



UNC

Universidad
Nacional
de Córdoba

Trabajo Especial de Licenciatura

PROPAGACIÓN DE ONDAS MAGNETOHIDRODINÁMICAS EN MEDIOS MAGNÉTICAMENTE ESTRUCTURADOS

Grado:	Licenciatura en Física
Autor:	Capettini Croatto Hilario Gabriel
Número de estudiante:	37127874
Directores:	Dra. Mariana Andrea Cécere Dr. Gustavo Krause



El trabajo "Propagación de ondas magnetohidrodinámicas en medios magnéticamente estructurados". Por Capettini Croatto, Hilario. Se distribuye bajo una licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.

Agradecimientos

El proceso de aprender algo nuevo no es sencillo, requiere de mucho tiempo y dedicación para que las ideas puedan ser cultivadas y como todo cultivo requiere de buenas condiciones para que pueda desarrollarse adecuadamente. Ese ambiente ha sido generado por incontables personas que me han apoyado a lo largo de este proceso, a ellos les quiero agradecer.

En primer lugar a mi directora, Mariana Cécere, por sus incontables correcciones, su dedicación absoluta, sus consejos académicos y por mantener mi motivación cuando las cosas no funcionaban como esperaba. También le quiero agradecer a mi co-director, Gustavo Krause, por responder mis infinitas y recurrentes dudas y a todos los miembros del grupo de Plasmas Astrofísicos del IATE por su buena predisposición y por generar un excelente ambiente donde dar mis primeros pasos en la ciencia.

A mi estimada familia quiero agradecerle por ofrecerme desde pequeño todas las posibilidades para desarrollarme personal y académicamente, por su cariño y por ser ejemplos a seguir. En particular a mi papá Hector, mi mamá Marcela y mi hermano Joaquin.

Quiero agradecer a Lucia, por ser mi sustento emocional en estos últimos años. Por su inquebrantable paciencia para escucharme durante horas sobre mis problemas facultativos, en gran parte por el presente trabajo. Por su compañerismo e interés.

A los Timmis que me aceptaron dentro de su familia y fueron los que me hicieron descubrir todo este mundo del plasma.

A Matias Tejeda y Marcelo Arana, quienes me inculcaron la importancia del pensamiento crítico y el amor por la ciencia.

En todo este camino conocí a personas con las que compartí más horas que con cualquiera, gracias a mis amigos y amigas por hacer los días mas divertidos e interesantes, por compartir infinitas discusiones, charlas, horas de estudio y mates.

Por último, mi mayor gratitud es para la universidad pública, gratuita, laica y de calidad y en particular a FaMAF. Por darme la posibilidad de crecer en lo personal mientras me formaba como profesional en un excelente ambiente.

Capettini Croatto Hilario, Córdoba, 2020.

Resumen

En este Trabajo Final de grado se estudió la propagación de ondas magnetohidrodinámicas en plasmas estructurados magnéticamente. Un caso típico de plasma estructurado está dado por los arcos coronales de la atmósfera solar. Estas estructuras modeladas como cilindros magnéticos que mantienen al plasma confinado se han mostrado capaces de soportar distintos modos magnetohidrodinámicos como ondas de Alfvén y modos magnetoacústicos funcionando como guías de ondas. La dinámica de estas estructuras está bien descrita por las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal. Estas ecuaciones en derivadas parciales son no-lineales, por consiguiente existen soluciones analíticas solo para algunos casos particulares y usualmente deben resolverse de forma numérica. En este trabajo se utilizó el código FLASH para poder simular arcos coronales.

Se realizaron distintos estudios indagando la posibilidad de excitar modos magnetohidrodinámicos en arcos coronales. Primero a través de deposiciones localizadas de energía dentro de los arcos inspiradas en las fulguraciones solares y luego colocando a la estructura fuera del equilibrio de forma global aumentando su temperatura por sobre la temperatura de equilibrio con la corona de forma instantánea. Se llegó a la conclusión que las deposiciones de energía capaces de establecer oscilaciones tipo *sausage* en arcos coronales son aquellas que perturban al arco de manera global (desequilibrios totales). Depositiones de energía localizadas, tipo fulguración, son capaces de generar propagación de ondas magnetoacústicas en el arco, pero estas no son capaces de modificar el perfil de densidad como es típico en los modos *sausage*. Finalmente se pudo ver que los modos de oscilación obtenidos presentan los valores observacionales característicos de estos sistemas coronales.

Abstract

In this final work the propagation of magnetohydrodynamic waves in magnetically structured plasmas was studied. A typical case of structured plasma is given by the coronal loops of the solar atmosphere. These structures modelled as magnetic cylinders that keep the plasma confined have been shown to support different magnetohydrodynamic modes such as Alfvén waves and magnetoacoustic modes working as wave guides. The dynamics of these structures are well described by the equations of ideal magnetohydrodynamics. These partial differential equations are non-linear, therefore analytical solutions exist only for some particular cases and usually must be solved numerically. In this work the FLASH code was used to be able to simulate coronal loops.

Different studies were carried out investigating the possibility of exciting magnetohydrodynamic modes in coronal loops. First through localized energy depositions within the loops inspired by solar flares and then by placing the structure out of equilibrium globally by increasing its temperature above the temperature of equilibrium with the corona instantaneously. It was concluded that the energy depositions capable of establishing sausage oscillations in coronal loops are those that disturb the loop in a global way (total unbalances). Localised energy depositions, of the fulguration type, are capable of generating magnetoacoustic wave propagation in the loop, but these are not capable of modifying the density profile as is typical in sausage modes. Finally, it could be seen that the oscillation modes obtained present the characteristic observational values of these coronal systems.

Palabras claves

Magnetohidrodinámica, MHD, plasma, corona solar, oscilaciones coronales, arcos coronales, ondas magnetohidrodinámicas, ondas de choque.

Códigos de clasificación

- 94.05.a Space plasma physics
- 95.30.Qd Magnetohydrodynamics and plasmas
- 52.35.Bj Magnetohydrodynamic waves (e.g., Alfvén waves)
- 52.35.Tc Shock waves and discontinuities

Índice general

1	Introducción	1
2	Marco teórico	3
2.1	El Sol	3
2.1.1	Estructura	3
2.1.2	Arcos coronales	5
2.1.3	Observaciones de modos <i>sausage</i> en arcos coronales	6
2.1.4	Fulguraciones	7
2.2	Teoría del plasma	8
2.2.1	Plasma	8
2.2.2	Magnetohidrodinámica	12
2.2.3	Ondas MHD	15
2.3	Herramientas numéricas	23
2.3.1	Método de volúmenes finitos en MHD	24
3	Simulaciones	29
3.1	Modelo	29
3.2	Configuración en equilibrio	31
3.2.1	Salto en campo magnético	33
3.2.2	Salto en temperatura	35
3.2.3	Elección de parámetros iniciales del equilibrio	37
3.3	Condiciones de contorno	38
3.3.1	Cromosfera	38
3.3.2	Line Tied	39
3.4	Perturbaciones iniciales	40
3.4.1	Estudio 1: deposiciones localizadas	40
3.4.2	Estudio 2: desequilibrio total	42
4	Análisis de Resultados	43
4.1	Comparación entre modos atrapados y modos de fuga	44
4.2	Comparación entre dos condiciones de borde: cromosfera y <i>line tied</i>	49
4.3	Equilibrio y perturbaciones	57
4.3.1	Equilibrio	57

4.3.2	Pulso 1 colocado en el ápex	58
4.3.3	Pulso 1 colocado en la base	65
4.3.4	Pulso 2 colocado en el ápex	68
4.3.5	Discontinuidad	73
5	Conclusiones	83
5.1	Conclusiones	83
5.1.1	Sobre los modos de oscilación:	83
5.1.2	Sobre las deposiciones de energía	84
5.1.3	Generales	85
5.2	Trabajo Futuro	85

Introducción

Se conoce como plasma a un gas o conjunto de partículas libres y cargadas, tal que es globalmente neutro dándose lugar a comportamientos colectivos. Es uno de los estados más abundantes de la materia; alrededor del 99 por ciento del universo se encuentra en este estado. Eso se debe principalmente a que las estrellas, debido a sus altas temperaturas, están conformadas por plasma e inundan constantemente el medio interplanetario con el viento solar. La Tierra mediante su campo magnético repele gran parte del viento estelar formando un oasis en medio del sistema solar y permitiendo así la existencia de la vida como se conoce. En la Tierra existen solo algunos ejemplos de plasmas en la naturaleza como lo son rayos de las tormentas, el fuego y la ionosfera terrestre; más allá de esto desde hace un siglo se vienen trabajando en desarrollos tecnológicos, donde poder controlar sistemas de plasmas se ha vuelto relevante como por ejemplo en soldadoras de plasma, propulsores para satélites y confinamiento magnético que se utiliza por ejemplo en reactores nucleares de fusión donde es necesario confinar materia a muy altas temperaturas y bajas densidades para que sea posible el desarrollo de las reacciones nucleares.

Para poder estudiar determinados fenómenos astrofísicos es necesario describir la dinámica del plasma cuando éste se encuentra bajo la presencia de campos magnéticos como en el caso del Sol. Esto se debe a que los plasmas al ser gases ionizados presentan una alta conductividad interactuando fuertemente con campos electromagnéticos externos y generando comportamientos muy distintos a los de un gas neutro. Un modelo que contempla estas características es conocido como Magnetohidrodinámica o MHD que se basa en la descripción del plasma como un fluido conductor acoplando las ecuaciones de Navier-Stokes para los fluidos con las ecuaciones de Maxwell para la evolución de los campos electromagnéticos.

En este trabajo final de grado se pretende aportar al conocimiento general de los plasmas astrofísicos estudiando un fenómeno que ocurre en estrellas magnetizadas como el Sol: la propagación de *ondas magnetohidrodinámicas en plasmas estructurados magnéticamente*. Estas son oscilaciones que solo pueden darse en plasmas y si bien comparten propiedades con las ondas de sonido el hecho de que el gas sea conductor hace que se tengan otros modos como las ondas de Alfvén y modos magnetoacústicos. Un gas puede ser pensado como un sistema isótropo incluso si está ionizado, pero el hecho de imponer un campo magnético rompe con esa isotropía. Por ello en este trabajo se estudia cómo afecta a la propagación de modos magnetohidrodinámicos el hecho de tener una estructuración magnética, es decir un campo magnético bien definido en dirección e intensidad.

En particular el trabajo se realizó sobre arcos corales presentes en la atmósfera solar, estructuras cilíndricas y curvas fijadas por sus extremos a la atmósfera solar y llenos con plasma más caliente y más denso que su entorno. Estas estructuras son observadas mediante telescopios solares pudiendo obtenerse parámetros característicos como longitudes, radios y períodos de oscilación que cuando se utilizan en una teoría que describe la oscilación de estas estructuras permite inferir parámetros como intensidad del campo magnético, densidades o temperaturas dando origen a toda un área de la heliofísica conocida como sismología coronal.

El trabajo se divide en 5 capítulos. En el capítulo 2 se presenta la teoría necesaria, primero se introduce la estructura solar y se hace foco en la descripción de los arcos corales como estructuras, luego se presenta la teoría de plasma a utilizar y las ecuaciones que se pretende resolver. Finalmente se describen los métodos numéricos y el código a utilizar para resolver las ecuaciones.

En el capítulo 3 se discute todo lo inherente a los modelos a utilizar. Se establece un modelo empleado en la literatura y se deducen los parámetros iniciales que se van a implementar para respetar un conjunto de restricciones que deben satisfacerse en la corona solar como es el hecho de que el campo magnético domine al plasma y que las oscilaciones sean atrapadas. También se discute la implementación de dos condiciones de borde y las perturbaciones responsables de la aparición de oscilaciones en la estructura.

En el capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos. Primero se comparan los resultados de las simulaciones para un sistema que debería generar modos atrapados con uno en el que los modos deberían ser de fuga. Luego se comparan simulaciones donde se implementa una condición de borde *line tied* con una implementación de una cromosfera. Para finalmente centrarse en el estudio de los efectos de distintas perturbaciones en la estructura.

Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo y se plantea el trabajo futuro.

Marco teórico

Índice

2.1	El Sol	3
2.2	Teoría del plasma	8
2.3	Herramientas numéricas	23

2.1. El Sol

El Sol es una estrella compuesta principalmente por hidrógeno y helio, se encuentra en el centro del sistema solar y es la principal fuente de radiación electromagnética de la Tierra. Debido a las altas temperaturas desarrolladas en las distintas partes de esta estrella sus componentes se encuentran ionizados. Sobre ella se realizan diversos estudios ya que debido a su cercanía a la Tierra es un laboratorio de plasma natural que puede ser observado mediante telescopios e incluso es posible enviar sondas espaciales para realizar mediciones en su atmósfera.

2.1.1. Estructura

El Sol genera energía a partir de la fusión nuclear que se desarrolla en su núcleo. Este proceso es llevado a cabo allí debido a que el material está muy comprimido por la fuerza de la gravedad y alcanza temperaturas superiores a los 15 MK. La siguiente zona característica es la zona radiativa donde la energía producida en el

núcleo es transportada hacia la superficie mediante procesos radiativos, lo característico de esta región es que la radiación procedente del núcleo que es de alta energía y por lo tanto longitudes de onda cortas pierde energía al interactuar con la materia. La siguiente zona es conocida como zona convectiva debido a que allí la dinámica del fluido domina. En la parte superior de esta zona se encuentra la fotosfera solar, una capa de 400 km que es la interfase entre la región interna del Sol y su atmósfera. La fotosfera es la superficie visible desde la Tierra y a esto debe su nombre.

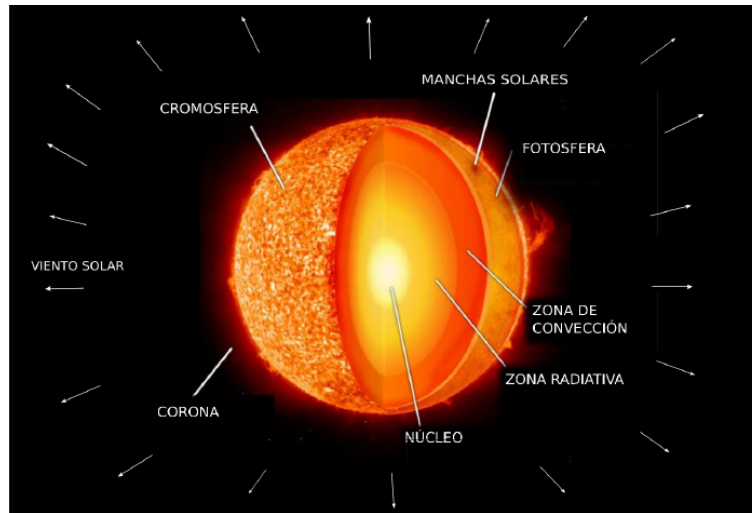


Figura 2.1: Distintas capas del Sol.

Sobre la fotosfera se encuentra una capa de transición con un espesor aproximado de 10000 km conocida como cromosfera, su temperatura ronda los 60000 K. Debido a que su densidad es considerablemente menor a la densidad de la fotosfera solo puede observarse mediante la utilización de coronógrafos o durante eclipses (figura 2.2).

Finalmente se tiene la corona solar, su temperatura ronda los 10 MK y la densidad decae exponencialmente con la altura dando lugar a una escala de altura que ronda los 100 Mm (Costa, Schneiter y Cécere 2015). Un problema abierto de la astrofísica es por qué la temperatura de la corona supera a la de su superficie. La comunidad científica está de acuerdo que se debe a la transferencia de energía magnética del Sol hacia el plasma, pero los mecanismos específicos no están establecidos. Muchos estudios evalúan la posibilidad de que esta transferencia de energía sea realizada mediante la propagación de ondas magnetoacústicas en combinación con micro fulguraciones (Klimchuk 2015). En esta región se genera el viento solar conformado por partículas aceleradas que inundan el sistema solar interactuando con los planetas y produciendo variados fenómenos como las auroras.

Todas las capas que conforman la atmósfera solar (fotosfera, cromosfera y corona) se encuentran en estado de plasma y por lo tanto son sensibles a los campos electromagnéticos. Se sabe que el Sol tienen un campo magnético variante y muy activo que es responsable de gran parte de la fenomenología observada en la corona solar como son los arcos magnéticos.



Figura 2.2: Eclipse total observado desde San Juan Argentina el 2 de julio del 2019, en la imagen se observa la corona solar.

2.1.2. Arcos coronales

Las observaciones realizadas sobre la corona solar han revelado que el plasma se encuentra confinado en tubos de flujo magnético que están anclados sobre la superficie solar en ambos extremos. Cuando el plasma confinado es calentado respecto al ambiente su temperatura y presión aumentan entonces es posible observar estas estructuras como arcos curvos y brillantes.

Estas estructuras se ven replicadas en distintas regiones de la corona con distintos tamaños. En la tabla 2.1 se pueden ver las características principales de los distintos tipos de arcos donde las longitudes características varían en más de dos órdenes de magnitud. Como se mencionó el brillo de estas estructuras se debe a que su temperatura y densidad es notablemente mayor que la de la corona. Respecto a su geometría se caracterizan por tener una sección transversal uniforme a lo largo del arco (Reale 2010).

Tipo	Longitud [10 Mm]	Temperatura [MK]	Densidad [10^9 cm^{-3}]	Presión [dynas/cm ²]
Puntos brillantes	0.1 – 1	2	5	3
Regiones activas	1 – 10	3	1 – 10	1 – 10
Arcos gigantes	10 – 100	1 – 2	0.1 – 1	0.1
Arcos fulgurantes	1 – 10	> 10	> 50	> 100

Cuadro 2.1: Parámetros típicos para distintos arcos coronales obtenidos de Reale 2010, en la imagen 2.3 se pueden ver los distintos tipos de arcos.

Ha habido múltiples intentos por generar una clasificación unificada de los arcos coronales, sin embargo hasta el momento no existe. El principal problema es la gran cantidad de casos particulares y la variabilidad de escalas y fenómenos que en ellos ocurre. Una de las clasificaciones existente los ordena de acuerdo a sus temperaturas en *fríos*, *cálidos* y *calientes* como pueden verse en la tabla 2.2.

Tipo	Temperatura [MK]
Fríos	0.1 – 1
Cálidos	1 – 1.5
Calientes	> 2

Cuadro 2.2: Clasificación de los arcos de acuerdo a su temperatura.

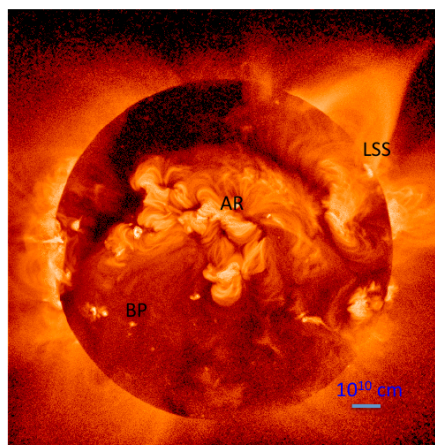


Figura 2.3: Los arcos coronales tienen diferentes escalas espaciales, en la imagen se ven los de puntos brillantes (BP), arcos de regiones activas (AR) y estructuras de gran escala (LSS).

2.1.3. Observaciones de modos *sausage* en arcos coronales

A lo largo de los últimos años se ha observado que los arcos coronales funcionan como guías de ondas para los modos magnetohidrodinámicos. La primera observación de esto fue realizada por Aschwanden, Lyndsay Fletcher y col. 1999 mediante datos obtenidos por TRACE (*Transition Region And Coronal Explore*). Este hecho abrió una nueva posibilidad en las investigaciones de heliofísica por dos razones. Por un lado la observación mediante satélites de estos fenómenos en conjunto con modelos matemáticos precisos permitió dar origen a la sismología coronal, una rama de la ciencia que busca poder determinar valores de parámetros coronales como densidades, intensidades de campo magnético, conductividad del plasma y temperatura a partir de parámetros geométricos de los arcos y tiempos característicos de las oscilaciones. Por otro lado, permitió analizar el grado de contribución que la disipación de estas ondas tendría en el calentamiento coronal.

En la teoría magnetohidrodinámica existen diferentes modos que pueden ser excitados en los arcos coronales como los modos *sausage* y los modos *kink*. Los primeros consisten en una variación relativa de la densidad de la

estructura respecto al medio mientras que los segundos consisten en un movimiento global serpenteante del arco. Los modos *kink* han sido los primeros en observarse debido a que tecnológicamente es más simple la detección del movimiento global de una estructura. Por otro lado los modos *sausage* no son tan evidentes y además su propagación está muy condicionada a valores geométricos y de densidades como se verá más adelante. En el trabajo realizado por Aschwanden, Valery M. Nakariakov y Victor F. Melnikov 2004 se rescatan las observaciones en microondas y rayos X estudiadas por Asai y col. 2001 y V. F. Melnikov, Reznikova, Yokoyama y col. 2002 como casos consistentes con una oscilación atrapada del tipo *sausage*. Ambas observaciones fueron realizadas en regiones activas y están asociados a fulguraciones. Otro trabajo donde se detectaron posibles oscilaciones del tipo *sausage* es el realizado por Srivastava y col. 2008 pero esta vez en arcos fríos post fulguraciones.

En el trabajo realizado por Asai y col. 2001 se determinó que los valores iniciales dentro del arco fueron: densidad $\rho = 7.14 \times 10^{-14} \text{ gr/cm}^{-3}$, campo magnético $B = 152 \text{ G}$ y una temperatura de $T = 2.4 \text{ MK}$. También se determinó que el arco tenía una longitud $l = 15 \text{ Mm}$ y un radio $r = 2.8 \text{ Mm}$. En este trabajo se midió un período $P = 6.6 \text{ s}$ asociado a un modo *sausage* global.

Las observaciones realizadas en V. F. Melnikov, Reznikova, Yokoyama y col. 2002 fueron luego analizadas en V. F. Melnikov, Reznikova, Shibasaki y col. 2004 en búsqueda de modos *sausage* y se determinó que los valores iniciales dentro del arco fueron: densidad $\rho = 1.63 \times 10^{-13} \text{ gr/cm}^{-3}$, campo magnético $B = 90 \text{ G}$ y una temperatura de $T = 9 \text{ MK}$. También se determinó que el arco tenía una longitud $l = 25 \text{ Mm}$ y un radio $r = 2.9 \text{ Mm}$. En este trabajo se observaron períodos característicos $P_1 = 14 - 17 \text{ s}$ y $P_2 = 8 - 11 \text{ s}$. Además se notó que la intensidad de las oscilaciones era diferente en las patas (dominaba P_2) y en la parte superior o apex (dominaba P_1).

En el trabajo realizado por Srivastava y col. 2008 se determinó que el arco tenía una longitud $l = 97 \text{ Mm}$ y un radio $r = 3 \text{ Mm}$ y no se determinaron otros valores iniciales. Este arco es notablemente mayor a los estudiados por los otros autores y pertenece a la categoría de arcos fríos. Mediante las observaciones realizadas con el telescopio solar ARIES se encontraron dos períodos característicos $P_1 = 587 \text{ s}$ asociado al ápex del arco y $P_2 = 349 \text{ s}$ asociado a las bases o puntos de anclaje.

Estos trabajos observacionales dan un rango de tamaños, densidades, campos magnéticos y períodos de oscilación que son útiles para modelar y estudiar los alcances de diversas teorías.

2.1.4. Fulguraciones

Los arcos coronales son capaces de funcionar como guías de onda para los modos magnetohidrodinámicos. Ahora bien, estas ondas son producto de alguna perturbación que se produce en el medio coronal. Para el conjunto de arcos localizados en regiones activas es posible que estas perturbaciones sean generadas por las fulguraciones solares.

Las fulguraciones solares son fenómenos explosivos observados en la atmósfera solar. La energía liberada durante una fulguración puede cambiar en varios órdenes de magnitud pero ronda los 10^{30} ergios y está compuesta por varios términos: energía electromagnética, energía térmica e incluso energía cinética (Shibata y Magara 2011). Su tamaño puede variar notablemente y no son fenómenos momentáneos sino que suelen prolongarse en el tiempo entre 10^3 y 10^4 segundos. Algunos valores típicos pueden observarse en la tabla 2.3.

	Tamaño [10 Mm]	Escala de tiempo [s]	Energía [erg]
Micro fulguraciones	0.5 – 4	60 – 600	$10^{26} - 10^{29}$
Fulguraciones impulsivas	1 – 10	$60 - 3 \times 10^3$	$10^{29} - 10^{32}$
Fulguraciones LDE	10 – 40	$3 \times 10^3 - 10^5$	$10^{30} - 10^{32}$

Cuadro 2.3: Valores típicos para distintos tipos de fulguraciones (Shibata y Magara 2011).

2.2. Teoría del plasma

Se denomina plasma a un gas o conjunto de partículas libres y cargadas tal que es globalmente neutro dándose lugar a comportamientos colectivos. En la práctica con un cierto grado de ionización es suficiente para que un gas muestre propiedades electromagnéticas (conductividad). Incluso con un 0.1 % de ionización algunos gases alcanzan la mitad de su conductividad eléctrica máxima que es alcanzada cuando se llega al 1 % de ionización (Bellan 2006). En este trabajo se considera que el plasma está totalmente ionizado como es el caso de la corona solar y además se lo considera globalmente neutro.

En estas secciones se discutirá qué condiciones debe cumplir un sistema para ser considerado un plasma y se introducirá un modelo para describir los fenómenos que suceden en la corona solar: la Magnetohidrodinámica. Esta es una aproximación que considera al plasma como un sistema continuo. Para que su aplicación sea posible, ciertas condiciones deben satisfacerse.

2.2.1. Plasma

Como se mencionó anteriormente un gas ionizado puede ser un plasma. Debido a que el sistema está ionizado este se vuelve altamente conductor estableciéndose corrientes que interactúan con los campos electromagnéticos. Debido a esto, la dinámica de este sistema queda determinada por la interacción entre los campos electromagnéticos y un número estadísticamente grande de partículas cargadas (Boyd y Sanderson 2013). Si se trabaja en el límite clásico la evolución temporal del plasma puede ser calculada mediante un proceso iterativo donde primero se utiliza la ecuación de Lorentz para obtener la posición \mathbf{x} y la velocidad \mathbf{v} de cada partícula conociendo los campos eléctricos $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ y magnéticos $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$, luego se utilizan las ecuaciones de Maxwell

para obtener los campos electromagnéticos en término de trayectorias y velocidades. Este enfoque si bien es fácil de comprender no es aplicable debido a la gran cantidad de partículas y variables que están en juego.

Alternativamente lo que se hace es un enfoque desde los medios continuos. Para esto es importante que el sistema mantenga su cohesión y responda colectivamente ante los campos externos. Esto ocurrirá siempre y cuando el tiempo de respuesta del plasma y su longitud característica sean mucho menores a los tiempos y longitudes del fenómeno estudiado. El tiempo de respuesta del plasma puede entenderse como el período en el cual las partículas que componen al medio compensan los apartamientos locales de la neutralidad. Si se produce un desbalance de cargas en algún punto del plasma, se generarán pequeños campos eléctricos internos que a su vez generarán fuerzas restitutivas que harán oscilar a las partículas hasta que se restablezca la neutralidad. Si el fenómeno que se estudia generase campos eléctricos y/o magnéticos que varían más rápido que el tiempo de respuesta del plasma, entonces este no podrá adaptarse y se perdería la cuasineutralidad con lo que ya no puede estudiarse como tal (Costa, Schneiter y Cécere 2015).

Parámetros del plasma

Frecuencia de plasma y longitud de Debye

La frecuencia de plasma es la escala temporal más fundamental de los plasmas y determina sus tiempos característicos. Está definida como:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n^2}{\epsilon_0 m}}, \quad (2.1)$$

donde ϵ_0 es la permeabilidad eléctrica del vacío, n es la densidad numérica de partículas y m sus masas. Dado que el plasma es estadísticamente neutro, pequeños apartamientos de la neutralidad generan campos eléctricos. La fuerza restitutiva producida por dicho campo genera oscilaciones espontáneas que ocurren a la frecuencia de plasma ω_p .

Así como la frecuencia del plasma determina una escala temporal fundamental, la longitud de Debye define la escala espacial y esta dada por:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T}{ne^2}}, \quad (2.2)$$

donde T es la temperatura, y e la carga electrónica; esta distancia define un volumen conocido como esfera de Debye dentro del cual existe influencia de los campos y por fuera los campos son apantallados. Estos dos parámetros establecen los límites espaciales y temporales para el comportamiento colectivo del plasma.

Parámetro de plasma Λ

Se define el parámetro de plasma Λ como:

$$\Lambda = 4\pi n \lambda_D^3, \quad (2.3)$$

se puede ver que este parámetro es proporcional a la cantidad de partículas encerradas por la esfera de Debye y a su vez puede ser escrito en término de la distancia media entre partículas r_d y la distancia de máximo acercamiento entre partículas dada por el potencial coulombiano r_c (para más detalles ver Costa, Schneider y Cécere 2015),

$$\Lambda = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{r_d}{r_c} \right)^{3/2}. \quad (2.4)$$

Si $\Lambda \gg 1$ entonces la esfera de Debye contiene una gran cantidad de partículas y la distancia media entre partículas es mucho mayor a la distancia de máximo acercamiento lo cual implica que la energía térmica es mayor a la energía coulombiana. En el caso contrario donde $\Lambda \ll 1$ la cantidad de partículas en la esfera de Debye es notablemente menor y la distancia entre partículas es menor a la de máximo acercamiento, dando cuenta de que la energía coulombiana es mayor, se suele decir que este es un plasma con mayor acoplamiento.

De esto puede verse que si el plasma está fuertemente acoplado debe ser un sistema frío y denso mientras que los plasmas débilmente acoplados son calientes y poco densos. La corona solar se corresponde con este último caso y por consiguiente en este trabajo se estudian plasmas débilmente acoplados y no colisionales.

Plasmas magnetizados

Se conoce como plasma magnetizado a aquellos sistemas donde el campo magnético es lo suficientemente intenso como para alterar la trayectoria de las partículas. El efecto del campo sobre estos plasmas es el de romper la isotropía que pueden tener haciendo que el sistema responda de forma diferente a las fuerzas aplicadas de forma paralela o perpendiculares al campo magnético.

Como es sabido, sobre las partículas cargadas y con velocidad no nula al estar expuestas a un campo magnético aparece una fuerza de Lorentz, el efecto de esta fuerza es hacer que la partícula ejecute un movimiento circular en el plano perpendicular al campo mientras se mueve libremente en la dirección paralela. El radio del giro ejecutado por la partícula se conoce como radio de Larmor,

$$r_{Larmor} = \frac{v_{\perp}}{\Omega}, \quad (2.5)$$

donde $\Omega = eB/m$ es la frecuencia de ciclotrón y v_{\perp} es la componente de la velocidad perpendicular al campo, se puede observar entonces que a medida que se aumenta la intensidad del campo el radio de Larmor va disminuyendo, quedando así "atrapada" la partícula.

Un plasma se dice magnetizado si su longitud característica L es grande comparada con el radio de Larmor.

Parámetro β del plasma

En un plasma magnetizado se tienen principalmente dos fuerzas que compiten constantemente, por un lado las producidas por el campo electromagnético y por el otro el gradiente de presiones producido por el gas. El parámetro β busca representar cual de estas fuerzas es la que domina en el sistema y por esto es definido como el cociente entre la presión del gas p y la presión magnética definida como $B^2/8\pi$,

$$\beta = \frac{p}{B^2/8\pi} . \tag{2.6}$$

De esta ecuación puede verse que si el parámetro $\beta < 1$ se tiene un sistema gobernado por los campos magnéticos y podrá observarse una mayor estructuración del sistema, mientras que si $\beta > 1$ el plasma está dirigido por el gas dando lugar a un sistema más caótico. En la figura 2.4 se puede ver cómo cambia el β en el Sol evidenciando que es mucho menor a uno en la corona donde puede observarse un ambiente estructurado en la figura 2.5.

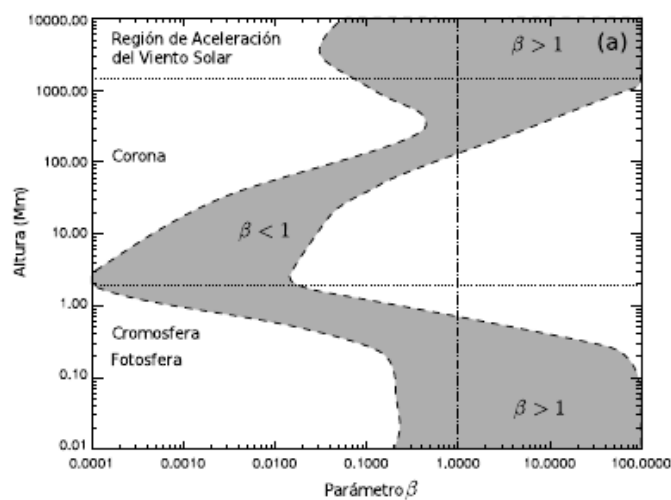


Figura 2.4: Variación del parámetro β en el Sol.

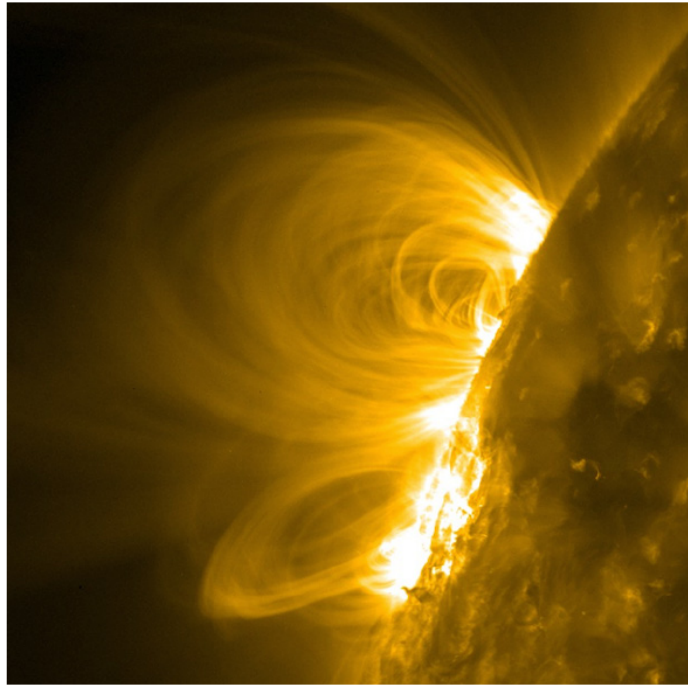


Figura 2.5: Imagen tomada por SDO/AIA el 24 de febrero de 2011 donde puede observarse una corona estructurada y una cromosfera caótica.

2.2.2. Magnetohidrodinámica

Como se mencionó al introducir la sección anterior, resolver todas las ecuaciones individuales de cada partícula no es un procedimiento que pueda realizarse para volúmenes astrofísicos. Por esta razón se aborda el problema desde el punto de vista hidrodinámico. La descripción física de un sistema hidrodinámico se realiza mediante las leyes de conservación para la masa, la densidad de momento y la densidad de energía del fluido, cuando se hace de forma integral se obtiene el conjunto de ecuaciones conocido como ecuaciones de Navier-Stokes. En el caso de un fluido conductor, estas ecuaciones se acoplan con las ecuaciones de Maxwell dando origen a la Magnetohidrodinámica (MHD).

En la deducción de las teorías hidrodinámicas se apela a la colisionalidad de los gases como medio para establecer el equilibrio termodinámico local del sistema. Sin embargo en la sección 2.2.1 se aclaró que los plasmas aquí estudiados son no colisionales. Entonces es válido preguntarse cómo se genera el equilibrio. En los plasmas totalmente ionizados las partículas cargadas interactúan mediante el campo eléctrico y es la fuerza de largo alcance que este genera la responsable de establecer el equilibrio termodinámico local.

Ecuaciones de la MHD

En la aproximación MHD el plasma es tratado como un gas magnetizado conductor de corriente y eléctricamente neutro. La teoría de un fluido (MHD) describe al plasma en término de promedios macroscópicos es decir como funciones de la posición y el tiempo. Para que esta aproximación sea válida, la densidad, intensidad del campo y temperaturas deben ser tales que el comportamiento del fluido pueda representarse promediando los fenómenos microscópicos. El modelo MHD aquí presentado es el más sencillo que se puede obtener, son las ecuaciones MHD ideales de un fluido (existen modelos de dos fluidos que consideran sistemas conformados por más de una especie, protones y electrones por ejemplo).

Las ecuaciones de la MHD ideal donde no hay fuerzas externas aplicadas (como la gravedad) y en el sistema de unidades CGS pueden ser escritas como:

Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.7)$$

ecuación de conservación del momento

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \frac{c}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2.8)$$

donde $\frac{D\mathbf{v}}{Dt}$ es la derivada material que describe la variación temporal del campo de velocidades de un elemento de volumen del fluido.

Ecuación de evolución de la energía

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \nabla \cdot \left[\left(e + p + \frac{B^2}{8\pi} \right) \mathbf{v} - \frac{1}{4\pi} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} \right] = 0, \quad (2.9)$$

ecuación de inducción magnética

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2.10)$$

y ausencia de monopolos magnéticos

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.11)$$

Además se tiene un conjunto de ecuaciones que permiten obtener la corriente eléctrica y el campo eléctrico.

ecuación de Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (2.12)$$

y la ley de Ohm

$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}. \quad (2.13)$$

Donde ρ es la densidad del medio, p su presión, \mathbf{v} la velocidad y e la densidad de energía total por unidad de volumen

$$e = \rho \epsilon + \frac{1}{2} \rho v^2 + \frac{B^2}{8\pi}, \quad (2.14)$$

donde ϵ es la densidad de energía interna y para un gas ideal se tiene

$$\epsilon = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}. \quad (2.15)$$

Las deducciones de estas ecuaciones se pueden encontrar en diversos textos sobre plasmas como pueden ser Costa, Schneider y Cécere 2015, Boyd y Sanderson 2013, Goedbloed, Keppens y Poedts 2010 o Bellan 2006.

Como la MHD se basa en un sistema que es un fluido y está magnetizado entonces se sabe que las fuerzas que actúan en él son de dos orígenes, por un lado la fuerza proveniente del gradiente de la presión del gas y por el otro la fuerza de Lorentz (lado derecho de la ecuación 2.8) que puede ser descompuesta en dos términos: un gradiente y un término de tensiones magnéticas

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \frac{1}{4\pi}(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} - \nabla \left(\frac{B^2}{8\pi} \right). \quad (2.16)$$

El término dentro del gradiente es conocido como presión magnética debido a su analogía con la presión del gas. Estas tres fuerzas son las responsables de toda la dinámica dentro de este sistema.

Teorema de Alfvén

Dentro de la teoría de la MHD ideal, donde se tiene conductividad infinita, existe un resultado conocido como Teorema de Alfvén: *En un plasma perfectamente conductor, o donde la escala de longitudes es suficientemente grande como para despreciar el término difusivo, el flujo magnético a través de una superficie rodeada por una curva cerrada que se mueve en el plasma permanece constante en el tiempo.* De donde resulta que el campo magnético se comporta como si las líneas de campo se movieran solidariamente con el plasma. Esto quiere decir que si el área solidaria a un elemento de plasma aumenta, el campo magnético debe disminuir para poder mantener nula la derivada material del flujo. Este resultado implica que el fluido no puede desplazarse transversalmente a las líneas de campo y se dice que el flujo y el campo magnético están congelados, ya que las líneas de campo magnético serán también las líneas de corriente del fluido.

Esto da origen a la noción de confinamiento magnético del plasma lo cual sucede en los arcos coronales. Se tiene un fluido más caliente y más denso que el medio que lo rodea, la corona, contenido por la presencia del campo magnético

2.2.3. Ondas MHD

En MHD existen dos velocidades características, la velocidad de Alfvén c_A y la velocidad del sonido c_s . Si se piensa en un plasma de densidad uniforme ρ_0 , presión p_0 y con un campo magnético uniforme \mathbf{B}_0 , estas velocidades fundamentales quedan definidas como:

$$c_A = \sqrt{\frac{B_0^2}{4\pi\rho_0}}, c_s = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}. \quad (2.17)$$

El hecho de tener un campo magnético \mathbf{B}_0 aplicado en una dirección en particular impone una asimetría que en un gas no magnetizado no existe. Entonces es de esperarse que la propagación de las perturbaciones difieran a aquellas de un gas isótropo.

En un sistema de estas características cualquier perturbación que comprima el plasma tenderá a propagarse como una onda de sonido, esto sin embargo se verá corregido dependiendo de cuanto se comprima el campo magnético. También es posible tener perturbaciones del equilibrio tales que no se comprima el plasma. Este tipo de oscilaciones serán aquellas que curven las líneas del campo magnético pero no las compriman. Al curvar líneas de campo magnético se generan corrientes que se oponen a esta curvatura a través de la fuerza de Lorentz tratando de restablecer el equilibrio resultando en una oscilación. Este tipo de perturbación que tuerce pero no comprime a las líneas de campo se propaga como una onda en una cuerda elástica. Estas ondas son conocidas como *ondas de Alfvén* y se propagan con la velocidad de Alfvén c_A .

Las perturbaciones que comprimen el plasma se propagan con diferentes velocidades dependiendo de la dirección respecto del campo magnético \mathbf{B}_0 . Como se tienen dos contribuciones a la presión total, la presión magnética y la presión del gas, surge la posibilidad de que las fuerzas producidas por estas presiones actúen en sentidos iguales u opuestos. Cuando actúan en el mismo sentido surge una perturbación que viaja de forma más rápida y es conocida como *onda magnetoacústica rápida*, cuando las fuerzas actúan de forma opuesta se tiene una perturbación que viaja más lentamente y es conocida como *onda magnetoacústica lenta*.

La velocidad de Alfvén también describe la contribución magnética a las ondas compresivas, por lo tanto esos modos están caracterizados por la velocidad de Alfvén c_A y la velocidad del sonido c_s . Las ondas rápidas tienen asociada una velocidad c_F definida como:

$$c_F = \sqrt{c_s^2 + c_A^2}. \quad (2.18)$$

Por otro lado la velocidad asociada a las ondas lentas es c_T definida como:

$$\frac{1}{c_T^2} = \frac{1}{c_s^2} + \frac{1}{c_A^2}. \quad (2.19)$$

De estas definiciones se puede ver que la velocidad de las ondas rápidas, c_F es supersónica y superalfvénica mientras que la velocidad de las ondas lentas, c_T , es subsónica y subalfvénica.

La descripción hecha hasta este punto sirve para marcar en líneas generales cuales son los tipos de perturbaciones que pueden viajar en un plasma uniforme. El hecho de que el campo magnético defina una dirección preferencial en el sistema y rompa con la isotropía hace que estas velocidades representen a las perturbaciones solo para ciertas direcciones de propagación y se tengan combinaciones diferentes para las direcciones intermedias.

La teoría de ondas lineales en MHD se basa en aplicar pequeñas perturbaciones a las ecuaciones de la MHD y asumir que las soluciones son ondas planas de la forma

$$u(\mathbf{x}, t) \propto e^{\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t}, \quad (2.20)$$

donde u representa a las variables de la MHD, \mathbf{k} es el vector de onda y ω su frecuencia. Utilizando este modelo se pueden obtener las soluciones formales a lo que se venía intuyendo.

Las ondas de Alfvén son entonces ondas transversales donde la tensión magnética es la fuerza restitutiva y cuya velocidad de fase ($c = \omega/k$) (Costa, Schneiter y Cécere 2015) es:

$$c = \pm c_A \cos(\theta) \quad (2.21)$$

donde θ es el ángulo formado entre el vector de onda \mathbf{k} y el campo magnético \mathbf{B}_0 . Este tipo de ondas no puede propagarse de forma perpendicular a las líneas de campo y como se mencionó anteriormente es incompresible, es decir que tanto la densidad como la presión no se ven modificadas.

Las ondas magnetoacústicas son ondas compresionales donde la fuerza restitutiva esta compuesta por el gradiente de presiones del plasma y por la fuerza de Lorentz. La velocidad de fase ($c = \omega/k$) es:

$$c^2 = \frac{1}{2} c_F^2 \left[1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{c_T^2}{c_F^2} \cos(\theta)} \right] \quad (2.22)$$

donde el (+) aplica a las ondas rápidas y el (-) a las ondas lentas. De está expresión puede observarse que si el ángulo θ es próximo a $\pi/2$ la velocidad de fase de la onda lenta se hace cero mientras que la velocidad de fase de la onda rápida se hace máxima. Debido a esto, se concluye que las ondas rápidas pueden propagarse en todas direcciones mientras que las ondas lentas dependen fuertemente de la dirección del campo magnético \mathbf{B}_0 compartiendo está propiedad con las ondas de Alfvén.

Las velocidades de fase de estos modos suelen ser graficadas en diagramas de fase conocidos como diagramas de Friedrichs (Bernard. Roberts 2019)) para evidenciar los comportamientos arriba descritos. Estos son diagramas polares donde se grafica $c(\theta)$. Para saber cuál es la velocidad de alguna de las ondas, debe trazarse una

línea recta desde el eje a una de las elipses, la distancia de la recta es la velocidad. En la figura 2.6 se muestran dos límites entre las velocidades características. En ambos gráficos puede verse que el único modo capaz de viajar de forma transversal al campo magnético es el magnetoacústico rápido.

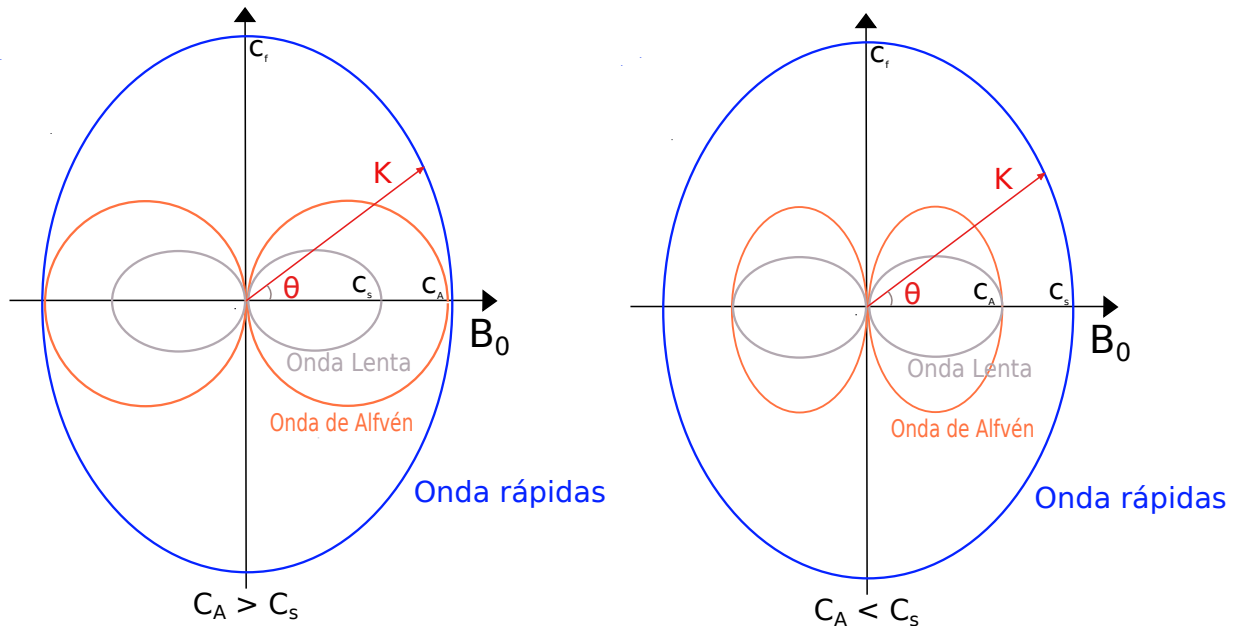


Figura 2.6: Diagrama de Friedrichs para la velocidad de fase de las distintas ondas.

Ondas MHD en medios estructurados

Se ha encontrado evidencia de que muchos de los plasmas astrofísicos son no uniformes y se encuentran estructurados principalmente por la presencia de campos magnéticos y fuerzas gravitacionales. Ese tipo de estructuración es particularmente evidente en la atmósfera solar donde se encuentran los arcos coronales. La propagación de ondas en atmósferas tan estructuradas presenta propiedades características que no se ven en los plasmas uniformes como la *amplificación* de la amplitud de la onda, *evanescencia*, aparición de *ondas de superficie*, *disipación* por aumento de los gradientes espaciales e incluso *acople de modos* (E. Priest 2014). Muchos de estos fenómenos son característicos de la propagación de ondas en medios discretos como puede ser las guías o cavidades de ondas electromagnéticas e incluso en las probabilidades de la mecánica cuántica en problemas como el pozo de potencial o la pared infinita.

La geometría cilíndrica descrita por las variables r, ϕ, z es de particular interés porque permite obtener algunos resultados analíticos, en lo que sigue se va asumir que el campo magnético del sistema en equilibrio está en la dirección z y este solo puede depender de la variable radial,

$$\mathbf{B}_0 = B_0(r)\mathbf{e}_z, \tag{2.23}$$

al igual que la densidad $\rho_0(r)$, temperatura $T_0(r)$ y por extensión la presión $p_0(r)$. Como no se está asumiendo ningún tipo de curvatura en la estructura el equilibrio queda determinado por la suma de presiones magnéticas y del gas,

$$p(r) + \frac{B_0^2(r)}{8\pi} = cte. \quad (2.24)$$

El caso más simple que puede tratarse es el tubo de radio $r = a$ tal que las variables dentro del tubo toman un valor constante y por fuera toman otro valor,

$$B(r) = \begin{cases} B_l & r < a \\ B_0 & r > a, \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\rho(r), T(r) = \begin{cases} \rho_l, T_l & r < a \\ \rho_0, T_0 & r > a, \end{cases} \quad (2.26)$$

como puede verse en la figura 2.7.

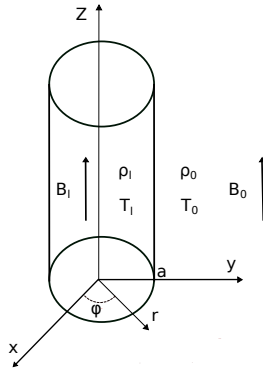


Figura 2.7: Esquema del cilindro con las variables de equilibrio.

Al igual que en la teoría de ondas MHD que se propagan en medios homogéneos para obtener relaciones de dispersión lo que se hace es tomar las ecuaciones de la MHD 2.7 a 2.10 perturbarlas sobre el equilibrio impuesto (ecuaciones 2.25 y 2.26), considerar las perturbaciones a primer orden y proponer como soluciones ondas planas (ecuación 2.20). Este proceso si bien puede ser descrito en pocas palabras es algebraicamente extenso y puede encontrarse con gran detalle en Bernard. Roberts 2019.

La relación de dispersión que se obtiene para las ondas magnetoacústicas en cilindros magnéticos es,

$$\frac{1}{\rho_l(k_z^2 c_{Al}^2 - \omega^2)} m_l a \frac{I'_n(m_l a)}{I_n(m_l a)} = \frac{1}{\rho_0(k_z^2 c_{A0}^2 - \omega^2)} m_0 a \frac{K'_n(m_0 a)}{K_n(m_0 a)}, \quad (2.27)$$

donde I_m y K_m son las funciones de Bessel modificadas de primer y segunda especie y las tilde sobre estas funciones representa sus derivadas espaciales. Además aparecen dos nuevas cantidades como argumento de estas funciones m_l y m_0 asociadas a las velocidades características internas y externas definidas como:

$$m_l = \frac{(k_z^2 c_{sl}^2 - \omega^2)(k_z^2 c_{Al}^2 - \omega^2)}{(c_{sl}^2 + c_{Al}^2)(k_z^2 c_{tl}^2 - \omega^2)}, \quad (2.28)$$

$$m_0 = \frac{(k_z^2 c_{s0}^2 - \omega^2)(k_z^2 c_{A0}^2 - \omega^2)}{(c_{s0}^2 + c_{A0}^2)(k_z^2 c_{t0}^2 - \omega^2)}, \quad (2.29)$$

Se observa que la relación de dispersión 2.27 tiene infinitas soluciones ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$), una característica asociada a la simetría en ϕ del problema, los modos más bajos son conocidos como modo *sausage* ($n = 0$) y modo *kink* ($n = 1$). Estos dos modos pueden observarse en la figura 2.8. Si el tubo mantiene una sección circular centrada en el eje de simetría del tubo no perturbado, es decir que el eje del tubo no se modifica, entonces se está frente a un modo *sausage*; básicamente la sección del tubo se expande y se contrae pero siempre mantiene una forma circular. Por el contrario el modo *kink* se caracteriza por ser un desplazamiento del volumen con una oscilación del eje de simetría en un movimiento de serpiente. En el modo *kink* el tubo se desplaza como un todo siendo un modo prácticamente no compresivo (E. Priest 2014).

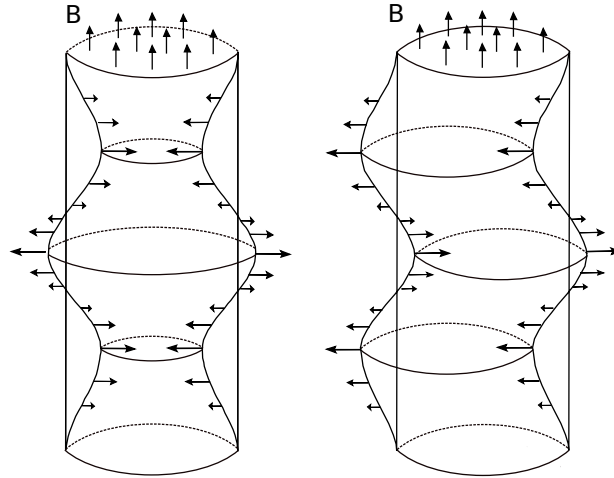


Figura 2.8: A la izquierda se puede ver el comportamiento del modo *sausage* y a la derecha el modo *kink*. Las flechas horizontales indican el movimiento local transversal al eje del tubo.

En la figura 2.9 puede verse el diagrama de dispersión para un tubo magnético en la baja corona, en él se aprecia que las soluciones para el modo *kink* se extienden hasta el límite de longitudes de onda largas mientras que el modo *sausage* tiene un cutoff en la velocidad de fase c_{A0} con lo cual no se tiene solución para números de onda $ka < k_c a$ donde k_c es el número de onda de corte obtenido por Edwin y B. Roberts 1983,

$$k_c = \left[\frac{(c_{sl}^2 + c_{Al}^2)(c_{A0}^2 - c_{Tl}^2)}{(c_{A0}^2 - c_{Al}^2)(c_{A0}^2 - c_{sl}^2)} \right]^{1/2} \left(\frac{j_{0,s}}{a} \right), \quad (2.30)$$

donde el subíndice l indica velocidades dentro del tubo y el subíndice 0 velocidades por fuera de este, observar que en la ecuación 2.30 entran en juego tres tipos de velocidades. La velocidad de Alfvén indicada con el subíndice A , la velocidad del sonido indicada con el subíndice s definidas en la ecuación 2.17 y la velocidad lenta indicada por el subíndice T definida en la ecuación 2.19. Finalmente $j_{0,s}$ son los ceros de la función de Bessel J_0 .

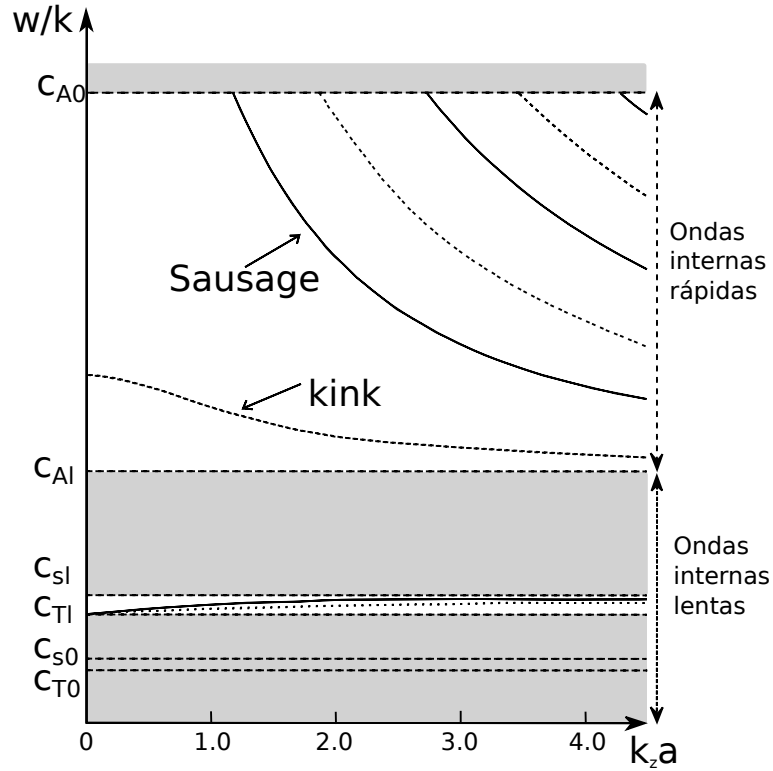


Figura 2.9: Diagrama de dispersión obtenido por Edwin y B. Roberts 1983, en el se pueden ver la relación de dispersión para un tubo magnético bajo condiciones coronales, es decir $c_{sl} < c_{Al} < c_{A0}$.

Utilizando la condición 2.30 en el trabajo realizado por Aschwanden, Valery M. Nakariakov y Victor F. Melnikov 2004, se obtuvo una condición que debe cumplirse relacionando el contraste de densidades con los tamaños característicos de los tubos magnéticos para lograr tener modos atrapados,

$$\frac{\rho_l}{\rho_0} > 2.4 \left(\frac{l}{2a} \right)^2, \quad (2.31)$$

donde ρ_l y ρ_0 son las densidades adentro del tubo y fuera del tubo respectivamente. Esta condición establece importantes limitaciones sobre el tipo de tubos que pueden desarrollar modos atrapados cuando se piensa en arcos coronales como puede verse en la figura 2.10. Oscilaciones globales del tipo *sausage* solo podrán obtenerse en arcos anchos y densos (V. M. Nakariakov, V. F. Melnikov y Reznikova 2003).

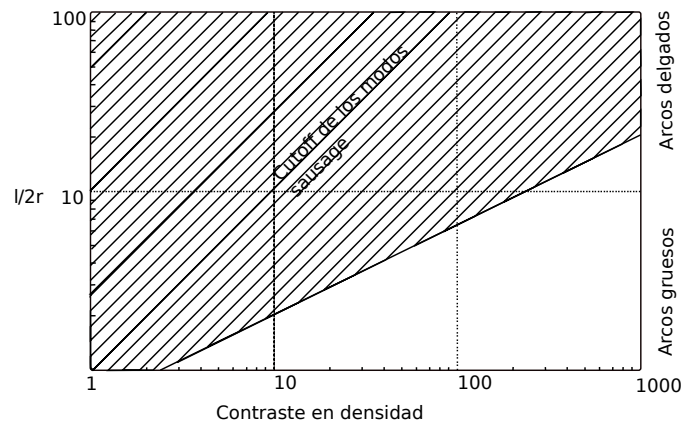


Figura 2.10: Número de onda de cutoff para los modos *sausage* en término de los cocientes entre densidades y entre longitudes características

Ondas de choque MHD

Cuando la perturbación es pequeña y se puede aplicar la teoría antes descrita entonces un paquete de ondas viaja sin modificar su perfil debido a que cada componente de la onda viaja con la misma velocidad. Sin embargo, cuando la amplitud de la perturbación es mayor, los términos no lineales de las aproximaciones pasan a ser relevantes. Esto puede hacer que las componentes de mayor amplitud de la onda pasen a tener velocidades más grandes que el resto alterando el perfil de la onda. Lo que sucede es que la cresta de la onda viaja más rápido que el resto produciéndose una discontinuidad en el medio (figura 2.11). Esta discontinuidad significa un aumento en diferentes gradientes y como consecuencia los términos disipativos de las ecuaciones comienzan a tener mayor importancia. Finalmente se llega a un estado estacionario donde se compensan los fenómenos no lineales y disipativos. Como consecuencia se tiene una discontinuidad acotada que viaja a través del medio con una velocidad superior a la característica, esto es conocido como onda de choque. Ejemplos clásicos dentro de la hidrodinámica son los estallidos producidos por aviones cuando superan la velocidad del sonido, explosiones de bombas o incluso los truenos.

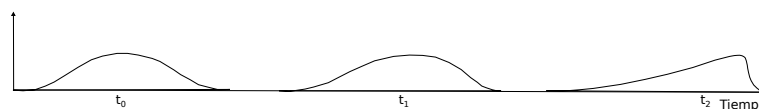


Figura 2.11: Formación de una onda de choque

El caso más simple a ser analizado pero que permite tener nociones generales del fenómeno son las ondas de choque hidrodinámicas. El choque en sí mismo puede ser pensado como una fina capa de transición entre dos regiones uniformes y en equilibrio. Usualmente este fenómeno se modela como una discontinuidad plana

entre dos regiones (figura 2.12) y se coloca el sistema de referencia sobre la discontinuidad de tal forma que el gas de la región 1, la no perturbada, se acerca hacia la discontinuidad con una velocidad v_1 y el gas de la región 2, la perturbada, se aleja con velocidad v_2 .

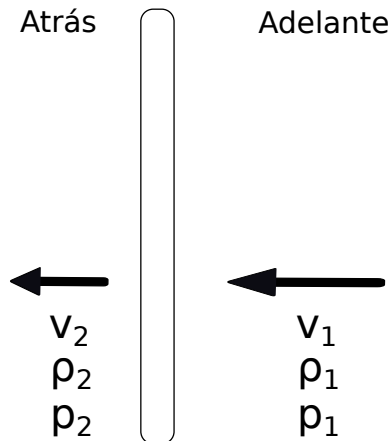


Figura 2.12: Las propiedades adelante y atrás de la onda de choque están asociadas con los subíndices 1 y 2, respectivamente

Las cantidades detrás del choque pueden ser obtenidas a partir de las cantidades no perturbadas planteando las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía:

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \quad (2.32)$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2 \quad (2.33)$$

$$p_2 v_2 + (\rho_2 \epsilon_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2) v_2 = p_1 v_1 + (\rho_1 \epsilon_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2) v_1 \quad (2.34)$$

En el caso de usarse que es un gas ideal recordamos que la densidad de energía por unidad de masa es $\epsilon = p / [(\gamma - 1) / \rho]$, entonces la ecuación 2.34 se reduce a

$$\frac{\gamma p_2}{(\gamma - 1) \rho_2} + \frac{1}{2} v_2^2 = \frac{\gamma p_1}{(\gamma - 1) \rho_1} + \frac{1}{2} v_1^2 \quad (2.35)$$

Este conjunto de ecuaciones es conocido como relaciones de Rankine-Hugoniot y permiten determinar las cantidades post choque a partir de los valores antes del choque. Además de estas relaciones es necesario agregar una condición sobre la entropía del sistema. La segunda ley de la termodinámica establece que la entropía del sistema aislado debe crecer es decir que $s_2 \geq s_1$, recordando la forma de la entropía para un gas ideal, ecuación 2.36, se obtiene la última condición sobre el sistema dado por la desigualdad 2.37.

$$s = c_v \log \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) + cte \quad (2.36)$$

$$\frac{p_2}{\rho_2^\gamma} \geq \frac{p_1}{\rho_1^\gamma}. \quad (2.37)$$

Existen dos tipos de ondas de choques en la MHD, ondas de choque rápidas y ondas de choque lentas. Ambas comparten la propiedad de ser ondas compresivas y aumentan la velocidad del medio en la dirección en la que se propagan. Se diferencian, sin embargo, en los efectos sobre el campo magnético y las velocidades de propagación. Las ondas de choque lentas disminuyen la intensidad del campo magnético y su velocidad de propagación siempre supera a la velocidad de las ondas magnetoacústicas lentas mientras que es menor a la velocidad de Alfvén del medio. Por otro lado las ondas de choque rápidas aumentan la intensidad del campo magnético y su velocidad es siempre superior a la magnetoacústica rápida (Costa, Schneiter y Cécere 2015).

2.3. Herramientas numéricas

Para poder estudiar los fenómenos que ocurren en la corona solar se recurre al modelo de la MHD. Las ecuaciones diferenciales que presenta este modelo tienen dependencia espacio-temporal, son no lineales y están acopladas haciendo que sea realmente complejo obtener soluciones analíticas incluso para problemas simples. Por esta razón se opta por resolverlas de forma numérica mediante el cálculo computacional.

El proceso que se realiza para obtener soluciones computacionales consiste básicamente de dos etapas. La primera es conocida como *discretización*, en esta lo que se hace es convertir el conjunto de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que se quiere resolver en un sistema de ecuaciones algebraicas. La segunda etapa consiste en la resolución de este sistema algebraico de ecuaciones.

El proceso de discretización usualmente es separado en dos partes, por un lado la discretización espacial y por el otro la discretización temporal. La primera en general involucra mayor dificultad porque se tienen tres dimensiones espaciales que evolucionan en todas las direcciones mientras que la dimensión temporal evoluciona en un único sentido, además las geometrías pueden ser complejas y las variables podrían ser discontinuas generándose fuertes gradientes. Para separar el proceso de discretización espacial primero se aproximan numéricamente solo aquellas expresiones que involucran derivadas espaciales y luego, esa aproximación es resuelta como un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias respecto a la variable temporal.

Las simulaciones presentadas en este trabajo final de licenciatura fueron realizadas utilizando el código abierto FLASH (Fryxell y col. 2000) desarrollado por la universidad de Chicago. Este código multifísica es capaz de resolver distintos problemas de flujo compresible y fue pensado para que los usuarios puedan controlar condiciones iniciales, implementar nuevas condiciones de borde e incluso agregarle física. En este trabajo se utilizó la unidad que resuelve las ecuaciones de MHD compresibles implementando una malla estructurada.

2.3.1. Método de volúmenes finitos en MHD

Para los fluidos suelen utilizarse técnicas específicas que explotan la propiedad de conservación de las ecuaciones; una de las más utilizadas es el método de volúmenes finitos y este es justamente el utilizado en la unidad MHD del código FLASH.

Las ecuaciones conservativas son de la forma:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S} \quad (2.38)$$

donde \mathbf{U} es el vector de variables conservativas, \mathbf{F} y \mathbf{G} son los vectores de flujo (considerando flujo bidimensional) en cada dirección y \mathbf{S} es un vector de términos fuente.

Al escribir las ecuaciones 2.7-2.10 para que queden expresadas de esta forma, el vector de variables conservativas queda definido como

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ B_x \\ B_y \\ E \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

y los vectores de flujo en cada una de las direcciones x e y de un sistema de coordenadas cartesianas quedan definidos como 2.40

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_x^2}{4\pi} \\ \rho v_x v_y - \frac{1}{4\pi} B_y B_x \\ 0 \\ v_x B_y - v_y B_x \\ (E + p + \frac{B^2}{8\pi} v_x) - \frac{1}{4\pi} B_x (v_x B_x + v_y B_y) \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v_y \\ \rho v_y v_x - \frac{1}{4\pi} B_x B_y \\ \rho v_y^2 + p + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{B_y^2}{4\pi} \\ v_y B_x - v_x B_y \\ 0 \\ (E + p + \frac{B^2}{8\pi} v_y) - \frac{1}{4\pi} B_y (v_x B_x + v_y B_y) \end{bmatrix}.$$

En el caso que se trata en este trabajo no se consideran términos fuentes y por lo tanto

$$\mathbf{S} = 0. \quad (2.41)$$

En su forma integral, las ecuaciones conservativas, indican que la variación de las variables conservadas dentro de un volumen es igual al flujo de dicha variable a través de los contornos del volumen considerado, más el efecto de términos fuente que actúan en el interior del volumen. Por ejemplo, en la ecuación 2.7 la densidad ρ es la variable conservativa, la densidad de momento $\rho\mathbf{v}$ es el vector de flujo de esta variable y no existen fuentes para el problema planteado.

Además, con el método de volúmenes finitos las condiciones de contorno pueden definirse de manera natural expresando las condiciones de borde del volumen de control principal en términos de flujos. Para implementar las condiciones de contorno se general celdas “fantasma” que rodean los bordes del dominio pero no son parte de él, en estas celdas se imponen restricciones para conseguir el tipo de condición requerida. Por ejemplo, para modelar una pared sólida la restricción es que el flujo de masa a través de la misma es nulo, por lo tanto en las celdas fantasmas se propagarán variables como la temperatura pero no la masa.

El volumen de control donde es válida la ecuación de conservación en su forma integral puede dividirse en subvolúmenes y en cada uno de ellos seguirá siendo válida la ecuación. Evidentemente la suma total de las integrales de los subvolúmenes es igual a la integral sobre el volumen de control, ya que las integrales volumétricas se suman linealmente y las integrales de contornos adyacentes internas se cancelan entre si, esto es lo que permite la discretización espacial. En la discretización por volúmenes finitos se denomina celda a cada subvolumen y se considera el valor promediado en la celda de las variables conservativas (valores constantes dentro de la celda). Es decir, que dentro de una celda identificada con los índices i, j , cuyas coordenadas x_i, y_j de su centro definen la posición de la misma en un grilla estructurada (2.13), el vector de variables para un instante de tiempo t^n está dado por

$$\mathbf{U}_{i,j}^n = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} \int_{y_j - \frac{\Delta y}{2}}^{y_j + \frac{\Delta y}{2}} \mathbf{U}(x, y, t^n) dy dx, \quad (2.42)$$

donde Δx y Δy indican el tamaño de la celda en dirección x e y , respectivamente.

La evolución de la variable discreta $\mathbf{U}_{i,j}$ desde el tiempo t^n al tiempo $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ se obtiene considerando la forma integral de la ley de conservación 2.38, de onde resulta:

$$\mathbf{U}_{i,j}^{n+1} = \mathbf{U}_{i,j}^n + \Delta t \mathbf{S}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{F}_{i-\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}}) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\mathbf{G}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{G}_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}), \quad (2.43)$$

donde los flujos discretos son promediados sobre las caras de la celda y el paso de tiempo Δt , es decir:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{i\pm\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\Delta t \Delta y} \int_{t^n}^{t^n + \Delta t} \int_{y_j - \frac{\Delta y}{2}}^{y_j + \frac{\Delta y}{2}} \mathbf{F}(x_i \pm \frac{\Delta x}{2}, y, t) dy dt, \\ \mathbf{G}_{i,j\pm\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\Delta t \Delta x} \int_{t^n}^{t^n + \Delta t} \int_{x_i - \frac{\Delta x}{2}}^{x_i + \frac{\Delta x}{2}} \mathbf{G}(x, y \pm \frac{\Delta y}{2}, t) dx dt. \end{aligned} \quad (2.44)$$

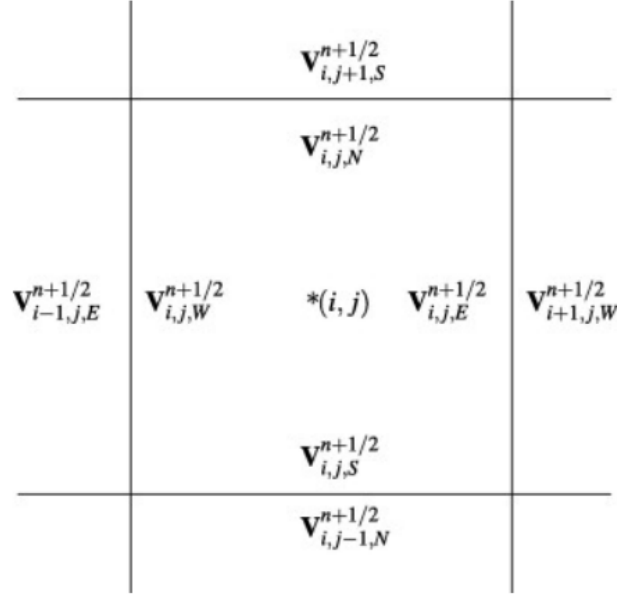


Figura 2.13: Grilla estructurada con sus coordenadas.

Las distintas aproximaciones que se basan en este método se diferencian por su forma de evaluar los flujos a través de las caras (o interfaces) de las celdas. Para que la formulación resulte consistente no debe generar fuentes numéricas espurias en las interfaces de las celdas, ya que no se estaría satisfaciendo la "autocancelación" de los flujos internos que cumple la ley de conservación.

En FLASH para calcular el flujo numérico en una cara se utiliza un esquema de Godunov de alto orden. Los esquemas del tipo Godunov son métodos conservativos que calculan los flujos numéricos en las interfaces de los subvolúmenes por medio de un problema de Riemann (Roe 1981). En el esquema clásico de Godunov se trabaja con variables discontinuas que, en el caso general, presentan saltos en las interfaces que separan las celdas. El salto de las variables en las interfaces forma una serie de problemas de Riemann, uno por cada interfaz, que son solucionados por algún método para determinar los flujos numéricos en los límites de cada celda. Los estados del problema de Riemann a cada lado de las interfaces resultan de proyectar o extrapolar los valores centrados de las variables a las caras de las celdas de modo que:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{F}}_{i\pm\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{U}}_{i\pm\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}}), \\ \tilde{\mathbf{G}}_{i,j\pm\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{U}}_{i,j\pm\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}),\end{aligned}\tag{2.45}$$

siendo $\tilde{\mathbf{U}}_{i\pm\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}}$ y $\tilde{\mathbf{U}}_{i,j\pm\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ las respectivas soluciones de los problemas de Riemann sobre cada interfaz:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{U}}_{i-\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} &= RP(\mathbf{U}_{i-1,j,E}^{n+\frac{1}{2}}, \mathbf{U}_{i,j,W}^{n+\frac{1}{2}}), \quad \tilde{\mathbf{U}}_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} = RP(\mathbf{U}_{i,j,E}^{n+\frac{1}{2}}, \mathbf{U}_{i+1,j,W}^{n+\frac{1}{2}}), \\ \tilde{\mathbf{U}}_{i-,j\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= RP(\mathbf{U}_{i,j-1,N}^{n+\frac{1}{2}}, \mathbf{U}_{i,j,S}^{n+\frac{1}{2}}), \quad \tilde{\mathbf{U}}_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = RP(\mathbf{U}_{i,j,N}^{n+\frac{1}{2}}, \mathbf{U}_{i,j+1,S}^{n+\frac{1}{2}}).\end{aligned}\tag{2.46}$$

La forma de evaluar las variables promediadas en $n + \frac{1}{2}$ depende del orden y del tipo de esquema de integración temporal. Los subíndices E , W , N y S denotan las posiciones este, oeste, norte y sur de las caras de una celda, de acuerdo a la nomenclatura convencional.

Sin embargo, tomando una distribución constante de la variable en cada celda, el método tiene solamente precisión de orden uno lo cual tiene asociado una gran disipación numérica y falta de resolución para capturar discontinuidades. El esquema de Godunov de alto orden reemplaza la distribución uniforme dentro de la celda por una distribución lineal de la variables (segundo orden de precisión) y da origen a los esquemas llamados MUSCL (*monotonically upstream-centered schemes for conservation laws*) propuestos inicialmente por van Leer 1979, que hacen una reconstrucción de la variable dentro de la celda utilizando los valores de las variables en las celdas vecinas para definir una función interpolante. Mediante esta función, la cual debe tener una forma tal que satisfaga la definición de la ecuación 2.42 y con ello la propiedad de conservación del método, se extrapola la variable a las caras dentro de cada celda. La evaluación numérica del término fuente suele hacerse de forma similar a las variables conservativas, es decir que se aproxima considerando una cantidad promediada en la celda y en el intervalo de tiempo.

Esta formulación en los problemas multidimensionales no asegura que la divergencia del campo magnético se mantenga nula. Para remediar este problema se utiliza el enfoque de transporte restringido (CT, constrained transport introducido por Evans y Hawley 1988). La construcción de este método se basa en que el campo magnético, por satisfacer divergencia nula, puede ser escrito como el rotor de un potencial vector

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} . \quad (2.47)$$

Usando las ecuaciones 2.11, 2.13, se deriva lo siguiente

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} &= 0 , \\ \frac{\partial \nabla \times \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} &= 0 , \\ \nabla \times \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{E} \right) &= 0 , \\ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{E} &= -\nabla \psi . \end{aligned} \quad (2.48)$$

En términos generales la idea es, a partir de las cantidades computadas, se construye una aproximación del campo eléctrico usando la ley de Ohm ideal. Ese campo eléctrico se utiliza para actualizar el potencial vector y con este se calcula el campo magnético libre de divergencias. El transporte restringido necesita un esquema de grilla escalonada y en particular el algoritmo utilizado por FLASH es de malla escalonada sin dividir (*unsplit staggered mesh, USM*). La necesidad de tener una formulación MHD no dividida surge porque los métodos de división dimensional no incluyen la evolución del campo magnético normal (en la dirección de barrido) durante cada barrido.

En resumen, el esquema USM de FLASH utiliza el método de transporte restringido (CT) para forzar la divergencia nula en el tratamiento del campo magnético y una formulación CTU (*corner transport upwind*) para la evaluación del campo eléctrico Lee y Deane 2009. Esta formulación requiere que el campo magnético se defina sobre las caras de las celdas y no en sus centros, de modo que el solver utiliza una malla staggered donde existen variables centradas en las celdas (velocidades y variables termodinámicas) y variables centradas en las caras (componentes del campo magnético). Para la resolución de los problemas de Riemann en las interfaces de las celdas FLASH dispone de múltiples solvers aproximados como el solver de Roe, HLLC, HLLLD, entre otros; para el avance temporal FLASH dispone del método Runge-Kutta. Los pasos seguidos por el algoritmo USM pueden sintetizarse de la siguiente manera:

1. Se calculan los valores en las interfaces con precisión de segundo orden utilizando el algoritmo de reconstrucción- evolución de datos MUSCL. Los términos multidimensionales de MHD se incluyen para equilibrar los términos que son proporcionales a la divergencia del campo magnético. Los estados de la interfaz MHD resultantes se utilizan para calcular el primer conjunto de flujos de Godunov de alto orden resolviendo un problema de Riemann generalizado.
2. Los campos normales se desarrollan a medio tiempo en las interfaces de las celdas utilizando los flujos de Godunov del paso (1).
3. Se actualizan los estados de la interfaz MHD del paso (1) con los campos normales calculados en el paso (2).
4. Se resuelve el segundo conjunto de problemas de Riemann en las interfaces de cada celda y se actualizan las variables conservativas en los centros de las celdas para el siguiente paso de tiempo.
5. Se calculan los campos eléctricos en las esquinas de las celdas y usando estos campos eléctricos, los campos magnéticos en las caras de las celdas se actualizan al siguiente paso de tiempo. Los campos magnéticos centrados en la celda se actualizan utilizando estos campos magnéticos libres de divergencias de los centros de la cara de la celda (calculados por CT).

Simulaciones

Índice

3.1	Modelo	29
3.2	Configuración en equilibrio . . .	31
3.3	Condiciones de contorno . . .	38
3.4	Perturbaciones iniciales	40

3.1. Modelo

Los arcos coronales (ver sección 2.1.2), son estructuras magnéticas curvas que tienen la propiedad de confinar el plasma y funcionar como guías de ondas magnetohidrodinámicas. Estas estructuras presentan grandes variaciones en sus formas, secciones y longitudes pero un aspecto en común entre estos arcos es que son tubos cuyas bases están fijas a la cromosfera. Entonces una primera aproximación geométrica es pensarlos como cilindros de sección uniforme que conectan dos regiones de la superficie solar (figura 3.1).

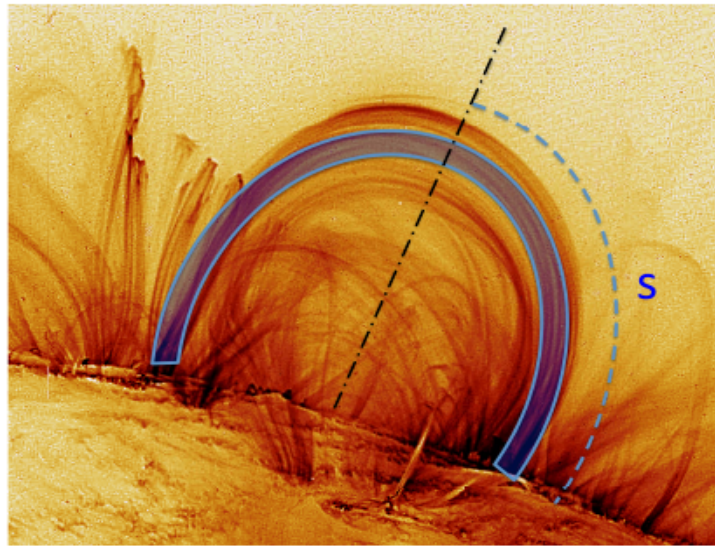


Figura 3.1: Imagen: TRACE, 6 noviembre 1999.

En una primera aproximación se van a despreciar los efectos de la curvatura del arco y se lo va a pensar como un tubo recto como se puede ver en la figura 3.2a. Además se va a despreciar los efectos de la gravedad ya que como se menciona la escala de altura de la corona solar es aproximadamente de 100 Mm con lo cual los efectos de la estratificación en la región donde se encuentran estos arcos (menores a 50 Mm) es despreciable. Existen en la literatura múltiples trabajos en los que se hacen estas aproximaciones para explorar los modos que pueden propagarse en este tipo de estructuras, por ejemplo: Pascoe, V. M. Nakariakov y Arber 2007, Inglis y col. 2009, Shestov, V. M. Nakariakov y Kuzin 2015. Por otro lado una geometría sencilla que representa el problema con relativa precisión es aquella que asume simetría axial. Esta última aproximación permite reemplazar una simulación 3D por una simulación 2.5D pues si el sistema es igual para cualquier variable angular ϕ de un sistema en coordenadas cilíndricas entonces se puede tomar un corte arbitrario del cilindro como el que se puede ver en la figura 3.2a. Luego, se impone una simetría cilíndrica alrededor del eje $r = 0$, y se simula un corte longitudinal en representación del cilindro completo, como puede observarse en la figura 3.2b. En ella pueden observarse todos los componentes presentes: la corona solar con sus valores típicos (ρ_0, T_0, B_0) , el arco coronal recto con sus valores (ρ_l, T_l, B_l) donde el subíndice viene del inglés *loop* y finalmente la cromosfera solar con valores (ρ_c, T_c, B_c) . Este último componente puede ser reemplazado por condiciones de borde apropiadas como se verá en el capítulo 3.3.

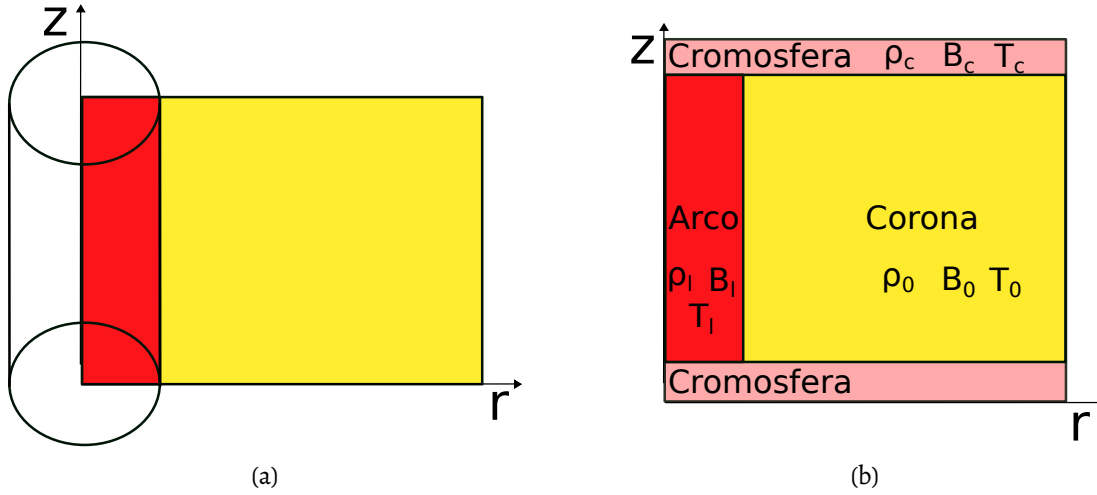


Figura 3.2: a) Idealización del arco como cilindro recto. b) Corte longitudinal del arco a ser simulado.

3.2. Configuración en equilibrio

En las distintas simulaciones de arcos coronales se utilizan determinados valores iniciales. Es usual que estos valores sean de las variables en la corona solar y “saltos” de estas variables dentro de los arcos. La teoría de oscilaciones con la que se está trabajando se basa en realizar perturbaciones sobre un sistema en equilibrio, en este caso el arco con la corona. En esta sección se discuten las condiciones que deben satisfacer estos parámetros para tener un sistema en equilibrio y que pueda desarrollar modos magnetoacústicos y modos *sausage* al ser perturbado.

Las variables que se utilizan son campo magnético B_0 , temperatura T_0 , densidad ρ_0 (donde el subíndice 0 indica valores de la corona) y los saltos de estas variables $\Delta B = B_l/B_0$, $\Delta\rho = \rho_l/\rho_0$ y $\Delta T = T_l/T_0$. El salto en densidad está condicionado por la ecuación

$$\Delta\rho > 2.334 \left(\frac{l}{2r} \right)^2 \quad (3.1)$$

donde l es la longitud del arco y r es el radio para arcos cilíndricos, si se quiere obtener modos atrapados según lo visto en la sección 2.2.3.

Como se ha dicho, se desea que el sistema esté en equilibrio para poder perturbarlo. Este equilibrio se logra si la suma de las presiones del gas y magnéticas en el arco y en la corona se compensan, es decir que se cumple:

$$p_0 + p_{0m} = p_l + p_{lm} \quad (3.2)$$

donde los subíndices l y m se refieren a valores dentro del arco y valores de presiones magnéticas respectivamente. Observar que esta condición es válida cuando no se tiene tensión magnética, es decir que el campo magnético no tiene curvatura. Dado que la presión magnética es:

$$p_m = \frac{B^2}{8\pi}, \quad (3.3)$$

luego de la ecuación 3.2 se obtiene:

$$\frac{B_0^2}{8\pi} - \frac{B_l^2}{8\pi} = p_l - p_0, \quad (3.4)$$

con la presión dada por la ecuación de gases ideales:

$$p = \frac{R}{\mu} T \rho, \quad (3.5)$$

donde R es la constante de los gases $R = 8.31 \times 10^7$ erg/K/mol y $\mu = 0.5$ gr/mol. Así se obtiene de la ecuación 3.4:

$$\frac{B_0^2}{8\pi} - \frac{B_l^2}{8\pi} = \frac{R}{\mu} (T_l \rho_l - T_0 \rho_0). \quad (3.6)$$

En este punto se ve que las variables dentro del arco están asociadas a las de la corona mediante los saltos Δ y que, con solo dos saltos se obtiene el equilibrio del sistema:

$$\frac{B_0^2}{8\pi} - \frac{(\Delta B B_0)^2}{8\pi} = \frac{R}{\mu} (\Delta T T_0 \Delta \rho \rho_0 - T_0 \rho_0). \quad (3.7)$$

El salto en densidad está condicionado por la ecuación 3.1. Esto obliga a elegir entre imponer un salto en el campo magnético (ΔB) o un salto en la temperatura (ΔT), ambos casos son analizados en los apartados siguientes.

La corona solar se caracteriza por tener una fenomenología gobernada por los campos magnéticos, es decir que el valor del β del plasma es menor a uno, entonces una condición necesaria es que fuera del arco se cumpla con esto. Ahora bien, dentro del arco puede darse el caso donde el parámetro β sea mayor a uno dadas variaciones localizadas de las variables termodinámicas del plasma sin embargo en este trabajo se estudian arcos coronales que se encuentran en regiones activas y dado que allí los campos magnéticos son intensos es razonable pensar que el parámetro β dentro del arco es menor a uno.

Resumiendo, se tienen tres condiciones que deben satisfacerse:

- Condición de equilibrio establecida por la ecuación 3.6.
- $\beta_l < 1$ y $\beta_0 < 1$.
- Condición para tener oscilaciones atrapadas establecida por la ecuación 3.1.

3.2.1. Salto en campo magnético

El salto en campo magnético está definido como:

$$B_l = \Delta B B_0 \quad (3.8)$$

y el salto en densidad:

$$\rho_l = \Delta \rho \rho_0 . \quad (3.9)$$

Entonces se puede escribir la ecuación 3.6 como

$$\frac{B_0^2 - \Delta B^2 B_0^2}{8\pi} = \frac{R}{\mu} (T_l \rho_0 \Delta \rho - T_0 \rho_0) . \quad (3.10)$$

En la ecuación 3.10 se puede observar que la variables a determinar para obtener el equilibrio es la temperatura dentro del arco:

$$T_l = \frac{1}{\Delta \rho} \left[\mu B_0^2 \frac{(1 - \Delta B^2)}{8\pi R \rho_0} + T_0 \right] . \quad (3.11)$$

Se observa que la temperatura es una cantidad definida positiva y por lo tanto la ecuación 3.11 debe cumplir que $T_l > 0$:

$$\mu B_0^2 \frac{(1 - \Delta B^2)}{8\pi R \rho_0} + T_0 > 0 \quad (3.12)$$

o equivalentemente

$$\beta_0 > \Delta B^2 - 1 . \quad (3.13)$$

Hasta este punto se ha explotado las condiciones de equilibrio a partir de los datos iniciales, ahora se estudian las condiciones sobre los β :

$$\beta_0 = \frac{p_0}{p_{0m}} < 1 \quad (3.14)$$

con lo cual se obtiene la condición

$$T_0 \rho_0 \frac{R}{\mu} < \frac{B_0^2}{8\pi} , \quad (3.15)$$

mientras que dentro del arco

$$\beta_l = \frac{p_l}{p_{lm}} < 1 , \quad (3.16)$$

y

$$T_l \rho_l \frac{R}{\mu} < \frac{B_l^2}{8\pi} . \quad (3.17)$$

Reemplazando los valores en término de los valores de la cromosfera:

$$\frac{1}{\Delta \rho} \left[\mu B_0^2 \frac{(1 - \Delta B^2)}{8\pi R \rho_0} + T_0 \right] \Delta \rho \rho_0 \frac{R}{\mu} < \frac{B_0^2 \Delta B^2}{8\pi} , \quad (3.18)$$

resultando en la condición

$$\beta_0 < 2\Delta B^2 - 1 . \quad (3.19)$$

Luego, las tres inecuaciones 3.13, 3.14 y 3.19 determinan un rango de salto en campo magnético que es posible escoger de tal manera que se cumplan todos los requerimientos. Para poder analizar el intervalo se reescriben las inecuaciones 3.13 y 3.19 pensándolas como funciones de ΔB a β_0 constante:

$$0 > \Delta B^2 - (1 + \beta_0) \quad (3.20)$$

y

$$0 > -2\Delta B^2 + (1 + \beta_0). \quad (3.21)$$

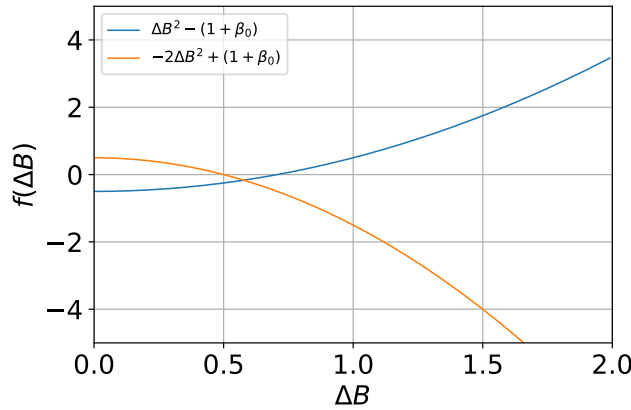


Figura 3.3: Gráfico indicativo para un $\beta_0 = 0.5$.

En la figura 3.3 se puede observar que debido a que $1 - \beta_0$ es una cantidad positiva siempre se lograrán encontrar soluciones al sistema. Entonces la condición última recae sobre ΔB :

$$\Delta B_{min} = \frac{\sqrt{1 + \beta_0}}{\sqrt{2}} < \Delta B < \sqrt{1 + \beta_0} = \Delta B_{max}. \quad (3.22)$$

Dado que β_0 se escoge mucho menor a uno, se ve que el campo magnético dentro del arco es casi siempre menor que el campo magnético en el exterior y como consecuencia de la condición de equilibrio (ecuación 3.4), la temperatura del arco será mayor que la de la corona. Sin embargo, como β_0 no es nulo cabe la posibilidad de que el campo en el interior sea mayor al campo en el exterior ($\Delta B > 1$), entonces cabe preguntarse cual es el salto en campo magnético ΔB_0 que se requiere para que la temperatura sea la misma adentro y afuera del arco, utilizando la ecuación 3.11 e igualando T_i con T_0 se obtiene,

$$\Delta B_0 \equiv \sqrt{1 + \beta_0(1 - \Delta\rho)}. \quad (3.23)$$

Ahora que se tiene un rango donde puede moverse ΔB se puede hacer algunas caracterizaciones. Si $\Delta B_{min} < \Delta B < \Delta B_0$ entonces se va a tener un arco caliente mientras que si $\Delta B_0 < \Delta B < \Delta B_{max}$, se va a tener un arco frío. Además, notar de la ecuación 3.11 que si para en el salto en el campo se toma el límite de salto en el campo que tiende al límite superior de la desigualdad 3.22 entonces la temperatura del arco tiende a cero, por lo tanto el límite superior real debe ajustarse a las observaciones y no puede bajar de 1 MK. Por otro lado si se aproxima al límite inferior entonces β_i tiende a uno.

3.2.2. Salto en temperatura

A continuación se analiza el caso donde se puede escoger un salto en la temperatura entre el arco y la corona. Si bien las soluciones de ambos casos son equivalentes se los analiza por separado pues la implementación en el código es diferente. La temperatura dentro del arco está definida como:

$$T_l = \Delta T T_0, \quad (3.24)$$

y la densidad del arco:

$$\rho_l = \Delta \rho \rho_0. \quad (3.25)$$

Entonces se puede escribir la ecuación 3.6 como

$$(\rho_0 T_0 - \rho_l T_l) \frac{R}{\mu} = \frac{B_l^2 - B_0^2}{8\pi}. \quad (3.26)$$

En la ecuación 3.26 se puede observar que la variables a determinar para obtener el equilibrio es el campo magnético dentro del arco, siendo esté:

$$B_l = \sqrt{\rho_0 T_0 \frac{R}{\mu} (1 - \Delta \rho \Delta T) 8\pi + B_0^2}. \quad (3.27)$$

Observar que la ecuación 3.27 tiene solución solo si el radicando es mayor o igual a cero, reescribiéndolo en término del parámetro del plasma β_0 la condición queda como:

$$1 > \beta_0 (\Delta \rho \Delta T - 1). \quad (3.28)$$

Hasta este punto se han explotado las condiciones de equilibrio a partir de los datos iniciales, ahora se estudian las condiciones sobre los β :

$$\beta_0 = \frac{p_0}{p_{0m}} < 1, \quad (3.29)$$

mientras que dentro del arco

$$\beta_l = \frac{p_l}{p_{lm}} < 1 \quad (3.30)$$

y

$$T_l \rho_l \frac{R}{\mu} < \frac{B_l^2}{8\pi}. \quad (3.31)$$

Reemplazando en término de los valores de la cromosfera:

$$\Delta T T_0 \Delta \rho \rho_0 \frac{R}{\mu} < \frac{\rho_0 T_0 R (1 - \Delta \rho \Delta T) 8\pi / \mu + B_0^2}{8\pi}, \quad (3.32)$$

resultando en la condición:

$$\beta_0 (2\Delta \rho \Delta T - 1) < 1. \quad (3.33)$$

Luego, las tres inecuaciones 3.28, 3.29 y 3.33 determinan un rango de salto en campo magnético que es posible escoger de tal manera que se cumplan todos los requerimientos. Para poder analizar el intervalo se reescriben las desigualdades 3.28 y 3.33 pensándolas como funciones de ΔT a β_0 constante:

$$0 > \Delta T \Delta \rho \beta_0 - (\beta_0 + 1) \quad (3.34)$$

y

$$0 > 2\Delta T \Delta \rho \beta_0 - (\beta_0 + 1). \quad (3.35)$$

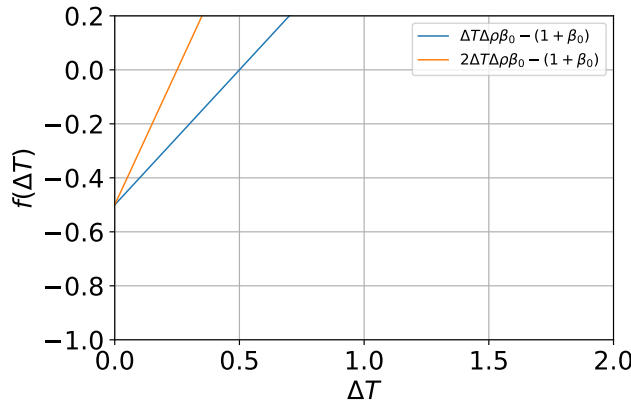


Figura 3.4: Gráfico indicativo para un $\beta_0 = 0.5$.

En la figura 3.4 se puede observar que la condición 3.35 es más restrictiva que 3.34. Entonces la condición última que recae sobre el salto en temperatura es:

$$\Delta T < \frac{\beta_0 + 1}{2\beta_0 \Delta \rho} = \Delta T_{max}. \quad (3.36)$$

Dado que β_0 se escoge mucho menor a uno $\Delta T_{max} \approx 1/2\beta_0 \Delta \rho$. Entonces la temperatura dentro del arco será mayor que la del ambiente si $2\beta_0 \Delta \rho < 1$ y será menor si $2\beta_0 \Delta \rho > 1$.

Resumiendo, si se escoge realizar un salto en la intensidad del campo la temperatura de equilibrio queda establecida por:

$$T_l = \frac{1}{\Delta \rho} \left[\mu B_0^2 \frac{(1 - \Delta B^2)}{8\pi R \rho_0} + T_0 \right], \quad (3.37)$$

donde el salto en campo está acotado por

$$\frac{\sqrt{1 + \beta_0}}{\sqrt{2}} < \Delta B < \sqrt{1 + \beta_0}. \quad (3.38)$$

Por otro lado, si se escoge realizar un salto en la temperatura la intensidad del campo magnético dentro del arco queda definida por:

$$B_l = \sqrt{\rho_0 T_0 \frac{R}{\mu} (1 - \Delta \rho \Delta T) 8\pi + B_0^2}, \quad (3.39)$$

donde el salto en temperatura queda acotado por:

$$\Delta T < \frac{\beta_0 + 1}{2\beta_0 \Delta \rho}. \quad (3.40)$$

3.2.3. Elección de parámetros iniciales del equilibrio

El modelo a utilizar se define a partir de valores de los parámetros en la corona solar y los saltos de estos parámetros definen los valores dentro del arco. Por lo tanto es relevante establecer los valores de los parámetros coronales. En la literatura se encuentra una gran variación en las densidades, temperaturas y campos magnético coronales. Esto se debe principalmente a que la corona no es homogénea y está en una evolución contante. En este trabajo se optó por tomar los valores definidos en la tabla 3.1 los cuales se corresponden a los rangos observados en [V. F. Melnikov, Reznikova, Shibasaki y col. 2004]. En este trabajo observacional se estudian las oscilaciones de un arco coronal post fulguración observado por el Radioheliógrafo de Nobeyama (NoRH) [Nakajima y col. 1994] para poder realizar comparaciones y por ser un caso conocido en la literatura y estudiado tanto analíticamente [V. M. Nakariakov, V. F. Melnikov y Reznikova 2003] como numéricamente [Cécere, Costa y Reula 2011]. Además en el trabajo realizado por V. F. Melnikov, Reznikova, Shibasaki y col. 2004, se describen las longitudes aproximadas del arco observado siendo éstas las definidas en la tabla 3.2.

ρ_0 [gr/cm ³]	1.66×10^{-15}
B_0 [G]	60
T_0 [MK]	1

Cuadro 3.1: Valores iniciales asignados a los parámetros coronales.

l [Mm]	25
r [Mm]	3

Cuadro 3.2: Dimensiones del arco coronal observado por V. F. Melnikov, Reznikova, Shibasaki y col. 2004

Una vez que se tienen valores asignados para la corona solar, y también se tienen las dimensiones del arco a estudiar se asigna un valor al salto en densidad del arco utilizando la condición 3.1. Reemplazando valores se obtiene la densidad del arco debe ser al menos 40 veces mayor que la densidad coronal, entonces se optó por tomar un salto en densidad $\Delta \rho = 50$. Llegados a este punto se tienen las propiedades de la corona, las dimensiones del arco y su densidad. Lo que queda definir es la intensidad del campo magnético en su interior y su temperatura. Para poder definir estas cantidades se tiene en cuenta que el sistema debe estar en equilibrio y debe tener la capacidad de desarrollar modos *sausage* según lo que describe la teoría. Respecto a lo primero se hizo un análisis en la sección 3.2.1 donde se llegó a la conclusión de que ΔB debe respetar las cotas obtenidas en la inecuación 3.22. Se mantendrá la cota inferior, pero se utilizará como cota superior la obtenida en la ecuación

3.23, pues se quiere simular un arco coronal que esté más caliente que el medio circundante. Considerando esto el salto en el campo magnético queda acotado de la siguiente manera:

$$0.70 < \Delta B < 0.95. \quad (3.41)$$

Asociados a este intervalo donde puede escogerse ΔB se tienen intervalos para el campo magnético y la temperatura dentro del arco. Utilizando la ecuación 3.8 vemos que $B_l \in [42, 57]$ G y utilizando la ecuación 3.11 se ve que $T_l \in [1, 5.3]$ MK, observar que mientras más chico el salto menor es el campo y mayor tiene que ser la temperatura para lograr la misma presión total. Ahora se sabe que para cualquier valor de ΔB dentro de ese intervalo que se escoja se tendrá una estructura en equilibrio, que cumple las condiciones coronales del parámetro β del plasma y satisface la condición establecida en la literatura para tener modos atrapados.

3.3. Condiciones de contorno

Las simulaciones a realizar consideran ecuaciones 2.5 dimensionales, es decir la simulación vive en un plano (z, r) que representa un corte de un cilindro, pero se tiene en cuenta la evolución de las variables en la dirección ϕ . El dominio físico tiene cuatro fronteras a las cuales se les debe imponer condiciones de borde adecuadas $r = 0, r = r_\infty, z = 0$ y $z = l$. Dada esta simetría la simulación representa lo que sucede en un cilindro entero. Para poder hacer esto la condición de borde en $r = 0$ tiene que funcionar como un espejo ya que se está pensando que en $\phi = \phi_0 + \pi/2$ físicamente está sucediendo lo mismo que en ϕ_0 , el plano que se está simulando. Esto significa que a ambos lados los valores de las variables y gradientes son iguales, por lo tanto esto puede ser representado mediante una condición de borde reflectiva, pues esta asegura que no hay flujo a través de la frontera. Esta condición ya está implementada en el código FLASH y lo que hace es cambiar la dirección de los vectores normales a la superficie. El extremo derecho de la simulación, $r = r_\infty$ no juega ningún rol activo pues representa un lugar alejado del punto de estudio. La condición de borde escogida es la saliente más conocida como *outflow*. Esta condición busca no reflejar los choques o perturbaciones producidas para excitar el arco y permite que esta información salga del dominio computacional sin volver a perturbar el arco. La condición *outflow* se encuentra implementada en el código FLASH y lo que hace es copiar los valores de las variables de la última celda del dominio computacional en las celdas fantasma generando así un gradiente nulo. Esta condición es más comúnmente conocida como condición de Neumann. Respecto a los extremos inferior ($z = 0$) y superior ($z = l$), como se describió en la sección 2.1.2, los arcos coronales tienen la propiedad de tener sus patas ancladas a la superficie solar. Existen varias maneras de representar numéricamente tal fijación. En este trabajo se ha escogido las dos más usadas. Una es la de implementar la **cromosfera**, donde la fijación se debe a la alta densidad y baja temperatura que caracteriza a esta región. La segunda opción es implementar la condición de contorno *line tied*, la cual trata de emular los efectos de una cromosfera pero numéricamente.

3.3.1. Cromosfera

En esta condición lo que se hace es simular la cromosfera en los extremos el arco. En este caso el modelo es un cilindro sin curvatura y por lo tanto se simulará una cromosfera en el extremo superior y otra (igual a la

primera) en el extremo inferior como se puede observar en la figura 3.5a. La cromosfera tiene la propiedad de ser un medio más frío y denso que la corona solar y en consecuencia tiende a funcionar como una pared rígida. Ahora bien, una cromosfera del tipo que se ve en la figura 3.5a no es posible de tener en equilibrio, pues se tiene que lograr que el arco esté en equilibrio con la cromosfera y con la corona simultáneamente. Un sistema de tres regiones colindantes no admite solución no trivial de equilibrio. La solución a este problema es dividir la cromosfera en dos partes y tener 4 regiones diferentes como se puede ver en la figura 3.5b. Esta partición permite tener una biregión (3 y 4) que es más densa y más fría que su región colindante (1 y 2 respectivamente). Se optó por aumentar dos órdenes la densidad de la cromosfera respecto a su vecino coronal (región 4 respecto a 1 y región 3 respecto a 2) y reducir dos órdenes la temperatura. Los valores utilizados se listan en la tabla 3.3.

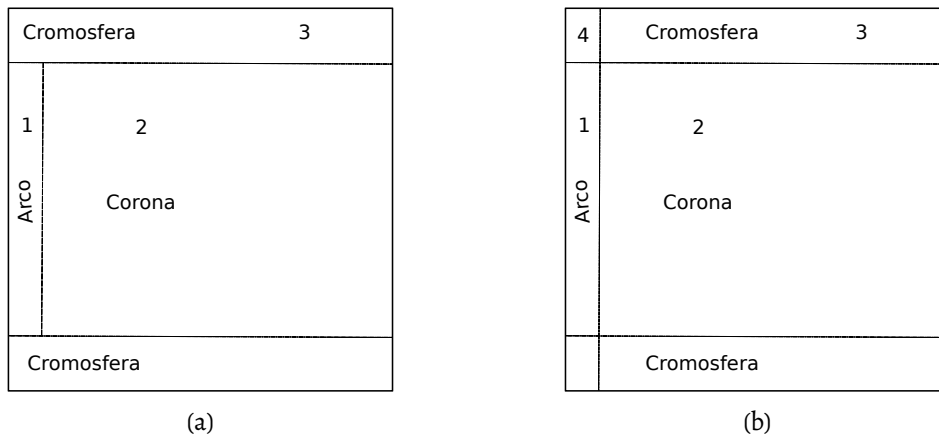


Figura 3.5: Diagramas de la estructura cromosférica.

Región	3	4
Densidad [gr/cm ³]	1.66×10^{-13}	8.33×10^{-12}
Temperatura [K]	10000	28999
Campo magnético [G]	60	51

Cuadro 3.3: Parámetros escogidos para representar la cromosfera

3.3.2. Line Tied

La condición de borde *line tied* intenta representar los efectos de la cromosfera numéricamente. Es decir que se quiere tener las líneas de campo magnético constantes en intensidad y dirección sobre el borde y además se deben reducir las velocidades del fluido. Esta condición fue presentada por primera vez por Robertson y E. R. Priest 1987 y la implementación realizada para este trabajo en el código FLASH se basa en él. Las condiciones analítica sobre presiones, densidades, velocidades y campo magnético sobre el borde quedan establecidas mediante las ecuaciones 3.42, 3.43 y 3.44. La primera establece una condición de gradiente nulo para presiones y densidades, la segunda establece una condición de frenado en la velocidad y la tercera establece que el campo

magnético sobre el borde es el inicial para todo tiempo, característica que le da el nombre a esta condición de borde:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (3.42)$$

$$\rho v_r = \rho v_z = 0, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0(r). \quad (3.44)$$

La implementación numérica requiere que se copien los valores de presiones y densidades de la última celda del dominio físico en las celdas fantasmas. En el caso de las velocidades, éstas simplemente deben anularse en las celdas fantasmas y los valores que se le asignan al campo magnético son los obtenidos inicialmente y no deben evolucionarse.

3.4. Perturbaciones iniciales

Existen múltiples datos observacionales que proponen diferentes tipos de excitaciones. En este trabajo se estudian dos casos. En Estudio 1 (3.4.1) se propone analizar los efectos de deposiciones localizadas de energía dentro del tubo. En Estudio 2 (3.4.2) se propone analizar los efectos de poner un arco en desequilibrio con el medio de forma global aumentando su temperatura.

3.4.1. Estudio 1: deposiciones localizadas

Como se mencionó en el capítulo 2.1.4 las fulguraciones solares son los eventos más energéticos del sistema solar. En algunos minutos son capaces de liberar grandes cantidades de energía (10^{32} ergios) emitiendo radiación electromagnética en todo el espectro [L. Fletcher y col. 2011]. Las fulguraciones pueden encontrarse en diversos lugares de la baja corona solar pudiendo verse en algunos casos en el ápex de arcos magnéticos como se observa en la figura 3.6 y en otros casos en sus bases como se observa en la figura 3.7.

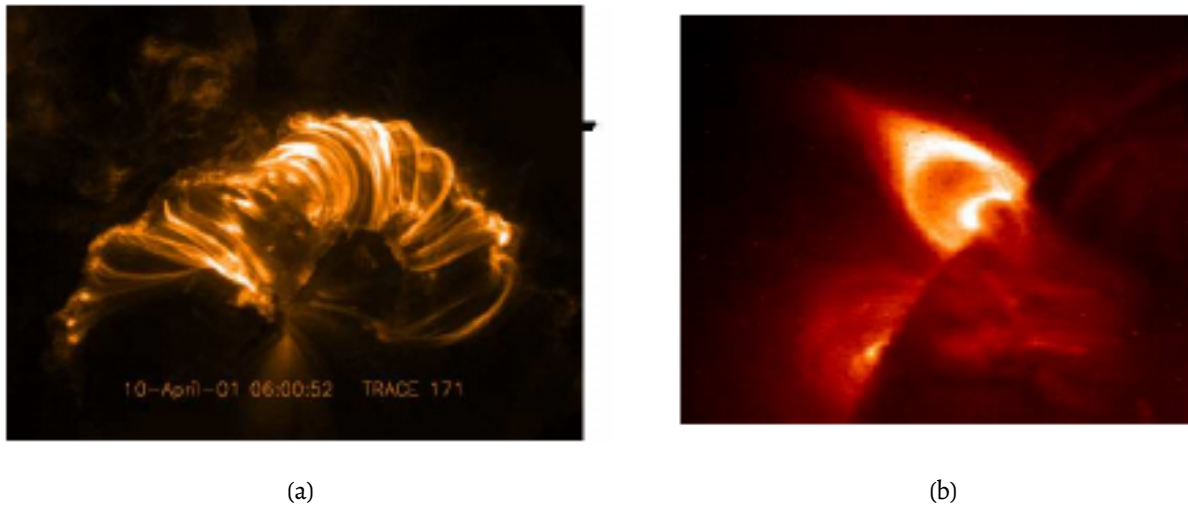


Figura 3.6: Imágenes obtenidas de L. Fletcher y col. 2011, se pueden observar dos estructuras de arcos corales con fulguraciones en el ápex.

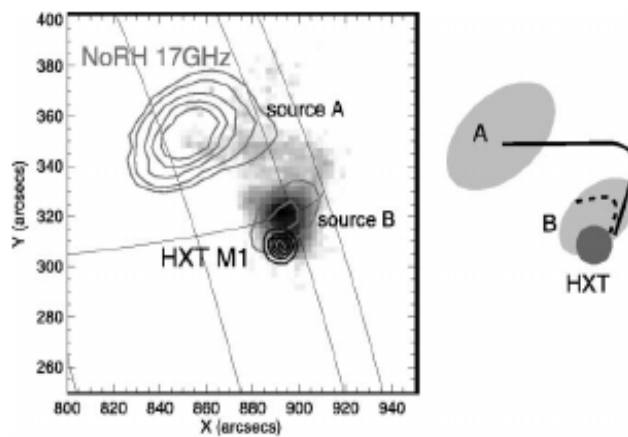


Figura 3.7: Imagen obtenida de Asai y col. 2001, se pueden observar un arco coronal con una fulguración cercana a una de las bases.

Basados en estas observaciones se decidió implementar deposiciones de energía en el ápex y en la base de los arcos como se muestran en la figura 3.8. Inicialmente se colocaron pulsos esféricos como los que aparecen en las figuras 3.8a y 3.8b. Por último se emuló una deposición en el ápex que abarcara todo el ancho del arco colocando un disco como el que se puede apreciar en la figura 3.8c.

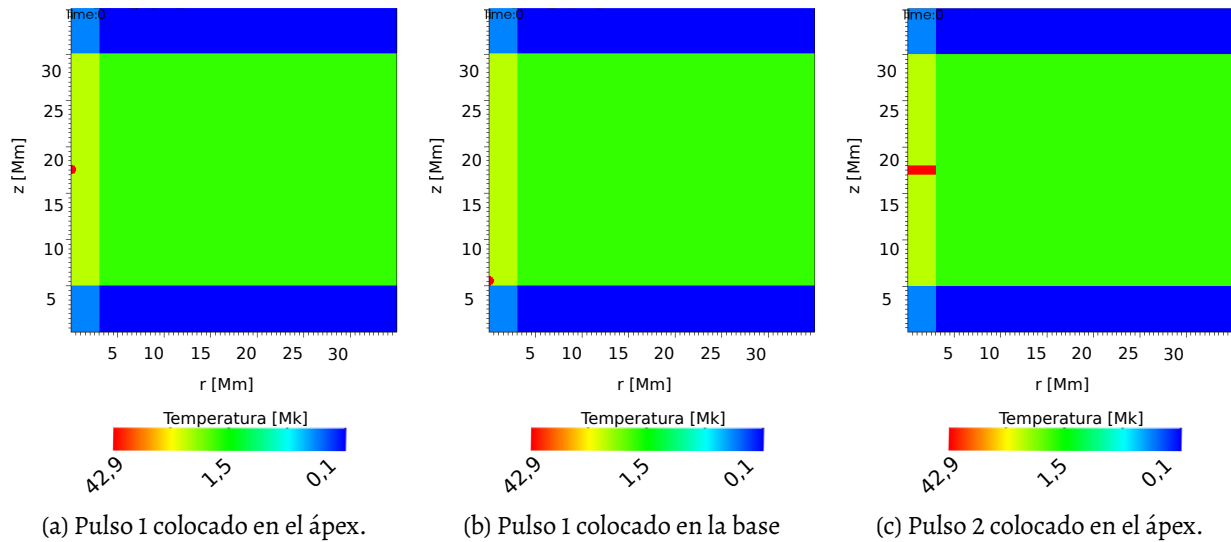


Figura 3.8: Deposiciones estudiadas

Todos los pulsos consisten en regiones donde se aumenta la temperatura del plasma a 40 MK, obteniéndose una densidad de energía depositada de $8.28 \times 10^4 \text{ erg/cm}^3$. Como consecuencia el pulso 1 representa una deposición de $4.34 \times 10^{28} \text{ erg}$ y el pulso 2 representa una deposición de $2.34 \times 10^{30} \text{ erg}$. El problema de aumentar la densidad de energía es que la explosión producida es cada vez más intensa y se genera una zona subdensa en esa región respecto al arco alterando la propagación de las ondas.

3.4.2. Estudio 2: desequilibrio total

Algunos autores ponen en duda que los arcos calientes puedan estar en equilibrio en algún momento dadas las condiciones de la corona solar [Reale 2010]. Estos plantean que los arcos han sido calentados por algún proceso que se lleva a cabo en la corona como pueden ser las nano fulguraciones (Warren, Winebarger y Hamilton 2002) sacándolos del equilibrio magnetohidrostático y están en un proceso de enfriamiento. En el trabajo realizado en Cécere, Costa y Reula 2011 se trabajó sobre esta idea. Al replicar las observaciones realizadas por V. F. Melnikov, Reznikova, Shibasaki y col. 2004 y Asai y col. 2001 el sistema no se encuentra en equilibrio y se desarrollaron modos *sausage* espontáneamente. Para este trabajo, se escogió aumentar la temperatura de la estructura incrementando así la energía disponible. Al realizar este procedimiento se tuvo presente que el parámetro β del plasma se mantuviese por debajo de uno, condición que se ha impuesto en este trabajo. Se estudiaron dos casos, el caso I donde se incrementó la temperatura de equilibrio del arco de 2.89 MK a 3.035 MK y el caso II donde se pasó de 2.89 MK a 5.39 MK.

Análisis de Resultados

Índice

4.1	Comparación entre modos atrapados y modos de fuga . .	44
4.2	Comparación entre dos condiciones de borde: cromosfera y <i>line tied</i>	49
4.3	Equilibrio y perturbaciones . .	57

Se presentan en este capítulo los resultados obtenidos de las diferentes simulaciones de arcos coronales realizadas. Esto se divide en tres secciones, primero se analizan los resultados asociados al tipo de modos, luego se estudia cómo afectan las dos condiciones de borde a la excitación de modos y finalmente se hace un estudio sobre distintas formas de sacar a la estructura del equilibrio. Primero con deposiciones de energía localizadas de diferentes magnitudes, formas y posiciones. Finalmente se sacará del equilibrio a la estructura de forma global aumentando su temperatura instantáneamente.

4.1. Comparación entre modos atrapados y modos de fuga

En esta sección analizaremos los efectos de dos condiciones iniciales del arco coronal en la propagación de los modos de oscilación. Como se explico en la sección 2.2.3 los arcos coronales pueden comportarse como guías de ondas magnetoacústicas desarrollando modos atrapados o modos de fuga dependiendo esto, en principio, de la relación 2.31. Para ello se presentan gráficos de la evolución de las distintas variables de sistema: componentes r y z de la velocidad (v_r, v_z), componentes r y z del campo magnético (B_r, B_z), densidad y presión. La evolución temporal de estas variables fueron obtenidas en distintos lugares dentro del tubo variando la coordenada r y dejando el valor z relativo fijo. Se define el **ápex** del cilindro como el conjunto de puntos en r que se ubican 2.5 Mm del centro del arco en la dirección z (Figura 4.1). En particular se tomaron dos distancias al eje del arco, $r = 0.2$ Mm y $r = 2.5$ Mm. De esta manera se puede analizar la onda de choque que se propaga cerca del eje del tubo ($r = 0.2$ Mm) y las ondas que se generan más lejos. La razón por la que no se realiza la medición exactamente sobre el centro del cilindro es que allí se encuentran nodos de las oscilaciones en cuyo caso no se detectarían modificaciones significativas en las variables.

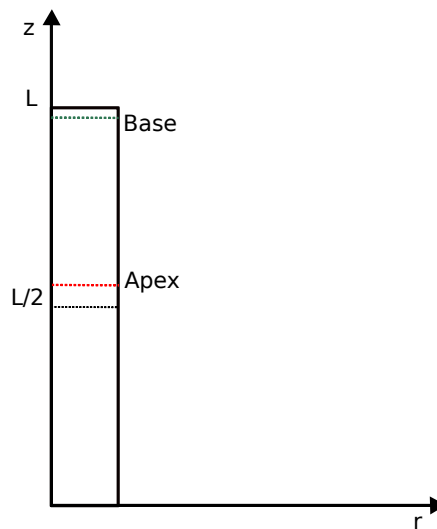
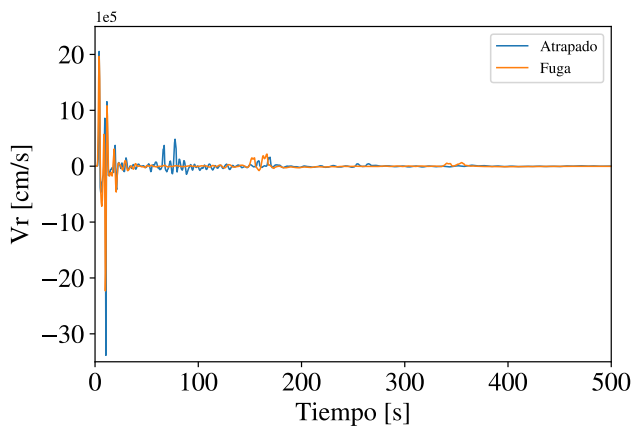


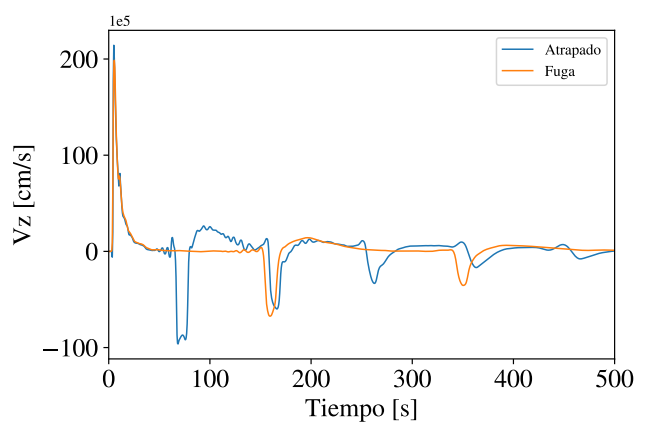
Figura 4.1: Corte longitudinal del cilindro con las posiciones **ápex** y **base** de las cuales se toman los datos.

Para hacer esta comparación se construyó un arco coronal de manera de que se cumpla con la relación 2.31 para los modos atrapados con $\rho_0 = 1.66 \times 10^{-15} \text{gr/cm}^3$, $\rho_l = 8.3 \times 10^{-14} \text{gr/cm}^3$, $l = 25 \text{Mm}$ y $r = 3 \text{Mm}$, y que se viole para los modos de fuga: $\rho_0 = 1.66 \times 10^{-15} \text{gr/cm}^3$, $\rho_l = 8.3 \times 10^{-14} \text{gr/cm}^3$, $l = 50 \text{Mm}$ y $r = 3 \text{Mm}$. La figura 4.2 muestra en sus diferentes paneles el comportamiento de v_r , v_z , B_r , B_z , ρ y p en el ápex en $r = 0.2$ Mm, para las simulaciones con condiciones que deberían desarrollar modos de fuga (en líneas naranjas) y con condiciones que deberían desarrollar modos atrapados (en líneas azules). En la figura 4.2b se

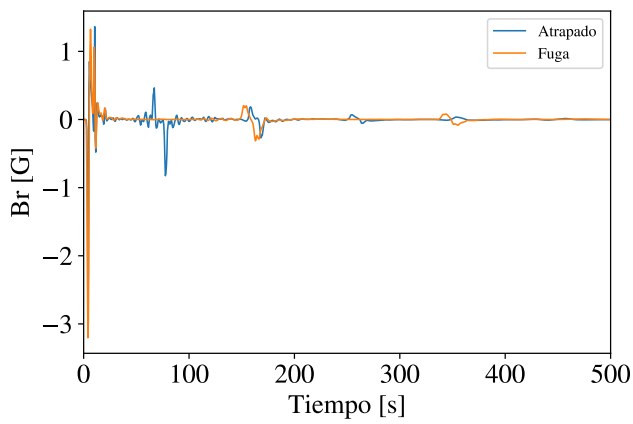
observa que los comportamientos son muy similares en forma, sin embargo el modo de fuga posee períodos de oscilación más largos. Los cambios abruptos observados en las variables se deben a la propagación de ondas de choque. Mientras que entre los dos primeros mínimos del modo atrapado hay 100 segundos, los dos primeros mínimos para el modo de fuga aparecen con un distanciamiento temporal de 200 segundos. Esta característica puede observarse en los gráficos de todas las variables y puede notarse en la transformada de Fourier de la densidad (ver figura 4.3c). En esta figura puede verse que el modo atrapado tiene un pico a una frecuencia de 0.01 Hz y el modo de fuga tiene un pico más pequeño de 0.005 Hz correspondientes a períodos de 100 s y 200 s, respectivamente. Este comportamiento se debe al aumento en la longitud del arco coronal (el doble) para el caso del modo de fuga. Además se ve que en ambos casos, las ondas de choque se amortiguan.



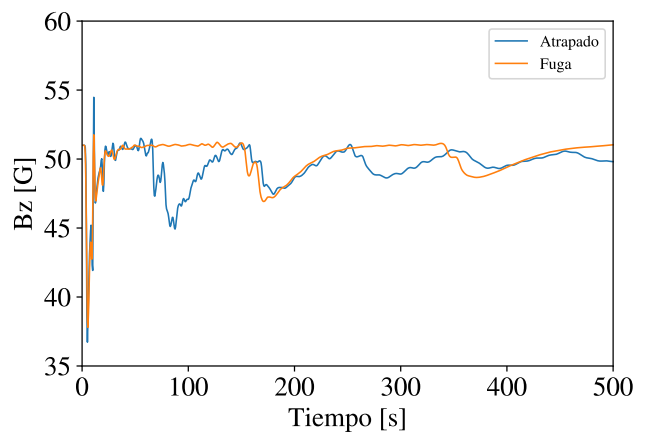
(a)



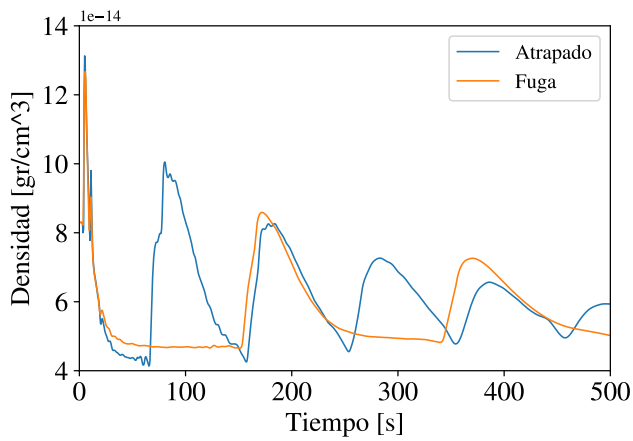
(b)



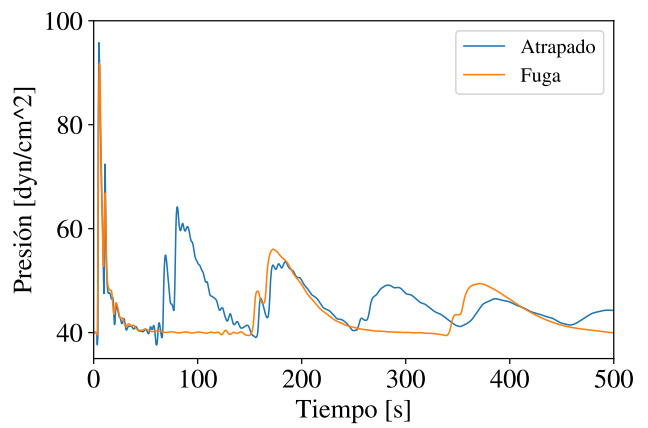
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.2: Variables en el ápex a 0.2 Mm del eje del cilindro.

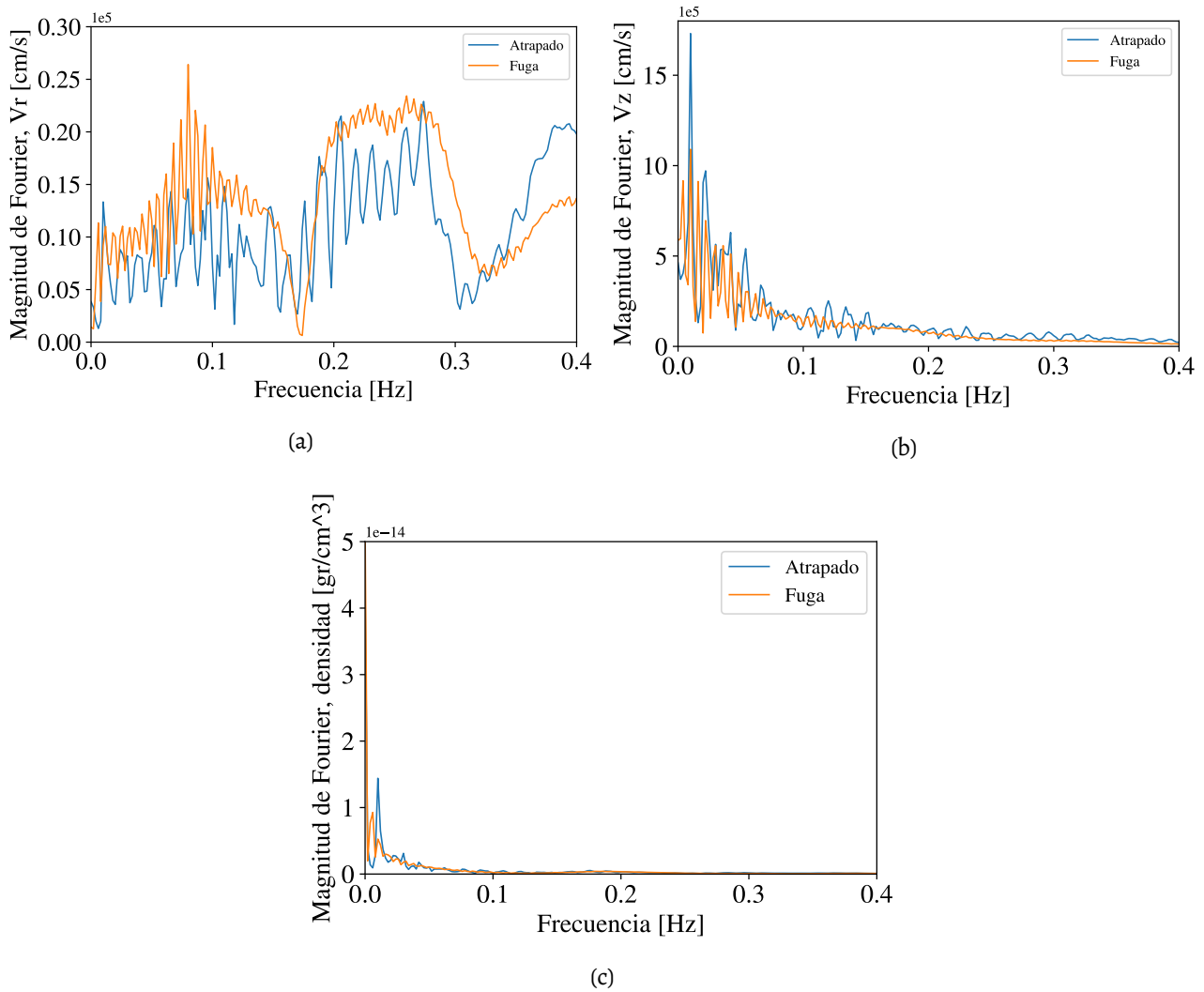


Figura 4.3: Transformadas de Fourier en el ápex a 0.2 Mm del eje del cilindro.

También se analizó qué ocurre con las oscilaciones al acercarse al borde del arco coronal ($r = 2.5$ Mm.). De los paneles de la figura 4.4 se observa que las oscilaciones son de menor amplitud, dada la lejanía al epicentro de la deposición de energía y principalmente debido al poder de confinamiento que tiene el campo magnético. Para el mismo período de tiempo, se ve que tanto la velocidad radial v_r como la componente radial y longitudinal del campo magnético (B_r y B_z) sufren un amortiguamiento. Pero la componente longitudinal de la velocidad v_z parece mantener la amplitud de la oscilación. Esto se ve reflejando en las variables de la densidad y presión.

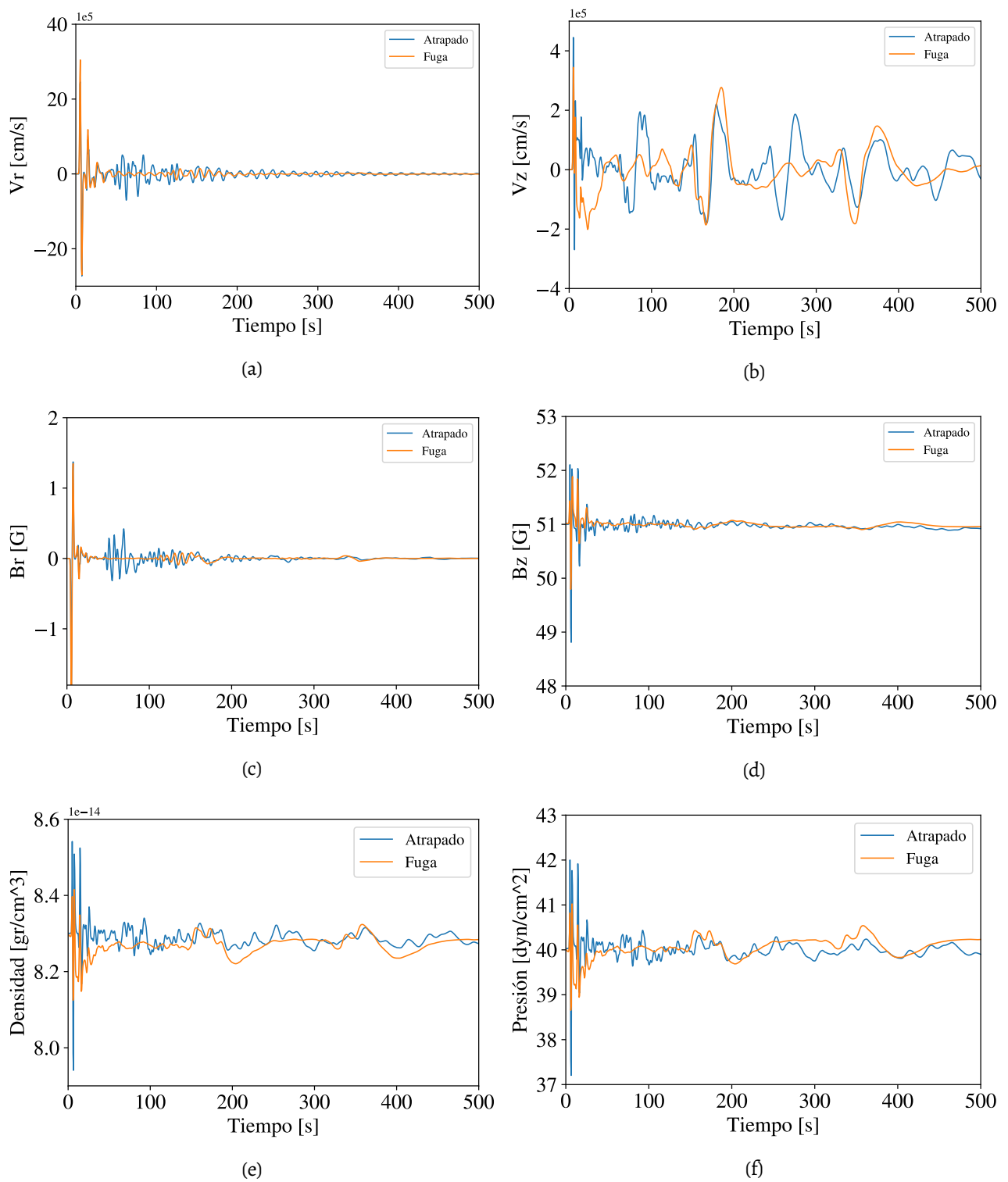


Figura 4.4: Variables en el ápex a 2.5 Mm del eje del cilindro.

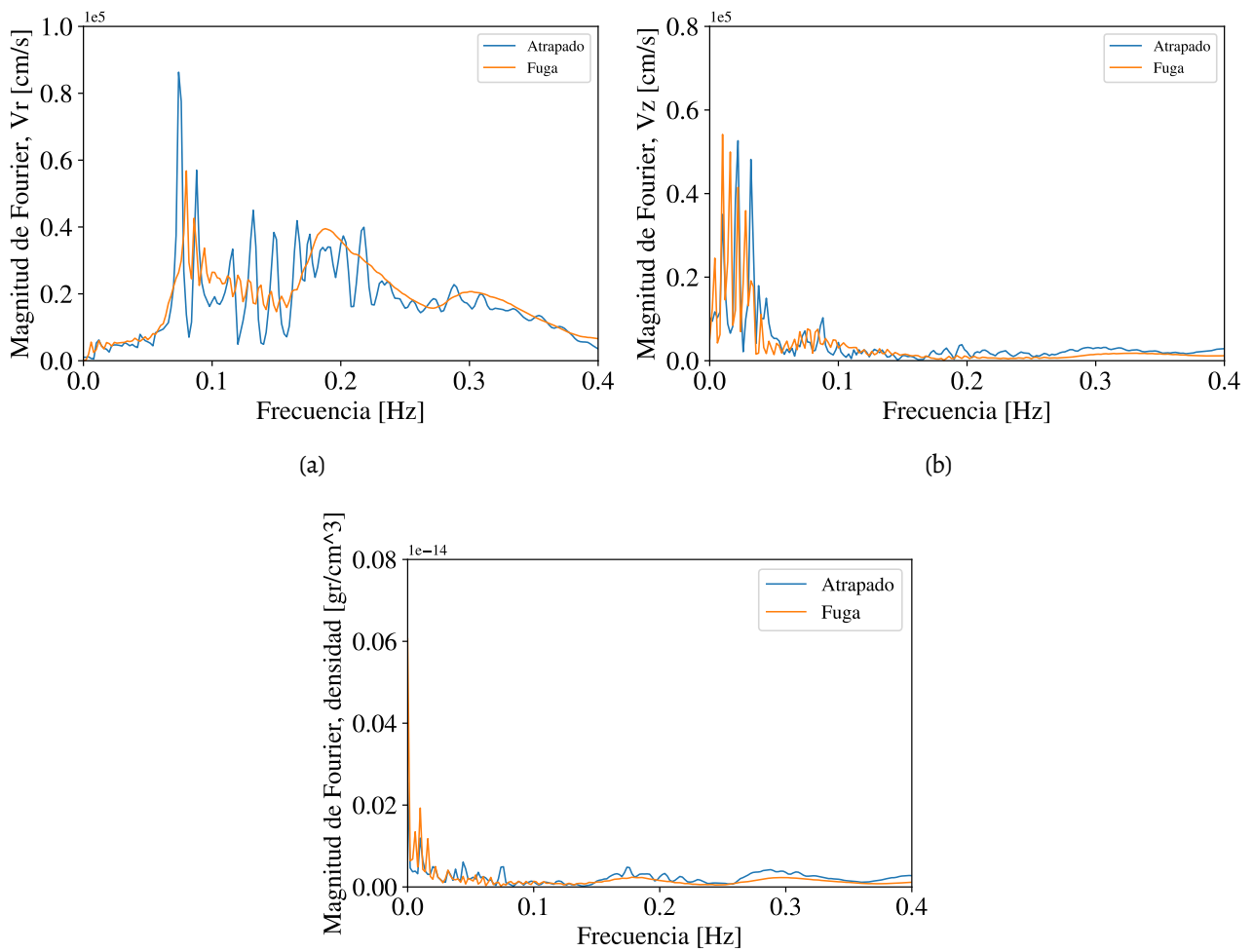


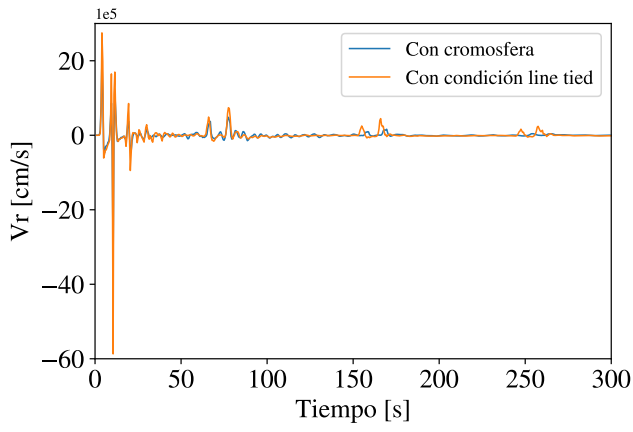
Figura 4.5: Transformadas de Fourier en la base a 2.5 Mm del eje del cilindro.

Por lo tanto, notamos que dada una deposición de energía en el centro del arco, las ondas que se propagan en él, ya sea cerca o lejos del eje, se amortiguan en el tiempo.

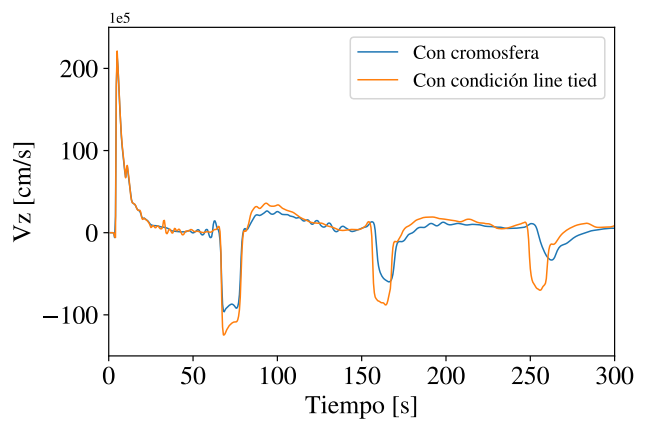
4.2. Comparación entre dos condiciones de borde: cromosfera y *line tied*.

En esta sección analizaremos la influencia de las condiciones de borde del arco coronal en la propagación de ondas: con cromosfera y con condición de borde *line tied*. Para ello se presentan gráficos de la evolución de las distintas variables de sistema: componentes r y z de la velocidad (v_r, v_z), componentes r y z del campo magnético (B_r, B_z), densidad y presión. Se estudio la variación de las magnitudes a distintos valores de la coordenada radial, particularmente en tres posiciones $r = 0.2$ Mm, $r = 0.5$ Mm y en $r = 2.5$ Mm. Teniendo en cuenta que el radio del cilindro es de 3 Mm, los dos valores extremos de r que se están tomando sirven

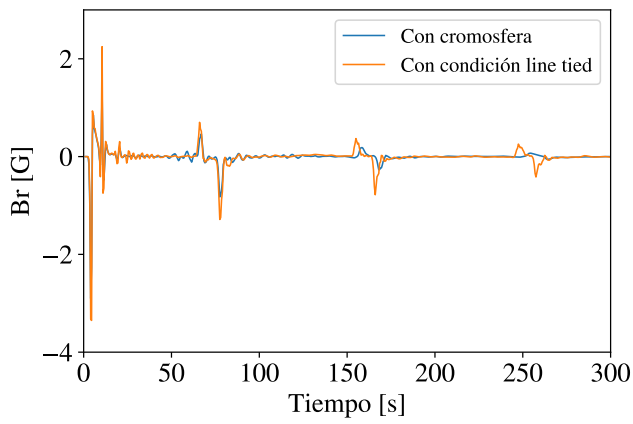
como control para analizar que sucede en una región central y al borde del cilindro. La figura 4.6 muestra en sus diferentes paneles el comportamiento de las variables en el ápex en $r = 0.2 \text{ Mm}$, para las simulaciones con condiciones de borde *line tied* (en líneas naranjas) y con cromosfera (en líneas azules). De la figura, no se observan diferencias significativas entre las 2 condiciones de borde. La misma tendencia puede observarse en las figuras 4.7 y 4.8 para $r = 0.5 \text{ Mm}$ y $r = 2.5 \text{ Mm}$, respectivamente.



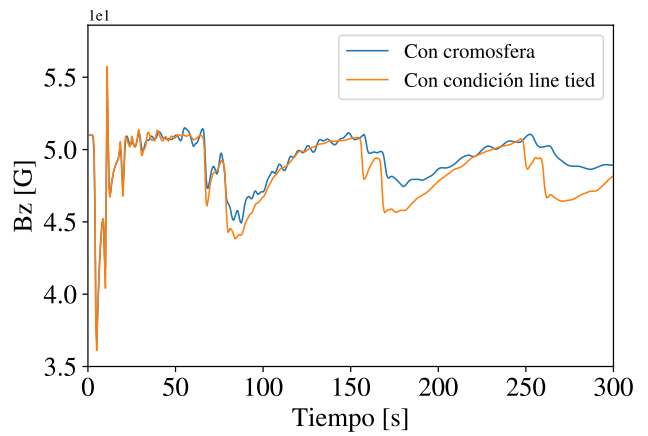
(a)



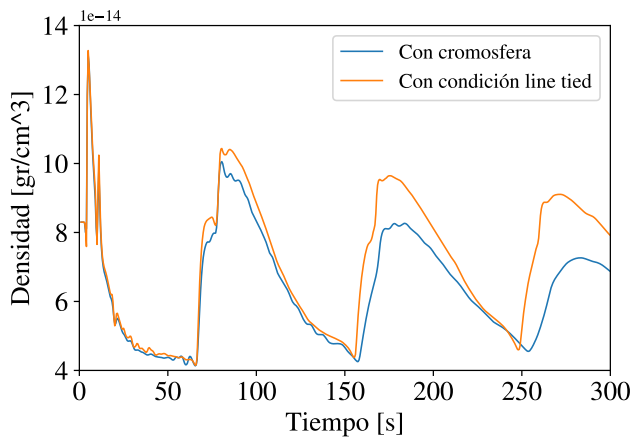
(b)



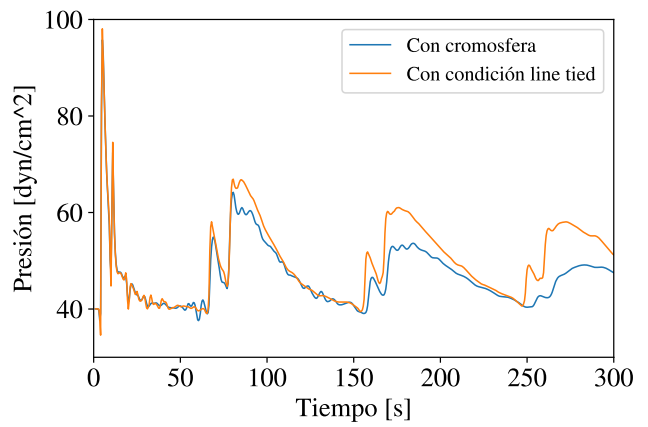
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.6: Evolución temporal de la variables en el ápex a 0.2 Mm del eje del cilindro.

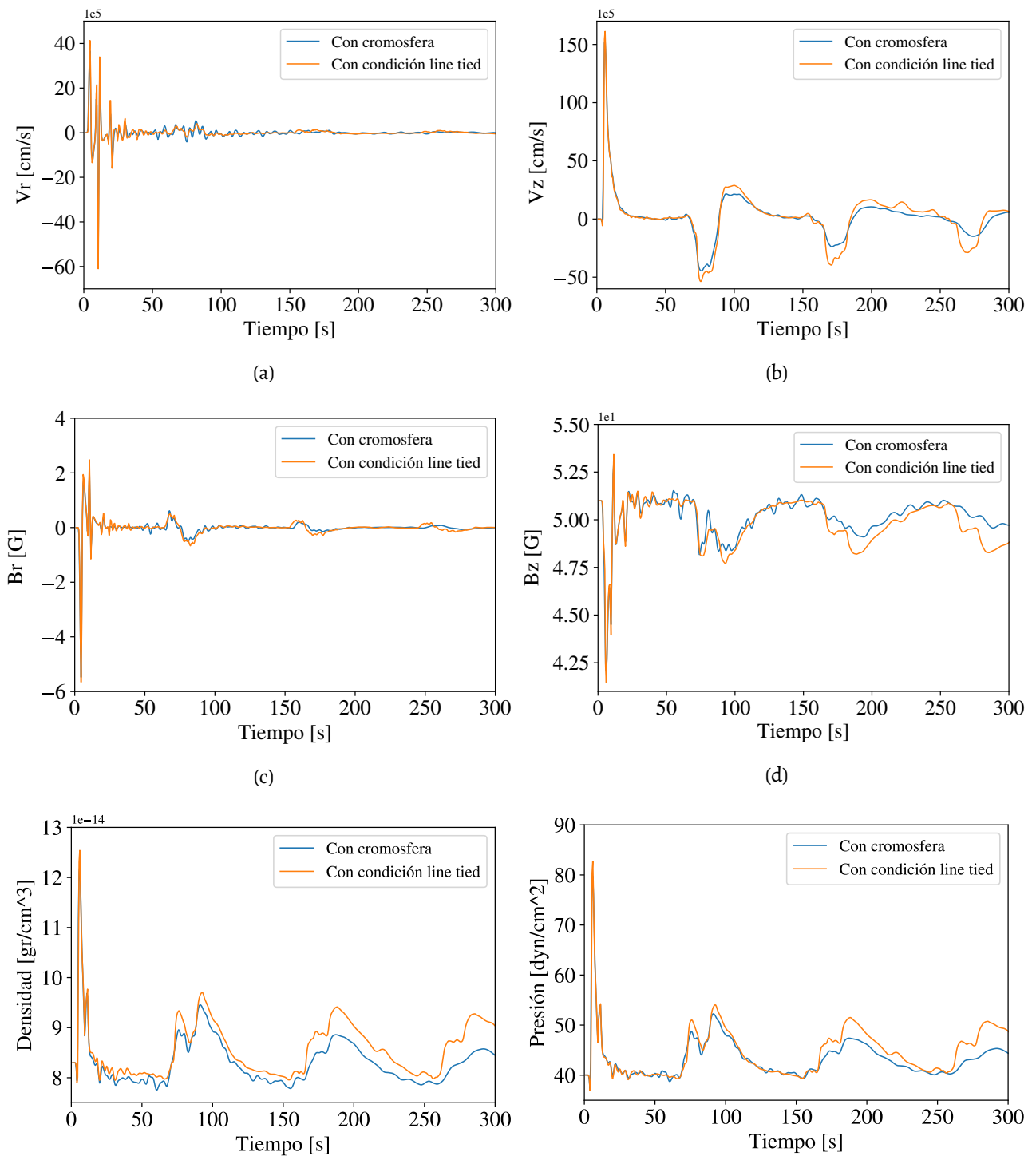


Figura 4.7: Variables en el ápex a 0.5 Mm del eje del cilindro.

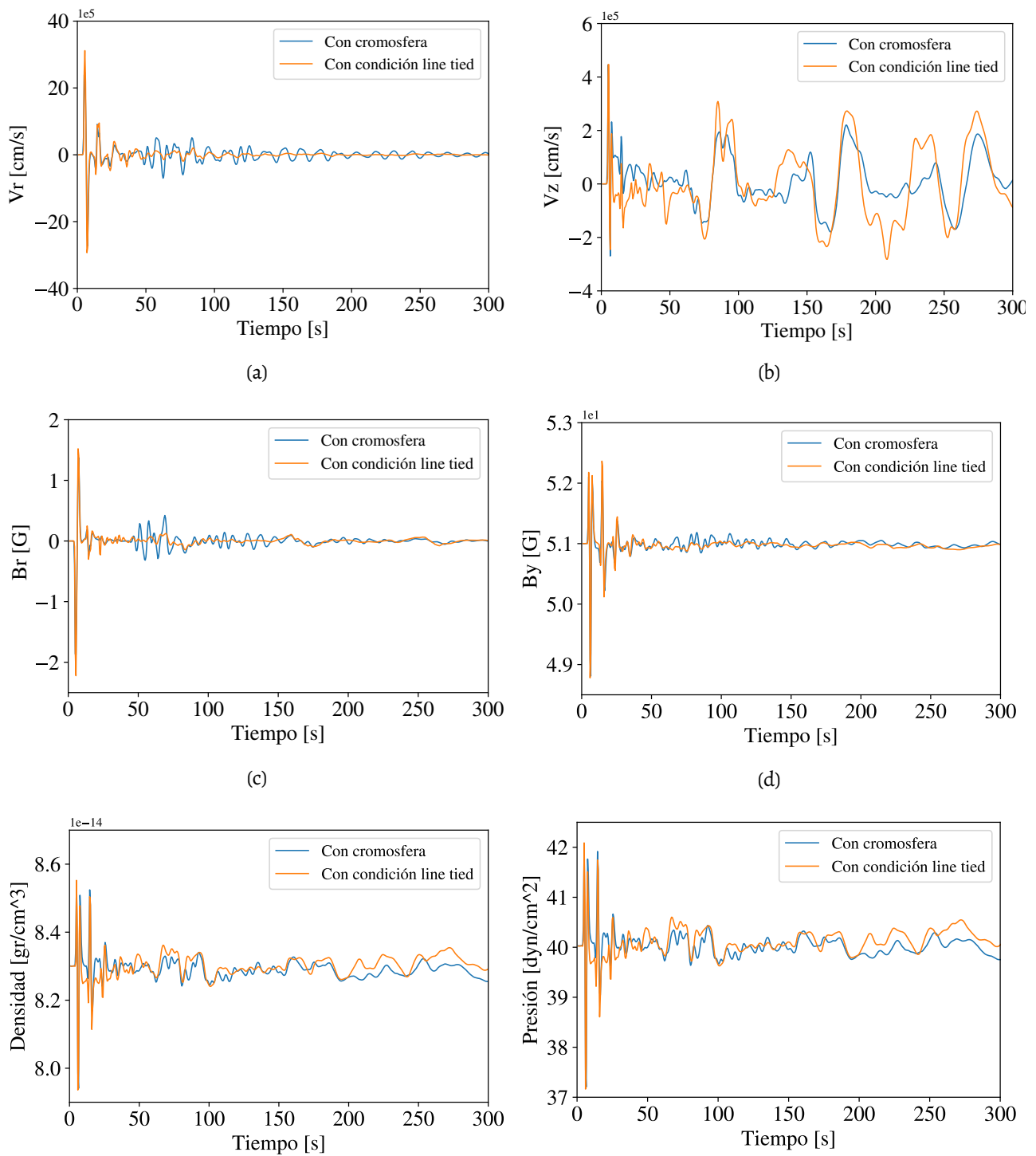


Figura 4.8: Variables en el ápex a 2.5 Mm del eje del cilindro.

La evolución temporal de estas variables fueron también obtenidas en distintos lugares dentro del tubo. Se caracterizan dos zonas: el ápex y la base del cilindro. Se considera que el **ápex** es una región ubicada a 2.5 Mm del centro del arco y la **base** a la región ubicada a 0.3 Mm de la base, ambas en la dirección z (Figura 4.1). En las

bases del cilindro realizamos el mismo análisis. Notar que tanto para una región cercana al eje (figura 4.9) como para una región cercana al borde (figura 4.10) las oscilaciones son muy similares. Sin embargo, la densidad presenta un decaimiento de su magnitud para la condición *line tied* (a ambas distancias desde el centro), debido a que esta variable es tomada como “saliente” en la condición de contorno permitiendo así que exista flujo de densidad saliente del dominio computacional. Por el contrario, la implementación de la cromosfera ajusta un escenario donde la oscilación ocurre alrededor de un valor constante (ver figura 4.10e).

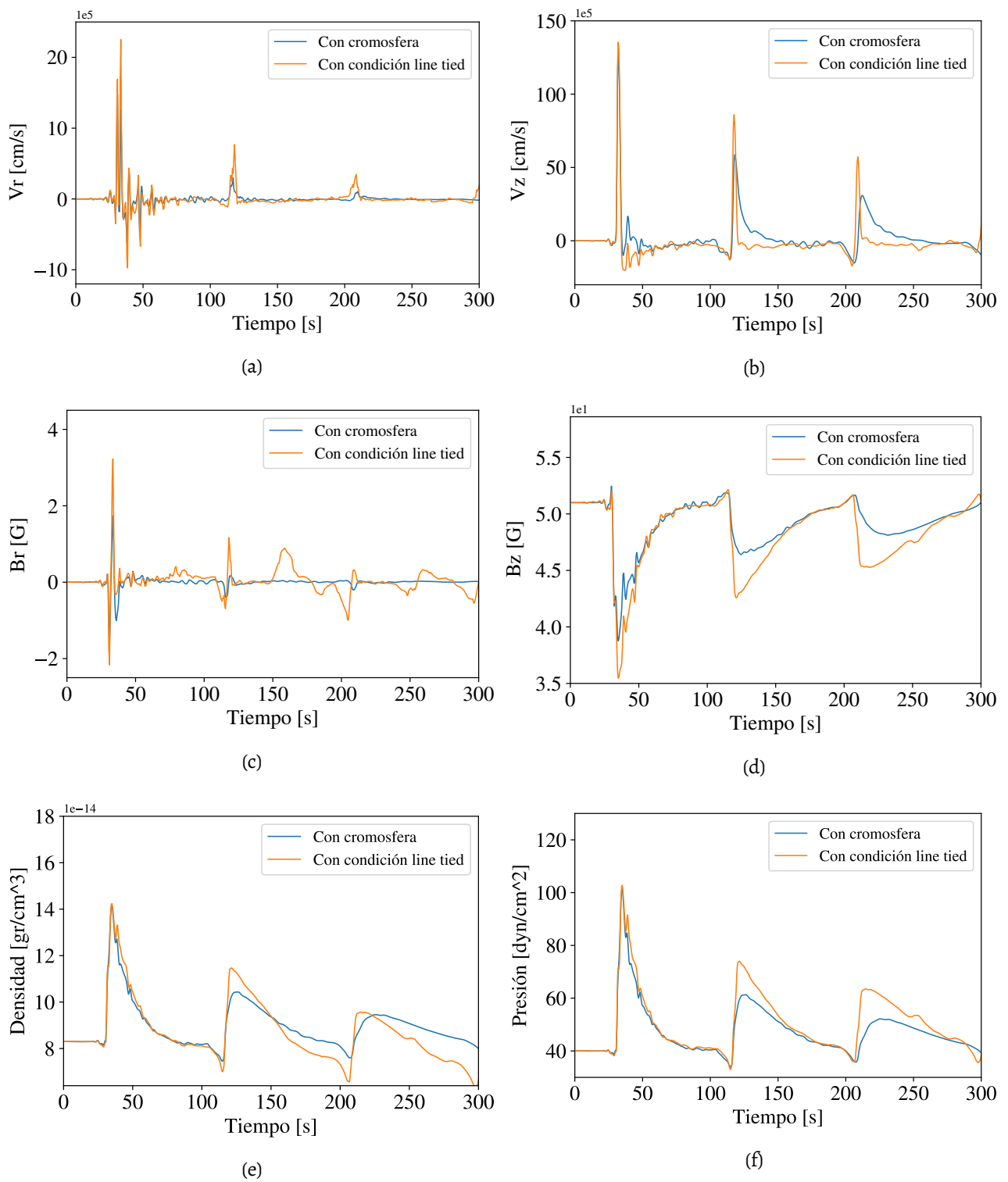


Figura 4.9: Variables en la base a 0.2 Mm del eje del cilindro.

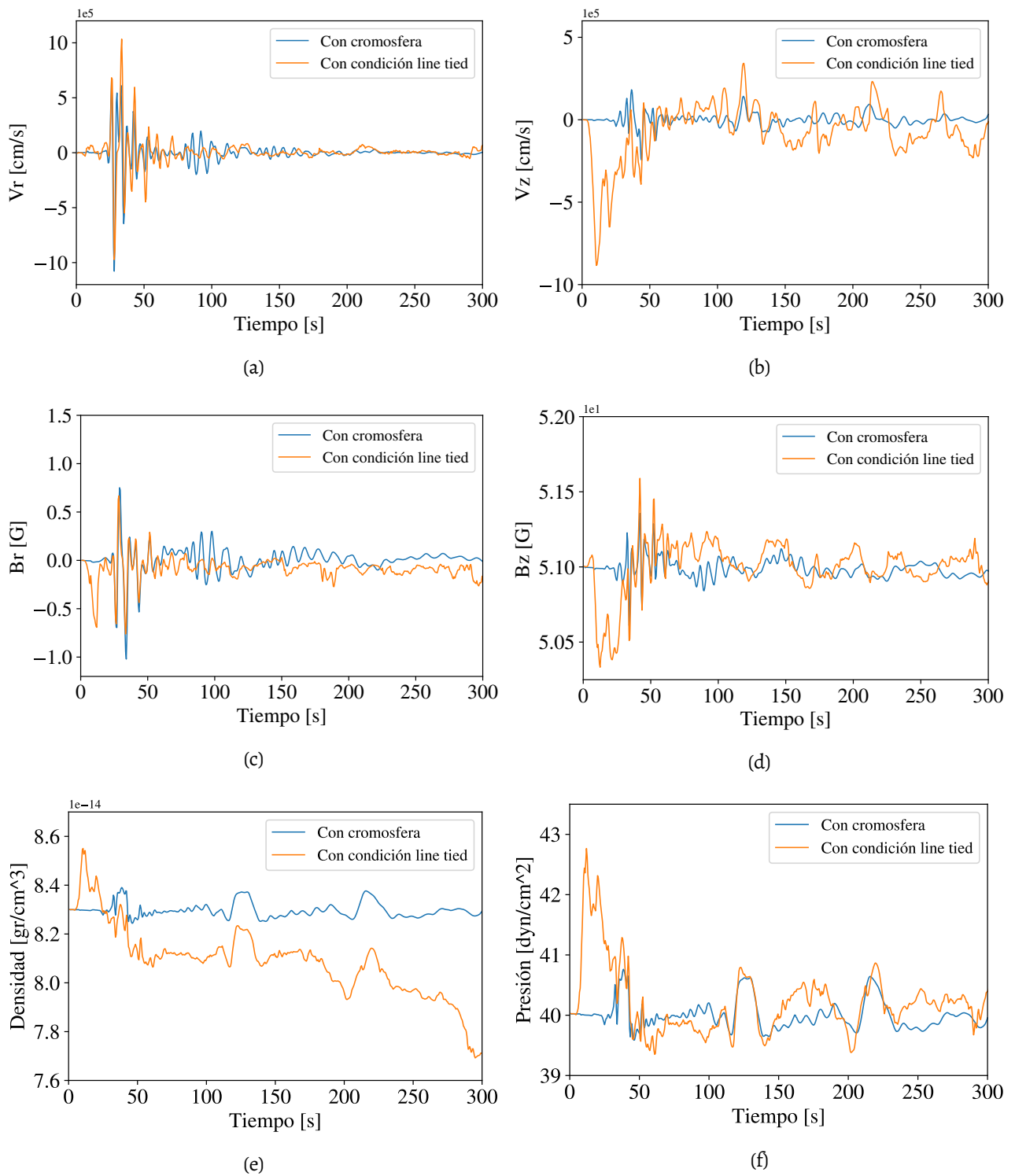


Figura 4.10: Variables en la base a 2.5 Mm del eje del cilindro.

Dados estos resultados, para lo que sigue del trabajo, optaremos por la implementación de la cromosfera como una mejor aproximación a la ataduras de las bases del arco.

4.3. Equilibrio y perturbaciones

Del análisis realizado en las dos secciones anteriores, se elige para las condiciones iniciales, la condición de modo atrapado y con condiciones de borde impuestas por la implementación de una cromosfera. En primera instancia, se realiza un análisis sobre una simulación que inicialmente presente el equilibrio entre las diferentes regiones simuladas. Con esto se pretende analizar cómo funcionan los métodos numéricos implementados al evolucionar la dinámica del equilibrio. En una segunda instancia se analizarán los efectos de tres deposiciones de energía interna contenidas en una región dentro del arco coronal. El primer caso es un pulso esférico colocado en el centro del arco, el segundo caso es un pulso esférico colocado en la base del arco y finalmente un pulso cilíndrico colocado en el centro. Para terminar, se analizan los efectos de sacar del equilibrio al arco de forma global, para esto se aumenta su temperatura perdiéndose la condición de equilibrio magnetohidrostático con la corona.

4.3.1. Equilibrio

En la figura 4.11 se puede observar la evolución de las variables cuando el sistema se encuentra inicialmente en equilibrio satisfaciéndose la relación 2.31. Las figuras muestran la variación en diferentes puntos del arco: ápex y base, a diferentes distancias desde el eje: $r = 0.2, 0.5, 2.5$ Mm. En equilibrio, las variables deberían mantenerse constantes a lo largo del tiempo, sin embargo la resolución numérica de las ecuaciones introduce perturbaciones que hacen evolucionar estas cantidades. Como se puede observar entre 0 y 500 segundos las amplitudes de las distintas cantidades se mantienen del mismo orden en diferentes puntos del tubo. La variación relativa de la componente longitudinal del campo es menor al 0.04 % y en el caso de la densidad es menor al 0.1 %. Por otro lado en las transformadas de Fourier realizadas no se observan frecuencias características. Se ve que los métodos numéricos conservan el equilibrio de manera aceptable.

	Corona	Arco	Cromosfera (corona)	Cromosfera (arco)
Densidad [gr/cm^3]	1.66×10^{-15}	8.33×10^{-14}	1.66×10^{-13}	8.33×10^{-12}
Temperatura [MK]	1.000	2.890	0.010	0.0289
B_z [G]	60	51	60	51
β	0.002	0.38	0.002	0.38

Cuadro 4.1: Valores iniciales asignados para el sistema en equilibrio.

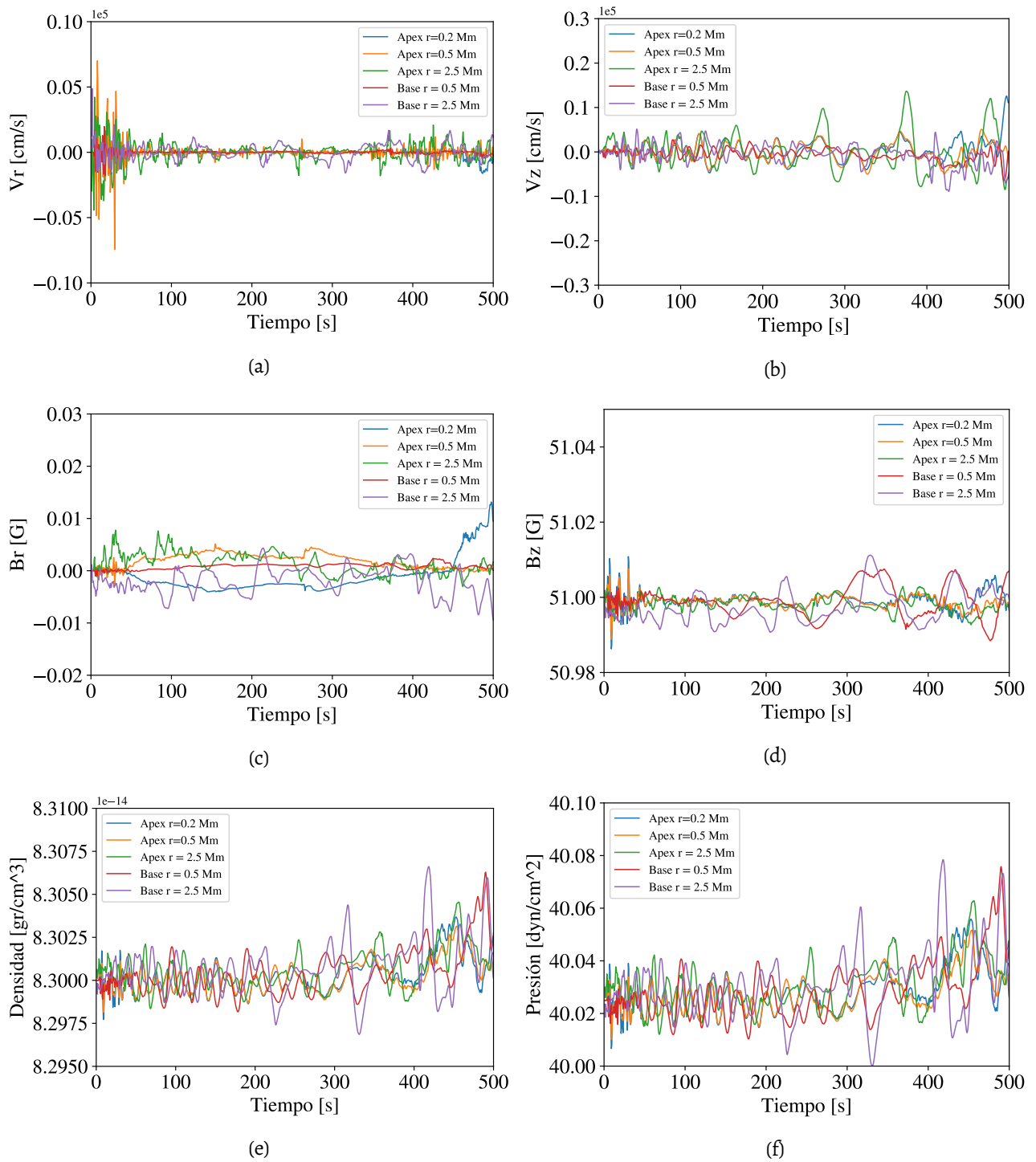


Figura 4.11: Evolución de las variables en el **ápex** y la **base** para distintos radios cuando el sistema se encuentra en equilibrio magnetohidrostático.

4.3.2. Pulso 1 colocado en el ápex

Para emular una deposición de energía instantánea, en esta simulación se colocó una esfera de radio $r_p = 0.5$ Mm en el centro del arco. La temperatura de la esfera es de 40 MK lo que implica una deposición de energía

de 4.3×10^{28} ergios, una cantidad de energía comparable a la de una micro fulguración. En la figura 4.12a se puede observar que el pulso de energía genera un frente de alta densidad que empieza a recorrer el tubo mientras se mantiene confinado en un radio menor a 0.5 Mm. En la figura 4.13a se aprecia cómo evoluciona la densidad dentro del tubo sobre un corte realizado a $r = 0.2$ Mm. Se puede ver cómo dos frentes de onda avanzan hacia los extremos del arco densificando el medio, aproximadamente a los 37 segundos sufren una reflexión contra la cromosfera, regresando al centro del tubo donde se atraviesan para alcanzar los extremos opuestos. Estos frentes se mantienen en este régimen disminuyendo la intensidad con la que perturban el medio a medida que avanza el tiempo debido a que parte de la energía es transmitida a la cromosfera. Esto también puede verse en la figura 4.14e donde se registra una pulsación con un período de ~ 100 segundos. Estos frentes pueden interpretarse como ondas de choque debido a que además de densificar el medio y aumentar la presión, disminuye la intensidad del campo magnético como se puede ver en la figura 4.13b lo cual representa una propiedad característica de las ondas de choque lentas. Además, la figura 4.13a permite determinar la velocidad del choque siendo está 379 km/s ($c_{sl} < v_{ch} < c_{Al}$). En la figura 4.12b se muestra un acercamiento de la región central del arco coronal. Allí se aprecia la propagación de una perturbación débil en la dirección radial. Esta es una onda de choque rápida, ya que se propaga transversal a las líneas de campo magnético y su velocidad es aproximadamente de 666 km/s ($v_{ch} > c_{Fl}$). Esta onda también va perdiendo intensidad en su evolución ya que se propaga hacia regiones exteriores al arco.

Velocidades en la corona [km/s]	Velocidades en el arco [km/s]
$c_{s0} = 166$	$c_{sl} = 283$
$c_{A0} = 4150$	$c_{Al} = 499$
$c_{F0} = 4153$	$c_{Fl} = 573$
$c_{T0} = 165$	$c_{Tl} = 246$

Cuadro 4.2: Valores de las velocidades características del medio: velocidad del sonido c_s , velocidad de Alfvén c_A y velocidades típicas de los modos magnetoacústicos rápidos y lentos c_F y c_T , respectivamente.

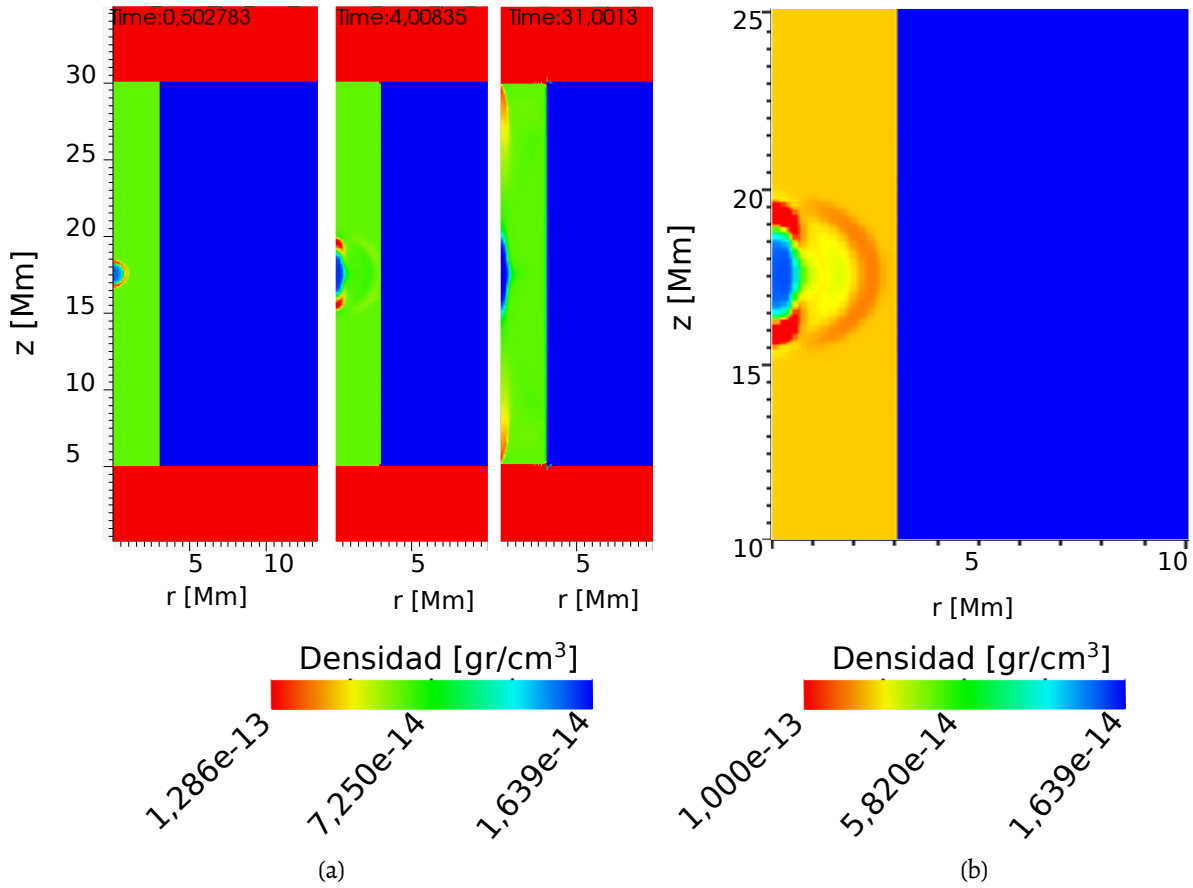
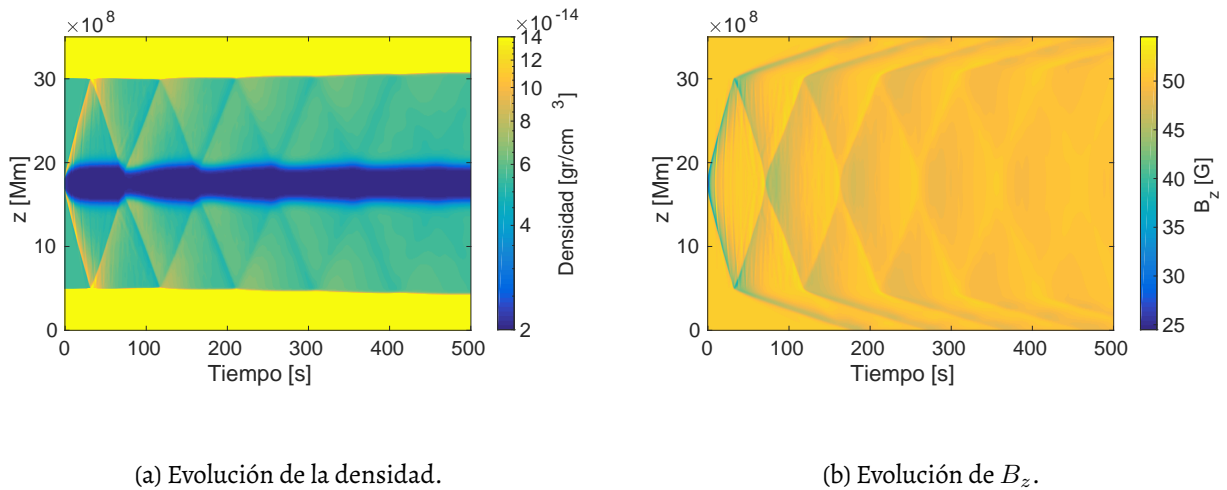


Figura 4.12: a) Evolución de la densidad dentro del arco coronal. De izquierda a derecha se ven capturas a $t = 0.5$, $t = 4.0$ y $t = 31.0$ segundos. b) Acercamiento a la zona de la explosión.



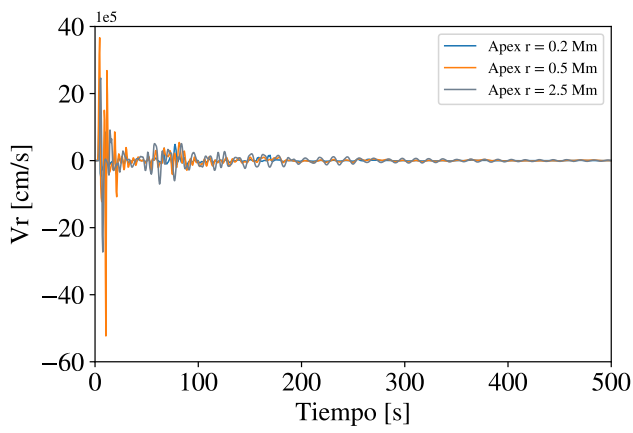
(a) Evolución de la densidad.

(b) Evolución de B_z .

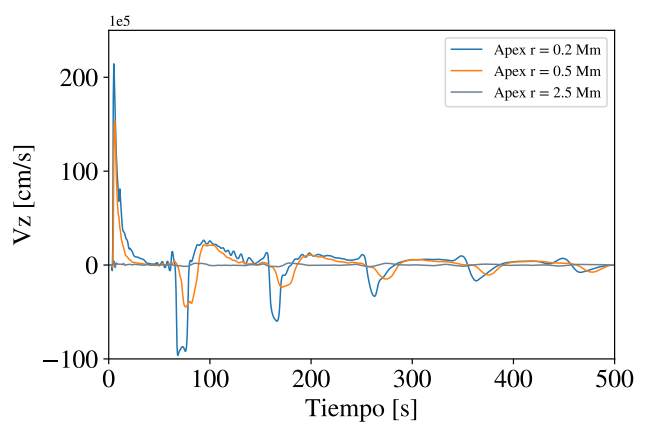
Figura 4.13: a) Evolución de la densidad y b) Evolución de B_z a lo largo de un corte a $r = 0.2$ Mm.

El pulso de energía impuesto inicialmente desarrolla ondas de choque rápidas y lentas que perturban todo el arco coronal. Con el objetivo de analizar si estas perturbaciones son capaces de excitar modos del tipo *sausage*,

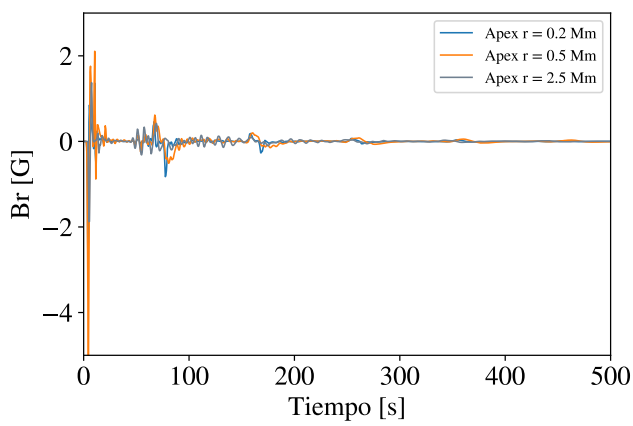
se analiza la variación temporal de las variables (figura 4.14) y se realizan transformadas de Fourier a diferentes distancias radiales, que se muestran en la figura 4.15. Como se puede observar, las intensidades de los modos de oscilación son más grandes cuando se está cerca del eje del cilindro ($r = 0.2$ Mm y $r = 0.5$ Mm). Sin embargo se ve que la velocidad radial (panel 4.15a) y el campo magnético radial (panel 4.15c) a $r = 2.5$ Mm tienen magnitudes de Fourier similares a aquellas magnitudes calculadas a distancias más cercanas al eje. De todas maneras, estas oscilaciones no son capaces de perturbar la densidad de manera significativa, como puede observarse de el panel 4.15e. Analizando la transformada de Fourier en $r = 2.5$ Mm para la densidad y la velocidad radial en la figura 4.16, se ve que la magnitud de Fourier de la densidad (panel 4.16a) es muy pequeña (0.01×10^{-14} gr/cm³) comparada con el valor de la densidad en ese punto (8×10^{-14} gm/cm³), pero se ve que hay picos significativos a diferentes frecuencias. La frecuencia $\nu = 0.01$ Hz se corresponde a la propagación de la onda de choque lenta, con un período de $\tau = 100$ s, como vemos en las figuras 4.14e y 4.15e. Las frecuencias $\nu_1 = 0.075$ Hz y $\nu_2 = 0.175$ Hz se corresponden a armónicos de modos magnetoacústicos rápidos. En la figura 4.17 se ven los dos armónicos en la velocidad radial ($\lambda = c_{Fl}\tau_1 = 7.64$ Mm y $\lambda = c_{Fl}\tau_2 = 3.27$ Mm, donde $\tau_1 = 13.3$ s y $\tau_2 = 5.7$ s). En la figura 4.18 a $r = 3$ Mm no se observan oscilaciones significativas en la densidad, aunque a distancias más cercanas al eje, si pueden apreciarse. Sin embargo los modos rápidos analizados tienen períodos característicos de las observaciones de arcos con longitudes y anchos similares (V. F. Melnikov, Reznikova, Shibasaki y col. 2004, Asai y col. 2001).



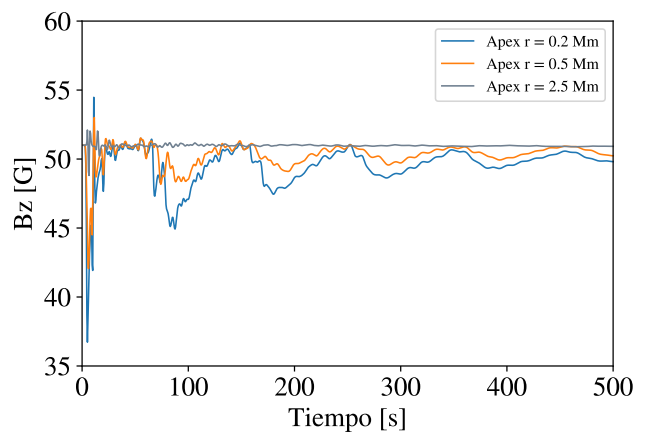
(a)



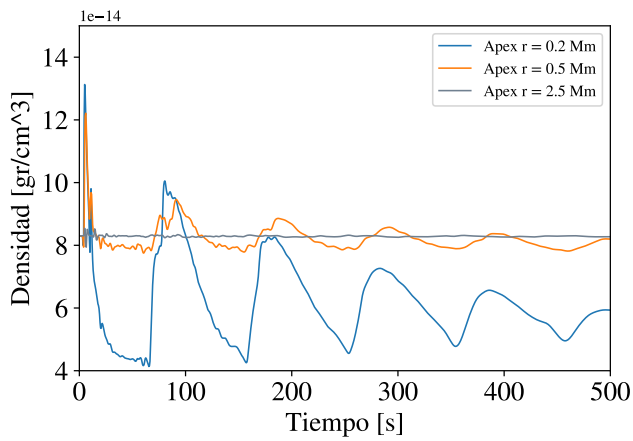
(b)



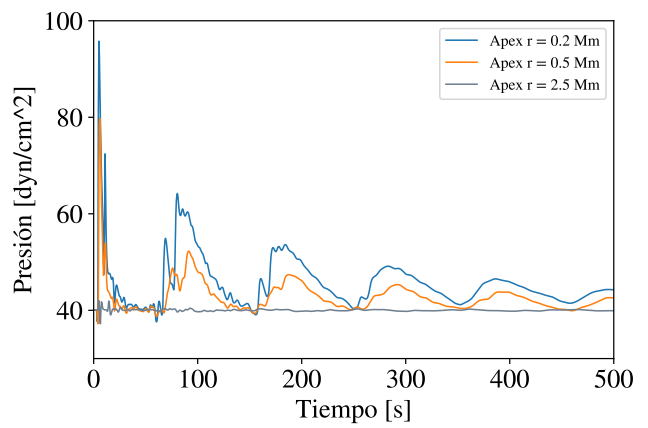
(c)



(d)

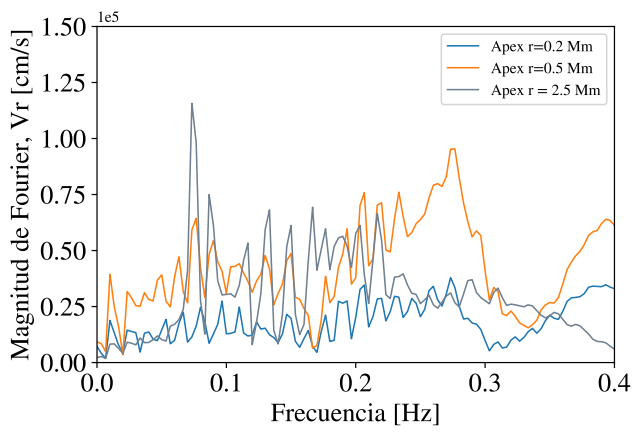


(e)

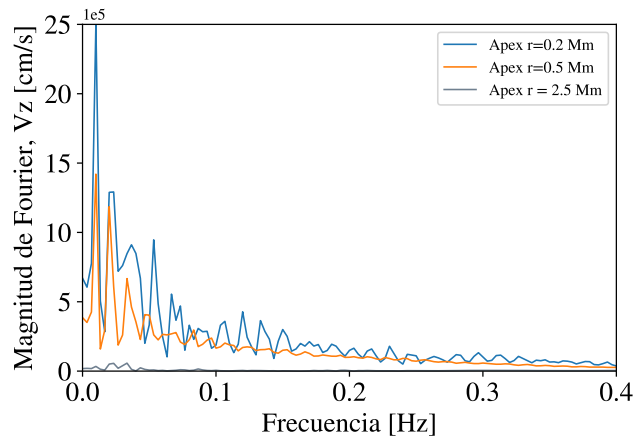


(f)

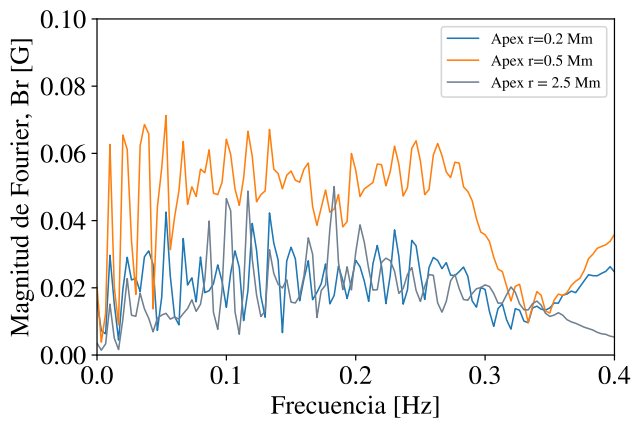
Figura 4.14: Variables en el ápex para la simulación con el pulso 1.



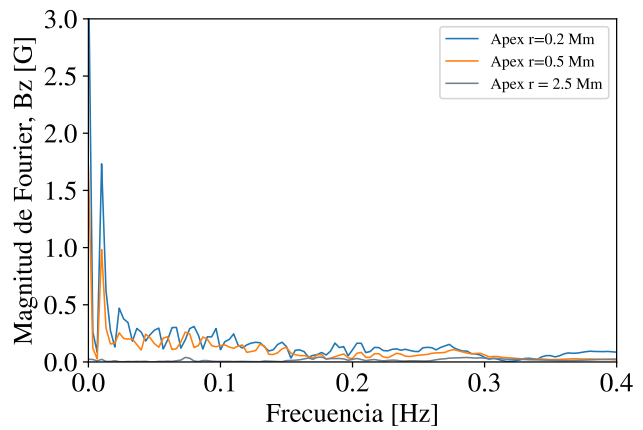
(a)



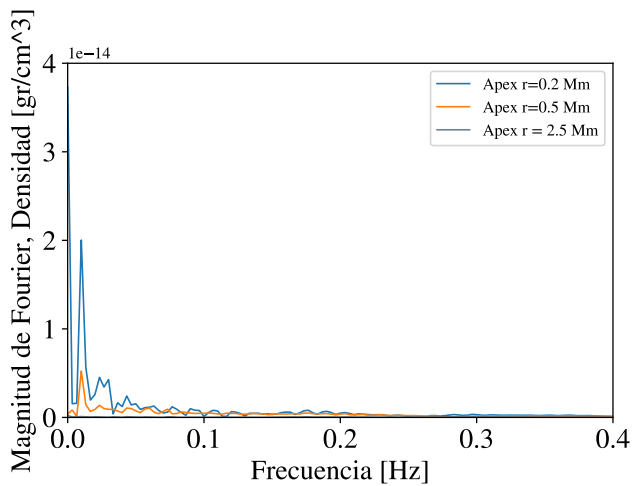
(b)



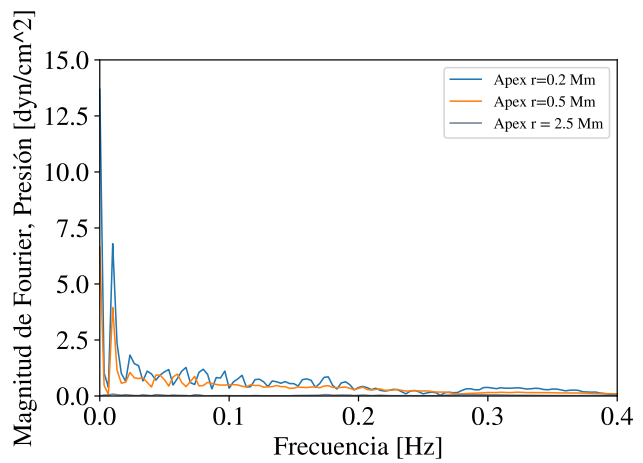
(c)



(d)

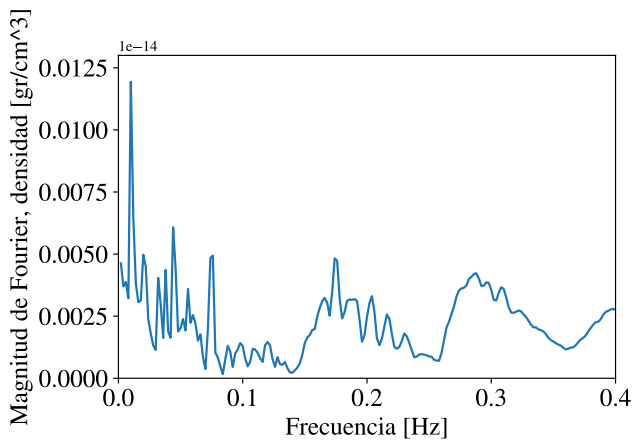


(e)

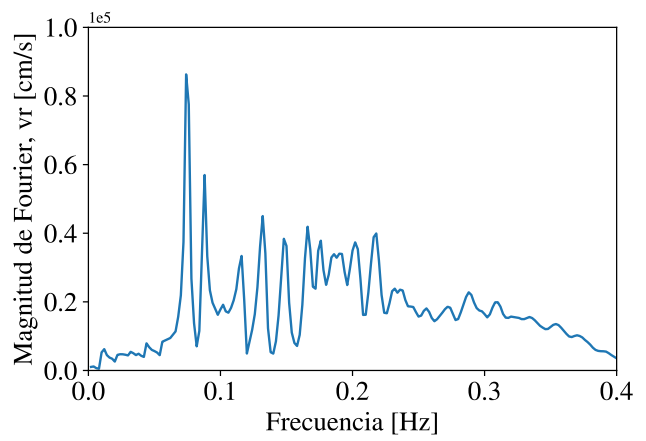


(f)

Figura 4.15: Trasformada de Fourier en el ápex para la simulación con el pulso 1.



(a) Transforma de Fourier de la densidad.



(b) Transforma de Fourier de la velocidad radial.

Figura 4.16: Transformada de Fourier de las variables en el ápex para $r = 2.5$ Mm en la simulación con el pulso 1.

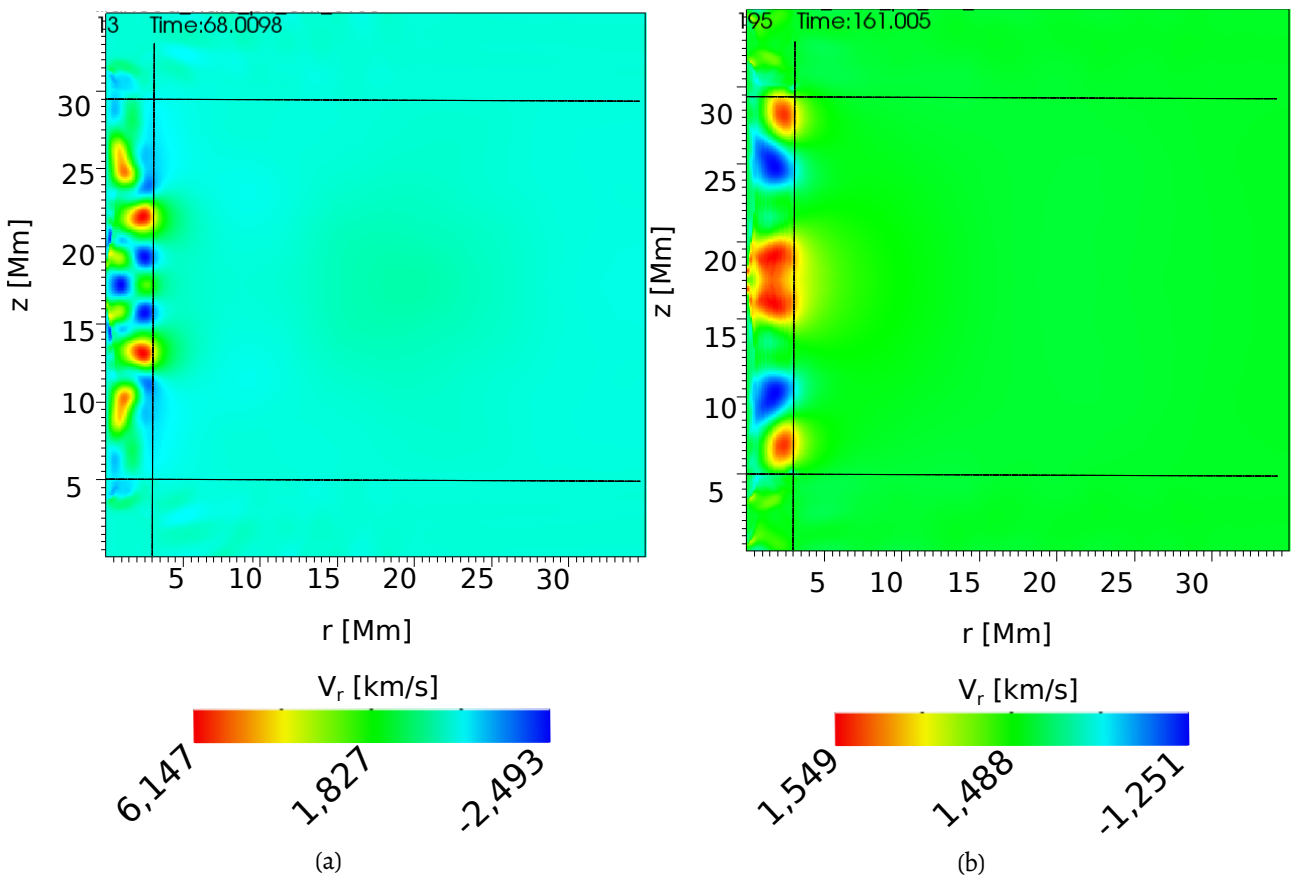


Figura 4.17: Modos de oscilación observados en la velocidad radial.

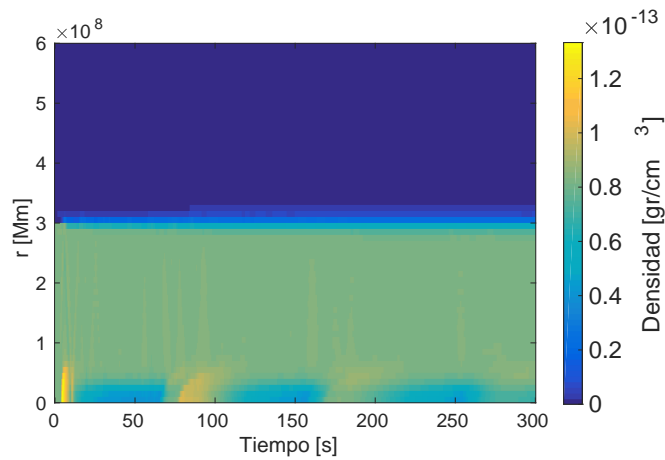


Figura 4.18: Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial.

4.3.3. Pulso I colocado en la base

En esta ocasión, se emuló la deposición de energía, cerca de las bases cromosféricas. De la figura 4.19 se ve la propagación de la onda de choque a lo largo de varias variables, con su respectivo retardo que sufre por estar ahora más lejos del punto medido. Sus transformadas de Fourier pueden verse en la figura 4.20. Se puede observar que son muy similares a aquellas calculadas cuando el pulso fue colocado en el centro del arco. Esto muestra que las oscilaciones excitadas con un pulso desde el centro el arco o desde una de las bases del arco, producen casi los mismos modos de oscilación.

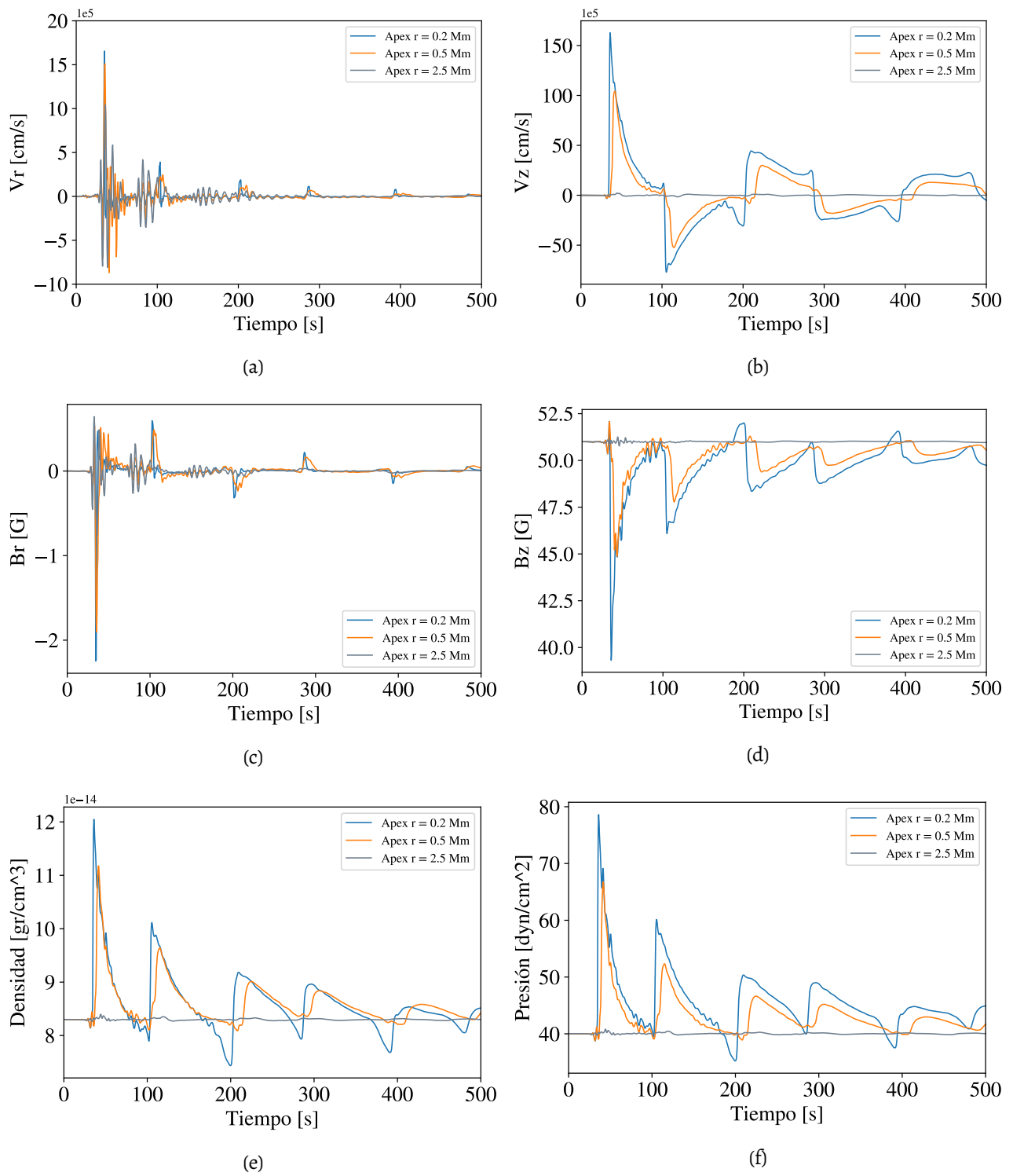
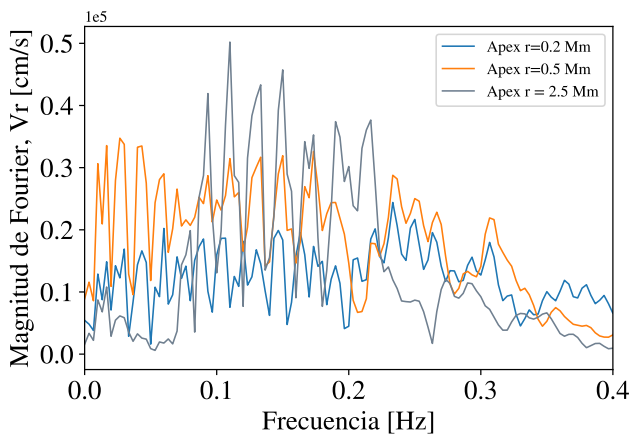
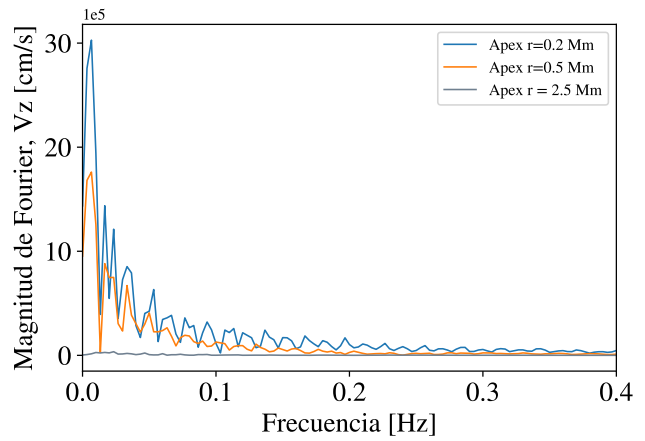


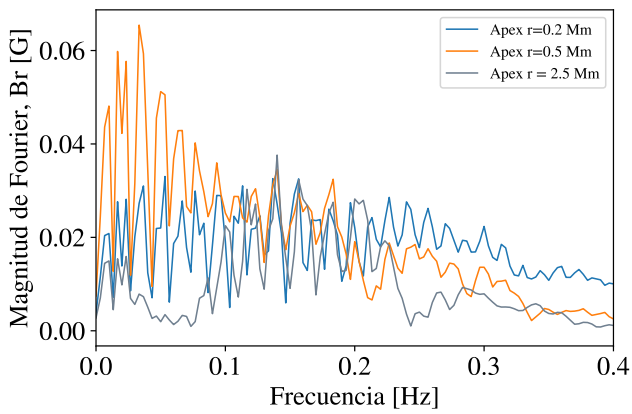
Figura 4.19: Variables en el ápex para la simulación con el pulso 1 colocado sobre la base.



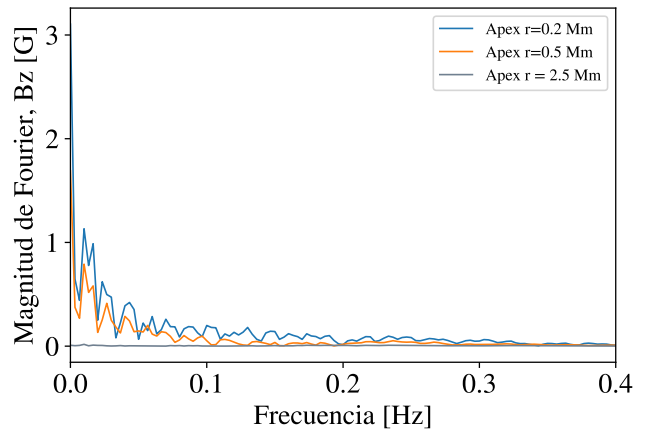
(a)



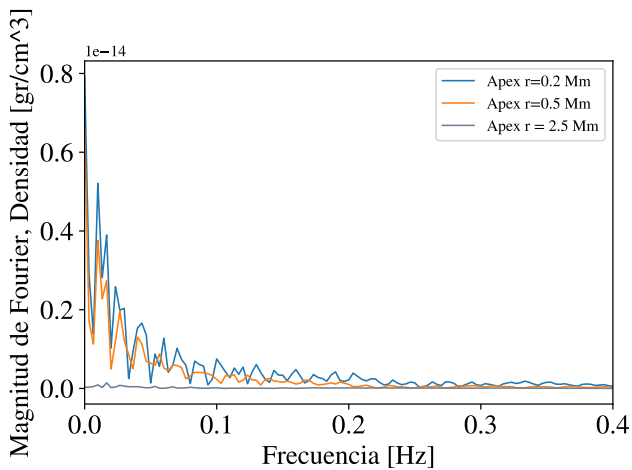
(b)



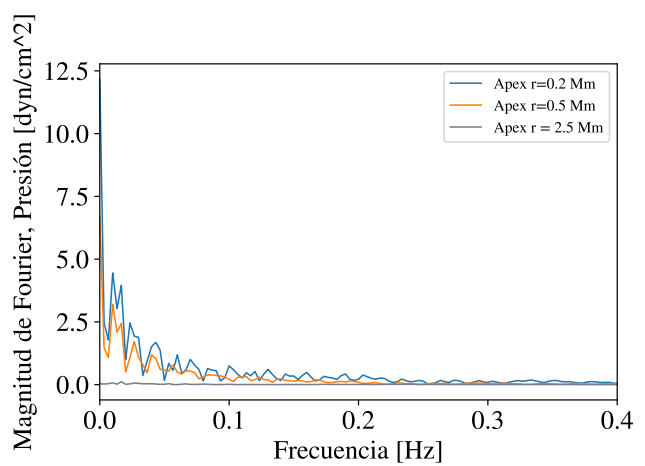
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.20: Trasformada de Fourier de las variables en el ápex para la simulación con el pulso 1 colocado sobre la base.

4.3.4. Pulso 2 colocado en el ápex

En las secciones anteriores se estudió los efectos que produce la deposición de energía en forma de esfera en dos lugares del arco coronal, el ápex y la base. En esos casos se observó que el choque producido por estas explosiones queda principalmente contenido dentro del radio de la esfera pudiendo desplazarse libremente en la dirección z y como resultado no se observaron perturbaciones significativas en el borde externo del arco. Como experimento se decidió cambiar la forma de la deposición por un disco que llega hasta el borde externo del cilindro (figura 4.21) cuya energía equivale a 2.34×10^{30} erg. En la figura 4.22 se puede observar el comportamiento de las variables a $z = 20$ Mm a diferentes radios. La diferencia principal con los casos anteriores es que a $r = 2.5$ Mm se tiene amplitudes comparables con los otros dos puntos debido a la extensión de la deposición.

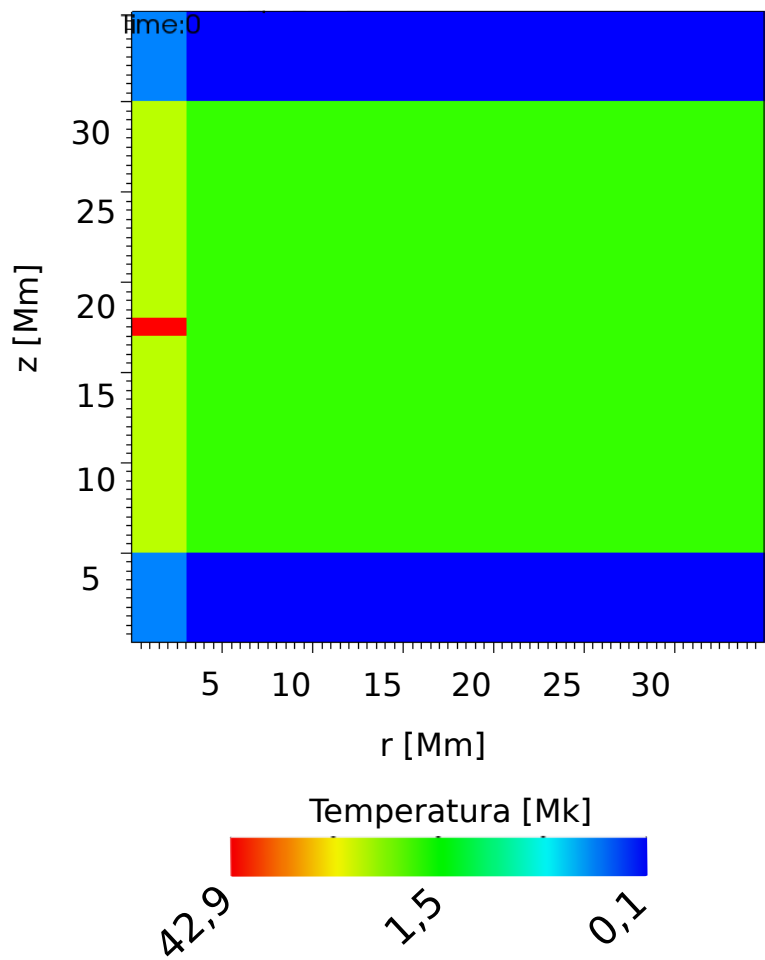


Figura 4.21: Deposición de energía con forma de disco para el pulso 2.

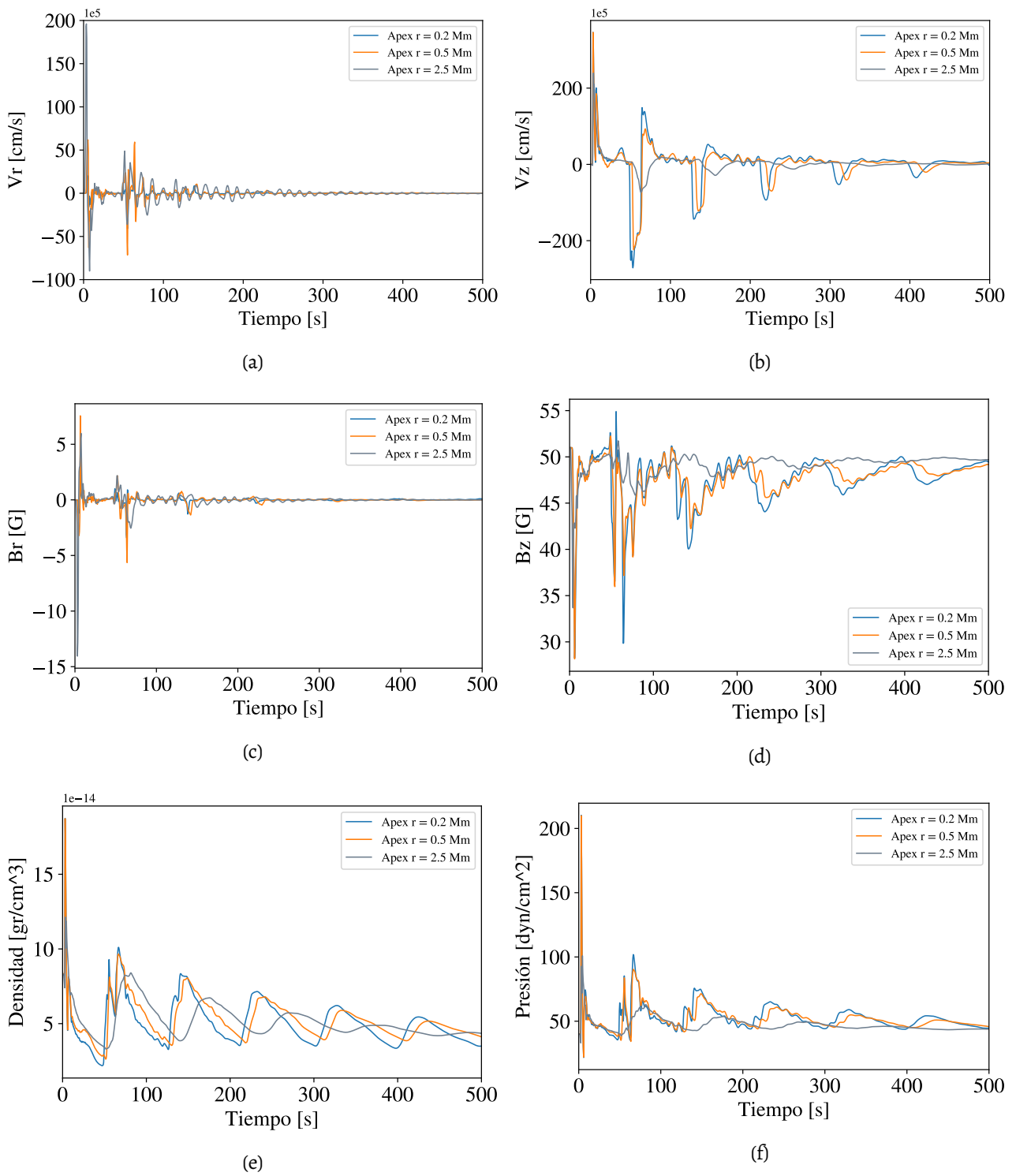


Figura 4.22: Variables en el ápex para la simulación con el pulso 2 colocado en el ápex.

En la figura 4.23 se puede observar que el borde exterior del arco está manifestando una oscilación del tipo *sausage*. En la figura 4.24 se muestran los datos de las variables sobre el perfil del arco a $r = 3$ Mm. La velocidad radial en este punto se comporta de forma oscilatoria y decae exponencialmente, dando cuenta de un modo de

fuga que también se observa en la figura 4.23, donde la intensidad de la perturbación en densidad es más débil a medida que avanza el tiempo.

En la figura 4.25 se encuentran las transformadas de Fourier realizadas a estos datos. En la componente radial v_r (figura 4.25a) aparece muy marcada la frecuencia $\nu = 0.075$ Hz ($\tau = 13.3$ s), mientras que en v_z domina fuertemente la frecuencia $\nu = 0.0128$ Hz ($\tau = 78.1$ s). Es interesante notar en la densidad (figura 4.25e) la presencia de ambas frecuencias donde la más pequeña está asociada al choque producido por la deposición de energía y la frecuencia $\nu = 0.075$ Hz a la oscilación radial del tubo. Para ver esto último, se comparan las figuras 4.22e y 4.24e que muestran la evolución de la densidad en función del tiempo para diferentes distancias al eje del cilindro. Para la primer figura se ve que las ondas de choque priman en la variación en la densidad. Pero a $r = 3$ Mm, justo en la interfase arco/corona se ve una oscilación de alta frecuencia montada arriba de una frecuencia menor (dada por las onda de choque en la dirección z , que se ve en la figura 4.24b). Por lo tanto, sólo cuando la deposición de energía está cerca de la interfase, puede producirse un modo *sausage*: pico de la magnitud de Fourier en la frecuencia $\nu = 0.075$ Hz para v_r , B_z , densidad y presión, característico de un modo magnetoacústico rápido.

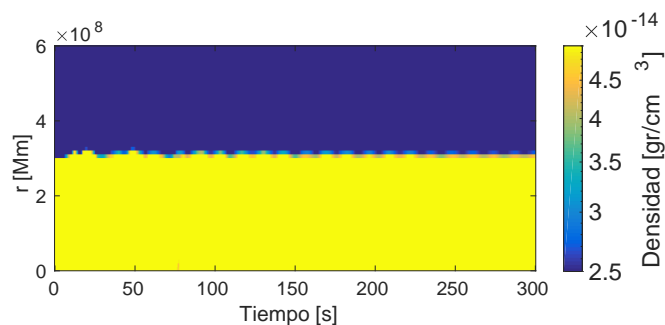


Figura 4.23: Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial a $z = 25$ Mm.

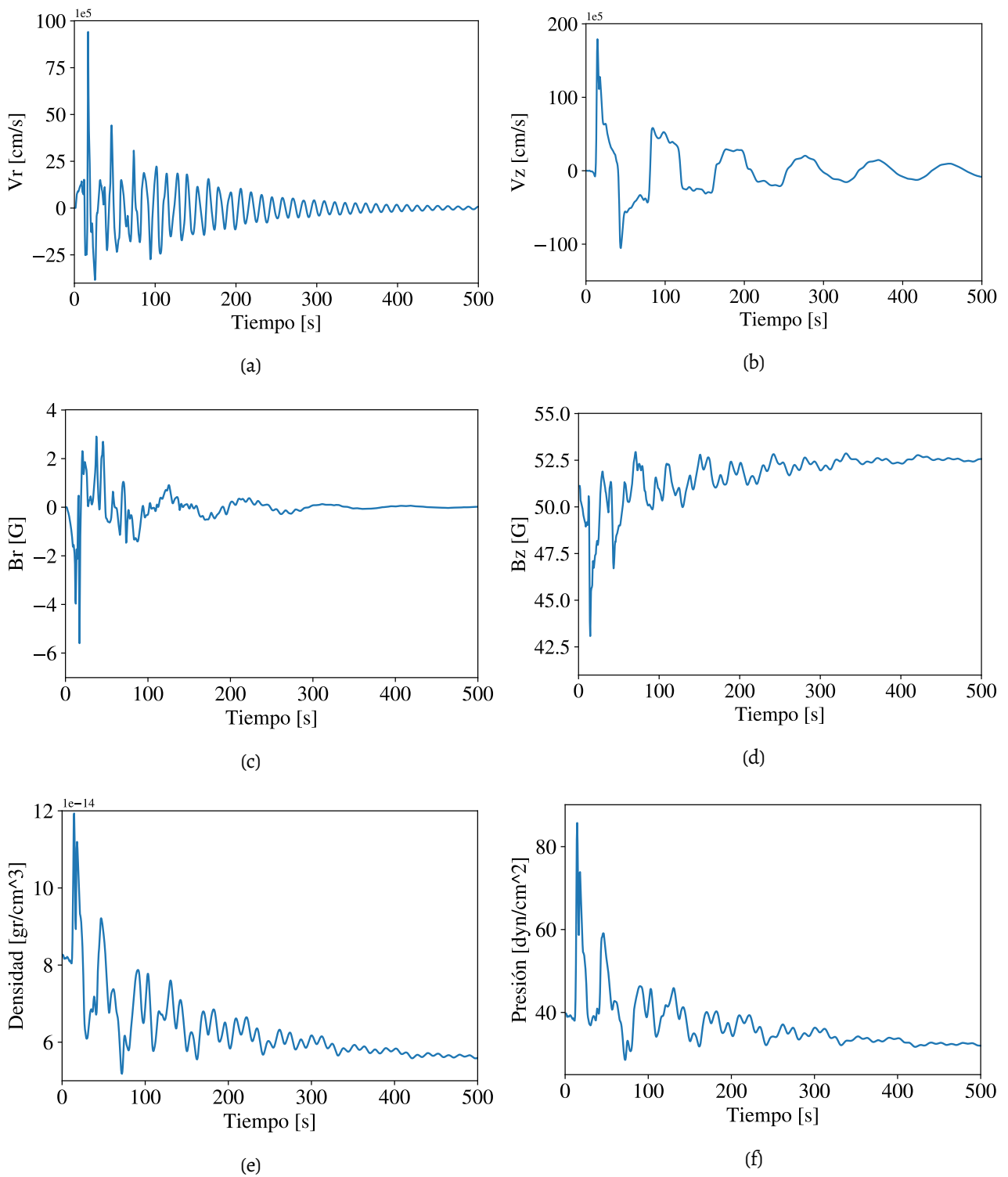


Figura 4.24: Variables en $z = 25\text{Mm}$ sobre el borde externo del cilindro para la simulación con el pulso cilíndrico colocado en el ápex.

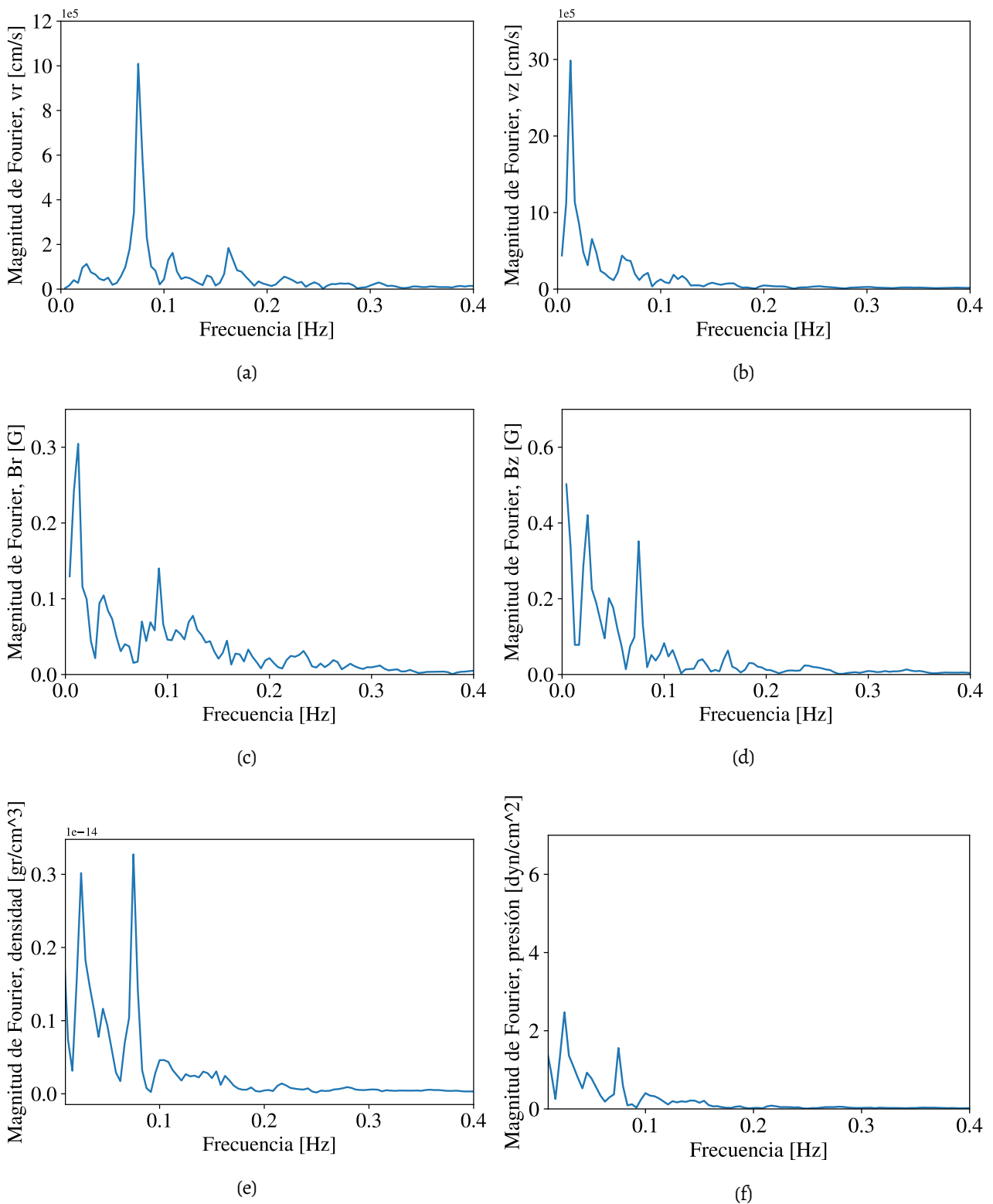


Figura 4.25: Trasformada de Fourier de las variables en $z = 25\text{Mm}$ sobre el borde externo del cilindro de la simulación con el pulso cilíndrico colocado en el ápex.

4.3.5. Discontinuidad

En esta sección se analizan dos simulaciones realizadas donde se coloca el arco fuera del equilibrio aumentándole la temperatura. De esta forma se incrementa la energía interna del sistema produciéndose ondas de choque que podrían excitar modos magnetoacústicos. El incremento de la temperatura se hizo de tal manera que el parámetro β del plasma siempre fuese menor que uno. En la tabla 4.3 se listan los incrementos en la temperatura, la energía depositada y los nuevos valores que toman las velocidades características del medio.

	Caso I	Caso II
Incremento en la temperatura [MK]	0.145	2.5
Energía depositada [erg]	1.96×10^{29}	3.39×10^{30}
β_l	0.40	0.72
c_{sl} [km/s]	291	387
c_{Fl} [km/s]	577	631
c_{Tl} [km/s]	252	306

Cuadro 4.3: Incremento en la temperatura del arco coronal respecto del equilibrio y nuevos valores característicos de las velocidades dentro del arco.

Caso I

En esta sección, se analiza el caso I. La cantidad de energía distribuida en el arco es de 1.96×10^{29} erg. La energía interna del arco fue aumentada, calentando al arco desde la temperatura de equilibrio, $T_{eq} = 2.89$ MK a $T = 3$ MK. Como se puede ver de la figura 4.26, donde se muestra la evolución de las diferentes variables magnetohidrodinámicas para diferentes distancias desde el centro del arco ($r = (0.2, 2, 3)$ Mm), las oscilaciones que se propagan en el arco difieren de aquellas producidas por una deposición de energía localizada en una pequeña región. La mayoría de las variables exhiben oscilaciones de alta frecuencia, moduladas por una frecuencia más baja. Esto se evidencia al observar las transformadas de Fourier (figura 4.27), donde hay 2 picos marcados en las frecuencias $\nu = 0.165$ Hz y $\nu = 0.075$ Hz. Además se puede observar cómo la magnitud de la transformada de Fourier es mayor para la distancia donde está la interfase arco/corona. En la figura 4.26e se observa cómo la densidad en la interfase decae con el tiempo. Esto es debido a que se produce una onda de choque desde esta interfase hacia la corona, y como consecuencia se tiene un decaimiento en la densidad por la onda de rarefacción que se propaga en sentido contrario. De las figuras 4.27a, 4.27d y 4.27e, que representan la magnitud de Fourier para v_r , B_z y ρ se ve que sus frecuencias y magnitudes relativas son las mismas, siendo esto característico de una onda magnetosónica rápida. Sin embargo, se puede ver de la figura 4.28, que esta oscilación no ha sido capaz de deformar al arco de manera significativa.

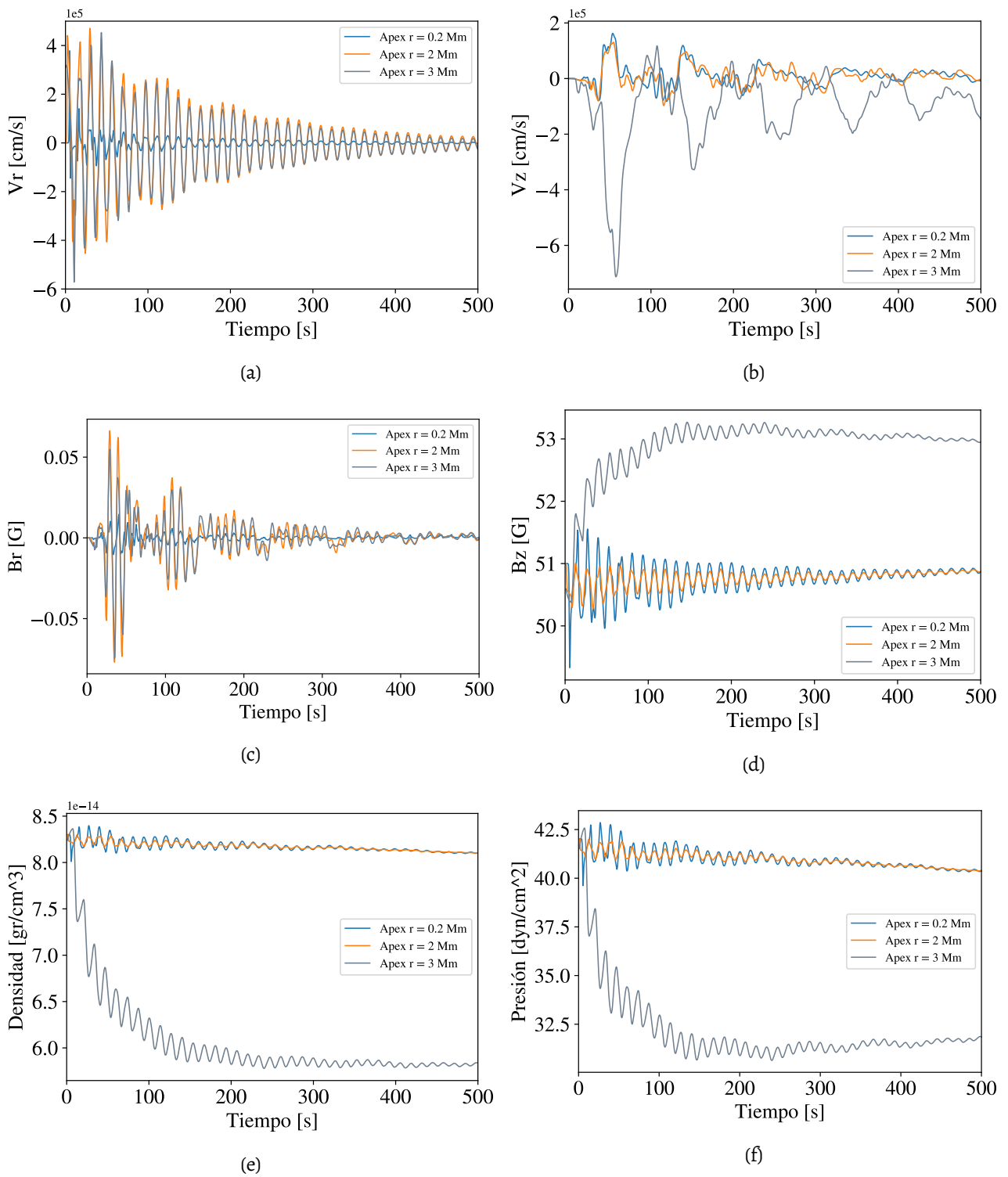


Figura 4.26: Evolución de las variables en el ápex en los radios $r = (0.2, 2, 3)$ Mm, para el caso I.

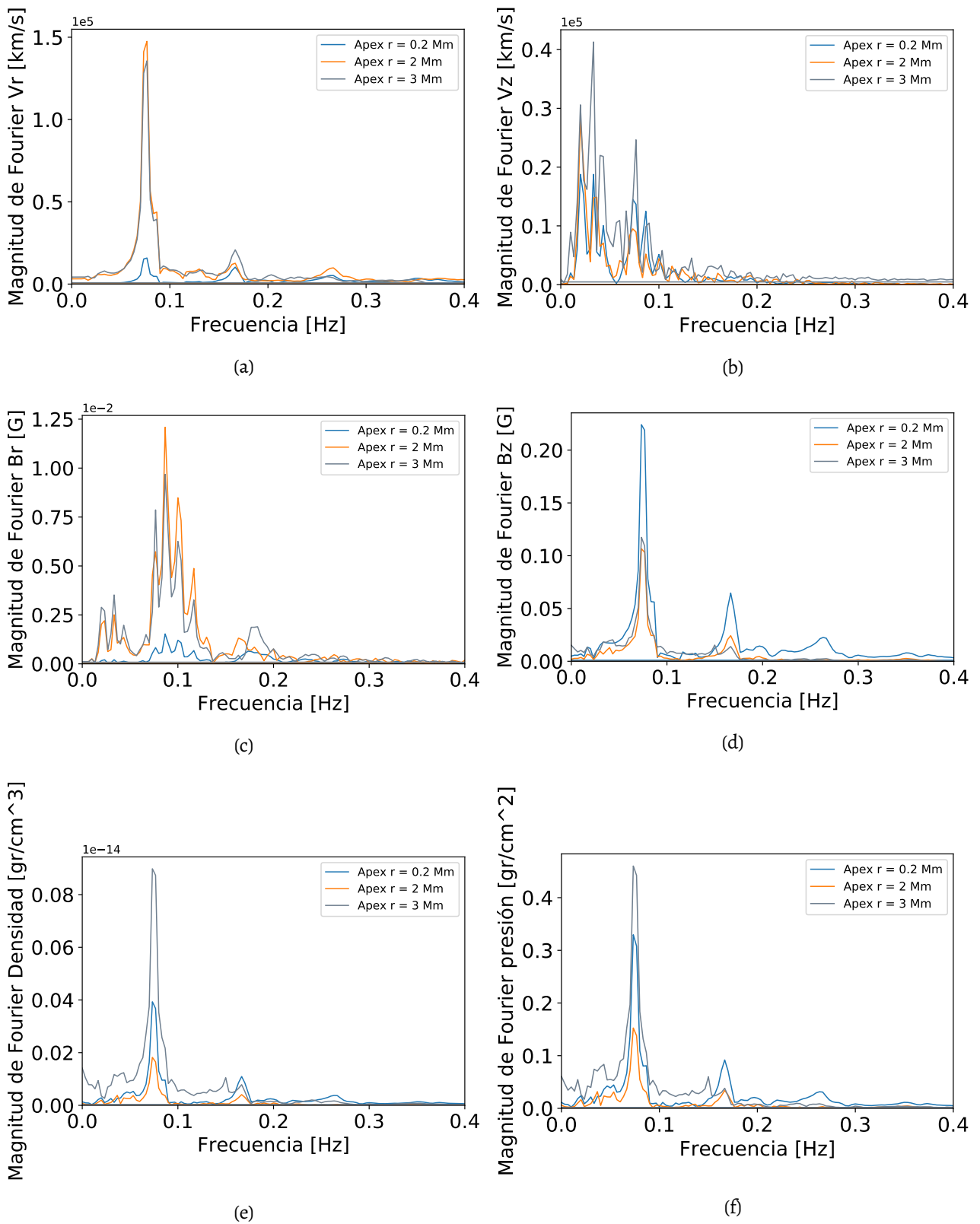


Figura 4.27: Trasformada de Fourier de las variables en el ápex en los radios $r = (0.2, 2, 3)$ Mm, para el caso I.

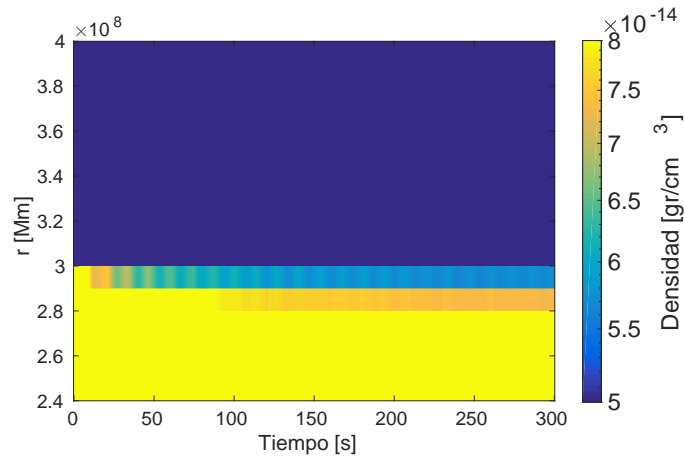


Figura 4.28: Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial a $z = 20$ Mm.

Además, para este caso se presentan las gráficas de la evolución de las variables en la base del arco (a 0.3 Mm del extremo superior del cilindro) y en el ápex (a 2.5 Mm de la mitad del cilindro). Se observa en la figura 4.29 como en el ápex, la oscilación tiene una gran componente de alta frecuencia, mientras que en la base, la componente de alta frecuencia es de menor intensidad en la oscilación que la de baja frecuencia. Esto puede apreciarse en la figura 4.30 donde vemos cómo las magnitudes de Fourier varían según la medición se haya efectuado en la base o en el ápex del arco.

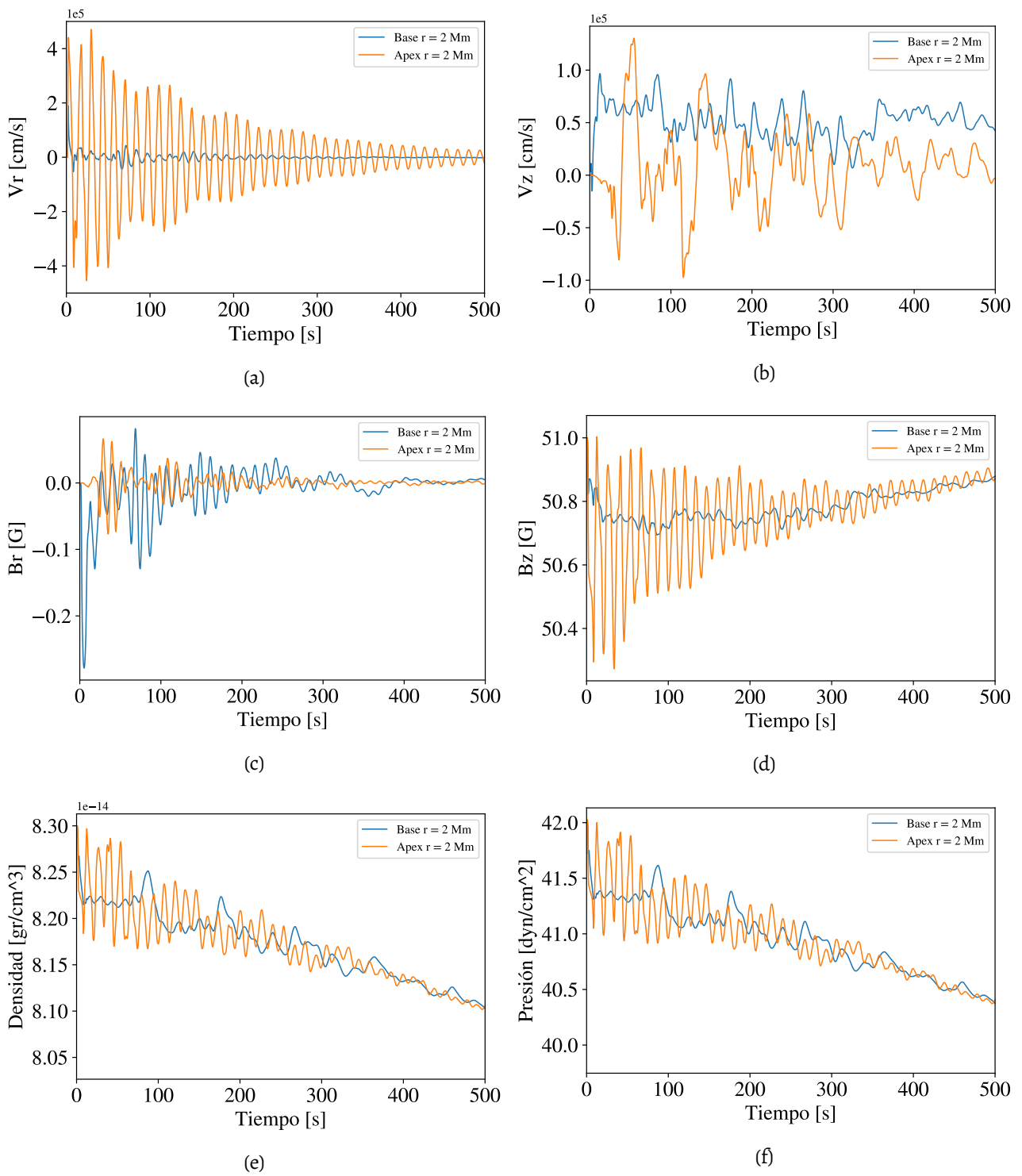


Figura 4.29: Comparación de la evolución de las variables en el ápex y en la base del arco coronal a $r = 2$ Mm.

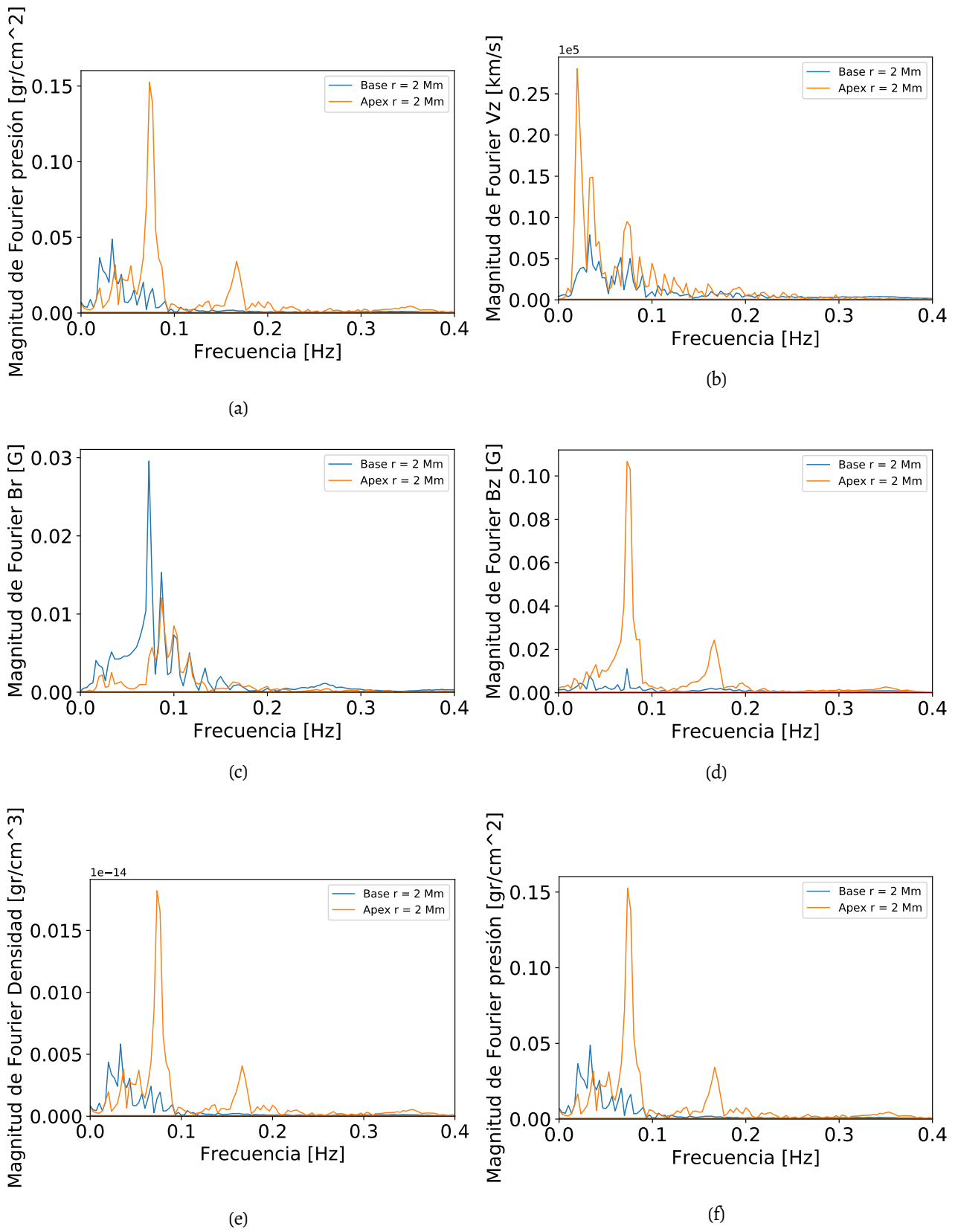


Figura 4.30: Comparación de las transformadas de Fourier de las variables en el ápex y en la base del arco coronal a $r = 2$ Mm.

Caso II

En esta sección, se analiza el caso II. La cantidad de energía distribuida en el arco es de 3.39×10^{30} erg. La energía interna del arco fue aumentada, calentando al arco a $T = 5.5$ MK ($T_{eq} = 2.89$ MK). En el ápex se puede apreciar un comportamiento similar al del Caso I para las variables dinámicas. En este caso, la densidad decae un poco más en el tiempo para distancias más internas, dado que la onda de choque es más fuerte y esto vacía más el arco. Las transformadas de Fourier también difieren un poco, pero las frecuencias características son las mismas y en $r = 3$ Mm la contribución en la magnitud de Fourier es máxima. Se observa el mismo comportamiento que el Caso I, para las variables v_r , B_z y densidad: propagación de onda magnetosónica rápida. Las frecuencias $\nu_1 = 0.075$ Hz y $\nu_2 = 0.165$ Hz se corresponden a armónicos de modos magnetoacústicos rápidos. En la figura 4.33 se ven los dos armónicos en la velocidad radial ($\lambda = c_{Fl}\tau_1 = 8.41$ Mm y $\lambda = c_{Fl}\tau_2 = 3.82$ Mm, donde $\tau_1 = 13.33$ s y $\tau_2 = 6.06$ s). En este caso, con una deposición de energía mayor, puede verse en la figura 4.34 la deformación del arco produciendo un modo *sausage*.

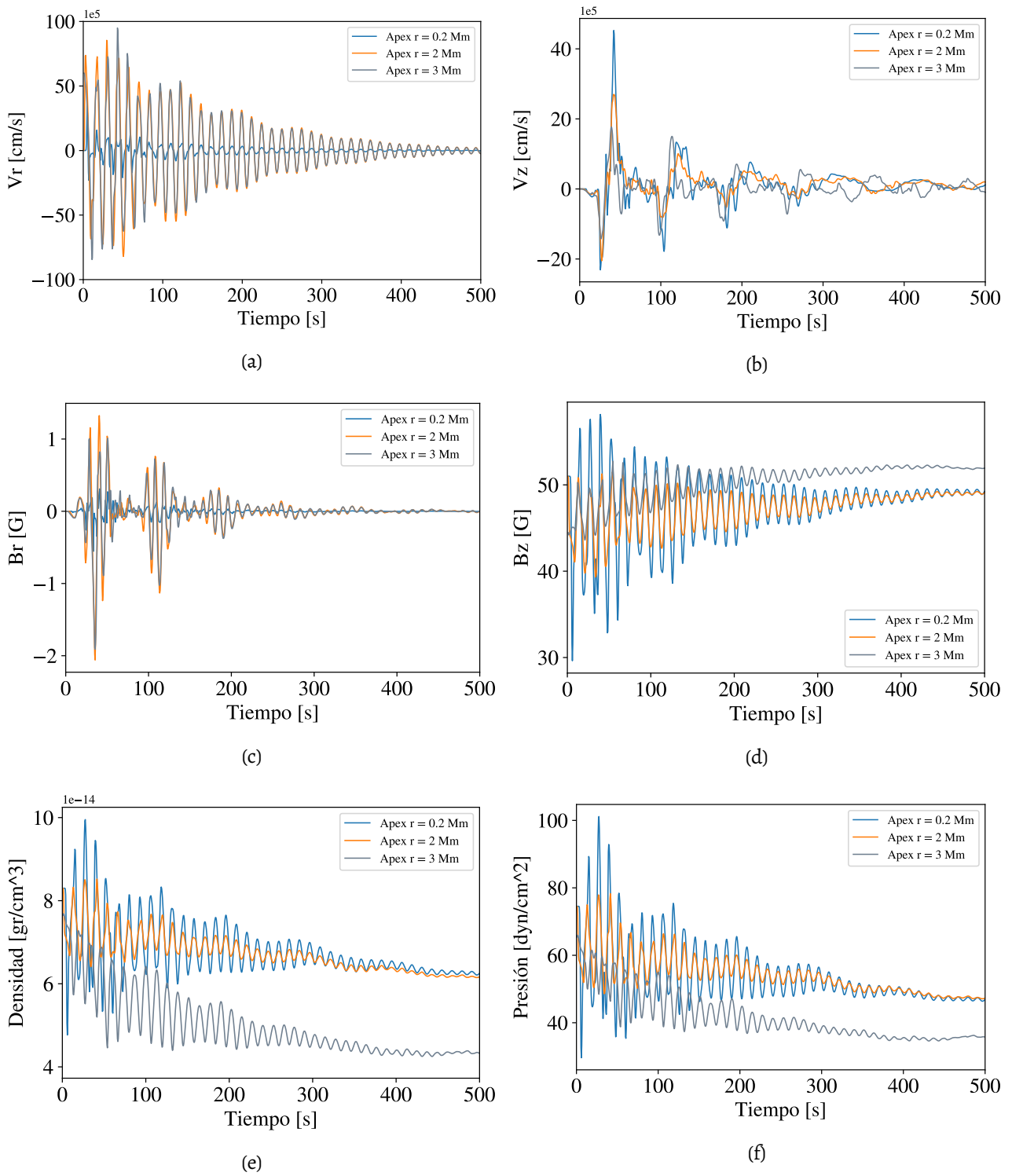


Figura 4.31: Variables en el ápex para la simulación discontinuidad 2.

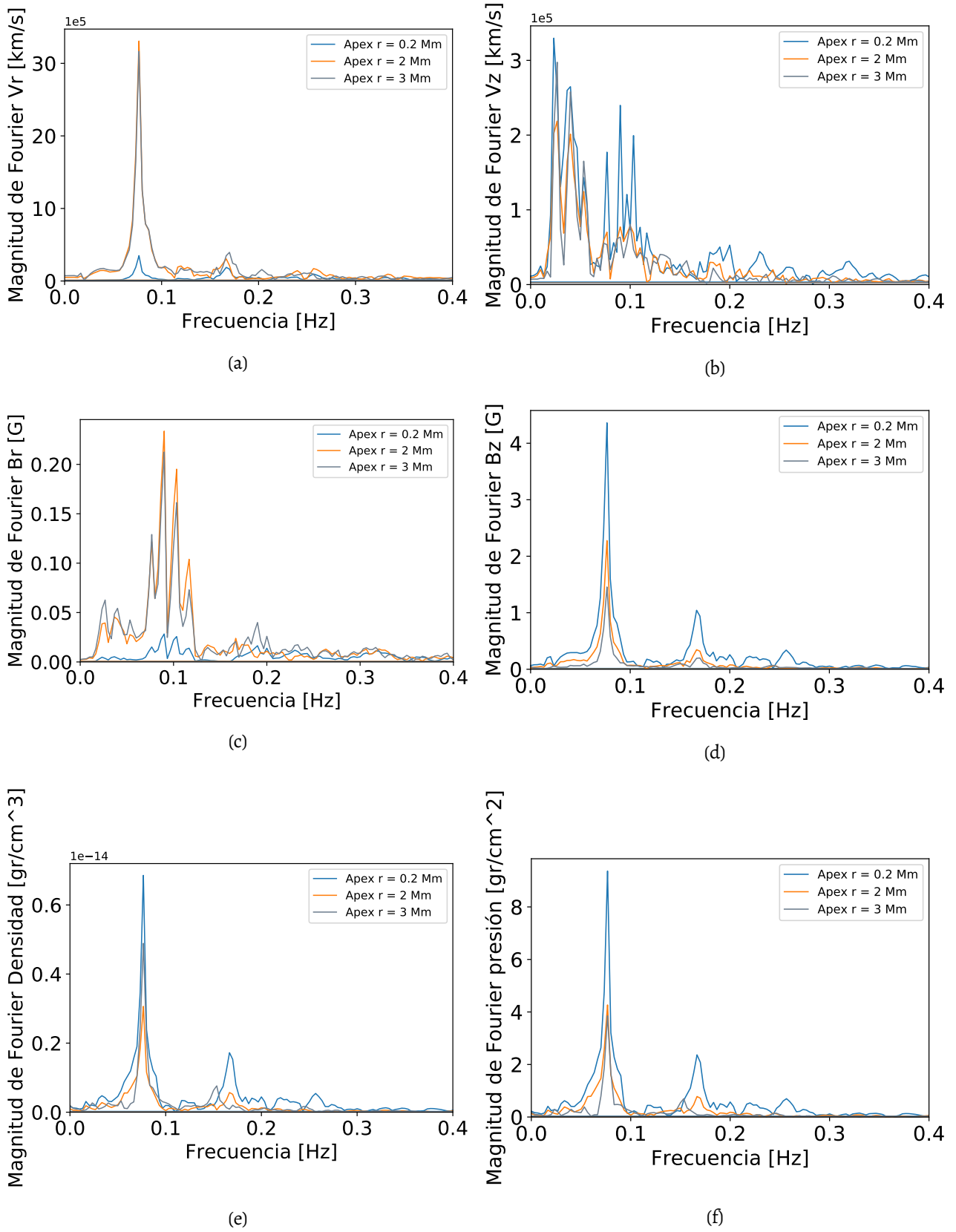


Figura 4.32: Trasformada de Fourier de las variables en el ápex para la simulación discontinuidad 2.

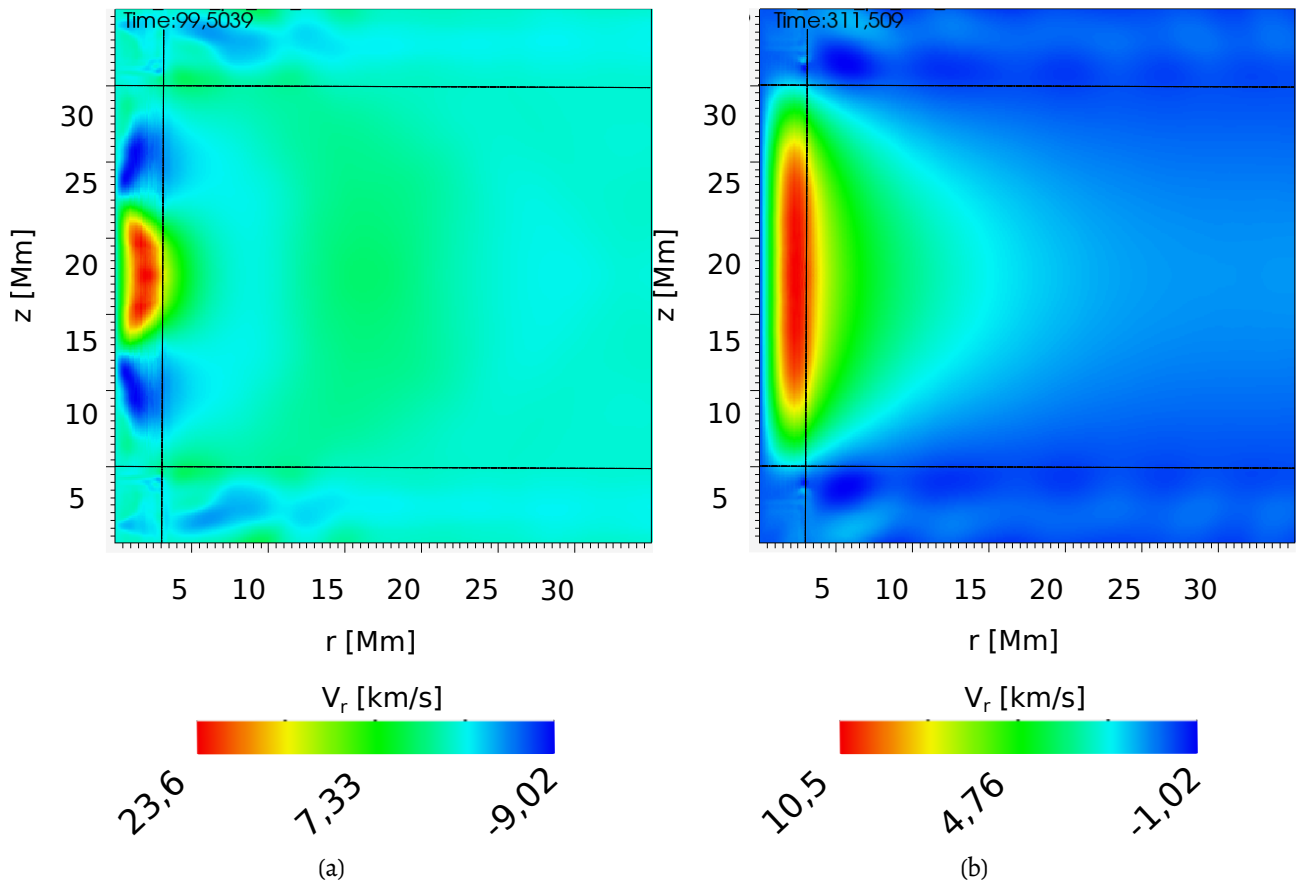


Figura 4.33: Modos de oscilación observados en la velocidad radial.

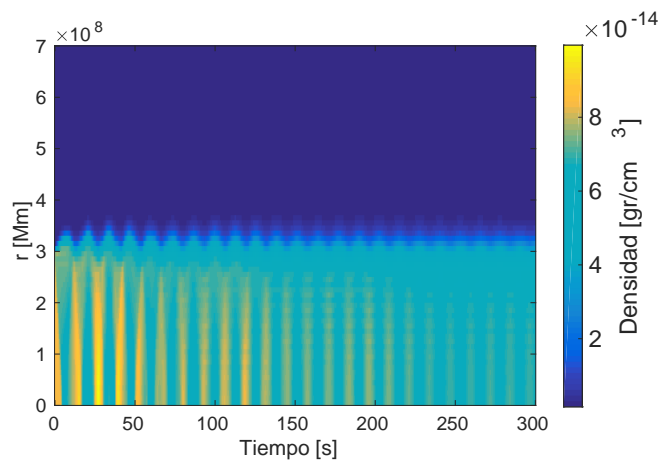


Figura 4.34: Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial a $z = 20$ Mm.

Conclusiones

Índice

5.1	Conclusiones	83
5.2	Trabajo Futuro	85

5.1. Conclusiones

Los distintos estudios presentados mediante el uso de simulaciones numéricas otorgan una noción de cuales son las condiciones necesarias para obtener modos de oscilación *sausage* en los arcos coronales de la baja corona cuando un evento de liberación impulsiva de energía los afecta.

5.1.1. Sobre los modos de oscilación:

Las excitaciones producidas por deposiciones de energía instantáneas, que llevan a la propagación de ondas de choque, generan oscilaciones que se amortiguan a pesar de que la condición inicial del arco permita propagación de modos atrapados. Esto puede deberse a que el ancho efectivo del cilindro ahora es menor, y por lo tanto no cumple con la condición de modo atrapado 2.31. Como vimos en la sección 2.2.3, la condición se calcula a partir de un cierto ancho y largo, donde todas las variables inicialmente son homogéneas y constantes. En el caso de la deposición I donde el pulso es esférico y colocado en el ápex. La propagación de la onda de choque, genera una inhomogeneidad en las variables para distancia menores a $r = 0.5$ Mm, por lo que el

medio homogéneo por el cual ahora se están propagando las ondas tiene un ancho efectivo más chico, entre $r = 0.5 \text{ Mm}$ y $r = 3 \text{ Mm}$. Con este ancho, la condición no se cumple pues el salto en densidad debería ser mayor a 60 mientras que es 50. En el caso de la deposición II donde el pulso es cilíndrico y alcanza el borde al igual que en los casos donde se saca el arco del equilibrio. Las oscilaciones producidas son amortiguadas, esto podría deberse a que los saltos en presión inducen un vaciamiento de los arcos coroneales y como resultado la condición 2.31 deja de cumplirse obteniéndose solo modos en fuga.

5.1.2. Sobre las deposiciones de energía

Localizadas

Las ondas de choque producidas por las deposiciones de energía se han mostrado capaces de excitar modos magnetoacústicos rápidos y lentos con frecuencias características de 0.075 Hz y 0.175 Hz derivando en algunos casos en modos del tipo *sausage*. En el caso del pulso I se comprendió que la onda de choque queda principalmente confinada dentro del radio del pulso y a menos que esta deposición llegue al borde del arco, como en el caso del pulso II, no se podrán excitar modos *sausage* de esta manera. También se entiende que este tipo de pulsos genera una zona subdensa en la estructura el cual afecta a la propagación de las perturbaciones de formas que no quedan claras.

Globales

Sacar al arco en su conjunto del equilibrio también produjo oscilaciones que se amortiguaron en el tiempo, es decir modos de fuga, a pesar de que la condición de modo atrapado aún se mantenía constante. El desequilibrio que se produce en la interfase, genera un vaciamiento parcial del arco el cual sería el responsable de que la condición de modo atrapado deje de cumplirse. Por otro lado mediante esta forma de perturbar el arco en su conjunto se lograron observar oscilaciones del tipo *sausage* tanto en el caso I como en el caso II. La diferencia fundamental entre estos dos casos es la cantidad de energías depositadas las cuales modificaron el parámetro β del plasma de 0.4 en el caso I a 0.72 en el caso II. Los efectos de esto fueron oscilaciones de mayor amplitud pero principalmente el modo *sausage* se hace más evidente. Por otro lado las frecuencias características siguen siendo las mismas 0.165 Hz y 0.075 Hz. Finalmente se pudo observar que la frecuencia de 0.075 Hz aparece tanto en la base como en el ápex del arco aunque con amplitudes que se diferencian en hasta un orden de magnitud, mientras que la frecuencia de 0.165 Hz sólo parece estar presente en el ápex del arco.

5.1.3. Generales

A través del análisis realizado en este Trabajo Especial, llegamos a la conclusión que las deposiciones de energía capaces de generar oscilaciones tipo *sausage* en arcos coronales son aquellas que perturban al arco de manera global. Mostramos primero que deposiciones de energía localizadas, son capaces de generar propagación de ondas magnetoacústicas en el arco, pero estas no son capaces de deformar al arco. Luego mostramos que cuando la deposición de energía es cercana a la interfase arco/corona esta deformación es posible, y más aún si la deposición de energía genera un desequilibrio en todo el largo del arco. Además, los modos de oscilación obtenidos presentan tiempos de oscilación y amortiguamiento característicos de estos sistemas coronales. El amortiguamiento se debe a que cualquiera sea la deposición de energía que se le aplique al sistema (local o global), este desequilibrio genera condiciones sobre el arco que hace que la condición de modo atrapado se viole, generando así la amortiguación de los modos.

5.2. Trabajo Futuro

El trabajo numérico aquí realizado aporta al conocimiento sobre los mecanismos físicos que podrían estar accionando la propagación de ondas magnetoacústicas y modos *sausage* en los arcos coronales. La exploración realizada marca líneas de investigación a futuro en forma de preguntas. La primera es si existe alguna forma de sacar a la estructura del equilibrio manteniendo la condición de modo atrapado de tal forma que se puedan obtener modos atrapados tanto en la implementación de pulsos de temperatura como en los desequilibrios totales. La segunda es estudiar cómo afecta el parámetro β del plasma a la aparición de modos *sausage* pues en los últimos dos estudios no queda claro si el modo *sausage* se hace más evidente debido al aumento de la energía disponible o debido al aumento del β . La tercera es corroborar si el amortiguamiento de los distintos modos en todos los casos se debe a que el sistema se encuentra en el modo fuga o están actuando métodos de amortiguamiento no disipativos como puede ser el acople de distintos modos.

Índice de figuras

2.1	Distintas capas del Sol.	4
2.2	Eclipse total observado desde San Juan Argentina el 2 de julio del 2019, en la imagen se observa la corona solar.	5
2.3	Los arcos coronales tienen diferentes escalas espaciales, en la imagen se ven los de puntos brillantes (BP), arcos de regiones activas (AR) y estructuras de gran escala (LSS).	6
2.4	Variación del parámetro β en el Sol.	11
2.5	Imagen tomada por SDO/AIA el 24 de febrero de 2011 donde puede observarse una corona estructurada y una cromosfera caótica.	12
2.6	Diagrama de Friedrichs para la velocidad de fase de las distintas ondas.	17
2.7	Esquema del cilindro con las variables de equilibrio.	18
2.8	A la izquierda se puede ver el comportamiento del modo <i>sausage</i> y a la derecha el modo <i>kink</i> . Las flechas horizontales indican el movimiento local transversal al eje del tubo.	19
2.9	Diagrama de dispersión obtenido por Edwin y B. Roberts 1983, en el se pueden ver la relación de dispersión para un tubo magnético bajo condiciones coronales, es decir $c_{sl} < c_{Al} < c_{A0}$	20
2.10	Número de onda de cutoff para los modos <i>sausage</i> en término de los cocientes entre densidades y entre longitudes características	21
2.11	Formación de una onda de choque	21
2.12	Las propiedades adelante y atrás de la onda de choque están asociadas con los subíndices 1 y 2, respectivamente	22
2.13	Grilla estructurada con sus coordenadas.	26
3.1	Imagen: TRACE, 6 noviembre 1999.	30
3.2	a) Idealización del arco como cilindro recto. b) Corte longitudinal del arco a ser simulado.	31
3.3	Gráfico indicativo para un $\beta_0 = 0.5$	34
3.4	Gráfico indicativo para un $\beta_0 = 0.5$	36
3.5	Diagramas de la estructura cromosférica.	39
3.6	Imágenes obtenidas de L. Fletcher y col. 2011, se pueden observar dos estructuras de arcos coronales con fulguraciones en el ápex.	41
3.7	Imagen obtenida de Asai y col. 2001, se pueden observar un arco coronal con una fulguración cercana a una de las bases.	41
3.8	Deposiciones estudiadas	42
4.1	Corte longitudinal del cilindro con las posiciones ápex y base de las cuales se toman los datos.	44
4.2	Variables en el ápex a 0.2 Mm del eje del cilindro.	46

4.3	Transformadas de Fourier en el ápex a 0.2 Mm del eje del cilindro.	47
4.4	Variables en el ápex a 2.5 Mm del eje del cilindro.	48
4.5	Transformadas de Fourier en la base a 2.5 Mm del eje del cilindro.	49
4.6	Evolución temporal de la variables en el ápex a 0.2 Mm del eje del cilindro.	51
4.7	Variables en el ápex a 0.5 Mm del eje del cilindro.	52
4.8	Variables en el ápex a 2.5 Mm del eje del cilindro.	53
4.9	Variables en la base a 0.2 Mm del eje del cilindro.	55
4.10	Variables en la base a 2.5 Mm del eje del cilindro.	56
4.11	Evolución de las variables en el ápex y la base para distintos radios cuando el sistema se encuentra en equilibrio magnetohidrostático.	58
4.12	a) Evolución de la densidad dentro del arco coronal. De izquierda a derecha se ven capturas a $t = 0.5, t = 4.0$ y $t = 31.0$ segundos. b) Acercamiento a la zona de la explosión.	60
4.13	a) Evolución de la densidad y b) Evolución de B_z a lo largo de un corte a $r = 0.2$ Mm.	60
4.14	Variables en el ápex para la simulación con el pulso 1.	62
4.15	Trasformada de Fourier en el ápex para la simulación con el pulso 1.	63
4.16	Trasformada de Fourier de las variables en el ápex para $r = 2.5$ Mm en la simulación con el pulso 1.	64
4.17	Modos de oscilación observados en la velocidad radial.	64
4.18	Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial.	65
4.19	Variables en el ápex para la simulación con el pulso 1 colocado sobre la base.	66
4.20	Trasformada de Fourier de las variables en el ápex para la simulación con el pulso 1 colocado sobre la base.	67
4.21	Deposición de energía con forma de disco para el pulso 2.	68
4.22	Variables en el ápex para la simulación con el pulso 2 colocado en el ápex.	69
4.23	Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial a $z = 25$ Mm.	70
4.24	Variables en $z = 25$ Mm sobre el borde externo del cilindro para la simulación con el pulso cilíndrico colocado en el ápex.	71
4.25	Trasformada de Fourier de las variables en $z = 25$ Mm sobre el borde externo del cilindro de la simulación con el pulso cilíndrico colocado en el ápex.	72
4.26	Evolución de las variables en el ápex en los radios $r = (0.2, 2, 3)$ Mm, para el caso I.	74
4.27	Trasformada de Fourier de las variables en el ápex en los radios $r = (0.2, 2, 3)$ Mm, para el caso I.	75
4.28	Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial a $z = 20$ Mm.	76
4.29	Comparación de la evolución de las variables en el ápex y en la base del arco coronal a $r = 2$ Mm.	77
4.30	Comparación de las transformadas de Fourier de las variables en el ápex y en la base del arco coronal a $r = 2$ Mm.	78
4.31	Variables en el ápex para la simulación discontinuidad 2.	80
4.32	Trasformada de Fourier de las variables en el ápex para la simulación discontinuidad 2.	81
4.33	Modos de oscilación observados en la velocidad radial.	82
4.34	Evolución de la densidad a lo largo de una línea radial a $z = 20$ Mm.	82

Bibliografía

- Asai, A., M. Shimojo, H. Isobe, T. Morimoto, T. Yokoyama, K. Shibasaki y H. Nakajima (nov. de 2001). «Periodic Acceleration of Electrons in the 1998 November 10 Solar Flare». En: 562.1, págs. L103-L106. DOI: 10.1086/338052. arXiv: astro-ph/0111018 [astro-ph] (vid. págs. 7, 41, 42, 61).
- Aschwanden, Markus J., Lyndsay Fletcher, Carolus J. Schrijver y David Alexander (ago. de 1999). «Coronal Loop Oscillations Observed with the Transition Region and Coronal Explorer». En: 520.2, págs. 880-894. DOI: 10.1086/307502 (vid. pág. 6).
- Aschwanden, Markus J., Valery M. Nakariakov y Victor F. Melnikov (ene. de 2004). «Magnetohydrodynamic Sausage-Mode Oscillations in Coronal Loops». En: 600.1, págs. 458-463. DOI: 10.1086/379789. arXiv: astro-ph/0309493 [astro-ph] (vid. págs. 7, 20).
- Bellan, Paul M. (2006). *Fundamentals of Plasma Physics* (vid. págs. 8, 14).
- Boyd, T. J. M. y J. J. Sanderson (2013). *The Physics of Plasma* (vid. págs. 8, 14).
- Cécere, M., A. Costa y O. Reula (ene. de 2011). «Numerical simulation of fundamental trapped sausage modes». En: *arXiv e-prints*, arXiv:1101.3782, arXiv:1101.3782. arXiv: 1101.3782 [astro-ph.SR] (vid. págs. 37, 42).
- Costa, A., M. Schneiter y M. Cécere (2015). *Introducción a la MHD* (vid. págs. 4, 9, 10, 14, 16, 23).
- Edwin, P. M. y B. Roberts (oct. de 1983). «Wave Propagation in a Magnetic Cylinder». En: 88.1-2, págs. 179-191. DOI: 10.1007/BF00196186 (vid. págs. 19, 20).
- Evans, Charles R. y John F. Hawley (sep. de 1988). «Simulation of Magnetohydrodynamic Flows: A Constrained Transport Model». En: 332, pág. 659. DOI: 10.1086/166684 (vid. pág. 27).
- Fletcher, L., B. R. Dennis, H. S. Hudson, S. Krucker, K. Phillips, A. Veronig, M. Battaglia, L. Bone, A. Caspi, Q. Chen, P. Gallagher, P. T. Grigis, H. Ji, W. Liu, R. O. Milligan y M. Temmer (sep. de 2011). «An Observational Overview of Solar Flares». En: 159.1-4, págs. 19-106. DOI: 10.1007/s11214-010-9701-8. arXiv: 1109.5932 [astro-ph.SR] (vid. págs. 40, 41).
- Fryxell, B., K. Olson, P. Ricker, F. X. Timmes, M. Zingale, D. Q. Lamb, P. MacNeice, R. Rosner, J. W. Truran y H. Tufo (nov. de 2000). «FLASH: An Adaptive Mesh Hydrodynamics Code for Modeling Astrophysical Thermonuclear Flashes». En: 131.1, págs. 273-334. DOI: 10.1086/317361 (vid. pág. 23).
- Goedbloed, J. P., Rony Keppens y Stefaan Poedts (2010). *Advanced Magnetohydrodynamics* (vid. pág. 14).

- Inglis, A. R., T. van Doorselaere, C. S. Brady y V. M. Nakariakov (ago. de 2009). «Characteristics of magnetoacoustic sausage modes». En: 503.2, págs. 569-575. DOI: 10 . 1051 / 0004 – 6361 / 200912088. arXiv: 1303.6301 [astro-ph.SR] (vid. pág. 30).
- Klimchuk, James A. (abr. de 2015). «Key Aspects of Coronal Heating». En: *AAS/AGU Triennial Earth-Sun Summit*. AAS/AGU Triennial Earth-Sun Summit, pág. 203.08 (vid. pág. 4).
- Lee, Dongwooky Anil E. Deane (mar. de 2009). «An unsplit staggered mesh scheme for multidimensional magnetohydrodynamics». En: *Journal of Computational Physics* 228.4, págs. 952-975. DOI: 10 . 1016 / j . jcp . 2008 . 08 . 026 (vid. pág. 28).
- Melnikov, V. F., V. E. Reznikova, K. Shibasaki y V. M. Nakariakov (ene. de 2004). «Observations of sausage mode oscillations in a flaring loop». En: *Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity*. Ed. por Alexander V. Stepanov, Elena E. Benevolenskaya y Alexander G. Kosovichev. Vol. 223. IAU Symposium, págs. 647-648. DOI: 10 . 1017 / S1743921304007173 (vid. págs. 7, 37, 42, 61).
- Melnikov, V. F., V. E. Reznikova, T. Yokoyama y K. Shibasaki (dic. de 2002). «Spectral dynamics of mildly relativistic electrons in extended flaring loops». En: *Solar Variability: From Core to Outer Frontiers*. Ed. por A. Wilson. Vol. 1. ESA Special Publication, págs. 339-342 (vid. pág. 7).
- Nakajima, H., M. Nishio, S. Enome, K. Shibasaki, T. Takano, Y. Hanaoka, C. Torii, H. Sekiguchi, T. Bushimata, S. Kawashima, N. Shinohara, Y. Irimajiri, H. Koshiishi, T. Kosugi, Y. Shiomi, M. Sawa y K. Kai (mayo de 1994). «The Nobeyama radioheliograph». En: *IEEE Proceedings* 82.5, págs. 705-713 (vid. pág. 37).
- Nakariakov, V. M., V. F. Melnikov y V. E. Reznikova (dic. de 2003). «Global sausage modes of coronal loops». En: 412, págs. L7-L10. DOI: 10 . 1051 / 0004 – 6361 : 20031660 (vid. págs. 20, 37).
- Pascoe, D. J., V. M. Nakariakov y T. D. Arber (ene. de 2007). «Sausage oscillations of coronal loops». En: 461.3, págs. 1149-1154. DOI: 10 . 1051 / 0004 – 6361 : 20065986 (vid. pág. 30).
- Priest, Eric. (2014). *Magnetohydrodynamics of the Sun*. Cambridge University Press. DOI: 10 . 1017 / CB09781139020732 (vid. págs. 17, 19).
- Reale, Fabio (nov. de 2010). «Coronal Loops: Observations and Modeling of Confined Plasma». En: *Living Reviews in Solar Physics* 7.1, 5, pág. 5. DOI: 10 . 12942 / lrsp – 2010 – 5. arXiv: 1010 . 5927 [astro-ph.SR] (vid. págs. 5, 42).
- Roberts, Bernard. (2019). *MHD Waves in the Solar Atmosphere*. Cambridge University Press. DOI: 10 . 1017 / 9781108613774 (vid. págs. 16, 18).
- Robertson, J. A. y E. R. Priest (sep. de 1987). «Line-Tied Magnetic Reconnection». En: 114.2, págs. 311-327. DOI: 10 . 1007 / BF00167348 (vid. pág. 39).
- Roe, P. L. (oct. de 1981). «Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes». En: *Journal of Computational Physics* 43.2, págs. 357-372. DOI: 10 . 1016 / 0021 – 9991 (81) 90128 – 5 (vid. pág. 26).
- Shestov, S., V. M. Nakariakov y S. Kuzin (dic. de 2015). «Fast Magnetoacoustic Wave Trains of Sausage Symmetry in Cylindrical Waveguides of the Solar Corona». En: 814.2, 135, pág. 135. DOI: 10 . 1088 / 0004 – 637X / 814 / 2 / 135. arXiv: 1510 . 07908 [astro-ph.SR] (vid. pág. 30).
- Shibata, Kazunari y Tetsuya Magara (dic. de 2011). «Solar Flares: Magnetohydrodynamic Processes». En: *Living Reviews in Solar Physics* 8.1, 6, pág. 6. DOI: 10 . 12942 / lrsp – 2011 – 6 (vid. pág. 8).
- Srivastava, A. K., T. V. Zaqarashvili, W. Uddin, B. N. Dwivedi y Pankaj Kumar (ago. de 2008). «Observation of multiple sausage oscillations in cool post-flare loop». En: 388.4, págs. 1899-1903. DOI: 10 . 1111 / j . 1365 – 2966 . 2008 . 13532 . x. arXiv: 0806 . 0897 [astro-ph] (vid. pág. 7).

van Leer, B. (jul. de 1979). «Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. V. A Second-Order Sequel to Godunov's Method». En: *Journal of Computational Physics* 32.1, págs. 101-136. DOI: 10.1016/0021-9991(79)90145-1 (vid. pág. 27).

Warren, Harry P., Amy R. Winebarger y Paul S. Hamilton (nov. de 2002). «Hydrodynamic Modeling of Active Region Loops». En: 579.1, págs. L41-L44. DOI: 10.1086/344921 (vid. pág. 42).