podemos ver que estas rectas cortan a cada uno de los ejes en un único punto, es decir que existe un punto que pertenece a la recta y pasa por un punto del eje de las ordenadas y lo mismo sucede con el eje de las abscisas. Ya definiremos estos puntos en particular.

Similitudes y diferencias con la relación directamente proporcional

Cuando en una función lineal la ordenada al origen tiene un valor igual a cero ($b = 0$), ésta es, a su vez, **una relación directamente proporcional**.

Por ejemplo, si tenemos una función lineal $f(x)= ax + b$, donde $b = 0$, se obtiene:

$$f(x) = a\,x$$

donde $a = \frac{y}{x}$, y la constante de proporcionalidad es igual a a ($k = a$).

Sin embargo, si $b \neq 0$ **no representa una relación directamente proporcional** porque el cociente $\frac{f(x)}{x}$ no es igual a una constante, sino que:

$\frac{f(x)}{x} = a + \frac{b}{x}$, varia su valor con el valor de x.

Demostración:

Dadas las siguientes funciones lineales:

$f_1(x) = 2x + 2$

$f_2(x) = 2x$

podemos despejar de ambas $\frac{f(x)}{x}$, obteniendo:

$$\frac{f_1(x)}{x} = 2 + \frac{2}{x}$$

$$\frac{f_2(x)}{x} = 2$$

Si evaluamos ambas funciones en x = 1, 2 y 3, se obtienen los siguientes valores:

$f_1(1) = 4$ $f_2(1) = 2$

$f_1(2) = 6$ $f_2(2) = 4$

$f_1(3) = 8$ $f_2(3) = 6$

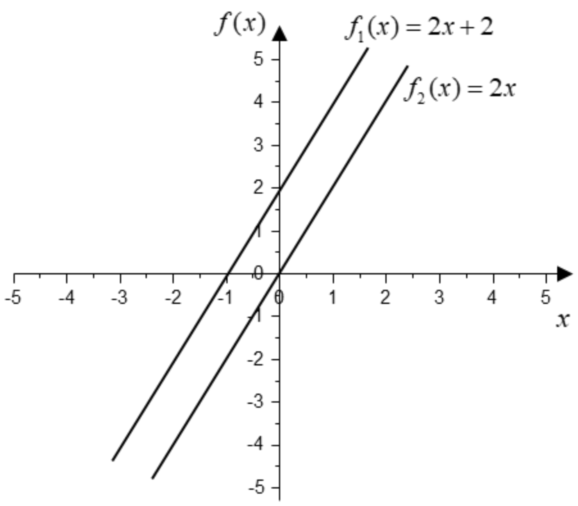
y al calcular los cocientes $\frac{f(x)}{x}$ de estas funciones, da por resultado:

$\frac{f_1(1)}{1} = 4$ $\frac{f_2(1)}{1} = 2$

$\frac{f_1(2)}{2} = 3$ $\frac{f_2(2)}{2} = 2$

$\frac{f_1(3)}{3} = \frac{8}{3}$ $\frac{f_2(3)}{3} = 2$

Las representaciones gráficas de estas funciones son:



Aquí queda demostrado que no toda función lineal es una relación directamente proporcional, pero sí toda relación directamente proporcional es una función lineal.

Cálculo de la pendiente de una función lineal

Para calcular la pendiente de una recta (a) tomemos dos puntos cualesquiera de una función lineal:

$$y = ax + b,$$

por ejemplo:

$$P_1 = (x_1; y_1) \text{ y } P_2 = (x_2; y_2),$$

tal que se cumpla que:

$$y_2 = ax_2 + b \qquad (1)$$

$$y_1 = ax_1 + b \qquad (2)$$

Si restamos a cada miembro de la ecuación (1) el miembro correspondiente de la ecuación (2) (resta miembro a miembro), obtendremos:

$$y_2 - y_1 = a\,x_2 - a\,x_1 + b - b$$

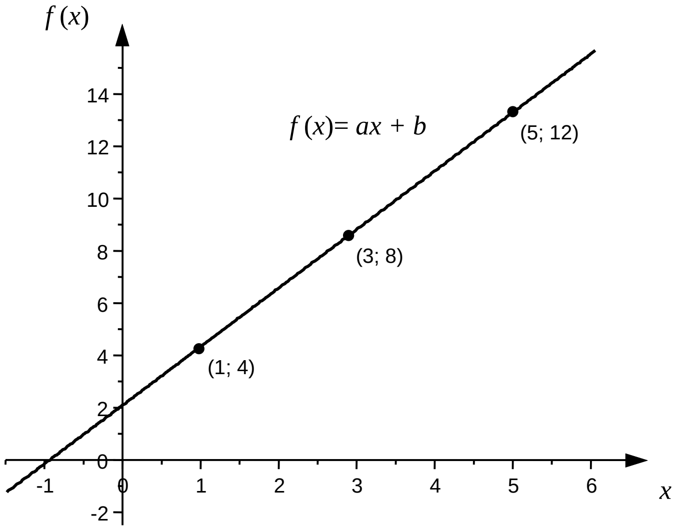
$$y_2 - y_1 = a\left(x_2 - x_1\right)$$

y reordenando, obtenemos la expresión para la pendiente:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad (3)$$

Se llama pendiente de la recta porque su valor indica cuál es el grado de inclinación de una recta respecto a la horizontal (eje positivo de las abscisas).

Veamos un ejemplo: ¿Cuál es la pendiente de la recta del siguiente ejemplo?



Utilizando los pares ordenados marcados:

$$(x_1; y_1) = (1; 4) \qquad \text{y} \qquad (x_2; y_2) = (3; 8)$$

y calculando con la ecuación (3), se obtiene analíticamente que:

$$a = 2$$

¿Cambia el valor de a si tomamos los puntos (1; 4) y (5; 12)?

Tomemos la ecuación (3) nuevamente y sustituyamos por los pares ordenados:

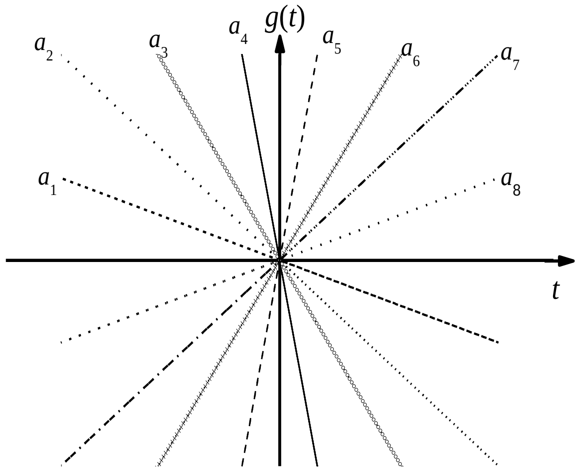
(1; 4) y (5; 12)

resolviendo,

$$a = (12 - 4) / (5 - 1) \qquad a = \frac{8}{4} \qquad a = 2$$

se obtiene que $a = 2$, independientemente que par de puntos tomemos para su cálculo.

Podemos calcular que a medida que aumenta el valor absoluto de la pendiente, el gráfico nos mostrará una recta más y más cercana a la vertical.
Por ejemplo: Dado el siguiente gráfico, relacione los signos y valores absolutos de las pendientes de las rectas.



Las pendientes de las rectasa_1, a_2, a_3 y a_4 poseen un valor negativo de a (a< 0), en cambio, las pendientes a_5, a_6, a_7 y a_8 son positivas (a > 0).
Las pendientes positivas se ordenan de forma creciente de la siguiente manera:

$$a_8 < a_7 < a_6 < a_5$$

Las pendientes negativas se ordenan de forma creciente de la siguiente manera:

$$a_4 < a_3 < a_2 < a_1$$

Las pendientes negativas se ordenan de forma creciente, según su valor absoluto $|a_1|$, de la siguiente manera:

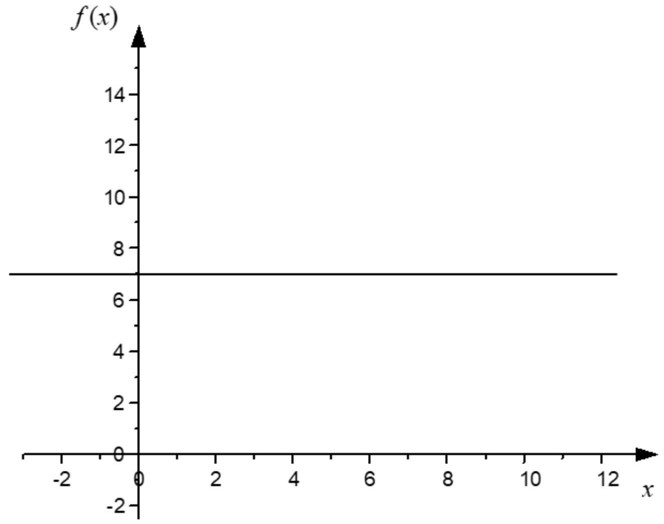
$$|a_1| < |a_2| < |a_3| < |a_4|$$

Todas las pendientes se ordenan de forma creciente de la siguiente manera:

$$a_4 < a_3 < a_2 < a_1 < 0 < a_8 < a_7 < a_6 < a_5$$

Tomemos un caso particular, en el que $y_2 - y_1$ sea igual a cero, lo cual implica que $y_2 = y_1$, por lo que el valor de a será cero.
Si a = 0, la recta será paralela al eje de las abscisas (recta horizontal), que en nuestro ejemplo denominamos como x.
Esto significa que la Imagen de esta función posee un sólo elemento, el cual es un valor constante. Esta función se conoce como *Constante*.

Por ejemplo: Dada la siguiente función $f(x) = 5$, o lo que es lo mismo, $f(x) = ax + 5$, con $a = 0$.
Si evaluamos en $x = 1$, $f(1) = 5$;
para $x = 2$, $f(2) = 5$;
para $x = -1$, $f(-1) = 5$;

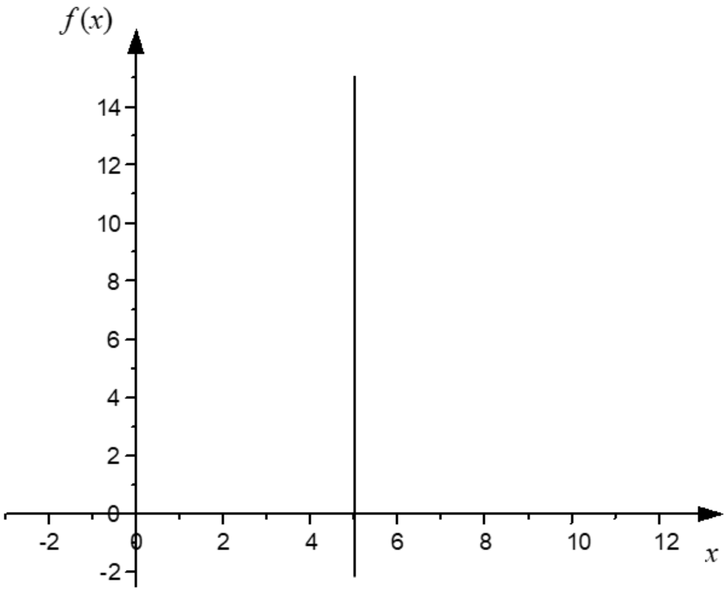


¿Cómo sería el conjunto Dominio e Imagen de esta función?

$$\text{Dom} = R$$
$$\text{Im} = \{5\}$$

En el caso que los puntos están sobre una misma recta vertical, todos ellos tienen el mismo valor de *x*, es decir, $x_1 = x_2$ y, por lo tanto, $x_2 - x_1$ es igual a 0. Entonces, el denominador de la expresión (3) que permite calcular la pendiente es igual a 0 y se puede concluir que la pendiente no existe, ya que no puedo dividir por cero.
Esto significa que NO ES UNA FUNCIÓN, ya que el al único elemento del Dominio de esta relación le corresponden infinitos elementos de la Imagen. Se suele decir que una recta vertical "no tiene pendiente", que no es lo mismo que sea igual a cero.

Por ejemplo, considere una relación en la que el valor de x en todos los pares ordenados es $x = 5$:



Si evaluamos en $y = 1$, $x = 5$;
para $y = 2$, $x = 5$;

para $y = -1$, $x = 5$;

¿Cómo serían los conjuntos Dominio e Imagen de esta relación?

$$\mathrm{Dom} = \{5\}$$
$$\mathrm{Im} = R$$

Cálculo de la ordenada al origen y la raíz de una función lineal

Ahora, ¿Cómo calcularía el coeficiente b de la ecuación general $f(x) = ax + b$?
Este coeficiente indica qué valor debería tomar la función lineal cuando la variable independiente vale cero.
Por ejemplo: para toda recta con ecuación general:

$$f(x) = ax + b,$$

si la evaluamos en $x = 0$, obtenemos que:

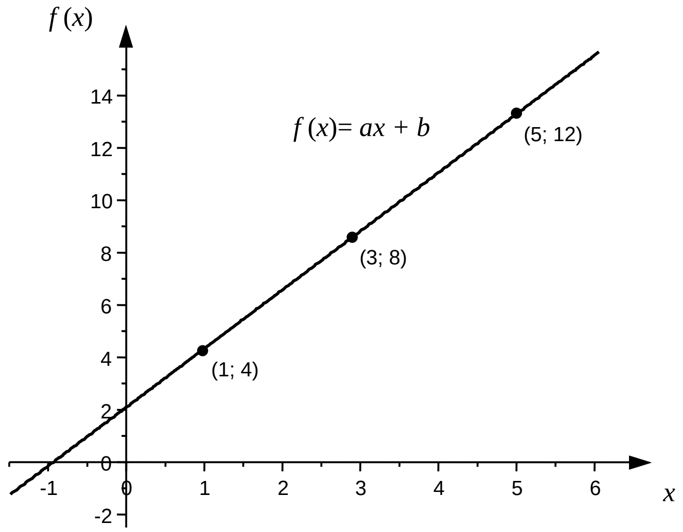
$$f(0) = b.$$

Además, podemos decir que uno de los puntos por los que pasa una recta es:

$$(0; b)$$

donde el valor de y corresponde a la ordenada al origen.
Esto se interpreta gráficamente diciendo que la ordenada al origen indica en qué punto la recta corta al eje de las ordenadas.

Veamos un ejemplo: ¿Cómo escribiría la ecuación de la recta que satisface los siguientes pares ordenados del ejercicio anterior?



Según la definición anterior de b, el par ordenado $(0; b)$ también pertenece a la función lineal $f(x) = ax + b$, con $a = 2$.
Si tomamos uno de los pares ordenados anteriores, (1; 4), (3; 8) y (5; 12), podemos sustituir en la expresión de la función lineal para obtener el valor de b.

$f(1) = 2(1) + b$ $\qquad$ $f(3) = 2(3) + b$ $\qquad$ $f(5) = 2(5) + b$

$4 = 2 + b$	$8 = 6 + b$	$12 = 10 + b$
$b = 4 – 2$	$b = 8 – 6$	$b = 12 – 10$
$b = 2$	$b = 2$	$b = 2$

Por lo tanto, la expresión completa de esta función lineal es:

$$f(x)= 2x + 2$$

Por otro lado, existe un valor de la variable independiente que hace que la función lineal valga cero, llamado *raíz* (r).
Por ejemplo: para toda recta con ecuación general:

$$f(x) = ax + b,$$

si la función es evaluada en $x = r$ nos da un valor igual a cero:

$$f(r) = 0.$$

Por lo tanto,

$$f(r) = 0 \Rightarrow a(r) + b = 0 \Rightarrow r = -\frac{b}{a} \qquad (5)$$

Además, podemos decir que uno de los puntos por los que pasa una recta es:

$$(r; 0)$$

donde el valor de r corresponde a la raíz de la función lineal.
Esto se interpreta gráficamente diciendo que la raíz indica en qué punto la recta corta al eje de las abscisas.

¿Toda función lineal tiene raíz? Sí, ya que, para toda función lineal, $f(x) = ax + b$, el valor de a es distinto de cero ($a = 0$ es una recta paralela al eje delas abscisas), siempre corta al eje de las abscisas en algún valor real.
Además, sólo posee un único valor de raíz, es decir corta al eje de las abscisas en solo un punto.

Veamos un ejemplo: ¿Cómo calcularía la raíz de la función lineal del ejercicio anterior?
La función lineal es:

$$f(x)= 2x + 2$$

y sustituyendo en la ecuación (5), se obtiene:

$$r = -\frac{2}{2}; r = -1$$

Otra opción es despejar r de la ecuación de la función lineal, obteniendo:

$$f(r)= 2r + 2;\ f(r)= 0 \Rightarrow 0 = 2r + 2,$$

$$-2 = 2r; r = -\frac{2}{2}; r = -1$$

En ambos casos, el valor calculado para la raíz es igual –1, lo que implica que la recta corta al eje de las abscisas en el punto (–1; 0).

Cómo graficar una función lineal

Si bien usted puede utilizar el intuitivo y válido “método” de construir una tabla de valores de *x* e *y* para realizar el gráfico de una función, aquí le proponemos una visión más analítica del proceso.

Para poder graficar una recta en sistema de ejes cartesianos nos hace falta como mínimo saber el valor de los pares ordenados (x; y) de dos puntos cualquiera.

Retomemos la expresión más general de la ecuación de la recta como $h(x) = ax + b$.

Hay dos puntos interesantes que se pueden tener en cuenta a la hora de graficar una recta: la raíz de la función y la ordenada al origen.

La raíz de la función, como ya vimos, es el valor de la variable independiente que hace que la función valga cero.

$$h(r) = 0 \Rightarrow a(r) + b = 0 \Rightarrow (r;\,0)$$

Gráficamente, esto significa que la gráfica de la función corta al eje de las abscisas (en este caso *x*) en ese valor.

Por otro lado, la ordenada al origen es el valor que toma la función cuando la variable independiente vale cero.

$$h(0) = b \Rightarrow a(0) + b = b \Rightarrow (0;\,b)$$

Gráficamente, esto significa que la gráfica de la función corta al eje de las ordenadas (en este caso $h(x)$) en ese valor.

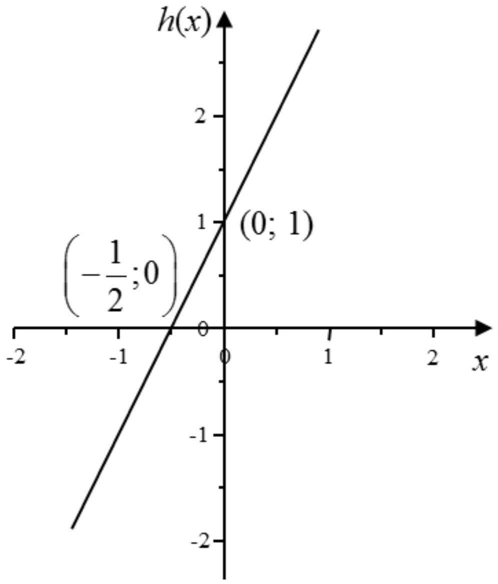
Esto significa que, si necesitamos graficar la recta asociada a una dada función lineal, con sólo calcular el valor de r, ya que el valor de b está presente en la ecuación de la recta, seríamos capaces de obtener su representación gráfica.

Por ejemplo: Tomamos la función $h(x) = 2x+1$.

Como $b = 1$, es decir que $h(0) = 1$, sabemos que el punto (0; 1) pertenece a la recta en cuestión.

Ahora si $h(r) = 0$, o lo que es lo mismo $r = -\frac{b}{a} = -\frac{1}{2}$, podemos ver que el punto $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ también pertenece a la misma recta.

Entonces, la gráfica toma la siguiente forma:



Existe otra forma de graficar una recta sin la necesidad de realizar ningún cálculo. Para ello debemos seguir los siguientes pasos:

a) marcar el punto que representa la ordenada al origen, es decir (0; *b*);

b) descomponer el valor de la pendiente en una fracción equivalente sencilla, tal que: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

por ejemplo:

$$a = \frac{a}{1} = \frac{2a}{2}$$

c) parados sobre la ordenada al origen moverse sobre el eje *y* el equivalente a Δy y luego moverse en dirección del eje de las abscisas el valor de Δx.

d) marcar este nuevo punto, el cual también pertenece a la recta.

De esta manera tenemos los dos puntos necesarios para poder graficar la recta correspondiente.

Veamos un ejemplo:

Tomemos de nuevo la función lineal $h(x) = 2x + 1$:

en la cual el punto (0; 1) pertenece a la recta en cuestión, siendo la ordenada al origen.

Descomponemos la pendiente en:

$$a = 2 = \frac{2}{1}.$$

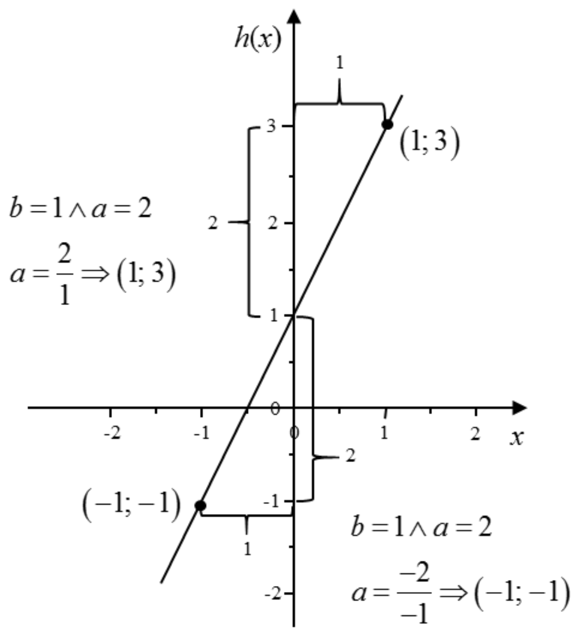
Al pararnos en (0; 1) y avanzar dos unidades en las ordenadas y una en dirección en las abscisas, podemos marcar el punto (1; 3), el cual también pertenece a la recta que es la representación gráfica de esta función lineal.

Ahora, si repetimos lo anterior, pero descomponiendo la pendiente en:

$$a = 2 = \frac{-2}{-1},$$

obtenemos el punto $(-1; -1)$, que pertenece a la recta.

En la siguiente figura se resume estos ejemplos:



De cualquiera de estas dos maneras, podemos dibujar la recta correspondiente a una dada función lineal de forma correcta y segura. Usted podrá utilizar la que prefiera.

► Actividad 4

1) Complete el siguiente cuadro comparativo entre función lineal y relación directamente proporcional:

	$f(x)= ax + b$	$y= ax$
Pendiente	$a \neq 0,\ a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$	
Ordenada al origen		$b= 0$
Constante de proporcionalidad		
Raíz		$R= 0$
Gráfica		Recta que corta a los ejes en el punto (0; 0)
Cuando $a> 0$		
Si aumenta x		Aumenta y proporcionalmente
Si disminuye x	Disminuye y	
Cuando $a< 0$		
Si aumenta x	Disminuye y	
Si disminuye x		Aumenta y proporcionalmente

2) Dadas las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x$ b) $g(v) = -\dfrac{4}{5}v - 2$

c) $h(x) = \dfrac{5}{2}x$ d) $w(x) = f(x) - h(x)$

calcule el valor de cada una de ellas en los siguientes valores del dominio:0; -2 y $\frac{1}{4}$

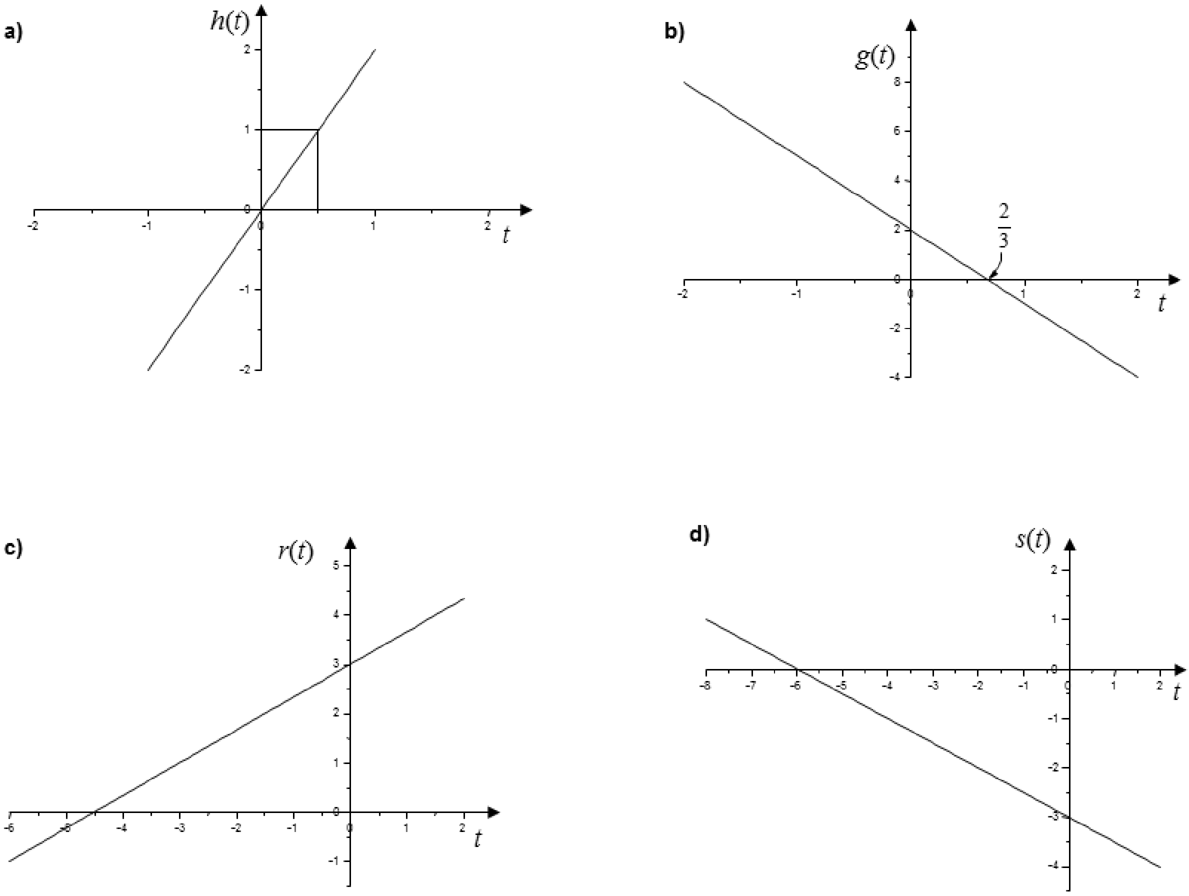
Discutamos y analicemos las diferencias conceptuales existentes en las expresiones del punto d).

La expresión del punto d), es una operación entre funciones, denominada *suma de funciones*, y el resultado de esta es una nueva función, como se muestra a continuación:

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= 3x \\ h(x) &= \frac{5}{2}x \end{aligned}\right\} w(x) = f(x) - h(x) \Rightarrow w(x) = 3x - \frac{5}{2}x;\; w(x) = \frac{1}{2}x$$

Con lo cual, la función $w(x)$ puede ser evaluada en diferentes valores de su dominio.

3) Dados los siguientes gráficos:



i) Calcule la pendiente, ordenada al origen y raíz de cada una de estas funciones lineales.
ii) Escriba la fórmula completa de cada función lineal.
iii) Ordene de forma creciente el valor de las pendientes obtenidas.

4) Dadas las siguientes funciones lineales:

a) $f(x) = 5x$ b) $g(f) = 3f + 1$ c) $a(c) = c + 2$

d) $u(h)=\frac{2}{3}h$	e) $x(y)=-\frac{1}{3}y+1$	f) $x(s)=-4s+\frac{1}{2}$
g) $d(q)=4$	h) $w(z)=z$	i) $j(o)=3\cdot(2+4)$
j) $g(i)=\frac{1}{3}i+1$	k) $t(p)=-\frac{5}{3}p-\frac{5}{3}$	l) $b(y)=-\frac{y}{2}-(3)^2$
m) $m(n)=-3n-\frac{1}{2}$	n) $e(v)=\frac{2}{3}v+4$	ñ) $k(r)=-\frac{r}{3}+4^{\frac{1}{2}}$

i) Trace la recta correspondiente a cada una de ellas e indique qué datos le faltan para poder graficar, cuando sea necesario.
ii) Calcule la raíz para cada función y compárelo con lo obtenido gráficamente.

5) Un químico realizó una serie de medidas para una muestra de gas y obtuvo los siguientes resultados:

T≡ temperatura [^{o}C]	V≡ volumen [L]
–30	12,148
0	13,651
55	16,399
365	31,911

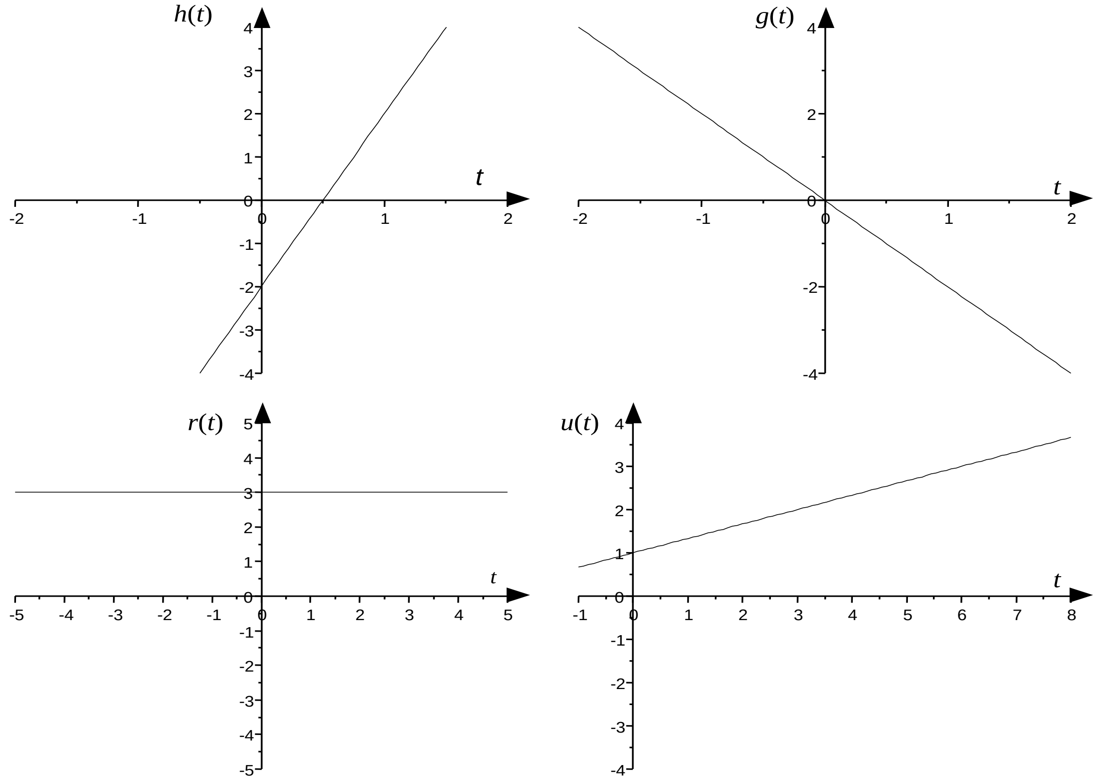
i) Grafique V en función de T.
ii) Calcule pendiente, ordenada al origen y raíz de esta recta.
iii) Escriba la función que relaciona al volumen de este gas con su temperatura. Indique cuál es la variable independiente y cuál la dependiente.
iv) Calcule el volumen que tendrá la muestra de gas cuando su temperatura sea de 100 °C.

6) Dadas las siguientes funciones:

a) $g(s) = 4s + 3$	b) $v(n) = \frac{3}{2}$	c) $y(t) = f\,t + d$
d) $d(p) = p + \left(\frac{3}{2}\right)^2$	e) $r(x) = -\left(\frac{2}{x}\right)^{-1}$	f) $h(j) = \left(\frac{1}{j}\right)^{-1} + 3$

i) Represéntelas gráficamente, siempre que sea posible, e indique qué datos le faltan, en caso de no poder graficar alguna de ellas.
ii) Considere las dos últimas funciones, incisos e) y f), ¿Su gráfica es una recta? JSR

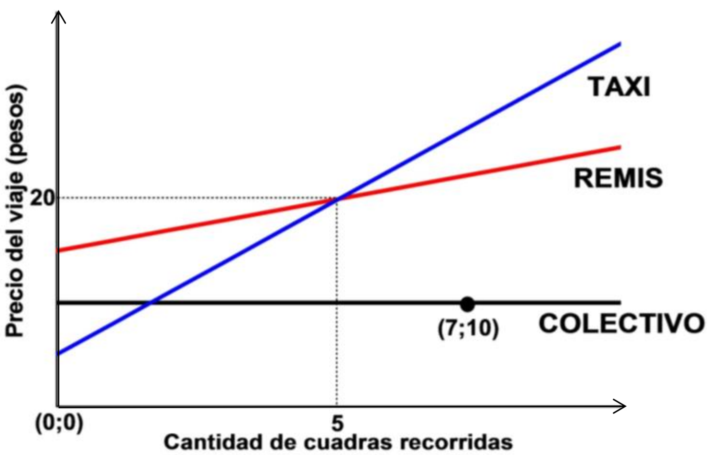
7) Dados los siguientes gráficos:



i) Obtener las ecuaciones de las correspondientes funciones.
ii) ¿Alguna de estas cuatro funciones no es una función lineal?, Si no es así, ¿Qué tipo de función es? JSR

Tan importante como ser capaz de realizar un gráfico de una función, es ser capaz de leer e interpretar datos que se consignan en un gráfico. Le proponemos que resuelva el siguiente ejercicio y comente sus conclusiones con sus compañeros y docente.

8) Para ir de un lugar a otro en una ciudad, uno puede movilizarse en colectivo, taxi o remis. La relación entre el precio del viaje y las cuadras recorridas aparece en el siguiente gráfico:



Dadas las siguientes afirmaciones:

I) Ir en colectivo siempre es más barato que viajar en taxi y en remis.

II) El costo de viajar en taxi o remis es el mismo al recorrer 5 cuadras.

III) Una vez superado el costo de 20 pesos, por el mismo importe, se recorre más distancia en remis que en taxi.

IV) El boleto de colectivo tiene un costo de 7 pesos.

Se afirma que sólo son correctas:
a) I y IV b) I y II c) III y IV d) II y III

Rectas paralelas y perpendiculares

Se considera que dos rectas r_1 y $r_2$son paralelas si ambas posean la misma pendiente. Entonces, si tenemos las dos rectasr_1 y r_2:

$$r_1 : f(x) = a_1x + b_1$$
$$r_2 : g(x) = a_2x + b_2$$

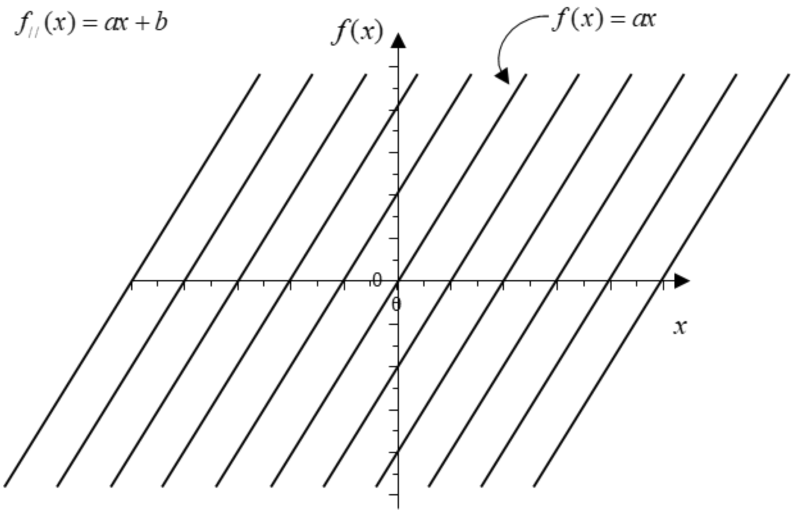
La condición necesaria para definir dos rectas paralelas es:

$$a_1 = a_2$$

Entonces, si poseen la misma pendiente sólo se van a diferenciar sus ecuaciones por el valor de *b*.

$$r_1 : f(x) = a_1x + b_1$$
$$r_2 : g(x) = a_1x + b_2$$

donde $b_1 \neq b_2$. Se puede decir que existen infinitas rectas paralelas entre sí, todas con el mismo valor de *a*, pero con diferentes valores de *b*.



Por ejemplo:
Encontremos una recta paralela a la representación gráfica de la función:

$$f(x) = 2x + 3$$

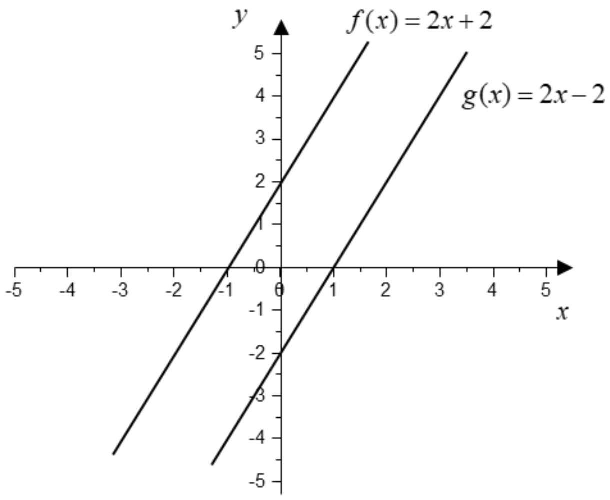
Sabiendo que para que dos rectas, r_1 y r_2, sean paralelas sólo se debe cumplir que ambas posean la misma pendiente, es decir:

$$a_1 = a_2$$

podemos decir que la función:

$$g(x) = 2x - 2$$

Es una de las que tiene una representación gráfica paralela a la de $f(x)$.
Gráficamente, se obtiene que:



Proponga y grafique otra recta paralela a $f(x)$.

Se considera que las rectas r_1 y r_2 son perpendiculares si el valor de una de las pendientes es igual al valor opuesto del inverso de la otra. La demostración implica trigonometría y excede a los contenidos de este curso.

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

Entonces si consideramos

$$r_1 : f(x) = a_1x + b_1 \qquad (a_1 \neq 0)$$
$$r_2 : f(x) = a_2x + b_2 \qquad (a_2 \neq 0)$$

Estas rectas poseen diferentes valores de pendiente, y el valor de b para cada ecuación pueden o no ser iguales, ya que:

$$r_1 : f(x) = a_1x + b_1$$
$$r_2 : g(x) = (-1/a_1)\, x + b_2$$

Aquí se puede afirmar que existen infinitas rectas perpendiculares entre sí.

Por ejemplo:
Encontremos una recta perpendicular a la representación gráfica de la función $f(x) = 2x + 3$.

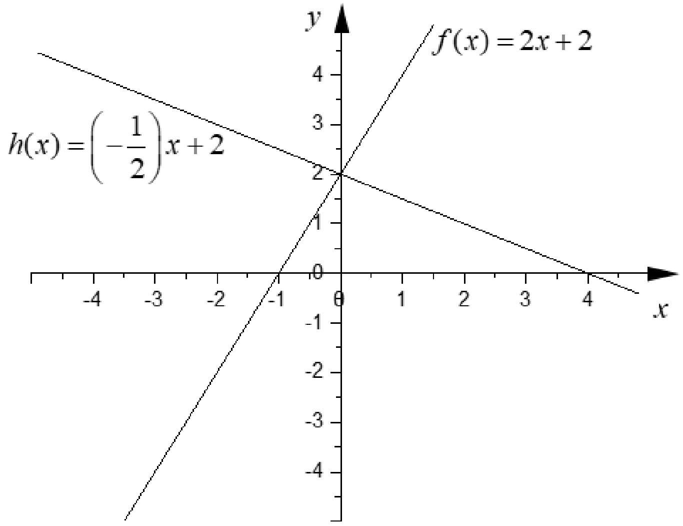
Sabiendo que para que dos rectas r_1 y r_2 sean perpendiculares se debe cumplir que el valor de la pendiente de una de ellas sea igual al valor opuesto del inverso de la pendiente de la otra, es decir:

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

podemos decir que la función:

$$h(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

es una de las rectas que tiene una representación gráfica perpendicular a la de *f*(*x*).



Encuentre y grafique otra recta perpendicular a la función *f*(*x*) = 2*x* + 3.

► Actividad 5

1) Dada la función lineal:

$$h(t) = 2t - 4$$

encuentre y grafique:

a) una recta, $h_1(t)$, paralela a $h(t)$

b) una recta, $h_2(t)$, perpendicular a $h(t)$

2) Resuelva y grafique las siguientes rectas:

a) Dado el punto P = (5; 2), encuentre dos rectas, $g(t)$ y $j(t)$, que pasen por este punto y que sean perpendiculares entre sí, sabiendo que $a_{g(t)} = 4$.

b) Encuentre dos rectas, $k(t)$ y $m(t)$, que sean paralelas entre sí, sabiendo que una de ellas pasa por el punto P = $(5; -2)$ y que $a_{k(t)} = -4$.

c) Dado el punto P = $(-5; 2)$, encuentre:

i) dos rectas, $n(t)$ y $s(t)$ que pasen por este punto y que sean perpendiculares entre sí, sabiendo que $a_{n(t)} = 4$.

Función cuadrática

Definiremos a una función cuadrática como una función polinómica donde el término de mayor grado es igual a dos (segundo grado).
Según esta definición, una función lineal es una función polinómica donde el término de mayor grado es igual a uno (primer grado) y una función constante es una polinómica de grado cero.

Una función cuadrática tiene la forma general, llamada polinómica:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

donde a es el coeficiente cuadrático, b es el coeficiente lineal y c es el coeficiente independiente.

Habitualmente, al término ax^2 se lo llama término cuadrático, al bx término lineal y a c término independiente. Por lo tanto, no es lo mismo hablar del término lineal (bx) que del coeficiente lineal (b) pero, sin embargo, es equivalente decir coeficiente o término independiente (c).

Además, para una función cuadrática se debe cumplir que:

$$a, b, c \in R \wedge a \neq 0$$

¿Por qué se exige la condición $a \neq 0$?, ¿Podría ser que $b = 0$ y/o $c = 0$?

Si tomamos la fórmula polinómica de una cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

y condicionamos que $a = 0$, la función resultante no es cuadrática sino lineal, tal que:

$$f(x) = bx + c$$

donde b es la pendiente y c es la ordenada al origen.
Es por eso que para que una función sea considerada cuadrática debe tener término cuadrático, como el término de mayor grado; y para ello, el coeficiente cuadrático tiene que ser distinto de cero ($a \neq 0$).
Ahora, si condicionamos que:

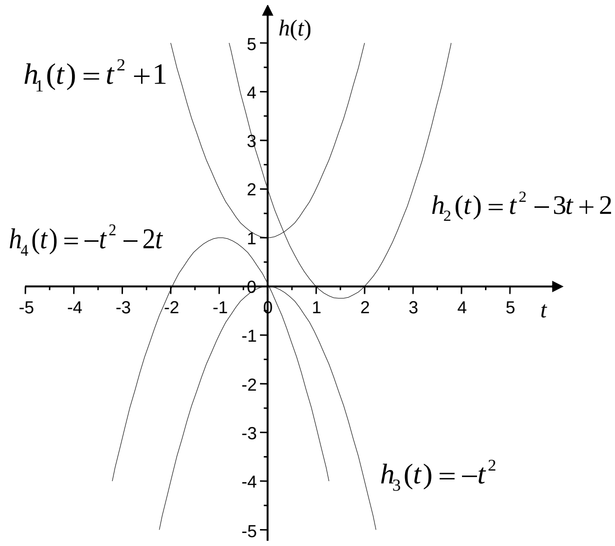
i) $b = 0$, obtenemos una función cuadrática del tipo $f_1(x) = ax^2 + c$;
ii) $c = 0$, una función cuadrática del tipo $f_2(x) = ax^2 + bx$;
iii) $b = 0$ y $c = 0$, una función cuadrática del tipo $f_3(x) = ax^2$.

Representación gráfica de una función cuadrática

La representación gráfica de una función cuadrática recibe el nombre de parábola. Veremos unos ejemplos a continuación.

Las parábolas tienen una característica relevante un punto, denominado *vértice* y representado por el par ordenado $(x_v; y_v)$, a partir del cual se extienden dos ramas simétricas que se van alejando entre sí.

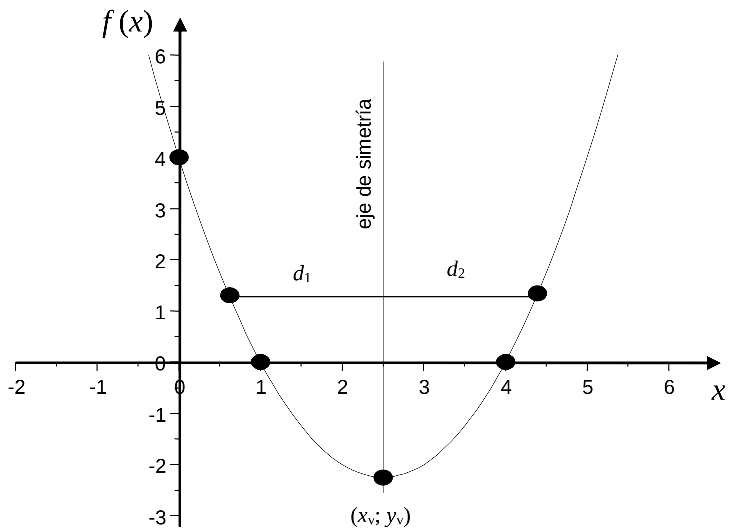
Estas ramas pueden extenderse hacia arriba o hacia abajo, pero ambas en el mismo sentido, lo que determina que estas curvas posean en algunos casos un valor máximo y en otros un valor mínimo que puede tomar la función $h(t)$, que siempre coincide con el valor de y_v.



Podemos ver, también, que estas parábolas siempre cortan al eje de las ordenadas en un único punto, lo cual es muy similar a lo encontrado para una recta.Sin embargo, al eje de las abscisas lo pueden cortar en un sólo punto, en dos puntos distintos, o bien no cortarlo nunca. Estos puntos se relacionan con la cantidad de raíces que puede tener una función cuadrática, es decir que, como máximo, una función cuadrática tiene dos raíces reales (r_1 y r_2).

Por último, las parábolas son figuras que poseen un eje de simetría, el cual pasa por el vértice y la divide en dos, como si se tratara de un “espejo”; es decir que las ramas crecen de igual manera alrededor del eje de simetría. La distancia (d_1) entre el punto P_1, tal que $P_1 = (x_{P1}; y_{P1})$, al eje de simetría es igual a la misma distancia (d_2) con respecto al correspondiente punto P_2 de la otra rama, tal que $P_2 = (x_{P2}; y_{P2})$, donde el valor de y es el mismo para ambos puntos $(y_{P1} = y_{P2})$

A continuación, se muestra una figura que resume las características más notorias de la gráfica de una parábola:



Veamos las parábolas de las funciones $h_1(t)$, $h_2(t)$, $h_3(t)$ y $h_4(t)$ anteriormente graficadas, y determinemos de forma gráfica las raíces de cada función.

En el caso de $h_1(t) = t^2 + 1$,no tiene raíces reales, ya que no corta al eje de las abscisas en ningún valor. Además, el menor valor que puede tomar $h_1(t)$ es igual a uno, es decir que no pasa por cero ni alcanza valores negativos, por lo tanto, el vértice está por encima del eje de las abscisas y las ramas se extienden hacia arriba.

$$r_1, r_2 \notin \mathrm{R}$$

Para la función $h_3(t) = -t^2$ se obtienen dos raíces reales iguales, $r_1 = r_2 = 0$, ya que corta al eje t solo en t = 0. Además, el valor de las raíces coincide con el valor de x en el vértice de la parábola.

$$r_1, r_2 \in \mathrm{R} \wedge r_1 = r_2$$

Por último, las funciones $h_2(t)$ y $h_4(t)$ tienen dos raíces reales distintas, $r_1 \neq r_2$, ya que cortan al eje de las abscisas en dos puntos diferentes.

$$r_1, r_2 \in \mathrm{R} \wedge r_1 \neq r_2$$

En las representaciones gráficas de estas funciones se observa que, en el caso de $h_4(t)$ el vértice está por encima del eje de las abscisas, mientras que en el caso de $h_2(t)$ el vértice se encuentra por debajo del eje de las abscisas; al extenderse las ramas en ambos casos cortan a dicho eje. Es decir que para $h_2(t)$ el vértice está valores negativos del eje $h(t)$ y la ramas crecen hacia arriba, mientras que para $h_4(t)$ el vértice está valores positivos del eje $h(t)$ y la ramas crecen hacia abajo.

Raíces de $h_2(t)$:$r_1 = 1$ y $r_2 = 2$

Raíces de $h_4(t)$:$r_1 = 0$ y $r_2 = -2$

Resumiendo, podemos decir que:

$h_1(t)$: no tiene raíces reales.

$h_2(t)$: tiene dos raíces reales distintas.

$h_3(t)$: tiene dos raíces raíz reales iguales.

$h_4(t)$: tiene dos raíces reales distintas.

Cálculo de las raíces de una función cuadrática

Como ya hemos visto, las raíces de una función son aquellos valores de la variable independiente que anulan la función, es decir cuando se cumple que:

$$f(t) = at^2 + bt + c = 0$$

Debe reconocer que esta igualdad es una ecuación que debemos resolver para encontrar las raíces de la función. Para el caso de una función cuadrática que puede escribirse en forma genérica como:

$$at^2 + bt + c = 0$$

si extraemos *a* como factor común, obtenemos:

$$a\left(t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{c}{a}\right) = 0$$

De acuerdo con la ley de anulación del producto, se presentan dos opciones:

i) $a = 0$

ii) $\left(t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{c}{a}\right) = 0$

En este caso se tiene que *a* debe ser distinto de cero por lo que nos quedamos con la segunda opción.

Con el objetivo de obtener un trinomio cuadrado perfecto, sumamos y restamos la expresión $\frac{b^2}{4a^2}$.

$$t^2 + \frac{b}{a}t + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

Operamos y despejamos el binomio al cuadrado.

$$\left(t + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraemos raíz cuadrada en ambos miembros.

$$\left|t + \frac{b}{2a}\right| = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Distribuimos la raíz cuadrada entre numerador y denominador en el segundo miembro y despejamos la expresión entre barras de valor absoluto.

$$t + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Restando $\frac{b}{2a}$ en ambos miembros obtenemos una expresión para t.

$$t = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Y reordenando, finalmente obtenemos:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad (1)$$

que es la expresión que nos permite calcular las raíces de una función cuadrática a partir de sus coeficientes.

Analicemos ahora la expresión obtenida en la ecuación (1). El argumento de la raíz cuadrada $\left(b^2 - 4ac\right)$ se denomina *discriminante* y determina las características de las raíces obtenidas. Se pueden presentar tres casos particulares:

1) $b^2 - 4ac > 0$

En este caso se tienen dos raíces diferentes, dadas por las expresiones:

$$t_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{y} \quad t_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Gráficamente esto implica que la parábola corta al eje de las abscisas en los puntos t_1 y t_2.

2) $b^2 - 4ac = 0$

En este caso la raíz cuadrada es igual a cero y por lo tanto las expresiones para calcular las dos raíces tienen el mismo valor, por lo que se tienen dos raíces iguales.

$$t_1 = t_2 = -\frac{b}{2a}$$

Esto corresponde gráficamente al caso en que la parábola no corta al eje de las abscisas en dos valores diferentes, sino que lo toca en un solo punto que coincide con la coordenada *x* del vértice (obsérvese que en este caso $t_1 = t_2$).

3) $b^2 - 4ac < 0$

En este caso la raíz cuadrada del discriminante no pertenece al conjunto de los números reales, por lo que no se tienen raíces reales. Gráficamente esto implica que la parábola no corta al eje de las abscisas.

► Actividad 6

Considere las ecuaciones $h_1(t),\ h_2(t),\ h_3(t)\ y\ h_4(t)$ anteriormente graficadas, calcule los discriminantes de cada una, prediga qué raíces tendrán y calcúlelas.

Cálculo del vértice de una función cuadrática

Ya hemos visto que hay un punto característico en todas las parábolas que recibe el nombre de vértice, dado por el par ordenado (x_v; y_v), y que tiene como abscisa el valor medio entre dos puntos cualesquiera que tengan igual valor de la función (por ejemplo, las raíces x_1 y x_2). Por lo tanto, podemos afirmar que x_v se puede calcular como:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad (2)$$

También podemos encontrar una expresión para y_v, resolviendo $f(x_v)$ y reemplazando por la ecuación (2).

$$f(x_v) = a(x_v)^2 + b(x_v) + c$$

$$f(x_v) = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$

$$f(x_v) = \left(\frac{b^2}{4a}\right) - \left(\frac{b^2}{2a}\right) + c$$

$$f(x_v) = -\left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \qquad (3)$$

Podemos entonces afirmar que el par ordenado del vértice $(x_v; y_v)$ se calcula de la siguiente manera:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad\qquad y_v = -\left(\frac{b^2}{4a}\right) + c$$

¿Qué pasa si tenemos una función que no tiene raíces reales? ¿Podemos calcular el vértice de dicha parábola?, ¿Se puede usar la ecuación (2) para este caso?

Ejemplo:
Dada la siguiente función cuadrática:

$$h(s) = 2s^2 - 10s + 14,$$

si calculamos su discriminante, $b^2 - 4ac$, obtenemos que:

$$b^2 - 4ac = (10)^2 - 4(2)(14)$$

$$b^2 - 4ac = -12$$

$$b^2 - 4ac < 0$$

con lo cual esta función $h(s)$ no tiene raíces reales. Calculemos el valor de s_v:

$$s_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-10}{2 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

Hallemos, ahora, el valor de $h(s_v)$, reemplazando el valor calculado para s_v en la función $h(s)$:

$$h\left(\frac{5}{2}\right) = 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10\frac{5}{2} + 14,$$

al operar obtenemos finalmente que:

$$h(s_v)=\frac{3}{2}$$

Entonces, el par ordenado del vértice de la función $h(s)$ es igual a:

$$\left(s_v;h(s)_v\right)=\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$$

Si calculamos $h(s_v)$ nuevamente, pero utilizando la ecuación (3), obtenemos el mismo resultado:

$$h(s_v)=-\left(\frac{(-10)^2}{4(2)}\right)+14$$

$$h(s_v)=-\frac{25}{2}+14$$

$$h(s_v)=\frac{3}{2}$$

Como vemos, los nuevos valores de s_v y $h(s_v)$ obtenidos son iguales a los anteriormente calculados. Por lo tanto, se demuestra que siempre podemos calcular los valores de las componentes del par ordenado del vértice de una parábola, (s_v; $h(s_v)$), con las ecuaciones (2) y (3), independientemente que tenga o no raíces reales la función cuadrática en cuestión.

Otras formas de expresar una ecuación cuadrática

Si bien la forma $f(x)=ax^2+bx+c$ (forma polinómica) es la más común para expresar una cuadrática, existen otras dos (factorizada y canónica), que pueden ser útiles en ciertos casos.

La *forma factorizada* puede escribirse siempre y cuando la ecuación posea raíces reales. Como se sabe que las raíces de una función cuadrática $f(t)$ son los valores que la anulan, la función puede ser escrita como un producto de la forma:

$$f(t)=a(t-t_1)(t-t_2)$$

donde a es el coeficiente del término cuadrático y t_1 y t_2 son las raíces.

Desarrollemos ahora la forma factorizada de $f(t)$ para llegar a su expresión polinómica:

Como primer paso aplicamos la propiedad distributiva con respecto a la suma:

$$f(t)=(at-at_1)(t-t_2)$$

$$f(t)=\left(at^2-at_2t-at_1t+at_1t_2\right)$$

Reordenando esta expresión:

$$f(t)=at^2-a(t_1+t_2)t+at_1t_2$$

y luego sustituyendo por:

$$-a(t_1+t_2)=b$$

$$at_1t_2=c$$

finalmente obtenemos:

$$f(t) = at^2 + bt + c$$

la cual es la forma polinómica de $f(t) = a(t - t_1)(t - t_2)$.

La *forma canónica* puede escribirse, basándose en las coordenadas del vértice, teniendo la forma.

$$f(t) = a(t - t_v)^2 + f(t_v)$$

Si reemplazamos las coordenadas del vértice t_v y $f(t_v)$ por sus valores

$$t_v = -\frac{b}{2a} \qquad\qquad f(t_v) = -\left(\frac{b^2}{4a}\right) + c$$

Obtenemos

$$f(t) = a\left(t + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c$$

Y luego operando

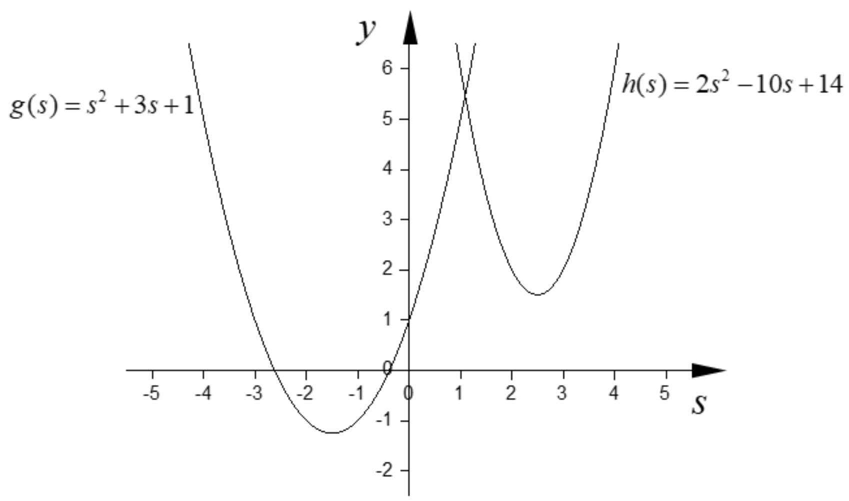
$$\begin{aligned} f(t) &= a\left(t + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \\ &= a\left(t^2 + 2\frac{tb}{2a} + \frac{b^2}{2^2 a^2}\right) - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \\ &= at^2 + bt + \frac{b^2}{4a} - \left(\frac{b^2}{4a}\right) + c \\ &= at^2 + bt + c \end{aligned}$$

Obtenemos la expresión polinómica de dicha ecuación.

► **Actividad 7**

1) Escriba las formas canónica y factorizada de la función (siempre que sea posible) $h(s) = 2s^2 - 10s + 14$. Grafique.

2) Dadas las siguientes parábolas:



¿Cuál es el punto de intersección de las parábolas con estos ejes? ¿Cuáles son sus vértices?

Interpretación de la representación gráfica de una función cuadrática

Analizaremos algunos aspectos más relevantes de cómo se relacionan la parábola con diversos parámetros de una función cuadrática:

1) El signo de a (coeficiente cuadrático) indica hacia donde apuntan las ramas de una parábola, es decir que:

si $a < 0 \Rightarrow$ las ramas apuntan hacia abajo
si $a > 0 \Rightarrow$ las ramas apuntan hacia arriba

Analice las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)\ y\ h_4(t)$ anteriormente graficadas, y compare el signo de a con el sentido de crecimiento de las ramas de las parábolas.

2) El valor de c (término independiente), al igual que en el caso de las funciones lineales, indica el punto donde la parábola corta al eje de las ordenadas.
Calcule los valores donde las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)\ y\ h_4(t)$ cortan al eje de las abscisas y compárelo con lo obtenido gráficamente.

3) La relación entre los signos de a (coeficiente cuadrático) y b (coeficiente lineal) indica hacia donde está desplazado el vértice de una parábola con respecto al eje de las ordenadas:

si a y b tienen igual signo $\Rightarrow$ el vértice se encuentra a la izquierda
si a y b tienen distinto signo $\Rightarrow$ el vértice se encuentra a la derecha

Esto se entiende si analizamos la expresión para el valor del x_v.

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

¿Qué pasará si $b = 0$?

Determine para las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)\ y\ h_4(t)$ vistas anteriormente donde está el vértice de cada parábola y compare con lo obtenido gráficamente.

4) La imagen de una función cuadrática cualquiera siempre queda definida teniendo en cuenta el signo de a y el valor de y_v, tal que:

$$\text{si}\, a < 0 \Rightarrow\ f(x) = \{y \,/\, y \in \mathrm{R} \wedge y \le y_v\}$$

$$\text{si}\, a > 0 \Rightarrow\ \operatorname{Im} f(x) = \{y \,/\, y \in \mathrm{R} \wedge y \ge y_v\}$$

Determinemos para las funciones $h_1(t), h_2(t), h_3(t)\ y\ h_4(t)$ vistas anteriormente el conjunto Imagen de cada una y comparemos con lo obtenido gráficamente.

Resumen del significado de cada uno de los parámetros de la función cuadrática:

Parámetro	**Significado gráfico**	**Caso 1**	**Caso 2**	**Caso 3**
a **(coeficiente cuadrático)**	Dirección de crecimientos de las ramas de una parábola	$a>0$ Las ramas apuntan hacia arriba	$a<0$ Las ramas apuntan hacia abajo	
b **(coeficiente lineal)**	Desplazamiento lateral del eje de simetría con respecto al eje de las ordenadas.	$a>0$ y $b>0$ $a<0$ y $b<0$ Se encuentra a la izquierda del eje de las ordenadas	$a>0$ y $b<0$ $a<0$ y $b>0$ Se encuentra a la derecha del eje de las ordenadas	$b=0$ Se encuentra sobre el eje de las ordenadas
c **(coeficiente o término independiente)**	Punto donde la función corta al eje de las ordenadas	$c>0$ Corta al eje de las ordenadas en un valor positivo	$c<0$ Corta al eje de las ordenadas en un valor negativo	$c=0$ Corta al eje de las ordenadas en $(0;0)$
r_1 **y** r_2 **(raíces)**	Indica el/los punto/s donde la función corta al eje de las abscisas	$r_1, r_2 \in \mathrm{R}$ $\wedge\ r_1 \neq r_2$ Corta al eje de las abscisas en dos puntos distintos	$r_1, r_2 \in \mathrm{R}$ $\wedge\ r_1 = r_2$ Corta al eje de las abscisas en un sólo punto	$r_1, r_2 \notin \mathrm{R}$ No corta al eje de las abscisas
$(x_v; y_v)$ **(vértice)**	Indica punto máximo o mínimo de una parábola	$a>0$ Punto mínimo de una parábola	$a<0$ Punto máximo de una parábola	
x_v **(abscisa del vértice)**	Desplazamiento lateral del vértice con respecto al eje de las ordenadas	$x_v>0$ Se encuentra a la derecha del eje de las ordenadas	$x_v<0$ Se encuentra a la izquierda del eje de las ordenadas	$x_v=0$ Se encuentra sobre el eje de las ordenadas
y_v **(ordenada del vértice)**	Indica valor máximo o mínimo de una función	$a>0$ y_v es el valor mínimo de la Imagen	$a<0$ y_v es el valor máximo de la Imagen	

Cómo graficar una función cuadrática

Para que podamos graficar una función cuadrática correctamente es conveniente que analicemos la siguiente afirmación:

"Toda parábola se define, como mínimo, con tres puntos, de los cuales uno de ellos debe ser el vértice".

Debido a que la parábola es una figura que posee un eje de simetría, al determinar la posición del vértice podemos ubicar espacialmente dicho eje. Si sabemos además la posición de otros dos puntos más, idealmente uno a cada lado del vértice, la parábola puede ser dibujada sin equivocación.

En la sección anterior vimos cómo a partir de la forma polinómica de una dada función cuadrática podemos averiguar:

a) coordenadas del vértice, $\left(x_v; y_v\right)$

b) dirección de las ramas de la parábola, signo de a

c) puntos de corte en el eje de las abscisas, raíces r_1 y r_2

d) punto de corte en el eje de las ordenadas, valor de c

Con estos datos estamos en condiciones para trazar la parábola correspondiente a dicha función.

Para ser más claros, veamos un ejemplo. Grafiquemos la función:

$$f(x) = x^2 - 5x + 4$$

a) $\left(x_v; y_v\right)$. Utilizando las ecuaciones (2) y (3) podemos averiguar la posición del vértice.

$$x_\text{v} = -\frac{(-5)}{2(1)}$$

$$x_\text{v} = \frac{5}{2}$$

$$f\left(x_\text{v}\right) = f\left(\frac{5}{2}\right)$$

$$f\left(x_\text{v}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{2}\right) + 4$$

$$f\left(x_\text{v}\right) = -\frac{9}{4}$$

Por lo tanto, el vértice está en:

$$\left(\frac{5}{2}; -\frac{9}{4}\right)$$

b) Signo de a. Como $a > 0$, las ramas se extienden desde el vértice hacia arriba, es decir crecen desde el vértice hacia valores mayores a $f\left(x_\text{v}\right)$. Por lo tanto, se cumple que:

$$a > 0 \Rightarrow f(x) \geq f(x_v)$$

c) r_1 y r_2. Calculando el discriminante, $b^2 - 4ac$, de esta función, obtenemos:

$$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(4)$$
$$b^2 - 4ac = 9$$

$b^2 - 4ac > 0 \;\Rightarrow\; f(x)$ tiene dos raíces reales diferentes, x_1 y x_2.

Además, utilizando la ecuación (1) podemos averiguar los valores de estas raíces.

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(4)}}{2(1)}$$
$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$
$$x_1 = 1 \text{ y } x_2 = 4$$

Por lo tanto, la parábola corta al eje de las abscisas en:

(1; 0) y (4; 0)

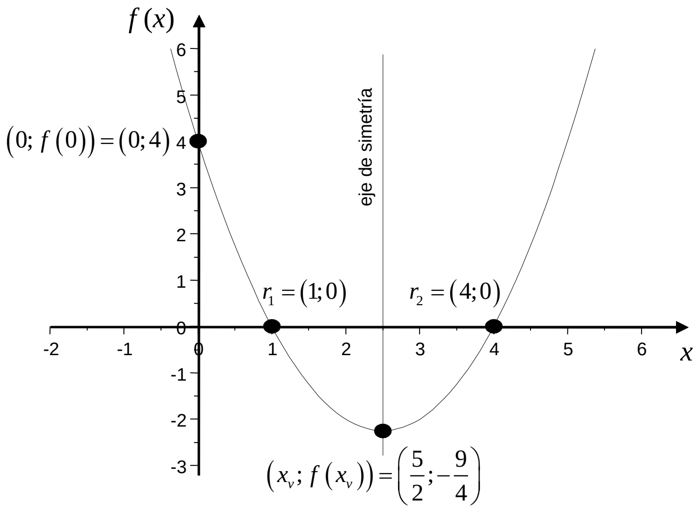
d) Valor de c. Evaluando la función en $x = 0$, obtenemos:

$$f(0) = 4$$

Por lo tanto, la parábola corta al eje de las ordenadas en:

(0; 4)

Por último, si marcamos estos puntos en un sistema de ejes cartesianos y los unimos por una curva, se obtiene la correspondiente parábola de la función cuadrática $f(x)$ analizada, como se muestra a continuación:



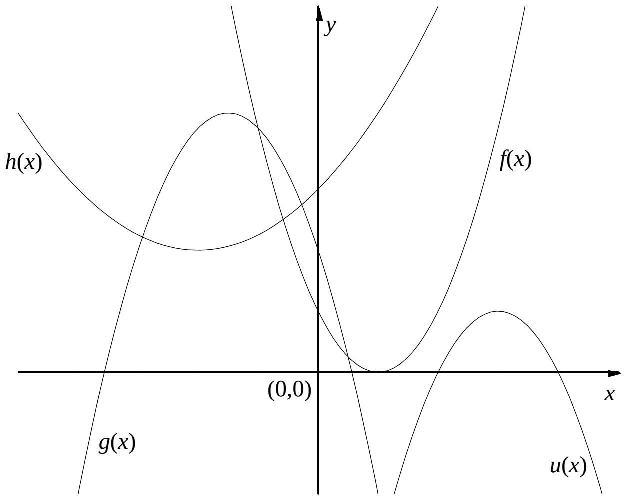
Si tenemos a la función cuadrática en su forma factorizada o canónica, también podemos calcular los puntos anteriores, o bien convertirla en su forma polinómica y resolverla como hemos mostrado.

Cabe aclarar que si la función cuadrática está en su forma factorizada ya tenemos el dato de las raíces y si es en forma canónica el dato ya resuelto es el del vértice.

En el caso de que la función cuadrática que queramos graficar no presente raíces reales, deberemos tener en cuenta los siguientes puntos. Uno de ellos es el vértice, otro es la ordenada al origen c, y queda definir un tercero para que sea posible realizar el gráfico. Para definir este tercer punto sabemos que las parábolas son simétricas al eje que pasa por el vértice. Considerando esto es posible definir un tercer punto que sea simétrico al punto (0; c), cuyas coordenadas serán ($2x_v$; c)

► Actividad 8

1) Para cada una de las siguientes parábolas indique el signo del discriminante y, de ser posible, el signo de las raíces.



2) Encuentre las raíces y escriba la forma factorizada de las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$

b) $g(t) = -\frac{2}{3}t^2 + \sqrt{2}t - \frac{1}{2}$

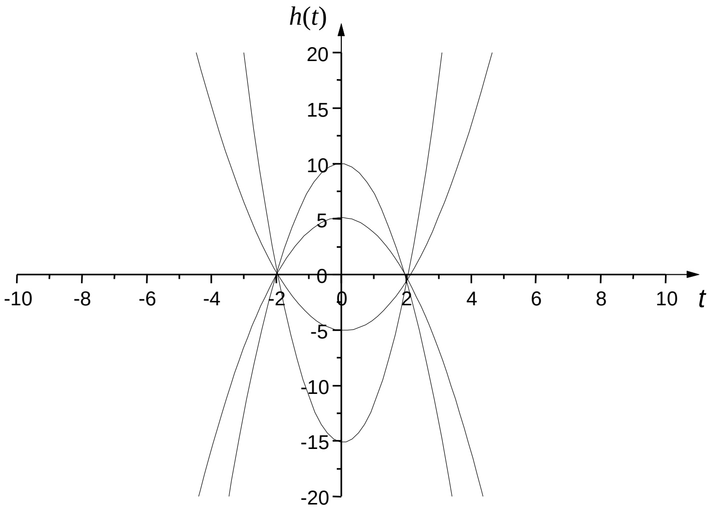
c) $y(x) = 4x^2 - 3$

d) $m(s) = 3s^2 + (3a - 6ab)s - 6a^2b$

e) $f(z) = 2z^2 - 2a^2$

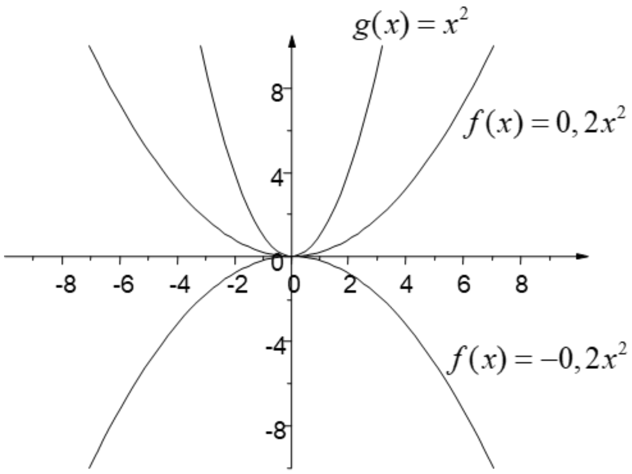
f) $q(w) = 5(w^2 + 2b^2 - 3bw)$

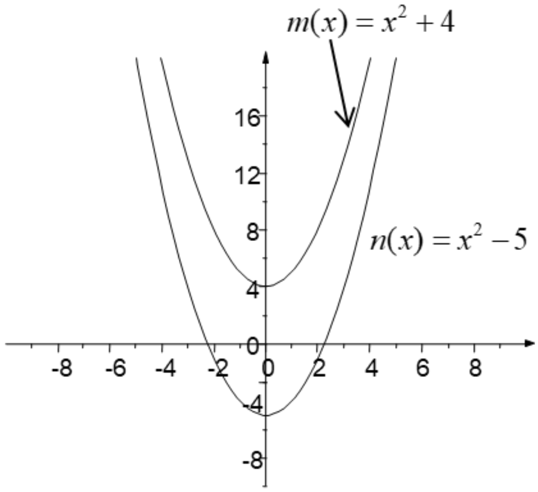
3) Encuentre las expresiones polinómicas completas para las siguientes gráficas:

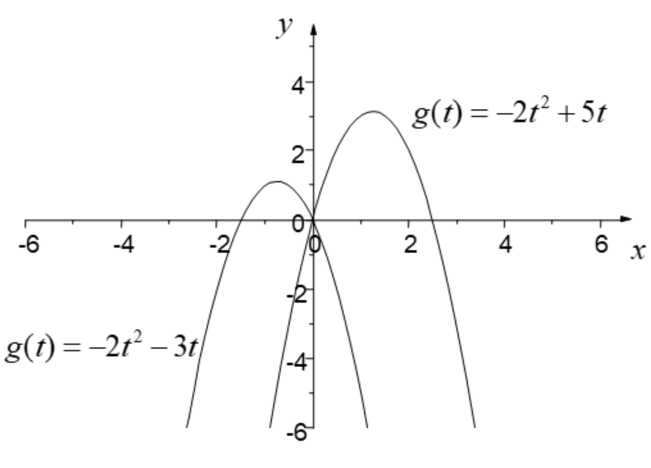


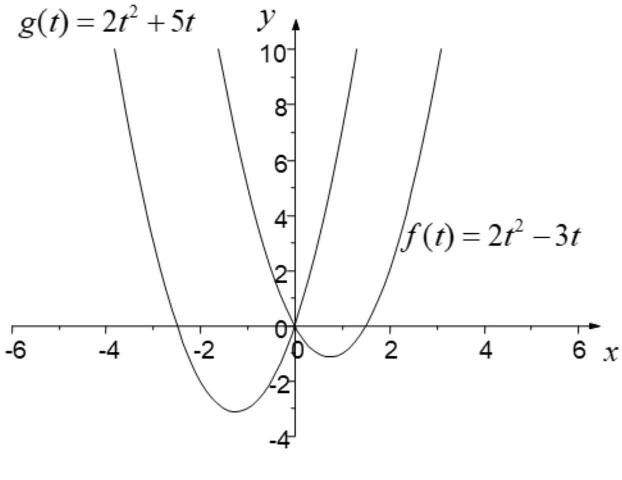
4) Analice las diferencias entre las expresiones factorizadas de los gráficos anteriores y diga cuantas parábolas podrían cortar al eje t en $t = \pm 2$.

5) Analice cual es el efecto de los distintos parámetros de la función cuadrática sobre la forma de la parábola. Considere los siguientes casos:









6) Analice y grafique las siguientes funciones:

a) $f(u) = u \quad - 2u^2 + u - 3$

b) $g(m) = (m-2)^2 - 4m$

c) $h(w) = w - w^2 - 3(w-2)$

d) $q(x) = x^2 + 2x + 4(1-x)$

e) $z(v) = v - (v+v)^2$

f) $m(v) = v^2 - 2(v-2)^2 + 4v$

g) $r(w) = -5w^2 + w(3w-2)$

h) $g(m) = m^2 - 6m + 9$

Funciones racionales

Un polinomio de grado 3 (o función cúbica) tiene la siguiente forma genérica:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Coef. cúbico   Coef. cuadrático   Coef. lineal   Término independiente

Tenga en cuenta que las cuatro letras usadas (a, b, c, d) son arbitrarias y representan números reales.

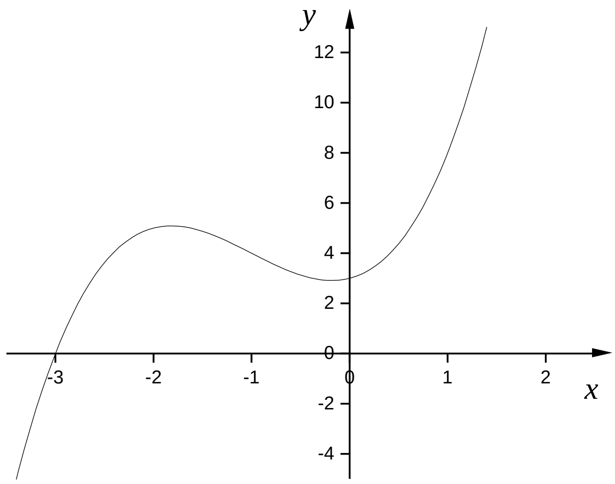
En caso de que el coeficiente cúbico fuera cero:

¿La función seguiría siendo cúbica?

¿La función seguiría siendo polinómica?

He aquí un ejemplo: el gráfico de la función cúbica

$$x^3 + 3x^2 + x + 3$$



Son las funciones reales definidas de la forma:

$f(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$; siendo $P(x)$ y $Q(x)$ funciones polinómicas reales.

En estas funciones $Q(x)$ nunca puede ser cero. Esta limitación condiciona el dominio de la función.
Le ayudamos ahora a que logre entender la forma de hallar el dominio de una función racional con un ejemplo.
Sea la función:

$$g(s)=\frac{2s}{s^2-1}$$

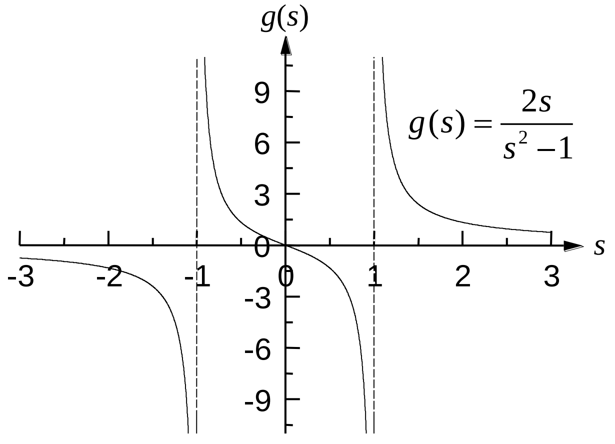
En la definición de estas funciones hablamos de un polinomio numerador, que en este caso es $P(s)=2s$ y un polinomio denominador que es $Q(s)=s^2-1$; para hallar el dominio debemos tener en cuenta que el denominador debe ser distinto de cero:

$$Q(s)\neq 0$$
$$s^2-1\neq 0$$
$$s^2-1+1\neq 0+1$$
$$s^2\neq 1$$
$$\pm\sqrt{s^2}\neq\pm\sqrt{1}$$
$$s^2\neq 1\Rightarrow s\neq\pm 1$$

Por lo tanto, tenemos dos puntos donde la función no está definida y el dominio será el conjunto de todos los números reales excepto esos dos puntos:

$$Dom\ g(s)=\{s\,/\,s\in R\wedge s\neq\pm 1\}$$

Para que analice estos resultados le mostramos el gráfico de la función. Ubique en el gráfico los puntos donde la función no está definida.



► Actividad 9

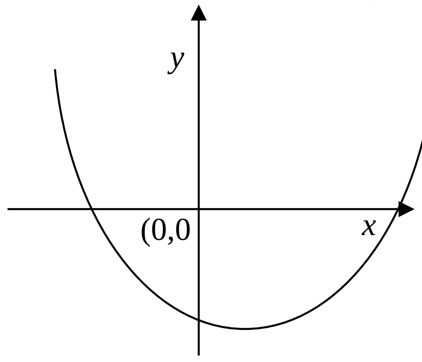
1) Encuentre el dominio de las siguientes funciones:

$a)\, g(r) = \dfrac{1}{r^2+1}$ $\qquad$ $b)\, j(t) = \dfrac{1}{4-t}$

$c)\, u(t) = \dfrac{1}{9-t^2}$ $\qquad$ $d)\, h(x) = x + \dfrac{1}{x}$ (Ayuda : Extraiga x como común denominador)

Autoevaluación

1) La siguiente es la gráfica de una función cuya expresión genérica es $y = ax^2 + bx + c$



De acuerdo a lo que Ud. observa en dicha gráfica, puede afirmar que:

a) *a* y *b* tienen el mismo signo que es igual al de *c*.

b) *a* y *b* tienen distinto signo y *c* es negativo.

c) *a* y *b* tienen igual signo distinto al de *c*.

d) *a* y *b* tienen distinto signo y *c* es positivo.

2) Dada la relación $\dfrac{f(x)}{x} = a + \dfrac{b}{x}$ con $a \wedge b \in R \wedge x \in R^{+}$, se afirma que:

a) $f(x)$ es inversamente proporcional a x si $a = 0$ y $b \neq 0$.

b) $f(x)$ es directamente proporcional a x si $a \neq 0$ y $b = 0$.

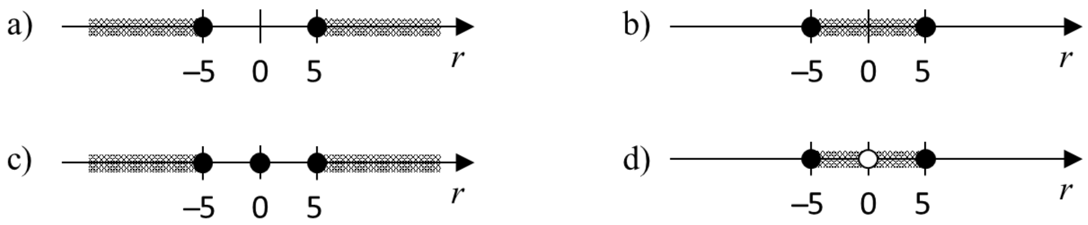
c) $f(x)$ es inversamente proporcional a x si $a = 0$ y $b = 0$.

d) $f(x)$ es directamente proporcional a x si $a = 0$ y $b = 0$.

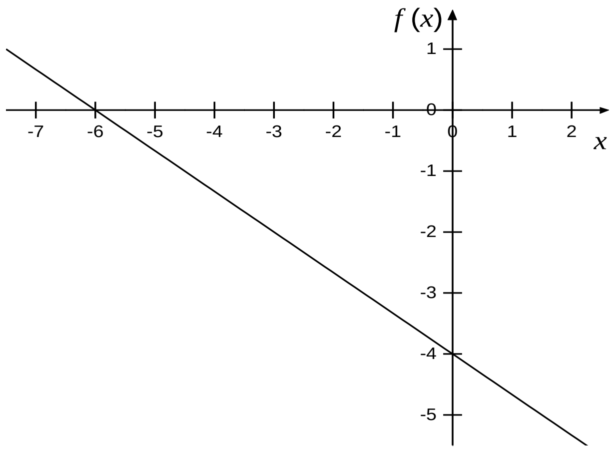
3) Dada la siguiente función:

$$f(r) = \left[25 - \left(\frac{1}{r^2} \right)^{-1} \right]^{\frac{1}{2}}$$

para que los elementos de su imagen pertenezcan a *R*, el dominio de la función debe ser:



4) Dado el siguiente gráfico de la función $f(x)$:



La ecuación de la recta correspondiente es

a) $f(x) = -\frac{2}{3}x - 4$ b) $f(x) = -\frac{2}{3}x - 6$

c) $f(x) = \frac{3}{2}x - 6$ d) $f(x) = -\frac{3}{2}x - 4$

Contenido

Unidad 6 - La medición

Contenidos: Reconstrucción del concepto de medición. Definiciones. Sistema de Unidades: SI y SIMELA. La medición como Proceso: Cifras significativas. Apreciación. Estimación. Incerteza. Valor promedio. Dispersión. Exactitud y precisión. Expresión de los resultados.

Objetivo: Rescatar los procesos de medición intuitivos desde el mundo cotidiano, como introducción al concepto de medición; además de reconocer e incorporar el concepto de incerteza en la medición, y conocer y aplicar el sistema de unidades de medición aceptado por la comunidad científica

Introducción

Medir es una actividad que el químico realiza como estudiante, como profesional, como investigador, como técnico, etc. El desarrollo de la presente guía de estudio lo introducirá en una actividad que conocemos como PROCESO DE MEDICIÓN.

Comencemos por rescatar algunos procesos que realizamos en las actividades de la vida diaria, tratando de visualizar el acto de medir.

► Actividad 1

a) Describa la tarea que realiza cuando prepara un café instantáneo.

....

....

b) Indique cuántas veces realizó la operación de medir, aclarando qué midió y con qué lo hizo.

....

....

c) Repita la actividad considerando otras situaciones de la vida cotidiana en que Ud. considere que están involucrados procesos de medición. Elija el ejemplo que desee.

....

....

d) Ahora que se ha familiarizado con algunas actividades que involucran procesos de medida, trate de encontrar QUÉ ELEMENTOS ESTÁN, siempre que **<u>SE MIDE</u> ALGO.**

....

....

d) Describa con sus palabras ¿**qué es medir**?

....

....

Ahora trataremos de redescubrir la necesidad histórica que tuvieron los pueblos, y por ende las diferentes culturas, de medir.

Imaginemos que en la época precolombina se realizó una especie de feria donde:

Los nativos de Brasil ofrecían café, los nativos de Bolivia estaño, los nativos de Chile salitre, los nativos de Argentina cuero de iguana, los nativos de Perú papas y los nativos de Paraguay naranjas.

Un nativo recorrió todos los puestos y encontró las siguientes relaciones:

3 puñados de granos de café = 5 puñados de salitre

2 piezas de estaño = 20 papas = 10 puñados de salitre

27 naranjas = 3 cueros de iguana = 6 puñados de café

La primera pregunta que Ud. se pudo haber hecho es: ¿Cuánto vale cualquiera de las especies en función de uno de los productos ofrecidos? A modo de ejemplo,

¿cuánto valen 50 papas pagadas con puñados de café? o

¿cuánto valen 30 cueros de iguana pagados con piezas de estaño?

Esta feria imaginaria ha sido construida para crear la necesidad de que usted busque las relaciones válidas que se establecen en el proceso de medición más rudimentario desarrollado en la etapa precolombina y que se llamó "trueque".

Como consecuencia de este intercambio surgió en el hombre la necesidad de establecer relaciones entre algunas cosas conocidas con otras no conocidas.

1) El hombre relacionó el paso del tiempo:

- Usó el sol desde que nace hasta que vuelve a nacer: **UN DÍA**
- Usó la luna desde que nace hasta que vuelve a nacer:
- Luna nueva => Creciente =>Llena =>Menguante: **MES LUNAR** (**28 días**)
- Usó el clima desde que comienza el tiempo frío hasta que reaparece el tiempo frío: **UN AÑO** (365 días).

2) El hombre midió también la longitud de las cosas

Para medir longitudes, en un comienzo, utilizó las longitudes de su propio cuerpo, que le eran familiares:

- Longitud desde el meñique hasta el pulgar: PALMA
- Longitud del ancho del pulgar: PULGADA
- Longitud del paso: YARDA
- Longitud del largo del pie: PIE

► Actividad 2

Ahora, en el día en que usted está estudiando esta guía, le proponemos que realice una medida de tiempo. Una persona nació el 24 de septiembre de 1967 en la ciudad de Leones.

i) ¿Cuántos días ha vivido? ....

ii) ¿Cuántos meses lunares ha vivido? ....

iii) ¿Cuántos años de 365 días ha vivido? ....

► Actividad 3

Supongamos que usted está estudiando esta guía en su habitación, con su mochila, carpeta, la guía de estudio, la goma de borrar, etc.

a) De acuerdo a sus conocimientos, cuál es según su parecer la mejor unidad de medida para conocer la longitud de:

i) la habitación donde está estudiando..

ii) la mochila donde guarda sus útiles...

iii) la guía de estudio ....

iv) la goma de borrar ....

b) Realice las mediciones y exprese los valores que obtuvo en cada caso

....

....

c) ¿En qué casos tiene DUDAS acerca del valor obtenido? Determine si cambiando la unidad de medida (o el instrumento) mejora o empeora el resultado.

....

....

d) ¿Puede sacar alguna conclusión de los resultados obtenidos?

....

....

e) ¿A cuál/es de las siguientes conclusiones pudo arribar después de realizar la actividad anterior?

i) La unidad de medida debe adecuarse al objeto a medir.

ii) La unidad de medida no debe adecuarse al objeto a medir.

iii) Es conveniente que la unidad de medida esté contenida un número exacto de veces en el objeto a medir.

iv) La unidad de medida no siempre está contenida un número exacto de veces en el objeto a medir.

f) Justifique la/s afirmación/es analizando sus resultados.

Después de realizar esta actividad estamos en condiciones de presentarle una mejor definición de la acción de medir:

<u>Medir</u>: ***es relacionar algo que no se conoce con algo conocido, algo familiar que se repite, que es fijo, asignándole a esta relación, un número que expresa la cantidad de veces que el objeto conocido (unidad) entra en el objeto desconocido (objeto a medir).***

Medir una **magnitud física** significa **compararla** con otra de la **misma naturaleza** que haya sido elegida como unidad, de manera que el resultado de la medición sea:

Un <u>número</u> con una <u>unidad</u>

En este **proceso de medición**, por lo tanto, deben considerarse:

1) El **sistema objeto**: La “variable” o la “magnitud” que se mide.

2) Un **método de medición** que comprende:

 2.1) Una **técnica**, o conjunto de procedimientos a seguir.
 2.2) Un **sistema de comparación,** el instrumental utilizado, por medio del cual se relaciona el objeto con la unidad elegida.
 2.3) Un **operador,** que **aplica** la técnica, **lee** los resultados y los **interpreta.**

3) Una **definición de la unidad.**

Mediciones directas e indirectas

Cuando una cantidad *x* se determina a partir de otras cantidades *a*, *b*, *c*, etc., cada una de las cuales se mide directamente con algún instrumento, se dice que *a*, *b* y *c*, son resultado de

mediciones directas, mientras que x es función de éstas y se determina como consecuencia de una **medición indirecta**.

Por ejemplo, si se determina el volumen de una caja de zapatos ($V = a \times b \times c$), midiendo cada uno de sus lados y luego multiplicándolos, se han medido en forma **directa** sus lados e **indirectamente** su volumen.

Otro ejemplo: la densidad de un líquido puede determinarse mediante dos métodos que incluso podrán compararse:

a) La densidad puede medirse **directamente** introduciendo un densímetro en el líquido contenido en un recipiente.
b) La densidad puede determinarse midiendo en forma **directa** su masa en una balanza, su volumen con una probeta (u otro material graduado) y luego, dividiendo ambos valores $(\delta = \frac{m}{V})$ se hallará la densidad del líquido medida **indirectamente**.

Dimensión

La **naturaleza** de la magnitud considerada es caracterizada por la **unidad**.

Por ejemplo:

		unidad	dimensión
l	510	m	longitud
S	105	km^2	superficie
t	10	h	tiempo
V	5	cm^3	volumen

Utilizaremos el vocablo **DIMENSIÓN** para designar dicha **NATURALEZA** de la magnitud en cuestión.

Es decir, dos magnitudes tendrán la **misma dimensión**, si sus unidades **son las mismas**, o si pueden **ser expresadas** en las **mismas unidades**.

Ejemplo:

A = 3,2 litros y B = 220 cm^3 son dos medidas de **volumen**, es decir, ambas "**tienen dimensiones de volumen**" y pueden escribirse:

A = 3,2 litros y B = 0,220 litros

o $A = 32 \times 10^2$ cm^3 y B = 220 cm^3

En cambio:

l = 10 m y t = 10 s

tienen unidades de longitud y tiemporespectivamente. Son de distinta naturaleza y no pueden compararse entre sí.

Solamente las magnitudes que tienen **la misma dimensión** pueden **compararse** entre sí. Cuando dos magnitudes tienen la misma dimensión, pueden expresarse con la misma unidad y así pueden compararse.

Note que el significado que le damos aquí al vocablo dimensión, difiere de algunos que tiene en la vida diaria, en donde suele utilizarse como sinónimo de "tamaño" y de otros conceptos también.

En Ciencias, es habitual realizar un "análisis dimensional" de las fórmulas o de las expresiones para discriminar de que naturaleza son las variables que intervienen.

► Actividad 4

Complete con la dimensión correspondiente. Discuta que magnitudes tienen la misma dimensión

a = 10 cm	( )	L = 15 m	( )	d = 850 km	( )
x = 8,2 m^2	( )	A = 25 mm^2	( )	S = 77 hectáreas	( )
y = 10 días	( )	t = 11,25 s	( )	P = 14 min 4,20 s	( )

Notación exponencial

Frecuentemente, los científicos debemos trabajar con números que son extremadamente grandes, o por el contrario extremadamente pequeños. Una manera fácil y rápida de poder comparar, operar o simplemente nombrar un número de estas características es utilizando la notación exponencial. Esta consiste en expresar un número como el producto de otros dos números: uno es llamado coeficiente y el otro es una potencia de base diez cuyo exponente es un número entero.

$$C \times 10^n$$

Por ejemplo:

100000 equivale a 1×10^5

0,00001 equivale a 1×10^{-5}

31200 equivale a $3{,}12 \times 10^4$, a $31{,}2 \times 10^3$, a 3120×10^1, a $0{,}00312 \times 10^7$, etc.

0,00895 equivale a $8{,}95 \times 10^{-3}$, a 895×10^5, a ……………, a ……………

Por lo general, uno tiende a trabajar con números con el menor número posible de ceros, para evitar confusiones

Analicemos el siguiente ejemplo. Si debiéramos comparar cuál de los siguientes números es menor:

a) 0,0000000000000000000000012 b) 0,000000000000000000000012

no sería una tarea que podríamos realizar a primera vista.

Sin embargo, si estos mismos números estuvieran expresados utilizando notación exponencial:

a) $1,2 \times 10^{-23}$ b) $1,2 \times 10^{-22}$

con solo observar el valor de los exponentes, considerando que los coeficientes son los mismos, podemos decir que a < b.

Para una correcta aplicación de la notación exponencial se recomienda la revisión del uso de las potencias de 10 y sus propiedades en la unidad de Números Reales.

Sistema internacional de unidades (SI)

Existe un número reducido de **UNIDADES BÁSICAS** que se definen arbitrariamente, en término de las cuales se definen todas las otras, que se denominan **UNIDADES DERIVADAS**.

Por ejemplo: una vez establecida arbitrariamente la unidad de longitud (denominada metro y cuya abreviatura es **m**), la unidad de superficie ya no puede ser arbitraria, debe ser el metro cuadrado ($\mathbf{m^2}$).

Sólo cabe la posibilidad de adjudicarle un nombre arbitrario, lo que se hace solamente con algunas de ellas.

Las **UNIDADES BÁSICAS** del SI son:

Nombre de la Unidad	Cantidad Física (Dimensión)	Símbolo para la Unidad
metro	Longitud	**m**
kilogramo	Masa	**kg**
segundo	Tiempo	**s**
ampere (o amperio)	Intensidad de corriente eléctrica	**A**
kelvin	Temperatura	**K**
candela	Intensidad luminosa	**cd**
mol	Cantidad de sustancia	**mol**

El **metro** es la unidad de longitud. Fue definida originalmente durante la Revolución Francesa, como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano que pasa por París. Se construyeron barras estándares de platino e iridio que contienen marcas señalando esa distancia; luego se descubrió un error en la determinación de la longitud del meridiano y se cambió la definición, adoptándose la longitud señalada por la barra estándar depositada en París.

Este patrón se abandonó por varias razones. La principal fue el hecho que la limitada precisión con la que puede determinarse la separación entre las marcas de la barra no cubre las necesidades actuales de la ciencia y la tecnología. Posteriormente se sugirió que la longitud de onda de la luz podría suministrar una unidad de longitud mejor, pero esta sugerencia no fue aceptada sino hasta hace poco tiempo. Se definió, entonces, el metro como 1.650.763,73 longitudes de onda de la luz naranja-roja emitida por una lámpara de kriptón 86.

Sin embargo, en octubre de 1983, el metro se redefinió como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un período de 1/299.792.458 segundos. En efecto esta última medición establece que la velocidad de la luz en el vacío es 299.792.458 metros por segundo.

El **kilogramo** es la unidad fundamental de masa del SI. Originalmente se lo definió como la masa de 1000 cm^3 de agua a la temperatura de máxima densidad de la misma, es decir a $3{,}98\ ^{\circ}C$. Pero una vez más se cometió una pequeña equivocación en la determinación del estándar, de tal forma que se definió como la masa de un cilindro de platino e iridio depositado en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas cercana a París; y que es aproximadamente igual a la masa de 1000 cm^3 de agua a la temperatura de su máxima densidad.

En 2019 esta definición cambió, y actualmente se define como la constante de Planck *h* (relacionada con la mecánica cuántica) dividido por $6{,}62607015 \times 10^{-34}\ m^{-2}\ s$.

Es muy importante tener en cuenta la siguiente aclaración: aun cuando las personas que se encuentran fuera del ámbito de la ciencia los consideran sinónimos, **LA MASA NO ES, NI REPRESENTA, LO MISMO QUE EL PESO**.

La masa es una medida cuantitativa de las propiedades inerciales intrínsecas de un objeto, es decir, la tendencia del objeto a continuar en reposo si está quieto, o de continuar con el **mismo** movimiento si se está moviendo.

Por otra parte, el peso es una medida de la fuerza de atracción que una masa experimenta en un campo gravitatorio.

Puesto que la fuerza de gravedad puede cambiar (por ejemplo, un cuerpo pesa menos en la luna que en la tierra, suponiendo que se lo traslada de una a otra sin cambiarle nada), el peso de un objeto no resulta ser una constante intrínseca del mismo, de una manera absoluta. En cambio, la masa sí lo es y puede interpretarse como la cantidad de materia del cuerpo.

La masa puede determinarse comparando el peso de un objeto con el de otro de masa conocida. Esta operación es lo que se denomina habitualmente: pesar el objeto. Si bien los químicos utilizamos habitualmente masa y peso como sinónimos, puesto que en un laboratorio químico la gravedad se mantiene constante, es importante tener en cuenta la diferencia.

El **segundo** es la unidad fundamental de tiempo. Se lo definió originalmente como la sexagésima parte de un minuto, o como 1/86.400 del día solar medio.

Actualmente se lo define como 9.192.631.770 "períodos de vibración" de la radiación emitida al producirse la transición entre dos niveles de energía dados de un átomo de cesio 133 en ciertas condiciones preestablecidas. El símbolo correspondiente al segundo es **s**.

El **ampere** es la unidad de corriente eléctrica. Se define como el valor del flujo de 1 / 1,602176634 × 10^{-19} cargas elementales por segundo.

El símbolo establecido para el ampere es **A**, pero es frecuente hallar textos donde se utiliza amp. Un ampere es aproximadamente la cantidad de corriente eléctrica que pasa por una lámpara de 200 vatios, mientras está encendida.

El **kelvin** es la unidad de temperatura. Anteriormente se lo definía como

$$\frac{1}{273{,}16} \times \text{(Temperatura del “Punto Triple del agua”)}$$

Esto se ajustó en 2019, y actualmente se define asignando el valor de la constante de Boltzmann k (relacionada con la energía cinética de las partículas) a 1,380649 × 10^{-23} J K^{-1}.

El Comité Internacional ha recomendado que el kelvin se represente por **K**, y no por **^{o}K**, como se podría esperar por comparación con otras escalas de temperatura (^{o}C, ^{o}F, etc.).

La **candela** es la unidad de intensidad luminosa. En química, esta unidad no es muy utilizada. Se define como la intensidad de una fuente de radiación monocromática de frecuencia 540 × 10^{12} Hz dividido por 683 watt por estereoradián. La llama de una vela común, ilumina aproximadamente con una intensidad de una candela. El símbolo es cd.

El **mol** es la unidad para la cantidad de sustancia en el **SI**. Anteriormente se definía como la cantidad de materia que posee tantas unidades elementales de composición específica como existen en exactamente $0{,}012$ kg de carbono 12, que es la variedad más abundante del carbono. Desde 2019 se define como la cantidad de material que contiene 6,02214076 × 10^{23} unidades elementales (átomos, moléculas, iones, etc.). Ese número se denomina “número de Avogadro”.

A diferencia de la vida cotidiana, en donde podemos ver diversas expresiones de las unidades (por ejemplo en envases), en ciencia es muy importante que las unidades sean escritas correctamente.

Litro se abrevia L, y no l, ni lt, ni ltr.

Segundo se abrevia s, no seg ni sg.

Kilogramo se abrevia kg, y no Kg, ni kgr, ni kgrs.

Unidades derivadas

Veamos ahora algunas unidades derivadas, combinaciones de las unidades básicas. Algunos ejemplos sencillos serían el metro cuadrado, m^2, que es la unidad de superficie y el metro cúbico, m^3, que es la unidad de volumen. Un nombre especial: litro, cuyo símbolo es **L**, se da a la milésima parte de un metro cúbico, 10^{-3} m^3. Un **mililitro**, cuyo símbolo es **mL**, es equivalente a 1 cm^3. Algunas unidades derivadas tienen nombres especiales que se han establecido en honor a los científicos que han contribuido a que se comprendan correctamente las magnitudes físicas correspondientes. En tales casos el nombre de la unidad siempre se escribe con minúsculas, mientras que el símbolo o la abreviatura se indica con mayúscula.

Así, entre las unidades derivadas existe la unidad de fuerza, el **newton**, en honor a *Isaac Newton* (1642 - 1727), cuyo símbolo es **N**, la unidad de energía es el **joule** (**J**), por *James Prescott Joule* (1818 - 1889).

A continuación, se ofrece una pequeña tabla con algunas de las unidades derivadas (**SI**) más importantes (Están a título informativo, no es necesario que las memorice):

Nombre de la unidad	Dimensión (magnitud física)	Símbolo de la unidad	Definición unidades Básicas
newton	Fuerza	**N**	**$kg\ m\ s^{-2}$**
pascal	Presión	**Pa**	**$N\ m^{-2} = kg\ m^{-1}\ s^{-2}$**
joule	Energía	**J**	**$kg\ m^2\ s^{-2}$**
watt	Potencia	**W**	**$J\ s^{-1} = kg\ m^2\ s^{-3}$**
coulomb	Carga eléctrica	**C**	**A s**
volt	Diferencia de potencial eléctrico	**V**	**$J\ A^{-1}\ s^{-1} = kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-1}$**
ohm	Resistencia eléctrica	**Ω**	**$V\ A^{-1} = kg\ m^2\ s^{-3}\ A^{-2}$**
siemens	Conductancia eléctrica	**S**	**$\Omega^{-1} = A\ V^{-1} = A^2\ kg^{-1}\ m^{-2}\ s^3$**
faraday	Capacitancia eléctrica	**F**	**$A\ V^{-1}\ s = A^2\ kg^{-1}\ m^{-2}\ s^4$**
hertz	Frecuencia	**Hz**	**s^{-1}**

El razonamiento para este conjunto de unidades con las potencias indicadas, es el siguiente:

De acuerdo a las leyes de la física, fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Como la unidad de masa es el kilogramo, y la unidad de aceleración el metro sobre segundo al cuadrado, se obtiene:

$$F(newton) = (\mathrm{kg}) \times \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2}$$

En este momento, Ud. no necesita entender todos los detalles involucrados en éstas unidades, eso es parte del contenido de otras asignaturas de su carrera.

Sí debe entender los mecanismos que permiten relacionar unas con otras y el significado de algunas que se utilizarán en este curso.

Se debe tener presente que en el lenguaje común se dice “por” en lugar de “sobre”, y para evitar la confusión se debe recurrir al significado de la magnitud en cuestión.

Por ejemplo:

$$\textbf{unidad de densidad} = \frac{\textit{unidad de masa}}{\textit{unidad de volumen}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \mathbf{kg \times m^{-3}}$$

$$\text{Densidad del hierro} = 7{,}8 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 7{,}8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 7{,}8 \text{ g} \times \text{cm}^{-3}$$

Suele decirse 7,8 gramos **por** cm^3 cuando, en realidad, quiere decirse 7,8 gramos **sobre** cm^3.

Otro ejemplo muy usual es:

Velocidad = 72 km “por” hora, significa en realidad 72 km recorridos **por cada** hora transcurrida, y su expresión correcta es:

$$\text{Velocidad} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \text{ km} \times \text{h}^{-1}$$

A partir del análisis de unidades se obtiene un método para convertir una magnitud de un sistema de unidades a otro, el que consiste en:

Multiplicar (tantas veces como sea necesario) por un factor que:

a) Es igual a 1(uno), por lo que no altera la magnitud a la que se aplica.

b) Se construye con el numerador igual al denominador, pero expresado cada uno en unidades distintas, tal que mediante simplificación se llegue a las unidades deseadas.

Ejemplo:

Convertir 72 **km/h** a **m/s** (SI).

Rta: Se deben transformar los km en metros y las horas en segundos.

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left[\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right] \times \left[\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right]$$

Simplificamos unidades:

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left[\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}\right] \times \left[\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right] = \frac{72 \times 1000}{3600} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

$$= 20 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \text{ que es la unidad deseada.}$$

Analicemos el factor $\left[\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right]$.

<u>Numerador:</u> 1 h / <u>Denominador:</u> 3600 s. Numerador y denominador representan la misma cantidad de tiempo, pero expresado es diferentes unidades. Ésta es la razón por la cual el factor vale **1 (uno)**. Esto es la aplicación de la propiedad uniforme vista en la unidad de números reales.

Se simplificaron las horas del denominador de 72 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ para lo cual se construyó el factor $\left[\frac{1\ \text{h}}{3600\ \text{s}}\right]$] con las horas en el numerador.

Sólo es necesario conocer la equivalencia entre la unidad que se desea reemplazar y la unidad nueva.

<u>Otro ejemplo</u>: Escribir la densidad del mercurio $13{,}6 \times 10^3$ kg m^{-3} en g/cm^3.

$$13{,}6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} = 13{,}6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 13{,}6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times [\ \frac{1000\,\text{g}}{1\,\text{kg}}\ ] \times [\frac{1\text{m}}{100\,\text{cm}}]^3$$

$$= 13{,}6 \times 10^3 \frac{1}{\text{m}^3} \times 1000 \text{ g} \times \frac{1\text{m}^3}{100^3\,\text{cm}^3} = \frac{13{,}6 \ \times 10^3 \ \times 1000\,\text{g}}{100^3\,\text{cm}^3} = \frac{13{,}6\,\text{g}}{\text{cm}^3}$$

► Actividad 5

Resuelva los siguientes ejercicios:

1) Al tomar la presión a un paciente, un farmacéutico encuentra 9 de mínima y 12 de máxima. Utilizando un lenguaje más preciso, se puede decir que el farmacéutico ha medido de alguna manera dos presiones, cuyos valores son:

$\mathbf{P_1} =$ 9 cm de Hg $\qquad\qquad$ $\mathbf{P_2} =$ 12 cm de Hg

Teniendo en cuenta que 1 cm de Hg = 10 mm de Hg, exprese los valores de $\mathbf{P_1}$ y$\mathbf{P_2}$ en unidades SI.

760 mmHg = 1 atm = 101325 Pa

2) La presión atmosférica estándar (presión “normal”, a 45^{o} de latitud, a nivel del mar), es 1 atm = 760 Torr

Exprésela en: **mm de Hg y Pa**

3) Suponga que en el boletín meteorológico se anuncia que la Presión atmosférica es de 0,97 atm.

Enuncie dicha presión en **Torr** y **Pa**.

Existen ciertas fracciones decimales y múltiplos de las unidades de **SI** que poseen nombres especiales y no pertenecen al Sistema Internacional de unidades, su utilización se ***desaprueba cada vez más*** y entre ellas están las siguientes (Están a título informativo, no es necesario que las memorice):

Nombre de la unidad	**Cantidad Física**	**Símbolo para la unidad**	**Definición de la unidad**
angstrom	longitud	Å	1×10^{-10} m
dina	fuerza	Dyn	1×10^{-5} N
bar	presión	Bar	1×10^{5} N/m^2
ergio	energía	erg	1×10^{-7} J

La primera de estas unidades, el angstrom, es muy utilizada por los químicos puesto que los tamaños y las distancias entre los átomos son de ese orden de magnitud. En el SI de unidades se desaprueba el uso de angstrom y se indica que se deben usar los términos nanómetro (**nm**) o picómetro (**pm**). Dado que 1 **nm** = 1×10^{-9}**m** y 1 **pm** = 1×10^{-12}**m**, se puede escribir,

$$1 \text{ Å} = 0{,}10 \text{ nm} = 100 \text{ pm}$$

$$1 \text{ nm} = 10 \text{ Å} \ ; \ 1 \text{ pm} = 0{,}01 \text{ Å}$$

Utilizaremos principalmente nanómetros para las dimensiones atómicas. Así, el radio del ión sodio, Na^{+}, se dará como **0,097 nm** y no como **0,97 Å**. Asimismo, se podría utilizar picómetros, en cuyo caso el radio sería de **97 pm**.

Además de las unidades anteriores, existen otras que se utilizan con frecuencia, que no corresponden al SI y que ahora definiremos en términos del SI. Estas unidades, que se supone se abandonarán tan pronto como sea posible, son, entre otras, las siguientes (Están a título informativo, no es necesario que las memorice):

Nombre de la unidad	**Cantidad Física**	**Símbolo de la unidad**	**Definición de la unidad**
Pulgada	Longitud	pulg	2,54 x 10^{-2} m
Libra	Masa	lb	0,453502 kg
Atmósfera	Presión	atm	101325 N/m^2
Torr	Presión	torr	133,32 N/m^2
mm de mercurio	Presión	mmHg	133,32 N/m^2 = 1 Torr
Caloría	Energía	cal	4,184 J

El uso de algunas de estas unidades, como la atmósfera, está muy arraigado en la comunidad científica por lo que aún siguen utilizándose.

Múltiplos y submúltiplos en el SI

Las fracciones decimales o los múltiplos de las unidades del SI se indican por prefijos, como se muestra en la siguiente tabla:

Submúltiplo	Prefijo	Símbolo
10^{-1}	deci-	d
10^{-2}	centi-	c
10^{-3}	mili-	m
10^{-6}	micro-	µ
10^{-9}	nano-	n
10^{-12}	pico-	p
10^{-15}	femto-	f
10^{-18}	ato-	a

Múltiplo	Prefijo	Símbolo
10^{1}	deca-	Da
10^{2}	hecto-	h
10^{3}	kilo-	k
10^{6}	mega-	M
10^{9}	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E

La forma de interpretar esta tabla es que, al agregarle el prefijo a la unidad, es lo mismo que si se la multiplicara por el submúltiplo. Por lo tanto, 1 km es igual a 10^{3} m, y 1 fs es igual a 10^{-15} s.

Como observará en la tabla, para una mejor comprensión y manejo de los prefijos, es necesario comprender y aplicar correctamente la NOTACIÓN EXPONENCIAL.

Por ejemplo: 10^{-3} g = 1 mg

10^{3} m = 1 km

10^{6} Hz = 1 MHz

Para darnos cuenta de cómo se utilizan, se considerarán fracciones y múltiplos de 1 metro. La décima parte de 1 metro, correspondiente a 10^{-1} m, es 1 decímetro, cuyo símbolo es **dm**. La centésima parte de 1 metro, correspondiente a 10^{-2} m, es 1 centímetro, cuyo símbolo es **cm**. La milésima parte, correspondiente a 10^{-3} m, es 1 milímetro (**mm**); etc. Un micrómetro (**µm**), es igual a 10^{-6} m y frecuentemente se denomina micra. Un kilómetro (**km**), es igual a 10^{3} m, y es aproximadamente igual a 5/8 de milla.

► Actividad 6

Convierta las siguientes magnitudes a las unidades indicadas:

1) 54 cm a m
2) 54 cm a fm
3) 54 cm a Tm
4) 54 cm a pulgadas
5) 54 cm a Å

6) 23,9 m^2 a km^2
7) 23,9 m^2 a hectáreas (1 ha = 100 m x 100 m)
8) 58 km h^{-1} a m s^{-1}
9) 58 km h^{-1} a pm min^{-1}
10) 58 km h^{-1} a km s^{-1}
11) 58 km h^{-1} a Mm h^{-1}
12) 58 km h^{-1} a m μs^{-1}
13) 0,913 atm a mmHg
14) 0,913 atm a torr
15) 0,913 atm a Pa
16) 78 J a cal
17) 123 g cm^{-3} a kg m^{-3}
18) 123 g cm^{-3} a mg mm^{-3}
19) 123 g cm^{-3} a libra $pulgada^{-3}$

► Actividad 7

Si se determina la longitud de un objeto con la palma de la mano y ésta entra 5 veces y sobra una parte del objeto se dirá: (complete el espacio punteado)

a) El objeto mide más de ....palmas, pero menos de ....palmas.

Si utiliza otra unidad menor para medir esta parte del objeto que no pudo evaluar, tal como la pulgada y obtiene como resultado un valor intermedio entre 1 y 2 pulgadas, entonces se podrá decir:

b) El objeto mide más de .... palmas .... pulgadas pero menos de ....palmas .... pulgadas.

c) Ahora le proponemos que analice: en los anteriores procesos de medición, ¿se cometió **ERROR (INCERTEZA)**? Sí - No - ¿Por qué?

....

....

d) ¿En qué caso el error ha sido menor? ¿Por qué?

....

....

e) El error cometido es:
i) menor que una palma
ii) mayor que una palma
iii) menor que una pulgada
iv) mayor que una pulgada

f) Escriba las consideraciones que realizó para elegir la opción que, a su entender, es la correcta

....

....

► Actividad 8

Suponga que necesita medir la longitud de una hoja de cuaderno y cuenta con los siguientes instrumentos de medición:

I) Una cinta métrica de plástico de 1,5 m de largo, cuya menor división de escala es 0,5 cm.

II) Una regla de madera de 30 cm de largo, cuya menor división de escala es 1 mm.

III) Una regla de plástico de 40 cm de largo, cuya menor división de escala es 0,5 mm.

a) Consiga, por lo menos, dos de estos tres instrumentos de medición, en caso contrario utilice los que Ud. tenga; previamente lea cuál es la menor división de escala que tienen los instrumentos que utilizará.

b) Realice el proceso de medida con cada uno de los instrumentos y anote los valores obtenidos.

....

....

....

c) Los valores obtenidos, ¿coinciden con un número exacto de divisiones en la escala del instrumento con el cual midió?

....

d) ¿Hay alguna cifra que no pudo determinar con certeza?

....

Esta fracción de la medida que produce resultados distintos según el instrumento utilizado se denomina INCERTEZA.

e) Reflexione acerca de las siguientes afirmaciones y justifique con sus palabras:

i) La incerteza es mayor cuando mayor es la unidad de medida.

....

....

ii) El instrumento de medición debe ser elegido de acuerdo a la calidad de la medición que se pretende realizar.

....

....

....

f) Consiga cinco distintos operadores del instrumento de medición (solicite la colaboración de algún miembro de su familia, sus compañeros, etc.) y repita la Actividad8, incisos b y c. Explíqueles cuál es la tarea que deben realizar, capitalice la experiencia vivida por Ud. indicándole al nuevo operador los cuidados que debe tener.

Anote los valores obtenidos.

OPERADOR 1..

OPERADOR 2..

OPERADOR 3..

OPERADOR 4..

OPERADOR 5..

g) ¿Cómo relaciona los valores obtenidos por Ud. con los obtenidos por el resto de los operadores?

....

....

Le proponemos algunas alternativas:

I) Considerar arbitrariamente que el valor medido por Ud. es el mejor (de referencia) y compararlo con cada uno de los valores obtenidos por los diferentes operadores.

Valor de referencia	Valor de cada operador	Diferencia

Extraiga alguna conclusión del análisis de la tabla anterior.

II) Considere que su valor es uno más de los valores obtenidos y proceda a sacar un valor promedio de todos los valores obtenidos.

....

....

....

III) Compare los resultados obtenidos con las dos alternativas. ¿Qué procedimiento le inspira mayor confianza? ¿Por qué? ¿Qué conclusión saca de esta actividad? ¿Cómo son los valores obtenidos cuando se realiza el mismo proceso de medición por diferentes operadores?

....

....

....

El número que resulta de cualquier medición siempre estará afectado de incerteza.

Cifras significativas

Lea atentamente esta historia:

"En un fuerte, se encontraba un centinela sobre un mangrullo, construido con la finalidad de divisar la llegada de enemigos que quisieran atacar. En un momento dado el centinela comenzó a hacer sonar una campana y a gritar: "¡Ahí vienen! ¡Ahí vienen!". El general del fuerte se acerca corriendo y agitado le pregunta:

- *¿Cuántos enemigos son?*

El centinela responde:

- *¡¡Son como tres mil uno!!*

El general, perplejo, le pregunta:

- *Pero ¿cómo sabes que son tres mil uno? ¿Los contaste?*

Y el centinela le responde:

- *¡No! ¡¡Es que viene uno adelante y como tres mil atrás!!"*

Valga el ejemplo para hacernos la siguiente pregunta: ¿Tiene sentido el número de enemigos informado por el centinela? ¿Hubiera significado lo mismo si el centinela informaba "aproximadamente tres mil"?

Analicemos otra situación:

Suponga que se dibuja un gran triángulo, se mide la base y la altura y se calcula el área. Se obtiene un valor, por ejemplo:

$$S = \frac{b \times h}{2} = 117{,}850 \text{ cm}^2$$

Pero si en el mismo triángulo se elige otro lado como base b' y se mide nuevamente la altura h', al calcular el área se obtiene otro valor S', parecido, pero no igual.

$$S' = \frac{b' \times h'}{2} = 117{,}105 \text{ cm}^2$$

Si se intenta medir de nuevo la misma base y la misma altura, con más cuidado, resulta que el problema no desaparece. Se vuelve a repetir el 117 o tal vez haya un pequeño cambio, puede obtenerse como resultado 118 o bien 116, pero no se repetirán los decimales por más cuidado que se ponga en la medición.

En este caso se dice que las tres primeras cifras, 1, 1 y 7 tienen significado - son **SIGNIFICATIVAS** - aunque la última cifra puede tomar el valor de 6 u 8, no puede adquirir cualquier valor. Las cifras decimales en este ejemplo resultan no tener ningún sentido en cuanto a informar acerca del valor de la superficie. Siempre que se efectúa una medición hay un cierto número de cifras que se determinan con cierta seguridad y hay otras que aparecen como consecuencia del proceso de cálculo y que no pueden realmente justificarse, careciendo por lo tanto de significado.

¿Cómo se sabe cuáles tienen significado y deben, por lo tanto, ser escritas y cuáles no? Esto puede ser difícil de saber con seguridad. Es necesario aplicar en cada caso un **criterio** que dependerá de los detalles particulares de ese caso.

A lo largo de este curso se verán muchos ejemplos, los que le ayudarán a desarrollar ese criterio.

Ahora abordaremos otra faceta del problema. ¿Cómo se escribe correctamente el número una vez que se ha decidido cuáles cifras tienen significado? Volvamos al ejemplo anterior donde se obtuvo el valor de $S = 117{,}850 \text{ cm}^2$, y de alguna manera, ahora no importa cómo, decidimos que las cifras que tienen significado son: 1; 1 y 7 y por lo tanto no se escriben las cifras decimales, en las cuales no tenemos ninguna confianza.

Se escribe entonces:

$$S = 117 \text{ cm}^2$$

Pero, ¿qué pasa si alguien pide S expresado en mm^2?

Se puede decir: $1 cm^2 = 100\ mm^2$

$$S = 117\ cm^2 = 117\ cm^2 \times 100\frac{mm^2}{cm^2} = 11700\ mm^2$$

Pero esto es correcto sólo a medias, pues el significado del número $11700\ mm^2$ es el siguiente:

11 miles de mm^2
más 7 centenares de mm^2
más 0 decenas de mm^2
más 0 unidades de mm^2

y en realidad se dijo que después de las 7 centenas no se sabía con certeza sí había o no decenas y mucho menos unidades. Pero al escribir 11700 no se quiso decir que eran exactamente cero decenas y cero unidades. Sólo se completaron los dos lugares.

En ciencia hay **convenciones**. Una es: **TODA CIFRA ESCRITA ENUNCIA ALGO**. Por eso, si se rellenan dos lugares con ceros, se está diciendo que allí van ceros y no otras cifras. Por lo tanto, sólo se pueden escribir cifras que hayan sido medidas, y los dos ceros no se midieron.

¿Cómo se resuelve el problema? Utilizando la notación exponencial.

Se debe escribir: $S = 117 \times 10^2\ mm^2$

Desde el punto de vista matemático, para la calculadora, para hacer operaciones aritméticas, no hay ninguna diferencia entre 117×10^2 y 11700.

El resultado $117 \times 10^2\ mm^2$ posee sólo tres cifras significativas, al igual que $117\ cm^2$ que es el valor elegido como correcto mientras que el mismo valor escrito como $11700\ mm^2$ tendría 5 cifras significativas por el solo hecho de cambiar las unidades de cm^2 a mm^2. El número de cifras significativas no puede ser afectado por un cambio de unidades.

De este modo se establece una definición de cifras significativas:

Cifras significativas de un número escrito: Se llaman cifras significativas a todas las cifras excepto los ceros que están a la izquierda de la primera cifra no nula.

Por ejemplo:
a) 117 → 3 cifras significativas
b) 61800 → 5 cifras significativas
c) 117,00 → 5 cifras significativas

d)	00117	→	3 cifras significativas
e)	0,0117	→	3 cifras significativas
f)	0,3450	→	4 cifras significativas
g)	09,070	→	4 cifras significativas
h)	$1,3 \times 10^2$	→	2 cifras significativas
i)	10^2	→	0 cifras significativas

Desde el punto de vista **matemático**, a, c, y d son **exactamente iguales**. Desde el punto de vista "**físico**", sólo a y d son iguales. Los dos ceros a la izquierda, en d no son significativos. ¿Por qué están allí? Pueden estar por razones estéticas, o técnicas. Como los números de las rifas, o de los boletos de colectivos, tienen un formato preestablecido, con 5 o 6 lugares y todos deben estar ocupados, sea con ceros, sea con otras cifras.

De manera que, si Ud. compra una rifa con el número 27, y el número está escrito así: 00027, Ud. sabe automáticamente que hay 100.000 números en juego.

En cambio, el número 117,00 tiene **dos ceros significativos** después de la coma. ¿Por qué se escriben estos ceros? Solamente se escriben si se quiere **informar** que fueron medidos y se está en condiciones de afirmar que son **cero** y no otra cifra. El número 117,00 tiene mucha más información que 117, aunque la calculadora no pueda distinguirlos.

Antes de seguir realice la siguiente actividad, cuyas respuestas están al final de la presente guía.

► Actividad 9

Diga cuántas cifras significativas tienen los siguientes números:

a) 3,14159	f) $0,040 \times 10^3$	k) 10×10^3
b) 0,00120	g) $6,0 \times 10^{23}$	l) $1,0 \times 10^4$
c) 0,1	h) 300000×10^3	m) 1×10^4
d) 0,10	i) 300000×10^{-5}	n) 10^4
e) 02120	j) $250,0 \times 10^{-8}$	ñ) 10000

► Actividad 10

Con la notación exponencial siempre podemos escribir un número de infinitas maneras distintas, sin alterar el número de cifras significativas.

Ejemplo:

$$\underbrace{715{,}8}_{\text{4 cifras significativas}} \longrightarrow \begin{cases} 7158 \times 10^{-1} \\ 71{,}58 \times 10 \\ 7{,}158 \times 10^{2} \\ 0{,}7158 \times 10^{3} \\ 0{,}007158 \times 10^{5} \\ \textit{etc.} \end{cases}$$

Escriba los siguientes números, cada uno de tres maneras distintas, conservando el número de cifras significativas:

0,02241 m

9,81 $m \cdot s^{-2}$

3,141592

0,0128 kg

Como ha podido notar al hacer los ejercicios, Ud. puede simplemente contar las cifras significativas que tiene cualquier número escrito en notación decimal, sin hacer ninguna suposición acerca del significado del número, ni preocuparse por los problemas que, para hacerlo, tuvo que enfrentar quien lo escribió.

Una vez escritas las cifras, todas tienen el significado que la notación decimal les confiere y son, por lo tanto, **significativas** para cualquier persona que las observe, excepto si son **ceros** a la **izquierda**, puesto que a ellos la notación decimal **no les confiere significado**.

La ciencia es una actividad colectiva, quien lee un número con el que se comunica un resultado, supone que quien lo escribió se ajustó a las convenciones debidas. Esto nos dice que el experimentador que escribe el resultado numérico que desea comunicar, se enfrenta con otro tipo de problema, decidir que cifras tienen significado desde el punto de vista de su certeza experimental, para luego escribirlas.

Se desea que quede claro que se trata de otro problema, más complejo, con el cual nos iremos familiarizando paulatinamente.

Existen muchas posibilidades correctas de escribir números en notación exponencial.

Para verificar que un número esté escrito correctamente en notación exponencial, se debe proceder de la siguiente manera:

1) Observe su respuesta y fíjese que tenga el número pedido de cifras significativas

2) Observe su respuesta, y vea si corriendo la coma según indica la notación exponencial el número coincide con el número original.

¿Cómo redondear?

Hay más de un criterio. Le daremos ahora el que hemos considerado más adecuado para este curso:

Para redondear un número se procede de la siguiente manera:

a) Si la primera cifra que se quiere despreciar es menor que 5, la última cifra conservada no se altera.

Ejemplos:

Redondear el número 0,1436 a dos cifras significativas da como resultado: 0,14.

Redondear el número 0,743876 a dos cifras significativas da como resultado: 0,74.

b) Si la primera cifra que se quiere despreciar es igual o mayor que 5, la última cifra conservada se aumenta en una unidad.

Ejemplos:

Redondear el número 0,1436 a tres cifras significativas da como resultado: 0,144.

Redondear el número 0,998876 a dos cifras significativas da como resultado: 1,0.

► Actividad 11

1) Haga una lista con los diez primeros números interesantes para Ud. y al lado de cada uno indique el número de cifras significativas que posee.

....

....

....

2) Exprese con números de no más de dos cifras significativas, sin potencias de 10 y con la ayuda de los prefijos correspondientes, las siguientes cantidades:

- Distancia Córdoba - Buenos Aires (770 km)
- Diámetro de la Tierra (12.370 km)
- Velocidad de la luz ($299.792\ \mathrm{km} \cdot \mathrm{s}^{-1}$)
- Distancia Tierra - Sol (149,5 millones de km)
- Diámetro de un glóbulo rojo ($7{,}0 \times 10^{-6}$ m)
- Frecuencia de emisión de Radio Universidad (580 kHz)

Fuentes de incertezas

Es común utilizar el vocablo **ERROR** como sinónimo de **INCERTEZA**, lo cual es **incorrecto**, es incurrir en un abuso del lenguaje, pero lo haremos a veces, porque es una costumbre muy difundida. Sin embargo, Ud. deberá tener presente que el vocablo **ERROR**, resultará adecuado algunas veces, pero otras no. La **INCERTEZA** en el resultado de una medición **siempre estará presente** por:

a) Incerteza en la definición de la unidad de medida.
b) Incerteza en la definición de la cantidad a medir.
c) Incerteza debida al proceso de la medición.
d) Apreciación del instrumento.

Veamos ahora con más detalle cada una de las fuentes de error:

a) La definición de la unidad utilizada siempre está afectada de alguna incerteza.

Por ejemplo, considere las sucesivas definiciones de metro:

- En el siglo XVIII: se define el metro como la “diezmillonésima parte del meridiano que pasa por París.
- Se descubre un error en la medición del meridiano antes mencionado y se cambia la definición: se define metro como “la longitud indicada por las marcas hechas en la barra estándar de platino depositada en París.
- Luego se define el metro como “1650763,73 longitudes de onda de una determinada línea espectral del elemento Kriptón a una dada temperatura”.
- Actualmente el metro se define como la distancia recorrida por la luz en el vacío durante un período de 1/299.792.458 segundos.

Analice y discuta las incertezas implícitas en cada una de las definiciones dadas.

b) La magnitud a medir puede no ser exactamente constante, mostrando pequeñas variaciones, o puede no estar bien determinada (¿Cuál es el diámetro de una sandía?).

c) En el proceso de medición, el observador está limitado por muchos factores que dependen de él, si no es capaz de reaccionar a tiempo para detener un cronómetro, si no ve bien un número, etc., la incerteza introducida puede ser grande, superando en algunos casos a la incerteza debida a la apreciación del instrumento. Quizá también en el momento de la medición existan factores externos que dificulten la realización de la misma.

d) Cualquier aparato de medición está capacitado para indicar **siempre** un **número limitado de cifras.**

Por ejemplo, suponga que el cronometraje de una prueba de natación con un cronómetro analógico arroja el siguiente resultado:

Lectura: t = 22,<u>2</u> s

<u>Última cifra</u> que puede leerse con seguridad por estar marcada en la graduación del instrumento.

Caracteriza la **APRECIACIÓN** del instrumento

APRECIACIÓN DE UN INSTRUMENTO

significa

MÍNIMA GRADUACIÓN DEL MISMO

Suponga ahora que el cronometrista juzga que como la aguja cae entre el 22,2 y el 22,3 puede imaginar dos divisiones entre estos dos valores y **ESTIMAR** que es **mejor** el valor:

t = <u>22,25</u> s

cifra "estimada"

cifras leídas con "certeza"

O tal vez se arriesga a imaginar cinco divisiones entre 22,2 y 22,3 y **ESTIMA** que la lectura es:

t = <u>22,24</u> s

cifra "estimada"

cifras leídas con "certeza"

En ambos casos la última cifra es **insegura, incierta.** ¿Más cifras estimadas significa una "mejor" medición?

No se debe **estimar** más de una cifra

La última cifra es incierta, sin embargo, indica un valor. Por ejemplo, la lectura

$$t = 22{,}24 \text{ s}$$

indica que, a criterio del operador, el "verdadero" valor de t se encuentra entre:

$$t = 22{,}22 \text{ s} \ \text{ y } \ t = 22{,}26 \text{ s}$$

En este caso, el intervalo de incerteza es de cuatro unidades en la última cifra **ESTIMADA.** Otro cronometrista puede no ser capaz de distinguir entre 22,22 y 22,24 por lo cual decide **no** realizar una estimación de la lectura e informa directamente:

$$t = 22{,}2 \text{ s}$$

Ahora el intervalo de incerteza es de dos unidades de la última cifra **LEÍDA**. Es decir, la **incerteza** de esta lectura es igual a la **menor división** de la escala del instrumento, la **apreciación del instrumento**. Para este cronometrista la lectura se encuentra entre:

$$t = 22{,}1\text{s} \ \text{ y } \ t = 22{,}3\text{s}$$

Es decir que la incerteza es igual a una unidad de la última cifra leída: 0,1 s

La misma prueba podría haber sido cronometrada con un cronómetro digital; y el resultado obtenido hubiera sido, por ejemplo: $t = 22{,}23$ s

Ahora, suponga que 5 personas hubieran cronometrado al mismo nadador, simultáneamente con cronómetros digitales similares. Es razonable esperar que las 5 lecturas no coincidan hasta la centésima de segundo.

Supongamos que se obtiene:

$t_1 = 22{,}21$ s

$t_2 = 22{,}31$ s

$t_3 = 22{,}05$ s

$t_4 = 22{,}42$ s

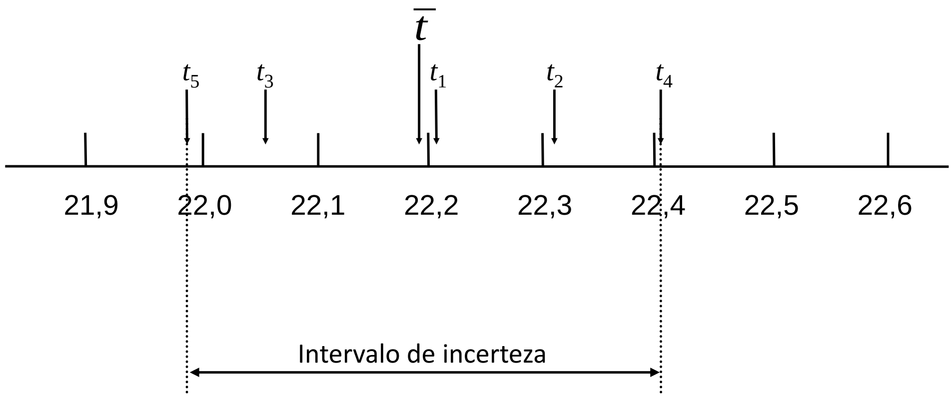
$t_5 = 21{,}98$ s

Esto muestra que en realidad algunas de las **cifras leídas también eran inciertas.**

En estos casos suele utilizarse el **promedio,** $\overline{t}$ de la lectura:

$$\overline{t} = \frac{\sum t_i}{N} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = 22{,}194\, s$$

De modo que, si se grafican estos números sobre una recta:



Se observa que el **intervalo de incerteza**, es mucho mayor que la última cifra que es posible leer. Cuando esto sucede, es razonable que el operador decida que la última cifra leída, NO TIENE SENTIDO.

El intervalo de incerteza es 22,42-21,98 = 0,44. Como se observa en la recta, t puede tomar valores entre ($\overline{t}$ + intervalo de incerteza /2) y ($\overline{t}$ – intervalo de incerteza /2). Por este motivo $\overline{t}$ se informa de la siguiente manera:

$$\boxed{\overline{t} = \mathbf{(22{,}2 \pm 0{,}2)}\ \mathrm{s}}$$

Las incertezas se indican con **sólo una cifra significativa**

Ante un número escrito sin ninguna indicación acerca de su incerteza, se presumirá que ésta es del orden de **una unidad** de la última cifra escrita. Como consecuencia, el intervalo de incerteza será el doble de la incerteza.

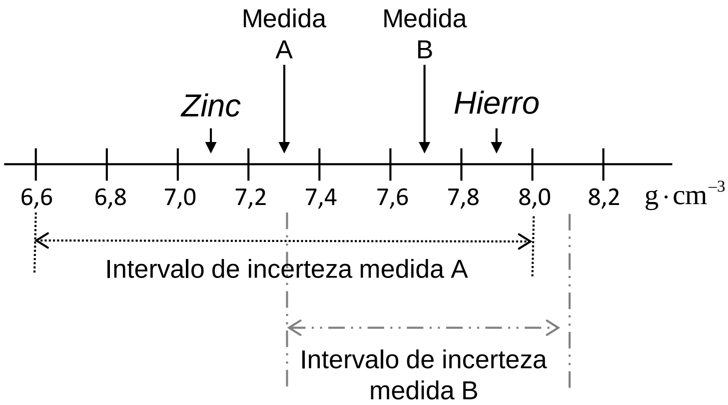
Conocer cuál es la incerteza asociada con una medida es muy importante a la hora de interpretar un resultado para obtener una conclusión. Analicemos el siguiente ejemplo:

Se tiene una pieza metálica de la cual se sabe que sólo puede ser de hierro o de zinc. Se quiere determinar de cuál de los metales está compuesta. Datos bibliográficos aportan los siguientes valores de densidad:

Densidad de la hierro = $(7{,}874 \pm 0{,}001)\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$

Densidad del zinc = $(7{,}140 \pm 0{,}001)\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$

Por lo tanto, midiendo la densidad de la pieza y comparando el resultado con los datos disponibles se puede determinar de cuál material se trata. Se realiza una primera medida de densidad (medida A) y se obtiene un valor de $(7{,}3 \pm 0{,}7)\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$. Este valor por sí solo sugiere que la pieza tiene una densidad más parecida a la del zinc. Sin embargo la incerteza asociada a esta medida es de 0,7 $\mathrm{g/cm^3}$, lo que significa que el intervalo de incerteza (y por lo tanto la densidad de la pieza) se encuentra entre $6{,}6\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$ y $8{,}0\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$.



En el intervalo de incerteza de la Medida A se encuentran incluidas las densidades de ambos materiales (hierro y zinc). Por lo tanto, a partir de esta medida no se puede determinar de cual material se encuentra confeccionada la pieza de metal. Una nueva medida de la densidad, utilizando otra técnica, arroja como resultado el valor de $(7{,}7 \pm 0{,}4)\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$. El intervalo de incerteza de esta segunda medida se encuentra comprendido entre $7{,}3\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$ y $8{,}1\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$. En este caso dentro del intervalo de incerteza se encuentra comprendida solamente el valor de densidad correspondiente al hierro. De esta manera se podría concluir que la pieza metálica no está compuesta por zinc, y en este caso estaría compuesta por hierro. Tenga en cuenta que existen muchos materiales cuyas densidades están contenidas en el intervalo de incerteza de la Medida B. Para asegurarnos que el material del cual está compuesta la pieza es definitivamente hierro se podrían hacer otro tipo de estudios (por ejemplo, químicos).

► Actividad 12

Escriba, expresando en hora y minutos, 5 valores de *t*, que correspondan a su hora de llegada a la facultad en las últimas cinco clases. Repita todo el procedimiento anterior para estos valores y determine así su hora promedio de llegada con su incerteza correspondiente.

Grafique los valores en una recta.

De esta manera podemos enunciar:

Un número que expresa el resultado de una medición sólo posee un **número limitado de cifras**, que son **las que se han leído**.

No deben agregarse, EN NINGÚN CASO ceros a la derecha, a menos que sean ceros **leídos**.

Toda cifra **escrita**, debe **ser** una **cifra leída o, al menos, estimada.**

Este número debe ir acompañado de una **indicación acerca del intervalo de incerteza** que se sabe, o que se presume, que le corresponde.

Ejemplo: Suponga que le informan que la altura de un edificio es H = 176 m. Vamos a suponer que quien midió la altura lo hizo lo mejor posible, en este caso la apreciación de la lectura, o la estimación ha sido ± 1 m. Ni los decímetros, ni los centímetros han sido medidos o al menos no han sido informados.

Ud. **no los debe agregar**. Puede escribir:

$H = 1{,}76 \times 10^{2}$ m

$H = 0{,}176$ km

$H = 0{,}000176 \times 10^{6}$ m, etc.

Pero **NO debe escribir**:

H = ~~17600 cm~~

Pues H expresado correctamente en cm es:

$H = 176 \times 10^{2}$ cm

$H = 1{,}76 \times 10^{4}$ cm

$H = 0{,}0176 \times 10^{6}$ cm, etc.

Si ahora le dijeran que arriba del edificio se va a colocar una antena que tiene 3,12 m de altura y le preguntan cuál es la altura total:

En tal caso Ud. **debe sumar y luego redondear**:

$$\begin{array}{rr} & 176 \\ + & \underline{3{,}12} \\ & 179{,}12 \text{ m} \end{array}$$

Se deben sumar todas las magnitudes y luego redondear el resultado al último lugar decimal que sea común a todas las magnitudes sumadas.

El resultado correcto en el ejemplo anterior es entonces 179 m.

3,3 + 4 = 7 (La suma directa es 7,3)

3,6 + 4 = 8 (La suma directa es 7,6)

2,04 + 3,1 = 5,1 (La suma directa es 5,14)

0,03 + 0,2 = 0,2 (La suma directa es 0,23)

6,5 + 3,12 + 1,765 =11,4 (La suma directa es 11,385)

$1{,}2 \times 10^4 + 5 = 1{,}2 \times 10^4$ (La suma directa es $1{,}2005 \times 10^4$)

$4{,}1 \times 10^3 + 534 = 4{,}6 \times 10^3$ (La suma directa es 4634)

5,8 + 6 = 0,4145 + 0,003 = 136 + 34 =

$3{,}5 \times 10^{-2} + 0{,}14 =$ $9{,}14 \times 10^5 + 15{,}4 =$

Incerteza absoluta, relativa y relativa porcentual

Incerteza Absoluta

Un número *x* que exprese una magnitud determinada experimentalmente, siempre estará afectado de un margen de incerteza, al cual llamaremos **incerteza absoluta** (Δx). La **incerteza absoluta** deberá tener sólo una cifra significativa y la misma unidad que *x*. (Ver ejemplos anteriores)

Incerteza Relativa

Si efectuamos el cociente $\Delta x/x$ obtendremos un número "adimensional" (sin unidad), el cual nos dice qué fracción de *x* es Δx.

Se denomina a este cociente "**incerteza relativa**": $\dfrac{\Delta x}{x} = \mathrm{E}_x$

de esta definición se puede despejar el elemento que se desee. Por ejemplo:

"**incerteza absoluta**": $\Delta x = x\mathrm{E}_x$

En muchas ocasiones Ud. necesitará saber la incerteza relativa de una magnitud, más que la absoluta. Sin embargo, ambas son muy importantes.

Incerteza relativa porcentual

Se define como:

$$\Delta(\%) = \mathrm{E}_x \,.\, 100 = \frac{\Delta x}{x} \,.\, 100$$

y se interpreta como cualquier relación porcentual.

Incerteza en mediciones indirectas

Cuando se mide una magnitud *x* que es función de otras magnitudes medidas (*a*, *b*, *c*, etc.), las incertezas en estas mediciones (Δa, Δb, Δc) se "**propagarán**" al valor de la magnitud *x*. Es decir que *x* será determinada en forma indirecta y por lo tanto, debe encontrarse una expresión para su incerteza.

A continuación, veremos cómo hallar esta expresión en las operaciones más comunes:

Suma y resta de incertezas

Cuando es necesario realizar una suma o resta entre dos o más valores medidos, cada uno con su incerteza asociada, se presenta el problema de cómo calcular la incerteza del resultado. Existen criterios diferentes según los autores consultados, pero en esta guía adoptaremos uno en particular:

La incerteza de una suma o resta es igual a la suma de las incertezas de cada una de las mediciones.

Concretamente:

$$\boldsymbol{x = a + b \quad \text{o} \quad x = a - b}$$

$$\boldsymbol{\Delta x = \Delta a + \Delta b}$$

Es decir, se debe calcular la suma de las incertezas absolutas, tanto para la suma como para la resta. Discuta con su docente y compañeros el por qué.

Suponga que queremos calcular el peso de una persona con una campera. La persona sin la campera, según una balanza de farmacia, pesa (74 ± 1) kg. La campera, según sus fabricantes, pesa (1,3 ± 0,1) kg. Según lo visto, debemos sumar las incertezas (1 + 0,1 = 1,1) y redondear a una sola cifra significativa, como toda incerteza. Posteriormente, sumamos las magnitudes (74 + 1,3 = 75,3) y redondeamos al mismo lugar decimal que la incerteza. Escriba el resultado correcto de la suma:

(±) kg

► Actividad 13

Para llegar a un frasco de caramelos que estaba arriba de un armario, un chico apiló varios objetos de diferente altura:

Una mesa:	(1,00 ± 0,02) m
Una silla:	(55 ± 1) cm
Una enciclopedia:	(8,5 ± 0,2) cm
Dos libros:	(2,1 ± 0,2) cm cada uno

Arriba de todo se subió él, que con los brazos estirados hacia arriba mide (1,20 ± 0,01) m

Si el frasco de dulce está a (2,90 ± 0,01) m, ¿lo alcanzará? Discuta con sus compañeros y su docente.

► Actividad 14

Resuelva los siguientes ejercicios. Trate de reflexionar al máximo sobre el posible significado de los conceptos de la última parte de esta lectura y su relación con las situaciones planteadas en los enunciados siguientes.

1) Un farmacéutico pesa un frasco conteniendo comprimidos en una balanza de platillos de brazos iguales. Se logra el equilibrio colocando las siguientes pesas en el otro platillo.

1 pesa de	(100,00 ± 0,05) g
2 pesas de	(20,00 ± 0,05) g
1 pesa de	(10,00 ± 0,01) g
4 pesas de	(0,500 ± 0,001) g
1 pesa de	(10,0 ± 0,1) mg

a) Calcule la masa del objeto (en gramos).

b) Calcule la incerteza asociada con el resultado anterior.
c) Exprese esta incerteza en forma relativa y relativa porcentual.
d) Exprese el resultado de la pesada en forma correcta y completa.
e) Suponga ahora que este objeto se pesa en una balanza electrónica de apreciación 1 mg, registrándose la siguiente lectura:

151,942 g

¿Es razonable adoptar la lectura de la balanza electrónica como exacta dentro de su pequeño margen de incerteza, o necesita más información?

f) Suponga que el mismo objeto se pesa en una balanza de fiambrería, de apreciación 10 g. Indique el valor que espera leer.

Producto y división de incertezas

Cuando es necesario realizar una multiplicación($x = a \times b$) o una división ($x = \frac{a}{b}$) entre dos valores medidos, cada uno con su incerteza asociada, deben efectuarse las siguientes operaciones matemáticas para calcular la incerteza del resultado:

a) Debe encontrarse primero la incerteza relativa del resultado, sumando las incertezas relativas de los valores medidos:

$$\frac{\Delta x}{x} = \left|\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|\frac{\Delta b}{b}\right|$$

b) Luego se obtiene la incerteza absoluta del resultado, que se informa como se vio más arriba

$$\Delta x = x \cdot \left(\left|\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|\frac{\Delta b}{b}\right| \right)$$

Debe entenderse que los módulos implican la necesidad de sumar las incertezas, ninguno de ellos puede disminuir el valor de Δx.

En el caso que se quisiera multiplica o dividir por una constante ($x = k \times a$), se aplica la misma metodología, considerando que la incerteza de la constante es cero.

$$\frac{\Delta x}{x} = \left|\frac{\Delta a}{a}\right| + \left|\frac{\Delta k}{k}\right| = \left|\frac{\Delta a}{a}\right|$$

Ejemplo desarrollado: medida indirecta de la densidad

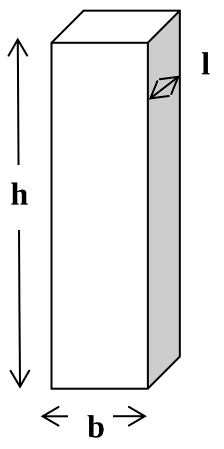
El desafío es determinar la densidad de un prisma rectangular de metal de forma indirecta. Para realizar la determinación indirecta de la densidad (δ) del objeto recordemos que:

$$\delta = \frac{m}{V}$$

Utilizando una balanza de apreciación 0,5g determinamos la masa del objeto:

$$m = (236,0 \pm 0,5)\text{g}$$

Como en el laboratorio también contamos con una regla y el objeto es regular, podemos determinar el volumen midiendo la altura (h), la base (b) y el espesor (l) del prisma. La apreciación de la regla es de 0,1 cm y estimamos 0,05 cm al medir cada longitud. Las dimensiones del prisma son:



$$h = (15,00 \pm 0,05)\,\text{cm}$$
$$b = (5,00 \pm 0,05)\,\text{cm}$$
$$l = (2,00 \pm 0,05)\,\text{cm}$$

El volumen del prisma es:

$$V = l \times h \times b$$
$$V = 150\,\text{cm}^3$$

Para determinar la incerteza asociada a este resultado usamos la expresión presentada en esta misma unidad:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h}$$

$$\Delta V = \left(\frac{0,05\,\text{cm}}{2,00\,\text{cm}} + \frac{0,05\,\text{cm}}{5,00\,\text{cm}} + \frac{0,05\,\text{cm}}{15,00\,\text{cm}} \right) \times 150\,\text{cm}^3$$

$$\Delta V = 5,75\,\text{cm}^3 \simeq 6\,\text{cm}^3$$

(recuerde redondear a una cifra significativa)

El volumen del prisma, determinado con la regla, se informa como:

$$V = (150 \pm 6)\text{cm}^3$$

Recuerde que $1\text{cm}^3 = 1\text{mL}$, entonces:

$$V = (150 \pm 6)\text{mL}$$

Como la densidad es el cociente de la masa y el volumen, es posible determinar su valor:

$$\delta = \frac{m}{V}$$

$$\delta = \frac{236,0\,\text{g}}{150\,\text{mL}}$$

$$\delta = 1,573\,\frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Para determinar la incerteza asociada con este valor, es correcto plantear que

$$\frac{\Delta\delta}{\delta} = \left|\frac{\Delta m}{m}\right| + \left|\frac{\Delta V}{V}\right|$$

Si determinamos la incerteza de la densidad del objeto obtenemos que:

$$\Delta\delta = \left(\frac{0,5\text{g}}{236,0\text{g}} + \frac{6\text{mL}}{150\text{mL}}\right) \times 1,573\,\frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

$$\Delta\delta = 0,066\,\frac{\text{g}}{\text{mL}} \simeq 0,07\,\frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Por lo que la densidad del objeto queda determinada como:

$$\delta = (1,57 \pm 0,07)\,\frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Ejemplo desarrollado: Análisis de incertezas relativas porcentuales de cada medición en una determinación indirecta

Volvamos al ejemplo anterior de la determinación de la densidad de un objeto de metal. El resultado de la determinación indirecta de la densidad fue:

$$\delta = (1,57 \pm 0,07)\,\frac{\text{g}}{\text{mL}}$$

Este resultado tiene una incerteza relativa porcentual igual a

$$\Delta(\%)\delta = \left(\frac{0,07\,\dfrac{\text{g}}{\text{mL}}}{1,57\,\dfrac{\text{g}}{\text{mL}}}\right)\times 100$$
$$\Delta(\%)\delta = 4,46\%$$

Si analizamos la contribución de cada determinación directa al valor de la incerteza relativa porcentual de la densidad, podemos concluir cuál de las medidas es necesario “mejorar”.

En el ejemplo desarrollado se determinaron la masa y el volumen del objeto y las incertezas relativas porcentuales de cada medición son:

$$\Delta(\%)m = \frac{0,5\,\text{g}}{236,0\,\text{g}}\times 100 \quad \Delta(\%)V = \frac{6\,\text{mL}}{150\,\text{mL}}\times 100$$
$$\Delta(\%)m = 0,21\% \qquad \Delta(\%)V = 4,00\%$$

Queda claro que, si se busca mejorar la incerteza asociada a la densidad, deberá determinarse el volumen con una incerteza menor, ya que es la medida que realiza mayor aporte en la incerteza del resultado final.

En la determinación del volumen, la medición individual de cada uno de los lados del prisma aporta a la incerteza total del mismo. La incerteza relativa porcentual de cada medida es:

$$\Delta(\%)l = \frac{0,05\,\text{cm}}{2,00\,\text{cm}}\times 100 \quad \Delta(\%)b = \frac{0,05\,\text{cm}}{5,00\,\text{cm}}\times 100 \quad \Delta(\%)h = \frac{0,05\,\text{cm}}{15,00\,\text{cm}}\times 100$$
$$\Delta(\%)l = 2,5\% \qquad \Delta(\%)b = 1\% \qquad \Delta(\%)h = 0,3\%$$

Discuta con su docente:

- ¿Cuál de estas tres últimas mediciones considera usted que se debería mejorar para tener menor incerteza en el cálculo de la densidad?
- ¿Tiene sentido usar una balanza de menor apreciación para realizar la determinación de la masa, utilizando este método para medir el volumen?

► Actividad 15

Resuelva los siguientes ejercicios:

1) En los siguientes casos determine la apreciación del instrumento, y la estimación de las lecturas que Ud. se considera capaz de realizar personalmente:

a) Regla milimetrada midiendo el ancho de esta hoja
b) Regla milimetrada midiendo el diámetro de una naranja entera
c) Transportador
d) Su reloj
e) El indicador horario de la pantalla del televisor.
f) El velocímetro de un automóvil.

2) Calcule y exprese la incerteza relativa y la relativa porcentual de cada una las siguientes mediciones. Compare sus resultados.

(2,172 ± 0,001) kg

(2,17 ± 0,01) kg

(2,2 ± 0,1) kg

(2,1723 ± 0,0001) kg

3) Redondear los siguientes números a 3, 4 y 5 cifras significativas:

3,14159	....	....	....
2,71828 Hz	....	....	....
1,709975 g	....	....	....
1,259921 cm^3	....	....	....
1,644034 Pa	....	....	....

4) En una serie de experiencias se han obtenido los siguientes resultados :

B_1 = (2,3 ± 0,2) N/m

B_2 = (2,7127 ± 0,0843) N/m

B_3 = (1,999 ± 0,01) N/m

B_4 = (8,35 ± 0,01) N/m

B_5 = (18,353 ± 1) N/m

Señale los resultados que están expresados incorrectamente y escríbalos en la forma correcta.

5) El censo de 2001 estableció para la ciudad de Córdoba 3.052.747 habitantes. Suponga que esta cantidad es incierta en un 1 %. Discuta las posibles fuentes de esa incerteza.

a) Calcule la incerteza absoluta.
b) Exprese el resultado del censo de acuerdo con los criterios que hemos establecido como correctos.

6) Las balanzas analíticas tienen una apreciación de 1×10^{-4} g. Suponga que se determina con ella que los cuerpos A y B pesan 119,2382 g y 450,9 mg respectivamente. Exprese correctamente los valores de las masas de ambos cuerpos, según lo que espera tener pesándolos en:
a) Una balanza de fiambrería “analógica”, de apreciación 10 g.
b) Una balanza digital de supermercado, que tiene dos cifras decimales después de la coma, las que cambian de 0,25 en 0,25 (apreciación = 0,25 g).
c) Una balanza de precisión, de apreciación 1mg, que indica el resultado en mg.

7) La velocidad promedio a la que se movió un cuerpo puede ser determinada de manera indirecta si se conocen la distancia que recorriódicho cuerpo y el tiempo que tardó en recorrer esa distancia. En un experimento con animales, se determinaron los siguientes valores de distancias y tiempos con sus respectivas incertezas:

Animal	**Distancia (m)**	**Tiempo (s)**	**Velocidad**
Colibrí	$(100 \pm 3) \times 10^3$	3600 ± 5	
Caballo	300 ± 7	$15,4 \pm 0,2$	
Caracol	$8,37 \pm 0,01$	$60,5 \pm 0,5$	

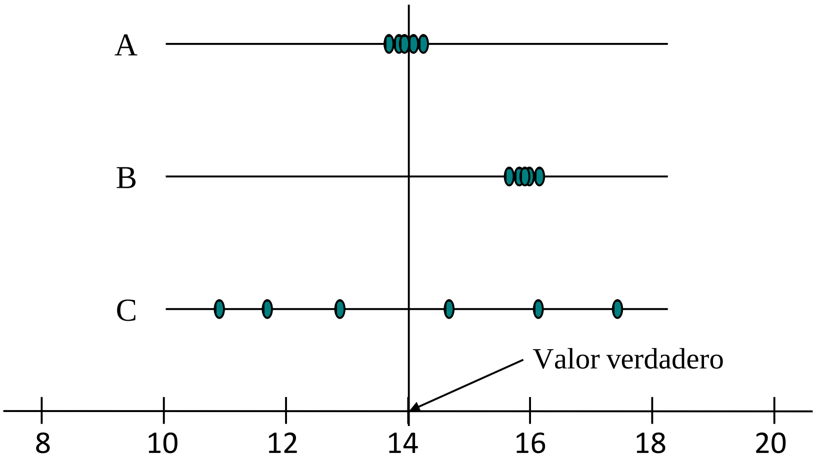
a) Calcule el error relativo porcentual de cada valor de velocidad.
b) Calcule el error relativo porcentual de las medidas de distancia y tiempo en cada caso, y evalúe cuál de estas medidas se debería realizar con menor incerteza para mejorar la medición de velocidad.
c) Determine el valor de las diferentes velocidades con sus incertezas.

8) Un frasco que contiene cápsulas de una vitamina pesa $(1,53 \pm 0,01)$ kg. Si se sabe que cada cápsula pesa $(0,745 \pm 0,005)$ g y el frasco que las contiene pesa $(30,0 \pm 0,5)$ g, calcule el número de cápsulas que contiene el frasco, con su incerteza. Recuerde que en este caso, por las condiciones del problema, tanto el número de cápsulas en el frasco, como la incerteza deben ser números enteros.

Precisión y exactitud

La **exactitud** de una medición hace referencia a la diferencia entre el valor observado, medido y el valor verdadero. En cambio, la **precisión** se aplica a un conjunto de datos en relación del *x* más probable, es decir si están dispersos o próximos entre sí. La precisión puede ser cuantificada utilizando la incerteza relativa asociada a la medida.

Supongamos una serie de medidas realizadas por distintos métodos A, B y C donde decimos que el valor verdadero es 14. No importa cómo fue obtenido ese valor de 14, consideraremos que es el correcto.



En el método B, se mide con gran precisión, pero lejos del valor verdadero. Evidentemente, una alta precisión de nada sirve sin exactitud. ¿Qué piensa del caso inverso? Realice una discusión con sus compañeros y con el docente de su comisión respecto de los métodos A y C.

Nunca se estará **absolutamente seguro de la exactitud de un resultado** porque **no** es posible **conocer el verdadero valor de ninguna variable**, sólo podemos obtener el "valor más aceptado" o el "mejor valor".

Para **verificar** la **exactitud** de un método es necesario:

- Recurrir a patrones estándar adecuados para calibrar los instrumentos
- Controlar los resultados con los de otros científicos.
- Comparar con los resultados obtenidos por otros métodos.

Ejercicio:

Dadas las siguientes mediciones de diferentes distancias:

Distancia 1: (124 ± 7) m   Distancia 2: (0,23 ± 0,02) nm

Distancia 3: (392 ± 3) x 10^5 km   Distancia 4: (95 ± 9) x 10^{-8} km

Indique cuál de ellas ha sido realizada con más precisión. Comente los resultados obtenidos con el docente.

Tipos de incerteza en la medida experimental

Las incertezas se pueden clasificar en dos grupos:

a) Incertezas indeterminadas, accidentales o al azar.

Son causadas por muchas **variables incontrolables** las cuales son parte inevitable de todas las mediciones. Hay muchas fuentes de este tipo de incertezas, pero ninguna de ellas puede ser positivamente identificada. El efecto acumulativo de los errores al azar individuales, hace que los valores medidos fluctúen alrededor del valor medio de un conjunto de datos.

b) Incertezas sistemáticas.

Tienen origen definido, que puede o no ser identificado. Ellos hacen que los resultados de mediciones repetidas sean todos altos o todos bajos. Generalmente se encuentran asociados a problemas instrumentales, a impurezas, etc.

Todas las medidas experimentales sufren la posibilidad de errores sistemáticos, pero éstos sólo pueden ser comprobados cuando el experimento es repetido independientemente por alguien más.

Ejercicio:

Un alumno transcribió en la siguiente tabla algunas mediciones de la velocidad de la luz, realizadas en diferentes épocas:

FECHA	INVESTIGADOR	C (km s^{-1})
1862	Foucault	298.000 ± 500
1880	Michelson	299.910 ± 50
1883	Newcomb	299.860 ± 30
1926	Michelson	299.796 ± 4
1928	Helstaedt	299.778 ± 10
1935	Michelson, Pease y Pearson	299.774 ± 2
1949	Aslakson	299.792,0 ± 3,5
1952	Feoome	298.792,6 ± 0,7
1967	Groose	298792,5 ± 0,005

a) Indique cuales valores están escritos de una manera que, de acuerdo a nuestro criterio, está considerada incorrecta.

b) Analice y clasifique las medidas en términos de precisión y exactitud.

c) ¿Puede relacionar lo discutido en b) con la existencia de errores sistemáticos? ¿Cuáles medidas considera que pueden estar afectadas de errores sistemáticos?

Resumen de conceptos para aplicación práctica

Un número X que exprese una magnitud determinada experimentalmente, siempre estará afectado de un margen de incerteza, al cual llamaremos ΔX y por ello, deberá escribirse en la forma:

$$(X \pm \Delta X)\ unidad$$

Se deberán respetar las siguientes convenciones:

1) ΔX deberá tener sólo una cifra significativa
2) X deberá tener la cantidad de cifras decimales que sean necesarias para terminar exactamente **en el mismo lugar decimal** en el que termina ΔX. En ningún caso deben agregarse ceros.

Por ejemplo:

a) (3,2 ± 0,1) mL
b) (13,6875 ± 0,0002) g
c) (123 ± 4) km

¿Cómo se determina ΔX?

No hay criterios fijos para determinar ΔX, pero las siguientes modalidades son las más usuales:

a) ΔX = apreciación del instrumento

$$\text{resultado} = (X \pm \ apreciación)$$

b) ΔX = mitad de la apreciación del instrumento

$$\text{resultado} = \left(X \pm \ \frac{apreciación}{2}\right)$$

c) ΔX = estimación del operador

$$\text{resultado} = (X \pm \ estimación)$$

¿Cómo decidir entre uno y otro criterio? Aquí interviene el criterio del operador. Si considera que la incerteza introducida por él durante el proceso de medición, que es independiente de la apreciación del instrumento, es mayor que dicha apreciación, entonces se debería usar una estimación de la incerteza introducida por el operador (Diferente de la estimación del instrumento). En caso contrario, se debería usar la mitad de la apreciación del instrumento, o lo que el operador decida que es conveniente.

Por ejemplo, si queremos medir el diámetro de una sandía, lo podremos hacer con una regla cuya apreciación sea 0,1 cm, pero la dificultad para realizar la medición hará que la incerteza introducida por el operador sea mayor, por lo que lo correcto sería informar que la incerteza es igual a la estimación del operador.

¿Cómo se expresa el resultado cuando se han realizado muchas mediciones equivalentes de una magnitud?

Suponga que se han determinado n valores: x_1, x_2, x_3,.........x_n.

El mejor valor de X es el valor promedio simbolizado convencionalmente por $\overline{X}$,

y que ya habíamos definido como:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 .... + x_n}{N}$$

$$\Delta X \colon \left(\frac{\text{intervalo de incerteza}}{2} \right)$$

Una vez que Ud. haya llegado, por alguno de estos métodos, a determinar x y Δx, debe escribir su resultado de manera que se cumplan los puntos 1 y 2. Para ello, redondee Δx a una sola cifra significativa y redondee x de manera que termine en el mismo lugar decimal que Δx.

Ejercicio integrador

Le proponemos que realice el siguiente ejercicio, para resumir todos los conceptos de esta guía:

Elija en su casa alguna fruta de forma aproximadamente esférica (naranja, manzana, durazno, ciruela...) y mida su perímetro. Utilice su ingenio para hacerlo.

Utilice su criterio para determinar la incerteza asociada a la medición.

Informe la magnitud medida: ....

Informe la incerteza absoluta: ....

El perímetro correctamente expresado es: .... cm

En otra unidad .... mm

En otra unidad .... km

Ahora mida nuevamente el perímetro. Puede pedirle a otra persona que lo haga, o hacerlo usted. No intente que le dé lo mismo que antes, no esté condicionado por el resultado anterior.

Informe la magnitud medida: ....

Repita la operación tres veces más

Informe la magnitud medida: ....

Informe la magnitud medida: ....

Informe la magnitud medida: ....

El valor resultante del proceso de medición del perímetro es igual al valor promedio de las cinco mediciones.

Informe el promedio: ....

Usted puede ahora calcular la incerteza asociada al conjunto de las cinco mediciones.

Informe la incerteza absoluta: ....

Finalmente, exprese el resultado correctamente

El perímetro correctamente expresado es: .... cm

En otra unidad .... mm

En otra unidad .... km

Su incerteza relativa es: ....

Su incerteza relativa porcentual es: ....

Discuta con sus compañeros y docente los métodos utilizados para medir, la apreciación del instrumento y el criterio utilizado para determinar la incerteza absoluta para las cinco medidas.

Actividades de autoevaluación integradoras (algunas requieren el uso de calculadora)

1) La velocidad de la luz (*c*) es de 299792458 m s^{-1}

El valor de *c* en km h^{-1}expresado con tres cifras significativas es:

a) $1{,}08 \times 10^{15}$ b) $1{,}08 \times 10^{12}$ c) $1{,}08 \times 10^{9}$ d) $8{,}33 \times 10^{7}$

2) Una empresa cordobesa en promedio consume 3.000.000 calorías por el uso de artefactos a gas en temporadas invernales. Si los artefactos a gas se reemplazaran por artefactos eléctricos, el consumo equivalente en kWh es:

DATOS: 1 cal = 4,18 J 1 W = 1 Js^{-1}

a) 0,199 b) 3,483 c) $4{,}514 \times 10^{7}$ d) $1{,}254 \times 10^{4}$

3) Un bioquímico en su laboratorio de microbiología necesita preparar 10 litros de agar nutritivo para el análisis de bacterias ambientales. Para ello, pesó 169,0980 g del agar utilizando una balanza analítica de apreciación 0,1 mg. Si la misma cantidad de agar es pesada con las siguientes balanzas:

I) Una balanza de fiambrería "analógica" de apreciación 10 g.

II) Una balanza digital cuya apreciación es de 0,01g.

III) Una balanza electrónica con escala digital de apreciación 1 mg.

La correcta expresión de las masas según las distintas determinaciones será, respectivamente:

a) (170 ± 5) g (169,10 ± 0,01) g (169,098 ± 0,001) g

b) (17 ± 1) x 10^{1}g (169,10 ± 0,01) g (169,098 ± 0,001) g

c) (170 ± 5) g (169,1 ± 0,01) g (169,100 ± 0,001) g

d) (169 ± 10) g (169,10 ± 0,01) g (169,098 ± 0,001) g

4) En una balanza analítica, la incerteza absoluta de la pesada es 0,0002 g. Un farmacéutico dice haber pesado 100,0 mg de un medicamento en esa balanza.

La expresión correcta del resultado de la pesada y la incerteza asociada son, respectivamente:

a) (100,0000 ± 0,0002) g y la incerteza relativa porcentual es 0,0002.

b) (0,100 ± 0,0002) g y la incerteza relativa es 0,00002.

c) (100,0 ± 0,2) $\times 10^{-3}$ g y la incerteza relativa porcentual es 0,2.

d) (1000 ± 2) $\times 10^{-4}$g y la incerteza relativa es 0,2.

5) En el análisis de una muestra de orina se determinó su densidad utilizando dos densímetros comerciales y un densímetro patrón. Los resultados obtenidos, expresados en g/mL, se muestran en la siguiente tabla:

Densímetro del alumno 1 (D1)	Densímetro del alumno 2 (D2)	Densímetro patrón (DP)
1,17	1,15	1,183
1,15	1,16	1,182
1,19	1,14	1,184
1,18	1,15	1,186
1,20	1,14	1,189

De acuerdo a la densidad promedio para cada una de las series, se afirma que el valor obtenido en la serie:

a) D2 es más exacto y más preciso que el obtenido en la serie D1.

b) D1 es más exacto y menos preciso que el obtenido en la serie D2.

c) D2 es menos exacto y menos preciso que el obtenido en la serie D1.

d) D1 es más exacto y más preciso que el obtenido en la serie D2.

Contenido

Actividad Experimental I - Densidad y peso específico

Objetivos

a) El objetivo de esta actividad es reconocer propiedades intensivas de diferentes sustancias, relacionando conceptos teóricos con actividades experimentales.

b) Aplicar el conocimiento adquiridos sobre La materia al análisis de situaciones experimentales.

c) Promover el trabajo en equipo con la participación activa de todos y cada uno de los alumnos.

Materiales

- 2 vasos de precipitados
- 2 varillas de metal
- 2 piedras pequeñas
- 2 trozos de goma eva
- 1 botella de aceite
- 2 probetas con agua y aceite
- 2 densímetros
- 2 trozos de caucho

Actividades

1. En base a su conocimiento cotidiano, y el sentido común identifique el contenido de las probetas. Recuerde que no se deben usar las propiedades organolépticas (No huela, no deguste).

2. Agregue aproximadamente 40 mL de aceite en uno de los vasos de precipitado y la misma cantidad de agua en el otro. En pasos sucesivos agregue la piedra, el trozo de goma eva y el trozo de caucho dentro de cada uno de los vasos.

A partir de lo observado, complete el siguiente cuadro indicando el comportamiento de cada objeto (flota/ se hunde).

Líquido/ objeto	Piedra	Goma Eva	Caucho
Agua			
Aceite			

3. Retire con la varilla de metal los objetos que colocó en ambos vasos, y vierta lentamente el agua contenida en uno de los vasos, dentro del que contiene aceite, de forma tal que el agua se deslice por las paredes. Espere hasta que se separen las fases.

3.1 ¿Posee suficiente información para determinar cuál de los líquidos es el más denso? En caso afirmativo indique cuál es. Caso contrario, indique que información adicional necesitaría.

3.2 En caso de que se arrojasen nuevamente la piedra, la goma eva y el trozo de caucho en el vaso de precipitado que contiene la mezcla, ¿qué resultados espera observar? (Tenga en cuenta los datos del cuadro). Plantéelo como una hipótesis de trabajo.

4. Una vez redactada su hipótesis, realice la experiencia antes planteada.

4.1 Esquematice el sistema señalando cada una de las fases, y la posición de los objetos, justificando lo observado. Revise su respuesta anterior y compare similitudes y diferencias.

4.2 Ordene de mayor a menor los cinco componentes según su peso específico. ¿Existe alguna diferencia y/o relación entre la densidad y el peso específico de los mismos? J.S.R.

5. En la mesada frente al pizarrón se encuentran 2 probetas, una con aceite y otra con agua. Cada probeta contiene un densímetro comercial, previamente calibrado. Determine la densidad de ambos líquidos.

$\delta_{agua}=$ $\delta_{aceite}=$

5.1 Para un mismo densímetro, ¿este se hunde más en el líquido más denso o en el menos denso? ¿Por qué?

5.2 A partir de los valores encontrados, indique la densidad y el peso específico aproximado del caucho.

5.3 Si tuviera un trozo de caucho en la superficie de la Tierra y luego llevase el mismo trozo a la Luna. ¿Tendrían la misma densidad? ¿El peso específico sería el mismo? J.S.R.

5.4 A partir de las propiedades de la materia involucradas en esta actividad, enumere al menos dos propiedades extensivas y dos intensivas que haya utilizado.

Actividad Experimental II - La célula

Uso del microscopio

A- Protocolo de manejo del microscopio óptico común

1) Colocar el portaobjetos sobre la platina y luego fijarlo mediante las pinzas que se encuentran en ésta.

2) Observar cuál es el valor del ocular del microscopio en uso.

3) Observar cuál es el valor de cada uno de los objetivos. Girar el revólver y poner el objetivo de bajo aumento (4X o 10X) en posición, al mismo tiempo que se observar el microscopio lateralmente; esto permite que el tubo descienda con la ayuda del tornillo macrométrico, hasta que el objetivo se encuentre a un par de milímetros del cubreobjetos, o hasta que lo impida el tope que tienen algunos microscopios. Es importante tener en cuenta que siempre que se haga una observación al microscopio, debe usarse en primer lugar el objetivo de menor aumento. Esto permitirá una visión integral del preparado y seleccionar la mejor área que luego podrá observarse a mayor aumento.

ADVERTENCIA

***Nunca** bajar el tubo del microscopio sin observar su descenso. Puede llegar a romper el preparado, destruyendo de esta manera una preparación que puede ser irremplazable y, a su vez, causar daños al objetivo.*

4) Regresar lentamente el tubo del microscopio con el tornillo macrométrico mientras se observa por el ocular, hasta visualizar la imagen. Aclará la imagen con el tornillo micrométrico, hasta obtener la mejor imagen posible.

¿En qué posición se observa la imagen con respecto a la que se ve desde afuera?

5) Cambiar el objetivo de 10X por el de 40X, haciendo rotar el revólver y enfocar cuidadosamente, utilizando el tornillo micrométrico.

¿Ha cambiado la posición de la imagen con respecto a la observada a menor aumento?

¿Es el campo de observación mayor o menor?

6) Se pueden hacer los ajustes necesarios, con el diafragma y el condensador, para obtener una iluminación adecuada. La iluminación debe ser homogénea, de buena intensidad, pero no excesiva.

7) Dibujar lo observado, respetando las relaciones de tamaño entre los distintos componentes visualizados. Indicar el aumento de la observación, diagnóstico de lo observado y coloración, si la posee.

Dado que el microscopio proporciona una imagen invertida del objeto, se debe recordar que cuando un detalle se encuentra a la derecha del preparado, se debe mover la platina hacia la izquierda y, si está arriba, se debe mover hacia abajo.

B- Cuidado del microscopio: Mantenimiento y precauciones

1) Al finalizar el trabajo, se debe dejar ubicado el objetivo de menor aumento en posición de observación y se debe asegurar que la parte mecánica de la platina no sobresalga del borde. Se debe **dejar el microscopio cubierto** con su funda.

2) **No se debe tocar las lentes con las manos**. Si se ensucian, deben ser limpiadas muy suavemente con un papel de óptica.

3) Después de utilizar el objetivo de inmersión, se debe limpiar los restos de aceite con papel para óptica. Para ésto, pasar el papel por la lente en un solo sentido y con suavidad.

4) No se debe forzar los tornillos giratorios del microscopio (macrométrico, micrométrico, platina, revólver y condensador).

5) El **cambio de objetivo** se debe hacer **girando el revólver** y dirigiendo siempre la mirada a la preparación, para prevenir el roce de la lente con la muestra. **Nunca** se debe cambiar de objetivo tomándolo por su tubo, tampoco si se está observando a través del ocular.

6) Mantener seca y limpia la platina del microscopio. Si se mancha de aceite, se debe limpiar con un paño humedecido en xilol.

7) Antes de comenzar cada trabajo práctico, se debe notificar al docente guía sobre cualquier problema que sea detectado en el microscopio a utilizar.

8) Ante cualquier duda, pensar y consultar al docente guía.

Parte 1: Observación de levaduras

Las levaduras son hongos (organismos eucariotas) unicelulares. Pueden hallarse aisladas o en pequeños grupos. Algunas presentan brotes que han sido originados por el proceso de gemación (reproducción asexual).

Materiales

- Levadura fresca de panadería
- Agua tibia
- Tubo de ensayo
- Portaobjetos y cubreobjeto

Método

1- Tomar una pequeña porción de levadura y colocarla en un tubo de ensayo.

2- Agregar agua tibia en cantidad suficiente como para conseguir una suspensión muy diluida.

3- Colocar una gota de la suspensión en un portaobjetos y cubrirla con el cubreobjeto.

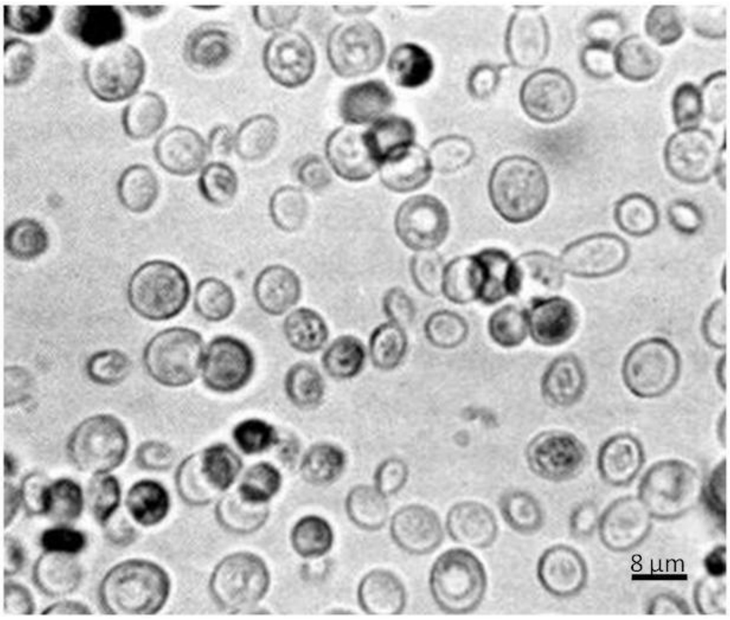
Observación

1- Observar primero con bajo aumento y luego con el mayor.

2- Dibujar una parte del campo con las levaduras a poco aumento.

3- Dibujar a gran aumento, señalando si se observan los brotes.

Aquí se presenta una imagen microscópica de células de *Sacharomycescerevisae,* conocidas como levadura. Esta imagen es a los fines ilustrativos, para orientar la observación al microscopio.



Parte 2: Mitosis en las células del meristema apical de la raíz de la cebolla

Materiales

- Una cebolla con raíces en crecimiento (3 o 4 días previos al ensayo colocar una cebolla en un frasco con agua, de manera que las raíces queden sumergidas en agua y se estimule así su crecimiento).

- Solución de carmín acético: disolver, con calentamiento (hervir 30 minutos con refrigerante de flujo), 2 g de Rojo Carmín en una solución acuosa de ácido acético (45 ml de ácido acético glacial y 55 ml de agua destilada). Enfriar y filtrar con papel de filtro. El docente guía o ayudante- alumno habrá realizado la preparación de este reactivo y dispondrá de éste en frascos de vidrios con goteros.

- Tijera, bisturí, cápsula de Petri, portaobjetos y cubreobjeto.

- Mechero o encendedor

- Papel de filtro

Método

1- Con la ayuda de una tijera, cortar las raicillas que tengan aproximadamente 2 cm de longitud.

2- Colocarlas en una cápsula de Petri con carmín acético y calentarlas suavemente unos segundos sobre la llama de un mechero o encendedor, cuidando que el colorante no hierva ni se seque.

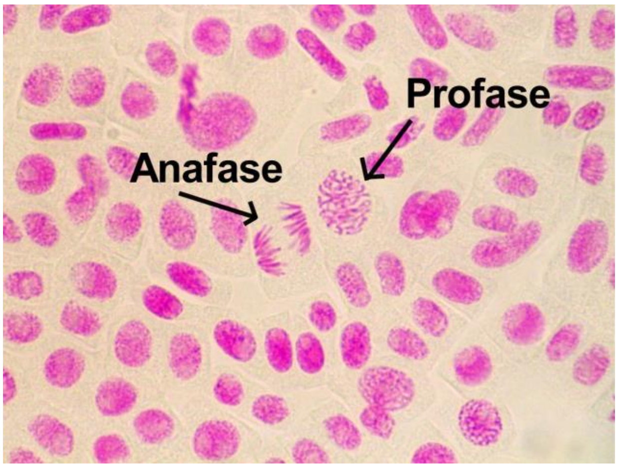
3- Trasladar una raicilla a un portaobjetos y cortarla transversalmente, conservando únicamente el ápice (donde se encuentra el meristema apical).

4- Disgregar este material con ayuda de un bisturí pequeño o el borde de un portaobjetos, agregando, además, una gota de carmín acético.

5- Cubrir el material disgregado con un cubreobjeto, colocando sobre éste un trozo de papel de filtro y aplastándolo suavemente (presionando con el dedo pulgar y girar levemente).

6- Observar el preparado en el microscopio, usando los aumentos de 10X y 40X. Buscar células en división (mitosis) y tratar de identificar los núcleos, los cromosomas y las diferentes etapas de la mitosis.

7- Realizar un dibujo de cada una de las etapas de la mitosis que se pueda observar. ¿Fue posible observar el proceso de citocinesis? En caso afirmativo, describirlo y dibujarlo.



Parte 3: Estudio de un extendido de sangre periférica humana.

El estudio de las células sanguíneas constituye un estudio de esencial importancia en el área de la Bioquímica Clínica.

Materiales

- Extendido de sangre periférica coloreado.

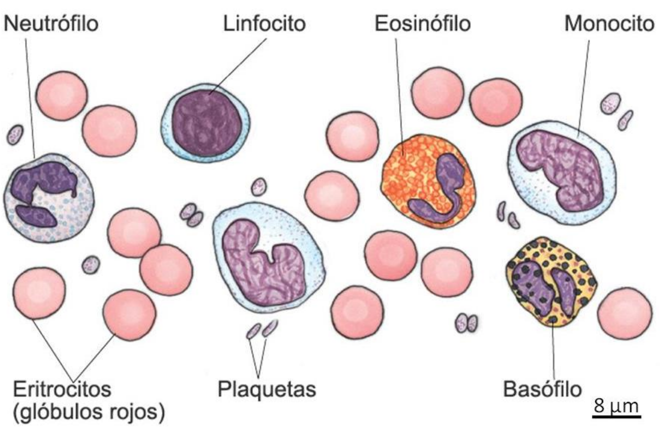
Observación

1- Observarla preparación al microscopio utilizando primero el objetivo 10X.

2- Pasar al objetivo 40X.

3- Examinar varios tipos de células sanguíneas (glóbulos rojos y leucocitos) hasta encontrar varias diferentes. Graficarlo que observado.

A modo de ayuda, se presenta un esquema de la morfología de las células sanguíneas observadas al microscopio óptico, en un extendido de sangre periférica coloreado con May-Grünwald y Giemsa.



Una coloración adecuada permite distinguir:

1) Eritrocitos: color rosado.

2) Núcleo de los leucocitos: púrpura.

3) Granulaciones citoplasmáticas de leucocitos polimorfonucleares como:

a. Neutrófilos (fagocitan y destruyen bacterias): color pardo rojizo.

b. Eosinófilos (aumentan en número en presencia de infecciones parasitarias y alergias): naranja refringente.

c. Basófilos (segregan heparina – anticoagulante – e histamina – inflamatorio): azul oscuro.

4) Citoplasma de:

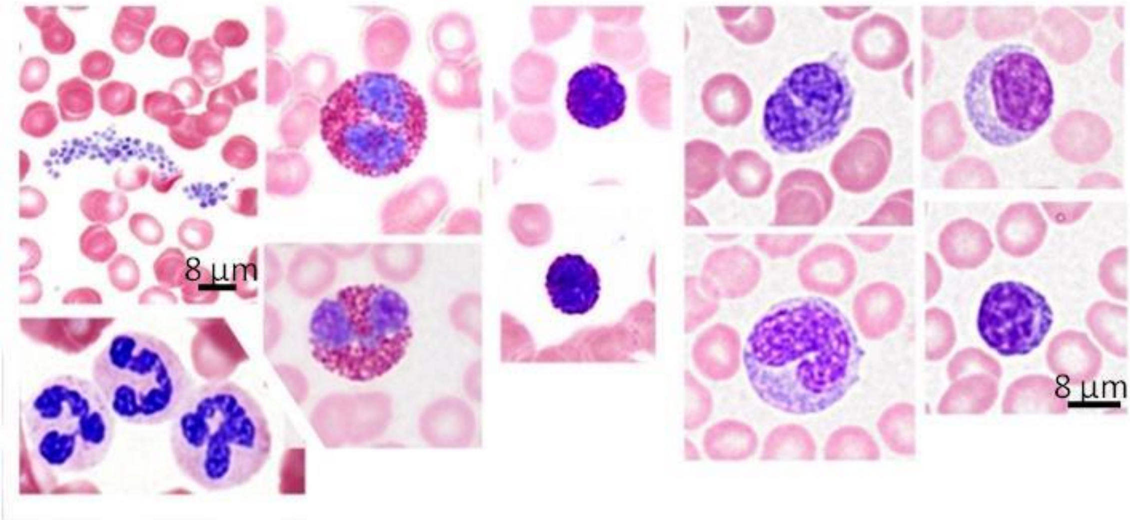
a. Linfocitos (algunos producen anticuerpos – sistema inmune): color azul.

b. Monocitos: color gris azulado.

c. Polimorfonucleares: color de base rosado, con predominio del color de las granulaciones citoplasmáticas.

5) Plaquetas

¿Qué tipo de células se ha logrado observar? Identificarlas y nombrarlas



Actividad Experimental III - Relaciones y Funciones

Objetivos

- Realizar mediciones utilizando materiales de la vida cotidiana que podrán ser observados y analizados con la rigurosidad con la que se trabaja en los laboratorios de enseñanza y de investigación.
- Aplicar el conocimiento sobre *relaciones y funciones* al análisis de dichas mediciones
- Promover el trabajo en equipo con la participación activa de todos y cada uno de los alumnos.

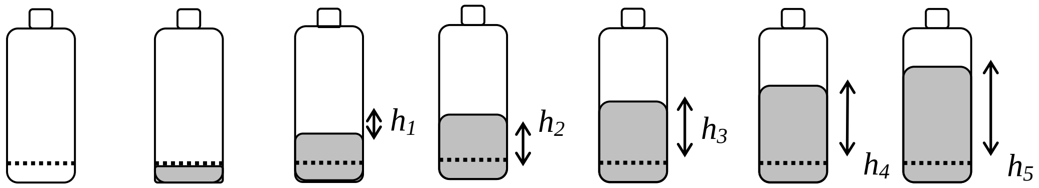
Materiales

- Recipientes cilíndricos de distinto tamaño
- Probetas graduadas
- Regla, escuadra y/o cinta métrica

Actividades

Esta actividad se realizará en grupos de dos o tres alumnos.

Para comenzar la experiencia, coloque agua en los frascos hasta alcanzar la línea marcada en la parte inferior. Posteriormente, con una probeta agregue diferentes volúmenes medidos de agua. Considerando el volumen inicial y final de agua en la probeta calcule el volumen de líquido agregado al recipiente. Por último, mida la altura alcanzada por el líquido a partir de la línea de base luego de cada agregado.



Registre los datos de volumen agregado y altura alcanzada por el líquido en la siguiente tabla:

	Volumen Total agregado, V (cm^3)*	Altura, h (cm)	$V \times h$, (cm^4)	V/h, (cm^2)
1				
2				
3				
4				
5				

* 1 cm^3 = 1 mL

Analice:

¿Cuáles son las variables involucradas?

¿Qué tipo de relación existe entre el volumen y la altura?

Escriba la expresión matemática de la relación encontrada.

¿A qué atribuye la diferencia encontrada entre los valores de la columna V/h, en la tabla 1? Explique.

2.1 Complete el cuadro

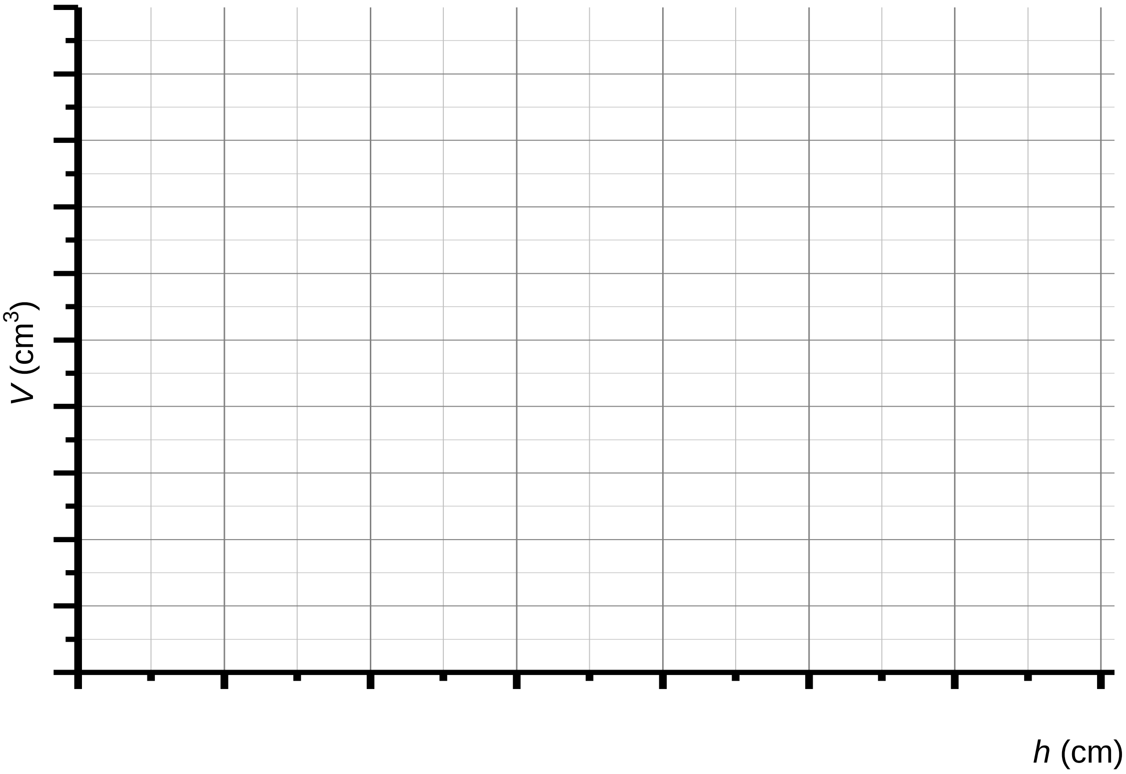
Fuentes de incerteza asociadas al sistema de medición debido al:

Instrumento/ Sistema a medir	Operador

Analice:

3.1 ¿Qué tipo de función obtiene cuando h es la variable independiente y V la variable dependiente?

3.2 Realice un gráfico de V vs. h utilizando una escala conveniente.



A partir del gráfico calcule el valor de la constante de proporcionalidad. Compárelo con los valores de la columna correspondiente de la tabla.

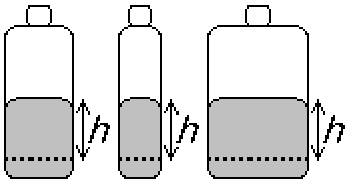
Teniendo en cuenta que para el volumen de un cilindro se cumple:

$V = \pi r^2 h$ donde *h* es la altura y *r* el radio

5.1 Compare ésta con la expresión escrita por Ud. En el punto 1.3 ¿Qué expresión matemática encuentra para la constante de proporcionalidad?

¿Cómo podría calcular el radio del cilindro? Calcule el diámetro y compárelo con el informado en el frasco.

Actividad complementaria



Suponga ahora que tiene frascos con base de diferente radio y les coloca agua hasta alcanzar la línea marcada en la parte inferior. Seguidamente, agrega a cada uno volúmenes conocidos de agua hasta obtener la misma altura de líquido en cada caso.

Teniendo en cuenta la expresión para calcular el volumen de un cilindro enunciada en el inciso 5, indique:

¿Cuáles son ahora las variables involucradas?

¿Qué tipo de relación existe entre el volumen y el radio? ¿Y entre el volumen y el radio elevado al cuadrado?

Escriba las expresiones matemáticas de las relaciones encontradas. ¿Qué tipo de funciones obtiene?

¿Cuál es la constante de proporcionalidad de la relación directamente proporcional encontrada?

¿Cómo podría calcular la altura que alcanzó el líquido en el recipiente? Escriba la expresión matemática.

¿Cuál es la ventaja de linealizar funciones cuadráticas?

Considerando que el volumen es $V = \pi r^2 h$, exprese el volumen en función del diámetro.

Índice