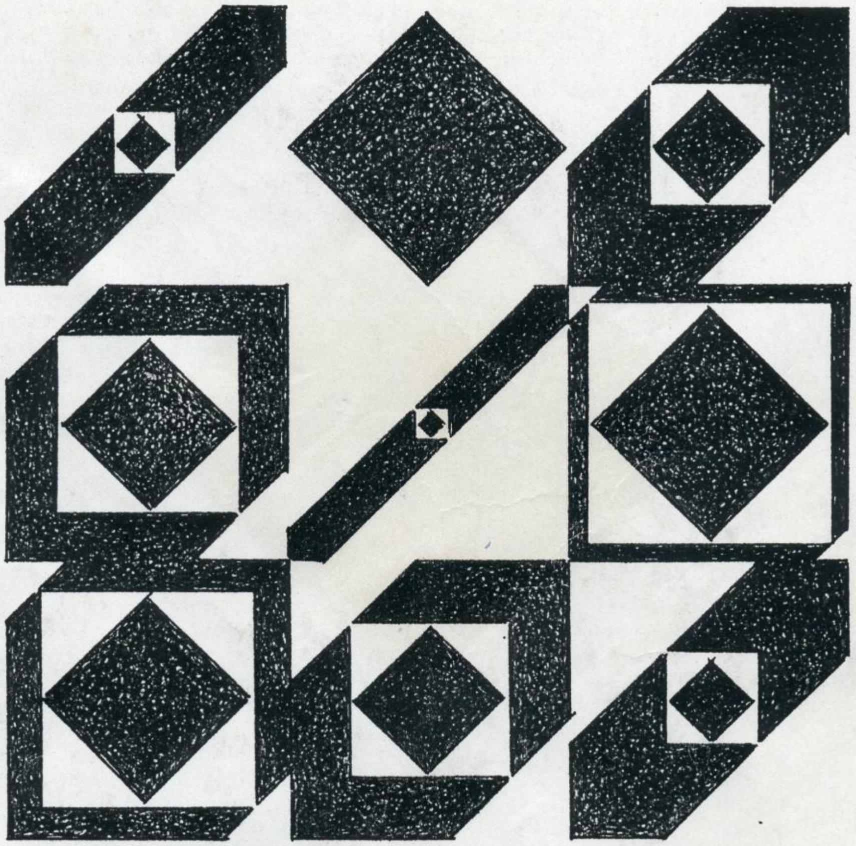
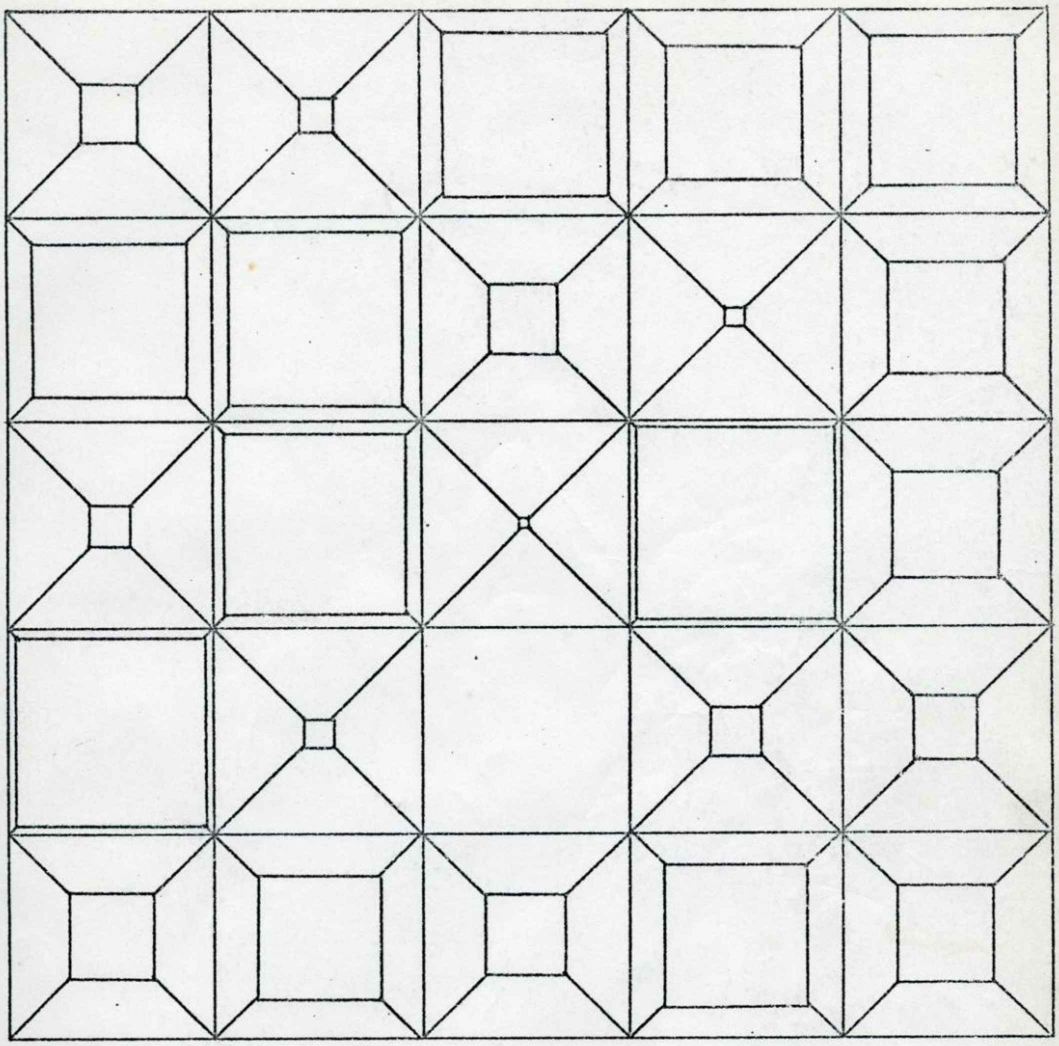


"C U A D R A D O S   M A G I C O S"

Posibilidades generativas a partir de sus organizaciones numéricas.

EDUARDO MOISSET DE ESPANES - 1985



TRABAJO DE INVESTIGACION: Cátedras de
LENGUAJE PLASTICO GEOMETRICO I y II

ESCUELA DE ARTES - FAC. DE FILOSOFIA
Y HUMANIDADES - UNIV. NAC. DE CORDOBA

" C U A D R A D O S   M A G I C O S "

INTRODUCCION

¿ Que son los "cuadrados mágicos" ?

En un diccionario enciclopédico encontramos la siguiente definición:

CUADRADO MAGICO: CONJUNTO DE NUMEROS COLOCADOS EN CUADRO, DE TAL MANERA, QUE POR CUALQUIERA FILA SALGA LA MISMA SUMA

Ejemplo:

4	9	14	7
6	16	2	10
13	1	15	5
11	8	3	12

EN ESTA ORGANIZACION NUMERICA PODEMOS COMPROBAR QUE: TODAS LAS SUMAS HORIZONTALES Y TODAS LAS SUMAS VERTICALES NOS DAN POR RESULTADO UN MISMO TOTAL (TREINTA Y CUATRO)

Conocida es la antiguedad de estas organizaciones numéricas. Incluso, su denominación - "mágico" - nos recuerda perfectamente a que tipo de conocimientos humanos han estado o están vinculadas.

Quienes están interesados en dichos aspectos (histórico-culturales y significativos de los "cuadrados mágicos") deberán recurrir a libros especializados, sobre todo los que tratan sobre magia en la antiguedad.

Nuestro propósito es simplemente investigar las posibilidades generativas de las numeraciones de los cuadrados mágicos, tomándolas como punto de partida, e interrelacionándolas con todo tipo de Leyes de Generación de la forma.

¿ Que números aparecen tradicionalmente en los cuadrados mágicos ?

Los números naturales del 1 en adelante hasta completar los necesarios para llenar la cuadrícula disponible.

Los números a utilizar, sin el ordenamiento de "cuadrados mágicos" y en el orden natural serían según el caso:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

.... etc.

En libros consultados hemos encontrado cuadrados mágicos elaborados hasta con 100 números, es decir cuadrículas de 10 x 10 espacios.

En un apéndice de nuestro trabajo se podrán consultar diversos cuadrados mágicos.

Procedamos ahora a ordenar el más simple de todos (3 x 3), hasta convertirlo en un cuadrado mágico.

Debemos lograr pues, que todas las sumas tanto horizontales como verticales nos den un mismo total.

En este caso, la suma de la totalidad de los números es:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Como en la cuadrícula con la cual estamos trabajando tenemos tres "renglones" (así los denominaremos a los espacios considerados en horizontal), y tres "columnas" (los mismos espacios considerados en vertical), debemos dividir el total obtenido (45) por tres.

$$\frac{45}{3} = 15$$

Es decir que 15 es el total que deberá verificarse en todos los "renglones" y en todas las "columnas".

Coloquemos uno cualquiera de los números, en una de las casillas disponibles, por ejemplo: el número 1 en el espacio central:

	1	

De aquí cabe preguntarse: ¿Cuales números pueden o deben acompañarlo para que la suma en vertical y horizontal nos de 15 ? Indudablemente tenemos que ubicar dos parejas de números, y cada una de ellas sumar 14, que es lo que le falta al 1 para llegar al 15.

Para formar ambos pares de números, con los números disponibles existen sólo dos posibilidades:

$$5 + 9 = 14 \qquad y \qquad 6 + 8 = 14$$

La suma siguiente sería $7 + 7 = 14$, pero al no poder usar dos veces un mismo número, hemos agotado las posibilidades combinatorias.

Ubiquemos pues los números 5, 9, 6 y 8 , combinándolos con el 1 , de modo tal que sumen quince en horizontal y vertical de acuerdo a lo ya visto.

		5				
		+				
6	+	1	+	8	→	15
		+				
		9				
		↓				
		15				

	5	
6	1	8
	9	

Restan llenar cuatro casillas y nos quedan disponibles los números 2, 3, 4 y 7

Podemos considerar ahora uno cualquiera de los renglones incompletos. P.Ej.: donde se encuentra el número 5 ; para completar la suma de quince, debemos colocar dos números que sumados den diez. De los números disponibles, la única combinación posible es: 3 + 7. Si ubicamos el 3 a la izquierda del 5, nos quedaría el 7 en la columna del 8, lo cual no es posible (en vertical nos pasaríamos de quince).

Por lo tanto el 3 deberá ubicarse a la derecha del 5 y el 7 a la izquierda:

7	5	3
6	1	8
	9	

No hace falta más explicación, puesto que es fácil ver, como con los dos números restantes completamos el "cuadrado mágico"

7	+	5	+	3	=	15
+		+		+		
6	+	1	+	8	=	15
+		+		+		
2	+	9	+	4	=	15
15		15		15		

7	5	3
6	1	8
2	9	4

De aquí en adelante nuestra preocupación no será la construcción de los cuadrados mágicos, sino su utilización en la elaboración de posibles estructuraciones geométricas, que a su vez nos permitirán más adelante, la gestación de diversas expresiones plásticas.

En otras palabras: los números desaparecerán y aparecerán las imágenes por ellos generadas.

Antes de comenzar con una serie de ejemplos elementales, vamos a modificar el cuadrado mágico obtenido, de modo que las diagonales mayores también sumen quince.

¿ Como lograremos esto ?

Aprovechando la propiedad: en cualquier "Cuadrado Mágico" podemos intercalar renglones completos o columnas completas sin que pierda su propiedad fundamental (sumas constantes en vertical y horizontal).

7	5	3
6	1	8
2	9	4

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Con distintas pruebas de cambios posicionales de "renglones completos" o "columnas completas", obtuvimos la combinación que vemos, en la cual ambas diagonales mayores suman también quince.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

15 15

Los ejemplos elementales o básicos, se componen en base a esta última combinación numérica.

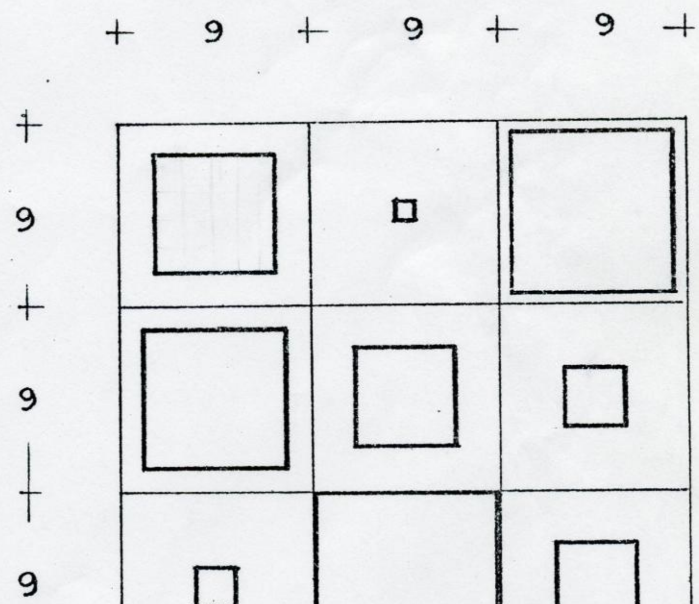
Ejemplo básico Nº 1:

Números convertidos en figuras geométricas sobre una cuadrícula de base.

Dibujemos una cuadrícula, con una medida de "9" para los cuadrados de base, por ser este el número mayor disponible en este caso (números del 1 al 9)

Lo más elemental que se nos ocurre, es disponer cuadrados "centrados" en dichos espacios, y dimensionarlos justamente de acuerdo al cuadrado mágico propuesto:

6	1	8
7	5	3
2	9	4



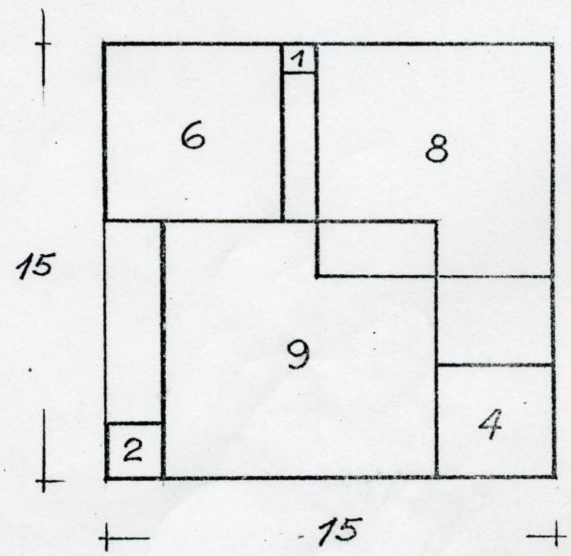
En vez de cuadrados podríamos elegir otras figuras geométricas o en vez de estar centrados podrían responder a otra ley de organización. Sin embargo nuestra intención es siempre tomar como punto de partida lo más elemental desde todo punto de vista: lo dimensional, lo posicional, lo conformativo, etc.

Ejemplo básico Nº 2:

Cuadrados ubicados aprovechando la propiedad de sumas iguales en vertical y horizontal.

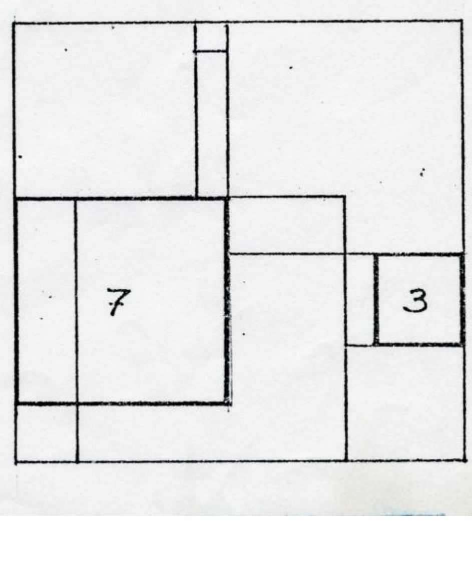
Dentro de un cuadrado de "15" x "15", estudiaremos una distribución posible de los nueve cuadrados que responden en sus dimensiones al cuadrado mágico elegido.

6	1	8
7	5	3
2	9	4



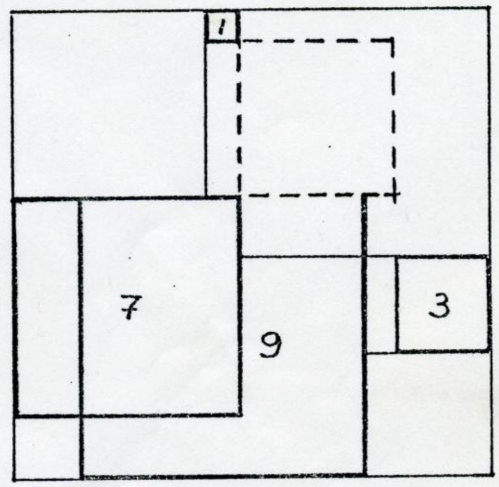
Como primer paso apoyandolos en el borde superior, hemos ubicado los cuadrados dorrespondienten al renglón superior (6 - 1 - 8), y sobre el borde inferior los cuadrados 2 - 9 - 4

Posteriormente agregaremos los cuadrados 7 y 3, que nos completarán las columnas izquierda y derecha:

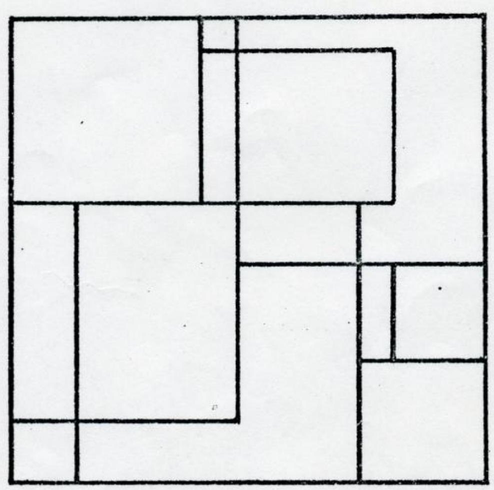


El cuadrado restante (el 5) deberá estar a la derecha del 7, a la izquierda del 3, por debajo del 1, y por encima del 9, lo cual define una única y exacta posición, aunque nos resulte curioso el lugar en el cual se ubica.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

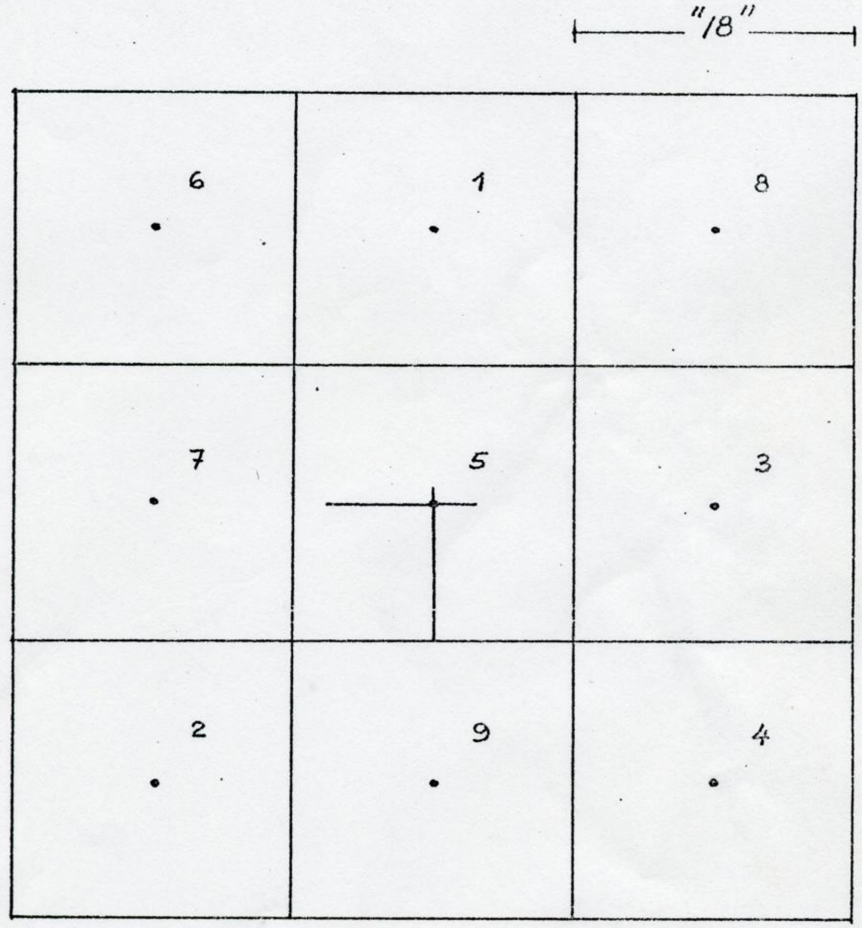


La "estructura" final resultante es por lo tanto la siguiente:



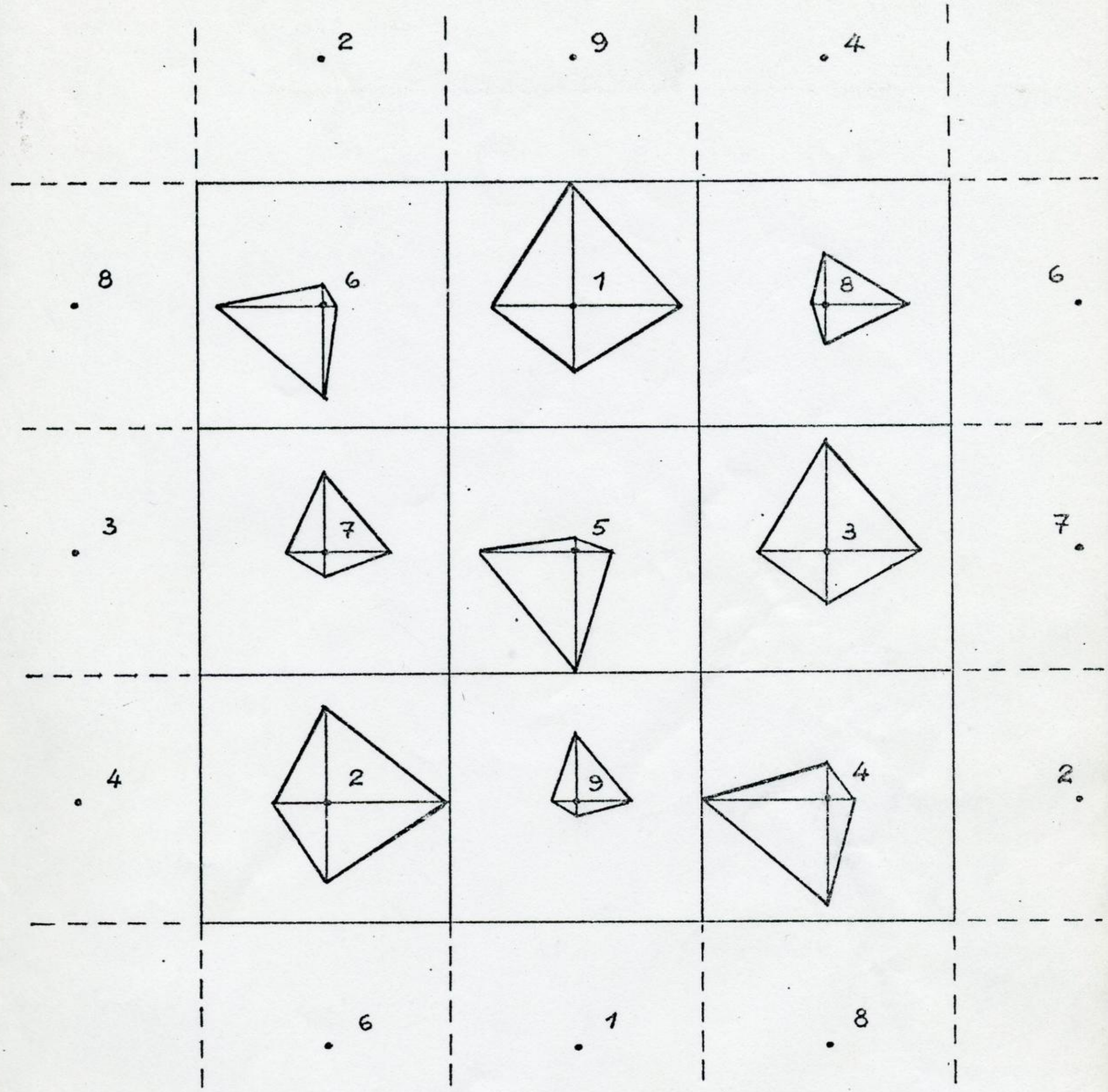
Ejemplo básico Nº 3:

Atracción de puntos. Los puntos se "mueven" atraídos entre sí, generando segmentos que están dimensionados en relación con los números del cuadrado mágico.



Se adoptó la dimensión "18" para los cuadrados de base. Cada punto está centrado en los espacios de la cuadrícula y posee el correspondiente número del cuadrado mágico ya utilizado.

¿ Como se genera ? Cada punto se verá atraído en cuatro direcciones: arriba, abajo, izquierda y derecha. La magnitud de cada uno de estos cuatro segmentos, será la del valor numérico de los puntos que producen la atracción. Por Ejemplo: El punto 5, genera un segmento de tamaño uno hacia arriba, tres hacia la derecha, nueve hacia abajo y siete hacia la izquierda.



Para poder realizar la totalidad de los movimientos de atracción, debimos "ampliar" el cuadrado mágico mediante traslaciones de dicho cuadrado de base, hacia arriba, derecha, abajo e izquierda (líneas entrecortadas), logrando así una continuidad que nos permitió completar el proceso generativo.

La unión de los puntos extremos de los segmentos generados nos determinó figuras geométricas (cuadriláteros).

Es decir que en este nuevo ejemplo cada figura no está generada por un sólo número, sino por cuatro (los puntos "vecinos" en horizontal y vertical.

Una vez presentados estos tres ejemplos básicos, quizás es el momento de plantearse esta pregunta:

¿ Cuáles son las <u>propiedades fundamentales</u> de los cuadrados mágicos, que más nos han interesado en función de posible búsquedas formales?

Son esencialmente dos:

1) El Equilibrio

2) La Variedad numérica.

La primera: <u>El Equilibrio</u>, el cual es muy evidente, ya que es la premisa fundamental que hace a la génesis de los cuadrados mágicos (sumas iguales en ambas direcciones). Intentaremos pues, verificar en el avance de nuestras investigaciones, a través de los correspondientes resultados, la presencia activa de un principio de equilibrio, y evaluar en última instancia la importancia real o relativa de dicho principio.

La segunda: <u>La Variedad Numérica</u>, para nosotros se traduce en primer lugar en variedad dimensional, lo cual puede ser bastante interesante plásticamente hablando. Por lo tanto es también continua preocupación en las investigaciones que venimos desarrollando desde hace varios años.

Pero recordemos además que la variedad numérica, se puede "traducir" también en variedad Posicional (Posición de las entidades generativas: Puntos, Líneas, Figuras, etc.) o en ambos aspectos a la vez: Dimensión y Posición.

Asimismo se podrá convertir en Variedad Valorística, Textural, Cromática, etc. dando lugar al planteo de "infinitas" investigaciones.

Los estudios en los cuales lo numérico se vincula con el color son apasionantes, pero en este trabajo introductorio no nos es posible ocuparnos de ello.

Aterrizemos pues, y volvamos a nuestros ejemplos básicos que nos permitirán avanzar paso a paso, sin pretender dar saltos espectaculares.

El ejemplo básico Nº 1, nos servirá de base para una sucesión de análisis y búsquedas que comenzaremos a desarrollar a continuación:

<u>Punto de partida:</u> Ejemplo básico Nº 1

En dicho ejemplo vemos cuadrados "centrados" sobre una cuadrícula de base y dimensionados de acuerdo a la numeración del cuadrado mágico (3 x 3), con los números naturales del 1 al 9 (Ver página Nº 6).

Con la misma y simple ley generadora ya utilizada, transferida ahora a un cuadrado mágico más complejo, obtendremos una nueva estructuración básica.

El nuevo cuadrado mágico a emplear es:

7	4	20	16	18
19	21	9	2	14
5	22	1	24	13
23	3	25	6	8
11	15	10	17	12

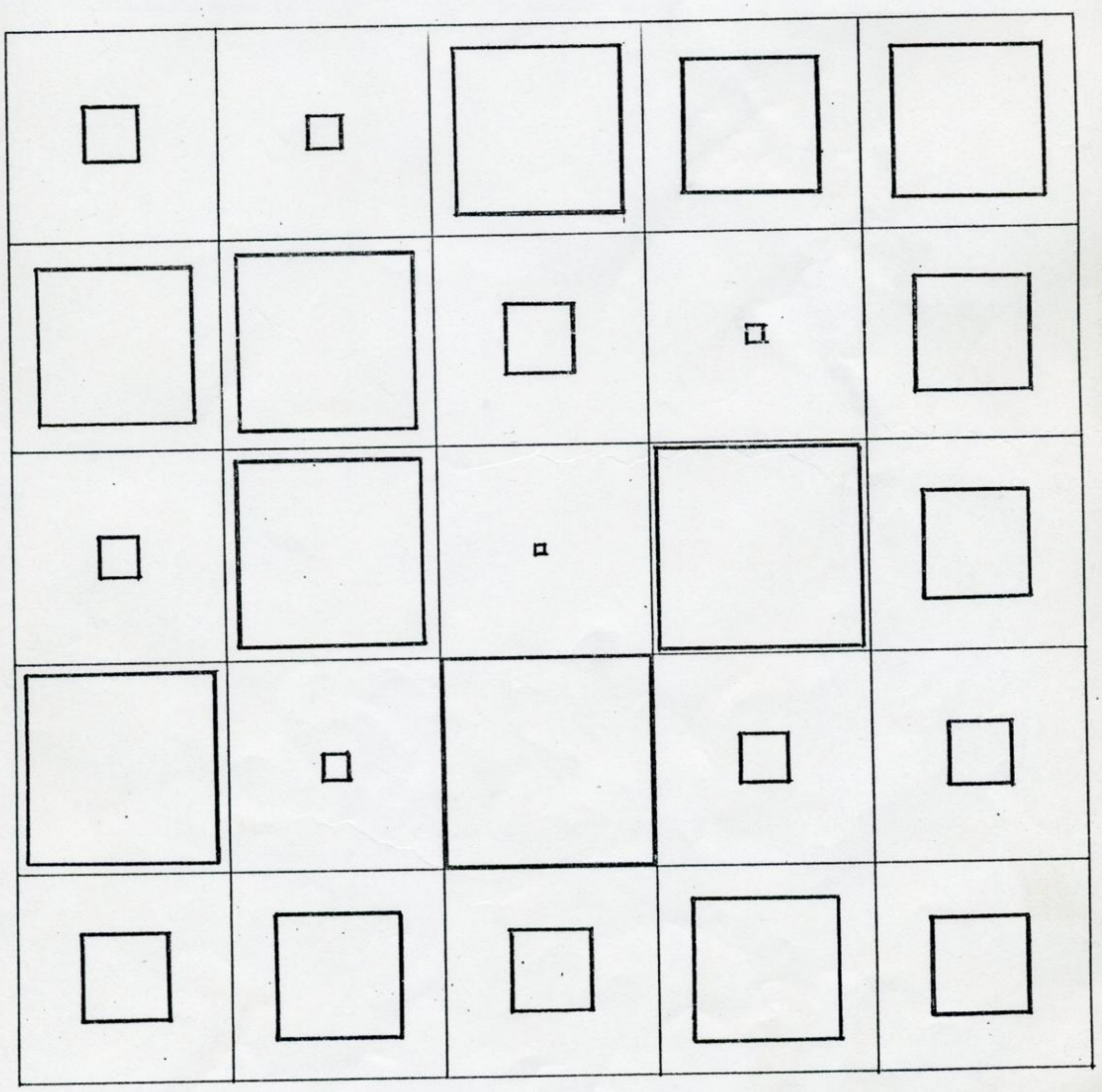
El lector puede verificar que todas las sumas en horizontal y vertical nos brindan el mismo total: 65

Además podemos comprobar que aparecen todos los números naturales del 1 al 25 sin repetirse.

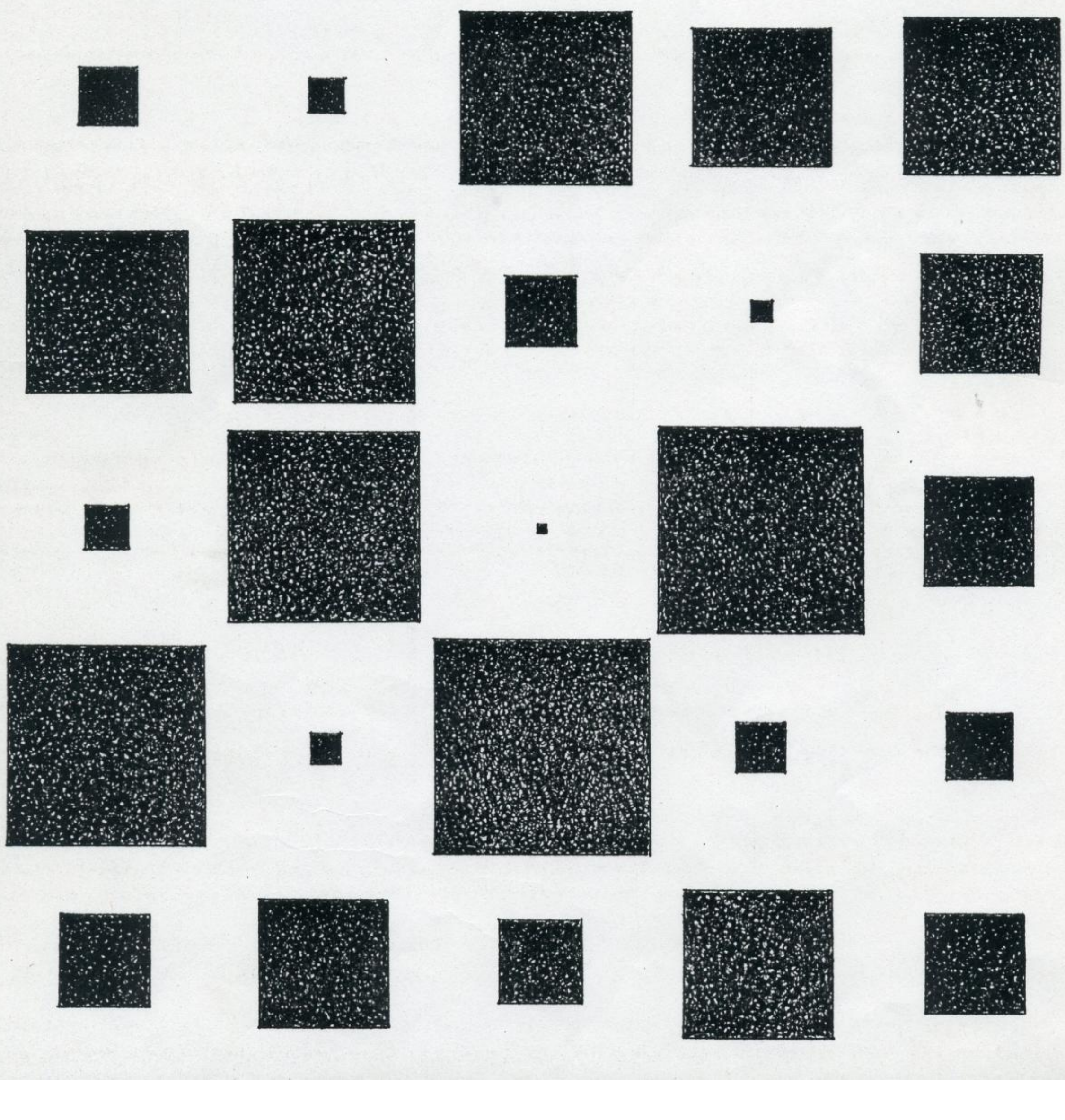
Para concretar un dibujo equivalente al ejemplo básico Nº 1, y como ahora el número mayor es 25, tomaremos dicha dimensión para la cuadrícula de base, de manera que nuevamente el cuadrado mayor (25) coincida con la base, los demás cuadrados quedarán "flotando" dentro de sus correspondientes espacios.

En la página siguiente podemos ver el resultado obtenido, al cual lo consideraremos también como "ejemplo básico", puesto que nos servirá para la gestación de varias imágenes derivadas del mismo.

7	4	20	16	18
19	21	9	2	14
5	22	1	24	13
23	3	25	6	8
11	15	10	17	12



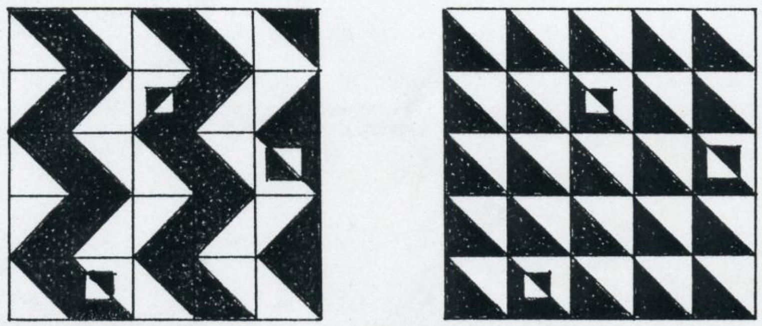
Hemos hecho desaparecer la trama de base, y recurrido al contraste neto figura-fondo, para poder visualizar bien los cuadrados y sus relaciones, y a su vez poder imaginar futuras posibilidades transformativas.



Vamos a explicar <u>dos transformaciones</u> efectuadas a partir de la misma "estructuración básica" de la pag. Nº 13

Ejemplo A: Agregando diagonales en zig-zag.

Ejemplo B: Añadiendo diagonales en una sola dirección.

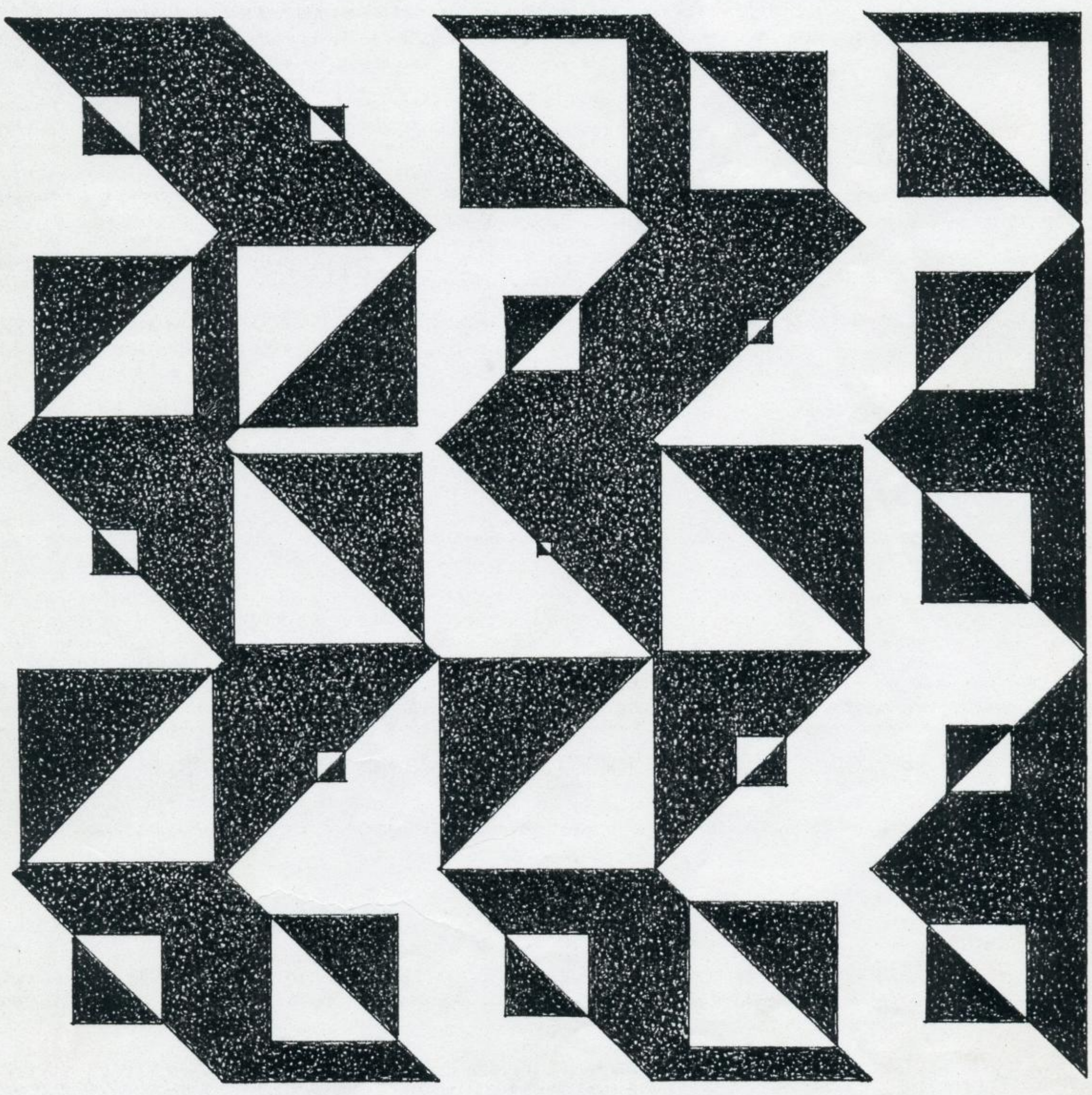


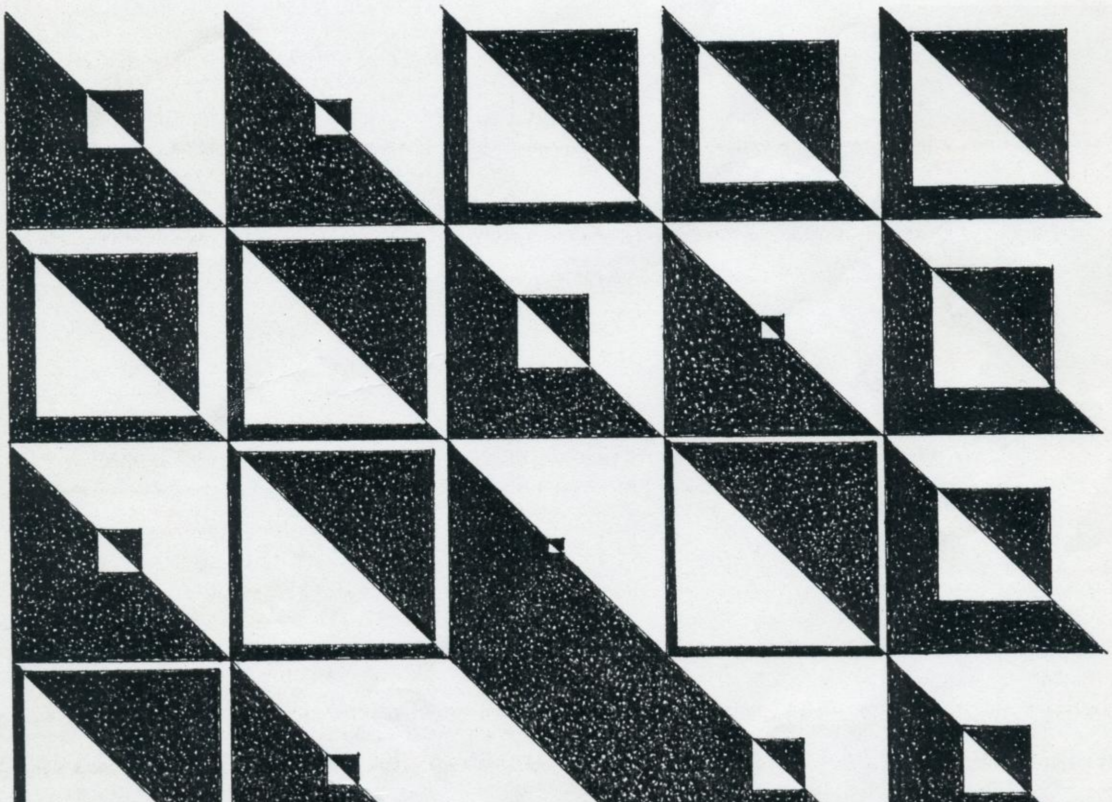
En ambos casos la diagonalización sirve para una diferenciación (blanco-negro) de los cuadrados de base, lo cual se puede observar directamente en los diagramas arriba expuestos.

Además se deberán resolver los otros cuadrados (del 1 al 25), y como ellos también quedan seccionados por las diagonales, se adoptó el criterio de contraste: donde el fondo es blanco serán negros, y donde el fondo es negro serán blancos.

Algunos de ellos, y con el carácter de muestra, se representaron también en los diagramas adjuntos.

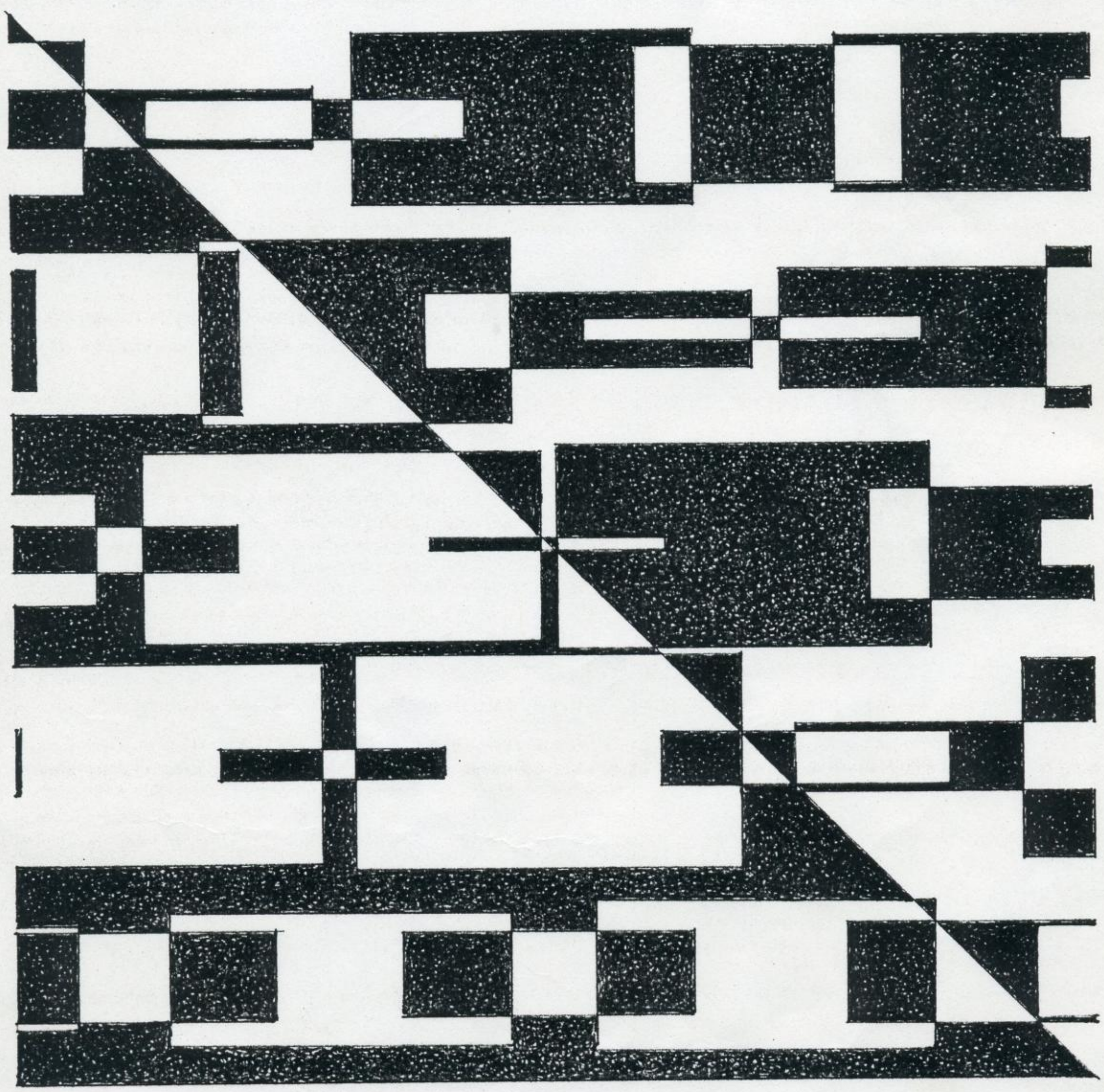
En las páginas siguiente y subsiguiente aparecen ya los resultados completos de ambas transformaciones.



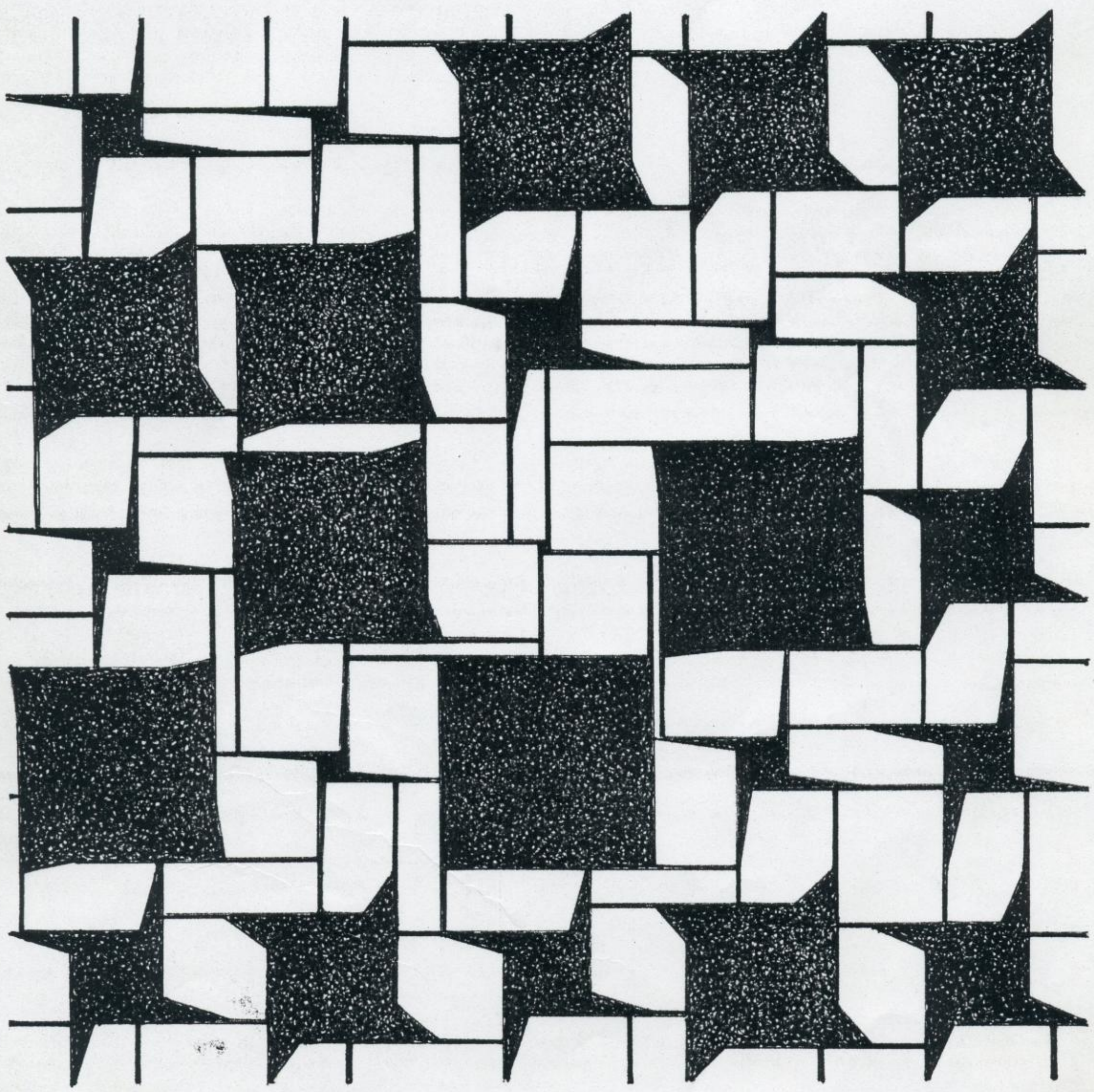


No vamos a explicar en detalle esta nueva transformación, pero si diremos en términos generales, que la ley transformadora consiste en prolongar en horizontal - hacia izquierda y derecha - los lados superiores e inferiores de cada cuadrado, hasta llegar al borde de sus cuadrados vecinos. Estas prolongaciones dan por resultado que los cuadrados se transforman en rectángulos.

Además se utilizó la diagonal mayor como límite para invertir los valores.



En este caso se transformó por prolongaciones en "forma de hélice". Su génesis puede ser deducida mendiante la superposición de un papel transparente que contenga la estructuración básica de la página 13.

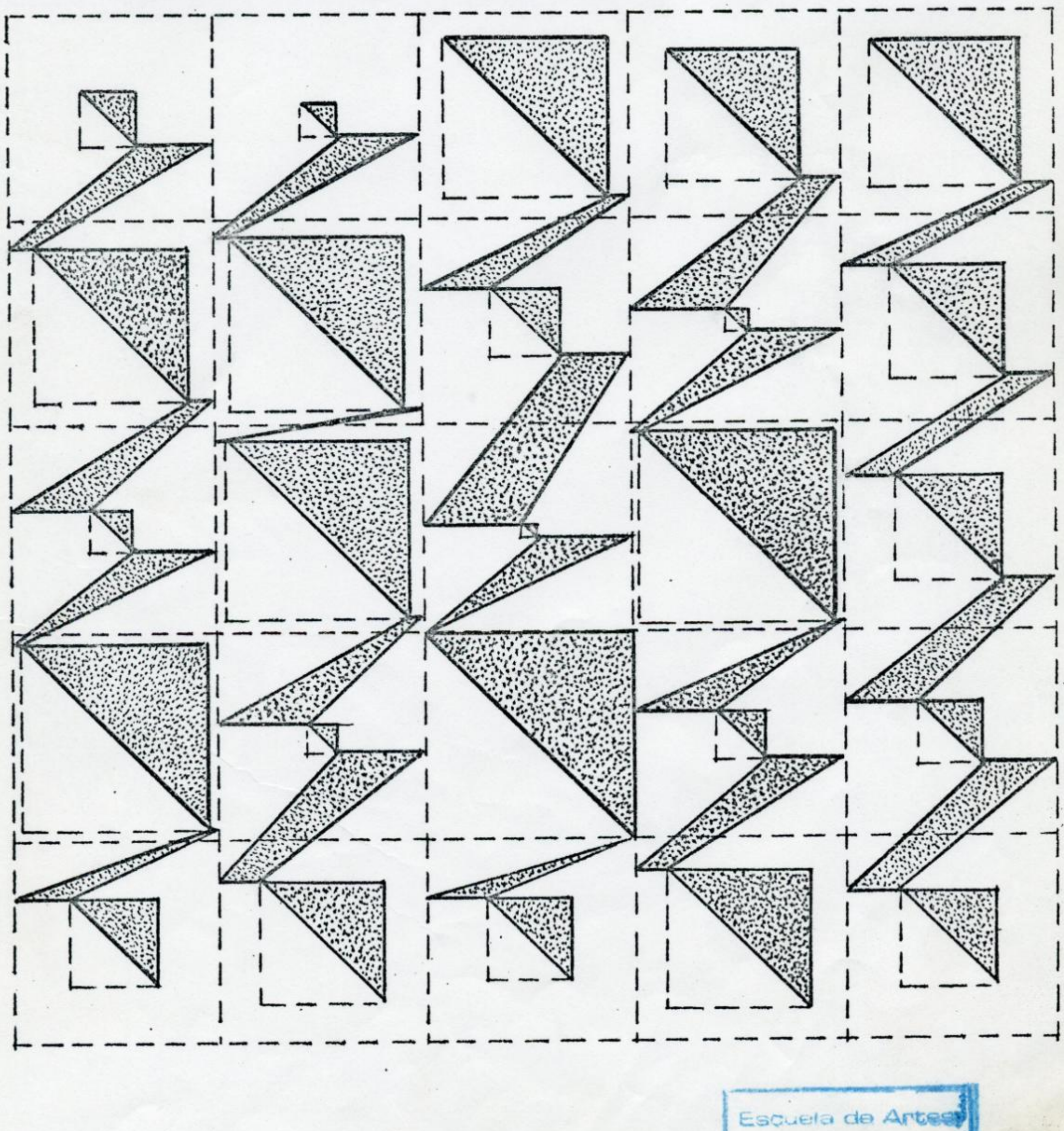


Presentaremos en forma detallada y ordenada un proceso de transformación que nos permitirá obtener un resultado <u>totalmente alejado</u> del punto de partida.

Se toman triángulos que corresponden a las mitades superiores derechas de los cuadrados, y se generaron además otras figuras en dos pasos sucesivos:

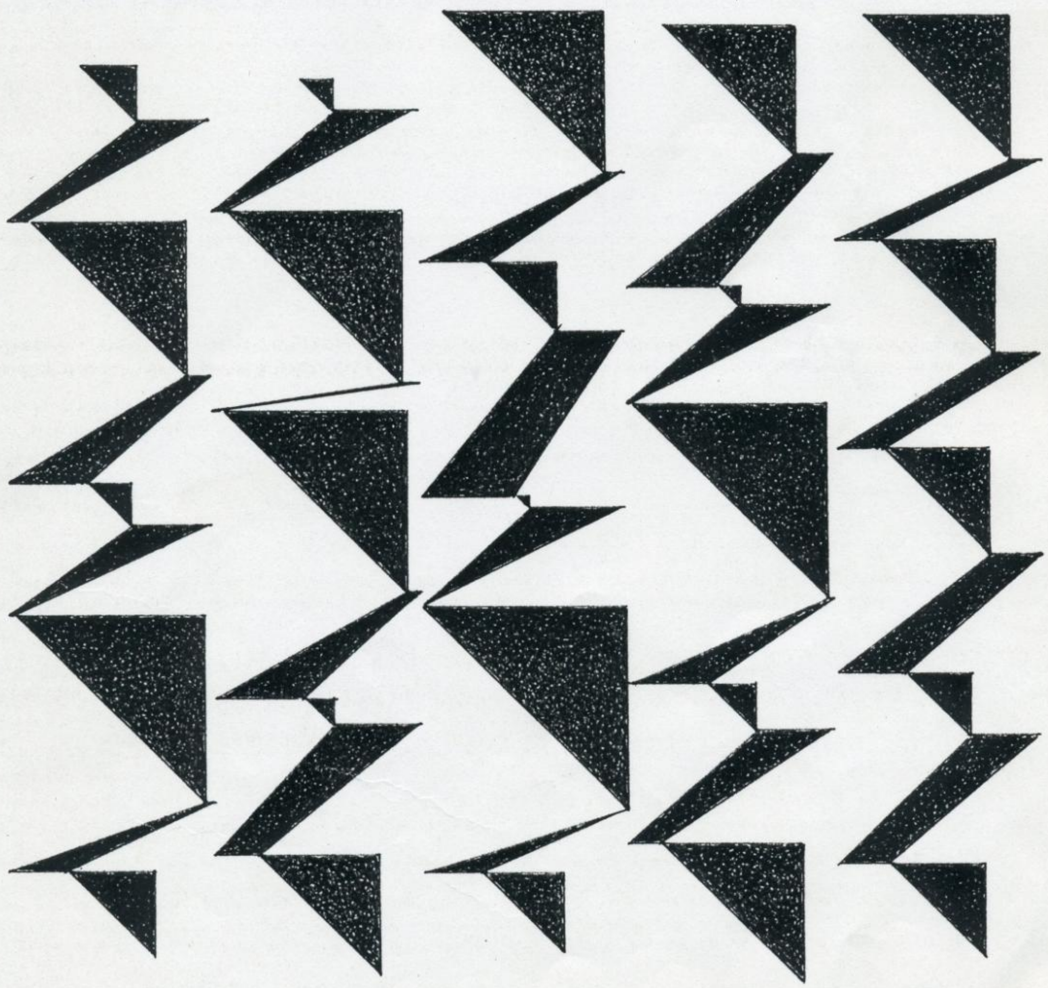
Primer paso: Prolongación de los lados superiores de los cuadrados hacia la izquierda, y de los lados inferiores hacia la derecha (dentro de los límites de la cuadrícula).

Segundo paso: Se unieron estos segmentos en la forma que se puede observar abajo.



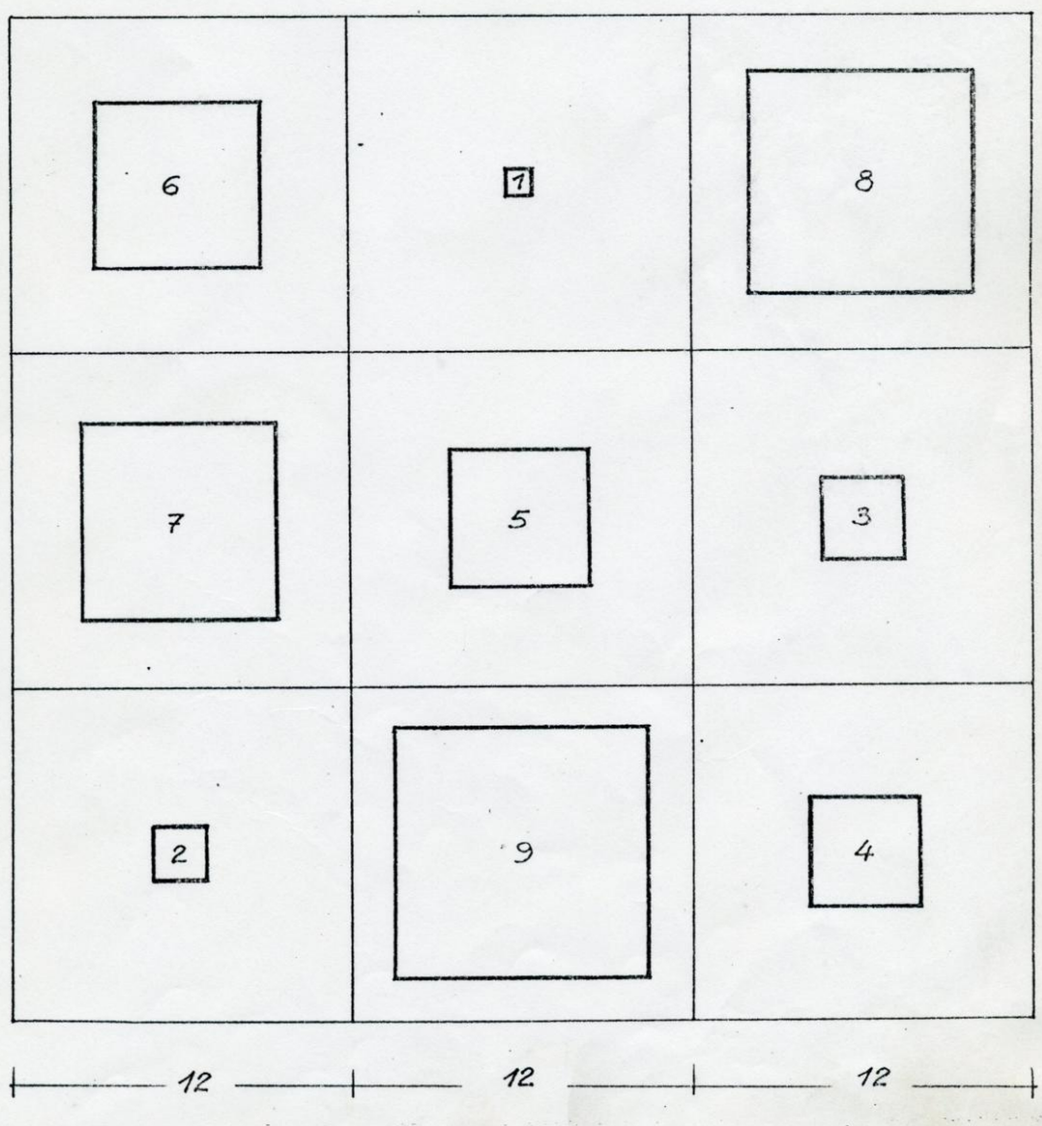
Obscureciendo las figuras "punteadas" de la página anterior y suprimiento todo lo que estaba en líneas entrecortadas, arribamos a éstas imágenes angulosas.

Posteriormente "enlazando" con curvas (arcos de circunferencia) todos los encuentros en ángulo, llegamos a lo que nos proponíamos: Ver en la página siguiente - "Danza de Personajes".



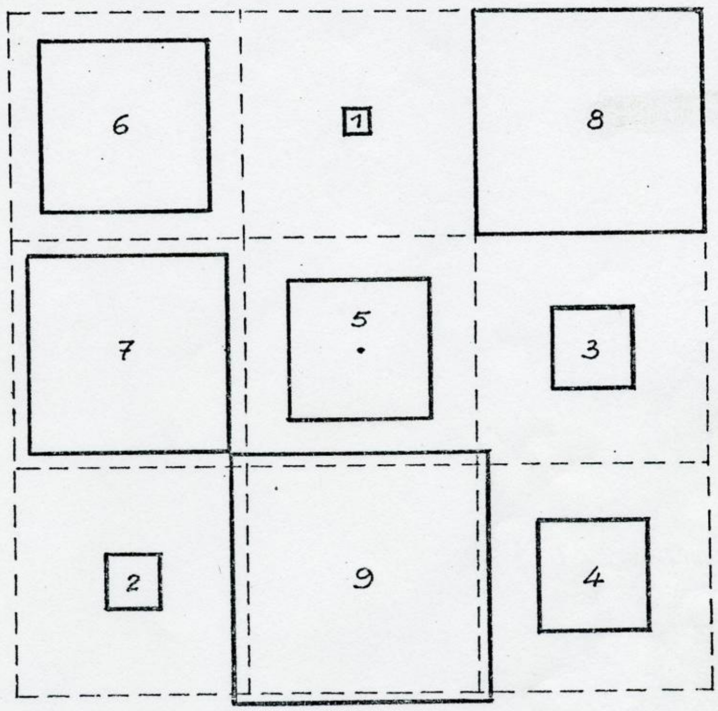
Volviendo al ejemplo básico Nº 1, (página 6), comenzaremos una nueva etapa. Se trata de un análisis de las modificaciones que sufrirá aquella imagen básica a medida que <u>cambiemos las dimensiones</u> de la cuadrícula de base.

¿ Que sucede si agrandamos los cuadrados de base? Los cuadrados construídos con la numeración del cuadrado mágico se irán distanciando entre sí al ser más grandes los espacios disponibles. Por ejemplo: en vez de la medida <u>9</u> que teníamos originalmente tomemos la medida <u>12</u> .

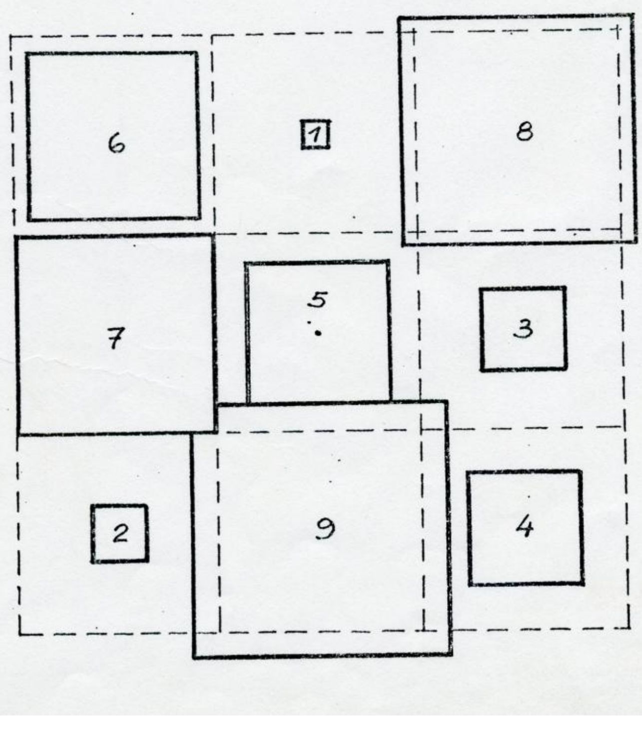


¿ Que pasa si procedemos a la inversa ?

Al achicar los espacios los cuadrados se irán acercando, primero se tocarán, luego se superpondrán o entrecruzarán (según como los representemos) .

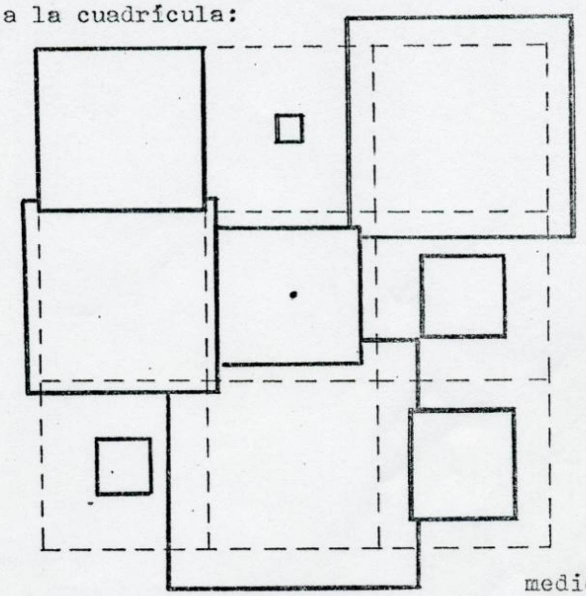


Arriba medida de la cuadrícula de base: "8"
Abajo medida de la cuadrícula de base: "7"

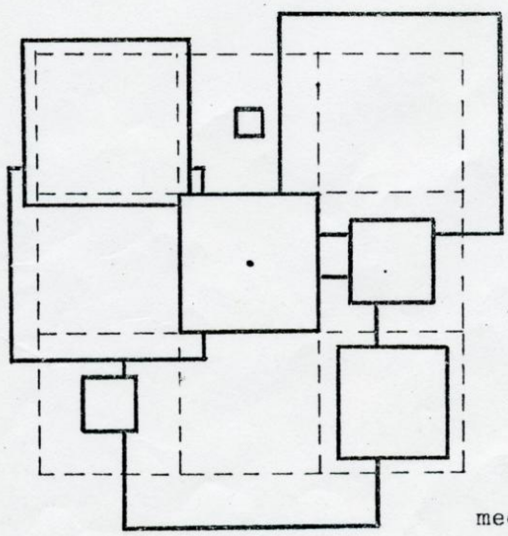


Hemos optado por la superposición: los cuadrados menores "tapan" a los mayores.

Recordemos que siempre los cuadrados (del 1 al 9) están centrados con respecto a los de base, aunque vayan escapando a la cuadrícula:

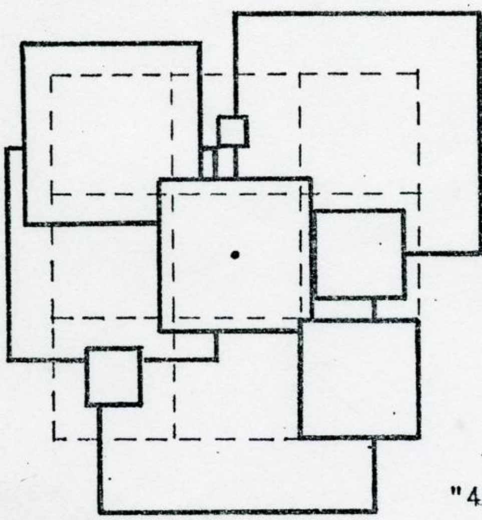


medida: "6"

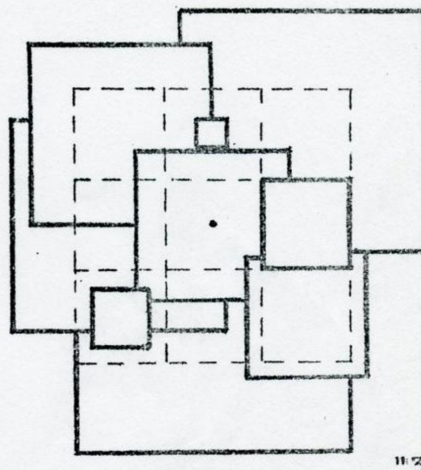


medida: "5"

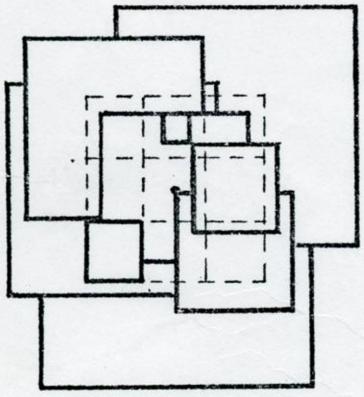
Disponemos ahora de un repertorio de estructuras cada vez más concentradas y con nuevas posibilidades generativas.



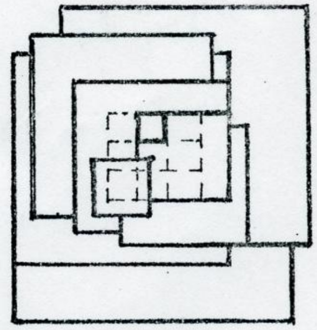
"4"



"3"



"2"

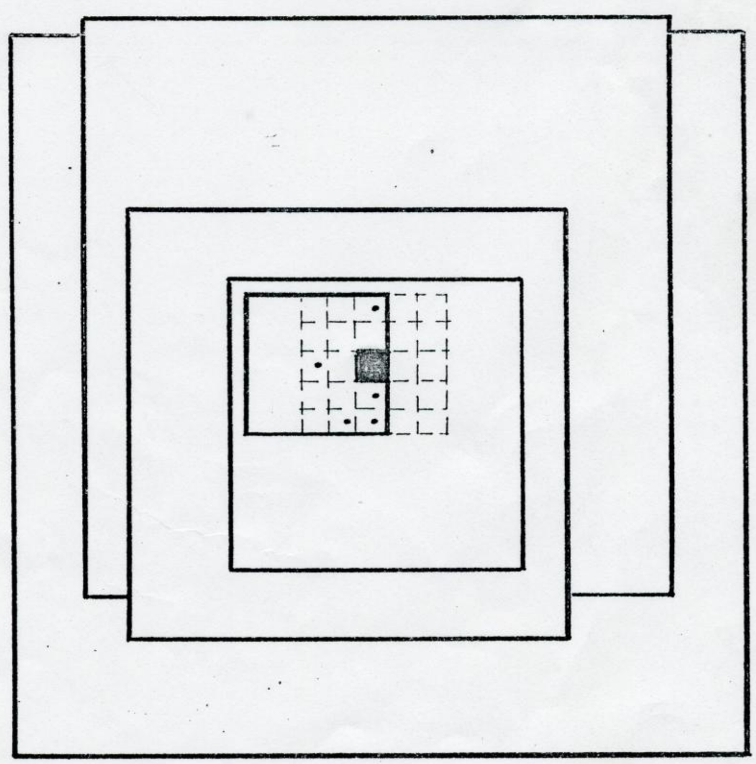


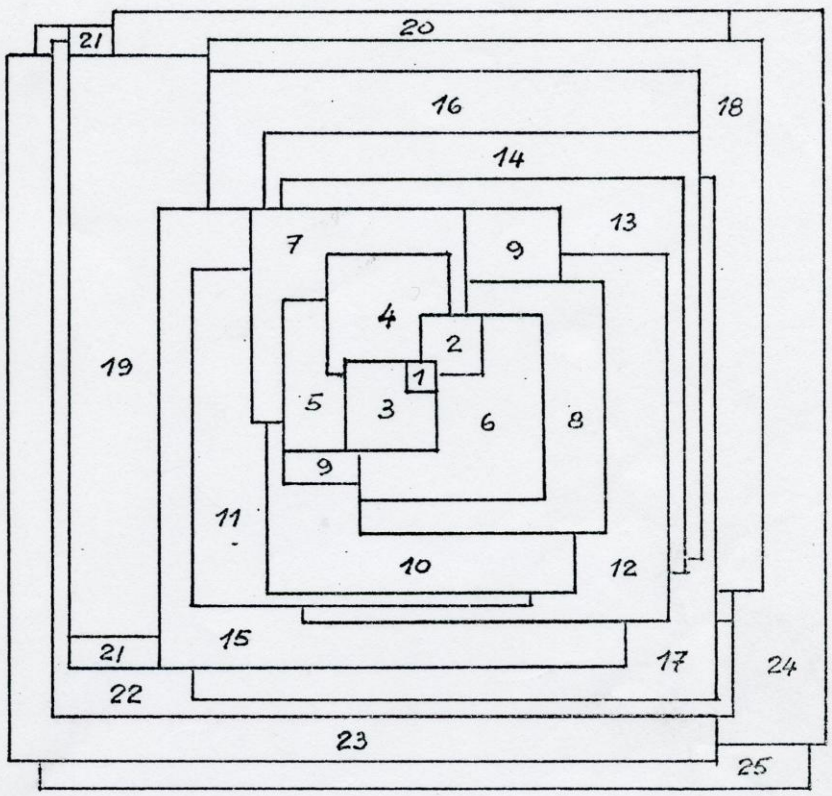
"1"

¿ Que sucederá si transferimos este análisis hecho sobre el cuadrado mágico de 3 x 3 al de 5 x 5 que ya conocemos ?

Si en el de 3 x 3 teníamos, al ir reduciendo la trama una sucesión de 8 nuevas estructuraciones, con el 5 x 5 el repertorio disponible será mucho mayor (24 pasos sucesivos podríamos dibujar). No Pretendemos hacer el desarrollo completo en este caso, sino que directamente utilizaremos algunas de las combinaciones posibles.

Por ejemplo: si tomamos la más comprimida de todas, lo cual significa trabajar sobre una cuadrícula de lado tamaño "1". Antes de dibujar completa esta solución hemos hecho una síntesis, en la cual hemos colocado únicamente los cuadrados 1, 5, 10, 15, 20 y 25.





Esta es la organización completa sobre una cuadrícula de pequeñas dimensiones (5 x 5 cuadraditos de medida "1", cada uno de ellos).

Observándola vemos que "asoman" la totalidad de los 25 cuadrados.

Recordemos que de acuerdo a propiedades que vimos anteriormente, en los cuadrados mágicos podemos intercalar renglones o columnas numéricas completas, con lo cual al variar el orden de los números, podríamos obtener sobre una misma cuadrícula de base, un número enorme de combinaciones formales.

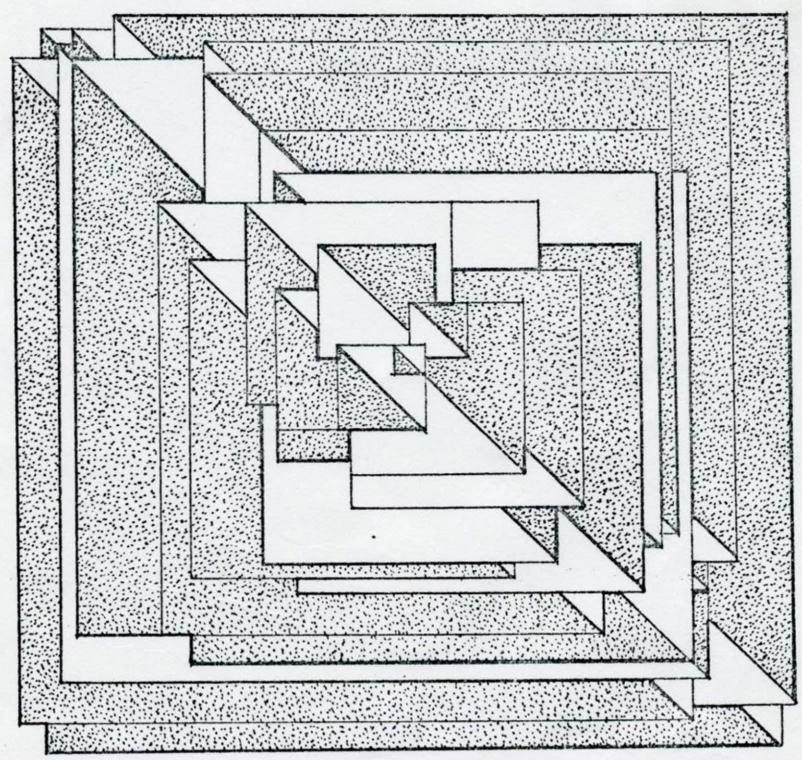
Veamos una transformación a partir de la nueva estructuración disponible:

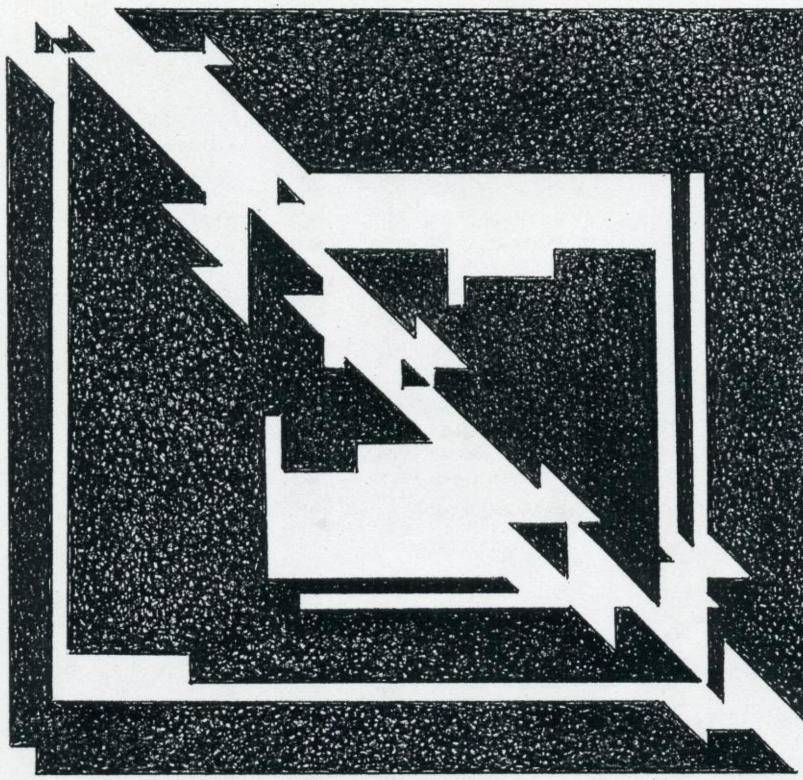
Recurriendo, como en ejemplos anteriores, a diagonales trazadas en un sólo sentido, y ateniéndonos a una ley valorística simple, como ser:

Pares: 

Impares: 

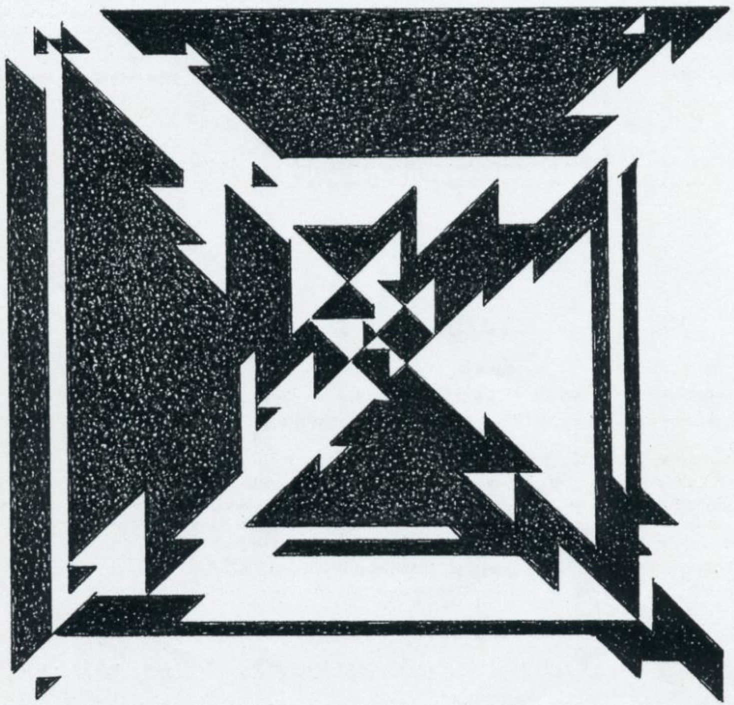
En esta página vemos como se va produciendo dicha transformación, y en la página siguiente el resultado final al "fundirse" entre si las distintas superficies, (desapareciendo las líneas).

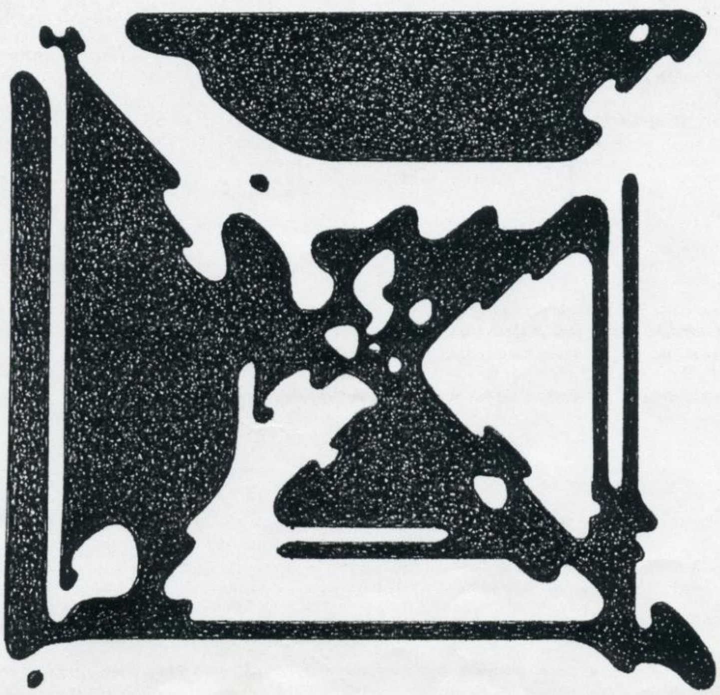




En la siguiente página se verán:

(arriba) una variante generada con diagonales en ambos sentidos. y (abajo) transformación de dicha variante con "enlaces" por curvas.

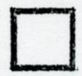
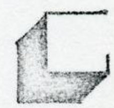


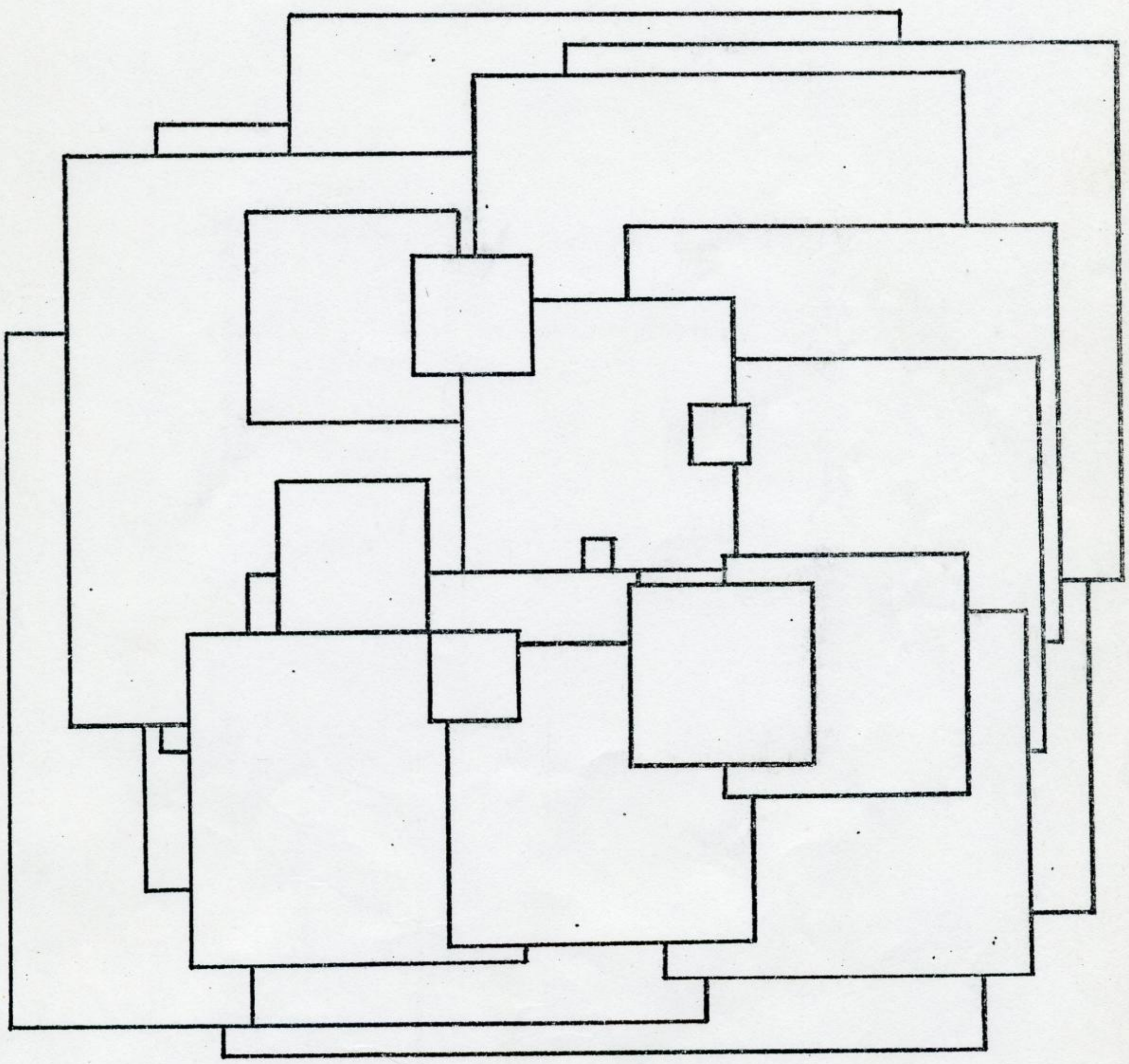


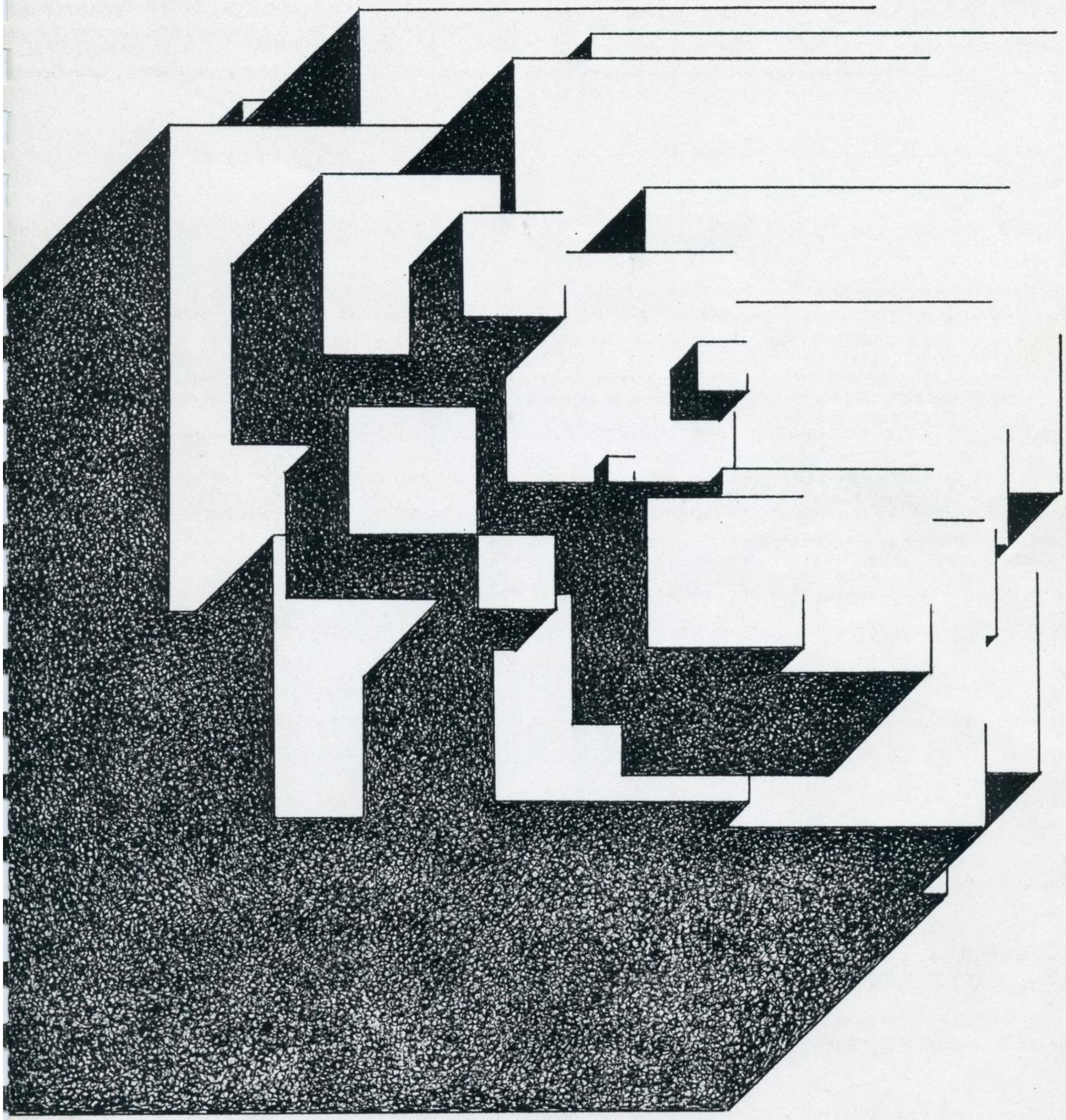
Esta nueva estructuración algo menos comprimida, responde a una cuadrícula de base de medida "4", con la misma ley de cuadrados centrados sobre la cuadrícula.

El lector puede identificar por su tamaño los 25 cuadrados existentes.

Veamos gráficamente la ley de transformación del ejemplo de la página siguiente:

Cada cuadrado:  Se transforma así: 





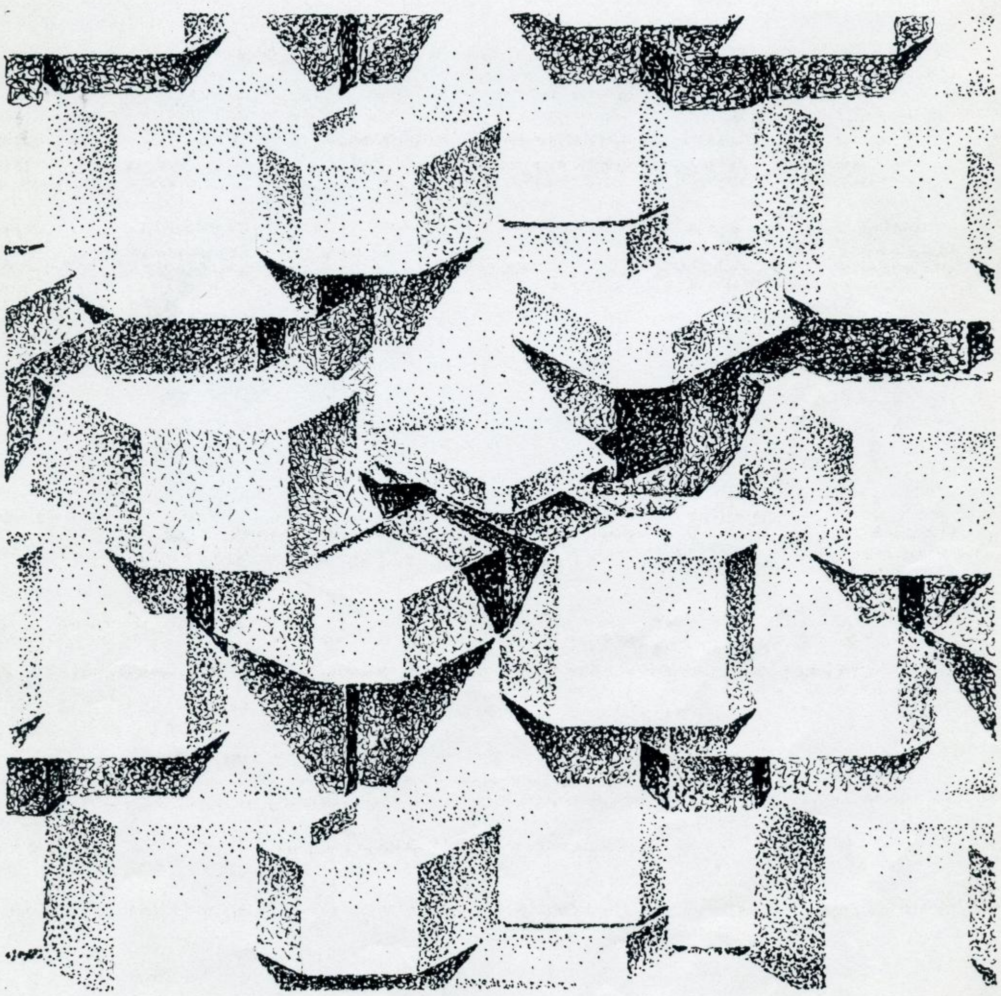
Aunque en casi todos los ejemplos dados predominaba la sensación de bidimensionalidad, vemos como en éste último (por medio de "una especie de sombras arrojadas") podemos sugerir la tridimensionalidad (como sensación de profundidad, perspectiva, etc).

Pero lo interesante en nuestras actuales investigaciones es que aprovechamos los números, no solamente para dimensionar los cuadrados, sino también para determinar su "profundidad", con lo cual es posible iniciar muchos procesos generativos-transformativos que poseen una evidente espacialidad, o incluso se podrían realizar investigaciones en el espacio real (relieves por ejemplo).

Brindaremos un sólo ejemplo en esta introducción para sugerir posibilidades.

En dicho ejemplo (página siguiente) de los cuadrados que femos frontalmente, se generan planos oblicuos, "en profundidad", y además otros planos "superiores" que terminan por conformar los volúmenes, a los cuales los "leemos" como encastrados entre sí.

En esta oportunidad no explicaremos en detalle el procedimiento, pero podemos asegurar que se trata de una metodología generativa clara y simple de carácter numérico-conceptual que desarrollaremos en un próximo trabajo.



CONCLUSIONES:

En este trabajo nos hemos desenvuelto únicamente con el ejemplo básico Nº1 y sus variantes, vemos así que las posibilidades generativo-transformativas se abren hacia un espectro de desarrollos ilimitados e interminables. Por lo tanto podemos concluir que para poder avanzar seriamente (desde el punto de vista investigativo), hay que limitarse a algunas de dichas posibilidades, y tratar de clarificar lo que buscamos.

Esta CLARIFICACION y AUTOLIMITACION es quizás la base fundamental para lograr que el material obtenido sea transferible a nivel didáctico y eventualmente a otros investigadores.

Presente y Futuro de nuestras Investigaciones sobre "Cuadrados Mágicos":

En el último ejemplo visto (página anterior), se puede observar una representación distinta a los del resto del trabajo, ello es simplemente para sugerir el tipo de investigaciones e imágenes que estamos desarrollando en la actualidad.

Desde aproximadamente 1982 en adelante venimos concretando numerosas pinturas (acrílicos sobre tela), utilizando las numeraciones de los cuadrados máticos, no solamente para generar las formas, sino también para organizar los colores.

Se emplean "TABLAS CROMATICAS CON MEZCLAS POR DOSIFICACION NUMERICA". Además de ello se trabaja con uno o dos "focos luminosos" y la presencia de sombras propias y arrojadas.

Para tener acceso a toda esta producción investigativa habría que arrimarse a nuestras cátedras: Lenguaje Plástico Geométrico I y II, Escuela de Artes, Ciudad Universitaria, Córdoba. Disponemos de abundante material: diapositivas color, y la casi totalidad de los originales.

Nota Importante: Para una comprensión total de esta Introducción a los "Cuadrados Mágicos", recomendamos la lectura y estudio de los apuntes de Cátedra: INTRODUCCION A LA GENERACION GEOMETRICA" (Eduardo Moisset de Espanés - 1983) Se pueden consultar también trabajos como: "Puntos generadores", "Línea Cerrada Generadora" y "Volúmenes Imposibles"

Apéndice: Otros CUADRADOS MAGICOS

1	32	34	3	35	6
30	8	27	28	11	7
20	24	15	16	13	23
19	17	21	22	18	14
10	26	12	9	29	25
31	4	2	33	5	36

11	31	30	48	36	9	10
47	23	5	42	13	26	19
27	6	21	25	3	49	44
18	46	29	1	38	35	8
34	40	2	32	24	4	39
22	12	45	7	33	15	41
16	17	43	20	28	37	14

45	46	27	36	52	55	29	30	49
38	15	25	58	67	64	57	21	24
39	16	22	60	69	66	63	20	14
42	79	76	11	3	6	9	73	70
41	10	78	81	1	4	7	75	72
40	71	5	2	80	77	74	8	12
43	68	65	23	13	17	19	62	59
44	31	18	51	28	54	61	48	34
37	33	53	47	56	26	50	32	35