



FACULTAD
DE CIENCIAS
ECONÓMICAS



Universidad
Nacional
de Córdoba

REPOSITORIO DIGITAL UNIVERSITARIO (RDU-UNC)

Análisis de cointegración por tramos aplicado a los principales mercados bursátiles del mundo

Sergio Martín Buzzi, Silvia María Ojeda

Ponencia presentada en VI Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial
realizado en 2017 en la Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco.
Comodoro Rivadavia. Chubut, Argentina



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual
4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

ANÁLISIS DE COINTEGRACIÓN POR TRAMOS APLICADO A LOS PRINCIPALES MERCADOS BURSÁTILES DEL MUNDO

Sergio Martín Buzzi[†] y Silvia María Ojeda[‡]

[†]Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Valparaíso s/n, 5000 Córdoba, Argentina, sergio.buzzi@eco.edu.ar, www.eco.unc.edu.ar

[‡]Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Medina Allende s/n, 5000 Córdoba, Argentina, ojeda@mate.uncor.edu, www.famaf.unc.edu.ar

Resumen: En este trabajo se analiza el grado de integración de los principales mercados de valores del mundo. Con dicha finalidad, se contrasta la existencia de cointegración entre los índices de los 9 mercados con mayor capitalización de mercado y los índices MerVal y Bovespa, encontrando que no existe dicha relación. A continuación, se elabora un procedimiento para contrastar la existencia de cointegración por tramos. En primer lugar, se emplea el procedimiento de Bai y Perrón para detectar quiebres estructurales en las series, luego se emplea un método de agrupación para identificar quiebres globales y finalmente se contrasta la existencia de cointegración en cada una de las submuestras. Los resultados obtenidos, indican que existe al menos una relación de cointegración en casi todos los subperiodos. Este resultado conceptualmente significa que los mercados bursátiles se encuentran relacionados a largo plazo, pero dicha relación no es uniforme en el tiempo.

Palabras clave: *cointegración, quiebres estructurales, mercados bursátiles*
2000 AMS Subject Classification: 91B84 - 91B28

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los indicadores más notables de la creciente globalización económica está dado por los movimientos internacionales de capitales financieros. En el caso particular de los mercados bursátiles, existe un elevado grado de concentración. Las principales plazas dan cuenta de más del 70 % del total de mundial de capitalización de mercado. En este trabajo se indaga acerca de el grado de interrelación existente entre 11 índices. Se consideran los 9 mercados mas importantes del mundo y los mercados de valores de Brasil y Argentina y se contrasta la existencia de cointegración. Si dichos mercados financieros se encuentran cointegrados, tendremos evidencia de que los mismos están relacionados a largo plazo y esto indicaría que no existen grandes oportunidades de reducir la exposición al riesgo por medio de la diversificación internacional de los portafolios empleando carteras basadas en índices.

2. METODOLOGÍA

El análisis de cointegración, el cual es atribuido principalmente al Premio Nobel Clive Granger [4], es desde ya hace tiempo una metodología estandar en el campo de la econometría de series de tiempo. En el mismo se busca determinar si existe una o más relaciones de largo plazo o de cointegración entre series que poseen el mismo orden de integración.

2.1. COINTEGRACIÓN

2.1.1. Definición

De acuerdo a Engle y Granger(1987) [3], k variables componentes del vector Y están cointegradas con orden (d, c) , $Y \sim CI(d, c)$, si todas las variables son integradas de orden d , $I(d)$, y existe al menos una combinación lineal z de dichas variables que es integrada de orden $d - c$, $I(d - c)$, donde $d \geq c > 0$. Eso es:

$$\beta' Y_t = z_t \sim I(d - c)$$

donde el vector β es conocido como vector de cointegración. Puede existir más de una relación de cointegración, en cuyo caso se tiene una matriz de cointegración B cuyas columnas son vectores de cointegración, de modo que:

$$B' Y_t = Z_t$$

y el rango de B indica la cantidad de vectores de cointegración linealmente independientes.

2.1.2. Propiedades

- Si y_t y x_t Son $I(1)$ y están cointegradas, y_t y $x_{t-\tau}$ también están cointegradas.
- Si y_t y x_t Son $I(1)$ y están cointegradas, y_t causa a la Granger a x_t y/o x_t causa a la Granger a y_t .

La última propiedad es muy importante porque evidencia la relación entre el concepto de cointegración y causalidad de Granger.

2.1.3. Representación en Forma de Modelo de Corrección de Errores (VECM)

Dado

$$Y_t = \sum_{j=1}^p A_j Y_{t-j} + D_t + U_t$$

puede reparametrizarse en forma de modelo de corrección de errores:

$$\Delta Y_t = -\Pi Y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} A_j^* Y_{t-j} + D_t + U_t$$

donde $\Pi = A(1) = I - \sum_{j=1}^p A_j$, $A_j^* = -\sum_{i=j+1}^p A_i$ y $\Pi = \Gamma B'$.

Dependiendo del rango r de Π , se presentan las siguientes situaciones:

- Si $r = 0$, Π es la matriz nula y se tiene un VAR(p-1) en ΔY .
- Si $r = k - 1$, existe una relación de cointegración, estando todas las variables cointegradas de a pares.
- Si $r = r$, con $0 < r < k$, existen r relaciones de cointegración y $k - r$ tendencias estocásticas comunes.

Por medio del procedimiento de estimación de Johansen y Juselius (1990) [5], se estima el modelo de corrección de errores por máxima verosimilitud y se emplea el estadístico de la traza para contrastar la existencia de cointegración.

2.2. COINTEGRACIÓN POR TRAMOS

Luego de docimar la existencia de cointegración para la muestra completa, se explora la posibilidad de que existan distintos subperiodos donde los índices cointegran y otros en los que no. Para la determinación de los subperiodos, en una primera etapa se detectan los principales quiebres estructurales de cada índice usando el método de Bai y Perrón (1998) [1]. Dicho procedimiento permite identificar múltiples quiebres estructurales y se encuentra implementado en la biblioteca *strucchange* del software libre *R*. Por supuesto, no tiene sentido hablar de quiebres estructurales si previamente no se define un modelo. En este caso se especifica un modelo con constante y tendencia lineal, y se contrasta la existencia de quiebres estructurales en los parámetros del mismo. Luego, se emplea un método de agrupación univariado con la finalidad de identificar fechas de quiebre compartidas por los distintos mercados (Wang 2011) [7]. Una vez identificadas las fechas de quiebre, se prueba la existencia de cointegración en cada subperiodo.

3. RESULTADOS

En la tabla 1 se muestran los resultados de la prueba de cointegración empleando toda muestra, la cual comprende el periodo desde el 14 de diciembre de 1998 hasta el 30 de enero de 2017. En el proceso de estimación se emplean 4 retardos, en base al criterio de información de Akaike.

La hipótesis nula de no existencia de cointegración solo puede ser rechazada a un nivel de significación del 10%, por lo tanto no hay evidencia sólida sobre la existencia de una relación de largo plazo entre los índices en todo el periodo considerado. Solo se considera el criterio de la traza, dado que en Lutkepohl (2001) [6] las simulaciones realizadas arrojan que dicho criterio es en general preferible al del máximo valor propio.

Tabla 1: Prueba de cointegración de Johansen y Juselius (traza)

	test	10pct	5pct	1pct
$r \leq 10$	2.51	7.52	9.24	12.97
$r \leq 9$	9.13	17.85	19.96	24.60
$r \leq 8$	17.13	32.00	34.91	41.07
$r \leq 7$	28.68	49.65	53.12	60.16
$r \leq 6$	42.61	71.86	76.07	84.45
$r \leq 5$	62.26	97.18	102.14	111.01
$r \leq 4$	88.18	126.58	131.70	143.09
$r \leq 3$	121.83	159.48	165.58	177.20
$r \leq 2$	173.01	196.37	202.92	215.74
$r \leq 1$	226.75	236.54	244.15	257.68
$r = 0$	289.34	282.45	291.40	307.64

Como plantea Chen (2012) [2], la naturaleza cambiante de los mercados financieros implica que el grado de integración se modifica en el tiempo. Por lo tanto, se explora la existencia de cointegración por tramos. Para ello, se deben determinar los subperiodos que se considerarán. Como ya fue descrito en la sección de metodología, se aplica el método de Bai y Perrón, empleando un parámetro $h = 0,05$, para detectar los principales quiebres estructurales de cada una de las series, obteniéndose 176 fechas de quiebre. Dicha selección implica que no se permite la existencia de dos quiebres en una misma serie con separación inferior a aproximadamente un año (250 días de mercado). Luego, se aplica un algoritmo de clasificación, el cual es una versión univariante del ampliamente difundido algoritmo *kmeans*, para agrupar las fechas de quiebre; imponiendo la existencia de 20 grupos. Los centros de cada grupo son considerados como fechas de quiebre globales, dado que indican que en su entorno han ocurrido quiebres estructurales en varios mercados. Dicho algoritmo se encuentra implementado en el software libre *R* en la biblioteca *Ckmeans.1d.dp*.

Tabla 2: Quiebres estructurales

2000-01-12	2004-03-24	2008-04-22	2012-08-03
2000-11-16	2005-04-14	2008-11-24	2013-04-11
2001-10-15	2006-05-05	2009-09-18	2014-04-07
2002-08-27	2007-03-23	2010-08-13	2015-03-23
2003-05-08	2007-10-12	2011-08-12	2016-02-04

En la tabla 3 se presentan los resultados de verificar la presencia de cointegración en cada uno de los subperiodos. En la misma se reportan los valores observados de estadístico de la traza¹.

Dado que los valores críticos del estadístico de la traza al 10%, 5% y 1% son 269.53, 277,39 y 292.65, respectivamente, se puede notar que en casi todos los subperiodos existe al menos una relación de cointe-

¹En todos los casos el modelo VAR en diferencias correspondiente a las relaciones de corto plazo del modelo de corrección de errores incluye dos retardos.

Tabla 3: Prueba de cointegración por tramos (traza)

tramo	traza
1998-12-14 a 2000-01-12	285.76
2000-01-12 a 2000-11-16	297.41
2000-11-16 a 2001-10-15	307.61
2001-10-15 a 2002-08-27	283.38
2002-08-27 a 2003-05-08	309.58
2003-05-08 a 2004-03-24	295.64
2004-03-24 a 2005-04-14	308.18
2005-04-14 a 2006-05-05	278.86
2006-05-05 a 2007-03-23	314.99
2007-03-23 a 2007-10-12	328.96
2007-10-12 a 2008-04-22	325.24
2008-04-22 a 2008-11-24	336.34
2008-11-24 a 2009-09-18	285.21
2009-09-18 a 2010-08-13	301.93
2010-08-13 a 2011-08-12	314.62
2011-08-12 a 2012-08-03	336.95
2012-08-03 a 2013-04-11	301.34
2013-04-11 a 2014-04-07	254.98
2014-04-07 a 2015-03-23	255.77
2015-03-23 a 2016-02-04	333.41
2016-02-04 a 2017-01-30	287.91

gración. Este resultado conceptualmente significa que los mercados bursátiles se encuentran relacionados a largo plazo, pero dicha relación no es uniforme en el tiempo, dado que en algunos subperiodos deja de existir.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece a la Secretaria de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional de Córdoba por brindar financiamiento al primer autor para finalizar sus estudios en la Maestría en Estadística Aplicada de dicha universidad, lo que hizo posible este trabajo de investigación.

REFERENCIAS

- [1] J. BAI, AND P. PERRON, *Estimating and testing linear models with multiple structural changes*, *Econometrica*, (1998), pp.47-78.
- [2] X. CHEN, *Empirical investigations into stock market integration and risk monitoring of the emerging Chinese stock markets*, Doctoral dissertation, University of St Andrews, (2012).
- [3] R. ENGLE, AND C. GRANGER, *Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing*, *Econometrica*, (1987), pp.251-276.
- [4] C. GRANGER, *Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods*, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (1967), pp. 424-438.
- [5] S. JOHANSEN AND K. JUSELIUS, *Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money*, *Oxford Bulletin of Economics and statistics*, 52(2),(1990), pp. 169-210.
- [6] H. LUTKEPOHL, P. SAIKKONEN, C. TRENKLER, *Maximum eigenvalue versus trace tests for the cointegrating rank of a VAR process*, *The Econometrics Journal*, 4 (2001), pp.287-310.
- [7] H. WANG, AND SONG, *Ckmeans.Id.dp: optimal k-means clustering in one dimension by dynamic programming.*, *The R Journal*, 3 (2011), pp.29-33.