



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

***MAESTRÍA EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS
EXPERIMENTALES Y TECNOLOGÍA***

**El cuestionario como recurso educativo
digital en la resolución de problemas
de dinámica rotacional**

AÑO 2017

Tesista: Elizabeth Marcela de Lourdes Martínez
Directora: Dra. Marta Massa
Co-director: Mgter. Ing. Horacio Alaniz Andrada

978-950-33-1529-3

Martínez, Elizabeth Marcela de L.

El cuestionario como recurso educativo digital en la resolución de problemas de dinámica rotacional / Elizabeth Marcela de L. Martínez. - 1a ed. - Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 2019.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-950-33-1529-3

1. Física. 2. Competencia. 3. Ingeniería. I. Título.

CDD 531.11

Tribunal especial de tesis

Dr. Eduardo Bordone

Dra. Patricia Mónica Sánchez Roger

Dra. Rosanna Forestello

Suplentes

Dra. Mónica Gallino

Dra. Nora Valeiras

Fecha de defensa: 23 de Octubre de 2017

Dedicada a Daniel y Damián

AGRADECIMIENTOS

A mi primera gran maestra: mi madre. A mi papá a quien seguí en el camino de la Ingeniería y me inspiró a conocer la realidad latinoamericana.

A Marta, mi directora, quien me brindó su enorme caudal de conocimientos y dedicación sin los cuales no hubiese podido llevar adelante este proyecto.

A Horacio, mi codirector.

Un agradecimiento muy especial a todos los estudiantes que participaron en el desarrollo de esta tesis y a todo el grupo que, de alguna manera, participó en investigaciones preliminares y me ayudaron a aprender un poco más sobre la enseñanza.

A mis colegas del grupo de Investigación.

A todos mis profesores, pero entre ellos especialmente a mis profesores de Maestría quienes me introdujeron en este fascinante estudio de la educación en ciencias.

Un especial agradecimiento a Maia Wentland Forte quien me ayudó a concretar el gran sueño de participar en la comunidad de la Universidad de Lausana, la UNIL, Suiza, y a Emmanuel Fernandes y a Ulysse Roselet por compartir su conocimiento.

Al Profesor Adrián Córdoba de la Facultad de Psicología y Ciencias de la Educación, Universidad de Ginebra, Suiza.

A Víctor Cresta, Annick Cajoux, Celine Produit, a Valaisans du Monde, a Denis Quinodoz, a la Agrupación de Suizos Valesanos, a mes cousins: Dany Antille, a Theo Clavien, a Jean-Luc, Janine Tschopp y a toda la familia Tschopp por contribuir a hacer realidad el contacto con mis raíces y poder conocer sobre la cultura de aquellos abuelos a quienes, al venir a la Argentina, el Presidente Urquiza les regaló un pedacito de esta tierra y un buey, y cuya historia, junto a la de muchos otros, es actualmente recordada en el Museo San José de la Provincia de Entre Ríos.

Finalmente, a Luciana Laurino quien realizó valiosas observaciones a la redacción y a Carolina Scruzzi por su aporte al *abstract*.

El cuestionario como recurso educativo digital en la resolución de problemas de dinámica rotacional

Resumen

En esta tesis se analizaron los resultados obtenidos a partir del diseño e implementación de la actividad Cuestionario Didáctico (CD), relativa a la Dinámica de la Rotación, en física para estudiantes de Ingeniería. El CD, orientado a la autoformación se mediatizó en el aula virtual y planteó la resolución de problemas con opción entre alternativas integradas por una secuencia cualitativa, cuantitativa y de reflexión. A fin de conocer el estado del conocimiento anterior a la realización del CD se diseñó e implementó el cuestionario Pretest, sus resultados denotaron asimetría en el desarrollo de habilidades cognitivas. En el CD, mediante el análisis de los modelos mentales construidos durante la resolución, se encontró gran dificultad de integración de los conceptos centrales de la dinámica de rotación, mientras que, la alternativa de aproximación didáctica fue elegida por numerosos estudiantes. Si bien a partir del registro de reflexiones se pudo advertir que los estudiantes percibieron el diseño como adecuado, con un discurso accesible y habitual, luego de realizar el CD no hubo evidencia de que alcanzaran una comprensión funcional del tema en estudio.

Palabras claves: Autoformación, Competencias, Física

Abstract

This thesis analyzed the results obtained from the design and implementation of the Didactic Questionnaire (CD) activity about rotation dynamics of physics for engineering students. The CD was oriented to self-training and it was set up in a virtual classroom. The CD proposed the resolution of problems with options between alternatives and was integrated by a qualitative, quantitative and reflection sequence. In order to know the state of knowledge prior to the completion of the CD, the Pretest questionnaire was designed and implemented, its results denoted asymmetry in the development of cognitive skills. In the CD, the analysis of the mental models constructed during the resolution showed great difficulty in integrating the central concepts of rotation dynamics, while the alternative didactic approach was chosen by numerous students. Although from the record of reflections it could be noticed that the students perceived the design as adequate, with an accessible and habitual discourse, after making the CD there was no evidence that they reached a functional understanding of the subject under study.

Keywords: Self-training, Competence, Physics

ÍNDICE

CAPITULO 1	10
1.1. La enseñanza de la física en carreras de Ingeniería	12
1.2. La dinámica de rotación como contenido curricular	13
1.3. Estado del conocimiento.....	14
1.3.1. <i>Habilidades cognitivas, modelización y resolución de problemas de física</i>	14
1.3.2. <i>Relativo al cuestionario digital como recurso didáctico</i>	18
1.4. La construcción del conocimiento en física para carreras de Ingeniería	19
1.5. Objetivos de la investigación	22
1.6. Materiales y métodos	22
1.7. Organización de esta tesis	23
CAPITULO 2	25
2.1. La dinámica del cuerpo rígido en la formulación newtoniana	27
2.1.1. <i>Caracterización mecánica del sistema en estudio. Modelización</i>	27
2.1.2. <i>Cinemática</i>	30
2.1.3. <i>Tipos de fuerzas</i>	37
2.1.4. <i>Interacción resultante y momento de una fuerza</i>	41
2.1.5. <i>Dinámica</i>	44
2.1.6. <i>Segunda ley de Newton generalizada o primera ecuación cardinal</i>	45
2.1.7. <i>Rotación del cuerpo rígido</i>	45
2.1.8. <i>La rototraslación desde el punto de vista dinámico</i>	49
2.2. La resolución de problemas desde un enfoque cognitivo.....	51
2.2.1. <i>La teoría de los modelos mentales</i>	51
2.2.2. <i>El modelo de Newell y Simon de resolución de problemas</i>	58
2.2.3. <i>Las habilidades cognitivas como características del razonamiento</i>	60
2.2.4. <i>Comprensión de texto</i>	62
2.2.5. <i>La teoría de los modelos mentales en la resolución de problemas de física</i>	63
2.2.6. <i>La resolución de problemas en la enseñanza de física para Ingenierías</i>	65
2.3. El cuestionario digital como recurso de enseñanza	67
2.3.1. <i>Las dimensiones de un proyecto educativo</i>	67
2.3.2. <i>Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en educación</i>	69
2.3.3. <i>La aproximación sistémica de las situaciones didácticas</i>	72
2.3.4. <i>Modelización multimedia</i>	75
2.3.5. <i>Caracterización de los recursos educativos digitales</i>	77
2.3.6. <i>La propuesta de aprendizaje flexible</i>	79
2.3.7. <i>Sistemas de autoformación</i>	82
CAPITULO 3	85
3.1. Diseño general de la investigación y enfoque metodológico	87
3.2. Consideraciones particulares del diseño y metodología del Pretest	89
3.2.1. <i>Información a relevar</i>	89
3.2.2. <i>Las categorías cognitivas</i>	91
3.2.3. <i>Sujetos de la investigación</i>	97
3.2.4. <i>Información a relevar con el Pretest</i>	97
3.2.5. <i>Procesamiento de datos</i>	98
3.3. Consideraciones particulares del diseño y metodología del CD	99
3.3.1. <i>Diseño y organización</i>	99
3.3.2. <i>Instancias didácticas</i>	102
3.3.3. <i>Situaciones problemáticas</i>	104

3.3.3.1. Nivel I: cilindro que gira sobre un eje fijo	104
3.3.3.2. Nivel II: aro sobre radios	108
3.3.3.3. Nivel III: sistema conectado mediante una polea de masa apreciable	112
3.3.3.4. Nivel IV: rodamiento	116
3.3.3.5. Nivel V: experimento Volante de inercia.....	119
3.3.4. Aplicación de la actividad CD	122
3.3.5. Metodología del procesamiento de información recabada con el CD	123
CAPITULO 4	127
4.1. Diagnóstico de conocimientos iniciales y habilidades cognitivas	129
4.1.1. Información relevada y análisis descriptivo	129
4.1.2. Diagnóstico por grupos de respuestas correctas, incorrectas y no sé	131
4.2. Actividad didáctica CD	138
4.2.1. Síntesis de representaciones mentales	139
4.2.2. Síntesis de procesos	145
4.3. Resultados por nivel de problema	147
4.3.1. Síntesis del nivel I	147
4.3.1.1. Análisis de representaciones mentales del nivel I	149
4.3.1.2. Análisis del recorrido de nivel I.....	157
Autónoma	157
Por interacción.....	159
Orientada	161
4.3.2. Síntesis de nivel II	164
4.3.2.1. Análisis de representaciones mentales del nivel II.....	166
4.3.2.2. Análisis del recorrido de nivel II	172
Autónoma	172
Por interacción.....	173
Orientada	175
4.3.3. Síntesis de nivel III.....	177
4.3.3.1. Análisis de representaciones mentales del nivel III.....	179
4.3.3.2. Análisis del recorrido de nivel III	185
Autónoma	185
Por interacción.....	186
Orientada	188
4.3.4. Síntesis del nivel IV.....	190
4.3.4.1. Análisis de representaciones mentales del nivel IV.....	192
4.3.4.2. Análisis del recorrido de nivel IV	197
Autónoma	197
Por interacción.....	198
Orientada	200
4.3.5. Síntesis del nivel V	203
4.3.5.1. Análisis de representaciones mentales del nivel V	204
4.3.5.2. Análisis del recorrido de nivel V.....	212
CAPITULO 5	214
5.1. Discusión de los resultados emergentes del trabajo de campo	216
5.1.1. Discusión de los resultados disciplinares del diagnóstico	218
5.1.2. Discusión de la propuesta didáctica.....	222
5.2. Conclusiones en relación a las preguntas de investigación	227

5.2.1. Cuestión 1, primera parte ¿Cómo organizaron los estudiantes sus modelos mentales al interpretar el enunciado de los problemas ofrecidos en el CD de dinámica de rotación?	227
5.2.2. Segunda parte ¿Cómo operaron las preguntas formuladas en tal proceso?	230
5.2.3. Cuestión 2: ¿Cómo opera el CD, elaborado en el marco de esta tesis, en la construcción de los modelos conceptuales que interesa enseñar?	231
5.2.4. Cuestión 3: ¿Cuál es el efecto del CD en el desarrollo de las habilidades cognitivas requeridas para la resolución de los problemas propuestos?	234
5.3. Debilidades de la actividad didáctica para el desarrollo propuesto	236
5.4. Principales aportes	238
5.5. Implicancias educativas	240
5.6. Algunas posibles derivaciones	241
REFERENCIAS	243

CAPITULO 1

GENERALIDADES

La Universidad Nacional de Córdoba (UNC) cuenta con una reconocida trayectoria como la más antigua del país (1613) y una de las primeras de Sudamérica que atrae a estudiantes de variadas regiones del país y de países limítrofes. Forma una elevada cantidad de estudiantes de gran diversidad cultural. Esto adquiere especial relevancia en una línea histórica al considerar la amplitud de corrientes de inmigrantes que aumentaron la población original y dieron origen a lo que hoy es Argentina.

Los inicios de la UNC se remontan a principios del siglo XVII cuando los jesuitas fundan el Colegio Máximo. Tiempo después el papa Gregorio XV le otorga la facultad de conferir grados y también lo hace Felipe IV por Real Cédula, es decir, se le acuerda la potestad de una doble titulación Real y Pontificia (www.unc.edu.ar/sobre-la-unc/historia/origenes). La historia revela muchos cambios; el que se produce en el año 1918 con la Reforma Universitaria tiene repercusión en toda Latinoamérica. Como consecuencia de la misma, se modifican los estatutos universitarios y la Universidad adquiere el carácter de autónoma con una estructura de cogobierno.

Los rasgos principales de esta estructura se recuperaron luego del retorno de la democracia en el año 1983. En sus nuevos estatutos, la UNC plantea una misión que contempla los valores sustanciales de la sociedad y el pueblo al que pertenece.

Las modificaciones producidas a lo largo de la historia tienen una correlación con un cambio profundo por el que ahora, el conocimiento es definido como un bien social con reafirmación de la defensa de las culturas y respeto a las identidades de los estudiantes (www.unc.edu.ar/sobre-la-unc/perfil/educacionpublica) como ciudadanos de una Universidad Pública (www.unc.edu.ar/vidaestudiantil/ciudadania/derechos). Así, la diversidad del grupo de estudiantes, incluye como arista los diferentes estados del saber propios de este perfil público.

En la formación de profesionales, la educación superior asume que es imprescindible acompañar la evolución de la sociedad, tratando de instalarse a la vanguardia de los cambios (Audeas, y otros, 2014).

A comienzos del siglo XXI ha surgido una nueva imagen de la ciencia, se observan numerosos cambios, entre ellos: los intereses de las investigaciones científicas ya no se limitan a las observaciones del mundo percibido directamente por el hombre sino que alcanzan al micro y mega mundos; se produce un inusitado ritmo de desarrollo de la ciencia y la tecnología, con unificación de ambas (tecnociencia) con incremento del volumen de conocimientos a ser aprendidos; el acceso al conocimiento ya no constituye un privilegio, sino que se produce una apertura al acceso masivo.

Los cambios en ciencia incluyen modificaciones en el sistema de conocimientos, las aplicaciones prácticas, el uso de nuevas tecnologías educativas, y las características del propio proceso de enseñanza-aprendizaje. En correspondencia a tales cambios, las actualizaciones en el currículo de los cursos introducen asimetrías en el desarrollo de los mismos (Valdés y Valdés, 2004).

El desafío actual en la universidad es una formación integral que se adecúe a todas las etapas de la vida, que provea las herramientas necesarias para que el estudiante se integre plenamente a la educación superior y/o al mundo del trabajo. En esta nueva Universidad se requiere privilegiar el razonamiento lógico, la argumentación, la experimentación, el uso y organización de la información y la apropiación del lenguaje común del lenguaje de la ciencia y la tecnología (Audeas y otros, 2014).

1.1. La enseñanza de la física en carreras de Ingeniería

La Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales (FCEFYN), tiene origen en el año 1876 como Facultad de Ciencias *Físico-Matemáticas*. En 1880 se crea la Escuela de Ingeniería, hecho que ubica a la UNC como la segunda universidad del país en crear estudios de Ingeniería. Entonces se inicia una etapa en la cual los diseños curriculares buscan dar respuestas a la integración de disciplinas básicas y de orientación específica para la formación profesional de un ingeniero.

La comprensión de los principios y fenómenos físicos abordados en carreras de Ingeniería, posibilita que luego estos puedan ser utilizados al intervenir como estudiantes y profesionales frente a diversos problemas reales o en el diseño, y lograr enfrentar con éxito el requerimiento de una capacidad analítica y de innovación (Alaniz Andrada, 2013).

La enseñanza superior requiere incorporar procesos reflexivos que permitan al estudiante acercarse al mundo y apropiarse del mismo a través de diferentes mecanismos implicados en el estudiar. Con ese objetivo, es necesario disponer de estrategias, técnicas y estilos que le permitan construir el conocimiento (Audeas y otros, 2014).

En el diseño de las herramientas didácticas no alcanza con el buen sentido común de una enseñanza efectiva. La enseñanza requiere un sistema de conocimientos teóricos en el campo de la didáctica que se encuentren verificados de una manera objetiva (Valdés y Valdés, 2004). En su evaluación no es válido tomar como indicador de la calidad de la enseñanza el entusiasmo del profesor o de los estudiantes, sino lo que los alumnos han

aprendido realmente. Investigar en educación en la física implica indagar de una manera objetiva en la relación entre la enseñanza y el aprendizaje (McDermott, 1998).

En esta tesis en particular, desde un posicionamiento en investigación en Educación en la Física, el trabajo se enfoca en la materia común, Física I de primer año de las carreras de Ingeniería.

Entre los objetivos curriculares de dicha materia se encuentran: incentivar el análisis de los fenómenos físicos, principalmente los de la mecánica en su aplicación al campo de la ingeniería; desarrollar aptitudes y habilidades en el manejo e interpretación de la lectura de instrumentos de laboratorio, y la capacidad para interpretar y resolver problemas y realizar experiencias de laboratorio con aplicación de los conocimientos que se pretenden transmitir en relación a dichos fenómenos.

La formación académica del tramo inicial enfrenta una convergencia de aspectos críticos. Este trabajo se focaliza sobre aspectos que, mediante atención didáctica podrían llevar a obtener mejores resultados y cuyas principales consecuencias afectan el tiempo de cursado de Física I y dificultan que los estudiantes alcancen competencias en la materia.

1.2. La dinámica de rotación como contenido curricular

El contenido curricular establece, en la unidad VII del programa, el estudio de la dinámica del cuerpo rígido. La profundización del estudio del modelo causal de la mecánica newtoniana en un movimiento de mayor complejidad, como es la dinámica de rotación, demanda un alto nivel de conceptualización y de integración de significados. El proceso de comprensión, análisis y producción de inferencias sobre cada situación física requiere la elaboración de modelos mentales tridimensionales, y la revisión de las propias ideas a fin de reconocer posibles representaciones incompletas e inadecuadas.

La dinámica de rotación incluye, entre otros temas: momento de inercia, teorema de Steiner, segunda ley aplicada a la rotación. El estudio de dichos temas adquiere una especial relevancia debido a que hay un tránsito en la complejidad de modelos. Es el momento en que la modelización del sistema físico cambia al de un sistema de partículas cuyas distancias relativas permanecen constantes: el cuerpo rígido. Sobre tal modelo se avanzaría en el estudio de la rotación alrededor de ejes fijos o no.

La comprensión de los modelos conceptuales causales inherentes a la dinámica rotacional y la habilidad en la resolución de problemas que supone dicha comprensión, involucra nociones estudiadas en unidades I, II, III, IV y VI del programa de la asignatura.

La unidad I del mismo, incluye el producto vectorial como una operación entre vectores. En la unidad II se incluye el momento polar de una fuerza, teorema de Varignon, la composición de fuerzas y el equilibrio en una partícula y en el cuerpo rígido. En la unidad III se estudia, entre otros, los modelos cinemáticos relativos al movimiento de una partícula sin importar el reconocimiento de las interacciones con el entorno. En la unidad IV se plantea el estudio de la relación entre aceleración e interacciones presentes sobre una partícula. En la unidad V se organiza la modelización de un sistema de partículas, y la determinación de su centro de masa. Finalmente, en la unidad VII, se extiende el modelo causal newtoniano al movimiento de rotación de un sólido rígido.

Los casos de estudio de sólidos rígidos se enfocan en primer lugar, al movimiento de cuerpos de geometría regular que rotan alrededor de un eje principal de inercia que es parte de un sistema inercial. Al rotar, cada partícula describe un movimiento circular en un plano perpendicular al mismo. Luego se extiende a sólidos compuestos por diferentes formas geométricas y a casos con ejes de rotación no inerciales.

Para el caso de estudiantes de carreras de Ingeniería en primer año, el tratamiento de la dinámica de rotación se prevé en el cronograma de clases, seis semanas después respecto a la unidad I. Habitualmente se presenta con escasa antelación a la fecha del primer examen parcial. Tal diseño curricular contempla para su desarrollo un tiempo relativamente breve y acotado. De allí que sea importante disponer de recursos didácticos a los que el estudiante pueda acceder con autonomía.

1.3. Estado del conocimiento

1.3.1. Habilidades cognitivas, modelización y resolución de problemas de física

La manera en que se relaciona el proceso de enseñanza de la resolución de problemas, con inclusión de contenidos, procedimientos y materiales curriculares, y el proceso de aprendizaje promovido, ha sido objeto de múltiples investigaciones. En ellas se estudió: la comprensión de los enunciados de problemas (Llonch, Sánchez y Massa, 2000; Massa, Sánchez, Llonch y D'Amico, 2000; Llonch, Sánchez, Massa y D'Amico, 2001; Llonch, Massa, Sánchez y Petrone, 2002); la modelización (Massa, Sánchez y Llonch, 2001; Massa y Sánchez, 2002; Massa, D'Amico y Llonch, 2004; Massa, Llonch y D'Amico, 2005). También, se analizaron los procesos de razonamiento de los estudiantes al abordar diferentes situaciones problemáticas de lápiz y papel (Llonch, D'Amico y Massa, 2002; Llonch, Rosolio, D'Amico y Sánchez, 2011; Massa, Llonch y Sánchez, 2001; Sánchez y Massa, 2006; Massa, D'Amico y Llonch, 2008); los procesos de resolución (Massa, D'Amico, Yanitelli y otros, 2003; Massa, Cabanellas y Yanitelli, 2003; Massa y

D'Amico, 2003); y el abordaje de las situaciones experimentales como procesos de resolución de problemas (Scancich, Yanitelli y Massa, 2008).

Las citadas investigaciones han puesto de manifiesto la importancia de los procesos de interacción entre el conocimiento declarativo y el procedimental durante el aprendizaje, como así también la influencia de la incorporación de situaciones problemáticas del contexto cotidiano o del ámbito profesional en la organización progresiva de la estructura conceptual de la mecánica.

Otros trabajos se han centrado en las acciones y las características particulares del sujeto que resuelve: la motivación, la experiencia, las concepciones previas, la aceptación de desafíos, la tolerancia al fracaso, la resistencia a actuar ante situaciones desconocidas (Lang da Silveira, Moreira y Axt, 1992; Vasconcelos, Lopes, Costa, Marques y Carrasquinho, 2007); la forma en que se presenta el problema y el estudio del efecto de la estructura, contenido, sintaxis y orientaciones con que se formula la situación problemática a un sujeto (Ceberio Garate, Guisasola Aranzabal y Almundí García, 2005; Favero y Soares Gomes de Souza, 2001; Vasconcelos y otros, 2004) y las propuestas de metodologías didácticas (Coronel y Curotto, 2008; Leonard, Dufresne, Gerace y Mestre, 1996).

Investigaciones sobre el proceso de estudio realizadas por el Grupo de Conceptualización en la Enseñanza de las Ciencias (Llonch y otros, 2000; 2002; Massa y otros, 2000; 2001; Massa, Petrone, Sánchez y Sgreccia; 2003; Sánchez, 2004; Sánchez y Massa, 2006; Sánchez, Massa y Rosolio, 2008) detectaron dificultades en la comprensión del enunciado del problema como consecuencia de una modalidad de enseñanza *transmisiva*¹. En las mismas se observó que el docente no destina tiempo a la comprensión del enunciado como aspecto central del proceso de resolución de problemas; no se detiene a analizar el enunciado ni a discutirlo en el aula. Además de la falta de comprensión se encontró que esta modalidad de enseñanza produce una falta de incentivo para que el estudiante adopte un rol activo con elaboración de hipótesis y realización de interpretaciones, fundamentaciones e intercambios a nivel grupal.

Linder (1993) y Perales (2000) coinciden en señalar como obstáculo la concepción de muchos estudiantes que entienden el conocimiento científico como una articulación de ecuaciones y definiciones a ser memorizadas más que comprendidas.

Spiro y Chang (1992) señalan que los estados intermedios entre la condición inicial de estudiante novel y la final pueden ser asumidos como el tendido del puente entre novatos y expertos. Dichos autores señalan que esta construcción enlaza los conocimientos

¹ En cursivas se destacan las palabras que no se encuentran en el diccionario de la Real Academia Española.

requeridos por la condición experto en función de ciertas características de los primeros aprendizajes, que son los que preparan al estudiante para la adquisición del conocimiento avanzado.

Existe una amplia evidencia del uso de estrategias de razonamiento y metodologías superficiales o heurísticas importadas del contexto cotidiano de dudosa utilidad al abordar el análisis de problemas científicos (Buteler, Coleoni y Gangoso, 2008; Campanario y Moya, 1999, Glaser, 1988; Coleoni y Buteler, 2009a y 2009b; Coleoni, 2010; Massa, D'Amico, Yanitelli y Cabanellas, 2003).

En física Hestenes (1995a y 1995b) expone sobre el fracaso de los docentes en desarrollar en los estudiantes habilidades en la modelización y en el análisis cualitativo y afirma que hay que enseñar a los estudiantes a buscar una solución de la situación problemática en forma de modelo, con el cual obtener respuestas a cualquier pregunta formulada sobre el problema y no a obtener solo un número o una ecuación.

Es necesario considerar que "en algún punto de sus estudios, casi todos los estudiantes de física sienten que, aunque entienden los conceptos, simplemente no pueden resolver los problemas. Sin embargo, en física, entender verdaderamente un concepto o principio es lo mismo que saber aplicarlo a diversos problemas prácticos. Aprender a resolver problemas es absolutamente indispensable; es imposible saber física sin poder hacer física." (Sears, Zemansky, Young y Freedman, 2009, p.2).

Larkin y Chabay (1996, p.151) indican que "Los alumnos (especialmente aquellos que obtienen altas calificaciones en las ciencias físicas) parecen trabajar en un 'espacio' psíquico de ecuaciones, tratando de recordar las ecuaciones adecuadas y de unirlas con precisión".

Al adquirir afianzamiento y pericia en la utilización del conocimiento en acción aplicado a la resolución de problemas físicos, se presenta una modificación en la forma de razonar, y en ese caso es posible observar una elaboración cualitativa previa a la utilización de ecuaciones, que puede atribuirse a la utilización de un modelo mental (Kofman, 2000).

Una cierta habilidad para resolver problemas cuantitativos de física no es un indicador de una comprensión funcional. Se puede observar que muchos estudiantes de física, pueden resolver problemas utilizando ecuaciones que no son capaces de aplicar a situaciones de igual nivel de complejidad, pero diferentes a las que utilizaron en el estudio. Con frecuencia los estudiantes no reconocen el rol crítico del razonamiento, ni entienden en qué consiste una explicación física. Muchos no pueden hacer el razonamiento cualitativo necesario para aplicar, a una situación no aprendida de memoria, los conceptos enseñados.

El aumento de la habilidad para razonar, usualmente no es un resultado de la enseñanza tradicional (McDermott, 1998).

Paez, Speltini y Roldán (2012, p1) indican que “las diferentes actividades didácticas realizadas en un curso de física son una instancia para promover el desarrollo de las habilidades cognitivas necesarias e imprescindibles para afrontar una carrera de ingeniería”. Su estudio acerca de las habilidades cognitivas promovidas en las actividades de aula durante un curso de Física I en dicha carrera, les ha permitido inferir que las habilidades memorizar, identificar y operar, son consideradas por todos los docentes, en tanto que las habilidades analizar, interpretar, sintetizar, deducir y transferir, son promovidas solo por algunos, mientras que las habilidades de inferir o diseñar, fundamentales para un profesional de ingeniería, no son fomentadas. Señalan que las estrategias empleadas escinden la teoría de la resolución de problemas y la realización de laboratorios, y que este estilo de práctica docente atenta contra el desarrollo de habilidades cognitivas complejas.

Sánchez Roger (2011) realiza un estudio de los procesos asociados con la resolución de problemas a partir de la comprensión del enunciado. En su trabajo relativo a la dinámica de la partícula, ella señala que los estudiantes, después de trabajar los aspectos conceptuales específicos implicados en la resolución de problemas, tienen dificultades al abordar la misma especialmente en las etapas iniciales, pero que pueden ser salvadas con ayuda de expertos.

Escudero y Jaime (2007) analizaron la resolución escrita en situación real de aula de un problema integrativo de dinámica de rotación en un grupo de 34 estudiantes de primer año de Ingeniería. Su trabajo se basó en las teorías de modelos mentales de Johnson-Laird (1983, 1990) y de los campos conceptuales de Vergnaud (1990, 1996, 1998). A partir de un análisis cualitativo de las soluciones elaboradas por los estudiantes, determinaron cinco categorías de representación de la situación física del problema planteado. Los resultados sugieren que la capacidad de los estudiantes de generar cada tipo de solución está sustentada en la representación mental que ellos realicen. Hace referencia a un fenómeno de variabilidad cognitiva en cada estudiante y también en el grupo, puesta en evidencia en la pluralidad representacional de los cinco diferentes niveles de comprensión. Sus resultados señalan la importancia de favorecer escenarios educativos como medio de diversificar las representaciones, en los que pueda lograrse un verdadero cambio conceptual y no sustituciones o reemplazos de unas concepciones por otras. También se destaca el valor de la actividad como medio de posibilitar significados sin cuestionar si la identificación de la situación a resolver es correcta.

1.3.2. Relativo al cuestionario digital como recurso didáctico

Vindevoghel y Blondeau (1998), desde el Laboratorio de Enseñanza Multimedia de la Universidad de Ciencias y Tecnología de Lille, señalan que se consolida el concepto de autoformación educativa que adapta eficazmente nuevas prácticas pedagógicas con nuevas tecnologías en un sistema de formación "a medida", más centrado en el estudiante. Estos autores han participado en las experiencias realizadas por la Red Universitaria de Centros de Autoformación (RUCA).

RUCA reúne alrededor de 15 universidades donde los estudiantes realizan prácticas diversas entre las que merecen una mención especial las actividades de autoevaluación. Estas actividades utilizan una lógica Autoeval, desarrollada en la Universidad Joseph Fourier en Grenoble para gestionar dinámicamente un programa de autoformación de estudiantes que tiene como objetivos de aprendizaje aquellos incluidos en su plan de formación pero, a la vez, busca mostrar al estudiante los prerrequisitos de un objetivo didáctico, de manera que pueda centrar sus esfuerzos en ellos.

David y Dutel (2004), trabajando sobre el dispositivo Autoeval en el marco de una doble pertenencia a un laboratorio de investigación informática y a un centro de aplicaciones didácticas, dan cuenta del diseño y de los aspectos metodológicos necesarios para producir aplicaciones educativas que respondan a los requisitos de calidad que esperan sus autores. La herramienta fue aplicada en el Centro de Autoformación y de Innovaciones Multimedia, el que tiene por misión poner a disposición de profesores y estudiantes del Departamento Científico Universitario de la Universidad Joseph-Fourier, las nuevas tecnologías educativas.

La metodología Pogil (Process oriented guided inquiry learning) también se enmarca en esta línea como una técnica de aula y de laboratorio que busca simultáneamente enseñar contenidos y desarrollar destrezas por medio de procesos claves, que combinan la indagación guiada, el estudio de casos y la utilización de disparadores temáticos (Vallejo, Pogliani, Mihdi, y Jubert, 2007). La experiencia fue desarrollada durante el año 2006, en un curso de nivel básico de Química para estudiantes de Ingeniería Química en la Universidad de La Plata. La propuesta planteó el dictado de dicho curso en modalidad a distancia y estuvo dirigida a estudiantes que reiteraban el cursado.

Según Palma (2007) Pogil es una metodología de aprendizaje que busca desarrollar conocimientos y habilidades en los estudiantes a partir de un aprendizaje orientado a procesos a través de preguntas guiadas y basado en el trabajo colaborativo de los mismos. A partir del impacto pedagógico positivo, el proyecto Pogil de la Fundación Nacional de Ciencias de los Estados Unidos se implementó en diversos centros académicos de

Norteamérica. También en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Rafael Landívar en Guatemala se han realizado experiencias piloto para adaptar este tipo de metodologías a sus aulas.

Para Forestello y Gallino (2009, p.76) el contexto tecnológico impone la incorporación de nuevos procesos y resignificaciones, que refieren a propuestas pedagógicas en las que, “la educación ya no podrá estar dirigida a la transmisión de conocimientos sino a desarrollar la capacidad de reflexionar, producir y utilizar conocimientos de orden superior”. Para dichas autoras es necesario evitar fracturas o falta de articulación con criterios pedagógicos y didácticos, y sostener con ellos, las decisiones requeridas al incorporar tecnologías en las propuestas de enseñanza.

La educación superior reconoce necesario disponer del uso de principios pedagógicos encaminados a favorecer la capacidad del estudiante para aprender por sí mismo. El proceso de autoformación favorecido por la utilización de herramientas didácticas que incluyen nuevas tecnologías, no tendrá que descuidar la inclusión de aquellos cambios derivados de las modificaciones en el sistema de conocimiento, las aplicaciones prácticas, y las características del propio proceso de enseñanza-aprendizaje que impone la época actual, en una propuesta equilibrada.

1.4. La construcción del conocimiento en física para carreras de Ingeniería

En ciencia, los estudiantes tienen una tendencia a realizar conclusiones precipitadas, generalizaciones acríticas basadas en observaciones que conducen a análisis superficiales, denominadas "metodología de la superficialidad" o "metodología del sentido común" (Carrascosa, Domenech, Martínez, Osuna, y Verdú, 2016).

Sin embargo, la actitud de los estudiantes es natural. El pensamiento atiende primero a lo superficial, a lo que se percibe con facilidad, y sólo a través de las abstracciones puede penetrar en lo sustancial. Este proceso de construcción y/o reconstrucción del razonamiento implica el desarrollo de competencias, y requiere el compromiso intelectual de los estudiantes en un nivel suficientemente profundo.

El conocimiento entendido como competencia, abandona la idea de conocimiento con forma acabada con el que interactúan tanto el estudiante como el profesor. Las competencias aluden a capacidades complejas e integradas, relacionadas con el saber y el saber hacer, esto es, una disposición a hacer y decir ante las situaciones concretas del mundo de acuerdo con los criterios convencionales de una determinada comunidad epistémica. Son referidas al contexto y al desempeño profesional en forma de condiciones

de competencia técnica con compromiso social, dado que en ellas, es posible incorporar la ética y los valores (Audeas y otros, 2014).

Una vía que resulta idónea para formar conocimientos científicos significativos consiste en incluir en la resolución de problemas una reconstrucción progresiva de la situación, es decir, crear una representación inicial global con análisis de las relaciones sustanciales involucradas, a fin de aproximarse a la situación de estudio con una representación más profunda y completa (Valdés y Valdés, 2004).

Los problemas de física habitualmente son planteados mediante un enunciado escrito. La lectura comprensiva puede desglosarse en una secuencia cognitiva que en algunos casos alcanza la representación de la situación referida. Luego de esta primera fase de lectura comprensiva será posible lanzar la resolución propiamente dicha, durante la cual será necesario formular hipótesis e inferencias, y planificar estrategias, hasta lograr una resolución.

A fin de indagar de una manera objetiva en el nivel logrado en la comprensión lectora y en la representación inicial de la situación, interesa conocer: *¿Cómo organizan los estudiantes sus modelos mentales al interpretar el enunciado de los problemas ofrecidos?*

La comprensión de los conceptos y principios de la dinámica de rotación, requiere un proceso de reestructuración que va desde de las posibles concepciones alternativas hacia aquellas que se encuentran científicamente consensuadas. Los conceptos y principios nuevos constituyen un medio para enriquecer y reestructurar las creencias y presupuestos iniciales de cada estudiante (Garritz Ruiz e Irazoque Palazuelos, 2004). La comprensión de los mismos demanda una participación activa del individuo en la revisión de sus propias ideas, como manera de posibilitar el reconocimiento de representaciones incompletas o inadecuadas para la explicación de los fenómenos en estudio.

Una secuencia de enseñanza basada en el cambio conceptual (Driver, 1988) propone incluir una actividad de orientación destinada a despertar la atención y el interés de los estudiantes por el tema, y a elaborar una primera representación de la situación, acompañada de la explicitación de sus ideas. La actividad de orientación puede plantearse en forma de preguntas cualitativas por medio de las cuales interesará indagar: *¿cuál es el efecto de las preguntas que se incluyen?*

Efectuada la representación inicial, es posible pasar al análisis de las relaciones involucradas. Este análisis estimula una reconstrucción progresiva de la situación. El proceso puede incluir actividades, las que por contraste con los resultados de la resolución cuantitativa, constituyan acciones motivadoras a un enriquecimiento y/o reestructuración. En este último caso, las actividades son destinadas a provocar insatisfacción con las

propias ideas y modelos y tienden a modificar las ideas de los alumnos, y ayudar a clarificar y diferenciar la representación inicial. Un cierto diseño didáctico puede incluir además, a fin de contribuir a la toma de rol activo, la oportunidad para que el estudiante pruebe y aplique sus concepciones revisadas y elija cursos alternativos, pero *¿qué evidencias se encuentran sobre cómo opera en la construcción de los modelos conceptuales que interesa enseñar?*

El fracaso para integrar conceptos relacionados entre sí, en una estructura de trabajo coherente, constituye tal vez, la dificultad más seria. La ausencia de esta integración puede pasar inadvertida dado que la manipulación matemática con frecuencia es suficiente para la resolución de los problemas típicos. La enseñanza de la física requiere verdaderas conexiones entre conceptos, representaciones formales y el mundo real. Para eso, los estudiantes necesitan prácticas en las que ellos mismos hagan explícitamente estas conexiones (McDermott, 1998).

Sobre el diseño específico de un recurso didáctico, surge el requerimiento de conocer: *¿cuál es el aporte como recurso para el desarrollo de las habilidades cognitivas requeridas para la resolución de los problemas propuestos?*

Se advierte que en los momentos de tareas de aula, frente a gran cantidad de estudiantes, se dificulta tanto la gestión o acompañamiento del proceso cognitivo a nivel individual, como la propia concentración del estudiante. En las materias de primer año se agudiza este problema ya que, el estudiante novel se enfrentará a una adaptación a la modalidad cuatrimestral de los planes de estudio vigentes en carreras de Ingeniería y a su propia resistencia a la toma del rol activo requerido por la dinámica universitaria.

A partir de reconocer las posibilidades que ofrecen las nuevas tecnologías en las condiciones de accesibilidad al conocimiento, posicionándolas como un valioso recurso educativo, en esta tesis se creó una actividad interactiva en el aula virtual con un diseño didáctico personalizado. La actividad fue designada cuestionario didáctico, por sus siglas, CD. El diseño del CD se orienta al desarrollo de las habilidades cognitivas requeridas en la resolución de problemas de la dinámica de rotación. Provee un proceso en el que se alternan momentos de orientación, explicitación y reestructuración del razonamiento, mediante actividades orientadas al análisis cualitativo y al contraste con resultados de la resolución cuantitativa. También se incluye la oportunidad para que el estudiante pruebe y aplique sus concepciones revisadas, y realice tomas de decisión para la elección del curso a seguir. Finalmente, se incluye un momento de *revisión del cambio de ideas*: por medio de la reflexión de la propia acción realizada, cuáles fueron los errores, y si las dudas persisten. Se trata de estimular la comparación de las nuevas ideas con las iniciales (Driver, 1988).

Este proyecto se implementó en el curso de Física I para carreras de Ingeniería. La mediatización del recurso permitió acceder a los registros de actuación de los estudiantes. Éstos constituyeron la información básica a partir de la cual se llevó a cabo la investigación de la propuesta didáctica.

1.5. Objetivos de la investigación

Al resolver problemas, el estudiante muchas veces utiliza algoritmos de resolución que pueden enmascarar debilidades en la comprensión de la situación presentada y en los conceptos a los que aquellos remiten.

Se adopta como supuesto en esta tesis que eventuales fracasos en la resolución de problemas posiblemente radiquen en la ausencia de un modelo mental que permita al estudiante organizar y comprender el enunciado, focalizar el núcleo del problema a resolver y la meta a alcanzar.

A fin de procurar respuestas a los interrogantes de la investigación, se plantearon como objetivos generales del trabajo de tesis:

- indagar la potencialidad del CD para el desarrollo de habilidades cognitivas y formas de pensamiento requeridas en la resolución de problemas de la dinámica de rotación;
- analizar los modelos mentales que construyen los estudiantes durante la resolución de los problemas propuestos en el CD;
- reconocer debilidades en la estructura y/o contenido del CD para el desarrollo propuesto.

1.6. Materiales y métodos

La investigación desarrollada en esta tesis adoptó un enfoque cualicuantitativo, analizando las actuaciones de los estudiantes, sus modelos mentales y sus argumentaciones escritas al abordar las actividades incorporadas en cuestionarios digitales. La pluralidad metodológica adoptada busca enriquecer el estudio y fortalecer su validez compensando debilidades de una perspectiva mediante la incorporación de informaciones que proceden de la otra. Esta estrategia de integración metodológica permite indagar, analizar y comprender los procesos que ejecutan los estudiantes durante la organización de representaciones cuando resuelven los problemas propuestos en función de las perspectivas y los significados que tienen para ellos.

El análisis de la propuesta didáctica CD, consideró:

1. Diagnóstico del estado de conocimientos y de las habilidades cognitivas requeridas en la resolución de problemas de dinámica de rotación anterior a la realización de la actividad didáctica. El estudio se designó Pretest, e incluyó, además, datos de género, edad, procedencia y situación académica. Los resultados fueron procesados con técnicas de análisis de contenido.
2. Diseño de la actividad interactiva y la articulación de las dimensiones (Fernández, 2007): (a) pedagógica, en cuanto escenario de interrelaciones didácticas; (b) tecnológica, en relación a los atributos que posibilitan la interactividad; (c) disciplinar, con el contenido a enseñar-aprender; (d) de mediatización y mediación, como acceso al contenido implicado; (e) política, según las definiciones institucionales.
3. Implementación del CD durante el desarrollo del contenido dinámica de rotación en el curso de Física I y luego en épocas de preparación de examen.
4. Análisis de los aspectos didácticos incluidos en el mismo, a partir del procesamiento de las resoluciones de los propios estudiantes.
5. A partir de dichas producciones, se procedió a la identificación de rasgos que caractericen el modelo mental inicial organizado por el estudiante y los cambios operados en el curso de la resolución.
6. Procesamiento cualitativo de los datos, analizando las trayectorias o recorridos seguidos por los estudiantes en su interacción individual con los problemas y actividades propuestas en el CD.
7. Análisis de los resultados para validar aspectos del diseño y realizar posibles ajustes de dicho cuestionario y la estrategia didáctica implicada.

1.7. Organización de esta tesis

Esta tesis se desarrolla en cinco capítulos. El primero es el que se acaba de exponer, donde se presenta a nivel general el problema de la investigación, su fundamentación, los objetivos, el estado del conocimiento y la metodología.

En el capítulo 2 se establece el marco teórico, el cual aborda el contenido disciplinar específico dinámica de rotación, el enfoque cognitivo, y los fundamentos en los que se enmarca el CD como recurso educativo digital.

En el tercer capítulo se presentan y fundamentan las bases metodológicas de la investigación, el enfoque adoptado y su alcance descriptivo. Se describen los criterios de diseño, las características del grupo de estudiantes que participó en el estudio, las técnicas e instrumentos empleados, y el procesamiento de la información aplicado.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados del análisis, que incluyen: las respuestas al diagnóstico Pretest, los modelos mentales de interpretación de los enunciados y las trayectorias interactivas construidas en el CD.

En el quinto capítulo se realizan las conclusiones y reflexiones de la tesis.

CAPITULO 2

REFERENTES TEÓRICOS

El capítulo sintetiza los contenidos físicos relativos a la dinámica de los cuerpos rígidos, centrando el análisis en sistemas de referencias inerciales. Esta parte de la física, con marco en la mecánica newtoniana, se adecúa para describir fenómenos de la experiencia cotidiana que ocurren a velocidades muchísimo menores que la de la luz.

Seguidamente se plantean contenidos vinculados a las habilidades cognitivas y a su relación con la resolución de problemas. Se aborda en primer lugar el modelo de la mente humana propuesto por Newell y Simon, y luego el desarrollo de las habilidades cognitivas como característica del razonamiento, y los requerimientos de habilidades cognitivas vinculadas a la lectoescritura y la comprensión de textos. Se discute la resolución de problemas desde la teoría de modelos mentales de Johnson-Laird.

Para finalizar el capítulo se abordan los referentes relacionados al cuestionario didáctico como recurso de enseñanza, al rol de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en la educación y las diferentes dimensiones que se articulan. Se describe el tradicional triángulo pedagógico, las alternativas en la naturaleza de los elementos que lo integran, y sus posibles interacciones. Se presenta el tetraedro didáctico como una estructura que permite explicitar el escenario mediatizado y mediado con recursos educativos.

2.1. La dinámica del cuerpo rígido en la formulación newtoniana

2.1.1. Caracterización mecánica del sistema en estudio. Modelización

La mecánica newtoniana es una formulación específica de naturaleza vectorial, que estudia el movimiento de cuerpos y sus causas, desde sistemas de referencia particulares denominados inerciales.

Al considerar sistemas de referencia inerciales, las ecuaciones de la mecánica clásica se corresponden con aquellas propuestas en su época por Isaac Newton. Son válidas para el estudio del movimiento de sistemas físicos como: cohetes, planetas, trompos, trenes, etc. Es decir, sistemas con dimensiones superiores a 10^{-7} m e inferiores a 10^{18} m, y con velocidades v mucho menores que la de la luz $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Esta teoría se sustenta en un modelo físico del entorno macroscópico en que se encuentra el hombre. Es considerada fácil de comprender y de representar matemáticamente en comparación con los casos generales de la mecánica clásica. En ella el tiempo adopta el carácter de parámetro al ser considerado independiente del observador, y, por tanto universal, de modo que el intervalo de tiempo que demora un cuerpo para ir de una posición a otra es el mismo cualquiera que sea el observador que lo mida.

En esta formulación el espacio es absoluto, es decir, la distancia entre dos puntos es la misma para cualquier observador con independencia de su movimiento; se admite la existencia de un determinismo científico que permite establecer completamente el estado de un sistema mecánico en un instante cualquiera a partir del conocimiento de las interacciones presentes y del estado del sistema en un momento dado; se considera que los cuerpos siguen trayectorias trazables bien definidas.

Todo movimiento de un cuerpo no deformable, por complejo que resulte, puede estudiarse por reducción a dos movimientos básicos: traslación y rotación.

En un movimiento de traslación cada una de las partes del cuerpo no deformable, se mueve con la misma velocidad que las restantes. Por tanto, es posible simplificar el sistema en estudio, a una única partícula que representa el cuerpo en traslación, esto es, adoptar el denominado modelo de partícula.

Una partícula es un punto material, es decir, un objeto sin dimensiones en el cual está localizada la materia. Su posición, en un instante determinado, queda fijada en el espacio con respecto al sistema de coordenadas inercial adoptado arbitrariamente. Por ejemplo, el movimiento de un cuerpo extenso y suficientemente rígido que sólo se traslada, como un ómnibus desplazándose por una autopista, se puede estudiar con las mismas leyes con

las que se describe el movimiento de una partícula, si no se considera la rotación de sus ruedas.

El estudio del movimiento de rotación no admite esta reducción. Una rotación pura se realiza alrededor de un eje que permanece fijo con respecto a algún sistema de referencia y alrededor del cual cada punto del objeto no deformable gira a un mismo ángulo θ pero con diferencias en su velocidad tangencial con respecto a otros que se encuentran a distinta distancia del eje. Por tanto, se adopta para el estudio un modelo de cuerpo rígido, o representación tridimensional del sistema integrado por el conjunto de partículas, tal que, la distancia entre dos puntos cualesquiera del mismo permanece siempre constante. Este modelo se puede utilizar como aproximación para representar cuerpos reales en los cuales las deformaciones son despreciables y, por lo tanto, conservan la forma durante el movimiento.

Es posible reconocer la realización de movimientos de rotación, desde átomos a planetas, en elementos como un disco DVD, una rueda, las paletas de un ventilador, una máquina centrifugadora, una hélice y las ruedas de una bicicleta. Siempre se puede identificar un eje alrededor del cual se produce la rotación de un cuerpo. En algunos casos este eje puede estar en movimiento, siendo posible estudiarlo como la combinación de una traslación y rotación simultánea, por ejemplo, una rueda desplazándose sobre un plano.

Al estudiar el movimiento de rotación, interesa describir el mismo en términos de desplazamiento, velocidad y aceleración angulares, identificar la rotación cuando la velocidad o aceleración angular son constantes, establecer la relación entre magnitudes angulares y las magnitudes que definen el movimiento lineal alrededor del eje de rotación para cada partícula, establecer cómo contribuye la distribución de la masa respecto al eje de rotación, a la inercia rotacional y cómo es posible cuantificar esta última.

A diferencia de la física de Aristóteles, la segunda ley de Newton establece una relación causal entre la fuerza neta actuante y la aceleración para el movimiento de una partícula. En el modelo aristotélico, los cuerpos tienen movimientos naturales de tipo rectilíneos. Este modelo fue la forma aceptada de entender el mundo en la antigüedad. Las ideas de Aristóteles mantuvieron vigencia hasta el inicio de la revolución copernicana y se consideran de gran importancia en el desarrollo del pensamiento humano (museovirtual.csic.es/salas/universo/universo4.htm).

Al estudiar la rotación del sólido rígido, surgen los interrogantes: ¿es válido aplicar las leyes de Newton a este movimiento?, ¿qué tipo de interacciones se relacionan con una aceleración angular?, ¿cuáles son las características de las mismas para mantener una rotación estacionaria o bien detenerla? En los apartados siguientes se desarrollarán los

contenidos de la dinámica rotacional que darán respuestas a tales cuestiones y se encuentran implicados en la resolución de los problemas específicos.

Una vez representado el sistema físico en estudio, se analiza cuál es el conjunto de propiedades consideradas relevantes, cualitativa y cuantitativamente. En mecánica pueden resultar relevantes propiedades como: la posición, la velocidad, la masa, el momento de inercia, el momento lineal o cantidad de movimiento, el momento angular, la energía cinética.

Las magnitudes son conceptos que permiten conocer el mundo, asignando a las propiedades determinadas cantidades (variables o constantes). Para las magnitudes denominadas escalares, es suficiente una cantidad acompañada de su unidad de medida. En cambio, las magnitudes vectoriales requieren especificar, además de la cantidad o módulo, la dirección y sentido en el que actúan; tal información, en forma gráfica se representa con un vector. Es necesario diferenciar la simbología que refiere a magnitudes vectoriales y escalares, y entre una referencia al vector y al módulo y/o componentes de la misma magnitud: la notación de un vector se destacará en negrita, mientras que para referirse a una magnitud escalar, al módulo de un vector o al de las componentes del vector se usará cursiva.

Cuando se describe el estado de movimiento del sistema se establecen referencias precisas de la posición y de la velocidad adoptando un sistema de coordenadas que coincidirá con el sistema inercial de referencia. Se adopta en forma arbitraria un instante inicial a partir del cual se registra el intervalo de tiempo según una escala de medida.

Los valores asumidos por las magnitudes relevantes en un instante determinado definen el estado mecánico inicial del sistema; la modificación de algunos de estos valores dará indicios de un cambio de estado mecánico. Dicho cambio se produce debido a las interacciones existentes entre el sistema y el medio. En el último caso será necesario analizar la evolución temporal del estado mecánico del sistema en estudio en función de las mismas variables relevantes identificadas inicialmente.

Las aceleraciones constituyen variables de interacción, justamente por dar cuenta de los cambios de estado que las interacciones provocan sobre el sistema. Un cuerpo sale del reposo o modifica su movimiento debido a interacciones con otros cuerpos que se reconocen como fuerzas. En el apartado 2.1.3 se profundiza sobre el significado físico de cada una de las interacciones más habituales en la mecánica newtoniana.

2.1.2. Cinemática

Movimiento de una partícula

Si una persona deja caer una piedra desde el extremo de una torre a bordo de una embarcación que se mueve en línea recta y sin variar su velocidad, verá que la piedra sigue una trayectoria rectilínea. Un observador ubicado sobre la superficie terrestre, que observa la caída, verá a la misma piedra seguir una trayectoria que se aproxima a la forma parabólica.

La realización de tal experimento pone en evidencia que el movimiento es un concepto relativo al sistema de referencia desde el cual se observa. La mayor parte de las observaciones hechas desde la Tierra están referidas a sistemas ubicados en ella y, por tanto, moviéndose con ella. Sin embargo, si el sistema adoptado con origen en la Tierra tiene sus ejes orientados hacia estrellas lejanas, el sistema puede considerarse inercial en primera aproximación.

La ubicación de una partícula respecto al origen del sistema de coordenadas se establece mediante un vector posición \mathbf{r} . El módulo de \mathbf{r} representa la distancia entre la partícula y el origen del sistema; la dirección, es el ángulo relativo al semieje positivo de abscisas de la recta que lo contienen; el sentido, es determinado por el extremo orientado hacia la partícula.

Si la partícula se desplaza, el vector posición \mathbf{r} varía a medida que transcurre el tiempo, y puede expresarse como una función del mismo: $\mathbf{r} = f(t)$. El lugar geométrico de las sucesivas ubicaciones de la partícula define un conjunto de puntos que se denomina trayectoria. Si la posición no cambia en el tiempo, el objeto se encuentra en reposo relativo.

Cada vector posición es definido por sus coordenadas en el sistema correspondiente. Cada coordenada incluye tres tipos de información: un número, una unidad y un signo. En una trayectoria bidimensional, Figura 2.1, los vectores posición de la partícula en dos puntos A y B, quedan definidos por sus coordenadas en los ejes X e Y:

$$A: (x_0, y_0); B: (x, y)$$

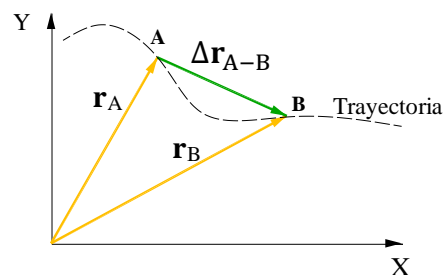


Figura 2.1. Vectores posición, \mathbf{r}_A y \mathbf{r}_B , y desplazamiento $\Delta \mathbf{r}$ entre ambos

Se define el vector desplazamiento $\Delta \mathbf{r}$ de una partícula durante un intervalo de tiempo Δt , como una cantidad vectorial representada por un vector que se dirige desde la posición inicial a la final. En la citada figura $\Delta \mathbf{r}_{A-B} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$, es el desplazamiento entre A y B.

El vector desplazamiento $\Delta \mathbf{r}$ de la partícula, referido al sistema de coordenadas cartesianas tendrá componentes. Para el caso bidimensional, en la dirección del eje X, la componente es $\Delta x = x - x_0$, mientras que en la dirección del eje Y es $\Delta y = y - y_0$. Nótese que las componentes, al estar referidas a los ejes del sistema de coordenadas, tienen implícita la información correspondiente a la dirección y sentido del eje.

Si una partícula se desplaza $\Delta \mathbf{r}$ en un intervalo Δt , se define la velocidad media \mathbf{v}_m como la cantidad vectorial:

$$\mathbf{v}_m = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$$

Como consecuencia de su definición, la velocidad media \mathbf{v}_m tiene la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento $\Delta \mathbf{r}$ y su módulo depende de Δt .

Para el sistema bidimensional, las componentes de \mathbf{v}_m en las direcciones de los ejes coordenados X, Y, resultan:

$$v_{mx} = \frac{\Delta x}{\Delta t}; v_{my} = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

Para describir la rapidez del movimiento en cierto instante o punto específico de la trayectoria, se define la velocidad instantánea \mathbf{v} , como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right) = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

El vector velocidad instantánea tiene dirección tangente a la trayectoria en el punto dado y el sentido es el del desplazamiento de la partícula.

Considerando que $\Delta \mathbf{v}$ es la diferencia entre la velocidad \mathbf{v} en el instante t y la velocidad \mathbf{v}_0 en t_0 , se define la aceleración media \mathbf{a}_m de una partícula durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t - t_0$. La aceleración instantánea \mathbf{a} es el límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \right) = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Movimientos rectilíneos

El movimiento rectilíneo puede entenderse como un caso particular de una trayectoria curvilínea general en un espacio unidimensional. Si se orienta la trayectoria rectilínea

sobre el eje de coordenadas X, un desplazamiento rectilíneo elemental puede ser descrito definiendo una única componente dx ; la velocidad y aceleración instantáneas del movimiento resultarían:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

Se hace referencia a las componentes x de las respectivas magnitudes vectoriales dado que, por ser x la única dirección con componentes no nulas, puede omitirse el tratamiento vectorial, también se pueden omitir los subíndices indicativos del eje de coordenadas.

Si se conocen las funciones que relacionan la velocidad y aceleración con el tiempo $v(t)$ y $a(t)$ y, las condiciones iniciales del movimiento (en $t_0 = 0$, la velocidad es v_0 y la posición es x_0) entonces es posible determinar las funciones que describen el movimiento rectilíneo en cuestión.

El caso con aceleración nula, refiere a mantener la velocidad constante y se designa movimiento rectilíneo uniforme (por sus siglas, MRU). Las ecuaciones de movimiento resultan:

- posición $x = x_0 + vt$;
- velocidad $v = cte$.

El caso con aceleración constante, refiere a mantener la misma variación de velocidad en la unidad de tiempo, y se denomina movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). Para $\Delta t = t$ con $t_0 = 0$, las ecuaciones de movimiento quedan:

- posición $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$;
- velocidad $v = v_0 + at$;
- aceleración $a = cte$.

En el MRUV es posible combinar la función posición con la función velocidad y obtener una relación entre x y v en la que no participa el tiempo:

- $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$.

Movimiento circular

El movimiento circular es un caso particular de un movimiento curvilíneo. La trayectoria de una partícula es una circunferencia (o arco de circunferencia) de radio R , un desplazamiento de módulo Δr resulta la cuerda que subtiende al arco de circunferencia Δs , y para ángulos centrales pequeños es $\Delta r \cong \Delta s$.

El módulo de la velocidad instantánea es $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta r}{\Delta t} \right) = \frac{dr}{dt}$, su dirección es tangente a la trayectoria (perpendicular al radio en todos los puntos); el vector velocidad cambia de

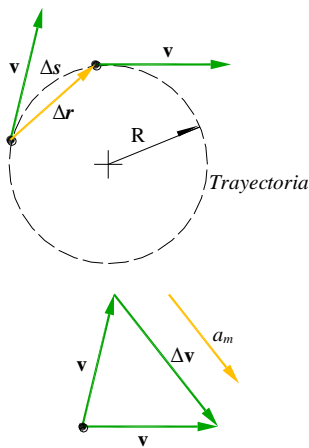


Figura 2.2. Variación de la velocidad de una partícula en dos puntos de la trayectoria

dirección en cada punto de la trayectoria, Figura 2.2. Al obtener el vector diferencia entre las velocidades **v** de dos puntos de la trayectoria (parte inferior de la Figura 2.2), a pesar que el módulo de **v** permaneciera constante, se encuentra que $\Delta\mathbf{v}$ no es nulo y resulta orientado hacia el centro de la trayectoria.

Si se analiza el cociente entre el vector variación de velocidad $\Delta\mathbf{v}$ entre dos puntos y el intervalo de tiempo, en el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$, el cociente $\Delta\mathbf{v}/\Delta t$ expresa una aceleración instantánea que tiene dirección radial y sentido hacia el centro de la circunferencia. Por tal razón también se la denomina *centrípeta*, término que proviene del griego y significa “que busca el centro”. Puede demostrarse por medio de relaciones geométricas, que el módulo de la aceleración centrípeta, resulta $a_c = \frac{v^2}{R}$.

La aceleración de una partícula en movimiento circular siempre tiene una componente en dirección radial debida al cambio de dirección del vector **v**, aun cuando su módulo permanece constante, Figura 2.3.

Cuando el módulo de la velocidad tangencial **v**, cambia, actúa sobre ella una componente de la aceleración en la misma dirección sobre la que se encuentra **v**: la aceleración tangencial **a_T**. En este caso, el vector aceleración **a** resultante en el movimiento circular, se obtiene por medio de la suma vectorial de la componente centrípeta **a_c** y la componente tangencial **a_T**, Figura 2.3.

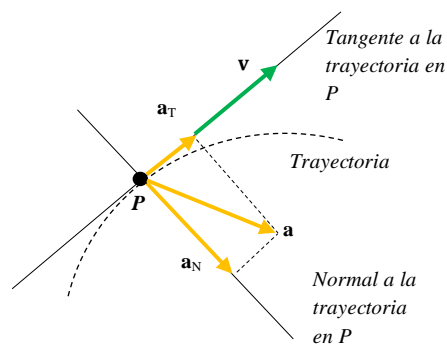


Figura 2.3. Aceleración resultante y sus componentes

El movimiento circular si bien tiene una trayectoria contenida en el plano, es un movimiento con un solo grado de libertad y en consecuencia puede ser descrito analizando una única variable: la posición angular.

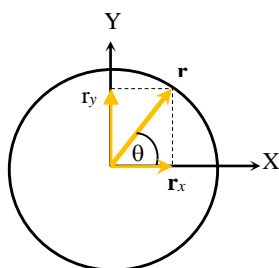


Figura 2.4. Sistema de coordenadas cartesianas ortogonales

Si se adopta un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales centrado en el centro de la circunferencia, Figura 2.4, las dos componentes ($r_x; r_y$) del vector posición **r** pueden expresarse en función de las coordenadas polares ($R; \theta$), con R constante y θ en función del tiempo.

Las componentes del vector \mathbf{r} resultan:

$$\begin{cases} r_x = R \cdot \cos \theta(t) \\ r_y = R \cdot \sin \theta(t) \end{cases}$$

El módulo de la velocidad tangencial es $v = dr/dt = ds/dt$, dado que, como fue dicho al inicio del apartado, para ángulos centrales pequeños, un desplazamiento de módulo Δr es aproximadamente igual al arco Δs . Para un ángulo central $d\theta$ se verifica la relación geométrica: $ds = R \cdot d\theta$, siendo ds el arco de circunferencia.

Por tanto, resulta $v = R \frac{d\theta}{dt}$, en la que $d\theta/dt$ constituye el módulo de la velocidad angular ω . Reemplazando $\omega = d\theta/dt$, se obtiene $v = R \cdot \omega$.

La velocidad angular puede expresarse como una magnitud vectorial, y representada por un vector $\boldsymbol{\omega}$, cuya dirección es perpendicular al plano del movimiento y su sentido está dado por la regla de la mano derecha. La relación vectorial entre $\boldsymbol{\omega}$ y \mathbf{v} , es $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$.

Se denomina movimiento circular uniforme (por sus siglas, MCU) al caso especial en que $\boldsymbol{\omega}$ es constante. En este caso una vuelta (o giro) equivale a un ángulo de 2π radianes y se realiza siempre en el mismo tiempo, que es el período T del movimiento. En consecuencia, el módulo de la velocidad angular ω en función del período T es $\omega = 2\pi / T$. El período se expresa en unidad de tiempo, por ejemplo, segundos. La unidad de velocidad angular resulta rad/s. En el lenguaje cotidiano se utiliza el número de vueltas (n) por unidad de tiempo, expresadas como revoluciones por minuto (rpm) o revoluciones por segundo (rps) respectivamente.

Se puede describir el movimiento de rotación a partir de la relación entre desplazamiento angular y tiempo. La velocidad angular media respecto a un eje de rotación Z fijo, resulta

$$\omega_{m-z} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

El módulo de la velocidad angular instantánea, resulta $\omega_z = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) = \frac{d\theta}{dt}$.

Integrando la ecuación $\omega = d\theta/dt$, y considerando que para $t_0 = 0, \Delta t = t$, y la posición angular θ_0 en la función desplazamiento angular del MCU, queda $\theta = \theta_0 + \omega t$. La velocidad angular resulta la función $\omega = cte$.

En el caso de una rotación alrededor de un eje fijo en la que el módulo de la velocidad angular ω es variable, la aceleración angular instantánea se ubica en el mismo eje que la velocidad angular, y resulta

$$\alpha_z = \frac{d\omega}{dt}.$$

Si el objeto que gira alrededor del eje Z fijo, y ω sólo tiene componente en esa dirección, el vector α tiene solo componente en esa misma dirección. El sentido será el de la velocidad angular ω si está acelerando, y el contrario si está frenando.

El movimiento en el que, el módulo de la aceleración angular es constante se denomina movimiento circular uniformemente variado (MCUV). Considerando que en $t_0 = 0$, la posición angular es θ_0 y la velocidad angular ω_0 , las funciones que describen este movimiento resultan:

- posición angular, $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
- velocidad angular, $\omega = \omega_0 + \alpha t$
- aceleración angular $\alpha = cte$

La expresión $\mathbf{a}_T = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}$, establece la relación vectorial entre la aceleración angular $\boldsymbol{\alpha}$ y la aceleración tangencial \mathbf{a}_T .

Movimientos del sólido rígido

El movimiento de un cuerpo extenso no deformable, que es modelizado como un cuerpo rígido S, Figura 2.5, puede ser reducido a la combinación de dos tipos de movimientos.

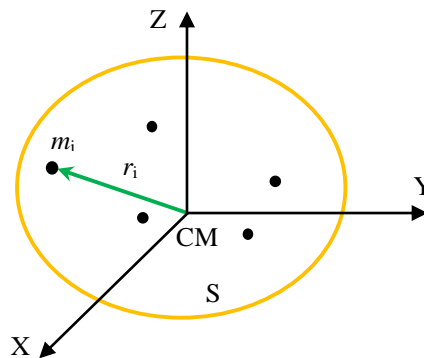
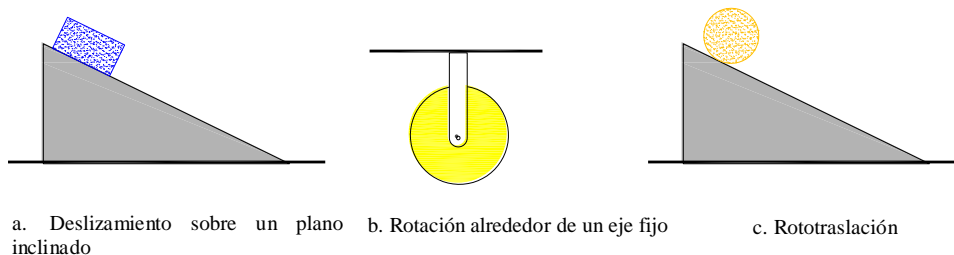


Figura 2.5. Modelo de sólido rígido S integrado por masas m_i con posiciones r_i respecto al centro de masa CM

Traslación. Ocurre cuando todas las partículas que integran el cuerpo describen trayectorias paralelas de modo que el segmento que une dos partículas cualesquiera permanece siempre paralelo a su posición inicial. El estudio del movimiento puede simplificarse al del movimiento del centro de masa (CM) del bloque, que para cuerpos simétricos y homogéneos, coincide con el centro geométrico o baricentro. Es, por ejemplo, la situación de un bloque que desliza sobre un plano inclinado, caso a de la Figura 2.6.



a. Deslizamiento sobre un plano inclinado b. Rotación alrededor de un eje fijo c. Rototraslación

Figura 2.6. Casos de movimientos de sólidos

El análisis de posición \mathbf{r}_{CM} , velocidad \mathbf{v}_{CM} y aceleración \mathbf{a}_{CM} se efectúa así, sobre un modelo de partícula.

Con un sistema de referencia que tiene el eje X paralelo al plano, las ecuaciones de movimiento (MRUV) resultan:

$$x_{CM} = x_{oCM} + v_{oCM}t + \frac{1}{2}a_{CM}t^2; \quad v_{CM} = v_{oCM} + a_{CM}t$$

Rotación alrededor de un eje. Se produce cuando todas las partículas describen trayectorias circulares alrededor de una línea denominada eje de rotación que pasa a través de un punto fijo cualquiera (en particular, puede ser a través del centro de masa del cuerpo). En el caso *b* de la Figura 2.6, una polea gira alrededor del eje fijo que pasa por su centro de masa. Las expresiones para aceleración angular α constante, son idénticas a las planteadas para una partícula en movimiento circular uniformemente variado:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 ; \omega = \omega_0 + \alpha t ; \omega^2 - \omega_0^2 = 2 \alpha (\theta - \theta_0).$$

Rototraslación. El movimiento más general de un cuerpo rígido puede considerarse como una combinación de una traslación del CM y una rotación alrededor de un eje fijo que pasa por el CM. Por ejemplo, una pelota que cae por un plano inclinado se traslada sobre él, al mismo tiempo que rota alrededor de un eje que pasa por su centro de masa, caso *c* de la Figura 2.6.

Un caso particular de rototraslación, conocido como rodadura sin deslizamiento, se presenta por ejemplo, cuando una esfera simétrica y homogénea, tal que su centro de masa está en su centro geométrico, rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal. En el esquema de la Figura 2.7 (adaptado de Sears, Zemansky, Young y Freedman, 2009,

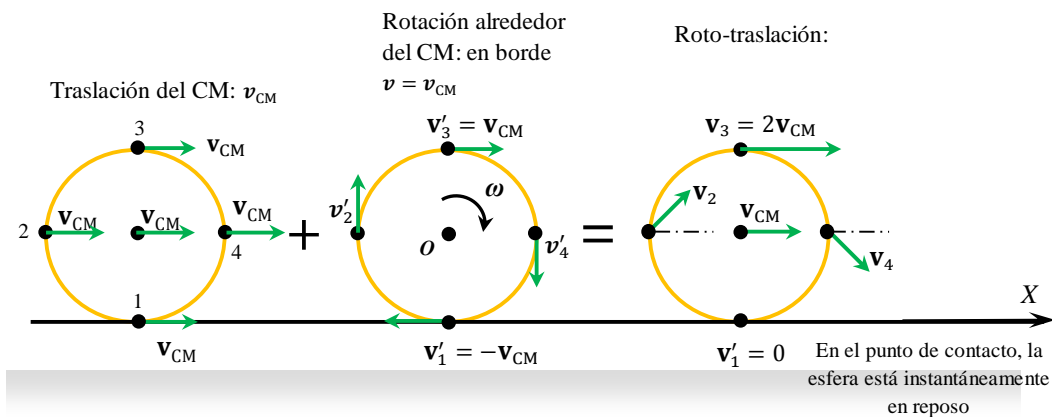


Figura 2.7. Rodadura sin deslizamiento

p.324), se ubica un sistema de referencia inercial con el origen en un punto de la superficie sobre la que rueda la esfera.

La velocidad de un punto sobre la periferia de la esfera es la suma vectorial de la velocidad de traslación del centro de masa, y de la velocidad relativa del punto respecto a un eje que pasa por el CM, como se muestra en la Figura 2.7.

Así, en el caso de la rodadura sin deslizamiento, el punto inferior en contacto con la superficie de apoyo, está instantáneamente en reposo con respecto a dicha superficie dado que la velocidad de traslación y la velocidad relativa de rotación son colineales, de sentidos opuestos e igual módulo $v_{CM} = \omega r$. En cambio, el punto superior se mueve con el doble de la velocidad del CM. Los puntos laterales 2 y 4 tienen velocidades a 45° respecto a la horizontal.

En un instante dado, se puede pensar que la rueda gira alrededor de un eje de rotación instantáneo que pasa por el punto de contacto con el suelo, con la misma velocidad angular ω que para un eje que pasa por el centro de masa. Así, un observador en el centro de masa ve que el punto de contacto con la superficie da el mismo número de revoluciones por segundo, que las que da el centro de masa para un observador en el punto de contacto.

Si el módulo de la velocidad de traslación v_{CM} fuese mayor que el de la velocidad tangencial de rotación del punto de contacto de la esfera $v_{CM} > \omega r$, entonces la velocidad resultante del punto de contacto \mathbf{v}'_1 tendrá la misma dirección y sentido que \mathbf{v}_{CM} y su módulo será $v'_1 = v_{CM} - \omega r$. En este caso, se produce rodadura con deslizamiento, en el mismo sentido de la velocidad de centro de masa. Si la velocidad de traslación v_{CM} fuese menor que la velocidad de rotación del punto de contacto de la esfera $v_{CM} < \omega r$, entonces la esfera rueda con deslizamiento en el sentido contrario a la velocidad del centro de masa de la esfera.

2.1.3. Tipos de fuerzas

Las distintas fuerzas identificadas en las acciones diarias en el mundo macroscópico pueden explicarse en función de tres tipos de interacciones fundamentales: la fuerza gravitatoria, las fuerzas electromagnéticas y las fuerzas nucleares. En el contexto de esta tesis y atendiendo a un alcance explicativo básico, se hará referencia a la primera de ellas y se mencionarán otras fuerzas reconocidas por su efecto macroscópico, tales como fuerza de roce, fuerza normal y fuerza elástica, si bien sus orígenes están vinculados con las otras fuerzas fundamentales mencionadas. Por ejemplo, la fuerza que sostiene a un libro apoyado sobre una mesa es conocida como fuerza normal y ella es la resultante de

innumerables fuerzas electromagnéticas entre átomos constituyentes del libro y de la mesa.

Fuerza de atracción gravitatoria

La fuerza de atracción gravitatoria responde a la ley de la gravitación universal de Isaac Newton, la cual expresa que, el módulo de la fuerza de atracción entre dos partículas es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia r , que las separa $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$.

En la citada expresión, G es la constante de gravitación universal válida para cualquier par de partículas, cualesquiera sean sus posiciones en el universo. El valor de G con cuatro cifras es $6,674 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$. Esta ley se aplica a masas con simetría central o esférica; en el caso de planetas se considera un radio medio. Para un cuerpo de masa m próximo a la superficie terrestre, la intensidad o módulo de la fuerza gravitatoria actuando sobre él se obtiene tomando como distancia r , a la suma de la altura h del cuerpo sobre la superficie y la longitud hasta el centro del planeta (el radio medio terrestre R_T) $F_g = G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} = g(h) \cdot m$. En la que $g(h) = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$ se designa aceleración gravitacional.

Si se adopta el radio de la tierra $R_T = 6380 \text{ km}$, su masa $M_T = 5,974 \times 10^{24} \text{ kg}$, a nivel del mar $h = 0$, se obtiene: $g(h) = 9,795 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Por ejemplo, para la ciudad de Córdoba, ubicada a una altura promedio $h = 437 \text{ m}$ sobre el nivel mar: $g(h) = 9,794 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Si no se consideran las componentes de aceleración producidas por la rotación terrestre, el módulo de la fuerza gravitatoria resulta aproximadamente igual al módulo del peso de un cuerpo $F_g = P \cong G \frac{M_T m}{R_T^2} = g \cdot m$.

Fuerzas originadas en las superficies de apoyo

Fuerza Normal. Se denomina así a la fuerza de contacto entre las superficies de dos cuerpos apoyados uno sobre el otro, en la dirección perpendicular a dichas superficies. Como ya se dijo, es la resultante de innumerables fuerzas electromagnéticas entre átomos constituyentes de ambos cuerpos.

Un cuerpo apoyado sobre una superficie en reposo con respecto a un sistema inercial, se encuentra en equilibrio por acción de dos fuerzas: el peso \mathbf{P} en la dirección perpendicular al plano y la fuerza normal \mathbf{N} , que la superficie aplica sobre el cuerpo (caso *a* de la Figura 2.8).

Si sobre el cuerpo se ejerce una fuerza \mathbf{F} con una dirección que forma un ángulo θ respecto a la horizontal, hacia abajo (caso *b* de la Figura 2.8) o hacia arriba (caso *c* de la misma figura), entonces la fuerza normal \mathbf{N} modificará su módulo siendo mayor o menor que el módulo del peso \mathbf{P} del cuerpo, respectivamente. Si la superficie se inclina (caso *d* de la Figura 2.8), el módulo de \mathbf{N} es menor que el módulo del peso del cuerpo. En el caso *e* de la Figura 2.8, dicho módulo se modificará además por acción de \mathbf{F} .

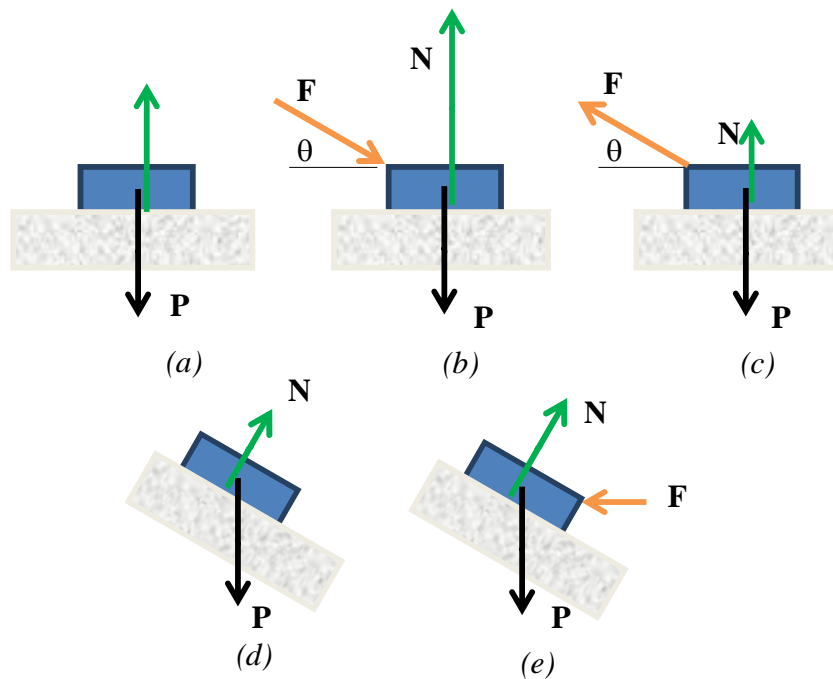


Figura 2.8. Fuerza normal \mathbf{N} en diferentes situaciones de apoyo

Fuerza de rozamiento. Esta fuerza de contacto entre dos superficies actúa en la dirección paralela a la superficie de apoyo con sentido contrario al del movimiento pretendido del cuerpo en relación a dicha superficie, debido a la acción de la fuerza \mathbf{F} , según se muestra en la Figura 2.9.

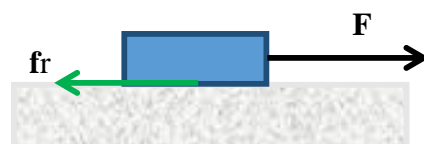


Figura 2.9. Fuerza de rozamiento

Si la fuerza \mathbf{F} no logra mover al cuerpo respecto a la superficie, se dice que la fuerza de roce que la equilibra es estática. Si se incrementa la intensidad de la fuerza \mathbf{F} es posible que el cuerpo quede aun en reposo con respecto a la superficie. Esto está indicando que

también aumenta el módulo de la fuerza de roce. Si se aumenta progresivamente el módulo de \mathbf{F} , también lo hará el de la fuerza de roce estática \mathbf{f}_{re} , hasta un momento en que es inminente que el cuerpo se desplace respecto a la superficie. El módulo de la fuerza de roce estática máxima $\mathbf{f}_{re\ max}$ (es decir, el mayor módulo posible justo antes de iniciarse tal movimiento) es directamente proporcional al módulo de la fuerza normal $f_{re} \leq f_{re\ max} = \mu_e N$. La constante de proporcionalidad se llama coeficiente de rozamiento estático μ_e , y cuantifica las características del contacto entre las dos superficies, como tipo de material, estado de conservación y existencia de lubricante.

Una vez iniciado el movimiento del cuerpo respecto a la superficie, la fuerza de rozamiento reduce su intensidad, su módulo se mantiene constante y es proporcional al módulo de la fuerza normal \mathbf{N} , siendo la constante de proporcionalidad el denominado coeficiente de rozamiento cinético o dinámico μ_c .

Fuerzas transmitidas por elementos mecánicos

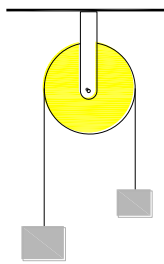


Figura 2.10. Sistema vinculado por una cuerda

Los elementos como alambres, cuerdas, puntales, barras, etc. se utilizan para vincular a otros cuerpos de un sistema mecánico, y transmitir fuerzas.

Alambres y cuerdas o cualquier otro elemento de características flexibles, admiten solo fuerzas de tracción; es decir, estos elementos son aptos para trabajar con pares de fuerzas que actúan en el sentido de aumentar su longitud. En la Figura 2.10, se observa una polea de masa apreciable fija a otra estructura y vinculada por una cuerda a un conjunto móvil de dos masas unidas por la misma cuerda. La masa propia de la cuerda en general es muy pequeña y al no ser considerada en el análisis, no se altera el orden de magnitud de los resultados.

Puntales, barras y otros similares, son elementos rígidos aptos para transmitir otros tipos de fuerzas. En la Figura 2.10, se observa a la polea suspendida de una estructura superior por medio de una barra soporte.

Fuerzas elásticas

Las fuerzas elásticas actúan como una respuesta resultante en la dirección de la carga de un resorte, intentando evitar la deformación del mismo. Su dirección es la longitudinal del resorte, su sentido es contrario a la deformación. En el intervalo denominado elástico en el que no se producen deformaciones irreversibles, el módulo de la fuerza elástica es proporcional a la deformación $F_e = k x$.

El valor de la constante de proporcionalidad o constante del resorte k , depende del tipo de material, sección y longitud del mismo; es posible determinarla experimentalmente.

2.1.4. Interacción resultante y momento de una fuerza

Sobre una partícula. La resultante de las fuerzas que concurren en una partícula se obtiene por medio de la suma vectorial de las mismas, generalmente expresando cada vector por sus componentes cartesianas y luego operando sobre una misma dirección. El método de las componentes cartesianas, para un sistema de dos dimensiones, en símbolos resulta:

$$R_x = \sum_{i=1}^n F_{xi}; R_y = \sum_{i=1}^n F_{yi}$$

Su módulo es $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$; su dirección será definida por el ángulo $\theta = \arctg\left(\frac{R_y}{R_x}\right)$, respecto a la horizontal.

Sobre un cuerpo rígido. Un cuerpo rígido puede estar sometido a la acción de distintas fuerzas aplicadas en distintos puntos del cuerpo. El módulo y la dirección de la fuerza neta sobre una partícula determina si ella acelera o no.

En la Figura 2.11 (extraída de Serway y Jewett, 2005, p.381), se muestra a una deportista que sostiene una vara rígida con sus manos, y se representan las tres interacciones que actúan sobre la vara: la gravitatoria F_g (o peso de la vara) sobre su centro de masa en el punto C, la fuerza D ejercida por su mano derecha en el punto A y la fuerza U ejercida por su mano izquierda en el punto B de la vara.

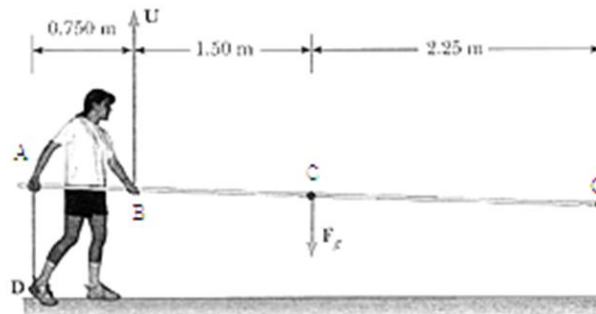


Figura 2.11. Deportista sosteniendo una vara

La fuerza resultante o neta está dada por $\sum F_i$ y su dirección y sentido indicaran la dirección y sentido en que acelerará el CM.

La fuerza resultante o neta está dada por $\sum F_i$ y su dirección y sentido indicaran la dirección y sentido en que acelerará el CM.

Sin embargo, hay un efecto que resulta de la posición en que están actuando estas fuerzas. Bastará observar lo que sucede si de pronto una de las manos deja de tocar la vara o si se reduce la intensidad de la fuerza que realiza la mano izquierda, por ejemplo. La vara tiende a rotar acelerando respecto a un punto. Para dar cuenta de esto se introduce la definición de momento de una fuerza respecto a un punto O como el producto vectorial

entre el vector posición \mathbf{r} del punto de aplicación de la fuerza respecto a O , y la fuerza aplicada, $\boldsymbol{\tau}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$.

En la Figura 2.12 (adaptada de Creus, Massa y Cortés, 2007, p.183) se grafica el momento de F respecto al punto O .

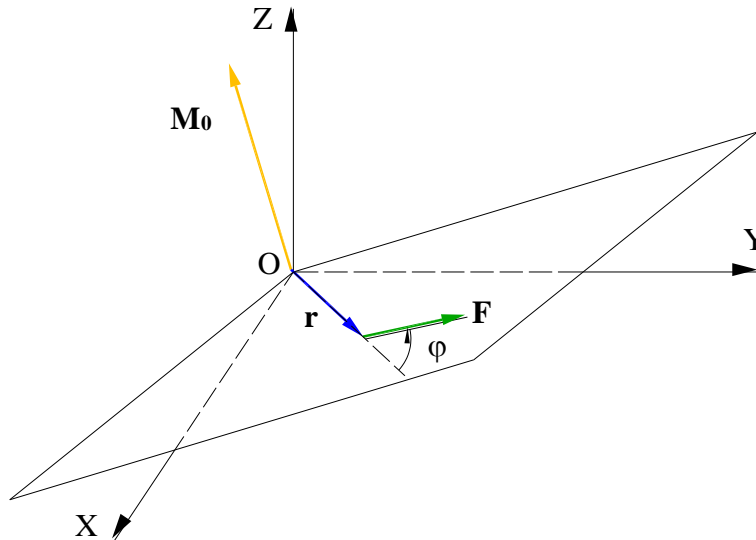


Figura 2.12. M_o es el momento de F con respecto al punto fijo O , origen del sistema de coordenadas

El momento de fuerza es una magnitud vectorial cuya dirección es perpendicular al plano que contiene a \mathbf{r} y \mathbf{F} , el sentido se determina mediante la regla de la mano derecha y señala el sentido de la rotación. Su módulo resulta de resolver el producto vectorial $\tau_o = r F \sin \varphi$.

El producto $r \sin \varphi = l$ es designado brazo de momento, y representa la distancia entre la recta de acción de la fuerza y el punto respecto al cual se calcula el momento. El módulo del momento en función del brazo de momento resulta: $\tau_o = Fl$. El mismo representa una medida cuantitativa de la tendencia de la fuerza para iniciar o alterar la rotación del cuerpo. Una situación de aplicación básica del momento de una fuerza se presenta en el problema de nivel I, apartado 3.3.3.1, para el caso de una fuerza tangencial.

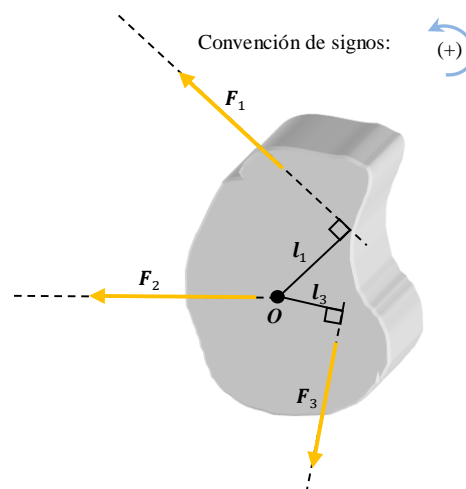


Figura 2.13. Momentos de Fuerzas

En la Figura 2.13, se observa un cuerpo al que se aplican las fuerzas \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 y \mathbf{F}_3 . El momento de

fuerzas resultante o momento neto respecto a un punto O, es la suma vectorial de los momentos de cada fuerza con respecto a dicho punto $\tau_0 = \sum \tau_i$.

Los brazos de momento respectivos respecto al punto O, son l_1 , $l_2 = 0$ y l_3 . El momento de \mathbf{F}_1 , tiende a producir una rotación antihoraria, cuyo módulo es $F_1 l_1$, el momento de \mathbf{F}_2 respecto de O es el vector nulo, dado que su brazo de momento es cero, y el momento de \mathbf{F}_3 , cuyo módulo es $F_3 l_3$ tiende a producir una rotación horaria. El módulo del momento neto se calcula según la expresión $\tau_{0 \text{ neto}} = F_1 l_1 - F_3 l_3$.

En la práctica el signo se establece por medio de una convención que depende del sentido de la tendencia a la rotación que produce el momento de una fuerza. En la figura 2.13, se asignó el signo positivo a una tendencia a la rotación alrededor de O en sentido antihorario.

Una situación de aplicación del momento neto, se presenta en el problema de nivel II, apartado 3.3.3.2.

Ejemplo. Volviendo al caso de la deportista, Figura 2.11, el cálculo del módulo de la fuerza \mathbf{D} aplicada por la mano derecha se deduce del análisis del equilibrio de los momentos de las tres fuerzas respecto al punto O, elegido en el otro extremo de la barra. En la misma, se observan los valores de las distancias horizontales entre las fuerzas y el extremo de la barra: l_g para el peso de la barra \mathbf{F}_g , l_U para la fuerza de la mano izquierda \mathbf{U} y l_D para la de la derecha \mathbf{D} . La ecuación de equilibrio de momentos resulta:

$$\sum \tau_i = F_g l_g - U l_U + D l_D = 0$$

Si se reemplazan los brazos de momento por sus valores, queda:

$$2,25 F_g - (1,50 + 2,25) U + 0,75 D = 0 \quad (*)$$

Dado que el peso de la barra es conocido, en la última ecuación hay 2 incógnitas: los módulos de D y U . Su resolución demanda el planteo de otra ecuación. El equilibrio de fuerzas en la dirección vertical requiere que:

$$\sum F_i = F_g + D - U = 0$$

En esta ecuación hay nuevamente dos incógnitas. De manera que para obtener la fuerza realizada por ambas manos de la persona, hay que resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Por ejemplo, utilizando el método de sustitución, se despeja U de esta última ecuación $U = F_g + D$, y se reemplaza en (*):

$$2.25 F_g - 3.75 (F_g + D) + 0.75 D = 0$$

Se obtiene $-1.50 F_g + 4.5 D = 0$, de donde:

$$D = 1,5 / 4.5 F_g$$

Es decir, la fuerza realizada por la mano derecha para mantener la vara en equilibrio es $0,34 F_g$, hacia abajo, mientras que la mano izquierda realiza una fuerza hacia arriba de $1,34 F_g$.

2.1.5. Dinámica

El estudio de la dinámica gira en torno al análisis de la relación entre la fuerza y los cambios en el movimiento del cuerpo en función de las leyes de la mecánica newtoniana.

Primera Ley

Una partícula sobre la que no actúan fuerzas o bien su resultante es nula, permanece en reposo o se desplaza con MRU respecto de un sistema de referencia inercial.

Un cuerpo que tiene una fuerza neta nula se mueve con velocidad constante, incluyendo la posibilidad del valor cero. Si la fuerza neta es nula entonces, la aceleración también lo es. Cuando las interacciones con otras partículas son despreciables, o bien las interacciones se cancelan entre sí, se obtiene una fuerza resultante nula. En estas condiciones, una partícula puede considerarse libre. Una partícula libre se mueve siempre con velocidad constante o se encuentra en reposo, entendido como el equilibrio con respecto a un sistema de referencia inercial.

Para el caso bidimensional $R_x = \sum_{i=1}^n F_{xi} = 0$; $R_y = \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0$

Segunda Ley

La aceleración producida por una fuerza neta no nula sobre una partícula es proporcional a la misma y con la misma dirección y sentido.

Esta ley provee una definición cuantitativa de fuerza. Por ejemplo, si bajo la acción de dos fuerzas \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 una misma partícula adquiere aceleraciones \mathbf{a}_1 y \mathbf{a}_2 , se puede decir que en el segundo caso ha actuado una fuerza \mathbf{F}_2 tal que su módulo resulta: $F_2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right) F_1$. Si se adopta el módulo de la fuerza F_1 como una unidad arbitraria de medida, se ha encontrado un criterio para medir la intensidad o módulo de cualquier fuerza.

El enunciado para los casos de masa constante, toma la forma habitualmente conocida para esta ley:

$$\sum \mathbf{F}_i = m\mathbf{a}$$

Una situación en la que se requiere la aplicación de la segunda ley, se presenta en el problema de nivel III, apartado 3.3.3.3.

Tercera Ley

Si el cuerpo A ejerce una acción sobre el cuerpo B, entonces B ejerce una reacción sobre A de igual dirección y módulo pero con sentido contrario.

En símbolos, la tercera ley se expresa $\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$

Es decir, en la interacción, las fuerzas actúan como un par de acción-reacción actuando sobre cuerpos distintos. Ejemplo: al patear una pelota, la fuerza aplicada sobre ella la lanza en una cierta trayectoria, la pelota devuelve una fuerza igual con sentido contrario que se manifiesta como un golpe en el pie.

2.1.6. Segunda ley de Newton generalizada o primera ecuación cardinal

Si se considera un sistema compuesto por N partículas de masas m_1, m_2, \dots se puede identificar un conjunto de fuerzas internas y otro, de externas a él. Las fuerzas internas actúan debido a la interacción entre las partículas del sistema, sin modificar la acción de las fuerzas externas aplicadas cuya resultante es $\sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$.

En un sistema de partículas en traslación, el centro de masa del sistema se mueve como si fuera una partícula de masa igual a la masa total del cuerpo y sujeta a la suma de las fuerzas externas aplicadas sobre cada una de las partículas que lo integran.

Siendo $\mathbf{a}_{CM} = d\mathbf{v}_{CM}/dt$, la segunda ley de Newton para un sistema de partículas de masa constante resulta:

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = M \mathbf{a}_{CM}$$

2.1.7. Rotación del cuerpo rígido

Un cuerpo rígido de masa M , integrado por N partículas de masa m , rota alrededor de un eje Z . Cada partícula describe una órbita circular con centro en el mismo eje, Figura 2.14. En el espacio tridimensional, la fuerza neta \mathbf{F}_A que actúa sobre una partícula A del sólido tiene tres componentes vectoriales \mathbf{F}_{Ar} , \mathbf{F}_{Az} y \mathbf{F}_{At} , que actúan en

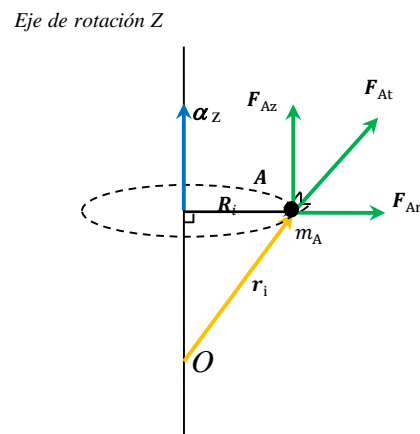


Figura 2.14. Partícula A de masa m que integra un cuerpo rígido en rotación

direcciones perpendiculares entre sí: radial, sobre el eje de rotación y tangencial, respectivamente.

En la dirección tangencial, la aplicación de la 2º ley resulta $\mathbf{F}_{At} = m_A \mathbf{a}_{At}$.

Si se considera la relación entre aceleración tangencial y aceleración angular $a_t = R \alpha$, se puede considerar a la fuerza neta \mathbf{F}_{At} en función de la aceleración angular α_z , orientada en la dirección del eje Z. Realizando esta sustitución y multiplicando a ambos lados por R_1 , se obtiene:

$$\mathbf{F}_{At} R_1 = m_A R_1^2 \alpha_z \quad (**)$$

En esta ecuación, $F_{At} R_1$ es el módulo del momento de la componente de la fuerza neta en dirección tangencial sobre la partícula A respecto al centro de rotación.

El vector momento resultante τ_{Az} actúa en dirección Z, perpendicular a la órbita circular descrita por A. Si las componentes vectoriales \mathbf{F}_{Ar} y \mathbf{F}_{Az} , tienen momento nulo alrededor de Z, el momento de la fuerza neta \mathbf{F}_A alrededor el eje z, es igual al momento de su componente tangencial $\tau_{Az} = \mathbf{F}_{At} R_1$.

Dado que $m_A R_1^2$ es el momento de inercia I_{Az} de la partícula A alrededor del eje de rotación, al sustituir $\tau_{Az} = \mathbf{F}_{At} R_1$ e $I_{Az} = m_A R_1^2$ en la expresión (**), se obtiene para la partícula A:

$$\tau_{Az} = I_{Az} \alpha_z = m_A R_1^2 \alpha_z$$

Si Z es un eje de simetría, y el cuerpo posee masa continua el razonamiento anterior puede extenderse al total de partículas N del cuerpo, y se generaliza como $\tau_{iz} = (\int R^2 dm) \alpha_z$.

La expresión entre paréntesis es una medida de la inercia rotacional del cuerpo alrededor del eje Z y se la designa I_z . Al reemplazar por I_z , se obtiene la ecuación que representa la segunda ley generalizada para el caso de un sólido rígido:

$$\tau_z = I_z \alpha_z$$

La comparación de la última ecuación con la segunda ley de Newton sugiere una analogía entre la rotación de un cuerpo rígido, con respecto a un eje de simetría, y el movimiento de una partícula. En esta analogía, el momento de inercia I_z , de un cuerpo indica su resistencia a adquirir una aceleración angular α_z por efecto de la aplicación de un momento de fuerza τ_z .

Si $\tau = 0$ entonces $I_z \alpha_z = 0$, dado que el momento de inercia es no nulo entonces debe ser $\alpha_z = 0$. Cuando el momento de fuerza neto externo es nulo, el cuerpo rígido que rota alrededor del eje de rotación lo hace con velocidad angular constante (o se encuentra en reposo). Este último caso representa la ley de inercia para el movimiento de rotación.

Dimensionalmente el momento de inercia I_z , responde al producto entre una unidad de masa y el cuadrado de una unidad de longitud, en el SIMELA resulta

$$[I] = [m] \cdot [l]^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Hay que destacar que en la deducción de esta ecuación hay supuestos implícitos que limitan su validez a casos de cuerpos rígidos, simétricos, homogéneos que rotan alrededor de un eje de simetría.

La segunda ley generalizada para el caso de un sólido rígido, se aplica en la resolución de los cinco problemas propuestos en la actividad didáctica, apartados 3.3.3.1 a 3.3.3.5.

Teorema de los ejes paralelos

Un sólido rígido de masa M integrado por N partículas de masa m_i , tiene tantos momentos de inercia como posibles ejes alrededor de los cuales podría rotar.

En la Figura 2.15 se ubica el sistema de coordenadas de manera tal que el origen coincide con el CM del cuerpo. Si el eje de rotación coincide con el eje Z , una sección del sólido rígido perpendicular a él, quedará contenida en el plano XY .

El momento de inercia de una cierta masa elemental m_i respecto a un eje que pasa por el CM, es $I_{CM} = m_i (x_i^2 + y_i^2)$.

Haciéndolo extensivo a todas las partículas del cuerpo, resulta $I_{CM} = \sum m_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum m_i r_i^2$.

Si se considera ahora el punto P , y dos ejes paralelos entre sí y paralelos al eje z , uno pasa por el centro de masa O y el otro por un punto $P = (a; b)$, separados una distancia d , entonces, el momento de inercia respecto al eje t que pasa por P , resulta $I_t = \sum m_i [(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2]$.

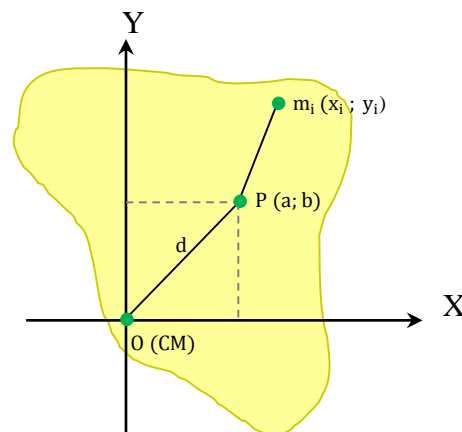


Figura 2.15. Sección de sólido rígido en el plano XY

Expandiendo los cuadrados de los binomios y reagrupando, se obtiene la expresión que permite calcular el momento de inercia respecto al eje t , también conocido como teorema de Steiner o teorema de los ejes paralelos $I_t = I_{CM} + Md^2$.

El caso más general de inercia a la rotación es un conjunto de momentos de inercia y componentes llamado tensor de inercia. El tensor puede expresarse en forma de una

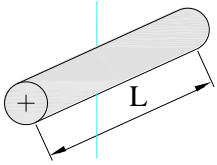
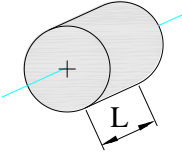
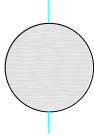
matriz simétrica I_t , en la que las componentes diagonales reciben el nombre de momento de inercia relativo a cada uno de los ejes X, Y, Z:

$$I_t = \mathbf{t} \cdot \mathbf{I}_t = (\mathbf{t}_x, \mathbf{t}_y, \mathbf{t}_z) \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{t}_x \\ \mathbf{t}_y \\ \mathbf{t}_z \end{pmatrix}$$

Donde $\mathbf{t} = (\mathbf{t}_x, \mathbf{t}_y, \mathbf{t}_z)$ es el vector paralelo al eje según el cual se pretende encontrar el momento de inercia.

Cuando un cuerpo gira en torno a uno de los ejes principales de inercia, por ejemplo z, su inercia puede ser representada con la magnitud momento de inercia I_z . El momento de inercia I_z se encuentra tabulado, en la Tabla 2.1, se presentan algunos casos.

Tabla 2. 1. *Momentos de inercia y radios de giro de cuerpos simples*

Forma	Posición del eje de rotación		Momento de inercia (I_z)	Radio de giro (K^2)
Varilla delgada de longitud L y masa M	CM		$\frac{1}{12}ML^2$	$\frac{1}{12}L^2$
Cilindro sólido de radio R y masa M	CM		$\frac{1}{2}ML^2$	$\frac{1}{2}L^2$
Esfera sólida de radio R y masa M	CM		$\frac{2}{5}MR^2$	$\frac{2}{5}R^2$

Es común utilizar una magnitud denominada radio de giro K de un cuerpo. El radio de giro se define como la distancia respecto al eje de rotación en la que se ubica una partícula que concentra la masa M del cuerpo rígido, de manera tal que su momento de inercia I permanece invariable. Cumple la relación $I = M K^2$, es decir $K = \sqrt{I/M}$. En la Tabla 2.1 se indica el valor de K^2 para cada uno de los casos representados.

El cálculo del momento de inercia se efectúa en todos los problemas propuestos en esta tesis, el teorema de los ejes paralelos se aplica en la resolución del problema de nivel IV, apartado 3.3.3.4.

2.1.8. La rototraslación desde el punto de vista dinámico

Desde el punto de vista cinemático, la rototraslación sin deslizamiento (presentada en la Figura 2.7), requiere que la velocidad del punto de contacto con respecto a la superficie de rodamiento sea nula, es decir, que se satisfaga

$$v_{CM} = R\omega.$$

Es posible realizar un análisis dinámico de este movimiento considerando una esfera rueda sin deslizar sobre un plano inclinado. Las fuerzas que intervienen son (Figura 2.16): el peso $\mathbf{P} = M\mathbf{g}$, aplicado en el centro de masa; la fuerza normal \mathbf{N} , que tiene dirección perpendicular al plano y aplica sobre el punto de contacto con la esfera; y la fuerza de rozamiento \mathbf{f}_r , que tiene sentido contrario al de la aceleración.

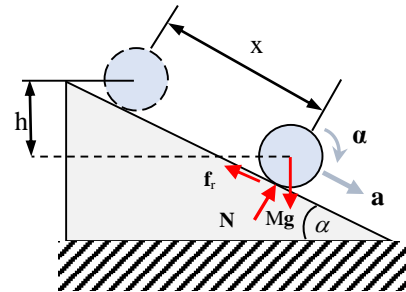


Figura 2.16. Rodamiento sin deslizamiento

El efecto neto de tales interacciones es una resultante, $\sum F_x$, en la dirección del plano y un momento de fuerza, $\sum \tau_{io}$, responsable del movimiento de rototraslación. El análisis dinámico implica diferentes estrategias.

Primera estrategia: superposición del movimiento de rotación y traslación

Es posible considerar a la rototraslación integrada por una rotación y traslación superpuestas. El movimiento de traslación se realiza de manera tal que todos los puntos se desplazan con $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{CM}$.

La segunda ley de Newton en la dirección del plano inclinado $\sum F_x = Ma_{CM}$, resulta:

$$Mg \sen \alpha - fr = Ma_{CM} \quad (\text{Ec. 1})$$

Si se considera una rotación alrededor de un eje O que pasa por el CM, utilizando la segunda ley extendida a la rotación es posible encontrar una expresión que incluye a la aceleración angular $\sum \tau_{io} = I_o \cdot \alpha_o$

En caso de rodamiento sin deslizamiento se requiere que se cumpla la relación $a_{CM} = R \alpha$, por lo que al reemplazar α , queda:

$$fr \cdot R = I_o \cdot a_{CM} / R \quad (\text{Ec.2})$$

Si se despeja fr de la Ec.1, $fr = M (g \sen \alpha - a_{CM})$, y se reemplaza en la Ec.2, la aceleración del CM para el caso de rodadura sin deslizamiento, la aceleración del centro de masa es:

$$a_{CM} = \frac{Mg \sen \alpha R^2}{(I_o + M \cdot R^2)}$$

En la Figura 2.17 se presenta la superposición de los vectores correspondientes a la traslación y rotación.

Segunda estrategia: rotación pura alrededor del eje instantáneo de rotación

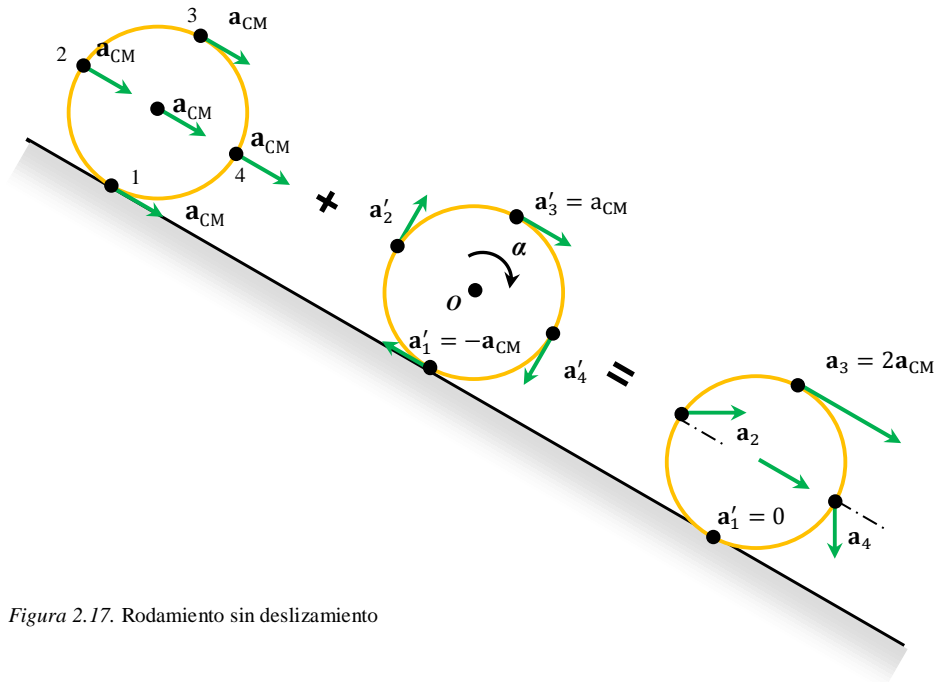


Figura 2.17. Rodamiento sin deslizamiento

La segunda ley extendida a la rotación es deducida a partir de una rotación alrededor de un eje fijo, no obstante, esta ecuación también es válida para un eje en movimiento cuando se cumple que: (a) el eje que pasa por el centro de masa es eje de simetría; (b) el eje de rotación no cambia de dirección.

Entonces en el caso de rodadura sin deslizamiento es válido aplicar la segunda ley extendida a una rotación alrededor del eje instantáneo. El momento de inercia y el momento de fuerzas se establecen con referencia a dicho eje, el primero por aplicación del teorema de los ejes paralelos, el segundo respecto al punto de contacto. Con estas consideraciones, la expresión resulta:

$$Mg \operatorname{sen} \alpha . R = (I_o + MR) . a_{CM} / R$$

Y corresponde al análisis del último caso de la Figura 2.17 anterior. Despejando, la aceleración del CM se obtiene una expresión idéntica a la obtenida según la primera estrategia:

$$a_{CM} = \frac{Mg \operatorname{sen} \alpha . R^2}{(I_o + MR)}$$

Ambas estrategias se aplican en la resolución del problema de nivel IV, apartado 3.3.3.4.

2.2. La resolución de problemas desde un enfoque cognitivo

La resolución de problemas como situación de aprendizaje involucra: (a) resultados del aprendizaje o contenidos; (b) procesos del aprendizaje o mecanismos cognitivos; (c) condiciones del aprendizaje o tipo de situación planteada.

En esta actividad toman especial relevancia la representación del problema, el conocimiento previo y las estrategias a desarrollar. La manera en que se encara y se desarrolla la resolución señala la diferencia entre el comportamiento de un experto y de un novato en determinada área de conocimiento o de trabajo.

La actuación experta implica la ejecución de habilidades generales para organizar un conocimiento específico y responder con él a las demandas de nuevos problemas e incluso adaptarse a nuevas condiciones, a veces inesperadas, en forma rápida y flexible. Para el experto, cada nueva situación problemática, ofrece la posibilidad de adoptar soluciones más elaboradas, diseñar alternativas de acción y sobre todo planificar con una perspectiva más amplia, previendo efectos no esperados.

La construcción de etapas intermedias hacia la adquisición del conocimiento avanzado de manera similar a un puente entre dos extremos, se apoya en las características de los primeros aprendizajes. Se detecta que algunas estrategias de aprendizaje exitosas en enseñanza introductoria (ej. el uso de analogías) conforman obstáculos al desarrollo eventual de un entendimiento más sofisticado (Feltovich y otros, 1989; Spiro y Chang, 1992).

Goldman (2003) reconoce en los expertos la posesión de un conocimiento bien desarrollado en su campo en relación con la forma de representar y procesar la información. Lo considera profundo, en cuanto el experto es capaz de evaluar y resolver situaciones problemáticas con una organización de representaciones mentales ricas y consistentes, fuertes habilidades para monitorear las tareas en el curso de la acción, y una amplitud de criterios para realizar cambios fundamentados.

Los estudios iniciales acerca de la adquisición de habilidades cognitivas se encuentran en el campo de la resolución de problemas sin contenido específico, avanzando luego hacia aquellos vinculados con las disciplinas, en particular, la física.

2.2.1. La teoría de los modelos mentales

Johnson-Laird (1983, 1988, 1996, 2000, 2004) atribuye el origen de la teoría a Kenneth Craik, quien en 1943 concebía que el ser humano representa los eventos externos en forma

de modelos internos que luego utiliza para razonar. La corteza cerebral como resultado de la recepción de un estímulo nervioso siente a nivel primario, decodifica el estímulo como una cierta percepción. Esta percepción - sensación es una representación interna del medio. Johnson-Laird (1983) plantea que el hombre representa internamente el mundo para comprenderlo y poder actuar sobre él, razonando en función de la construcción y manipulación de modelos mentales. Originalmente considera que las representaciones mentales utilizan un doble formato proposiciones y modelos mentales.

Las representaciones proposicionales están integradas por cadenas de símbolos o códigos que se correlacionan con el lenguaje natural y pueden ser expresadas verbalmente. Este criterio se distingue del de otros psicólogos cognitivos (Sternberg, 1996, citado en Moreira, 1996). Las representaciones proposicionales no son analógicas, captan ideas de la mente. Se consideran discretas, abstractas y rígidas.

Los modelos mentales constituyen representaciones internas de situaciones reales o imaginarias. Son espacial y temporalmente análogos a las impresiones sensoriales de lo que está representado, y contienen información procedente de distintas perspectivas. Son no discretos y un tanto abstractos. En el modelo mental se crea una representación analógica estructural, resultado del procesamiento de la información captada por los sentidos desde el medio, que mantiene una correspondencia directa entre las entidades y relaciones presentes en la estructura de esa representación y las entidades y relaciones que se quieren representar.

Johnson-Laird (1996) admite a las imágenes como una tercera forma representacional y las considera como representaciones analógicas con un parecido intrínseco con lo representado en un sentido visual, es decir, “que la imagen de un objeto tendrá que parecerse en forma, tamaño y orientación a aquello que se está representando” (Otero, 1999, p.97). A diferencia de los modelos mentales, las imágenes no poseen capacidades explicativas.

Es posible identificar la existencia de una modelización en numerosas situaciones cotidianas. Así se pueden reconocer modelos mentales con los que se opera cotidianamente aún sin ser esto advertido. Por ejemplo, está operando un modelo mental cuando se toma la decisión de cruzar una calle en la que se observa que un vehículo se aproxima hacia el punto en que se intenta cruzar (Kofman, 2000).

En este tipo de modelos no se realizan operaciones matemáticas, sino que se actúa en función de experiencias anteriores. En el ejemplo, la mente procesa una cierta cantidad de información relacionada a las distancias, a las velocidades, a las características del vehículo y otros aspectos que pudieran adquirir relevancia para ella. Este tipo de

procesamiento se llama analógico y se realiza con un modelo mental elaborado a partir de las características individuales recogidas acerca de ese tipo de situación. Con él se representan fenómenos físicos por medio de imágenes y se utilizan analogías referidas a situaciones conocidas (Kofman, 2000).

Los modelos mentales analógicos operan en un nivel sobre el que el sujeto no tiene control, es un procesamiento inconsciente que admite variaciones en el transcurso del tiempo y puede incluir elementos contradictorios y contornos poco definidos.

Al igual que al cruzar una calle, al resolver un problema, explicar un fenómeno, o intentar predecir un hecho, se recurre en primer lugar al modelo mental ya existente. La identificación y reconocimiento de los modelos propios no es habitual.

Los modelos mentales son bloques cognitivos que se utilizan combinados y re combinados, representando al objeto o situación por los elementos y atributos de mayor relevancia. Al igual que las imágenes, son analógicos.

Las imágenes son bien específicas reteniendo los aspectos perceptivos vistos desde una única perspectiva. Los modelos mentales son análogos a impresiones sensoriales tanto espacial como temporalmente constituidos y pueden ser vistos desde diferentes perspectivas.

Pero además de los aspectos perceptivos representados analógicamente en una imagen, ésta puede ser utilizada para representar el resultado de lo creado e imaginado. También operando con un modelo mental, una imagen permite reconstruir partes no percibidas directamente. El sistema sensorial capta solo una parte del mundo externo, el modelo mental es una forma de representación cuyo formato representacional proporciona información de tipo estructural, permitiendo por inferencias, reconstruir zonas no elaboradas a partir de la imagen analógica, y crear o reconstruir una nueva imagen mucho más completa y precisa que la original.

Johnson-Laird señala que es importante diferenciar entre el modelo mental y el modelo a enseñar. Los primeros son los que las personas realmente tienen: pueden incluir elementos innecesarios, erróneos o contradictorios, observarse confusos en la definición de sus fronteras, desordenados, incompletos en su organización, inestables en el tiempo, tener un carácter no científico y ser parsimoniosos.

Las tres formas representacionales planteadas por Johnson-Laird se diferencian entre sí por la cantidad de información que comunican sobre determinado suceso. Tendrían, así, una cierta capacidad del procesamiento de la información. Los modelos mentales e

imágenes pueden llegar ser muy precisos y lograr gran especificidad. Las representaciones proposicionales muchas veces involucran información con especificidad incompleta. Por ejemplo, en una representación proposicional en la que se establece la relación espacial entre dos objetos “al lado de”, puede quedar sin explicitar si es a izquierda o derecha, situación que queda descartada para una imagen (Moreira, 1996/1999).

Norman (1983) diferencia entre modelo conceptual y modelo mental, “los modelos conceptuales se conciben como herramientas para la comprensión o para la enseñanza de sistemas físicos. Los modelos mentales son lo que las personas realmente tienen en sus cabezas y lo que guía el uso que hacen de las cosas.” Señala la necesidad de diferenciar entre la conceptualización de modelo mental elaborada por quien investiga y el modelo mental que se piensa que la persona, cuyos modelos se investiga, de hecho tiene y sugiere tres factores funcionales que se correlacionan en ambos tipos de modelos: el sistema de creencias, *observabilidad* y potencia predictiva.

Naturaleza y contenido de los modelos mentales

Un modelo mental representa un estado de cosas específico por medio de entidades, denominadas *tokens*, y relaciones organizadas en una estructura acorde al proceso sobre el que operan. Su estructura dimensional, relativamente simple, admite operar con una cantidad de información muy superior a la de las representaciones proposicionales e imágenes, siendo controlados únicamente por las dimensiones propias del modelo.

El mismo estado de cosas puede representarse por diferentes modelos mentales. Entre ellos siempre se reconoce algún modelo que representa el estado de cosas de forma más simple y económica que los otros.

En un modelo mental se puede diferenciar entre la estructura y sus contenidos. El tipo de contenido de los modelos mentales es variado. Incluye elementos que representan individuos e identidades entre ellos, relaciones espaciales entre entidades o relaciones temporales o causales entre eventos. El contenido está relacionado a la finalidad de explicar, predecir o controlar para el que el modelo haya sido construido.

La estructura de los modelos corresponde a la estructura del estado de cosas del medio representado y, por lo tanto, la naturaleza de los modelos mentales está restringida por esta última. Sus contenidos estarían limitados por los conceptos que subyacen a los significados de las cosas, dado que los conceptos son restringidos por la naturaleza del aparato cognitivo humano.

Para dar precisiones de las características del formato representacional de los modelos mentales y ayudar a identificarlos, Johnson-Laird (1983) expuso un grupo de principios que imponen vínculos a su naturaleza y limitan sus contenidos: *computabilidad*, finitud, constructivismo, economía, no-indeterminación, *predicabilidad*, innatismo, número finito de primitivos conceptuales e identidad estructural.

El principio de *computabilidad* hace referencia a la posible descripción del modelo por procedimientos efectivos.

Por medio del principio de finitud, se establece que la cantidad de modelos con los que se opera tiene un límite impuesto por la capacidad de la memoria.

Con constructivismo Johnson-Laird refiere a que los modelos mentales se construyen a partir de la organización de elementos o tokens.

En el principio de economía el autor señala que la construcción de un primer modelo mental queda sometido a un proceso de revisión recursiva, por el cual es reformado para representar nuevos estados de cosas, limitados por las condiciones de verdad implícitas en el modelo.

En el principio de no-indeterminación, se establece que los modelos mentales pueden representar indeterminaciones siempre que no sean computacionalmente intratables.

Por *predicabilidad* diferencia conceptos artificiales y naturales. Un concepto que se definiese por predicados que no tuvieran nada en común con otros predicados referidos a la misma cosa no sería representado por un modelo mental.

En el principio del innatismo se establece que los primitivos conceptuales son innatos y subyacen a las diferentes experiencias perceptivas, habilidades motoras y estrategias, es decir, a la capacidad del sujeto de representar el mundo. También se admite la existencia de primitivos procedimentales.

El principio de número finito de primitivos conceptuales hace referencia a que existe un conjunto finito de primitivos conceptuales que origina un conjunto de campos semánticos, en cada cual, opera otro conjunto finito de conceptos u operadores semánticos posibilitando la construcción de conceptos más complejos a partir de los primitivos subyacentes.

Con identidad estructural, refiere a que las estructuras de los modelos mentales son idénticas a las estructuras de los estados de cosas, percibidos o concebidos, que representan. En este principio también está implícita la idea de que las representaciones mentales son económicas.

La tipología de los modelos mentales de Johnson-Laird

Entre las diferentes representaciones que pueden construirse con un modelo mental, Johnson-Laird (1983, 1996) diferencia especialmente dos: los modelos físicos organizados a partir de experiencias sensoriales y que representan entidades físicas concretas; los modelos conceptuales no derivados de la percepción y contruidos para representar entidades abstractas.

Los modelos físicos y conceptuales están integrados por tres conjuntos finitos. El primero de ellos se conforma por elementos o tokens vinculados a cada tipo de entidad física o abstracta. El segundo conjunto, es el de las respectivas propiedades de las entidades físicas o abstractas. El tercero corresponde a las relaciones entre las entidades físicas para los modelos del mismo nombre y, relaciones binarias expresadas mediante notaciones específicas, para los conceptuales.

Teniendo en cuenta todos los principios que restringen la naturaleza de los modelos mentales y limitan su contenido, Johnson-Laird propone lo que él llama una tipología informal y tentativa para los modelos mentales. Así, los principales modelos físicos (Johnson-Laird, 1983; Moreira, 1996; Sánchez Roger, 2011) son los siguientes:

- Relacional. Es un cuadro estático integrado por los tres conjuntos finitos: tokens, su propiedades y sus relaciones. Se deduce que este es el modelo más simple en el que no hay representación espaciotemporal.
- Espacial. Este modelo representa relaciones similares a las anteriores pero ahora localizando los tokens en un espacio uni, bi o tridimensional.
- Temporal. En este modelo hay una secuencia de cuadros modelizados espacialmente, que se ordenan temporalmente correspondiendo al orden de los eventos, aunque no necesariamente a tiempo real.
- Cinemático. En este modelo se representan cambios y movimientos de las entidades sin discontinuidades temporales. El modelo es psicológicamente continuo y puede funcionar en tiempo real.
- Dinámico. Es un modelo cinemático en el que existen vínculos entre ciertos cuadros, representando relaciones causales entre los eventos representados en ellos.

Los modelos mentales no derivados de la percepción representan situaciones verdaderas, posibles o imaginarias. En los casos más generales, se construyen a partir del lenguaje, conformando un modelo conceptual. Johnson-Laird identifica cuatro grupos principales de modelos conceptuales.

- *Monádico*. En este tipo de modelo, Johnson-Laird representa afirmaciones sobre las entidades y sus propiedades por medio de relaciones de identidad, igualdad, desigualdad; también incluye la posibilidad de indicar que es incierto.

- Relacional. Es aquel que añade un número finito de relaciones, posiblemente abstractas, entre las entidades individuales representadas en un modelo *monádico*.
- Metalingüístico. Es el que incluye tokens constituidos por ciertas expresiones lingüísticas, ciertas relaciones abstractas entre ellas y los otros elementos del modelo.
- Conjunto teórico. Contiene un número finito de elementos o tokens que representan conjuntos aunque pueden representar también propiedades abstractas del conjunto y un número finito de relaciones (incluyendo identidad y no-identidad) entre los elementos que representan conjuntos.

Johnson-Laird establece condiciones que determinan el carácter esencial de los modelos mentales, que son: (a) derivan de un número relativamente pequeño de elementos y de operaciones recursivas sobre tales elementos; (b) su poder representacional depende de procedimientos adicionales para construirlos y evaluarlos; (c) las mayores restricciones sobre los mismos derivan de la estructura percibida o concebida de los estados de cosas del mundo, de los conceptos que subyacen a los significados de los objetos y eventos y de la necesidad de mantenerlos libres de contradicciones.

La teoría de los modelos mentales es empleada para la interpretación de resultados en líneas vinculadas con la cognición, el lenguaje, la percepción y el razonamiento: en procesamiento del lenguaje, la atención se ha centrado en cómo son construidos los modelos mentales cuando las personas comprenden lo que leen o lo que les es dicho (Garnham, 1997, citado en Moreira, 1996/1999); en percepción de alto nivel, el interés de los investigadores se ha centrado en representaciones internas de sistemas externos, permiten analizar los modelos asociados con la manera en que las personas perciben el mundo, en particular, los sistemas físicos; en aspectos vinculados al razonamiento, se ha defendido la posición de que las personas utilizan modelos mentales para razonar y resolver problemas y no la lógica formal.

La necesidad de condiciones de verdad

Johnson-Laird (1988, p.54) establece una relación entre el lenguaje natural y el lenguaje mental, en la que el significado es elaborado por descomposición en primitivos, pero asegura que “el significado es algo más que un vasto conjunto de postulados de significado sin ordenar”, e indica que una red semántica no explica cómo se relacionan las palabras con el mundo. Señala que la traducción de enunciados en representaciones, al igual que las redes, no dice nada sobre sus condiciones de verdad.

Laird indica que la referencia de una expresión, en el sentido lógico fregeliano, es lo que ésta representa en el mundo, mientras que su sentido es aquello que la relaciona con su referencia. Al cambiar la referencia de la oración, cambia su valor de verdad, pero su

sentido sigue siendo el mismo. La referencia de una oración es decir, “la distinción entre la proposición expresada y su valor de verdad es una generalización natural de la distinción entre el sentido y la referencia de una frase nominal. La verdad de una oración depende de las referencias de sus expresiones; la proposición por ella expresada depende de sus sentidos.”

Para Johnson-Laird (1988) una manera rigurosa para establecer las condiciones de verdad de las expresiones de un lenguaje formalizado consiste en interpretar las expresiones asignándoles referentes no en el mundo real, sino en un modelo. Así las interpretaciones aportan dos tipos de reglas semánticas. Las del primer tipo interpretan cada palabra básica del lenguaje. Las reglas semánticas del segundo tipo forman interpretaciones de expresiones complejas a partir de las interpretaciones de sus constituyentes; estas reglas están concebidas para operar paralelamente a las reglas sintácticas del cálculo.

2.2.2. *El modelo de Newell y Simon de resolución de problemas*

El modelo de Newell y Simon (1972) ha sido utilizado para mostrar cómo ciertos procesos de la mente humana pueden estudiarse desde una perspectiva funcional mediante los heurísticos utilizados en la resolución de problemas. Newell y Simon conciben la resolución de problemas como un proceso de representación y búsqueda, que no se da en forma sucesiva y lineal, sino que la búsqueda promueve nuevas representaciones y éstas, a su vez, orientan o reorientan las nuevas búsquedas.

En el proceso participan tres componentes: el procesamiento de la información, el ambiente de la tarea y el espacio del problema. Mientras el procesamiento de información está relacionado a las características cognitivas del individuo que soluciona el problema, el ambiente de la tarea está representado por el problema tal como se presenta al sujeto, por ejemplo, el enunciado de un problema de lápiz y papel, la consigna de una situación problemática de un práctico de laboratorio, la consulta de un problema relativo a una maquinaria a un especialista. En tanto que, el espacio del problema comprende la representación interna y un conjunto de operadores dependientes de un cierto dominio; la representación interna es la estructura simbólica asociada a los estados de conocimiento o información disponible del individuo que va a resolver, mientras que el conjunto de operadores tiene la función de construir nuevos estados.

La palabra representar viene del latín, *repraesentare*, y significa “volver a presentar”. Desde esta perspectiva, “la resolución de un problema consiste en la construcción de un estado inicial como representación interna del ambiente de la tarea, la progresiva construcción de un número de estados intermedios relacionados por operadores que los

modifican, hasta alcanzar un estado final que se reconoce como plausible para alcanzar la solución (Sánchez Roger, 2011). Según Galotti (1989), los estados intermedios en el espacio del problema pueden interpretarse como modelos mentales, integrando esta línea teórica con la de Johnson-Laird y, considera como operadores: búsqueda de posibilidades, evidencias y metas, la elaboración de inferencias, predicciones, supuestos, argumentos, ejemplos y contraejemplos para validar o refutar lo que se piensa o ejecuta.

En la comprensión de un problema se efectúa un proceso de asimilación de estímulos con producción de estructuras que permiten que el sujeto atribuya significados y realice una representación interna del problema. Esto es, integra información presente en el enunciado (externa) con su estado de conocimiento en ese momento (interno) y realiza una primera transformación del problema. La información del enunciado se convierte en información inicial asociada con un primer espacio del problema o modelo mental, a partir de la cual comenzará la búsqueda.

La construcción de un espacio del problema en el que se reconozca el estado inicial y los operadores aplicables es una condición fundamental para que se desarrolle la comprensión, luego será esta construcción la que dirigirá el proceso de búsqueda de la solución del problema. Dicho proceso de búsqueda puede caracterizarse como un conjunto de aserciones que remiten a las creencias de quien resuelve sobre el problema. “Cada estado en el espacio problema corresponde, pues, a un conjunto de aserciones, y los operadores corresponden a ciertas reglas que usa el sujeto para modificar las aserciones” (Sánchez Roger, 2011, p.66).

La resolución de problemas se identifica con una búsqueda de posibilidades, evidencias y metas, que implican la elaboración de inferencias, predicciones, supuestos, argumentos, ejemplos y contraejemplos para validar o refutar. Los procesos que involucran habilidades cognitivas se identifican como características del razonamiento.

Es posible que luego de adquirir cierta habilidad en la resolución de problemas, el sujeto tome en cuenta que varios enunciados remiten a la construcción de un espacio del problema integrado por los mismos elementos, compartiendo así semejanzas estructurales iniciales que implican que es posible seguir el mismo camino de solución. En esta etapa surge un estado en el que es posible estudiar el problema ya no como una situación particular, sino agrupado por casos o tipo de problemas. Esto es importante dado que le permite reconocer, en algunas situaciones nuevas, rasgos que dan cuenta de semejanzas estructurales con problemas que ya ha resuelto y, por tanto, con utilizar procedimientos de resolución ya conocidos por él y a los que puede recurrir. Puede decirse que dispone de cierta destreza o experticia para resolverlas.

Las habilidades cognitivas intervienen en los procesos característicos del razonamiento y se vinculan al reconocimiento de los operadores aplicables en la construcción del espacio del problema establecido por Newell y Simon. Cumplen la función de posibilitar la construcción de nuevos estados (o modelos mentales) en dicho espacio, tal como se ha presentado en párrafos precedentes. Las mencionadas habilidades se desarrollan a continuación.

2.2.3. Las habilidades cognitivas como características del razonamiento

La construcción y manipulación de las representaciones internas se realiza por medio de habilidades que requieren ser desarrolladas. En forma análoga a la construcción del conocimiento que se realiza a partir de conceptualizaciones previas, la manipulación de modelos requiere de habilidades cognitivas previamente adquiridas (Pozo Muncio, 1996).

Las habilidades cognitivas son operaciones de la mente necesarias para realizar una tarea, además son facilitadoras del conocimiento al ser las responsables de adquirirlo y recuperarlo para utilizarlo posteriormente (Reed, 2007). Laorden, García y Sánchez, (2005, p.4) señalan que “se entiende por habilidad la acción que por la continuidad con la que se repite se convierte en una predisposición o hábito” y que tales habilidades son las que un estudiante pone en juego para aprender en una situación dada.

Son habilidades cognitivas:

- Analizar. Descomponer en partes materiales o conceptuales más simples y determinar la manera en que éstas se relacionan o se interrelacionan con una estructura completa, o con un propósito determinado. Involucra: diferenciar, organizar, atribuir, diferenciar entre componentes.
- Aplicar. Efectuar un procedimiento de modo que un conocimiento ya conocido se usa en el desarrollo de un nuevo producto, modelo, procedimiento, u objeto.
- Calcular. Operar sobre un algoritmo en forma manual, verbal (oral o escrita), mental o mediante el uso de tablas, calculadoras y/o computadoras.
- Comprender. Establecer relaciones y construir significado. Involucra otras habilidades tales como: interpretar, resumir, inferir, clasificar, comparar, explicar, ejemplificar;
- Comparar. Establecer una relación entre dos entes de un mismo conjunto o clase.
- Codificar. Expresar el mismo objeto a través de formas y signos diferentes para un mismo modelo. Permite distintas puertas de entrada a un mismo concepto.
- Identificar. Distinguir el objeto de estudio sobre la base de sus rasgos esenciales, excluyendo lo accesorio.
- Inferir. Derivar un juicio a partir de una información de partida.

- Interpretar. Atribuir significado a las expresiones y representaciones de modo que éstas adquieran sentido en función del propio objeto.
- Diferenciar. Reconocer las características que señalan la diversidad de entidades.
- Elaborar algoritmos. Organizar una sucesión de operaciones en la búsqueda de la solución de un problema. Tiene una doble significación. Es cognoscitiva como soporte teórico que expresa la secuencia lógica y estricta de la dinámica del modelo y de su formación; es metodológica como sucesión de operaciones mentales que pueden servir como base para la acción).
- Graficar e interpretar gráficos. Representar relaciones geométricas entre objetos, diagramas o tablas. Colegir las relaciones existentes, a partir de su representación gráfica. Comunicar información de manera visual.
- Modelizar. Asociar a un objeto o sujeto o situación en la que ellos participan, una representación simplificada con las características, comportamientos o relaciones que se estiman relevantes.
- Recordar. Recuperar información (conceptos, relaciones, principios, datos) de experiencias vividas o aprendizajes ya logrados.
- Visualizar. Elaborar una imagen de una situación dada. Requiere de dos tipos de habilidades: captación de representaciones visuales externas, que implica leer y comprender gráficos y diagramas, y construcción de imágenes mentales internas que implica transformar conceptos, relaciones e imágenes en otra clase de información.

Desde un punto de vista amplio, las habilidades cognitivas se diferencian en generales y específicas. Las habilidades cognitivas generales son aquellas que un sujeto pone en juego en situaciones muy diversas por ser de necesidad común a todas ellas. Las habilidades cognitivas específicas están referidas a un dominio dado de conocimiento, como por ejemplo el pensamiento científico.

Otra forma de diferenciar las habilidades cognitivas es aquella que distingue entre básicas y superiores. Las básicas son consideradas como centrales, ayudan a construir las habilidades cognitivas superiores y pueden ser utilizadas en diferentes momentos del proceso de pensamiento y en más de una ocasión. Entre ellas se ubican: enfoque, obtención y recuperación de información, organización, análisis, transformación y evaluación. Las habilidades superiores están vinculadas con cuestiones más complejas como la resolución de problemas, la toma de decisiones, el pensamiento crítico, el pensamiento creativo (Ramos y otros, 2010).

Páez y otros (2012) consideran las habilidades cognitivas en cuatro grupos de características diferentes: descriptivas, analíticas, críticas y creativas.

El estudio de tales habilidades fue objeto de muchas investigaciones inicialmente orientadas a juegos y sin contenido específico. Dado que son las habilidades cognitivas y los procesos reflexivos los que incorporan el modo como se realizan las necesarias explicaciones y justificaciones en el marco de cada disciplina, es importante que las prácticas universitarias favorezcan el desarrollo de los mismos (Perkins, 2008). Este autor reconoce una forma de conocimiento superficial en la que no se alcanza una comprensión auténtica, lo designa conocimiento frágil y lo vincula a un pensamiento pobre y a prácticas dirigidas hacia la búsqueda de conocimiento de hechos y rutinas en el que el conocimiento se olvida, no se puede aplicar, o se ritualiza.

Glaser (1998) señala como hipótesis que los cambios en la base del conocimiento influyen en el nivel cognoscitivo más que los ejercicios de la memoria en sí mismos.

Kirby (1988) diferencia entre estrategias y habilidades; considera a las habilidades como rutinas cognitivas para realizar tareas específicas, mientras que una estrategia es el medio de seleccionar, combinar o rediseñarlas.

En física, uno de los motivos de fallas en la resolución de problemas se atribuye a la falta de participación de los estudiantes en actividades constructivas cognitivas para refinar, modificar y extender adecuadamente el conocimiento cualitativo de esta disciplina (Ploetzner y VanLehn, 1996).

Fitts (1964) considera tres fases en la adquisición de habilidades motoras que se pueden extender a las habilidades cognitivas: inicial, intermedia y final. En la inicial se intenta entender el nuevo conocimiento pero sin ser capaz de aplicarlo. En la siguiente fase intermedia, se dispone de algún conocimiento pero no todo el necesario; comienza con la aplicación de una sola relación a la que posteriormente se van sumando otras, es decir, se realiza el proceso de adquirir una habilidad y desarrollarla por medio de su práctica. En la fase final, los estudiantes pueden ejecutar las acciones sin errores. La habilidad ya es independiente de los conocimientos pues ha sido interiorizada de tal manera que su aplicación en casos simples es fluida y automática.

2.2.4. Comprensión de texto

El proceso de comprensión se inicia con la etapa de comprensión lectora o procesamiento del texto. Entre las teorías que dan cuenta de los mecanismos cognitivos involucrados en este proceso, la de Van Dijk y Kintsch (1983) sugiere un modelo a partir de la interacción entre un input (texto) y las metas y conocimientos del sujeto, cuyo resultado es una forma de representación que se almacena en la memoria, pudiendo adquirir diferentes niveles

de representación que van desde una representación solo superficial a la elaboración de un modelo situacional.

La organización de la estructura de un texto puede ser interpretada como un proceso dinámico en el que, durante su lectura, se producen una serie de transformaciones en forma de escenarios mentales sucesivos. La comprensión se hace evidente cuando el individuo es capaz de construir un modelo situacional del texto con los objetos, personajes, sucesos procesos, causas o intenciones descriptos en el mismo. Para organizar este modelo mental se requiere de procesos cognitivos lingüísticos.

Los problemas didácticos de física se presentan a los estudiantes en forma de texto escrito. La resolución requiere la elaboración de una estrategia que depende de haber interpretado el problema a partir del enunciado y que se haya logrado construir un modelo mental de la situación.

La comprensión lectora constituye así la etapa a partir de la cual se desarrollan o condicionan las siguientes siendo, por tanto, de especial interés el análisis de la misma. Comprender el problema significará haber construido un modelo mental de la situación para así poder organizar estrategias para la resolución del mismo (Sánchez Roger, 2011).

2.2.5. La teoría de los modelos mentales en la resolución de problemas de física

Como se ha mencionado en el apartado 2.3.4, Galotti (1989) señala que los estados en el espacio del problema descriptos por Newell y Simon (1972) pueden ser interpretados como los modelos mentales de Johnson-Laird (1983). Desde este enfoque, el espacio del problema se interpreta como una secuencia de modelos mentales obtenidos por aplicación de un grupo de operadores con la función de construir y reconstruir cada uno hasta lograr la resolución del problema.

A partir de un modelo inicial, utilizando un cierto número de modelos intermedios, se obtiene otro final. Las sucesivas transformaciones se logran mediante operadores.

Con esta teoría es posible caracterizar la representación del contenido del enunciado construida al inicio de la resolución de un problema. Es decir, inferir los objetos, procesos y causas involucrados en la situación planteada atendiendo a la interacción con el conocimiento previo del estudiante. Su organización da cuenta del procesamiento del enunciado utilizado para razonar, elaborar las estrategias de resolución y conclusiones.

El modelo inicial es el primer paso y constituye un factor determinante en la resolución del problema. A partir de su construcción, las posteriores transformaciones dependen del

proceso activo de búsqueda constructiva en la memoria, con la cual se establece un vínculo con la amplitud del conocimiento declarativo, su representación y organización (Sánchez Roger, 2011).

Así, los individuos al razonar para resolver un problema generan ciertas posibilidades que no son otra cosa que modelos personales que pueden evolucionar ordenada y sucesivamente, pero también contradictoria y simultáneamente. En determinado momento durante la resolución, se realiza la evaluación de una cierta posibilidad en función de la evidencia que la soporta, produciendo la generación de un nuevo modelo o la reestructuración de uno anterior, configurándose el que se utilizará para encarar la resolución (Sánchez Roger, 2011).

Una importante conclusión de las características atribuibles a la evolución de un modelo mental se obtiene al comparar el modo en que efectúa la resolución un experto en la disciplina con el que utiliza un estudiante. Chi, Feltovich y Glaser (1981), Larkin y Chabay (1996) explican los modos diferentes con que un experto y un estudiante abordan la resolución de un problema físico.

Los últimos autores señalan que los estudiantes enfocan su resolución a través de la recuperación de las ecuaciones de aplicación desde la memoria, para luego combinarlas adecuadamente trabajando en un “espacio psíquico de ecuaciones”, mientras que los expertos abordan el problema en términos cualitativos de las magnitudes y sus relaciones sin escribir en principio ecuaciones operando en un “espacio psíquico de razonamiento científico”.

Se infiere que el experto al razonar en forma cualitativa, imagina la solución del problema por medio de su modelo mental, si el modelo mental no está completamente desarrollado como en el caso de un estudiante, no es posible recurrir a dicha imaginación dejando como alternativa la aplicación directa de las ecuaciones (Kofman, 2000).

Voss, Willey y Carretero (1997) describen la influencia del análisis cualitativo de conceptos antes de la resolución de problemas de física y, de la realización de autoexplicaciones durante el desarrollo de la misma.

En la fase de desarrollo inicial de la experticia como es la formación de un estudiante de ingeniería, es importante considerar las etapas intermedias de avance en la construcción de conocimiento. Tal fase constituye el puente entre ambos estados novato-experto. Es aquí donde es posible incorporar acciones y analizar las modificaciones que posibilitan la comprensión cualitativa de los nuevos contenidos (Spiro y Chang, 1992).

2.2.6. La resolución de problemas en la enseñanza de física para Ingenierías

La educación superior requiere que al inicio de una carrera universitaria se cuente con un grupo de competencias indispensables para el acceso y la continuidad de los estudios superiores. Las competencias refieren a capacidades complejas e integradas que se relacionan al contexto y a un desempeño profesional en el que se requiere competencia técnica con compromiso social, dado que ellas implican un saber y un saber hacer, en el que ahora es necesario incorporar la ética y los valores (Audeas, y otros, 2014).

Las competencias se diferencian en básicas, transversales y específicas. Pero el desarrollo de los tres grupos es integrado: las básicas y transversales se establecen con miras a sentar las bases del desarrollo de las competencias específicas de cada carrera.

Las competencias básicas consideran conocimientos, procedimientos, destrezas y actitudes, como fundamentales para el desarrollo de otros aprendizajes, y refieren a capacidades generales necesarias para cualquier tipo de actividad intelectual. Se consideran tres subgrupos: comprensión lectora, producción de textos, interpretación y resolución de situaciones problemáticas. La comprensión lectora, requerida al enfrentar un problema con enunciado escrito, se desarrolla en una secuencia en la que a partir de una lectura exploratoria es posible elaborar una representación de las relaciones que intervienen en la situación descrita. Es sobre esta lectura comprensiva que se sostienen las acciones siguientes: formulación de hipótesis e inferencias que vinculan el estado inicial y final, la planificación, resolución, verificación y control.

Las competencias transversales se consideran condiciones fundamentales para desempeñarse en el mundo actual, e insertarse en el ritmo de una formación continua. Entre dichas competencias, las que constituyen cuestiones claves para los estudios superiores, se relacionan con la capacidad para regular el propio proceso de aprendizaje y resolver las dificultades que surgen en el mismo, y son: la autonomía en el aprendizaje y las destrezas cognitivas generales.

La autonomía en el aprendizaje consiste en un conjunto de hábitos y actitudes ante el estudio que favorecen el aprendizaje en forma independiente. Las destrezas cognitivas generales son procesos cognitivos conformadores de la habilidad intelectual necesaria para interactuar con el saber científico, estético y filosófico así como para generar un pensamiento crítico y evaluador. Sus competencias son: comprender relaciones lógicas entre conceptos, elaborar relaciones lógicas entre conceptos, pensar de manera hipotético-deductiva, pensar de manera inductiva, realizar comparaciones y analogías, pensar en tres dimensiones (pensamiento espacial), pensar de manera divergente (creatividad / pensamiento lateral), percibir las relaciones entre las tecnologías y los recursos existentes.

Las competencias transversales, también incluyen competencias actitudinales como responsabilidad, actitud crítica y compromiso ante el proceso de aprendizaje. A través de ellas, se logra una actitud de autoestima (metacognición), pensamiento lógico, y hábitos de estudio que sustentan al conocimiento autónomo, y es posible aplicarlos en la realización de tareas de planificación e implementación de estrategias de aprendizaje para desempeñarse como estudiante.

Las competencias específicas remiten a un conjunto de capacidades relacionadas entre sí, que permiten desempeños satisfactorios en el estudio de cada carrera. En física para carreras de Ingenierías, interesan aquellas competencias que privilegian el razonamiento lógico, la argumentación, la experimentación, el uso y organización de la información y la apropiación del lenguaje común de la ciencia y la tecnología. Involucran la capacidad de análisis de un fenómeno sencillo a partir de sus ecuaciones matemáticas; la resolución de problemas aplicando modelos físicomatemáticos; la identificación y análisis de propiedades físicas de situaciones cotidianas; la transferencia a distintas situaciones problemáticas; se incluye también la utilización de la computadora y diversas aplicaciones como procesador de textos, internet y correo electrónico.

La resolución de problemas es una de las tareas cotidianas que con mayor frecuencia afecta a todas las personas y constituye un objetivo prioritario de la enseñanza de física en las carreras de Ingeniería ya que posibilita el desarrollo del conocimiento en acción requerido en la práctica profesional. También propicia el aprender a aprender, es decir, junto a la resolución propiamente dicha, se aprende a resolver dificultades, a elegir estrategias, a evaluar procesos adquiriendo autonomía y autocontrol de las propias actividades de aprendizaje (Massa y otros, 2001). Es, además, una característica intrínseca de los sistemas orientados a la autoformación (Sarramona López, 1999).

Las autoexplicaciones consisten en el intento de lograr dar sentido a la nueva información utilizando inferencias que van más allá de la información recogida de manera explícita rellenan vacíos de conocimiento. Se derivan en dos formas: por deducción a partir del conocimiento inicial y por generalización y extensión de un ejemplo (Ploetzner y VanLehn, 1996).

Las áreas de actuación en Ingeniería centran la comprensión de los fenómenos de la naturaleza en término de las interacciones y posibles cambios entre sistemas. Así, tanto la comprensión como el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas nuevos, constituyen habilidades de gran valor en la enseñanza de la física en dichas carreras. Las mismas están relacionadas con la habilidad de modelización de los sistemas en estudio y los procesos físicos involucrados. Varios autores han hecho propuestas en esta línea

(Halloun y Hestenes, 1987; Hestenes, 1992, 1995a,b; Van Heuvelen, 1991; Massa, Creus y Cortés, 1991).

2.3. El cuestionario digital como recurso de enseñanza

2.3.1. Las dimensiones de un proyecto educativo

Las tecnologías de la información y comunicación han introducido significativos cambios en los ámbitos sociales, económicos, en particular, en la enseñanza (Bates, 2007; Laurillard, 2016). Las diversas modalidades con las que es posible aplicar las NTIC al ámbito universitario, según Fernández (2007), se articulan en seis dimensiones.

Pedagógica. Está orientada a calibrar los objetivos didácticos en función de la contribución esperada por medio de la tecnología. En esta dimensión se lleva a cabo la reflexión de mayor peso, estableciendo el modelo educativo de base, ocupándose también de prever medidas que acompañen a posibles cambios de prácticas y estableciendo estrategias para afrontar la diversidad estudiantil. También se define cómo los estudiantes trabajarán con los recursos puestos a su disposición según el modelo educativo de base y las diferentes estrategias seleccionadas, se establecerán los escenarios de aprendizaje a utilizar y las correspondientes secuencias de actividades a seguir.

Tecnológica. Frecuentemente incluye tanto a las tecnologías de los medios (internet, intranet, Wifi, 3G, 4G) como a las informáticas (hardware y software). Una opción tecnológica que involucre tanto tecnologías informáticas como de comunicación puede implicar una gran cantidad de herramientas tecnológicas asociadas.

Disciplinar. Implica la realización de un balance entre conocimientos, habilidades y principales dificultades de la materia que se espera poner en juego a través de la nueva propuesta. A su vez, corresponde valorar objetos y herramientas tecnológicas existentes directamente utilizables o adaptables y antecedentes eventuales de experiencias similares. Es importante prever la tendencia natural a producir contenido informativo en función del fuerte impacto de la tradición de toda una cultura de enseñanza en la que predomina una modalidad *transmisiva*.

Mediatización y mediación. Involucra la especificación de las nociones a ser mediatizadas, de las actividades de aprendizaje necesarias para la integración de ese conocimiento, del material a desarrollar como también su nivel de dificultad. Una de las cuestiones centrales es establecer en qué medida la tecnología aporta un valor agregado con la mediatización de contenidos.

Organización y gestión. Pone en evidencia un cambio de rol del profesor como también de la cantidad de trabajo involucrado.

Financiación y política. Toma en cuenta que la planificación y el presupuesto sean acordes con los recursos a disposición, la posibilidad de inserción del curso en el espacio institucional, como también eventuales cambios de requerimientos por cambios en programas o planes de estudios en el tiempo.

Para Forestello (2013), los cambios y recursos educativos asociados a este nuevo paradigma tecnológico, adquieren un significado de herramientas, o instrumentos con la capacidad de transformar algo. La autora afirma que en tales herramientas no es posible dissociar el aspecto social y cultural incorporado por su función en relación a quien los usa y les da un sentido de ser.

La enseñanza implica un proceso de comunicación entre el docente y los estudiantes que se establece con la palabra y los silencios, con los gestos, con las posturas corporales. Hoy, la comunicación mediada por nuevas tecnologías abre las puertas a un cambio en la forma de pensar y organizar situaciones didácticas, con una dinámica que trasciende el espacio-tiempo del aula, se adecua mejor a las posibilidades de los estudiantes para regular su aprendizaje con autonomía, requiriendo su compromiso y su responsabilidad.

Para Fernández (2007), el proceso de comunicación implica un ciclo en el que se transformaría la información desde el estado de datos al de conocimiento en acción, o bien hasta alcanzar algún estado intermedio, Figura 2.18, (adaptada de «Ingénieur Pédagogique et démarche projet» por Fernández, 2007, p. 258):

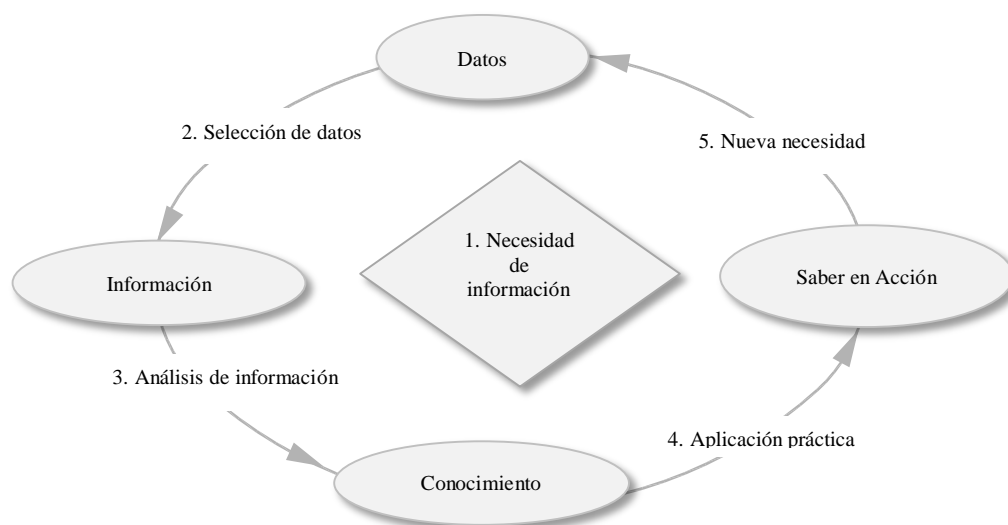


Figura 2.18. Ciclo de la información

El proceso incluye: 1) la identificación de la necesidad que motiva una búsqueda por medio de la que se recopila una cierta cantidad de datos; 2) la selección de un cierto número de fuentes de las que se obtiene información; 3) el análisis de la información obtenida, la cual conduce al saber o conocimiento; 4) la aplicación práctica de este conocimiento que lleva al saber hacer o conocimiento en acción; 5) el relanzamiento de un nuevo ciclo a partir de una nueva necesidad.

2.3.2. Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en educación

Las diferentes acciones en la realización y utilización de plataformas educativas y ambientes para el aprendizaje humano son condicionadas por las TIC, en particular, por los modelos pedagógicos implícitos en ellas (Fernández, 2007).

En la Figura 2.19 se presenta el triángulo pedagógico de Houssaye (1988).

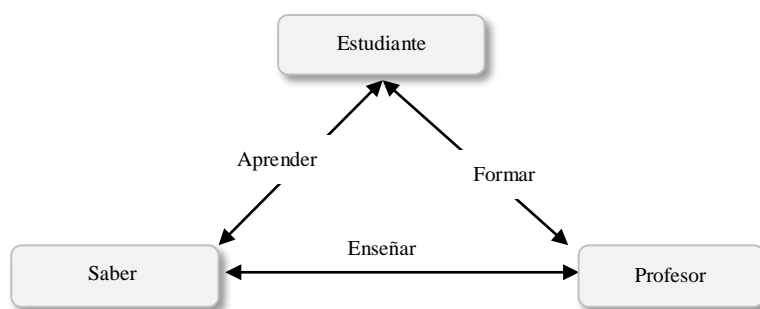


Figura 2.19. El triángulo pedagógico

El modelo del triángulo pedagógico de Houssaye (1988) proveyó una estructura a los procesos de enseñanza y de aprendizaje integrada por tres elementos que se ubican en los vértices del mismo: el conocimiento o saber, el profesor, el estudiante.

Las relaciones entre los citados elementos dieron sentido a los lados del triángulo: enseñar, aprender y formar. El vértice estudiante representa a la componente psicológica del sujeto que aprende: sus características de comportamientos, capacidades y estilos cognitivos, intereses, motivaciones y ritmos de trabajo. El vértice profesor es representativo del experto del saber, quien elige el modelo pedagógico teniendo en cuenta sus conocimientos, su experiencia, su temperamento y la formación que posee. El vértice conocimiento o saberes es representativo de aquello de que se dispone en una cultura y que interesa sea apprehendido por el estudiante.

El modelo pedagógico tradicional es de tipo *transmisivo* centrado en el profesor. En él, el acceso a los objetos educativos depende del profesor, quien impone la modalidad del mismo, su estilo pedagógico, horarios, disponibilidad y presencia. A pesar de los cambios sociales y culturales que existen en las últimas décadas, los modos de transmisión de saberes y de formación no han tenido grandes modificaciones (Monetti, 2015). En la Figura 2.20 (adaptada de «Modelisation des processus de médiation médiatisation», Poisson, 2003, p. 95), se esquematiza el modelo transmisivo.

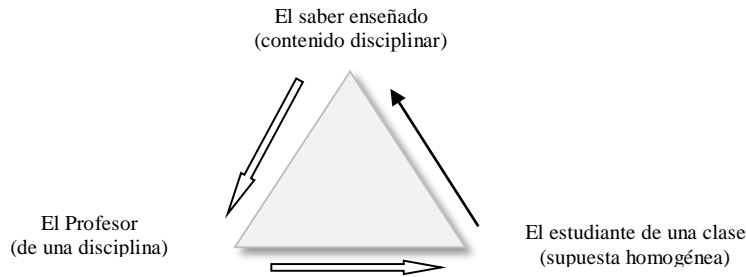


Figura 2. 20. Modelo transmisivo

El estudiante aprende a identificar, estructurar su propio conocimiento, integrando en él los nuevos, con demanda de gran cantidad de memoria de trabajo. Es posible encontrar contenido fragmentado y reducido que descontextualizado pierde significado para el estudiante, transformándose en conocimiento inerte. Además, los propios estudiantes contribuyen a la mencionada reducción al considerar a los objetos didácticos como fin de los mismos y no como instrumentos, (Bransford, Sherwood, Hasselbring, Kinzer y Williams, 1990).

Según Beauvais (2001) los modelos de lectura de la práctica legítima de la enseñanza pueden resumirse en un estudio *autonomizante* y otro *adoctrinante*, Figura 2.21 (adaptada de «Sciences et savoirs en éducation: légitimité(s) en question(s)», Beauvais, 2001, p. 365).

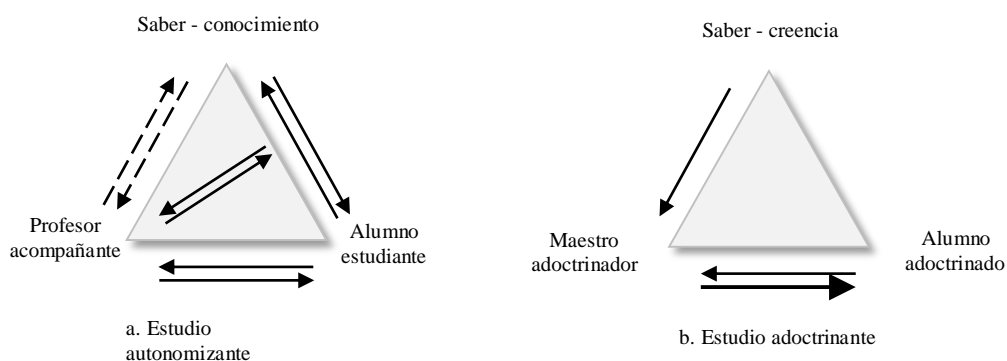


Figura 2. 21. Modelos de lectura de legitimidad de la enseñanza

Actualmente se plantea la necesidad de pasar a modelos centrados en el estudiante (Monetti, 2015), en los que subyace el desarrollo de procesos cognitivos de autoconstrucción del saber, en los que es posible confrontar al estudiante con sí mismo, realizándose preguntas, buscando y encontrando respuestas, de manera de estimular la adopción de un rol protagónico. Los procesos de aprendizaje activos contribuyen al desarrollo de sentido crítico y de autonomía de aprendizaje.

Desde perspectivas constructivistas se han introducido otras interpretaciones al triángulo pedagógico. Chevallard (1998) utiliza la expresión triángulo didáctico, dado que el mismo permite modelar la situación didáctica y la interrelación entre los tres elementos que lo constituyen. Así, si lo que interesa es la relación entre el conocimiento y el estudiante, el estudio se sitúa a nivel del modo de acceso al conocimiento y las representaciones mentales que se organizan durante el proceso de conceptualización. En el triángulo, dicha interrelación es llamada eje cognitivo dado que representa cómo el estudiante se apropia del saber (Fernández, 2007).

En un modelo constructivista el estudiante es considerado agente y protagonista en su propio proceso de aprendizaje. Como agente de habilidades a desarrollar en sí mismo interactúa con la producción de un saber singular, acompañado en este proceso por el profesor, quien interviene a efectos de establecer el tipo de interacciones pertinentes.

En la Figura 2.22 (adaptada de «Modélisation des processus de médiation - médiatisation», Poisson, 2003, p. 95), se esquematiza el modelo constructivista.

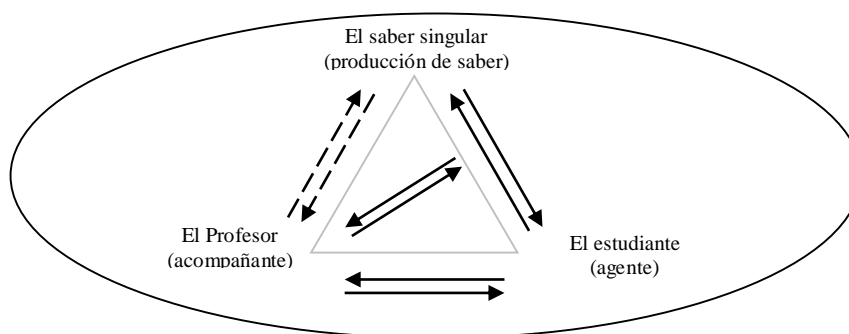


Figura 2. 22. Modelo constructivista

El eje enseñanza establece la interrelación entre el profesor y el conocimiento o saber, en él se estudian las etapas previstas de la construcción del conocimiento y el saber a enseñar. Se habla también de transposición didáctica. Este concepto pone al descubierto una distancia entre el “saber sabio” y el “saber enseñado” (Chevallard, 1998) y señala la diferencia que surge cuando a un contenido de saber definido curricularmente como saber

a enseñar, se le aplica un conjunto de transformaciones adaptativas que lo transforman en un objeto de enseñanza. Se produce la transformación del contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber.

La relación entre profesor y estudiante se desarrolla sobre el eje formación. Según Chevallard (1998) esta relación puede ser pensada desde el concepto de contrato didáctico, dado que, el saber se constituye en el objeto de un proyecto compartido por la enseñanza y el aprendizaje, une en el mismo sitio a profesor y estudiantes, y se crean condiciones a respetar entre ambos.

Para Saint-onge (2000), enseñar se presenta como una relación en la que se introduce a otros en el camino para construir su propio saber en una disciplina. En ese sentido la capacidad del profesor o profesora para crear una relación específica, en la que se active el proceso de aprendizaje en función de las aptitudes concretas que se pretenden adquirir se conoce como relación pedagógica. La misma se establece mediante tres interacciones: la relación didáctica, la relación de enseñanza, y la relación de estudio. La relación didáctica establece un proceso de reorganización entre profesor y los conocimientos con fines pedagógicos; la relación de enseñanza o mediación como interacción entre profesor y estudiante persigue la calidad de la marcha del estudiante en su búsqueda del saber, la relación de mediación puede entenderse como una interrelación cognoscitiva entre alguien que enseña y los estudiantes. Finalmente, en la relación de estudio, el estudiante se sitúa frente a la materia que tiene que aprender. Tiene que apropiarse de esa materia, comprenderla y conocerla, como una interrelación que es parte del proceso de enseñanza.

2.3.3. *La aproximación sistémica de las situaciones didácticas*

Brousseau (1998) propone una aproximación sistémica de las situaciones didácticas. Considera la comunicación del conocimiento como un proceso dentro de un sistema compuesto por una variedad de subsistemas que interactúan entre ellos. Plantea un modelo, que como conjunto de conceptos organizados, da lugar a la descripción de las relaciones humanas requeridas en el aprendizaje y la enseñanza. Se basa en cuatro conceptos: situación didáctica y *a-didáctica*, transposición didáctica y contrato didáctico.

En las situaciones didácticas el profesor busca provocar en el estudiante los conflictos que lo lleven a la construcción del conocimiento. Este proceso de construcciones se da en diferentes fases de tal forma que el estudiante interactúa con el ambiente y va logrando la evolución de las nociones originales. En una situación didáctica se destaca la intencionalidad del profesor por lograr un objetivo de enseñanza previamente establecido. Cuando el estudiante ha sido problematizado de tal forma que su actividad mental está en

marcha debe ser capaz de realizar acciones tales como hablar, argumentar, pensar y evolucionar pero por iniciativa propia. Esta etapa de la situación didáctica en la cual desaparece la intencionalidad del profesor, o su actividad es mínima, Brousseau la denomina situación *a-didáctica*.

Como señala Chevallard, una situación didáctica comprende: el conjunto de relaciones establecidas explícita e implícitamente entre los estudiantes, un cierto medio (que comprende eventualmente los instrumentos o los objetos) y el profesor, a fin de conseguir que aquellos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución. Las relaciones durante el transcurso de una clase y entre situaciones didácticas y *adidácticas*, se rigen por un contrato didáctico. Este contrato se puede caracterizar como el conjunto de comportamientos del profesor que espera el estudiante y el conjunto de comportamientos del estudiante que espera el profesor, regulando el comportamiento de la clase y las relaciones profesor-estudiante-saber.

Brousseau incorpora la idea de medio entendida como los espacios físicos o virtuales que posibilitan la interacción de los participantes. En el sistema didáctico propuesto intervienen los tres elementos: profesor-estudiante-conocimiento. Si se indaga dos a dos, en las tres relaciones que se presentan entre los polos de este sistema didáctico, se observa que en ninguno de los pares se desliga el tercer elemento. Los siguientes párrafos, aclaran esta idea.

En la relación entre estudiante y conocimiento, la influencia del profesor está presente directa o indirectamente cuando se encarga de conducir las actividades que los estudiantes realizan.

En la relación entre el profesor y el conocimiento, el profesor además de sus propias concepciones acerca de las nociones disciplinares y de la enseñanza, tendrá que tomar en consideración los procesos de aprendizaje del conocimiento por parte de los estudiantes.

En la relación entre el profesor y los estudiantes no se puede desligar al conocimiento, dado que es el motor que mueve a todo el proceso. En este último tipo de relación se crea un fenómeno didáctico regulado por un conjunto de cláusulas principalmente de carácter implícito que evoluciona a medida que avanza el proceso didáctico. Este conjunto de cláusulas constituye lo que se ha denominado contrato didáctico.

Ibáñez Bernal (2007), plantea un modelo de interacciones didácticas. En él concibe al conocimiento como competencia, es decir, como disposición a hacer y decir ante las situaciones concretas del mundo de acuerdo con los criterios convencionales de una determinada comunidad epistémica. Abandona así, la idea del conocimiento en forma

acabada con la que interactúan tanto el estudiante como el profesor, como ocurre en el triángulo pedagógico.

El modelo de interacciones didácticas otorga una especial relevancia al lenguaje como un tipo especial al que denomina discurso didáctico. Este tipo de lenguaje trasciende las circunstancias entre personas y la especificidad de las condiciones en que se produce. Es impersonal en la medida en que el discurso siempre afecta a dimensiones convencionales y, por consiguiente, podría ser dirigido por cualquier persona a cualquier otra en múltiples circunstancias.

Las relaciones que se establecen entre el estudiante y el discurso didáctico definen dos procesos. El primero, denominado enseñanza, consiste en la acción de referir al estudiante a los criterios de la comunidad epistémica en la que se forma. Tradicionalmente se ha identificado al profesor como realizador de esta acción; sin embargo, en la actualidad la enseñanza es entendida no como una actividad privativa del mismo, dado que existen otros medios que la realizan o que actúan como intermediarios, como textos, grabaciones, videos, recursos digitales y otros.

El segundo proceso, correlativo a la enseñanza, es el estudio, que se entiende aquí como el contacto funcional del estudiante con el discurso didáctico. Se trata de un proceso correlativo que exige al estudiante la capacidad básica de responder al sistema lingüístico convencional y a las modalidades que configuran un discurso didáctico en particular: si es oral, tendrá que estar preparado para escuchar; si es textual, para leer; si es gráfico, a interpretar.

Para el aprendizaje de una competencia, el modelo de interacciones didácticas establece la necesidad de que concurren otros factores y procesos además de la interacción discurso didáctico-estudiante. Un factor considerado fundamental en este modelo, es el referente empírico y observable del discurso didáctico. Corresponde a las cosas, los eventos o situaciones del mundo real ante los que el estudiante debe desempeñarse de acuerdo con los criterios de la disciplina. Otros casos de referentes son llamados abstractos, como una teoría, una ecuación o un concepto. En este modelo, la presencia del objeto referente, es de fundamental importancia para el aprendizaje efectivo por requerirse, necesariamente, que se establezca un proceso de observación por parte del estudiante.

Charnay (1994) describe un modelo aproximativo, que está centrado en la construcción del saber por parte del estudiante. En el modelo aproximativo se ponen a prueba los esquemas de concepciones del estudiante para mejorarlas, modificarlas o construir nuevas concepciones, con el fin de que construya su conocimiento. En estas condiciones el profesor actúa como organizador, interactuando desde un segundo nivel con el proceso

en donde interactúan los estudiantes y el conocimiento. En esa posición el profesor organiza una serie de situaciones con las que pretende crear las condiciones propicias en las que los estudiantes puedan interactuar con el conocimiento y con sus compañeros en un primer nivel, esperando que este juego de interacciones los oriente a cumplir sus objetivos de apropiación del conocimiento.

2.3.4. Modelización multimedia

Según Alava (2011), los procesos de formación mediatizados ofrecen una gran diversidad de posibilidades, el diseño de los mismos implicará articular, por un lado, un esfuerzo de transposición didáctica del contenido y, por otro, un conocimiento de las posibilidades tecnológicas a ser utilizadas en una situación didáctica dada.

Para estudiar las relaciones entre profesor, estudiante, saber y medios Alava (2000) utiliza un cuerpo geométrico: un tetraedro. En la Figura 2.23 (adaptado de alava.pagesperso-orange.fr/TIC2002alavacours1.htm) se presenta un esquema del modelo espacial de Alava.

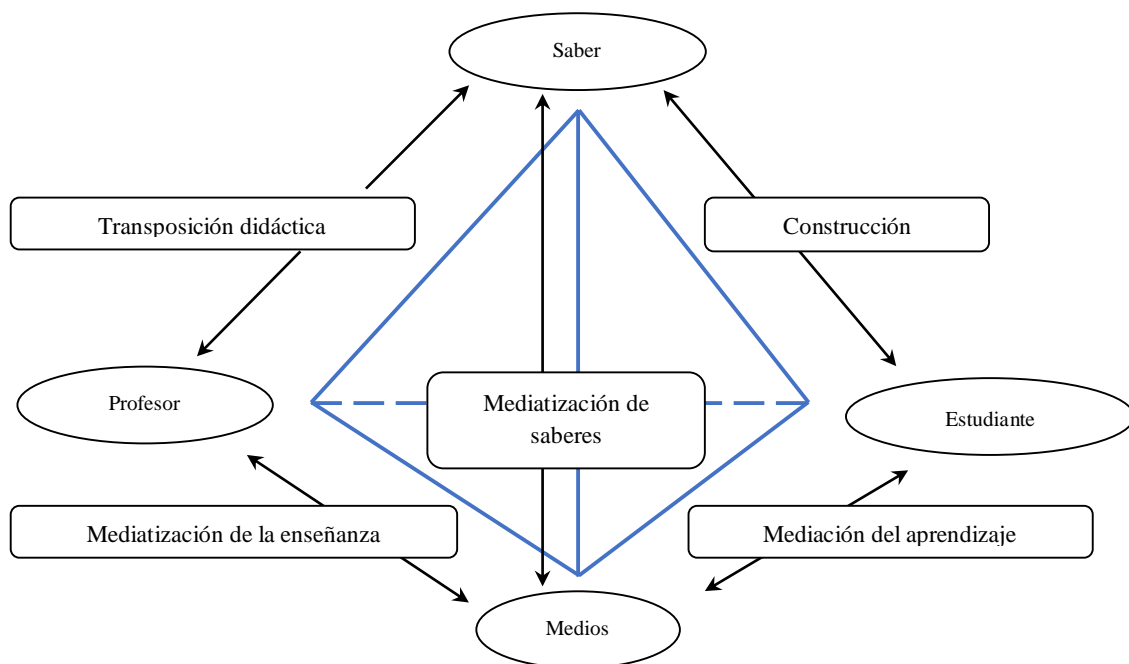


Figura 2. 23. Modelo espacial de Alava

La relación entre saber y profesor la denomina transposición didáctica; la relación entre estudiante y saber, es designada construcción; las relaciones medios-profesor y medios-estudiantes se designan con los términos mediatización de la enseñanza y mediación del

aprendizaje, respectivamente. La relación entre saber y medios es indicada como mediatización del saber.

Poisson (2003) también propone un modelo en forma de tetraedro. En él, los vértices son: el conjunto de recursos educativos (R), el saber (S), el profesor (P), y el estudiante (E). En esta representación, además de las interrelaciones entre los elementos de cada vértice, se explicita la posibilidad de cambios en la naturaleza o identidad de los mismos. Así, cada uno señala las tres posibilidades alternativas a ser consideradas en el proceso educativo. El vértice E (estudiante) puede alternar roles como sujeto, objeto o agente; el vértice P (profesor) como transmisor, instructor o acompañante; el vértice saber alterna como saber a enseñar (o a transmitir), con referencia a objetivos de formación (o competencias) y en forma de una producción de saber singular contextualizado.

En la Figura 2.24 (adaptada de «Modélisation des processus de médiation - médiatisation», Poisson, 2003, p. 98) se presenta un esquema del modelo de Poisson.

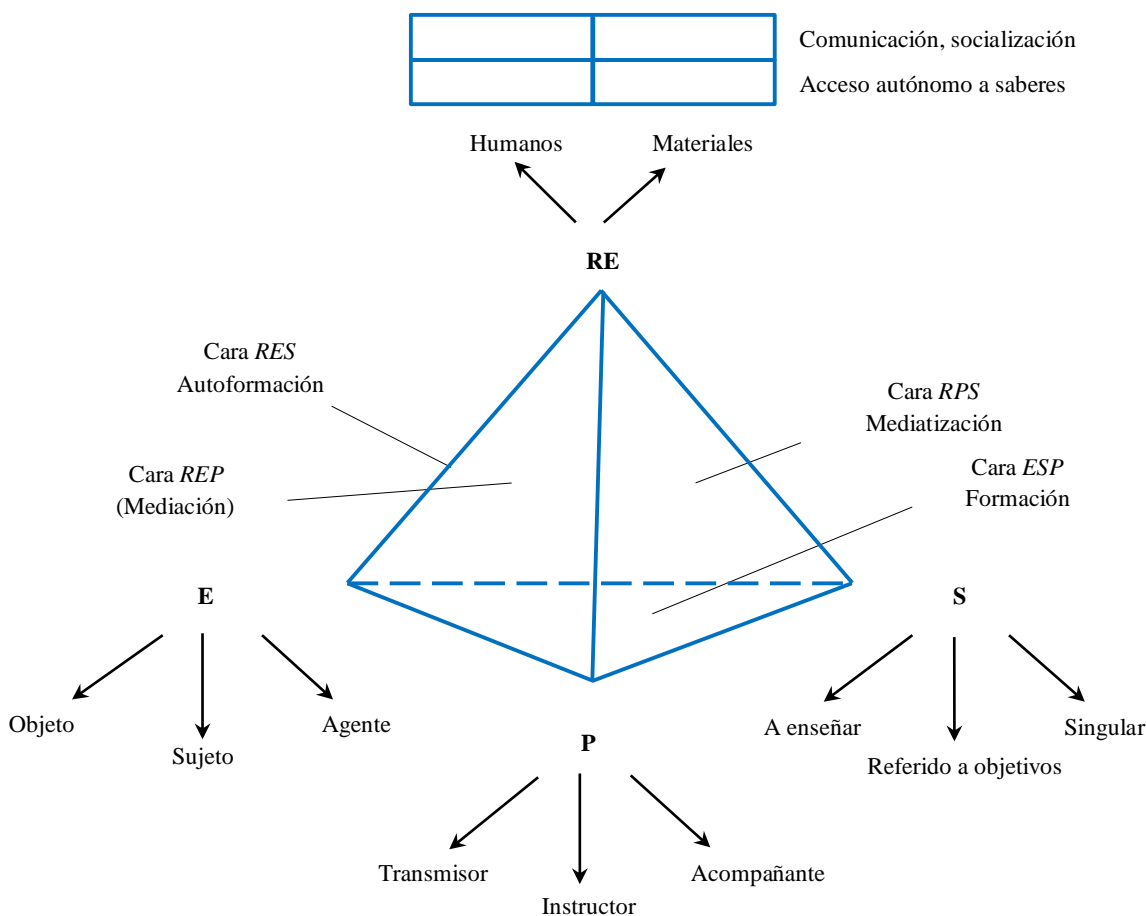


Figura 2. 24. Modelo espacial de Poisson

En el vértice superior los recursos educativos digitales o no, se representan en forma de tabla, haciendo referencia al espacio de la interacción de la dimensión humana y material con la doble función de: accesibilidad al saber y de socialización y comunicación. De este modo, se resalta una sinergia entre recursos humanos y materiales que los estructura alrededor de dos funciones complementarias: el acceso autónomo a las actividades de aprendizaje y a los recursos que favorecen la socialización, y la comunicación interpersonal. A la vez, se pone énfasis en la interacción entre mediatización y mediación, como un requerimiento mayor que el que los recursos sean digitales o no.

2.3.5. Caracterización de los recursos educativos digitales

Un RED puede ser distribuido por diferentes medios de comunicación de acuerdo al tipo de soporte utilizado. En un entorno digital, pueden incorporar atributos multimedia y de internet, desarrollando una fuerte potencialidad para la personalización de secuencias con distintos grados de fragmentación, nivel de detalle o “granularidad”. Se convierte en el factor central en la gestión del conocimiento y del proceso individual del estudiante. “Para Treviño y Bermejo el proceso de personalización no tiene límites al punto que un estudiante podría elegir entre varios objetos según sus propias expectativas personales” (Sulmont Haak, 2005, p.8).

Los principales elementos componentes de un RED son: el soporte tecnológico; el contenido o mensaje que transmite un autor; y el servicio asociado a la estructura de soporte (técnico y humano) y al contenido para llegar a su usuario. En relación al soporte, se observa que en sí mismo se constituye en un medio de expresión o de mediatización de contenido y, a la vez, como intermediario del mensaje es un mediador del mismo.

El soporte del RED es la característica que permite su distribución a través de medios y lo hace apto para incorporar atributos multimedia y de internet en un entorno digital. Un mismo RED puede ser usado simultáneamente por muchas personas que se encuentran en diferentes lugares, esta característica impone la principal diferencia con los recursos tradicionales.

Sin embargo, como vehículo de contenidos y de la secuencia que sirve de guía para aproximarse al mismo, en su función de mediador, no modifican su rol (Sulmont Haak, 2005). Si se considera el vínculo hacia el estudiante, se observa que el mismo encuentra esta característica antes que el hecho de ser una actividad cognitiva. Así, dichos recursos actúan sobre los procesos psicológicos que el estudiante realiza y sobre la forma en que éste se relaciona con los contenidos, es decir el escenario que facilita el proceso. De esta manera un RED puede ser considerado, con respecto al estudiante “facilitador del

aprendizaje y una palanca para el desarrollo del aprendizaje autónomo”, mientras que en relación al profesor actúa como elemento reorganizador de la comunicación pedagógica y de las decisiones didácticas (Sulmont Haak, 2005).

La elección del tipo de medio y de recurso tecnológico define la acción del profesor en la comunicación pedagógica. El equilibrio entre técnica y pedagogía determinará que se favorezca la sinergia entre los recursos humanos y materiales alrededor de las dos funciones complementarias citadas por Poisson (2003): el acceso a las actividades de aprendizaje y a los recursos que favorecen la comunicación y la socialización.

La mediatización de contenidos de formación, es decir, el formato de difusión no es condición suficiente para asegurar la mediación de contenidos. Esta última requiere disponer herramientas pedagógicas en el formato adecuado.

El profesor no puede lograr mediación sin una mediatización previa pero, por otro lado, la existencia de una mediación no implica mecánicamente acceso autónomo de los estudiantes al objeto de formación. Los contenidos pueden ser distribuidos en una presentación digitalizada y puestos en una red de comunicación a distancia pero sin permitir un acceso autónomo por parte de los estudiantes.

A fin de esclarecer el aporte de las tecnologías al diseño de los recursos educativos, se analizan a continuación algunos de sus atributos y procesos desarrollados.

Atributos multimedia. El término multimedia aparece en la década de los 80 refiriéndose al software que combinaba recursos sonoros y gráficos. Desde los inicios del siglo XXI, el conjunto de recursos multimedia evoluciona en conjunto con la tecnología de comunicación, con increíble rapidez, al punto de existir en el entorno cotidiano recursos y artefactos que antes eran parte de escenarios de ciencia ficción (Sulmont Haak, 2005). Entre los principales atributos de los recursos multimedia se encuentran: el hipertexto, el multicanal, la *multirreferencia* y la interactividad.

Respecto a esta última, vale aclarar la diferencia entre interactivo e interactividad. La palabra interactivo incluye una interacción, que refiere a la comunicación entre dos personas, es interactivo cuando dicha interacción se realiza por medio de un producto tecnológico, por ejemplo, informático. A diferencia de los antiguos programas de televisión o radio, los interactivos proveen un proceso bilateral en el que el usuario pasa de ser espectador, a tener la posibilidad de intervenir o modificar la secuencia de desarrollo. La interactividad refiere al nivel de intervención-decisión concedido al usuario, a la existencia de un mayor abanico de opciones de acceso a la información, sencillez de comunicación y gran rapidez de realización de los procesos. Así, si se incrementan las posibilidades del usuario de interactuar con mayor grado de libertad a la

hora de tomar decisiones en relación a “que hacer o buscar” y “cómo hacerlo”, y se consigue aumentar el grado de eficacia de la aplicación al “obedecer” las instrucciones que dé el sujeto, se podrá decir que se incrementa el nivel de interactividad.

Se puede decir que hay interactividad en una interacción con material interactivo. Se establece una comunicación entre sujeto y máquina, una interacción resultante de los estímulos a través del ordenador ante los cuales el sujeto emite una respuesta, a la que el programa reacciona presentando una nueva situación. Sus niveles varían desde aquella en la que el usuario actúa como espectador, si bien en general podrá avanzar o retroceder la presentación. En otras el usuario podrá accionar una simulación, dar valores a ciertas variables para quedar en condiciones de ejecutar el proceso. La gradación y tipología de la interactividad varía entre ambos extremos (Minguell, 2002).

Atributos relacionados al escenario educativo. El escenario donde se desenvuelve la actividad educativa es la pantalla. Este escenario, a diferencia del papel, permite visualizaciones tridimensionales móviles y la administración del tiempo en simultáneo, o en tiempo real, pero también secuenciales, de manera de lograr una mejor adaptación a las posibilidades cognitivas humanas.

Procesamiento de la información multimedia. En relación al estudiante, el procesamiento de la información multimedia está vinculado a procesos cognitivos. El HTML (HyperText Markup Language) o lenguaje de marcas de hipertexto aprovecha la estructura asociativa del pensamiento, Bush (1945, citado en Sulmont Haak, 2005), cuyos atributos multimedia estimulan al estudiante a explorar el entorno, a establecer vínculos y a elaborar representaciones. El proceso descrito implica una dependencia a las observaciones del estudiante sobre sí mismo, sobre las respuestas obtenidas desde el entorno y a las inferencias realizadas.

La utilización de los RED no asegura en sí misma que se complete el ciclo de la información mostrado en la Figura 2.18. Existe el riesgo de actuar con una función amplificadora de la práctica habitual.

2.3.6. La propuesta de aprendizaje flexible

La modalidad de aprendizaje flexible (blended learning) es usada frecuentemente en combinación con la enseñanza presencial, por lo que también es llamada aprendizaje mixto o semipresencial como, por ejemplo, el implementado en el campus virtual² de la FCEFYN (Bartó, 2004). En esta modalidad, el acceso al conocimiento es mediatizado por

² Actualmente liderado por el EquipoThei.

herramientas tecnológicas que implican también una mediación³ en la que el profesor asume un rol de facilitador del aprendizaje. En este tipo de aprendizaje se busca encontrar un equilibrio razonable entre lo realizado en forma presencial y a distancia.

El modo de transmisión del conocimiento propio de la enseñanza considerada tradicional impone pautas comunes a todos, exigiendo que todos hagan lo mismo al mismo tiempo, en el mismo lugar y a buen ritmo. Según Poisson (2003), en esta modalidad de enseñanza no se consideran aspectos tales como: el perfil cognitivo de los estudiantes, en el cual los procesos individuales tienen modalidades y ritmos diferentes; el desarrollo del cronograma del curso puede haber dejado ciertas “lagunas” que impiden integrar conceptos; inasistencias relacionadas con situaciones laborales, deportivas, de salud que afectan la regularidad de cursado; limitaciones espaciales cuando los estudiantes viven a distancia importante de la institución educativa o tienen alguna discapacidad que dificulta su traslado; limitaciones familiares como la situación de estudiantes que son madres de niños pequeños.

Los proyectos flexibles tienen la distinción de ser complejos no sólo porque se encuentran en la frontera de varias disciplinas sino también porque implican la participación de muchos actores de diferentes orígenes culturales, que evolucionan juntos en un mismo contexto combinando lógicas diferentes.

El lugar cedido a tales proyectos en un ambiente social determinado, convierte a la tecnología en un medio, el medio es una creación social, la tecnología es la máquina o herramienta. Transforma un accionar puramente mecánico, en otro constituido por acciones intencionales de un saber social que habilita para la acción. Las herramientas, imbricadas en lo social, hacen difícil separarlas de quien las usa. Las técnicas que se construyen alrededor de ellas, que les dan una función y sentido, las transforman en objetos culturales. (Forestello, 2013).

El aprendizaje flexible permite diseños didácticos en los que se favorece el modo centrado en el estudiante, logrando un trabajo más independiente, más autónomo y más personalizado, en el que el profesor cambia su rol a mediador de la formación, y posibilita orientar los recursos educativos hacia sistemas de autoformación.

La propuesta institucional para la plataforma educativa utiliza el software Moodle, de código abierto y distribución libre.

El término Moodle es el acrónimo de modular object oriented dynamic learning environment. Saorín Martínez (2012) interpreta el verbo moodling del inglés, en el

³ Extraído del curso “La mediación didáctica en Física I”, Dra. Rosanna Forestello, 2015.

contexto didáctico como un pensar perezosamente haciendo las cosas de un modo divertido, como ingrediente de un proceso creativo. Puede encontrarse una visión constructivista en la plataforma Moodle, ya que su diseño está orientado a que los estudiantes asuman un rol activo en su proceso de aprendizaje con el control de su ritmo de trabajo, seleccionen el contenido educativo según motivaciones personales y, participen en una construcción colectiva de conocimiento.

En Moodle, al acceder a la página principal de un curso, seleccionando el modo edición, es posible agregar actividades que involucran una interacción profesor-estudiante y que pueden ser calificadas.

En ellas, la actividad “cuestionario” posibilita elaborar y presentar al estudiante, un listado de preguntas, obtener sus resultados, generar una calificación. Tal actividad se adapta para la autoevaluación formativa, permite que los estudiantes indaguen sobre sus habilidades en una materia (o parte de ella), chequeen sus propias resoluciones y las respuestas correctas.

La lista puede estar integrada por cuestiones de diferentes tipos: opción múltiple, verdadero/falso, emparejamiento, respuesta corta, numérico, calculada, entre otras. La configuración del cuestionario incluye varias posibilidades como por ejemplo: la designación de un nombre, una introducción, definir el intervalo de tiempo en que es posible acceder a él, el límite de tiempo disponible para contestar las preguntas, la posibilidad de barajar las preguntas y las opciones de respuesta, el número de intentos que se permiten y si los sucesivos se basan en cada intento anterior, calificación, la muestra de las calificaciones y las respuestas correctas, permitir la opción de revisar.

Otro tipo de actividad provista por Moodle es una “lección”. A diferencia del cuestionario una lección permite añadir recursos con la característica de ser interactivos y no secuenciales. Cada recurso consiste en una página.

La creación de una lección puede optar por la inserción de múltiples páginas con posibilidades versátiles y puntos de ramificación. Por ejemplo se presentan preguntas o pueden contener directamente el texto a estudiar (o dirigirse a gestionar su estudio) o ambas, con una propuesta mixta en la que después del texto se plantea una pregunta. Las preguntas admiten diferentes formatos: opción múltiple, verdadero/falso, ensayo. Según sea la respuesta, se avanza a la siguiente, se efectúa un salto de múltiples páginas, se retrocede según la configuración deseada. Cada opción elegida irá definiendo una trayectoria, es decir, el recorrido no es lineal, sino que contiene bifurcaciones (puntos de decisión), vueltas atrás, y otras posibilidades.

Cada recorrido en particular depende de las respuestas concretas del estudiante: es un recorrido interactivo. Una respuesta incorrecta puede llevarlo de nuevo a la página inicial, o presentarle una página con una nueva explicación más específica de dicha opción. El estudiante puede recorrer la lección varias veces. Es posible calificar el recorrido en función de las respuestas correctas o incorrectas elegidas.

La configuración de una lección requiere realizar una serie de decisiones en un formulario con campos obligatorios como: especificación de un nombre para la actividad, si es calificada o no, si se desea asignar límite de ramas, intentos, restricciones como un mínimo de preguntas a responder, número de repeticiones permitidas, disponibilidad temporal, entre otras.

2.3.7. Sistemas de autoformación

El término autoformación adquiere distintas connotaciones, según el punto de vista desde el cual se lo describa. La mirada educativa lleva a pensar en las prácticas que promueven aprendizajes autónomos en sus instituciones, vinculadas a estrategias de individualización en las que el profesor interviene con aporte de recursos y con una modificación de su rol tradicional.

En la autoformación el profesor ya no es responsable de transmitir sus conocimientos al grupo, sino que adquiere el nuevo rol de ayudar a que sean los mismos estudiantes quienes recorran un proceso de apropiación del conocimiento.

Desde un punto de vista cognitivo, implica “aprender a aprender” (Novak y Gowin, 1988), lo cual puede asimilarse al proceso que incluye el desarrollo de estrategias en las que el individuo, asumiéndose protagonista de su aprendizaje, establece el ritmo y circunstancias, sin excluir ayuda de terceros o de materiales tradicionales, puede elegir la modalidad de resolución y utilizar los resultados en su propia evaluación.

Dado que no es posible educar sin la implicación activa del individuo que participa del proceso, toda educación incluye siempre autoeducación, pero a la vez, el desarrollo pleno del potencial demanda un apoyo externo, porque en ello están involucradas cuestiones que no están al alcance de dicho individuo (Sarramona López, 1999).

Si bien desde una perspectiva general, autoformación lleva a pensar en un trabajo autodidacta, en realidad no lo es, sino que el estudiante se hace parte de su propia formación, ganando una importante autonomía tanto para dicha etapa como también para su inserción social posterior. El profesor establece la dirección de aprendizaje pero es administrada de manera autónoma por el propio estudiante.

El concepto de acompañamiento es el elemento clave en el cambio de paradigma hacia una autoformación educativa: se pasa de un modelo de enseñanza centrada en el profesor con predominio de un modo *transmisivo* a un modo centrado en el estudiante, que es quien construye su saber comprometido con su propio proceso. La propuesta de autoformación se dirige a producir una transición desde una actitud pasiva a una activa construcción de conocimiento.

La autoformación está vinculada a enfoques constructivistas, por cuanto el estudiante logra el conocimiento desarrollando un proceso interactivo de construcción del mismo.

Según Sarramona López (1999), desde esta perspectiva para el desarrollo de medios de autoevaluación, es necesario plantear requerimientos a los dispositivos de autoformación. Entre ellos se requiere que, los nuevos conocimientos se vinculen con los anteriores a través de algún tipo de nexo como organizador de avance, por ejemplo: síntesis, esquemas, presentación de situación conocida. Esto involucra un diagnóstico inicial que ayuda al estudiante a tomar contacto con su punto de partida. Otro de tales requerimientos es que presenten una estructura que facilite su asimilación de modo que sea un punto de partida para una elaboración posterior como, por ejemplo: organigramas, flujogramas, algoritmos. También se requiere el uso de ejemplos que logren, a través de relaciones deductivas e inductivas, establecer relaciones con las leyes y principios de aplicación. Otro requisito es que el material didáctico cuente con una organización interna que facilite su interpretación.

En este tipo de programas se incorporan acciones de ayuda y de motivación hacia el estudiante, pero el resultado obtenido depende en realidad de la convicción de autoformación que él posea. Para que las metas y los contenidos didácticos planteados sean acordes a los mecanismos de motivación interna es necesario indagar en las características psicológicas de los estudiantes y de su contexto social. De lo dicho surge, como requisito fundamental, la necesidad de planificación.

La motivación es considerada un punto crítico que condiciona el éxito de un proceso de autoformación. Es posible interpretarla como un tipo de fuerza interna o externa que favorece la toma de decisiones, establece una direccionalidad, intensidad y persistencia en el comportamiento, (Sarramona López, 1999, p.33). Puede ser intrínseca y extrínseca. La primera está vinculada a un aspecto de la autoformación, la segunda, responde a acciones externas. La motivación intrínseca también se vincula a la *metacognición*, lo que supone una toma de consciencia y de control de mecanismos cognitivos que permiten dar continuidad a la implicación del estudiante en su proceso.

Sarramona López (1999) menciona como estrategias didácticas que favorecen la motivación extrínseca las siguientes:

- Utilizar un lenguaje claro, ameno y personalizado.
- Utilizar técnicas que orienten al aprendizaje estructurado y significativo.
- Identificar posibles dificultades y puntos más relevantes del programa, facilitando orientaciones para su superación.
- Incluir mecanismos que transmitan ánimo y seguridad.
- Posibilitar la realización de autoevaluación objetiva.
- Utilizar las posibilidades de comunicación del campus virtual.

Un diseño de recurso didáctico digital basado en la autoevaluación interactiva puede elaborarse a partir de un prototipo que simula observaciones sobre actuaciones en clases presenciales, y un ambiente de trabajo semejante al aula en función de aquellos objetos y situaciones que les son familiares (David y Dutel, 2004). Así, se podría contemplar que:

- sea una figura virtual del profesor quien propone un problema didáctico;
- el problema a resolver consista en un enunciado con ciertas preguntas semejantes a aquellas que utilizaría el profesor en el aula para sondear conocimientos previos y orientar la comprensión del enunciado;
- el estudiante tome notas en su cuaderno siguiendo el proceso habitual, destacando sus dudas, dificultades y aciertos;
- el profesor intervenga incentivando el recuerdo de conceptos claves, remarque aspectos a recordar, tal como lo haría en el pizarrón.

En Autoeval el escenario de trabajo utiliza metáforas que representan las entidades que entran en la composición del ambiente educativo semejante al aula. Tales entidades tienen una representación en la interfaz del software. La elección de la metáfora de mundo real para simbolizarlos es un principio ergonómico señalado por Coutaz (1990). Un ejercicio de Autoeval típico en su forma básica inicial, se formuló en las tres fases secuenciales (David y Dutel, 2004):

1. Tomar conocimiento del enunciado del problema.
2. Tomar nota de la respuesta del problema y su autoevaluación.
3. Formular una observación a propósito del problema.

Algunos de los elementos constitutivos del problema, son:

- el contenido disciplinar y el tema específico del problema;
- el objetivo educativo que se pretende;
- la calificación y tiempo asignados para la resolución;
- el enunciado en el que se plantea el problema de aplicación específico;
- el número de preguntas, y el listado de las mismas que integran la actividad.

CAPITULO 3

METODOLOGÍA

Investigar acerca de los recursos digitales que se introducen en las aulas universitarias de física requiere aproximarse a comprender la complejidad de los procesos que acompañan las acciones didácticas de los docentes, los marcos y decisiones institucionales a las que aquellas deben adecuarse y, en especial, a las respuestas de los estudiantes ante los recursos para su aprendizaje.

Como se ha expresado en el capítulo 2, la implementación de recursos digitales en la enseñanza entrelaza lineamientos teóricos de dimensiones diferentes (Fernández, 2007). En ellas, las dimensiones educativa, tecnológica y disciplinar se expresan en la estructura de las tareas académicas a través del currículo en acción (Gimeno Sacristán, 2008). Este último da cuenta de la cultura académica en la que se inserta e incluye desde los contenidos, métodos, experiencias, actividades y estrategias de aprendizaje, hasta las condiciones pedagógicas y didácticas para un aprendizaje significativo (Ausubel y otros, 1998).

La investigación se orientó por las preguntas planteadas en el capítulo 1, relacionadas al diseño del cuestionario didáctico (CD) como recurso para orientar el aprendizaje en la resolución de problemas de dinámica de rotación.

El hecho de que esta tesis se haya centrado en el estudio de un cuestionario digital mediatizado en una plataforma educativa responde al interés de indagar la potencialidad del recurso, como acción a través del Laboratorio Educación Virtual (LEV), en el marco de la dimensión política-institucional.

3.1. Diseño general de la investigación y enfoque metodológico

El diseño y enfoque metodológicos buscan respuestas a las preguntas de investigación planteadas en el capítulo 1. Ellas son:

- ¿cómo organizan los estudiantes sus modelos mentales en la comprensión lectora del enunciado de los problemas ofrecidos en el recurso digital?; ¿cómo operan las preguntas formuladas en él?
- ¿cómo opera el CD en la construcción de los modelos conceptuales que interesa enseñar?;
- ¿cuál es el efecto del CD como recurso de enseñanza en el desarrollo de las habilidades cognitivas requeridas para la resolución de los problemas propuestos?

Para atender a los objetivos de investigación, planteados en el apartado 1.5, la metodología usada en la investigación adoptó un enfoque cualicuantitativo, valiéndose del análisis de las actuaciones de los estudiantes ante la propuesta didáctica.

Con el objetivo de *indagar en la potencialidad del CD para el desarrollo de habilidades cognitivas y formas de pensamiento requeridas en la resolución de problemas de dinámica de rotación*, en primer lugar se realizó un diagnóstico. El mismo se orientó a caracterizar fortalezas y debilidades de los estudiantes en las nociones requeridas por el tema dinámica de rotación y las habilidades en resolución de problemas. Como instrumento de toma de datos se utilizó un cuestionario que se denominó Pretest.

El cuestionario como técnica resulta útil para reunir datos para investigación. A partir de las respuestas obtenidas, es posible buscar regularidades y relaciones entre variables o categorías en estudio. Además permite abarcar una muestra representativa de una población extendida en un determinado ámbito (David y Dutel, 2004; Hernández Sampieri y otros, 2006; Palma, 2007; Vallejo y otros, 2007). Rodríguez Gómez, Gil Flores y García Jiménez (1996) señalan al cuestionario como técnica que se emplea en particular, cuando se desea obtener respuestas de distintos sujetos sobre un mismo tipo de cuestión, con miras a buscar relaciones entre las mismas.

El instrumento Pretest estuvo integrado por preguntas cerradas con opciones de respuesta múltiple a través de las que se relevaron datos personales de los estudiantes y se abordó el contenido de dinámica de rotación. El análisis de relativo al conocimiento disciplinar se abordó con dos criterios diferentes. En primer lugar, se investigó el dominio conceptual de los estudiantes relativo a algunas nociones trabajadas en las unidades anteriores a la de dinámica de rotación, y que son requeridas en el nuevo tratamiento teórico, y otras desarrolladas en esta unidad. En segundo lugar se analizaron las respuestas en relación a

cinco categorías cognitivas.

El procesamiento de estos datos se realizó con un enfoque cuantitativo que buscó establecer, a partir de un número limitado de datos, la tendencia observada de los mismos según parámetros descriptivos y comparativos. El enfoque previó que a partir de dichos parámetros se pudieran establecer aserciones de conocimiento que permitiesen una caracterización diagnóstica del grupo de estudiantes, relativa a sus conocimientos iniciales (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2006).

La metodología de investigación de la actividad interactiva CD, fue principalmente cualitativa, y se centró en el análisis de la actuación del grupo de estudiantes que, luego de realizar el Pretest, continuó las actividades previstas.

El diseño del CD se orientó al desarrollo de las habilidades cognitivas requeridas en la resolución de problemas de la dinámica de rotación. Aprovechando las posibilidades ofrecidas por el recorrido interactivo de la actividad lección, se lo orientó a realizar un proceso constructivo integrado por cuatro instancias principales: cualitativa, de decisión, cuantitativa y de reflexión. En ellas se alternan momentos de: orientación al razonamiento con explicitación del mismo, y enriquecimiento o reestructuración, en el que se prevé la opción de realización de actividades de aproximación a los subprocesos y al contraste de resultados.

También incluye la oportunidad para que el estudiante pruebe y aplique sus concepciones revisadas, con posibilidad de realizar una toma de control de las posibles modificaciones en el razonamiento por comparación de las nuevas ideas con las iniciales, mediante el estímulo de un momento para esta reflexión.

Con los objetivos de *analizar los modelos mentales que construyen los estudiantes durante la resolución de los problemas propuestos en el CD, y de reconocer debilidades en la estructura y/o contenido del CD para el desarrollo propuesto*, se procedió a la identificación de rasgos que permitiesen caracterizar dichos modelos mentales, la toma de decisiones de cada estudiante frente a las opciones para resolverlos, los recorridos logrados y las reflexiones realizadas. A partir de estos resultados se espera dar respuesta a *¿cómo opera el CD en la construcción de los modelos conceptuales que interesa enseñar?, ¿cómo operan las preguntas formuladas en él?*

Al estudiar un cierto fenómeno tal como sucede en su propio contexto, el enfoque cualitativo promueve una comprensión profunda de carácter holístico, empírico, interpretativo (Stake, 1995), para poder dar el mismo sentido que tiene para los sujetos implicados (Denzin y Lincoln, 2005).

La pluralidad metodológica adoptada buscó enriquecer el estudio y fortalecer su validez compensando debilidades de una perspectiva mediante la incorporación de informaciones que proceden de la otra (Cook y Reichardt, 2005). Esta estrategia de integración metodológica permitió encontrar evidencias de los procesos que utilizan estudiantes de Física I de carreras de Ingeniería durante la organización de representaciones cuando resuelven problemas de dinámica de la rotación en función de las perspectivas y los significados que tienen para ellos. La elección de un formato de tipo digital con acceso directo por parte del estudiante, prevé la disminución de los efectos producidos por la presencia del entrevistador.

3.2. Consideraciones particulares del diseño y metodología del Pretest

3.2.1. Información a relevar

El instrumento se diseñó con 35 cuestiones: cinco preguntas referidas a aspectos personales y 30 enunciados disciplinares. Además, la información, emergente de la modalidad digital del Pretest constituyó otro aporte relativo al rendimiento académico del estudiante y del dominio de conocimientos previos. La información a relevada se agrupa en tres secciones:

Relativa a los aspectos personales: grupo etario, sexo, carrera de Ingeniería que cursa, autoevaluación inicial, lugar de procedencia. En cada aspecto se presentan opciones de respuestas alternativas codificadas.

Para el grupo etario de pertenencia se establecieron cuatro intervalos disjuntos que atienden al momento de ingreso a la carrera respecto a la conclusión de estudios secundarios con códigos de 1 a 4:

$X < 18$ años	(1)
$18 \text{ años} \leq X < 20$ años	(2)
$20 \text{ años} \leq X < 22$ años	(3)
$X \geq 22$ años	(4)

Respecto al sexo, se diferencié según 1 y 2:

Masculino	(1)
Femenino	(2)

Para la elección de la carrera de Ingeniería que estudia, identificada por las siglas de uso institucional, se usó la siguiente codificación:

Ingeniería mecánica (IM)	(1)	Ingeniería en computación (ICOM)	(7)
Ingeniería mecánica electricista (IME)	(2)	Ingeniería en agrimensura (IA)	(8)
Ingeniería electrónica (IE)	(3)	Ingeniería biomédica (IB)	(9)
Ingeniería aeronáutica (IAER)	(4)	Ingeniería civil (IC)	(10)
Ingeniería industrial (II)	(5)	Ingeniería química (IQ)	(11)
Ingeniería ambiental (IAMB)	(6)		

El lugar de procedencia, atendiendo a la distancia respecto a la Facultad, se diferenció en 4 grupos:

Ciudad de Córdoba	(1)
Interior provincia de Córdoba	(2)
Otra provincia	(3)
Otro país	(4)

La situación académica al momento de realizar el Pretest, tuvo como opciones codificadas:

Regular	(1)
Libre	(2)

La autoevaluación del conocimiento inicial se presentó, con una escala cualitativa tipo Likert de 5 opciones:

Excelente	(1)
Muy bueno	(2)
Bueno	(3)
Pobre	(4)
No tiene	(5)

Vinculada al conocimiento inicial. Se presentó en forma de 30 enunciados referidos tanto a nociones conceptuales como a su aplicación en situaciones concretas. Los mismos se plantearon en forma de 15 afirmaciones falsas y 15 verdaderas.

Diecisiete enunciados (57 %) involucran temas correspondientes a unidades anteriores a la VII (apartado 1.2). Los 13 restantes (43 %) abordan temas específicos de la unidad VII, Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Pretest: contenidos de enunciados según unidades del programa

Unidad	Cantidad de enunciados	Enunciados
II	9	8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 18
III	7	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
IV	1	23
VII	---	13 11, 12, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30
Totales	17 (57 %)	13 (43 %)

Para dar las respuestas se previó la utilización de una escala Likert de tres opciones: falso, verdadero, *no sé*. Esta última opción, fue incluida a fin de considerar la imposibilidad de

responder con certeza entre verdadero y falso, sin forzar una elección arbitraria de una de ellas. La misma también permite obtener información relativa a contenidos que el estudiante reconoce como no conocidos o con bajo nivel de aprendizaje.

Estos enunciados son agrupados en el apartado 3.2.2, en categorías cognitivas.

Aportado por el software: el nombre del estudiante, fecha y hora de finalización, tiempo utilizado, las respuestas realizadas por los estudiantes. En relación al nombre, a cada estudiante (identificado por su nombre y apellido) a los efectos de preservar su anonimato en esta tesis, se le asignó un código nominal de hasta dos dígitos.

3.2.2. Las categorías cognitivas

La treinta cuestiones disciplinares que integran el Pretest se seleccionaron de manera que demandasen para su abordaje algunas de las siguientes competencias cognitivas de base para la dinámica de rotación: (a) comprensión de conceptos, (b) identificación de movimientos específicos, (c) interpretación de datos brindados a través de unidades o en forma gráfica, (d) reconocimiento de relaciones entre magnitudes, (e) aplicaciones que involucran relaciones simples.

(a) Comprensión de conceptos. Esta categoría incluyó enunciados en los que interesa conocer el alcance del significado construido por el estudiante para las principales nociones físicas. Esta es una de las categorías centrales en esta etapa del estudio por cuanto incluye los conceptos básicos sobre los cuales se organiza el entramado teórico de la dinámica de la rotación. Incluye los siguientes enunciados: desplazamiento angular (enunciado 1), centro de masa (11), brazo de momento (13), representación vectorial del momento de una fuerza (14), momento polar de una fuerza (17), radio de giro (19), momento de inercia (21), inercia (23), aspecto dinámico del rodamiento (25), aceleración angular en la 2° ley de Newton generalizada (30):

Enunciado 1 (falsa): *Un objeto gira desde una posición A hasta la posición B, el ángulo entre A y B es el desplazamiento lineal en radianes.*

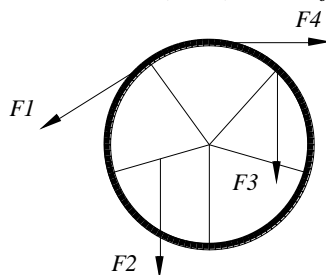


Figura 3.1. Esquema que acompaña a los enunciados 8, 9, 10, 11, 12 y 13 de Pretest

Contenido: desplazamiento angular. Demanda cognitiva: construir una representación mental de la situación descrita en la primera parte de la oración que dé sentido a una definición de desplazamiento angular y permita identificar como falsa a la afirmación. El sistema de unidades utilizado completa la noción de ángulo explicitada.

Enunciado 11 (falsa): *En la figura [Figura 3.1] se muestra un aro de diámetro D montado sobre 5 varillas igualmente*

distribuidas y 4 fuerzas aplicadas según se observa. El centro de masa de cada varilla coincide con el centro de masa del conjunto.

Contenido: centro de masa. Demanda cognitiva: reconocer la información relevante, a partir de la comprensión del concepto de centro de masa, reconocer el centro de masa de cada varilla (supuesta homogénea) e identificar el centro de masa (CM) del conjunto en función de la distribución espacial de los elementos que lo integran (aro y varillas) para establecer la falsedad del enunciado.

Enunciado 13 (falsa): *En la figura [Figura 3.1] se muestra un aro de diámetro D montado sobre 5 varillas igualmente distribuidas y 4 fuerzas aplicadas según se puede observar. El brazo de momento de las fuerzas F_1 , F_2 , F_3 y F_4 respecto al centro, es igual al radio del aro.*

Contenido: brazo de momento. Demanda cognitiva: teniendo en cuenta que en la referencia de una figura ya presentada opera una reducción de la carga cognitiva por existencia de información previamente elaborada, se aplica el concepto físico de brazo de momento, como distancia entre la dirección de la fuerza y el eje de rotación, para identificar los casos en que coincide o no con el radio del aro.

Enunciado 14 (verdadero): *El momento es un vector perpendicular al plano definido por la dirección del vector posición y la del vector fuerza, y su sentido se define por la regla de la mano derecha.*

Contenido: representación del vector momento de una fuerza. Demanda cognitiva: organizar una representación mental del momento de una fuerza como resultado de un producto vectorial identificando particularmente las magnitudes que participan para lograr validar el enunciado.

Enunciado 17 (falso): *El momento de una fuerza es el producto escalar entre los vectores posición y fuerza.*

Contenido: momento polar de fuerza. Demanda cognitiva: reconocer el carácter vectorial de la magnitud momento de una fuerza, o bien, el carácter escalar del módulo de las magnitudes vectoriales que participan en el enunciado a fin de reconocer el error conceptual en el mismo.

Enunciado 19 (verdadero): *El radio de giro es la distancia desde el eje de giro a un punto donde se supone concentrada la masa del cuerpo de modo que el momento de inercia respecto a dicho eje sea el producto de la masa por el cuadrado del radio de giro.*

Contenido: radio de giro. Demanda cognitiva: diferenciar el concepto de radio de giro de la noción geométrica asociada a la palabra radio (radio de la esfera, el círculo o la circunferencia), comprender el concepto de radio de giro.

Enunciado 21 (verdadero): *El momento de inercia es una medida de la inercia a la rotación.*

Contenido: momento de inercia. Demanda cognitiva: extender la comprensión de la noción de inercia relativa al caso de traslación, comprender la influencia de la distancia al eje para el caso de una rotación.

Enunciado 23 (verdadero): *La inercia es la tendencia de todos los objetos para resistir cambios de movimiento.*

Contenido: inercia. Demanda cognitiva: interpretar la noción de inercia atendiendo a las observaciones emergentes del fenómeno en que se implica.

Enunciado 25 (falso): *Un cuerpo puede rodar sin deslizar sobre un plano inclinado aun sin fricción entre ambos.*

Contenido: rodadura sin deslizamiento. Demanda cognitiva: construir un modelo mental dinámico de rodadura sin deslizamiento con la inclusión de las interacciones presentes y no explicitadas (el peso y la fuerza normal al plano), comprender el concepto de momento de fuerza, analizar el efecto de cada interacción sobre el movimiento a fin de reconocer que no puede haber rotación.

Enunciado 30 (verdadero): *El aumento (o disminución) de la velocidad angular es producido por aplicación de un momento de fuerza.*

Contenido: causa del cambio de la velocidad angular. Demanda cognitiva: comprender la relación causal entre el momento de fuerza y las variaciones observables de velocidad angular en relación al tiempo (noción básica de la dinámica de rotación).

(b) Identificación de movimientos específicos. Esta categoría incluyó enunciados en los que se indaga en el aprendizaje alcanzado por el estudiante en relación con algunas nociones cinemáticas vinculadas con el movimiento circular: aceleración centrípeta (enunciado 2), aceleración angular constante (4), aspecto cinemático del rodamiento (28).

Enunciado 2 (verdadero): *Un movimiento que tiene una aceleración centrípeta nula es rectilíneo.*

Contenido: aceleración centrípeta. Demanda cognitiva: construir la representación mental de un movimiento que satisfaga la condición de aceleración centrípeta nula ($a_c = 0$). Luego, recordar e interpretar el significado de la a_c , reconocer que no cambia la dirección de la velocidad lineal e inferir la forma de la trayectoria.

Enunciado 4 (verdadero): *Un movimiento circular con aceleración angular constante se llama movimiento circular uniformemente variado.*

Contenido: aceleración angular constante. Demanda cognitiva: recordar y comprender la relación del movimiento circular que vincula una variable angular con otra lineal: $\mathbf{a}_T = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}$, inferir la constancia de \mathbf{a}_T , para reconocer el tipo de movimiento.

Enunciado 28 (verdadero): *Un cuerpo puede rotar y desplazarse simultáneamente en un movimiento que recibe el nombre de rodamiento.*

Contenido: rodamiento. Demanda cognitiva: por un lado, diferenciar los términos “rotar” y “rodar” y, por otro, construir la noción de rodamiento como la superposición de una traslación y una rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de masa.

(c) Interpretación de datos brindados a través de unidades o mediante figuras esquemáticas. Esta categoría incluyó enunciados en los que interesa reconocer la habilidad para interpretar la información dada en un enunciado sobre: frecuencia (enunciado 3), desplazamiento (6) y aceleración angular (7), ángulo entre vectores (8).

Enunciado 3 (falso): *La cantidad 1800 rpm antihorario, expresa módulo y sentido de la magnitud velocidad angular.*

Contenido: frecuencia. Demanda cognitiva: reconocer la unidad rpm (revoluciones por minuto) como unidad de frecuencia, n/t y no como velocidad angular, ω si bien está relacionada con ella, $\omega = 2\pi n/t$. En este sentido, carece de dirección y sentido, por ser una magnitud escalar.

Enunciado 6 (falso): *La cantidad 1200 revoluciones expresa el módulo de la magnitud desplazamiento angular.*

Contenido: desplazamiento angular. Demanda cognitiva: reconocer n revoluciones como equivalentes a n vueltas para transformarlas a desplazamiento angular en el sistema radial como $2\pi n$.

Enunciado 7 (falso): *Radián por segundo es una unidad de aceleración angular.*

Contenido: aceleración angular. Demanda cognitiva: reconocer que la unidad indicada corresponde a velocidad angular.

Enunciado 8 (falso): *En la figura [Figura 3.2] se muestra un aro de diámetro D montado sobre 5 varillas igualmente distribuidas y 4 fuerzas aplicadas. En la posición que se observa, el ángulo entre el vector posición y el vector fuerza $F3$ es 72° .*

Contenido: ángulo entre vectores. Demanda cognitiva: interpretar la figura que acompaña al texto, reconocer en ella el ángulo al que se hace referencia y recuperar información de contenidos y procedimientos geométricos para responder a lo solicitado.

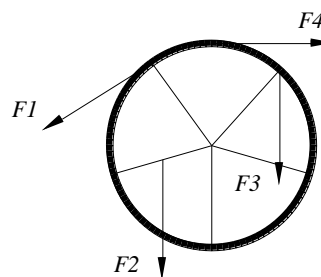


Figura 3.2. Esquema que acompaña a los enunciados 8, 9, 10, 11, 12 y 13 de Pretest

(d) Reconocimiento de relaciones entre magnitudes físicas. Esta categoría incluyó enunciados en los que interesa conocer la manera en que el estudiante establece vínculos entre magnitudes y las interpreta desde el punto de vista tanto físico como matemático: relación entre aceleración angular y tangencial (enunciado 5), módulo del momento de fuerza tangencial (15), brazo de momento y momento de fuerza (18), momento de inercia en relación a la forma (22) y a la posición del eje de rotación (24), momento de inercia como constante de proporcionalidad (26).

Enunciado 5 (falso): *En un movimiento circular, la aceleración tangencial es igual al cociente entre la aceleración angular y el radio.*

Contenido: relación entre aceleración angular y tangencial. Demanda cognitiva: construir un modelo conceptual relacional entre variables cinemáticas e integrarlo con la formalización matemática correspondiente. También es posible que el estudiante recurra al análisis dimensional como recurso para validar o no la relación matemática enunciada.

Enunciado 15 (verdadero): *Si se aplica una fuerza F tangencial a un cilindro de radio R , entonces el módulo del momento resultante respecto al eje es $F R$.*

Contenido: módulo del momento de una fuerza tangencial. Demanda cognitiva: construir un modelo que remita a un cuerpo de geometría cilíndrica con radio R , reconocer geoméricamente la dirección de una fuerza aplicada tangencialmente y representar el vector posición de la fuerza respecto al eje del cilindro a fin de establecer la relación: $|\tau_e| = F_T R$.

Enunciado 18 (verdadero): *El módulo del momento de una fuerza respecto a un punto puede calcularse como el producto del brazo de momento o brazo de palanca (menor distancia entre la recta de acción de la fuerza y el punto) y el módulo de la fuerza.*

Contenido: módulo del momento de una fuerza y brazo de momento. Demanda cognitiva: construir un modelo que incluya la interpretación de las magnitudes fuerza y brazo de momento según el significado previamente elaborado para recuperar las relaciones entre ellas para contrastarlas, incluyendo lograr reconocer geoméricamente la menor distancia entre un punto y una dirección perpendicular a la misma. $|\tau| = d_{min} |F|$; $d_{min} \perp \vec{F}$.

Enunciado 22 (falso): *El momento de inercia no depende de la forma del cuerpo.*

Contenido: momento de inercia y forma del cuerpo. Demanda cognitiva: comprender la relación entre momento de inercia y la distribución de una cierta cantidad de masa establecida en la definición operativa $I_o = \int r^2 dm$, respecto al eje O .

Enunciado 24 (verdadero): *El momento de inercia depende de la posición del eje de rotación.*

Contenido: momento de inercia y posición del eje de rotación. Demanda cognitiva: profundizar la elaboración de significado de momento de inercia, analizar la influencia de diferentes posiciones del eje de rotación a partir de la comprensión de la definición operativa $I_o = \int r^2 dm$.

Enunciado 26 (verdadero): *La constante de proporcionalidad entre momento de fuerzas y aceleración angular es el momento de inercia.*

Contenido: momento de inercia como constante de proporcionalidad. Demanda cognitiva: conceptualizar la relación matemática entre las variables involucradas en la 2° ecuación cardinal o 2° ley de Newton generalizada $\vec{M}_R = I_z \vec{\alpha}$.

(e) Aplicaciones que involucran relaciones simples. Esta categoría incluyó enunciados en los que interesa reconocer la capacidad del estudiante para aplicar los conceptos y relaciones en casos que involucran análisis simples: momento de fuerza neto (enunciado 9), ángulo central (10), momento de inercia de un sistema compuesto (12), teoremas de Varignon (16) y Steiner (27), momento de fuerza de tensión de un volante (20), segunda ley generalizada (29).

Enunciado 9 (falso): *En la figura [Figura 3.3] se muestra un aro de diámetro D montado sobre 5 varillas igualmente distribuidas y 4 fuerzas aplicadas según se puede observar. Si se establece como convención que el giro antihorario es negativo entonces, el módulo del momento resultante será el módulo de $(MF1 + MF2 - MF3 - MF4)$ (siendo MF el momento cada fuerza).*

Contenido: momento de fuerzas resultante. Demanda cognitiva: organizar una representación mental atendiendo a la lectura e interpretación del enunciado (en su formato de texto y dibujo); comprender el significado vectorial de momento de una fuerza, o bien, recordar su definición operativa; aplicar el concepto de momento de una fuerza e identificar el sentido del mismo en el caso de cada una de las fuerzas planteadas; interpretar el convenio de signos indicado.

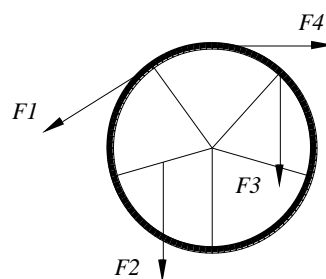


Figura 3.3. Esquema que acompaña a los enunciados 8, 9, 10, 11, 12 y 13 de Pretest

Enunciado 10 (verdadero): *En la figura [Figura 3.4] se muestra un aro de diámetro D montado sobre 5 varillas igualmente distribuidas y 4 fuerzas aplicadas según se puede observar. Si los 5 radios están igualmente distribuidos, cada ángulo central vale 72° .*

Contenido: ángulo central. Demanda cognitiva: reconocer la regularidad de la distribución de las varillas y recordar la noción geométrica de ángulo central en grados sexagesimales (360°).

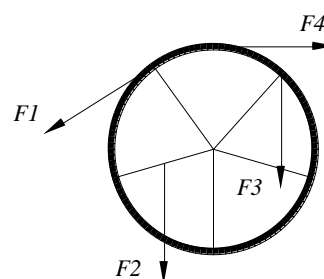


Figura 3.4. Esquema que acompaña a los enunciados 8, 9, 10, 11, 12 y 13 de Pretest

Enunciado 12 (falso): *En la figura [Figura 3.4] se muestra un aro de diámetro D montado sobre 5 varillas igualmente distribuidas y 4 fuerzas aplicadas según se puede observar. El momento de inercia del conjunto, se obtiene sumando el momento de inercia del aro más el momento de inercia de las 5 varillas respecto al respecto al centro de masa de cada uno.*

Contenido: momento de inercia de un sistema compuesto. Demanda cognitiva: organizar una representación mental favorecida por haber sido previamente ya construida para una cuestión anterior y aplicar el concepto de momento de inercia de un cuerpo, su carácter de magnitud escalar y la dependencia de su valor respecto a la ubicación del eje alrededor del cual se infiere una posible rotación para elaborar el momento de inercia respecto a un único eje de conjunto.

Enunciado 16 (verdadero): *En un sistema de fuerzas el momento resultante con respecto a un punto es igual a la suma de los productos vectoriales entre cada vector posición y la respectiva fuerza.*

Contenido: teorema de Varignon, momento de fuerzas resultante. Demanda cognitiva: extender a un sistema de fuerzas, la conceptualización del carácter vectorial de la magnitud de momento de una fuerza para encontrar el momento resultante como suma de vectores individuales. $\vec{M}_R = \sum_{i=1}^n \vec{d}_i \times \vec{F}_i$.

Enunciado 20 (falso): *En el experimento Volante de inercia, el momento de fuerza aplicado al volante sin considerar fricción es $T \cdot R$, siendo T la tensión en la cuerda y R el radio del volante.*

Contenido: momento de la fuerza de tensión en un volante. Demanda cognitiva: recordar la situación experimental a la que se hace referencia; reconocer a la fuerza de tensión T como una acción dinámica ejercida por la cuerda sobre el volante, diferente del peso suspendido de ella; aplicar el concepto de momento de una fuerza e identificar que T tiene dirección tangencial y que, dado que está aplicada sobre el carrete, su brazo de momento es el radio r del mismo, con $|M_e| = Tr$.

Enunciado 27 (falsa): *El momento de inercia respecto a un eje que no pasa por el centro de masa se calcula con el teorema de Varignon.*

Contenido: teorema de Steiner o de los ejes paralelos. Demanda cognitiva: organizar un modelo conceptual que relacione el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el centro de masa, con la posición de otro eje, considerado paralelo al anterior, $I_Z = I_{CM} + md^2$.

Enunciado 29 (verdadero): *El momento de fuerzas resultante se puede obtener por el producto entre el momento de inercia y la aceleración angular correspondiente.*

Contenido: segunda ley generalizada. Demanda cognitiva: comprender la 2° ecuación cardinal o 2° ley de Newton generalizada como la relación causal básica de la dinámica de rotación, de modo de organizar un procedimiento de cálculo alternativo a la definición: $\vec{M}_O = I_O \vec{\alpha}$.

3.2.3. Sujetos de la investigación

Un conjunto de 77 estudiantes accedieron a realizar el Pretest. De ellos seis respondieron parcialmente el cuestionario. Por tanto, el grupo de sujetos de investigación se conformó con los 71 estudiantes que respondieron completamente el mismo. Fueron identificados por códigos de 1 a 71.

3.2.4. Información a relevar con el Pretest

Los cinco primeros enunciados relevan datos personales del estudiante: grupo etario, sexo, carrera, procedencia y resultados de la autoevaluación. A esta información se agrega

la situación académica a partir de las planillas de la cátedra al momento de iniciar el procesamiento de datos en marzo de 2015.

La información disciplinar obtenida se organizó en una matriz de datos. En ella, cada fila corresponde a uno de los 71 estudiantes sujetos de investigación, acompañado de 30 columnas con las cuestiones planteadas. En consecuencia, resultó una matriz M (71x30), en la que el número de filas $n = 71$ corresponde al total de estudiantes; mientras que el número de columnas $p = 30$:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & p = 30 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ n = 71 & \cdots & 71 \times 30 \end{bmatrix}$$

3.2.5. Procesamiento de datos

En primer lugar se estableció, por filas, el porcentaje de respuestas correctas obtenido por cada estudiante. A fin de analizar el desempeño del grupo, se establecieron cuatro intervalos. Se adoptó como límite entre intervalos centrales, el establecido por criterio institucional para la condición de aprobación. El mismo se ubica en un nivel mayor o igual al 60 % de contenidos. Por tanto, tal valor, distingue en primer lugar dos grupos principales: los que alcanzarían la cantidad de contenidos suficientes para aprobar y los que no lo alcanzarían. Luego cada grupo se desdobra en otros dos, dando lugar a los cuatro siguientes intervalos de respuestas correctas: [80,100]; [60,80); [30,60); < 30.

Un criterio similar se utilizó para el análisis por columnas. Para cada enunciado por columna, se analizó el nivel dificultad encontrado en las respuestas. Se denominó como enunciado *sin dificultad*, si tiene más del 60 % de estudiantes con respuestas correctas; enunciado *con dificultad*, si no alcanza dicho 60%. La última situación incluye los casos de respuestas incorrectas y los *no sé*. Así, para cada enunciado se obtiene, por estudiante, la cantidad de correctas, incorrectas y *no sé*, el valor porcentual respectivo y a continuación se establecen los dos grupos: enunciados sin y con dificultad.

A continuación, por una parte se indagó la relación de ambos grupos con el contenido principal asociado según lo consignado en Tabla 3.1, y por otra se analizaron los parámetros de la tendencia central según las categorías cognitivas establecidas en el apartado 3.2.2.

3.3. Consideraciones particulares del diseño y metodología del CD

3.3.1. Diseño y organización

En primer lugar se analiza la orientación según las dimensiones (apartado 2.3.2):

Financiera y política. Se enmarca en las definiciones de política educativa de la UNC y de FCEFyN asociadas con la institucionalización de plataformas educativas y aulas virtuales, en este caso, a través de la propuesta del LEV.

Tecnológica. Como se expresó en el apartado 2.3.5, el soporte de un recurso digital admite diferentes formatos e incorporación de atributos. El software Moodle aprovecha esta tecnología, para crear recursos educativos, tal como la actividad lección.

Una lección constituye un medio flexible que se adapta a las propuestas didácticas del profesor (apartado 2.3.6) y puede ser utilizado por gran cantidad de estudiantes ubicados en el mismo o diferentes lugares, incluso simultáneamente.

El CD se diseña con el formato lección e incluye sus atributos. Utiliza una serie de páginas interconectadas por hipertextos, con posibilidad de intercalar ramificaciones o bifurcaciones y crear recorridos interactivos. En el diseño del CD se configura el desplazamiento posterior a una respuesta del estudiante. Así, una respuesta incorrecta puede llevarlo de nuevo a la página inicial, o presentarle una página con una nueva explicación más específica asociada con la opción incorrecta. El recorrido particular depende de las respuestas concretas del estudiante.

Las páginas interconectadas combinan diferentes atributos que alternan diferentes instancias didácticas y serán descritas en el apartado 3.3.2. En ellas, se presentan cuestionarios de opciones múltiples, verdadero o falso o bien, el tipo de preguntas *ensayo*, en las que por medio de un procesador de textos se habilita a redactar respuestas en formato digital, creando un registro para cada usuario que se almacena en la memoria.

Gestión. Es posible diferenciar dos formas de gestión. Una de ellas es de orden docente administrativa y se relaciona con las actividades requeridas para implementar la actividad virtual. En general, incluyen las tareas de digitalización de las preguntas e imágenes, organización del material multimedia complementario, construcción de la actividad digital, configuración de cuestionarios (calificación, organización de grupos, intentos permitidos, disponibilidad temporal), difusión, presentación y organización general como inscripciones, atención de correos y bajas de los estudiantes en la actividad.

La otra forma de gestión refiere al rol que toma el profesor en el escenario educativo en

cuanto acción y se desarrolla al tratar la dimensión didáctica.

Disciplinar. Se seleccionaron cinco problemas que involucran las mismas nociones físicas (momento de fuerza, momento de inercia, aceleración angular y la relación entre ellas) pero con niveles crecientes en complejidad, el último de ellos aborda una situación experimental. La descripción de cada uno de ellos, se presentará en el apartado 3.3.3.

Didáctica. Contempla una secuencia de actividades, en las que se alternan diferentes momentos. En el primero se *estimula* el razonamiento cualitativo mediante la formulación de preguntas abiertas (de tipo ensayo); la *explicitación* del mismo es lograda mediante la redacción en formularios digitales provistos por el software; *construcción y/o reconstrucción*, que ponen a prueba las concepciones de los estudiantes por medio del contraste con los resultados de la resolución cuantitativa. Finalmente, se incluye un momento de *revisión del cambio de representación* por medio de la reflexión de la propia acción realizada, sobre cuáles fueron los errores cometidos y sobre las dudas que persisten a fin de estimular la comparación de las nuevas ideas con las iniciales.

La resolución cuantitativa, incorpora procedimientos alternativos, de los que resultan trayectorias diferentes: autónoma, orientada, e interactiva. La trayectoria autónoma ofrece al estudiante solo la posibilidad de contrastar el resultado. En la trayectoria orientada, se propone una aproximación a los subprocesos del principal. En la trayectoria interactiva, el estudiante accede a la misma aproximación, pero no por elección, sino luego de resolver incorrectamente en forma autónoma.

La actividad plantea cinco problemas de dinámica de rotación que abordan el mismo conjunto de nociones centrales, en situaciones de complejidad creciente. Para ser capaces de aplicar un concepto en una variedad de contextos, los estudiantes deben ser capaces no sólo de comprender el concepto, sino también, de reconocer su importancia en una situación física dada. Para aplicar los conceptos enseñados a situaciones no aprendidas de memoria se requiere un razonamiento cualitativo. Este tipo de habilidad puede desarrollarse al practicar la resolución de este tipo de problemas, explicando sus razonamientos (McDermott, 1998).

El cuestionario didáctico se orienta a establecer una valoración cualitativa del proceso desarrollado, omite la calificación, de manera tal que prime el interés por aprender por sobre el aprobar.

En el apartado 3.5.3 se presentará un detalle de las acciones previstas en el diseño para cada uno de los problemas incluidos en el CD.

Mediatización y mediación. El CD se organiza como un escenario de interacciones según se presentó en el apartado 2.3.3. En él, el estudiante se relaciona con el discurso didáctico, el cuál como proceso de enseñanza, lo refiere a los criterios de la comunidad epistémica, mientras que como proceso de estudio interactúa con las competencias básicas a fin de lograr las específicas de la dinámica de rotación.

A través del discurso didáctico se promueven páginas virtuales intercaladas con diferentes instancias didácticas. En el apartado 3.3.2 se presentará un detalle de las mismas. La combinación de páginas se utiliza para crear condiciones propicias para el desarrollo de un proceso autónomo de construcción de conocimientos o autoformación.

La calidad de la mediatización del CD se desprende de los atributos tecnológicos provistos por la plataforma educativa (apartado 2.3.5) en combinación con internet. Tal mediatización consistió en recorridos interactivos con acceso autónomo desde terminales conectadas a la red. De esta manera, al abordar la resolución de un problema desde una terminal, cada estudiante decidió la manera de desplazarse en la resolución de cada problema propuesto en el CD, conformando una trayectoria individual.

La mediatización del recurso permite el acceso de los estudiantes a diferentes instancias didácticas. La mediación se proyecta en la interrelación del discurso didáctico con el estudiante (Ibáñez Bernal, 2007) (véase 2.3.3), por medio de dos procesos: enseñanza y estudio.

El proceso de enseñanza es la acción de referir al estudiante a los modelos conceptuales de la dinámica de rotación, y se entiende como una actividad personal y no privativa del profesor, sino que se plantea utilizando el CD como intermediario. En la lógica de *trabajo orientado*, se hace referencia a la actitud y a las acciones con que podría mediar un profesor experimentado en una clase presencial.

En el escenario virtual, es el discurso con fines didácticos el que orienta la actividad a través de preguntas, pautas de tareas y retroalimentaciones. A través del discurso didáctico se orienta, por ejemplo: a disponer de los elementos cuaderno, libro, lápiz, goma y calculadora, de manera similar a su empleo durante la resolución de problemas de lápiz y papel; a profundizar el estudio de un tema; revisar cálculos realizados en el cuaderno de notas; expresar dudas; reflexionar sobre errores cometidos y dificultades identificadas.

Es a través del discurso didáctico que se plantean las instancias de resolución cualitativa, cuantitativa, de reflexión metacognitiva y de decisión.

Como problema cualitativo, se plantea un conjunto de preguntas de tipo *abiertas*, que demandan responder en forma de expresión escrita y tienen como objetivo estimular y

motivar al estudiante a la comprensión lectora del problema utilizando su propio estado de conocimiento inicial. Cómo problema cuantitativo tiene opción a ser resuelto en una trayectoria autónoma, o bien, seguir un proceso orientado por pasos, de aproximación al contenido estudiado por medio de respuestas de tipo *cerrado*. En las instancias metacognitivas se espera que el estudiante “construya y reconstruya sus actitudes a partir de la forma en que percibe y razona su propias acciones.” (Pozo Muncio y Gómez Crespo, 1998/2006). La inclusión de bifurcaciones en las trayectorias, en las que se enfrenta al estudiante a decidir, estimula la toma del rol activo y el posicionamiento autónomo.

El segundo proceso, estudio, se establece en el contacto funcional del estudiante con el discurso didáctico. El estudio a través del CD exige al estudiante la capacidad básica de responder a la modalidad en que se configura el discurso didáctico (lectoescritura digital, interpretación de imágenes, navegación por el documento), y provee diferentes tipos de contenido.

En lo procedimental, el proceso de estudio requiere poner en marcha un conjunto de procesos cognitivos, que se enfocan a desarrollar desde simples técnicas y destrezas a estrategias de aprendizaje y razonamiento. Las últimas requieren disponer de recursos cognitivos de control, con una reflexión consciente, dirigidas al análisis de los procedimientos seguidos en cada caso, el control de su realización y el contraste con los resultados obtenidos.

Para lograr la comprensión de contenido declarativo durante el estudio, el estudiante tendrá que identificar los referentes empíricos y abstractos presentes en el discurso didáctico y en los enunciados, dar significados y organizar modelos mentales de lectura comprensiva representativos de ambos referentes. A partir de estas representaciones podrá realizar análisis y estrategias de razonamiento para cuantificar a través de dichos modelos, el valor de la magnitud o incógnita que constituye el *problema* del estudiante.

3.3.2. Instancias didácticas

En el CD, las instancias didácticas toman la forma de páginas conectadas. Las instancias didácticas que se incluyen en las resoluciones son: una página inicial común a todos, con la organización de la actividad, enunciado del problema, elaboración cualitativa, elección de la modalidad de resolución, elaboración de subprocesos, valoración de la incógnita problema, e instancias metacognitivas. La cantidad de páginas es variable en cada problema según la extensión requerida para la resolución. La identificación de las páginas se realiza enumerándolas según se indicará en el apartado 3.3.3.

Organización didáctica. Se presenta en la página inicial del CD, es única, en forma de bienvenida al estudiante. No se numera o se designa página (0). En ella se sugieren las condiciones consideradas propicias para el desarrollo de actitudes autónomas y se describe el escenario en el que desarrollará la actividad destacando su carácter didáctico.

Enunciado del problema. Se encuentra al inicio de los cinco problemas, es el enunciado en forma textual acompañado de una imagen en formato digital con excepción del problema 4, que no tiene imagen. Se designa página (1) en los cinco problemas.

Elaboración cualitativa. Es la página siguiente a cada enunciado. Consiste en preguntas abiertas que el estudiante responde en forma textual. Está orientada al reconocimiento de indicadores de la comprensión lectora del problema y de la organización de representaciones mentales a partir del conocimiento previo de cada estudiante. A la vez constituye el texto sobre el cual se indagará en el modelo mental que construye cada uno en la comprensión lectora de la situación planteada y al idear un procedimiento de resolución. Se designa página (2) en los cinco problemas.

Elección de la modalidad de resolución. Es una página con ramificaciones que se intercala en diferentes momentos durante la resolución del mismo problema. Permite al estudiante optar entre resolver individualmente (trayectoria autónoma), o bien a un recorrido por pasos, (trayectoria orientada). Una página de este tipo, se ubica en los niveles de I a IV, a continuación de la elaboración cualitativa, en este caso se numera como página (3) y está ausente en el nivel V.

Elaboración de subprocesos. Esta instancia está integrada por una secuencia de páginas de cantidad variable en las que se desglosa un subproceso de un problema. El criterio es aproximarse al contenido (en forma de zoom) revisando sucesivos niveles de complejidad. Así, pueden aparecer varias ramificaciones por cada concepto requerido para avanzar dentro de la resolución de un mismo problema. Entre ramificaciones se intercalan páginas de contenido en las que por medio de preguntas de tipo verdadero o falso y de múltiple elección se realiza una mayor aproximación a los contenidos. En general el tipo de preguntas correspondientes a subprocesos, es verdadero o falso. Es claro que en estas, una respuesta errónea pone en conocimiento que la correcta era la otra. Se accede a la instancia de elaboración de subprocesos al elegir resolución por pasos (trayectoria orientada) y, también en los casos en que por interacción didáctica se sugiere al estudiante (trayectoria interactiva).

Valoración de la incógnita problema. Es posible acceder a esta instancia desde los tres tipos de trayectorias: autónoma, orientada e interactiva. En esta valoración convergen los resultados de los subprocesos incluidos. El tipo de pregunta es de múltiple elección. Al

responder con error en las preguntas de elección múltiple, se utiliza la retroalimentación para alertar al estudiante y sugerir la revisión del proceso. No se impide avanzar, la revisión es una opción que queda librada a decisión del mismo estudiante. El número de página varía según el problema.

Instancia metacognitiva 1: reflexión sobre modificación de representación. Esta es una página con respuesta abierta que se intercala después de la valoración de la incógnita. Se accede a ella por trayectoria orientada o interactiva. En ella se orienta a la reflexión y al reconocimiento de los posibles errores cometidos.

Instancia metacognitiva 2: reflexión sobre dudas. Es una página de respuesta abierta que se ubica al final de cada problema. Se accede a ella en todas las trayectorias. Se indaga acerca de dudas, inquietudes o inconvenientes que el estudiante considere relevante expresar.

3.3.3. Situaciones problemáticas

3.3.3.1. Nivel I: cilindro que gira sobre un eje fijo

Un cilindro de 25 kg de masa con un radio de 20 cm gira a 1800 rpm alrededor del eje fijo. ¿Cuál será el módulo de la fuerza F_0 , que se necesitará aplicar en una dirección tangencial a la superficie del cilindro para detenerlo después de 1200 revoluciones?

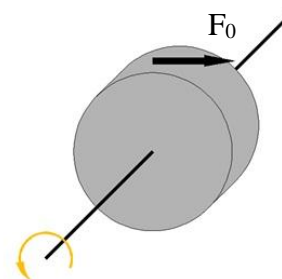


Figura 3.5. Esquema que acompaña al enunciado del problema de nivel I

Plantea el caso de un cuerpo rígido con geometría regular (cilindro) que rota alrededor de un eje fijo, que pasa por su centro de masa, cuando se le aplica una fuerza tangencial durante un cierto intervalo de tiempo con el objetivo de detenerlo, Figura 3.5.

La modelización del problema demanda transitar desde el modelo de partícula con el cual se ha elaborado el movimiento de traslación, al modelo para estudiar la rotación: el cuerpo rígido. La resolución de un problema en el que se incluye la modelización de un cuerpo rígido implica dar significado a nuevos entes y variables físicas, y resignificar otros.

Desde el punto de vista conceptual, la resolución de este problema requiere que el estudiante identifique al momento de la fuerza como interacción responsable de modificar la rotación, al momento de inercia como la propiedad relevante de este tipo de movimiento, y significar variables cinemáticas del mismo:

Traslación		Rotación
modelo de partícula	→	modelo de cuerpo rígido
vector fuerza	→	vector momento de fuerza
Masa	→	momento de inercia
variables cinemáticas lineales	→	variables cinemáticas angulares

Resolución

En relación con las fuerzas que participan, se menciona y representa gráficamente a \mathbf{F}_0 . Las restantes: el peso (\mathbf{P}), la y las reacciones ejercidas por el eje \mathbf{R}_x y \mathbf{R}_y resultan implícitas. El estudiante tiene que reconocer que las fuerzas (\mathbf{F}_0 y \mathbf{R}_x), (\mathbf{P} y \mathbf{R}_y) se equilibran mutuamente dado que no hay traslación del CM.

El momento de \mathbf{F}_0 respecto al eje de rotación del cilindro $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_0$ tiende a frenar su movimiento a partir del instante en que comienza a aplicarse \mathbf{F}_0 . En la información del enunciado hay que reconocer como dato implícito, que el ángulo entre el vector posición \mathbf{r} y una fuerza tangencial como \mathbf{F}_0 , es 90° : el brazo de momento es igual al radio del cilindro. Este concepto fue evaluado en el enunciado 15 del Pretest. Por tanto el torque es perpendicular al plano que contiene a una cara del cilindro y su módulo es $\tau = r \cdot F_0$

Dado que el momento de fuerza $\boldsymbol{\tau}$, resulta constante en el tiempo, es posible modelizar el movimiento como un MCUV. El cálculo de la aceleración angular según la Ecuación 1 (apartado 2.1.8), se realiza a partir de reconocer $\omega_f = 0$, y los datos de frecuencia y revoluciones. Ambos conceptos fueron evaluados en los enunciados 3 y 6 respectivamente, del Pretest. Luego, el módulo de velocidad angular inicial, es: $\omega_o = 1800 \text{ rpm} \times 2\pi/60\text{s} = 188,5\text{s}^{-1}$; y el módulo del desplazamiento angular hasta detenerse (enunciado 1 del Pretest), resulta: $\Delta\theta = 1200 \text{ rev} \times 2\pi = 7540 \text{ radianes}$. Al reemplazar estos valores, se obtiene el módulo de aceleración angular de frenado $\alpha = \frac{\omega^2 - \omega_o^2}{2\Delta\theta} = 2,4 \text{ s}^{-2}$

Dado que el eje de rotación pasa por el centro de masa del cilindro, para obtener la expresión de cálculo del momento de inercia se utiliza una tabla (Tabla 2.1). Su valor, para $m = 25 \text{ kg}$, y $r = 0,20 \text{ m}$, resulta $I_z = \frac{1}{2} mr^2 = 0,5 \text{ kg m}^2$

Solo resta calcular el módulo de la fuerza aplicada \mathbf{F}_0 . Utilizando la expresión de la 2º ley de Newton generalizada, resulta: $F_o = \frac{I_z \gamma}{r} = 5,89 \text{ N}$

Trayectoria didáctica en el CD. La organización del CD en trayectoria autónoma es la misma para los tres primeros problemas. Presenta las cinco páginas: 1, 2, 3, 12 y 13, que

se esquematizan en la Figura 3.6, en las que, en la 12 se opta correctamente por el resultado.

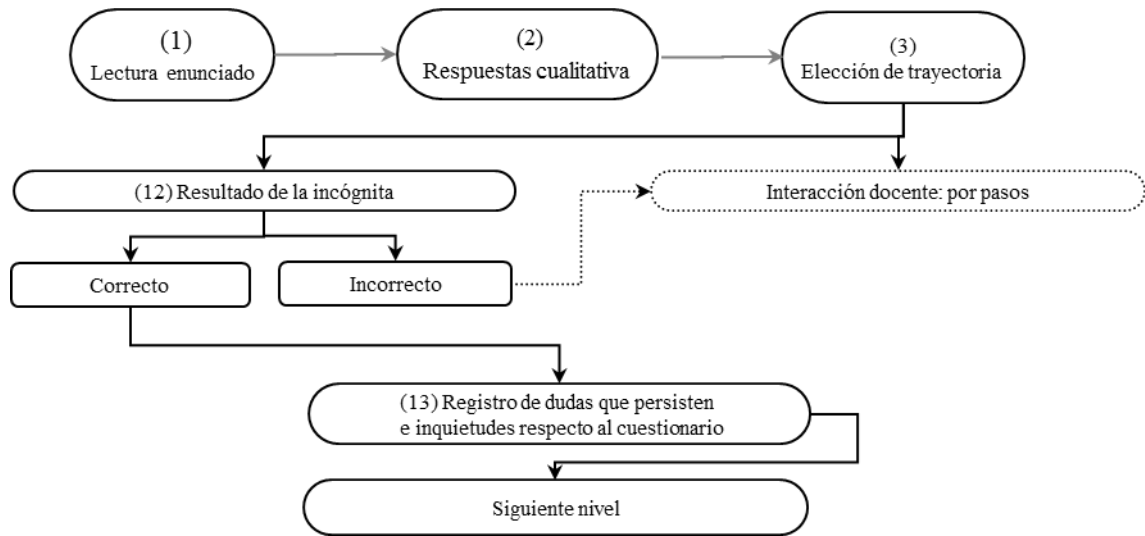


Figura 3.6. Páginas de la trayectoria autónoma en niveles I, II y III

Si en la página (3) el estudiante opta por trayectoria orientada con un clic, o bien, en la 12 da una respuesta autónoma incorrecta, enlazará secuencialmente con los subprocesos momento de inercia y aceleración angular de frenado.

El subproceso momento de inercia incluye las páginas (4) y (5), Figura 3.7.

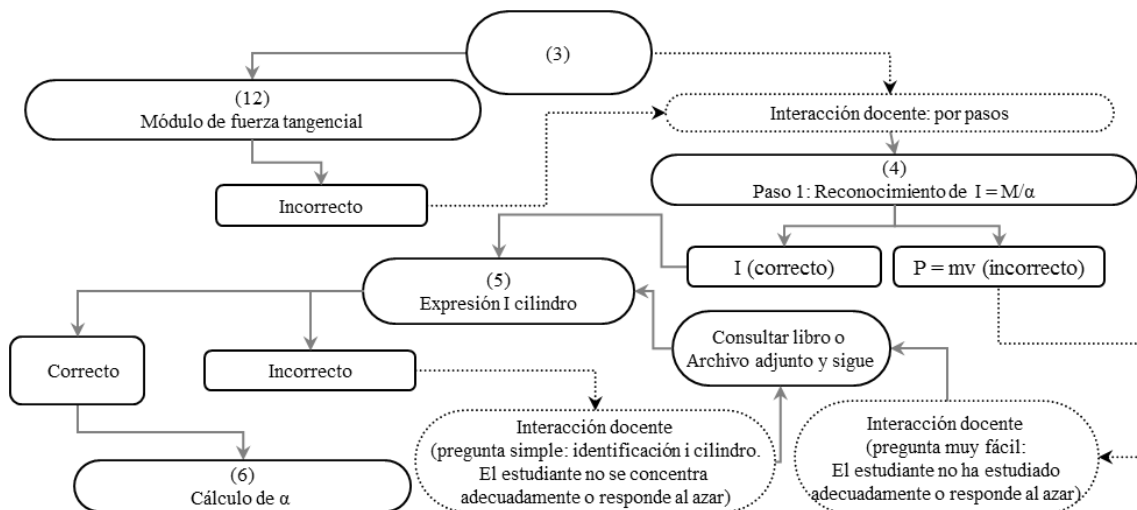


Figura 3.7. Trayectoria orientada en nivel I: subproceso momento de inercia

En el subproceso aceleración angular de frenado, es posible elegir la modalidad de resolución, página (6).

En caso de optar por la trayectoria orientada, el recorrido se desglosa en páginas (7) (8) (9) y (10); en cada una de ellas se significan la variables cinemáticas desplazamiento angular, velocidad angular inicial, velocidad angular final y sus unidades. Las páginas (8), (9) y (10) presentan contenidos análogos a los de los enunciados 1, 3 y 6 del Pretest. En caso de no optar por la trayectoria precedente se accede a la valoración del resultado del subproceso en página (11), omitiendo las páginas intermedias.

En la Figura 3.8 se presenta la organización del problema del nivel I en una trayectoria orientada de 13 páginas.

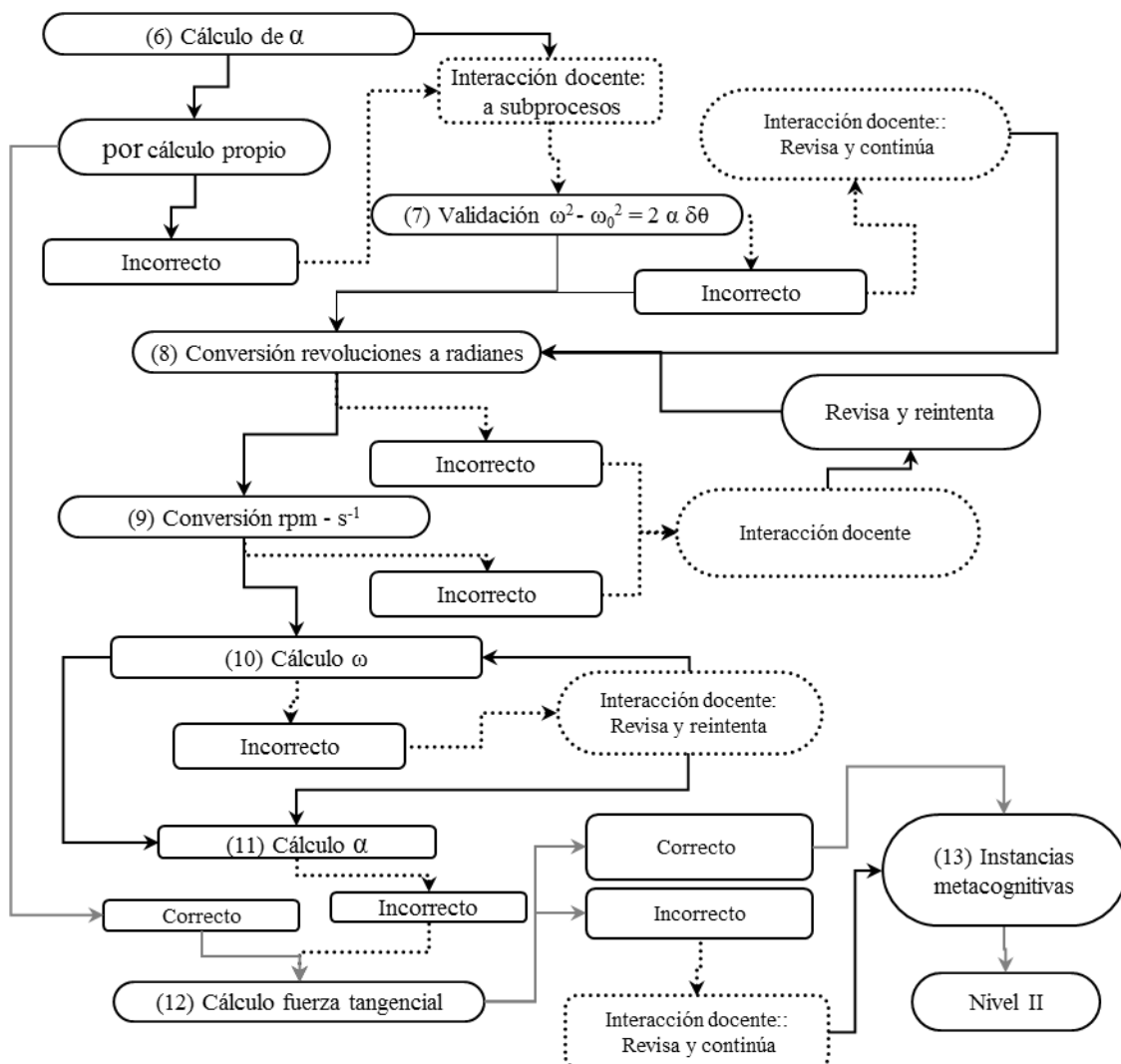


Figura 3.8. Trayectoria orientada en nivel I

A continuación en página (12), como respuesta de la incógnita del problema, se elige el módulo de la fuerza tangencial considerado correcto en una propuesta de opción múltiple. En caso de respuesta errada, el estudiante será alertado a través de la retroalimentación, aunque podrá continuar avanzando. Antes de pasar al siguiente nivel, en la página (13) se accede a la reflexión metacognitiva.

3.3.3.2. Nivel II: aro sobre radios

En la figura adjunta [Figura 3.9] se muestra un aro de radio R y masa M , montado sobre 5 radios distribuidos como se observa. Los 5 radios son varillas de masa m . El aro conjuntamente con las varillas está rotando respecto a un eje que pasa por su centro. En un determinado instante tiene aplicadas 4 fuerzas \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_3 y \mathbf{F}_4 . Considerando: $R = 0,28$ m; $M = 2,0$ kg; $m = 0,15$ kg; $F_1 = 25$ N; $F_2 = 12$ N; $F_3 = 30$ N; $F_4 = 15$ N, ¿cuál es el módulo de la aceleración angular del sistema?

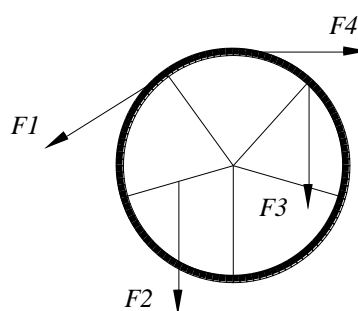


Figura 3.9. Esquema que acompaña al enunciado del problema de nivel II

El problema de nivel II plantea el caso de un rígido compuesto por elementos de geometría regular (un aro y cinco varillas), en rotación alrededor de un eje fijo que pasa por el centro de masa del mismo. Se pide la aceleración angular en el instante en que tiene aplicadas 4 fuerzas.

Desde el punto de vista conceptual, la resolución de este problema requiere que el estudiante identifique, por una parte, al momento de la resultante del sistema de fuerzas como la interacción responsable de la aceleración y, por otra, al momento de inercia respecto al centro de masa del sistema como la propiedad relevante en relación a la rotación.

El nivel II avanza en la modelización de un conjunto de elementos con una distribución geométrica de mayor complejidad y analiza la modificación de su velocidad de rotación bajo la interacción de un sistema de fuerzas no concurrentes.

Esto implica la consideración de nuevos entes y variables físicas a saber:

Nivel I	Nivel II
Cuerpo rígido de masa única	→ Cuerpo rígido integrado por conjunto de masas
Momento de fuerza tangencial	→ Momento neto del sistema no concurrente
Eje de rotación en centro de masa	→ En el centro de masa del conjunto
Variables cinemáticas angulares	→ Relación causal entre momento neto y aceleración angular

Lo dicho demanda haber conceptualizado la misma relación en el nivel I y ampliarla en dos sentidos: uno dinámico y otro relacionado con la distribución de masa del cuerpo. El aspecto dinámico requiere identificar las fuerzas actuantes, diferenciar entre fuerzas tangenciales de no tangenciales, reconocer los sentidos contrarios de los momentos de fuerzas y los correspondientes brazos de momento. En relación con la distribución de masa, corresponde identificar la contribución a la inercia de rotación en el caso de los elementos en los que el eje de rotación no coincide con su centro de masa.

Resolución

Dado que el conjunto está impedido de trasladarse, puede entenderse como dato implícito que el sistema de fuerzas completo (peso \mathbf{P} , fuerzas \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_3 y \mathbf{F}_4 y la reacción de apoyo \mathbf{R} ejercida por el eje) tiene resultante nula, el sistema cumple la primera condición de equilibrio. El sistema no cumple la segunda condición: es necesario evaluar el momento neto.

En un instante tiene aplicadas 4 fuerzas, dos tangenciales y dos no tangenciales. Para el caso de las fuerzas no tangenciales habrá que determinar el ángulo entre cada vector posición y el respectivo vector fuerza, a fin de realizar el producto vectorial. La determinación del momento neto implicará analizar las tendencias a la rotación de los cuatro momentos de fuerza implicados (apartado 2.1.4). Esta situación fue incluida en el enunciado 8 del Pretest (apartado 3.2.2, categoría a)

Como datos explícitos relativos al momento de fuerzas, se tiene los módulos de las 4 fuerzas, el radio del aro que es el brazo de momento de las dos tangenciales (enunciado 13 del Pretest). Como dato implícito se reconoce el ángulo entre las varillas, dado que están igualmente espaciadas ($\alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$), y a partir de ese valor se calculan los ángulos requeridos en los productos vectoriales, (enunciado 10 del Pretest).

Por tanto, asumiendo una convención de signo positivo para giro antihorario, los módulos y signos de los momentos de las fuerzas tangenciales resultan:

$$M_1 = r_1 \cdot F_1 \cdot \text{sen } \alpha, \text{ con } r_1 = R = 0,28 \text{ m}; F_1 = 25 \text{ N}; \text{sen } 90^\circ = 1 \Rightarrow M_1 = +7,00 \text{ Nm};$$

$$M_4 = r_4 \cdot F_4 \cdot \text{sen } \alpha, \text{ con } r_4 = R = 0,28 \text{ m}; F_4 = 15 \text{ N}; \text{sen } 90^\circ = 1 \Rightarrow M_4 = -4,20 \text{ Nm.}$$

Los módulos y signos de los momentos de las fuerzas no tangenciales resultan:

$$M_2 = r_2 \cdot F_2 \cdot \text{sen } \alpha, \text{ con } r_2 = R/2 = 0,14 \text{ m}; F_2 = 12 \text{ N}; \alpha = 72^\circ \Rightarrow M_2 = +1,60 \text{ Nm.}$$

$$M_3 = r_3 \cdot F_3 \cdot \text{sen } \alpha; r_3 = R = 0,28 \text{ m}; F_3 = 30 \text{ N}; \alpha = 2 \times 72^\circ = 144^\circ \Rightarrow M_3 = -4,94 \text{ Nm.}$$

El módulo y signo del momento neto del sistema de fuerzas \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_3 y \mathbf{F}_4 respecto al eje de rotación (apartado 2.1.4) puede obtenerse realizando la suma de los vectores momentos de fuerza individuales en la dirección del eje de rotación (enunciado 9 del Pretest): $\mathbf{M}_R = \sum_{i=1}^4 \mathbf{M}_i = -0,54 \text{ Nm.}$

La segunda cuestión que surge como diferencia con el nivel I, es el momento de inercia. En este caso habrá que considerar el aporte de cada elemento a la inercia a la rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de masa del conjunto. Dado que el centro de del aro, coincide con el centro del conjunto, el momento de inercia para un aro respecto a un eje en su centro de masa es $I_a = mR^2$, de Tabla 2.1. En el caso de las varillas, el eje de rotación pasa por un extremo de las mismas (enunciado 11 del Pretest). En este caso se podría recurrir al teorema de ejes paralelos (apartado 2.1.7), o bien buscar en la tabla, el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el extremo de una varilla. Con cualquiera de los dos procedimientos resulta $I_v = \frac{1}{3} mR^2$.

El momento de inercia del conjunto respecto a un eje de rotación en el centro del conjunto se obtiene por la suma aritmética del momento de inercia del aro respecto a su centro de masa más el momento de inercia de las cinco varillas respecto al extremo de las mismas. Los datos explícitos a utilizar son la masa y el radio del aro, y las masas de cada una de las 5 varillas (enunciado 12 del Pretest). Resulta:

$$I_o = MR^2 + \frac{5}{3} mR^2, \text{ con } R = 0,28 \text{ m}; M = 2,0 \text{ kg y } m = 0,15 \text{ kg, } I_o = 0,18 \text{ kg m}^2$$

Finalmente con la 2° ley de Newton generalizada se obtiene el módulo de la aceleración angular instantánea: $\alpha = \frac{M_R}{I_o} = 2,8 \text{ s}^{-2}$

Trayectoria didáctica en el CD

La organización de la trayectoria autónoma se conforma por las mismas 5 páginas (1, 2, 3, 12 y 13) que se esquematizaron en la Figura 3.6. Si en la página (3) el estudiante opta con un clic por trayectoria orientada, o bien da la respuesta autónoma incorrecta enlazará con el subproceso momento de inercia del conjunto aro y varillas respecto al eje central.

En la primer página (4), de índole conceptual, se reconoce la ubicación del eje de rotación; en la segunda (5) se determina el aporte de cada elemento del conjunto individualmente; en la última página (6) se calcula el momento de inercia (enunciados 11, 12 y 27 del Pretest). En la Figura 3.10 se esquematizan los 3 pasos del subproceso momento de inercia.

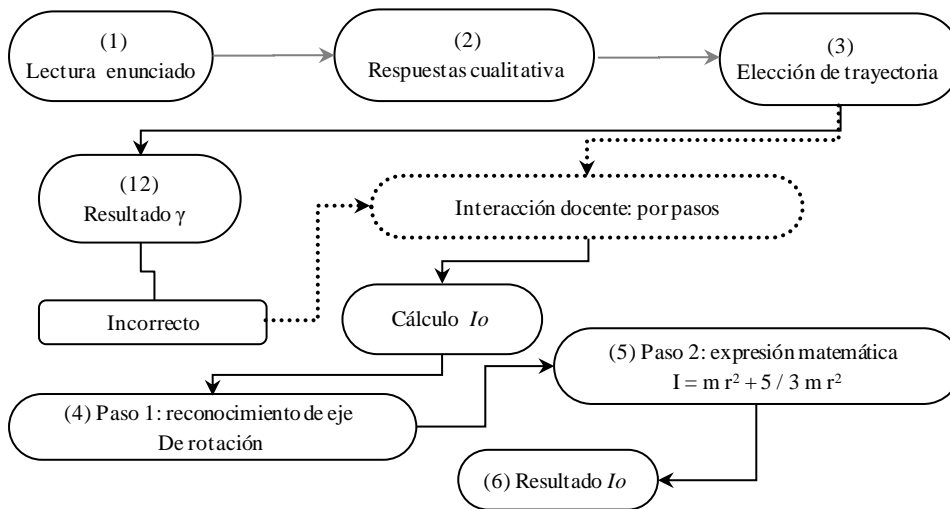


Figura 3.10. Problema de nivel II: subproceso momento de inercia

A continuación el estudiante accede al subproceso momento neto del sistema de fuerzas, Figura 3.11.

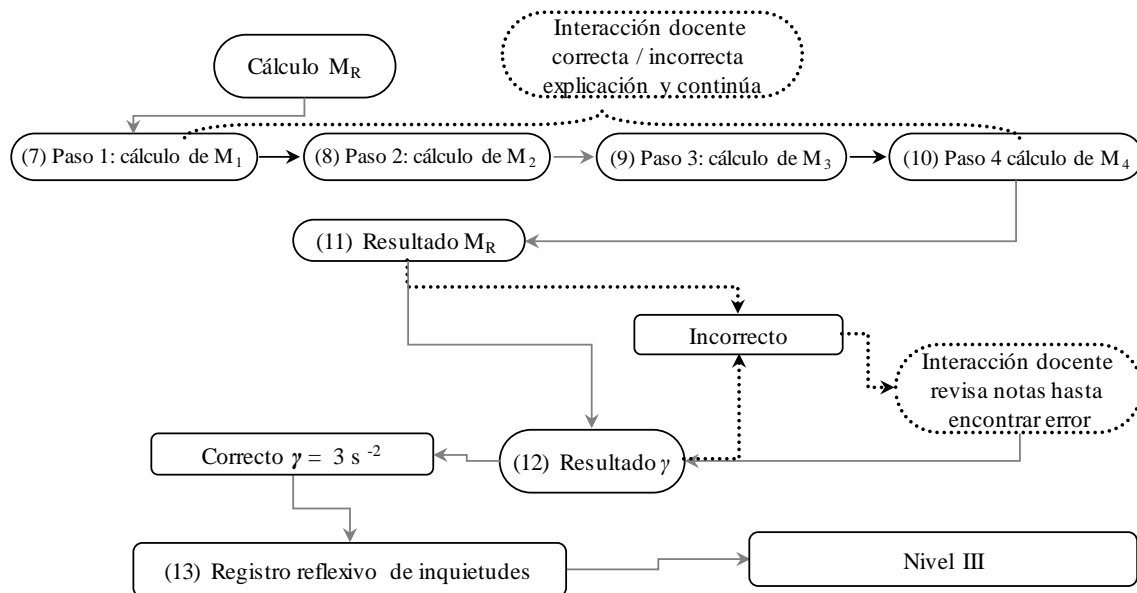


Figura 3.11. Problema de nivel II: subproceso momento neto

Se aplica la definición de momento de fuerza para el caso de cada una de las cuatro fuerzas presentes (páginas 7, 8, 9 y 10), se determina el ángulo entre los vectores posición y fuerza (enunciados 8, 13, 15 y 17 del Pretest), el sentido de rotación (enunciado 14 del Pretest), y se calcula el momento neto en página 11 (enunciados 9 y 16 del Pretest). Seguidamente se calcula la aceleración angular instantánea (página 12) utilizando la 2° ley de Newton generalizada (enunciado 29 del Pretest). En caso de respuesta errada, el estudiante es alertado a través de la retroalimentación, aunque podrá continuar avanzando. Antes de pasar al siguiente nivel, en la página (13) se accede a la reflexión metacognitiva.

3.3.3.3. Nivel III: sistema conectado mediante una polea de masa apreciable

Dos masas $m_1 = 2 \text{ kg}$ y $m_2 = 6 \text{ kg}$ están unidas mediante una cuerda que pasa por una polea que funciona sin rozamiento en el eje alrededor del cual rota. La polea tiene 2,5 kg de masa; 0,14 m de radio geométrico y 0,10 m de radio de giro. La cuerda no desliza sobre la polea. En cierto instante se libera la cuerda y se produce el movimiento del sistema, ¿cuánto vale el momento resultante sobre la polea?

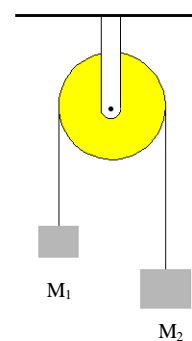


Figura 3.12. Esquema que acompaña al enunciado del problema de nivel III

Este problema guarda semejanza con el de nivel I por cuanto la polea responde geoméricamente a un cilindro en rotación y responde a los enunciados 14, 15, 18 y 19 del Pretest. Considera la interacción de una polea de masa apreciable M , y un sistema en traslación compuesto por dos masas m_1 y m_2 unidas por una cuerda inextensible y de masa despreciable, que pasa por la polea, Figura 3.12. La cuerda no desliza respecto a la superficie de la polea, hecho que implica la existencia de una fuerza de roce estática entre ambas.

Por lo tanto, la aceleración de cada masa coincide con la aceleración tangencial de la cuerda en el punto de contacto con la polea.

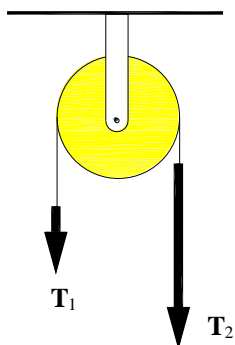


Figura 3.13. Fuerzas de tensión sobre la polea

Resolución

El momento resultante que opera sobre la polea es $\tau_o = \mathbf{R} \times (\mathbf{T}_2 - \mathbf{T}_1)$, Figura 3.13, \mathbf{T}_1 y \mathbf{T}_2 son las fuerzas de tensión ejercidas por la cuerda, \mathbf{R} es el vector posición, cuyo módulo es el radio geométrico de la polea, y tiene dirección perpendicular al plano de la polea.

Cada una de las masas m_1 y m_2 acelera debido a la acción conjunta de la fuerza de tensión ejercida por la cuerda y su peso.

Dado que la cuerda que las vincula es inextensible, las aceleraciones sobre una y otra tendrán el mismo módulo a . Las fuerzas de tensión \mathbf{T}_1 y \mathbf{T}_2 se obtienen por análisis del movimiento de cada masa según el modelo newtoniano:

$$\mathbf{T}_2 = m_2 (\mathbf{g} - \mathbf{a}); \quad \mathbf{T}_1 = m_1 (\mathbf{a} + \mathbf{g}) \quad (1)$$

Dado que m_1 es menor que m_2 , la masa m_1 acelerará verticalmente hacia arriba y la m_2 verticalmente hacia abajo. El movimiento de rotación, contenido en el plano de la polea, es acelerado en sentido horario, Figura 3.13, y puede interpretarse según la 2ª ley de Newton generalizada (enunciado 29 del Pretest):

$$\boldsymbol{\tau}_o = I_o \boldsymbol{\alpha}$$

En donde $I_o = M k^2$ y k es el radio de giro de la polea. Los vectores $\boldsymbol{\tau}_o$ y $\boldsymbol{\alpha}$ son colineales, siendo $\tau_o = R (T_2 - T_1) \sin 90^\circ$ y $\alpha = \frac{a}{R}$ (enunciado 5 del Pretest), se obtiene:

$$(T_2 - T_1) R = M k^2 \frac{a}{R} \quad (2)$$

El conjunto de ecuaciones (1) y la (2), constituyen un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Resolviendo por sustitución de las (1) en la (2) se obtiene:

$$m_2 (g - a) - m_1 (a - g) = I \frac{a}{R^2}$$

De la última ecuación puede despejarse y calcularse el módulo de la aceleración:

$$a = \frac{(m_2 + m_1) g}{(m_1 + m_2 + I/R^2)} = 4,22 \text{ m/s}^2$$

Conociendo la aceleración, el módulo y sentido del momento resultante sobre la polea, de (2) es:

$$\tau_o = M k^2 \frac{a}{R} = 0,75 \text{ Nm horario}$$

Trayectoria didáctica en CD

La organización de la trayectoria autónoma se conforma, al igual que las anteriores, con las 5 páginas, Figura 3.6. Si en la página (3) el estudiante opta por trayectoria orientada,

o bien da la respuesta autónoma incorrecta enlazará con el primer subproceso, momento de inercia. Tal subproceso presenta dos pasos destinados a elaborar y calcular el momento de inercia de una polea, utilizando la noción de radio de giro (páginas 4 y 5).

En la Figura 3.14 se presenta el subproceso momento de inercia.

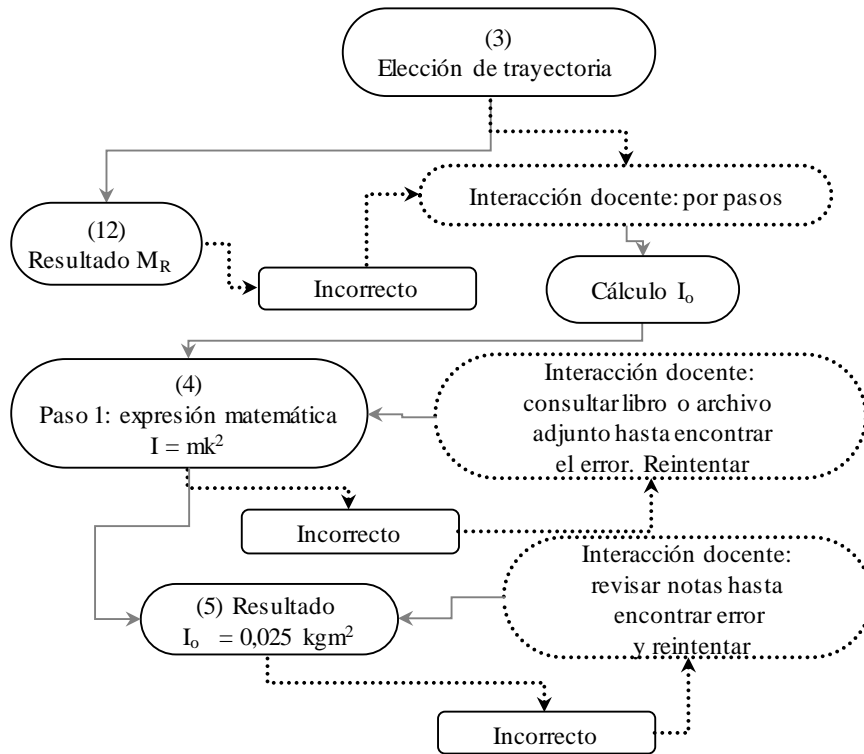


Figura 3.14. Problema de nivel III: subproceso momento de inercia por radio de giro

El subproceso siguiente es aceleración del sistema. En el recorrido, se realiza el análisis de la 2° ley de Newton para cada una de las dos masas suspendidas y el de la ecuación cardinal aplicada a la polea. Este subproceso se desglosa en 4 pasos, que corresponden a las páginas 6, 7, 8 y 9. Se analizan las interacciones sobre cada uno de los 3 elementos del sistema (masa₁, masa₂ y polea), y el planteo de la ecuación respectiva. Luego, se resuelve el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas obtenido. En página 10 se hace la valoración de la aceleración del sistema a partir de la ecuación obtenida en página 9. Este paso para avanzar, requiere pasar por la respuesta correcta.

En la Figura 3.15 se esquematiza el subproceso aceleración del sistema.

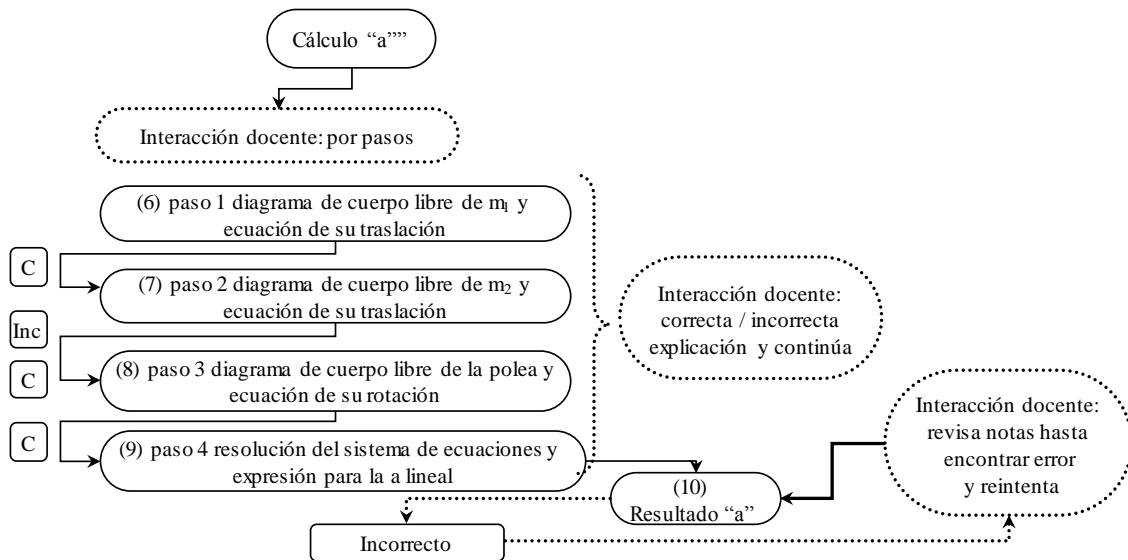


Figura 3.15. Problema de nivel III: subproceso aceleración del sistema

Finalmente, se plantea la determinación de la incógnita del problema: el momento resultante sobre la polea. Esto se realiza en dos pasos, Figura 3.16. A continuación en página 13 se realiza la reflexión sobre errores y dudas.

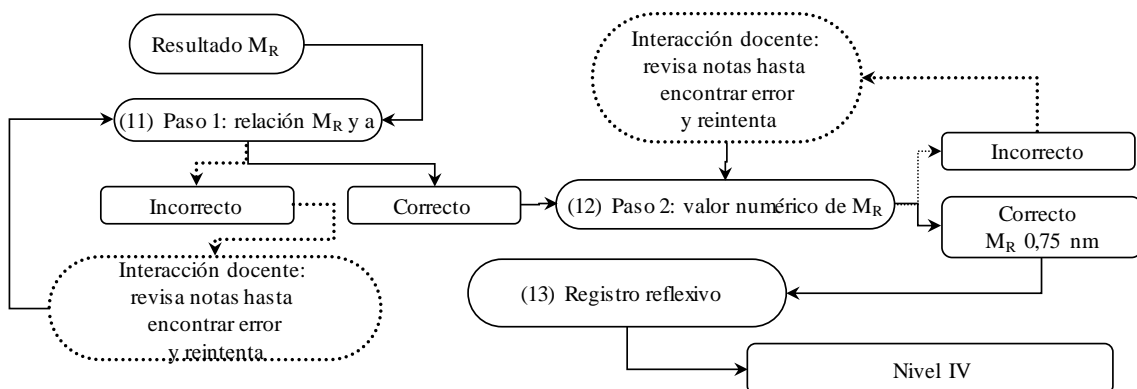


Figura 3.16. Problema de nivel III: proceso valoración de la incógnita

3.3.3.4. Nivel IV: rodamiento

Calcular la aceleración del centro de masa de una esfera maciza de 25 cm de radio y 2 kg de masa cuando cae por un plano inclinado en un ángulo 30° en las siguientes condiciones:

- a) deslizando sin rodar;
- b) rodando sin deslizar.

Desde el punto de vista conceptual, en este problema se estudia un movimiento de rototraslación. Como se expresó en 2.2.8, este tipo de movimiento demanda el análisis vectorial de las velocidades y aceleraciones de un punto cualquiera de la esfera como composición de aquellas correspondientes a la traslación y a las tangenciales por rotación.

Es el caso de mayor generalidad de los planteados hasta el momento, donde se contrasta lo que sucede cuando una esfera cae por un plano inclinado con dos movimientos diferentes.

Resolución

El punto de contacto entre la esfera y el plano debe ser reconocido como el centro del estudio para diferenciar las dos condiciones (a) y (b) solicitadas en el enunciado:

a) En el primer caso, la esfera simplemente desliza sobre el plano inclinado con un coeficiente de fricción muy pequeño, al extremo de no producir fuerza de rozamiento con efecto visible. La aceleración de la esfera es una componente de la aceleración de la gravedad en dirección paralela al plano inclinado: $a = g \operatorname{sen} \alpha = 4,9 \frac{m}{s^2}$. Desde el punto de vista dinámico, se encuentra en relación con la componente del peso sobre el plano inclinado: $mg \operatorname{sen} \alpha = ma$

b) En el segundo caso, además de la componente del peso, actúa una fuerza de fricción (enunciado 25 del Pretest). Su resolución puede ser planteada según dos alternativas distintas. La primera de ellas consiste en la superposición de una rotación alrededor del centro de masa de la esfera con aceleración angular α con un movimiento de traslación en el que la aceleración del centro de masa es $a = \alpha R$ (enunciado 28 del Pretest).

El análisis dinámico de la rotación, con todas las componentes sobre el mismo eje horizontal en movimiento, permite plantear $f_r R = I_o \alpha$. La traslación resulta del equilibrio de fuerzas en la dirección del plano $mg \operatorname{sen} \theta - f_r = m a$.

Es posible integrar ambas ecuaciones en una misma expresión considerando en la primera $\alpha = \frac{a}{R}$ (enunciado 5 del Pretest), se obtiene que el módulo de la aceleración en la dirección del plano es: $a = \frac{5}{7} g \text{ sen } \theta$

La segunda alternativa considera una única rotación alrededor de un eje instantáneo de rotación horizontal que pasa por el punto de contacto de la esfera con la superficie del plano inclinado. Con las mismas consideraciones que en el caso anterior es posible plantear la ecuación:

$$m g \text{ sen } \theta R = \left(\frac{2}{5} m R^2 + m R^2 \right) \frac{a}{R}$$

Luego de despejar, considerando un plano inclinado a 30°, se obtiene $a = \frac{5}{7} g \text{ sen } \theta = 3,5 \text{ m/s}^2$

Trayectoria didáctica en el CD

En trayectoria autónoma el curso de acción se presenta en seis páginas, Figura 3.17. La elección numérica en página 3, omite las intercaladas permitiendo acceder directamente a la página 6, en donde se valora la aceleración a_A del caso A (desliza sin rodar). A continuación, se accede a la página 13, en la que se determina la aceleración cuando la esfera rueda sin deslizar, a_B . En caso de respuestas correctas se pasa a la página 14, de reflexión y luego continua en el problema siguiente.

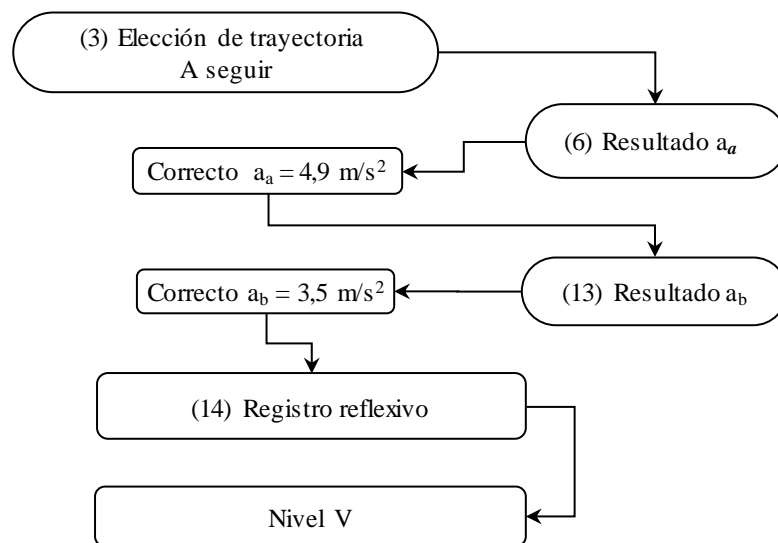


Figura 3.17. Trayectoria autónoma del problema de nivel IV en 6 páginas

La resolución orientada lleva al estudiante a un primer subproceso en el que se obtiene la aceleración para la situación A (desliza sin rodar) en dos pasos de índole conceptual, páginas 4 y 5, Figura 3.18.

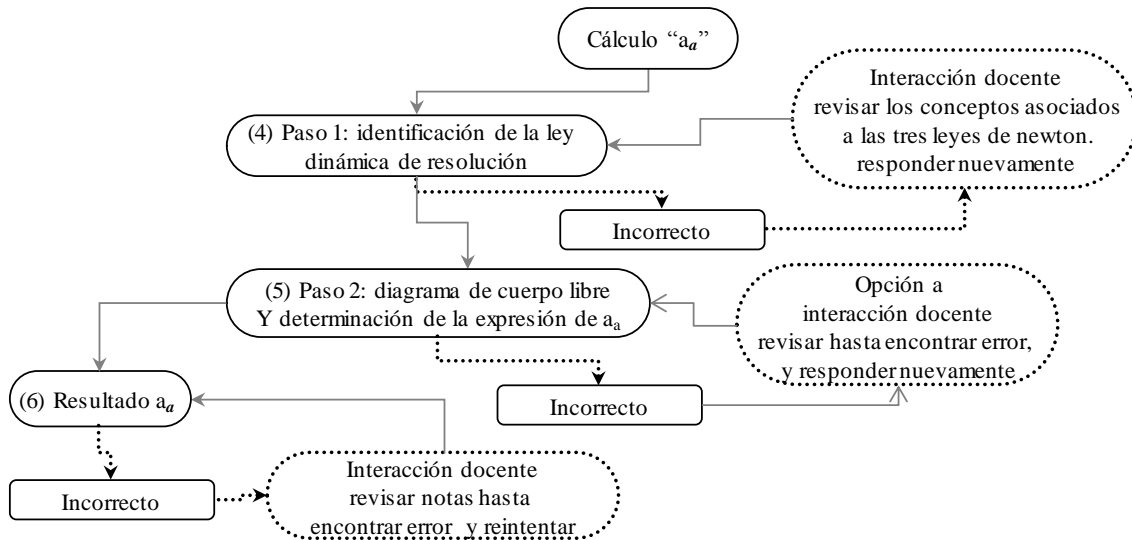


Figura 3.18. Problema de nivel IV: subproceso aceleración caso deslizando sin rodar

A continuación se realiza el subproceso aceleración rodando sin deslizar (páginas 7 a 12), usando dos métodos alternativos, Figura 3.19.

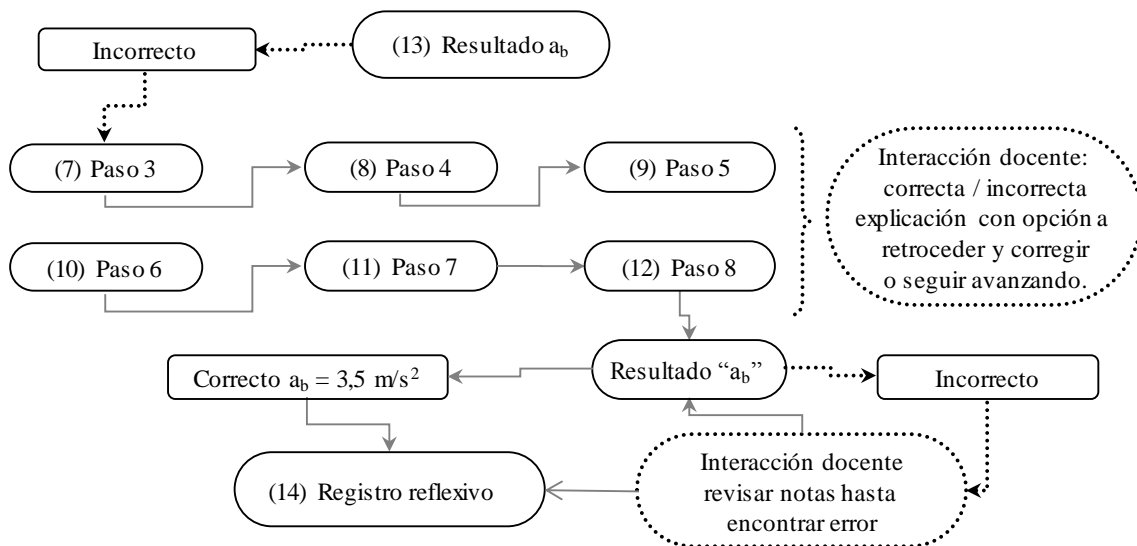


Figura 3.19. Problema de nivel IV: subproceso aceleración caso rodando sin deslizar

Para esta situación se consideran dos enfoques: una rotación pura alrededor del eje instantáneo que pasa por el punto de contacto esfera-plano y una superposición de una rotación y una traslación. Se resalta el rol de la fuerza de rozamiento en el punto de

contacto con la superficie del plano inclinado. En la página 13 se valora la incógnita a_B y en la 14 se hace la reflexión metacognitiva.

El número de páginas del recorrido orientado del problema de nivel IV varía de 8 a 15 páginas, según se realice: solo el caso A orientado (8 páginas); solo el caso B orientado (13 páginas); ambos casos orientados (15 páginas).

3.3.3.5. Nivel V: experimento Volante de inercia

El sistema utilizado en la experiencia Volante de inercia consiste en una masa M (el volante) con un eje de pequeño diámetro que sobresale a ambos lados del cuerpo del volante, apoyándose sobre soportes que lo mantienen en posición horizontal. En la foto adjunta [Figura 3.20] se muestra el conjunto armado.

En la dirección del eje y a uno de sus lados, se encuentra un pequeño cilindro o carrete sobre el cual se enrolla una cuerda de la que está atada una masa m .

Considerando que hay fricción entre el volante y el eje de rotación, a continuación identifique las fuerzas y momentos que están presentes. Trabajando en su cuaderno, realice dos diagramas de cuerpo libre, uno para la masa m , suspendida de la cuerda, y otro para la masa M del volante.

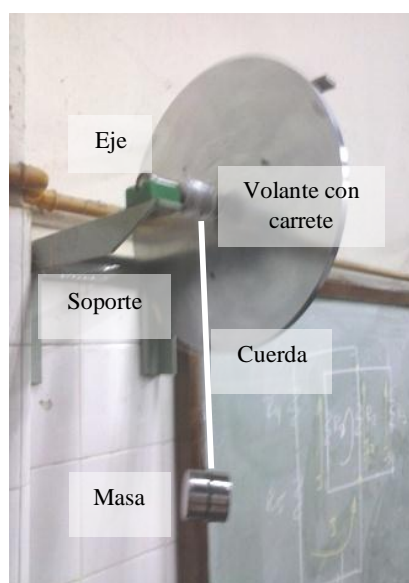


Figura 3.20. Imagen que acompaña al enunciado del problema de nivel V.

El problema de este nivel aborda un experimento incluido en el cronograma de la materia, realizado por los estudiantes del cursado presencial en el laboratorio de Física I. El experimento del “Volante de inercia” tiene como objetivo, determinar el momento de inercia del mismo a partir de mediciones directas e indirectas, realizadas con anterioridad a la realización de CD en el laboratorio de Física.

Durante dicho experimento se interpreta el movimiento acoplado de rotación del volante y de traslación de la masa m , según el modelo newtoniano y su generalizado. El enfoque adoptado es análogo al abordado en el nivel III. En el nivel V la situación tiene como referente empírico, al propio volante utilizado en la experiencia, mientras que los datos fueron obtenidos por los mismos estudiantes a través de mediciones directas.

El conjunto de elementos volante y carrete (cilindro de menor radio) conforman un rígido. La modificación en el estado de rotación del mismo se produce por acción de cuerda enrollada en el carrete. La cuerda, en su extremo libre tiene atada una masa m , que al caer acelera el sistema.

El procedimiento seguido en las mediciones, se realiza en 2 etapas. En la primera, a partir de la medición directa de la altura de caída y del tiempo se determina, como medición indirecta, la aceleración del sistema masa-cuerda-volante. En la segunda etapa, se mide directamente el número de vueltas que da el volante (sin la masa atada a la cuerda) hasta detenerse y el tiempo en que lo hace, para calcular indirectamente la desaceleración de frenado por efectos de los rozamientos sobre el eje en el dispositivo experimental. Con esta información y con la medida del radio del carrete, se obtiene el momento de inercia del volante por medio de un procedimiento experimental.

Interacciones: el peso del conjunto (Mg) y la reacción de apoyos sobre el eje \mathbf{N} están equilibrados y no producen momentos con respecto al eje; el peso de la masa suspendida $\mathbf{P} = mg$ al caer, tensa la cuerda; sobre el eje de rotación actúa un momento de fricción τ_{fr} tal que liberado de cualquier otra interacción produce una aceleración de frenado que detiene al volante.

Movimientos: aceleración angular del volante $\alpha = \frac{a}{r}$, siendo, r : el radio del carrete; a : la aceleración lineal, cuyo módulo es igual al de la aceleración constante de caída de la masa m .

Interesa que el estudiante reconozca las interacciones presentes: fuerzas y momentos de fuerza. Asimismo se requiere considerar al momento de inercia del volante, en su aspecto operacional como magnitud escalar, y conceptualmente como distribución de masa respecto al eje de rotación. Desde esta perspectiva, el dispositivo experimental se modeliza como un sistema de cilindros concéntricos de diferente radio exterior.

El problema de este nivel integra cuestiones analizadas en los problemas de los niveles anteriores. Tiene como objetivo permitir al estudiante avanzar en el análisis del experimento, comprender el sentido de las mediciones realizadas, comunicar los resultados obtenidos, discutirlos y producir conclusiones en un informe escrito de tipo científico. Se presenta con un planteo de tipo cualitativo que indaga el nivel de comprensión lectora de la situación alcanzada por los estudiantes.

Resolución

El volante, Figura 3.21, tiene aplicados dos momentos de fuerza $\tau_o = \mathbf{r} \times \mathbf{T}$ (enunciado 20 del Pretest) sobre el carrete y $\tau_{fr} = I_o \alpha_1$.

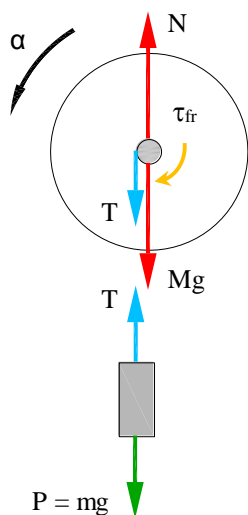


Figura 3.21. Diagrama de cuerpo libre

\mathbf{r} es el vector posición de módulo igual al radio geométrico del cilindro sobre el que se enrolla la cuerda; \mathbf{T} es la fuerza de tensión sobre la cuerda, I_o es el momento de inercia a determinar; α_1 es la aceleración angular de frenado del volante. Dado que los vectores tienen componentes no nulas solo en dirección perpendicular al plano del volante, la 2° ley de Newton generalizada resulta:

$$\tau_o - \tau_{fr} = I_o \alpha, \tag{1}$$

A partir de considerar la relación entre la fuerza neta aplicada y la aceleración de caída de la masa m , atada en la cuerda, según la 2° ley de Newton, resulta:

$$T = m (g - a) \tag{2}$$

Reemplazando $\tau_o = Tr \text{ sen } 90^\circ$ y $\tau_{fr} = I_o \alpha_1$ en (1), considerando (2) y operando, se obtiene:

$$I_o = \frac{m (g - a) r}{\frac{a}{r} + \alpha_1} \tag{3}$$

En el experimento m y r se miden directamente, mientras que, el valor de g se considera conocido. Para obtener el valor de I_o restaría determinar las aceleraciones: a y α_1 . El valor de la aceleración lineal a , se determina dejando caer la masa m desde una altura h y cronometrando el tiempo t de caída, considerando la ecuación de movimiento del MRUV $h = \frac{1}{2} a t^2$.

Para calcular α_1 se quita la masa m atada a la cuerda, se da un suave empujón al volante y, mientras se cronometra el tiempo t_1 , se cuenta el número de vueltas n , insumidas hasta detenerse, por acción del momento de frenado, con MCUV.

Considerando que $\Delta\theta = 2\pi n$ y que $\Delta\theta = \frac{1}{2} \alpha_1 t_1^2$, la aceleración angular de frenado resulta $\alpha_1 = \frac{4\pi n}{t_1^2}$. Una vez obtenidos estos valores, es posible determinar I_o a partir de la expresión (4).

Trayectoria didáctica en CD

En la Figura 3.22 se describen las nueve páginas que integran esta trayectoria.

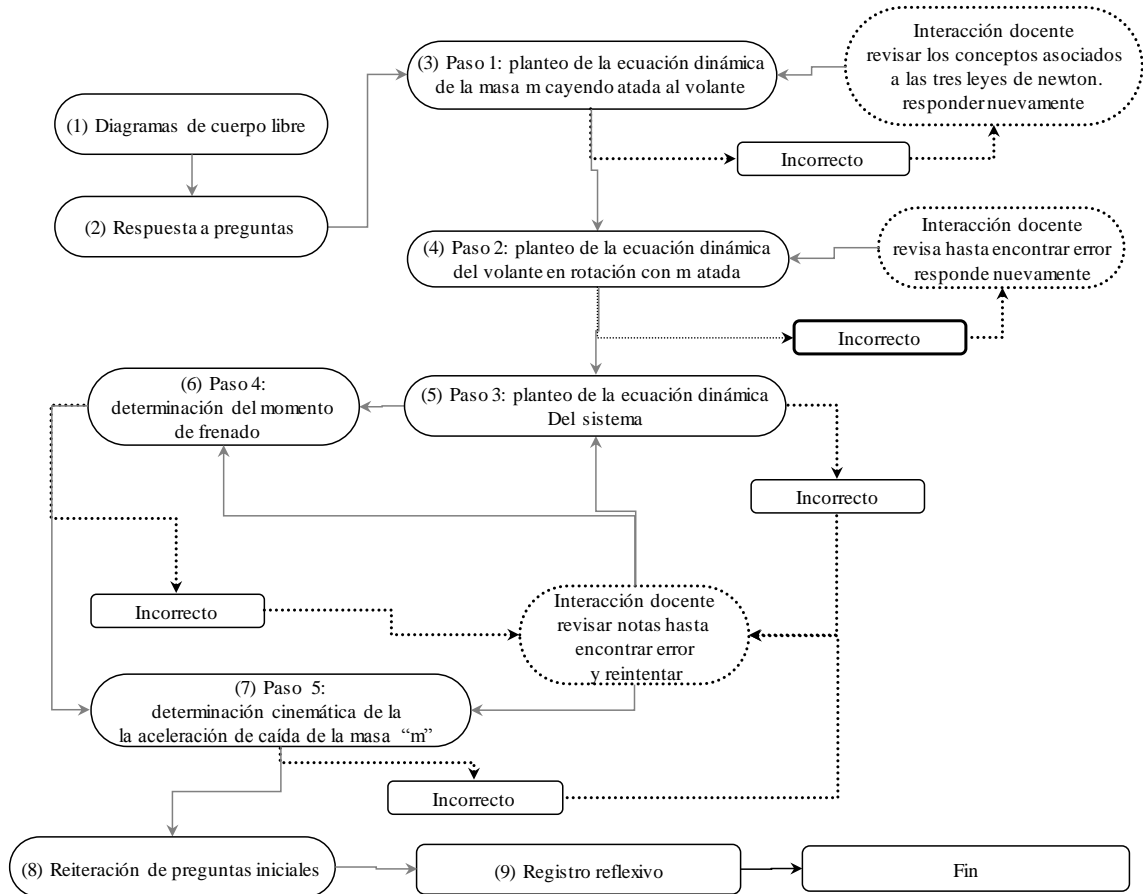


Figura 3.22. Trayectoria en nivel V

La resolución de este nivel tiene trayectoria única. Al realizar el recorrido interactivo y elaborar las respuestas, los estudiantes cuentan con el proceso cognitivo-constructivo de los modelos físicos de los problemas de los niveles anteriores realizados en esta misma actividad didáctica (especialmente el nivel III), a fin de interpretarla o reinterpretarla. Además, aquellos que están cursando la materia, tienen como referente el propio experimento realizado en clase.

3.3.4. Aplicación de la actividad CD

Se planteó en el curso Laboratorio Virtual del LEV creado a tal fin. Inicialmente su difusión, se realizó por comunicación verbal durante las clases y en los horarios de consulta, luego se sumó la publicación en el avisador de la Cátedra. En este último caso, se proveyó un correo electrónico de contacto por medio del cual los estudiantes

interesados solicitaron ser inscriptos. Se presentó como una actividad fuera del aula sin fecha de vencimiento y sin limitaciones en el tiempo para su realización. Se mantuvo activa hasta el 1 de marzo de 2015, fecha en la que institucionalmente se migró a la versión de Moodle 2.0.

El CD estuvo habilitado para el ingreso de los estudiantes a partir del 12 de noviembre de 2014, en momentos del cursado regular de Física I, con posterioridad al desarrollo del contenido teórico-práctico correspondiente a la dinámica de rotación y en una fecha próxima al segundo parcial. El contenido teórico-práctico desarrollado previamente en el aula consistió en tres módulos de 1,5 horas cada uno, abarcando los conceptos contenidos en el capítulo VII del programa de la materia, un trabajo práctico de resolución de problemas de lápiz y papel y el desarrollo en grupos reducidos del trabajo práctico de laboratorio Volante de inercia y de su informe de laboratorio. Inicialmente tuvieron acceso al mismo tres comisiones de Física I. En el mes de diciembre de 2014 y en febrero de 2015 también participaron estudiantes que en épocas de exámenes, solicitaron vía correo electrónico acceso al cuestionario didáctico de dinámica de rotación.

La actividad se mantuvo activa hasta el 1 de marzo de 2015, fecha en la que institucionalmente se migró a la versión de Moodle 2.0.

3.3.5. Metodología del procesamiento de información recabada con el CD

La mediatización del recurso permitió el acceso de los estudiantes a la actividad, y a la vez en esta investigación, los registros individuales almacenados en la memoria de la plataforma se utilizan para extraer información relacionada a sus recorridos.

Categorías de análisis

(a) Representaciones mentales en la lectura comprensiva del enunciado y en la formulación de una estrategia de resolución de cada problema, (b) modalidades de los recorridos realizados en cada problema, (c) integración de resultados.

Representaciones mentales en la lectura comprensiva del enunciado y en la formulación de una estrategia de resolución de cada problema

La inferencia de las representaciones mentales de los estudiantes se efectuó a partir de las respuestas en modo de resolución en voz *escrita* como técnica sustitutiva de la denominada resolución en voz *alta* (Ericsson y Simon, 1993). El texto se obtuvo como respuesta a un conjunto de preguntas realizadas en la instancia cualitativa de cada problema (página 2). La mediación y mediatización de la misma, fue resuelta con un tipo

de pregunta interactiva, que en Moodle se denomina *ensayo* (3.3.1) Las preguntas de tipo ensayo proveen un procesador de textos, de manera que cada estudiante redactó sus respuestas en formato digital desde su ordenador personal. El análisis se realizó sobre las transcripciones de los registros con inclusión de los eventuales errores ortográficos o gramaticales, tal como fueron escritos por cada estudiante.

Consistió en identificar las entidades (físicas o abstractas) o tokens (apartado 2.2.1) de cada modelo mental, a través de los referentes: del sistema físico, causal primario (interacción fuerza), y causal de mayor nivel de abstracción (interacción momento de fuerza). A cada entidad se le asignó un código: respectivamente, T1, T2 y T3. Los códigos se utilizaron para identificar en cada transcripción los referentes de las entidades respectivas, y se los ubicó junto a la misma. A continuación se analizó la organización textual en búsqueda de encontrar relaciones entre ellos. Tales relaciones se representaron en forma simbólica y constituyeron la evidencia a partir de la que se realizaron las inferencias de los modelos mentales construidos.

Ejemplo 1. Análisis de una transcripción cuya organización textual se expresa en forma simbólica $T2 \rightarrow T1$: aceleración, de la que se infiere un modelo mental que se designa M1.

Estudiante 26: *Dependiendo de cómo se aplique la fuerza [T2] el cilindro [T1] se puede acelerar o frenar.*

En la respuesta escrita se identificaron dos referentes, uno del sistema físico (cilindro), el otro es un causal primario (fuerza). Ambos, en el modelo mental corresponderían a las entidades respectivas T1 y T2. Se escribieron los códigos entre corchetes al lado de los respectivos referentes destacados con un sombreado.

Del análisis de relación surge un vínculo de T2 con la aceleración como variable de interacción asociada al estado de T1. La variable de interacción “acelerar o frenar” fue subrayada.

Ejemplo 2. Análisis de una transcripción cuya organización textual se expresa en forma simbólica $T2 \rightarrow T1$: movimiento, de la que se infiere un modelo mental que se designa M1D

Estudiante 71. *Rota el cilindro [T1] sobre su eje, que en este caso pasa por su centro de masa. Al aplicar la fuerza [T2] moverá el cilindro [T1] sobre su eje.*

En la respuesta escrita se identificaron al igual que en el ejemplo anterior, dos referentes, uno del sistema físico (cilindro), el otro es un causal primario (fuerza), ambos recibieron

el mismo tratamiento del ejemplo 1. En este caso, del análisis de relación surgió un vínculo de T2 con un estado de movimiento en el que no se explicitó como variable de interacción una aceleración. La condición expresada “moverá” ha sido subrayada.

Ejemplo 3. Análisis de una transcripción cuya organización textual se expresa en forma simbólica $T3 \rightarrow T2 \rightarrow T1$: aceleración angular, de la que se infiere un modelo mental que se designa M2.

Estudiante 58: *La fuerza [T2] actuará sobre el movimiento de rotación en sentido contrario buscando frenar el movimiento hasta detenerse. Produce un momento de frenado [T3].*

En el texto se encontró un referente de la entidad designada T2, en este caso la entidad T1 se asume implícita. Además se identificó un referente causal de mayor abstracción (momento de frenado) asociado a la entidad T3. En el análisis de relación surgió como variable de interacción asociada con el estado de T1 una aceleración de frenado: “frenar el movimiento (de rotación)”.

Ejemplo 4. Análisis de una transcripción que no expresa referentes causales, de la que se infiere un modelo mental no dinámico que se designa s/MD

Estudiante 20: *el sistema [T1] acelera en el sentido de las agujas del reloj pues m2 es mas grande que m1.*

El texto no presenta referentes causales, el modelo mental se construiría con ausencia de las entidades T2 o T3. Dado que este trabajo se enfoca en el aspecto dinámico, no sería necesario profundizar en los modelos mentales que responden a otros tipos de análisis (como por ejemplo: el método energético). Corresponderían a una de las tipologías sin consideraciones dinámicas descritas en el apartado 2.2.1, y son designados de manera amplia *sin modelo dinámico* (s/MD).

El modelo mental M1 no reconocería las cuestiones derivadas de la acción de una fuerza aplicada sobre un cuerpo extenso e indeformable sostenido por un eje fijo a un sistema de referencia inercial, cuando dicha acción no está contenida en el plano que contiene al eje. Por tanto constituye un modelo mental asociado a una entidad causal [T2] sin alcance para resolver este tipo de situaciones. En el modelo mental M1D se encontrarían rastros del modelo aristotélico: el movimiento está vinculado a una entidad causal. En un modelo mental M2 se reconocería otra entidad causal [T3], derivada de la aplicación de una entidad causal [T2] a un sistema físico con un eje fijo a un sistema de referencia inercial [T1]. Tal entidad demanda la construcción de un modelo mental M2 de mayor abstracción que el representado en el modelo M1. La elaboración del modelo de mayor abstracción

presentó diferentes niveles, e incluyó o no, aspectos derivados de las propiedades del sistema físico, según se detallará en el apartado 4.2.1.

Modalidades de los recorridos realizados en cada problema

Una vez que el estudiante organizó un modelo mental de la situación planteada en el enunciado de un problema, recurre al mismo para encarar su resolución. En la medida en que dicho modelo mental le resulte funcional, lo mantiene. Si no lo es, lo somete a una revisión recursiva (apartado 1.2.1). El análisis de recorridos se enfocó en cómo se realizó dicho proceso en la resolución cuantitativa. Se realizó a partir de la información de los registros digitales de CD, en los que se guarda la primera respuesta realizada por el estudiante. En primer lugar, se indagó en los movimientos realizados en dicha etapa, y se estableció el tipo de trayectoria seguida por cada estudiante. De las dos opciones de resolución cuantitativa propuestas, surgieron tres trayectorias (apartado 3.3.1): autónoma, por interacción didáctica y orientada.

En la trayectoria autónoma el estudiante solo utilizó el CD para contrastar el resultado que obtuvo por sus propios medios. En la trayectoria por interacción didáctica, el estudiante optó por la resolución autónoma, pero al contrastar el resultado su resolución resultó incorrecta, luego aceptó resolver paso a paso (por aproximación didáctica). En la trayectoria orientada el estudiante eligió él mismo, realizar la propuesta de resolución paso a paso (por aproximación didáctica). En tal aproximación se consideró un proceso principal compuesto por subsistemas que interactúan entre ellos (Brousseau, 1998).

Luego se determinó para cada problema y por tipo de trayectoria, una síntesis de las actuaciones de cada estudiante. Dicha síntesis, incluyó la identificación de las páginas visitadas según la numeración prevista (apartados 3.3.3.1 a 3.3.3.5), el tiempo de permanencia en las principales, el intervalo diagnóstico del Pretest, los modelos mentales inferidos, si hubo errores, en que subproceso se produjeron, si se efectuaron respuestas en instancias de reflexión.

Integración de resultados

Incluyó a los modelos mentales y a los recorridos de los cinco problemas. La aproximación didáctica fue analizada sin importar cómo los estudiantes accedieron a ella, estableciendo la modalidad de la resolución: sin errores, con errores de subprocesos, y si se corrigieron o no, al dar la incógnita del problema.

CAPITULO 4

RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados del diagnóstico de conocimientos iniciales y habilidades cognitivas, y de las resoluciones de cinco niveles de problemas mediante la actividad interactiva CD.

El diagnóstico se enfocó en aspectos personales y disciplinares del grupo de sujetos presentado en el apartado 3.2.3. A partir de los últimos, se encontraron las tendencias centrales de respuestas correctas, incorrectas y *no sé*. Se estableció la proporción de respuestas correctas en cuatro intervalos I1, I2, I3 e I4, a partir de lo que se estableció la cantidad de estudiantes que aprobaron, la de los que obtuvieron condición distinguida y de quienes no lo lograron. Se identificaron enunciados disciplinares con dificultad y sin dificultad en relación a los contenidos según el programa de la materia. Las tendencias de las respuestas a los mismos enunciados se analizaron agrupándolos por las categorías cognitivas definidas en el apartado 3.2.2.

A continuación se presentan los resultados de la actividad interactiva CD. En este caso, en el grupo de estudiantes se incluye solo a aquellos que completaron los cinco niveles de problemas previstos en la misma. Dada la extensión del capítulo y a fin de facilitar su lectura, se presenta inicialmente una síntesis de los resultados relativos a los modelos mentales que se organizan en la comprensión lectora de cada problema y se plantea la estrategia de resolución para los cinco niveles. Luego, se presenta el análisis de trayectorias interactivas y de los procesos implicados.

En apartados siguientes se desarrolla la obtención de resultados. A tal efecto, se utiliza la organización textual de las respuestas de las instancias cualitativas para inferir los modelos mentales construidos al inicio de cada problema. El análisis de las actuaciones de los estudiantes en cada problema se organiza en tablas que incluyen los modelos mentales, elección de trayectoria, errores, tiempo de realización y permanencias en páginas, cantidad de páginas, y reflexiones.

4.1. Diagnóstico de conocimientos iniciales y habilidades cognitivas

4.1.1. Información relevada y análisis descriptivo

A partir de la información relevada e indicada como primera sección del test (apartado 3.2.1) se obtuvo la composición del grupo de sujetos de investigación (apartado 3.2.3) según: edades, sexo, carreras cursadas, procedencia y autoevaluación.

El intervalo etario entre 18 y 19 resultó integrado por el 66 % de los estudiantes, el comprendido entre 20 y 21, se integró por 21 %, mientras que el de más de 22 fue el 13 %. No hubo ningún estudiante de menos de 18 años. En relación al sexo, el grupo contó con un 73 % de varones y 23 % de mujeres. La cantidad de estudiantes por carreras de Ingeniería se presenta en la Tabla 4.1. No hubo estudiantes de las tecnicaturas.

Tabla 4.1. Estudiantes por carreras de Ingeniería

Carrera	IC	II	IB	IME	IE	IM	ICOM	IQ	IAER	IAMB	IA
Cantidad Estudiantes	19	15	11	6	6	4	4	3	1	1	1
(%)	27	20	15	8	8	6	6	4	1	1	1

Las diferentes provincias dentro del territorio nacional, constituyeron el origen de la procedencia del 52 % de los estudiantes. Otros países sudamericanos obtuvieron procedencias del 3 %. El 24 % provino del interior de la provincia de Córdoba y el 20 % de la misma ciudad. En los resultados de la autoevaluación se encontró que el 69 % de los estudiantes consideró disponer de un buen conocimiento de física mientras que el 20 % lo estimó pobre. Sólo el 6 % se autoevaluó con muy bueno y unos pocos (4 %) estimaron no disponer de conocimientos.

La segunda sección de información corresponde a las respuestas a los 30 enunciados disciplinares, Tabla 4.2.

Tabla 4. 2. Respuestas correctas, incorrectas y *no sé* por enunciado del Pretest

Enunciado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Correctas (%)	45	80	25	73	72	32	82	27	31	76	69	31	66	89	70
Incorrectas (%)	54	10	58	27	24	44	15	34	62	11	23	58	15	10	14
<i>No sé</i> (%)	1	10	17	0	4	24	3	39	7	13	8	11	18	1	15
Enunciado	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Correctas (%)	75	59	90	86	15	77	79	85	90	51	46	66	82	72	62
Incorrectas (%)	14	35	4	6	70	18	17	7	8	37	20	24	11	13	15
<i>No sé</i> (%)	11	6	6	8	14	4	4	8	1	13	34	10	7	15	23

A partir de las respuestas de cada enunciado, se encontró que en promedio, las correctas alcanzaron el 64 %, las incorrectas el 25 %, y las respuestas a la opción *no sé* obtuvieron el 11 %.

En el apartado 4.1.2 se retoma esta información y se analizan las tendencias, por grupos de correctas, incorrectas y *no sé*, la relación con los contenidos disciplinares según las unidades del programa y por categorías cognitivas.

Como tercera sección de información relevada se presenta la que aportó el propio software: fecha y tiempo de realización. El Pretest fue realizado por el 75 % de los estudiantes en fecha correspondiente a época de cursado (noviembre de 2014). El 7 % lo hizo en el mes de diciembre de 2014 y el 18 % en febrero de 2015, fechas que corresponden a períodos de exámenes finales.

El tiempo promedio de respuestas fue de 24 minutos. Los cómputos indican que el 41 % de los estudiantes respondieron en un intervalo de tiempo menor al citado. Los mayores intervalos de realización estuvieron próximos a la hora. El tiempo menor registrado (2,5 min) obtuvo minoría de respuestas correctas (33 %) frente a una importante cantidad (67 %) del resto: respuestas incorrectas: 40 %, respuestas *no sé* 27 %. Respuestas con el 80 % de correctas insumieron intervalos en el orden de 9 minutos.

Resultados del Pretest

Se determinó la proporción de estudiantes en cuatro intervalos de respuestas correctas: I1: [80,100], I2: [60,80), I3: [30,60) y I4: < 30. Los estudiantes con porcentaje de respuestas correctas igual o mayor a 60%, corresponden a los que integran los intervalos I1 e I2. Ellos obtuvieron una proporción de 63 %, de ellos un 14 % supera el 80 % de correctas (intervalo I1). Los estudiantes con menos del 60 % alcanzaron el 37 % (intervalo I3). Ninguno obtuvo menos del 30 % de correctas (intervalo I4).

Interesó comparar los resultados del Pretest con los de la autoevaluación realizada por los estudiantes acerca de sus conocimientos. La proporción de estudiantes por cada opción de la escala prevista en la autoevaluación (muy bueno, bueno, pobre o no tiene), se vinculó a los intervalos del diagnóstico I1, I2, I3 e I4: la proporción de estudiantes cuya autoevaluación concuerda con el resultado obtenido en el Pretest es respectivamente, 3, 38, 11 y 0 %, (el 52 %). El 23 % de los estudiantes se subestimaron, y el 24 % sobrevaluó su conocimiento, el 1 % no se autoevaluó.

En la Tabla 4.3 se presenta la proporción de estudiantes según la escala prevista en la autoevaluación (muy bueno, bueno, pobre o no tiene), distribuida según los intervalos del diagnóstico I1, I2, I3 e I4.

Tabla 4. 3. Comparación entre la autoevaluación y los resultados del Pretest (%)

	I1	I2	I3	I4
Muy Bueno	3	2	2	0
Bueno	11	38	20	0
Pobre	0	8	11	0
No Tiene	0	0	4	0
Sin Respuesta	0	1	0	0
Total por intervalo	14	49	37	0

4.1.2. Diagnóstico por grupos de respuestas correctas, incorrectas y no sé

Enunciados sin dificultad

Corresponden a aquellos que obtuvieron una cantidad de respuestas correctas mayor o igual al 60%. Cumplieron esta condición el 67 % de los enunciados. Nueve (30 %) refirieron a temas específicos de la dinámica de rotación. Seis correspondieron a afirmaciones falsas (7, 22, 5, 11, 13 y 27), Tabla 4.4.

Tabla 4. 4. Enunciados sin dificultad respecto a unidad del programa, categoría cognitiva y respuestas correctas

Enunciado	Concepto físico	Unidad	Categoría cognitiva	Respuestas correctas (%)
24	Relación momento inercia – eje de rotación	VII	d	90
18	Brazo de momento	II	d	90
14	Representación del vector momento de una fuerza	II	a	89
19	Radio de giro	VII	a	86
23	Concepto de inercia	IV	a	85
28	Noción rodamiento (cinemática)	VII	b	82
7	Aceleración angular	III	c	82
2	Aceleración centrípeta	III	b	80
22	Momento de inercia: variables de influencia	VII	d	79
21	Momento de inercia: concepto	VII	a	77
10	Valor del ángulo central	II	e	76
16	Teorema de Varignon	II	e	75
4	MCUV: definición	III	b	73
5	MCUV: relaciones angulares y lineales	III	d	72
29	Algoritmo de la segunda ley generalizada	VII	e	72
15	Módulo del momento de una fuerza tangencial	II	d	70
11	Momento de inercia de rígido compuesto	VII	a	69
13	Brazo de momento en situaciones concretas	III	a	66
27	Noción Teorema de Steiner	VII	e	66
30	Emergentes de la segunda ley generalizada	VII	a	62

Nota. Las categorías cognitivas son: a) comprensión de conceptos, b) identificación de movimientos, c) interpretación de datos, d) reconocimiento de relaciones, e) aplicaciones.

Enunciados con dificultad

Corresponden a los 10 enunciados que obtuvieron menos del 60% de respuestas correctas, o más del 60 % de respuestas “no correctas” (incorrectas y *no sé*). Entre los 10, nueve obtuvieron mayoría de respuestas incorrectas, y uno (enunciado 8) mayoría en la opción *no sé*, Tabla 4.5.

Tabla 4. 5. Diez enunciados con dificultad en relación a unidad del programa, categoría cognitiva y respuestas no correctas

Enunciados	Concepto físico	Unidad	Categoría cognitiva	Respuestas No correctas (%)
20	Momento de la fuerza de tensión en volante de inercia	VII	e	85
3	Frecuencia	III	c	75
8	Momento polar de una fuerza, caso concreto	II	c	73
9	Momento de fuerza neto, caso concreto	II	e	69
12	Momento de inercia respecto a eje que no pasa por el baricentro, caso concreto	VII	e	69
6	Concepto de revoluciones	III	c	68
1	Desplazamiento angular	III	a	55
26	Emergentes de la segunda ley generalizada	VII	d	54
25	Noción rodamiento	VII	a	49
17	Concepto de momento polar de una fuerza	II	a	41

Nota. Las categorías cognitivas son: a) comprensión de conceptos, b) identificación de movimientos, c) interpretación de datos, d) reconocimiento de relaciones, e) aplicaciones.

Nueve enunciados correspondieron a afirmaciones falsas, el único verdadero fue el 26.

Cuatro enunciados (12, 20, 25 y 26) refieren a temas específicos de la unidad VII. Los seis restantes corresponden a temas de unidades anteriores (vectores, estática, cinemática y dinámica) y representan el 60 % del grupo (Tabla 3.1).

Las seis respuestas no correctas que refieren a temas de unidades anteriores, respecto al total de 17 enunciados en esa temática, arrojó un peso de 35 %. Las cuatro respuestas no correctas referidas a temas de la unidad VII, sobre el total de 13 enunciados de la misma temática obtuvieron un peso del 31 %, Tabla 4.6.

Tabla 4. 6. Ponderación de enunciados con dificultad según contenidos

Respuestas no correctas	Contenidos según unidades	Peso respecto al contenido por unidad
6	17 (unidades anteriores)	35 %
4	13 (unidad VII)	31 %

Conclusiones. En los enunciados sin dificultad, el tema específico, dinámica de rotación, obtuvo una participación minoritaria frente al resto, que corresponden a unidades anteriores. Este resultado resulta coherente con el progreso en el tiempo de estudio. En los enunciados con dificultades, contrariamente a lo esperado, se encuentra que las cuestiones referentes a la unidad VII de dinámica de rotación resultan menores, señalando mayores dificultades en temas de unidades anteriores.

Por otra parte, las cifras indican que en el grupo sin dificultad, del total de respuestas correctas, el 70 % corresponde a enunciados verdaderos, mientras que en el grupo con dificultad, los enunciados no correctos son el 90 % falso.

En función de la mayor o menor dificultad encontrada, se establecen para el diagnóstico, las siguientes fortalezas y debilidades conceptuales:

Fortalezas. En las nociones específicas: momento de inercia, radio de giro y teorema de Steiner, rodamiento desde el punto de vista cinemático, segunda ley generalizada. Reconocimiento del centro de masa en caso aplicado. En temas relativos a unidades anteriores y requeridos en la dinámica de rotación: brazo de momento, representación del vector momento de una fuerza, módulo del momento de una fuerza tangencial, teorema de Varignon, aceleración angular y centrípeta, MCUV, concepto de inercia.

Debilidades. En nociones específicas: momento de la fuerza de tensión en volante de inercia, momento de inercia respecto a eje no baricéntrico, rodamiento desde el punto de vista dinámico, concepto de constante de proporcionalidad en la segunda ley generalizada. Las nociones correspondientes a unidades anteriores tienen un mayor peso en los resultados que los anteriores, y son: conceptos de revoluciones, desplazamiento angular y frecuencia, momento polar de una fuerza, momento de fuerza neto.

4.1.3. Resultados relativos a las categorías cognitivas

En este análisis, se agrupan las respuestas correctas y las no correctas por habilidad cognitiva considerada principal en cada enunciado.

Comprensión de conceptos

Contiene 10 enunciados relativos a la comprensión de las nociones: desplazamiento angular, centro de masa, brazo de momento, dirección del vector momento de fuerza, momento polar de una fuerza, radio de giro, momento de inercia, rodamiento desde el punto de vista dinámico y aceleración angular.

El promedio de respuestas correctas del grupo es superior al 60 %, Tabla 4.7. Los tres enunciados (1, 17 y 25) que obtienen valores inferiores al citado, refieren a nociones de desplazamiento angular, momento polar de una fuerza y a la dinámica del rodamiento. En el enunciado 14 se encuentra el máximo de correctas, y evidenciaría la capacidad para comprender la noción vectorial, relativa a la dirección y al sentido, del momento de una fuerza.

Tabla 4. 7. Respuestas correctas, incorrectas y *no sé* en categoría Comprensión de conceptos

Enunciados	1	11	13	14	17	19	21	23	25	30	Promedios
Correctas (%)	45	69	66	89	59	86	77	85	51	62	69
Incorrectas (%)	54	23	16	10	35	6	19	7	37	15	22
Respuestas <i>no sé</i> (%)	1	8	18	1	6	8	4	8	12	23	9

Los enunciados con mayor cantidad de respuestas incorrectas corresponden a los enunciados 1, 17 y 25 ya citados. La opción *no sé* obtuvo los máximos valores para los enunciados 13 y 30. El primero está referido a la comprensión de la noción brazo de momento a partir de una situación concreta. La debilidad conceptual es puesta en evidencia a partir de la dificultad para comprender su aplicación al caso planteado. El enunciado 30 indaga la comprensión de la relación entre el cambio de la velocidad angular y el momento de fuerza.

Quince estudiantes tuvieron dificultad en los enunciados de esta categoría. Ellos obtuvieron entre cinco y ocho enunciados con respuestas no correctas. Catorce no aprobaron el Pretest. Para estos estudiantes las principales dificultades se observaron en el enunciado 11, en el que no supieron reconocer el centro de masa del rígido compuesto.

Identificación de variables en movimientos específicos

Se integra con tres enunciados referidos a aceleración centrípeta, aceleración angular constante y al rodamiento entendido como superposición de movimientos, Tabla 4.8.

Tabla 4.8. Respuestas correctas, incorrectas y *no sé* en categoría Identificación de variables en movimientos específicos

Enunciados	2	4	28	<i>Promedios</i>
Correctas (%)	80	73	82	78
Incorrectas (%)	10	27	11	16
Respuestas <i>no sé</i> (%)	10	0	7	6

Los resultados aportan evidencias de la capacidad de los estudiantes para identificar variables asociadas a movimientos circulares y a la rototraslación. Los tres enunciados tuvieron respuestas correctas superiores al 60 %. Las respuestas incorrectas y *no sé* en conjunto alcanzaron un 22 %.

Si bien en esta categoría no se encuentran enunciados con dificultad, once estudiantes tuvieron inconvenientes. Ellos obtuvieron entre dos y tres enunciados con respuestas no correctas. Seis no aprobaron el Pretest, el resto tuvo diagnóstico I2. Para estos estudiantes las principales dificultades se observaron en tres enunciados: en 2 y 28 ellos asumieron no saber la respuesta, en 4 y 28 dieron respuestas incorrectas.

Interpretación de datos brindados a través de unidades o en forma gráfica

Comprende cuatro enunciados referidos a datos de: frecuencia, revoluciones y ángulo entre vectores. Sus resultados se presentan en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Respuestas correctas, incorrectas y *no sé* en categoría Interpretación de datos brindados a través de unidades o en forma gráfica

	Enunciados	3	6	7	8	Promedios
Correctas (%)		25	32	82	27	41
Incorrectas (%)		58	44	15	34	38
Respuestas <i>no sé</i> (%)		17	24	3	39	21

Las respuestas correctas fueron en promedio menores al 60 %. En el enunciado 7 se alcanzó el 82 %, en contraste al 15 % y 3 % de las incorrectas y *no sé*, respectivamente. En él se requiere reconocer una afirmación falsa: la unidad indicada corresponde a velocidad angular y no a aceleración angular.

El enunciado 3 alcanzó mayoría de respuestas incorrectas (58 %). Para responder a la cuestión planteada en este enunciado se requiere reconocer la unidad rpm (revoluciones por minuto) como unidad de uso cotidiano diferenciándola de la de velocidad angular, por ejemplo, rad/s. El enunciado 6 con un promedio de 44 % de incorrectas, demanda reconocer que el desplazamiento angular de n revoluciones es igual a $2\pi n$ radianes.

Las respuestas *no sé* obtienen la mayor cantidad en el enunciado 8 (39 %). Dicho enunciado constituye el único en los 30, en el que la opción *no sé* obtuvo mayoría sobre correctas e incorrectas. Solo el 27 % de los estudiantes, menos de la tercera parte, realizó una adecuada interpretación de datos a partir de la figura que acompaña al texto en la cuestión 8, y pudo operar geoméricamente para obtener el valor del ángulo solicitado. El 34 % no reconoce la afirmación falsa.

Cincuenta y ocho estudiantes obtienen entre dos y cuatro enunciados de esta categoría con respuestas no correctas. De ellos 23 no aprobaron el Pretest, ocho tienen diagnóstico I1, el resto I2. Para estos estudiantes las dificultades se observaron en los enunciados 3, 6 y 8. En los tres enunciados citados obtuvieron importante cantidad de respuestas incorrectas, mientras los *no sé* formulados adquirieron relevancia en el enunciado 8.

Reconocimiento de relaciones entre magnitudes

Se integra con seis enunciados, Tabla 4.10, que refieren a relaciones entre: aceleración angular y tangencial; fuerza tangencial y momento de fuerza; brazo de momento y la menor distancia entre recta de acción y el punto de momento; momento de inercia y la forma del cuerpo, y con la posición del eje de rotación; momento de fuerzas y aceleración angular.

Tabla 4.10. Respuestas correctas, incorrectas y *no sé* en categoría Reconocimiento de relaciones entre magnitudes

Enunciados	5	15	18	22	24	26	Promedios
Correctas (%)	72	70	90	79	90	46	74
Incorrectas (%)	24	14	4	17	9	20	15
Respuestas <i>no sé</i> (%)	4	16	6	4	1	34	11

Las respuestas correctas fueron mayoría en todos los enunciados. Cinco de ellos obtuvieron más del 60 % de respuestas correctas. El enunciado 26 registró solo un 46 % de aciertos, lo que estaría denotando la dificultad de un número significativo de estudiantes en conceptualizar la relación dinámica entre las variables involucradas en la 2° ecuación cardinal o 2° ley de Newton generalizada a la rotación. A la vez, el enunciado 26 obtuvo 34 % de respuestas *no sé*, cifra que se hace relevante al observar que los otros cinco en conjunto alcanzan el 30 %. Los resultados en las cuestiones 22 y 24 evidencian un adecuado reconocimiento del momento de inercia en términos de una distribución de masa. Los resultados relativos a los enunciados 15 y 18 muestran la correcta vinculación entre el momento de una fuerza y el brazo de momento. Cabe destacar que en estos casos, las relaciones identificadas son intrínsecas a las definiciones de momento de inercia y momento de fuerza.

El total de respuestas incorrectas se hace máximo en el enunciado 5. Dicho enunciado involucra una relación entre variables cinemáticas, que obtiene una cantidad relevante de respuestas correctas, y a la par casi la cuarta parte de los estudiantes responde erróneamente.

Dieciséis estudiantes obtienen entre tres y cuatro enunciados de esta categoría con respuestas no correctas. Ninguno de ellos aprobó el Pretest. Para estos estudiantes las principales dificultades se observaron en los enunciados 5, 15, 22 y 26. En el último ninguno dio respuesta correcta, las tres cuartas partes de ellos asumieron no saber su respuesta.

Aplicación de procedimientos básicos de cálculo

Comprende siete enunciados que refieren a aplicaciones sobre: momento de fuerza neto, el momento de inercia de un rígido respecto al centro de masa, el momento de fuerza por aplicación de la tensión en una cuerda, la segunda ley generalizada. El resultado de sus respuestas se presenta en Tabla 4.11.

Tabla 4.11. Respuestas correctas, incorrectas y *no sé* en categoría Aplicación de procedimientos básicos de cálculo

Enunciados	9	10	12	16	20	27	29	Promedios
Correctas (%)	31	76	31	75	16	66	72	52
Incorrectas (%)	62	11	58	14	70	24	13	36
Respuestas <i>no sé</i> (%)	7	13	11	11	14	10	15	12

Se observa un relevante número de respuestas correctas en las cuestiones 10, 16, 27 y 29 que demandan aplicaciones simples y directas relacionadas con el momento de una fuerza y el momento neto.

El elevado número de respuestas incorrectas en los enunciados 9, 12 y 20 señalan las importantes dificultades encontradas en la aplicación integrada de los citados procedimientos básicos de cálculo. La cuestión 9 requiere la integración de procedimientos de cálculo para obtener el momento neto. La cuestión 12 requiere recuperar una representación mental previamente construida para una cuestión anterior (sistema integrado de un aro y 5 varillas) y utilizar el momento de inercia de cuerpos simples (Tabla 2.1) y el teorema de los ejes paralelos (apartado 2.1.7) para obtener el momento de inercia del conjunto respecto a un único eje. El significativo número de respuestas incorrectas estaría indicando que muchos estudiantes no reconocen que el centro de masa del aro no coincide con el centro de masa de las varillas. La cuestión 20 requiere recordar la situación experimental, organizar una representación mental del dispositivo, reconocer la acción ejercida por la cuerda y actualizar el concepto de momento de una fuerza. Las respuestas incorrectas estarían sugiriendo que para los estudiantes el momento sería ejercido no por la fuerza de tensión, como indica el

enunciado, sino por el peso suspendido de la cuerda, o bien no reconocen al radio del carrete como brazo de momento.

Treinta y un estudiantes obtienen un mínimo de cuatro enunciados de esta categoría, con respuestas no correctas. Para estos estudiantes las principales dificultades se observaron en los enunciados 9, 12 y 20 ya citados y además en el 27 y 29. En los últimos, las dificultades se atribuyen a la aplicación del teorema de Steiner y de la segunda ley de Newton generalizada.

Resumen de resultados por categorías cognitivas

Los promedios de respuestas correctas inferiores al 60 % corresponden a las categorías Aplicaciones de procedimientos básicos de cálculo e Interpretación de datos. Dichas cantidades se encuentran en correspondencia con cantidades mayoritarias de respuestas no correctas, y sugieren una mayor dificultad cognitiva en las categorías citadas.

En la Tabla 4.12 se presenta un resumen de los promedios de respuestas correctas, incorrectas y *no sé*, agrupadas por categoría cognitiva.

Tabla 4.12. Resumen de promedios de correctas por categoría cognitiva

Categorías cognitivas	Correctas (%)	Incorrectas (%)	No sé (%)
Identificación de variables	78	16	6
Reconocimiento de relaciones	74	15	11
Comprensión de conceptos	69	22	9
Aplicación de procedimientos	52	36	12
Interpretación de datos	41	38	21

4.2. Actividad didáctica CD

De los 71 estudiantes que realizaron la actividad Pretest, 21 no accedieron al CD y 14 estudiantes resolvieron la actividad solo parcialmente. Interesó conocer los atributos personales y disciplinares relativos al Pretest para el grupo de 36 estudiantes que completaron la actividad CD.

Las principales modificaciones en la composición del grupo, consisten en la disminución relativa de la cantidad de estudiantes de: 20 años o más, de aquellos que proceden de la ciudad de Córdoba, de los que se encuentran en condición de libres, de aquellos que cursan las carreras IC, II e IB, y de los que se autoevaluaron con conocimientos reducidos. En la composición relativa al sexo no se observan modificaciones significativas. En la

composición de resultados disciplinares se presenta una disminución de los estudiantes con diagnóstico I3 y aumento, de aquellos con I2, Tabla 4.13.

Tabla 4.13. Características de los estudiantes que continuaron con el CD

EDAD		Sexo		Carrera		Procedencia		Situación Académica		Autoevaluación		Resultados Disciplinarios	
X < 18 años	0 (0)	H	27 (25)	IC	9 (10)	Otras provincias	19 (18)	En cursado	31 (22)	Muy bueno	3 (1)	I1	5 (5)
18 años ≤ X < 20 años	30 (17)	M	7 (9)	II	6 (8)	Otros países	1 (1)	Libre	3 (13)	Bueno	26 (23)	I2	22 (13)
20 años ≤ X < 22 años	3 (12)			IB	5 (6)	Interior provincial	10 (7)	Regular	2 (-)	Pobre	5 (9)	I3	9 (17)
X ≥ 22 años	3 (6)			Resto	15 (11)	Ciudad de Córdoba	5 (9)			No tiene	1 (2)	I4	0 (0)
Sin respuesta o respuestas parciales	0 (0)	--	2 (1)	--	1 (0)	--	1 (0)	--	0 (0)	--	1 (0)	-	36 (35)

Nota. Las cifras entre paréntesis indican la diferencia con el grupo inicial.

Los resultados relativos a la actividad CD, contemplaron, las instancias de resolución cualitativa y cuantitativa. Los relativos a la primera se integran con los modelos mentales inferidos de las respuestas de los estudiantes al realizar la comprensión lectora de cada problema y al planificar una resolución. Los relativos a la segunda, incluyen la trayectoria elegida y la modalidad de su realización, según fue previsto en la metodología del procesamiento de actividades, apartado 3.3.5.

4.2.1. Síntesis de representaciones mentales

Se presenta en primer lugar a fin de facilitar la lectura del capítulo, dada la importante extensión que adquirió al considerarse necesario incluir en el cuerpo de la tesis el proceso completo de obtención de resultados.

Permitió identificar estructuras textuales semejantes entre sí, e inferir los modelos mentales elaborados por los estudiantes

Para indagar la estructura de los modelos mentales que los estudiantes construyeron en la lectura comprensiva del problema y al formular sus estrategias de resolución, se utilizó la metodología descrita en el apartado 3.3.5. Las entidades de los modelos mentales T1, T2 y T3 se identificaron, respectivamente, a través de referentes del sistema físico, causal primario (fuerza), y causal de mayor abstracción (momento de fuerza), en el lenguaje escrito. Luego se indagó la relación entre ellos. Fue posible inferir cuatro grupos de

modelos mentales: M1, M1D, M2 y s/MD a través de cuatro principales estructuras textuales.

El modelo mental que, en el contexto de esta tesis se designó débil M1D, incluye rastros del intuitivo aristotélico. El modelo mental M1 es un modelo causal de primer orden o primario, que no posee alcance para la resolución de problemas de dinámica de rotación. El modelo mental M2 construye la abstracción con la cuál es posible responder a situaciones vinculadas a la segunda ley de Newton generalizada. En los casos que, en la organización textual, no se hicieron explícitos los referentes de las entidades causales T2 o T3, se infieren modelos mentales no dinámicos (s/MD). Los estudiantes, quienes en la etapa cualitativa no expresaron sus ideas en forma escrita, integraron un mismo grupo designado abreviadamente: sin respuesta (s/r).

Se presentan a continuación ejemplos del análisis de modelos mentales realizado en cada problema.

Nivel I (Figura 4.1)

M1 débil: *El efecto es disminuir el movimiento de rotación del cilindro [T1] mediante la aplicación de la fuerza [T2] [estudiante 56].*

M1: *Dependiendo de cómo se aplique la fuerza [T2] el cilindro [T1] se puede acelerar o frenar El cilindro [T1] se va a frenar [aceleración implícita] [estudiante 26].*

M2: *La fuerza [T2] aplicada efectúa un momento [T3] de frenado sobre el cilindro [T1] [estudiante 73].*

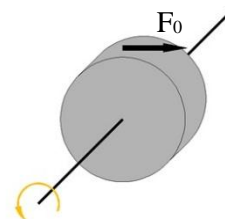


Figura 4.1

Nivel II (Figura 4.2)

M1 débil: *F_4 y F_3 [T2] provocan que el sistema [T1] gire en sentido horario, F_1 y F_2 [T2] hacen que gire en sentido anti horario [estudiante 50].*

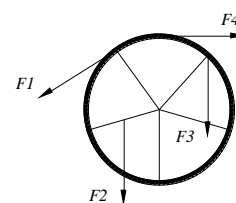


Figura 4.2

M1: *cada fuerza [T2] produce una aceleración [estudiante 20];*

M2: *Las fuerzas [T2] producen un momento [T3] resultante, el que genera que el sistema [T1] adquiera una aceleración angular [estudiante 43].*

Nivel III (Figura 4.3)

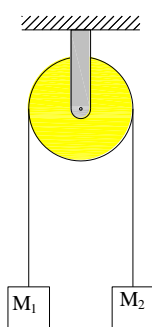


Figura 4.3

M1 débil: *el sistema [T1] se moverá en sentido horario ya que la masa 2 es más grande que la masa 1 [estudiante 14].*

M1: *El sistema [T1] se va a mover hacia la masa 2 ya que esta pesa (implícito T2) más, por lo tanto la aceleración será en ese sentido [estudiante 46].*

M2: *Supongo que la polea [T1] girará en sentido horario ya que el momento [T3] aplicado por la segunda pesa [implícito] es mayor al aplicado por la primera [estudiante 73].*

Nivel IV

Sin modelo mental dinámico (s/MD): *El objeto [T1] se trasladaría, pero además rodaría sobre el plano [estudiante 50].*

M1 débil: *Rodar sin deslizar es una combinación de un movimiento de traslación más uno de rotación. Existe una fuerza [T2] que se produce en contacto con el plano inclinado de tal manera que en ese punto esta instantáneamente en reposo y el punto opuesto a este se encuentra en movimiento y permite la rotación [estudiante 26].*

M2 [con nivel de elaboración incompleto]: *En esta situación, hay una fuerza [T2] aplicada (rozamiento) por lo que hay un momento [T3] y una inercia a la rotación (implícito T1) [estudiante 73].*

Nivel V (Figura 4.4)

M1: *actúa la fuerza m. [masa multiplicada por el] radio del volante [estudiante 5].*

M2i: *el momento [T3] del volante y el momento [T3] de frenado [estudiante 62].*

M2: *momento [T3] de la tensión [T2] y momento [T3] de la fuerza [T2] de rozamiento [estudiante 3].*

La organización textual de las respuestas relativas a la formulación de la estrategia de resolución sugiere modelos mentales diferentes a los organizados en la lectura comprensiva del problema.



Figura 4.4

Siete estudiantes dieron evidencias de organización de un modelo mental M2 asociado a una lectura comprensiva de la situación problemática de

nivel I, y el grupo se incrementa a 13 durante la resolución. Situaciones similares se repitieron en los otros niveles de problemas. En el nivel II se encontraron incrementos de 10 a 15, de tres a 18 en el nivel III, y de uno a 18 en el nivel IV. Los modelos mentales identificados se presentan en la Tabla 4.14.

Tabla 4.14. Modelos mentales en lectocomprensión y formulación de estrategias de resolución de problemas identificados en los estudiantes

		M1D	M1	M2	s/MD	S/r	
Problema	I	Lectocomprensión	3	13	7	0	13
		Estrategia	0	4	13	3	16
	II	Lectocomprensión	16	2	10	0	8
		Estrategia	0	0	15	11	10
	III	Lectocomprensión	13	4	3	8	8
		Estrategia	0	2	18	1	15
	IV	Lectocomprensión	6	0	1	20	9
		Estrategia	6	0	1	20	9
	V	Lectocomprensión	2	5	17	6	6
		Reiteración	0	2	23	6	5

Se observa que el nivel V no tiene inferencias en estrategia de resolución. Motiva esto que su resolución no implicó plantear tal estrategia, sino identificar un procedimiento que provea los datos requeridos por mediciones directas, a fin de resolver un problema experimental (el valor del momento de inercia del volante).

La proximidad del modelo mental M2 respecto al conceptual, se diferenció en tres *niveles de elaboración*: inicial (M2i), algorítmico (M2a), comprensivo (M2+). En la Tabla 4.15 se presentan los modelos mentales inferidos en cada problema.

Tabla 4.15. Modelo mental M2 en lectocomprensión y formulación de estrategia de resolución de problemas identificados en los estudiantes

		M2i	M2a	M2+	Otros	S/r	
Problema	I	Lectocomprensión	3	3	1	16	13
		Estrategia	3	5	5	7	16
	II	Lectocomprensión	6	3	1	18	8
		Estrategia	1	10	4	11	10
	III	Lectocomprensión	3	0	0	25	8
		Estrategia	7	5	6	3	15
	IV	Lectocomprensión	1	0	0	26	9
		Estrategia	4	5	2	16	9
	V	Lectocomprensión	11	3	3	13	6
		Reiteración	14	5	4	8	5

El primer nivel incluye dos entidades $T2 \rightarrow T3$, o bien solo la entidad $T3$ con una participación implícita de $T2$. En esta organización textual se encuentran nociones todavía muy incompletas en cuanto a la propia elaboración de $T3$ como magnitud vectorial. La entidad $T1$ asociada al sólido rígido con su propiedad momento de inercia y la variable de interacción, aceleración angular, están ausentes. Lo dicho se asume como una falta de relación explícita de $T1$ con entidades causales. Una organización textual de este tipo sugiere un modelo mental en estado inicial de construcción o incompleto. Se lo designa abreviadamente $M2i$.

El segundo nivel de elaboración es aquel en el que se logra integrar a las tres entidades $T1$, $T2$ y $T3$. La organización textual denota una relación entre sus referentes de tipo algorítmica (codificada o no): $T2$ (fuerza) $\rightarrow T3$ (momento de fuerza) $\rightarrow T1$ (sólido rígido): aceleración angular. En ella, los referentes dan cuenta de aspectos básicos de las entidades. Este tipo de modelo mental es designado algorítmico, en forma abreviada $M2a$.

En un tercer nivel de elaboración, la organización textual da cuenta de integrar a las tres entidades $T1$, $T2$ y $T3$ con explicitación de nociones de construcción comprensiva, al menos en forma parcial. La entidad $T1$ ha transitado de ser referente de un ente físico concreto hasta convertirse en un sólido rígido como constructo genérico, con su propiedad momento de inercia y la variable de interacción aceleración angular. La entidad $T2$ profundiza su carácter vectorial: atiende al punto en que se aplica la fuerza, su dirección y sentido con respecto a un eje fijo. Ello contribuye a la construcción del concepto vectorial de momento de fuerza (entidad $T3$). En este tipo de modelo mental se infiere que las nociones involucradas, al menos parcialmente, toman significados. Se designa comprensivo, en forma abreviada $M2+$.

Para distinguir abreviadamente los casos en los que los estudiantes, en la planificación de la estrategia de resolución, de la instancia cualitativa, ya elaboraron la respuesta en forma de ecuaciones, y en algunos casos también resuelven, se establece una convención. Cuando en el texto se incluye un algoritmo en forma de ecuación (esto es, codificado), a la referencia del modelo mental que corresponda ($M2$ o $M2+$) se les agrega un subíndice "c": $M2c$ (algorítmico codificado) y $M2+c$ (comprensivo codificado).

En caso que en la instancia cualitativa se haya observado uno de los modelos codificados ($M2c$ o $M2+c$) y además fue resuelto, se adiciona un signo "+" si la solución alcanzada ha sido correcta desde el punto de vista disciplinar, caso contrario un signo "-". Por tanto $M2ac-$ es la designación abreviada del modelo mental algorítmico codificado resuelto incorrecto; $M2+c+$ corresponde a un modelo mental $M2$ comprensivo codificado resuelto correcto.

Se advierte, que en el último, el signo “+” tiene diferentes significados: ubicado a la derecha de “2” atribuye al M2, el significado de algoritmo completo con nociones comprensivas. Ubicado a la derecha de “c”, refiere a que el algoritmo codificado ha sido resuelto de manera correcta.

A continuación se presenta como ejemplo el análisis efectuado a dos de las producciones. Las producciones fueron transcritas incluyendo los errores ortográficos y gramaticales.

Ejemplo 1: instancia cualitativa del problema de nivel II

Preguntas: ¿Cuál es el efecto de cada una de las fuerzas sobre la rotación del conjunto aro y 5 varillas?
¿Considera que hay datos implícitos, necesarios para resolver el problema? ¿Cómo los puede obtener?
Proponga un procedimiento para resolver el problema.

Respuestas: *Las fuerzas [T2] producen un momento [T3] resultante, el que genera que el sistema [T1] adquiera una aceleración angular. Considero que esta implícito, por el dibujo, que la fuerza F2 está aplicada a la mitad de la barra [sic].*

Primero calcularía el momento resultante [T3] de las 4 fuerzas [T2]. Luego, calcularía el momento de inercia del cuerpo [T1], para lo cual calcularía el momento de inercia del aro y luego el de las barras y los sumaría. Por último, aplicaría $M=I \cdot \alpha$ (donde M es el momento de las fuerzas, I es el momento de inercia del cuerpo, α es la aceleración angular). [estudiante 43] [sic].

Las respuestas del estudiante, relativas a la comprensión lectora del problema, sugieren un modelo mental M2 en nivel de elaboración algorítmico (M2a). En el texto de la misma se identifican referentes de las tres entidades T1, T2 y T3. Las interrelaciones entre ellos se asemejan al algoritmo implicado en la segunda ley generalizada expresado en forma simbólica T2 (fuerzas) \rightarrow T3 (momento de fuerza resultante) \rightarrow T1 (sistema aro con varillas): aceleración angular. Dado que en la organización textual no hay evidencias de mayor información y solo se reconocen parcialmente los datos implícitos, no es posible asegurar que el modelo mental adquiera la calidad de comprensivo. Por tanto se asume como modelo mental algorítmico M2a.

En las respuestas relativas a la estrategia de resolución, se encuentran referentes de las tres entidades organizados en un algoritmo codificado que se completa con nociones del punto de aplicación de F2, y con un algoritmo explicativo que incluye al momento resultante de las cuatro fuerzas, al momento de inercia discriminando el aporte del aro y las varillas. De esta organización textual se infiere un modelo mental con significados o de tipo comprensivo: M2+c.

Ejemplo 2: instancia cualitativa del problema de nivel I

Preguntas: Describa cuál es el efecto de la aplicación de la fuerza en dirección tangencial al cilindro (*cuyo eje está fijo*).

¿Cuál es el efecto de la aplicación de la fuerza tangencial sobre el movimiento de rotación que está realizando el cilindro al momento de aplicar la fuerza?

¿Hay que realizar conversiones de unidades? Indíquelos.

Proponga el procedimiento que usaría para resolver el problema. ¿Hay más de una forma para resolver este caso? Indíquelos.

Respuestas: *La fuerza [T2] tangencial estaba aplicando una fuerza opuesta al movimiento, por lo tanto está deteniendo [implícito movimiento acelerado] el cilindro [T1].*

Si las 1800rpm hay que pasarlas a rad/s y las 1200 rpm a rad.

*Primero pasamos a las unidades correctas las velocidad angular (w) y las revoluciones (θ), luego obtenemos la aceleración angular (A) con una ecuación de cinemática, ($A = (w_f^2 - w_i^2) / 2 * \theta$).*

*Ya teniendo el momento de inercia, el cual ($I = 1/2 * m * r^2$), esto por la aceleración angular es igual [sic] al momento [T3], y el momento es igual a la fuerza por el radio del cilindro [T1], despejando la fuerza la obtenemos. ($R = 1,175N$). [estudiante 46] [sic]*

Si bien con debilidades explicativas, en la organización textual relativa a la comprensión lectora del problema, se encuentran referentes de T2 y T1. En la relación entre ambos, T2 aplica sobre T1 produciendo una aceleración, en forma abreviada, T2 (fuerza tangencial) → T1 (cilindro): aceleración. Responde al modelo mental causal primario M1.

En el texto relativo a la estrategia de resolución, se identifica al referente de T3 en un algoritmo análogo al de la dinámica rotacional. Se presenta el cálculo de la fuerza tangencial a partir del momento de fuerza, con referencias a los subprocesos aceleración angular y momento de inercia: T2 (fuerza) → T3 (momento de fuerza) → T1 (cilindro): aceleración angular.

Si bien se observa una primera conversión de unidades que incluye un error conceptual, y luego se refiere a un algoritmo del MCVU, sin fundamentar la pertinencia de su utilización, la estrategia presenta una secuencia para el cálculo de la fuerza con integración de magnitudes de significado físico. Está parcialmente codificada y resuelta con error. Se asume que el modelo mental se asemeja al designado en esta tesis, comprensivo y cuya expresión abreviada es: M2+c-.

4.2.2. Síntesis de procesos

Comprende los aspectos relacionados al tipo de trayectoria seguida por cada estudiante, la modalidad de la aproximación didáctica: sin error, con errores de subprocesos, con

persistencia de error, según lo establecido en el apartado 3.3.5, y el tiempo total y parcial de realización.

En trayectoria autónoma, el estudiante resuelve el problema a criterio propio y solo contrasta el resultado. La trayectoria orientada presenta al estudiante una aproximación a niveles subordinados al principal, posibilitando la revisión de estos contenidos. Su realización puede o no, incluir errores, con activación de procesos didácticos diferentes. La tercera trayectoria, por interacción didáctica, deriva al mismo tipo de aproximación antes mencionada, pero lo hace a partir de una trayectoria autónoma resuelta incorrectamente.

La cantidad de estudiantes por trayectorias, en cada problema se presenta en Tabla 4.16.

Tabla 4.16. Cantidad de estudiantes por trayectorias en niveles I a IV

Trayectorias	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel IV
Autónoma	9	11	8	7
Por interacción	9	4	8	13
Orientada	18	21	20	16

En la Tabla 4.17, se presenta la cantidad de estudiantes según el proceso realizado: autónomo, aproximación didáctica sin error, con errores de subprocesos y resolución con persistencia de error.

Tabla 4.17. Cantidad de estudiantes por modalidad de proceso en niveles de I a V

Procesos	Nivel I	Nivel II	Nivel III	Nivel IV	Nivel V
Autónomo	9	11	8	7	-
Aproximación sin errores	9	2	4	1	12
Aproximación con errores	12	13	18	13	24
Resolución con persistencia de error	5	9	4	15	-
Sin datos	1	1	2	-	-

En la Tabla 4.18 se presenta el tiempo total, máximo y mínimo registrado en la actividad y el parcial para cada nivel. Se observa mayor permanencia en los problemas I y III.

Tabla 4.18. Tiempo total y parcial en cinco niveles (minutos) según registros en la plataforma digital

	Total	T1	T2	T3	T4	T5
Promedio	150	39	27	37	27	20
Máximo	332	140	86	111	100	77
Mínimo	13	3	2	4	2	1

4.3. Resultados por nivel de problema

4.3.1. Síntesis del nivel I

Análisis de representaciones mentales

En la comprensión lectora del problema de nivel I (apartado 3.3.3.1), de los 23 casos con respuestas, siete dieron evidencias de la organización de una representación interna de tipo M2, compatible con el modelo conceptual de la dinámica de rotación para el caso del cilindro frenado por la acción del momento de una fuerza tangencial. De los siete casos citados, cuatro se infirieron con elaboración inicial. En la formulación de estrategia de resolución, se encontraron indicios de modificaciones en los modelos mentales organizados. El modelo mental M2 pudo ser reconocido en 13 casos, de ellos, cinco, alcanzaron nivel comprensivo, Tabla 4.19.

Tabla 4.19. Modelos mentales inferidos en la resolución del problema I

Modelos mentales		Lectura comprensiva	Estrategia de resolución
M2	Inicial (M2i)	4	3
	Algorítmico (M2a)	2	5
	Comprensivo (M2+)	1	5
Otros modelos mentales		16	7
No responden		13	16

Análisis de recorridos

Nueve estudiantes resolvieron esta etapa de manera autónoma, mientras 27 realizaron una aproximación didáctica a la resolución. En ella, 18 hacen la trayectoria orientada por elección personal, otros nueve estudiantes acceden a ella, por interacción didáctica, luego de resolver incorrectamente la trayectoria autónoma. En el conjunto de 27 estudiantes que hacen la aproximación didáctica (sin discriminar cómo accedieron a ella), nueve lo hacen sin errores; 12 incluyen errores en los procesos subordinados; cinco casos presentan persistencia de errores. De ellos, 14 incluyen errores en el subproceso aceleración angular. En la Tabla 4.20 se expone un resumen de los procesos.

Tabla 4.20. Síntesis de procesos en la resolución del problema I

Trayectorias	Sin error	Con error de subprocesos	Con error de proceso principal	Con datos parciales	Diagnóstico		
					I1	I2	I3
Autónoma	9	-	-	-	2	6	1
Por interacción	3	4	2	-	1	4	4
Orientada	6	8	3	1	2	12	4

La Tabla 4.20 también incluye la composición de cada trayectoria en cuanto a cantidad de estudiantes por intervalo del diagnóstico (Pretest). Se observa que los estudiantes con diagnóstico I3 han logrado la menor cantidad de trayectorias en forma autónoma. Los estudiantes con diagnóstico I2 eligen principalmente la trayectoria orientada (12 estudiantes), mientras que, de los que eligen la trayectoria autónoma (el resto), la logran algo más de la mitad. Entre los pocos estudiantes con diagnóstico I1, también se encuentran casos con elección de resolución por trayectoria orientada.

En relación al tiempo de realización, se observa que los estudiantes de trayectoria autónoma no registran lapsos inferiores a los 15 min, mientras que en trayectorias por interacción y orientada hay registros muy breves en el orden de 3 y 6 min. En esta trayectoria, cerca de la cuarta parte de estudiantes registran múltiples accesos (estudiantes 1, 8, 22, 13 y 44).

Se encontraron 11 casos (5, 26, 38, 43, 46, 49, 50, 52, 53, 56 y 73), con permanencia centrada en instancia cualitativa. De ellos, siete, luego han elegido hacer la trayectoria autónoma (5, 43, 49, 50, 52, 53 y 73).

Instancia de reflexión

Veintidós estudiantes que han realizado trayectorias orientadas y por interacción, hacen reflexiones, algunas muy breves. Principalmente señalan dificultades con el cambio de unidades (estudiantes 13, 17, 52, 56), en el cálculo de la aceleración angular (estudiantes 14, 15, 20, 21, 44, 72, 77). El estudiante 53 refiere a saber si hay métodos alternativos de resolución. El estudiante 71 señala que le costó comprender por qué la velocidad final es cero y que “estos problemas me ayudan a afianzar el conocimiento”. El estudiante 1 señala su propio error en el algoritmo newtoniano generalizado. El estudiante 72 asume que solo tiene que *entender las fórmulas que debe usar*. Varios estudiantes expresan apreciar la orientación didáctica brindada por el CD.

El estudiante 77 elabora una larga reflexión, en la que además de asumir su error, indica un error de redacción: *con todo respeto, pero al final por lo que yo entiendo está mal redactado...por ende la fuerza necesaria para frenar el cilindro seria de -5,87[N]*. En este caso se infiere que el estudiante no advierte que la pregunta, refiere al valor o módulo de la fuerza, por tanto carece de sentido indicar su signo: el valor la fuerza necesaria para detener el cilindro es 5,89 N (positivo).

A partir de la respuesta realizada por el estudiante 5, se advierte que las opciones del tipo de preguntas de múltiple elección utilizadas en el cuestionario, alertan a los estudiantes

del eventual error en el resultado en la trayectoria autónoma antes de responder y en consecuencia eligen como opción “no puedo resolverlo”.

4.3.1.1. Análisis de representaciones mentales del nivel I

Preguntas: *Describe cuál es el efecto de la aplicación de la fuerza en dirección tangencial al cilindro (cuyo eje está fijo). ¿Cuál es el efecto de la aplicación de la fuerza tangencial sobre el movimiento de rotación que está realizando el cilindro al momento de aplicar la fuerza? ¿Hay que realizar conversiones de unidades? Indíquelos. Proponga el procedimiento que usaría para resolver el problema. ¿Hay más de una forma para resolver este caso? Indíquelas.*

El análisis se realiza sobre la transcripción textual de las respuestas, incluyendo errores ortográficos.

Grupo M1D

Presenta una organización textual de tipo fuerza-movimiento (apartado 3.3.5):

T2 (fuerza tangencial) → T1 (cilindro): giro

En el problema de nivel I, el referente de T2 es una fuerza tangencial, el de T1 un cilindro. El movimiento de referencia está asociado a la rotación, por ejemplo: giro.

En este tipo de modelo mental no hay evidencia de elaboración del referente causal T3 (momento de la fuerza), y a diferencia del modelo mental M1, tampoco hay identificación de la aceleración como variable de interacción por tanto ha sido designado M1 débil (M1D).

El modelo mental M1D se observa en tres estudiantes: 56, 71, 74. Para los tres casos en lectura comprensiva se infiere un modelo mental que incluye solo a las entidades T1 y T2, cuyo referentes se organizan en una relación de: “disminuir el movimiento”, “mover el cilindro sobre su eje” y “hacer girar al cilindro”. En la respuesta del estudiante 74 se encuentra una referencia implícita al movimiento acelerado cuando expresa “detener el cilindro”, sin embargo dado que agrega “para que gire con 1200 revoluciones” se infiere un modelo mental débil.

Estudiante 56. [Lectura comprensiva:] *La fuerza [T2] de rozamiento es una fuerza [T2] tangencial, por lo tanto la misma actúa como tal. El efecto es disminuir el movimiento de rotación del cilindro [T1] mediante la aplicación de la fuerza [T2]*

Estudiante 71. [Lectura comprensiva:] *Rota el cilindro [T1] sobre su eje, que en este caso pasa por su centro de masa. Al aplicar la fuerza [T2] moverá el cilindro [T1] sobre su eje.*

Estudiante 74. [Lectura comprensiva:] *El efecto de la aplicación de la fuerza [T2] tangencial es hacer girar el cilindro [T1]. El efecto de la fuerza [T2] tangencial es detener el cilindro [T1] para que el cilindro [T1] gire con 1200 revoluciones.*

Respecto a las estrategias de resolución, el estudiante 56 modifica su modelo mental hacia uno de tipo M2. Sin dar cuenta de significados, alude a *sumatoria total* (de momentos) contrastando con el único momento de fuerza de la situación particular de análisis. El concepto de momento de inercia se infiere incompleto, dado que menciona solo inercia. Por tanto el modelo mental que se pone en evidencia es de tipo algorítmico M2a:

Estudiante 56. [Estrategia:] *Utilizaría los conceptos adquiridos en dinámica de rotación. Utilizando aplicando momento [T3] y su sumatoria total igualarla a aceleración angular por Inercia del cuerpo en este caso cilindro [T1]. [sic]*

En la estrategia del estudiante 71 se observa escasa producción de inferencias y una vaga propuesta de resolución en la que se incluye a T2 sin referencia a la variable de interacción aceleración. Esto sugiere la organización de un modelo mental primario M1:

Estudiante 71. [Estrategia:] *Calcular la inercia del cilindro [T1] y trabajar con las fuerzas [T2] que están presentes (con respecto a su centro de masa).*

El estudiante 74 no elabora una estrategia de resolución (s/e).

Grupo M1

Presenta una organización textual de tipo fuerza-aceleración (apartado 3.3.5):

T2 (fuerza tangencial) → T1 (cilindro): aceleración

Se integra por las respuestas de aquellos estudiantes quienes no elaboraron la acción de T2 en el nivel de abstracción significado por T3. Los referentes de T2 y T1 se relacionan por medio de la variable de interacción aceleración de frenado, la velocidad disminuye o *frena*. No se incorpora la noción de momento de fuerza.

Este grupo quedó integrado por los 13 estudiantes: 14, 15, 17, 20, 22, 26, 19, 43, 46, 50, 57, 62 y 77. En relación a la lectura comprensiva, todos presentan una relación entre los referentes de T1 y T2, sin evidencias de T3, asociada a un movimiento acelerado:

Estudiante 43. *Frenado. Introduce una aceleración negativa, des-aceleración [sic].*

Estudiante 50: *La fuerza [T2], contraria al movimiento del cilindro [T1], hará que comience a frenarse [implícito movimiento acelerado].*

Estudiante 14: *Actúa como una fuerza [T2] de fricción. Disminuir la cantidad de revoluciones (implícito T1) hasta frenarlo [implícito movimiento acelerado].*

Estudiante 15: *la aplicación de la fuerza [T2] actúa como fuerza de fricción el efecto es disminuir las revoluciones (implícito T1) hasta frenarlo [implícito movimiento acelerado] [sic].*

Estudiante 17: (implícito T2) *El efecto será que frenará [implícito movimiento acelerado] el disco [T1];*

Estudiante 20: *Una fuerza [T2] tangencial opuesta al sentido de rotación podría detener la rotación del cilindro [T1]. Producirá una aceleración negativa con respecto a la velocidad de rotación, que producirá que el cilindro [T1] se detenga.*

Estudiante 22: *frenar [implícito movimiento acelerado] el disco [T1].*

Estudiante 26: *Dependiendo de cómo se aplique la fuerza [T2] el cilindro [T1] se puede acelerar o frenar. El cilindro [T1] se va a frenar.*

Estudiante 19: (implícito T2) *Frenar [implícito movimiento acelerado] al cilindro [T1].*

Estudiante 46: *La fuerza [T2] tangencial estaba aplicando una fuerza opuesta al movimiento, por lo tanto está deteniendo [implícito movimiento acelerado] el cilindro [T1].*

Estudiante 57: *La fuerza [T2] aplicada en dirección contraria al movimiento de rotación, hará que el cilindro [T1] desacelere, hasta detenerse [movimiento acelerado] [sic].*

Estudiante 62: *Si se aplico una fuerza [T2] en la dirección tangencial, si favorezco al movimiento, entonces aumentará la velocidad angular [movimiento acelerado], por el contrario si la fuerza es contraria, la velocidad tenderá a disminuir. No comprendo enunciado [sic].*

Estudiante 77: *Se aplica la fuerza [T2] con el fin de que se está queriendo frenar [implícito movimiento acelerado] al cilindro [T1] [sic]. Reducir su velocidad. [sic]*

Los estudiantes 14, 15, 17, 22, 19, 46, 50 y 77 expresan una acción de frenado, la cual refiere de manera implícita al movimiento acelerado. Los estudiantes 57, 43, 20, 26 y 62 refieren explícitamente al movimiento acelerado o bien a la modificación de la velocidad angular (con error, ya que la modificación es solo en el módulo). En todos los casos el modelo mental que se evidencia asociado a la lectura comprensiva es de tipo M1.

Se registró debilidad en la comprensión lectora de algunos estudiantes. El estudiante 14 confunde el número de revoluciones con la velocidad angular; los estudiantes 17 y 22 sustituyen el referente empírico cilindro por *disco*; el estudiante 62 afirma “no comprendo el enunciado”, esta debilidad luego se explicita en los errores que se incluyen en el procedimiento de resolución propuesto.

Respecto al modelo mental que utilizan los estudiantes de este grupo al planificar la estrategia, se encuentran situaciones distintas.

En el caso de los estudiantes 22 y 26 no se encuentra evidencia de estrategia (s/e). Los estudiantes 17 y 57 no elaboran estrategia dinámica (s/MD). El estudiante 17 explicita solo el concepto de momento de inercia sin otra explicación y remite a un algoritmo inespecífico de “rotación y dinámica”. Mientras que el 57 refiere al método energético.

Todos realizan conversiones de unidades en forma parcial:

Estudiante 17: *hay que pasar de rpm a rad/seg²; calcularia el momento de inercia y planteria las formulas de rotacion y dinámica* [sic]

Estudiante 22: *si, pasar el diámetro a metros, revoluciones a radianes; no lo se* [sic]

Estudiante 26: *Si, de rpm a rad/s y de cm a m.*

Estudiante 57: *Convertir rpm a rad/s y cm a metros. Utilizaria el cambio en la energia cinetica del cilindro* [sic].

El estudiante 43 expresa el modelo newtoniano generalizado en forma de algoritmo codificado, pero dado que se encuentran referentes de T2 y T1 se infiere un modelo mental M1:

Estudiante 43: *De revoluciones a radianes, de cm a metros, de rpm a rps. Luego, la aceleración angular. Y por último, la fuerza [T2] tangencial aplicando $F \cdot r = I \cdot \alpha$ (donde α es la aceleración angular).*

Las respuestas de los estudiantes 19, 20 y 62 refieren al algoritmo básico, con inclusión de un símbolo que alude al referente de T3 sin dar significado. Por tanto se infiere para ellos un modelo mental incompleto M2i. La expresión del estudiante 20 incluye error, dado que no diferencia entre aceleración angular y lineal. El estudiante 19 propone una ecuación cinemática que refiere a $\omega_f^2 - \omega_0^2 = 2 \cdot \theta \cdot \alpha$, que expresa con error “2.angulo.ac angular”. Además no incluye elaboración de la pertinencia de su utilización, y no da significados. El estudiante 62 incluye errores en lo que se sería el momento de fuerza Y(Tau) y en los conceptos de la 2° ley de Newton generalizada. Entre ellos, establece una relación T3: velocidad angular. Presenta una construcción de T3 a partir de T2 con error, expresa nociones de momento de inercia codificado:

Estudiante 19: *Si, de rpm a radianes/seg; 2.angulo.ac angular= $\omega_f^2 - \omega_0^2$ y luego utilizar momento [T3]* [sic].

Estudiante 20: *Con el momento de inercia del cilindro [T1], podemos utilizar la fórmula de $\sum M [T3] = I \cdot \alpha$, despejando la fuerza nos queda que $F = I \cdot \alpha / r$* [sic]

Estudiante 62: *Si, deberas pasar el radio del cilindro a metros y luego W a rad/s. Para el procedimiento utilizo $F = Y(\text{Tau}) [T3] \times R$ como sabemos que $Y(\text{tau}) = I \times W(\text{velocidad angular})$ tengo que $F = ((1/2 M \cdot R^2) \cdot W) / R$. remplazo los términos y obtengo la fuerza.* [sic]

En las respuestas de los estudiantes 14, 15 y 50 se encuentra una relación entre T3 y T1 que responde al modelo algorítmico M2a. En la respuesta del estudiante 14, se incorpora como error conceptual inercia por momento de inercia. El estudiante 15 menciona “la igualdad de sumatoria de momentos”, expresión que delata la elaboración incompleta del referente de T3 en el nivel de abstracción requerido por la situación particular (fuerza x radio). El estudiante 50 hace referencia a la propiedad momento de inercia y aceleración

angular. Respecto a esta última reconoce el tipo de movimiento como MCUV aunque sin fundamentarlo:

Estudiante 14: *Estableciendo una sumatoria de momentos [T3] igual a la inercia del cuerpo [T1] por la aceleración angular. (Dicha aceleración se establece como aceleración tangencial, dividido el radio del cilindro [T1]).*

Estudiante 15: *si. de rpm a radianes por segundos; hacer la conversión y luego aplicar la igualdad de sumatoria de momentos [T3] igual a momento de inercia por aceleración angular [sic]*

Estudiante 50: *Utilizar sumatoria de momentos [T3] sobre el cilindro [T1] igualado al momento de inercia por la aceleración angular. Despejar la aceleración angular mediante las fórmulas de movimiento circular uniformemente variado.*

En las respuestas de los estudiantes 46 y 77 se encuentran indicios de un modelo mental con mayor dominio algorítmico e indicios de nociones significativas, M2+. El estudiante 46 hace referencia a conversión de unidades que son en realidad magnitudes diferentes. Luego refiere a un algoritmo del MCUV, sin fundamentar la pertinencia de su utilización, de lo que se infiere ausencia de análisis. Finalmente se identifica a la entidad T3 en el algoritmo de la dinámica rotacional con referencias a los subprocesos aceleración angular y momento de inercia. Se encuentra el cálculo de la fuerza tangencial a partir del momento de fuerza. La estrategia presenta una secuencia con integración de magnitudes de significado físico. Está parcialmente codificada y resuelta con error. Se infiere un modelo mental de tipo comprensivo, cuya designación abreviada es, M2+c-. El estudiante 77 hace referencia a conceptos específicos como frecuencia, velocidades angulares inicial y final, aceleración angular, con un tratamiento pertinente. Luego incorpora la noción vectorial de momento de fuerza, como magnitud a partir de la cual calculará la fuerza, y una referencia al modelo newtoniano generalizado. Si bien incorpora una noción de momento de inercia sin evidencias significativas, se infiere en su estrategia, un modelo comprensivo M2+, y una posible modificación del modelo mental de lectura comprensiva:

Estudiante 46: *Si las 1800rpm hay que pasarlas a rad/s y las 1200 rpm a rad. Primero pasamos a las unidades correctas las velocidad angular (w) y las revoluciones (θ), luego obtenemos la aceleración angular (A) con una ecuación de cinemática, ($A = (w_f - w_i - 2) / 2 * \theta$). Ya teniendo el momento de inercia, el cual ($I = 1/2 * m * r^2$), esto por la aceleración angular es igual al momento [T3], y el momento es igual a la fuerza [T2] por el radio del cilindro [T1], despejando la fuerza la obtenemos. [$R = 1,175N$]. [sic]*

Estudiante 77: *Lo primero que hice fue en base a la frecuencia dada calcular la velocidad angular inicial y luego la velocidad angular final. Calcule el tiempo en el que ocurrió todo esto para así poder usar: aceleración angular = $(w_f - w_i) / (T_f - T_i)$ luego recurrí a hacer una sumatoria de momento [T3] que sería igual a: $F.R.\text{sen}90^\circ = I.\text{aceleración angular}$ para poder así calcular la fuerza [T2]. [sic]*

Grupo M2 (con niveles de elaboración M2i/M2a/M2+)

Presenta una organización textual en forma simbólica:

T2 (fuerza tangencial) → T3 (momento) → T1 (cilindro): aceleración angular

Siete estudiantes realizan la lectura comprensiva según un modelo M2. Ellos son los estudiantes: 5, 8, 38, 52, 53, 58, 73.

En las respuestas de los estudiantes 5, 52, 58 y 73 se encuentran indicios de organización de un modelo mental incompleto M2i con una única evidencia: la construcción de la noción de momento de una fuerza:

Estudiante 5: *Al aplicar una fuerza [T2] tangencial al cilindro [T1], se genera un momento o torque [T3] sobre el cuerpo el cual altera su estado. La fuerza [T2] aplicada producirá una aceleración en el sentido contrario a la rotación.*

Estudiante 52: *Al aplicar la fuerza [T2] se genera un momento [T3]. El cilindro [T1] se irá deteniendo.*

Estudiante 58: *La fuerza [T2] actuará sobre el movimiento de rotación en sentido contrario buscando frenar el movimiento hasta detenerse. Produce un momento [T3] de frenado.*

Estudiante 73: *La fuerza [T2] aplicada efectúa un momento [T3] de frenado sobre el cilindro [T1]. Disminuye el módulo del momento de rotación del cilindro [T1].*

Para el estudiante 73 es interesante observar que distingue el carácter vectorial de lo que él denomina *momento de rotación* al mencionar el módulo del mismo. Sin embargo esto plantea la duda si alude a una propiedad del estado de movimiento que se modifica a causa del *momento de frenado*, o bien, refiere a una aproximación hacia la noción de momento angular. O bien se refiere a una interacción responsable del estado de rotación inicial, incorrectamente, dado que antes de la aplicación de la fuerza F, la velocidad angular se asume constante.

En la organización textual de los estudiantes 8 y 53 se integran los referentes de T1, T2 y T3 organizados en relación a la propiedad aceleración angular sin evidencias comprensivas. La respuesta del estudiante 8 incluye error conceptual ya que lo que se reduce es la velocidad angular. En la respuesta del estudiante 53, el momento de la fuerza “aparece” y luego “provoca la disminución de la velocidad angular”. En ambos la estructura correspondería a un modelo mental M2 algorítmico:

Estudiante 8: (implícito T2) *Produce un momento [T3]. Reduce la aceleración angular (implícito T1).*

Estudiante 53: *El efecto de la aplicación de la fuerza [T2] en dirección tangencial al cilindro [T1] es la aparición de un momento [T3] externo generado por la misma fuerza lo cual provoca la disminución de la velocidad angular [implícito aceleración angular] del cilindro [T1] y por lo tanto el posterior frenado. El efecto es una disminución en su velocidad angular. [sic]*

La respuesta del estudiante 38 provee indicios de una lectura comprensiva por medio de la que organiza un modelo mental con coherencia vectorial entre T3 y aceleración angular, lo que permite inferir un nivel de elaboración comprensivo M2+.

Estudiante 38: *Produce un momento de frenado [T3]. La fuerza [T2] tangencial provoca un momento que genera una aceleración angular negativa, la cual produce que el cilindro [T1] que está rotando en algún momento se frene.*

En la estrategia del estudiante 58 no se encuentra evidencia de T2 y/o T3. Se menciona la necesidad de determinar el número de vueltas, que es un dato, y la aplicación de la segunda ley de Newton generalizada sin utilizar evidencias explícitas. Su modelo mental pareciera no incluir evidencias dinámicas (s/MD):

Estudiante 58: *Determinar la velocidad angular, determinar el momento de inercia, determinar el número de vueltas. Calcular la aceleración angular mediante ecuaciones de movimiento circular y finalmente aplicar la segunda ley de Newton aplicada a la rotación.*

La respuesta del estudiante 8, refiere a T2 en el contexto del modelo primario M1:

Estudiante 8: *Realizar las conversiones, calcular la aceleración y a travez de la segunda ley de newton sacar la fuerza [T2]. [sic]*

Los estudiantes 5, 38, 52, 53 y 73 organizan una estrategia que incluye referencias a una relación entre T3 y T1 con incorporación de la noción aceleración en un algoritmo que respondería al modelo newtoniano generalizado. En las respuestas de los estudiantes 5 y 52 no se observan evidencias de elaboración de significados, en las de los estudiantes 8, 53 y 73 se encontrarían rastros de significados:

Estudiante 5: *Primero llevar todo tipo de unidad a sistema internacional, luego ver por cinemática la aceleración necesaria para detener el cuerpo [T1] tras 1200rev. Como $V_f^2 - V_i^2 = 2 \cdot a \cdot X$, $a_t = -0,75 \text{ rad/seg}^2$. Luego la 2da ley de newton aplicada a rotaciones, $M [T3] = I \cdot a / R$, luego $a F = 25/2 \cdot a$, y $|F| = 9,375 \text{ N}$. [sic]*

Estudiante 52: *Hay que convertir los datos en revoluciones a unidades del SIMELA. Planteo la ecuación de la condición de rotación, que expresa que la sumatoria de los momentos [T3] es igual al momento de inercia por la aceleración angular, tengo todos los datos para calcular todo, reemplazo y despejo fuerza [T2].*

El estudiante 5 propone un algoritmo con una codificación parcialmente correcta ya que utiliza variables no específicas. Utiliza ecuaciones del movimiento uniformemente variado sin fundamentar el porqué de su utilización en este caso. Resuelve la 2° ley generalizada presentando el resultado con unidades de fuerza aunque con error, según él mismo asume en la instancia de reflexión final del problema. En su modelo estratégico está presente T3, sin evidencia de significados. Esto sugiere una organización de tipo M2ac-.

El estudiante 52 incluye error conceptual dado que no es un cambio de sistema de unidades, se infieren conceptos débiles. Para la resolución propone a la 2° ley generalizada a la rotación como “condición de rotación”. En el algoritmo se encuentra referencia a la entidad T3, sin evidencias de construcción de significados, de lo que se infiere una representación algorítmica M2a.

Estudiante 53: *Primero se plantean las ecuaciones necesarias para este caso estas son las relacionadas a la cinemática de rotación (formula de la aceleración angular, velocidad angular y el ángulo en función del tiempo). Teniendo $\omega = \omega_0 - \alpha t$ y $\theta = \omega_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2$ como $\omega = 0$ despejando t de la primera ecuación obtengo $t = \omega_0/\alpha$ que remplazo en la segunda ecuación. Esto me queda $\theta = \omega_0 \omega_0/\alpha - \frac{1}{2} \alpha (\omega_0/\alpha)^2 = \frac{1}{2} \omega_0^2/\alpha$ y $\alpha = \frac{1}{2} \omega_0^2/\theta$. Posteriormente calculo la velocidad angular que esta dada por la ecuación $\omega_0 = 2\pi \cdot f$. Calculo el ángulo recorrido hasta detenerse y remplazando los valores obtengo la aceleración angular. Después planteo la Segunda ley de newton aplicada a las rotaciones y sabiendo que el momento de inercia del cilindro [T1] es $I = \frac{1}{2} m R^2$ obtengo que $\sum M [T3] = I \alpha$ y por lo tanto $F R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha$, despejando obtengo la fuerza [T2] tangencial aplicada. [sic]*

El estudiante 53 refiere a ecuaciones de la cinemática de rotación y luego especifica las del MCUV, aunque sin analizar la pertinencia de su aplicación. Cita el “ángulo recorrido” en lugar de la magnitud vectorial específica. En contraste, diferencia la velocidad angular inicial de la frecuencia, dato y reconoce explícitamente la velocidad angular final cero ($\omega = 0$). En la resolución propone a la 2° ley generalizada a la rotación como “condición de rotación” y un algoritmo correcto y completo en el que se encuentra referencia a la entidad T3. De ello se infiere la organización de un modelo mental estratégico en un proceso comprensivo, con codificación parcial, de tipo: M2+c.

Estudiante 38: *Con las revoluciones por minutos, calculo ω_0 [ω_0 : velocidad angular inicial] en rad/s. - Calculo el momento de inercia utilizando la fórmula del momento de inercia del cilindro [T1]. - Calculo, con las revoluciones que se tardan hasta que se detiene, el ángulo final. En base al ángulo inicial y al final se plantea la ecuación cinemática que relaciona dichos ángulos con el tiempo y las velocidades angulares. Se obtiene el tiempo. - Con el tiempo y las velocidades angulares se calcula la aceleración angular. -Luego, con la aceleración angular, el momento de inercia y el radio del cilindro [T1] calculo la fuerza [T2].*

El procedimiento de resolución del estudiante 38 amplía los significados del algoritmo que propone, aunque con error conceptual en el tratamiento de la magnitud desplazamiento angular. El modelo mental usado en la estrategia se infiere comprensivo M2+.

Estudiante 73: *Calculo la inercia del cilindro [T1] [$I=0,5 \cdot m \cdot R^2=0,5 \text{Kg} \cdot \text{m}^2$] Luego, reemplazando la ecuación de la aceleración angular en la función posición en un MCUV, calculo el tiempo de frenado [$7539,8=188,5 \cdot t+0,5 \cdot (-188,5/t) \cdot t^2$] de la cual deducimos que el tiempo es 80 seg. Reemplazando dicho tiempo en la ecuación de aceleración angular obtenemos que esta es $-2,35 \text{m}/\text{seg}^2$. Sabemos que la sumatoria de los momentos es igual a la inercia por la*

aceleración angular y como la fuerza [T2] a aplicar es la única que efectúa un momento, deducimos que $M=0,5\text{Kg}\cdot\text{m}^2\cdot(-2,35\text{rad}/\text{seg}^2)=-1,17\text{N}\cdot\text{m}$ Finalmente, dividimos el momento obtenido por el radio del cilindro [T1] para obtener el módulo de la fuerza [T2] (5,87N). [sic]

Se encuentran algoritmos codificados en la respuesta del estudiante 73, con rastros parciales de evidencia comprensiva. Estos indicios sugieren un modelo mental comprensivo, codificado, con cálculos y unidades correctos, cuya designación abreviada es M2+c+.

4.3.1.2. Análisis del recorrido de nivel I

Comprende los aspectos relacionados a la actuación de cada estudiante integrando, para el primer problema, el resultado del diagnóstico, la representación mental de la instancia cualitativa (apartado 4.3.1.1), con las siguientes etapas cuantitativas y de reflexión.

En relación a la etapa cuantitativa se estableció el tipo de trayectoria seguida por cada estudiante, se analizó la permanencia en las principales páginas y la modalidad de la aproximación didáctica: sin error, con errores de subprocesos, con persistencia de error, según lo establecido en el apartado 3.3.3.1.

El análisis se presenta por tipo de trayectoria realizada.

Autónoma

Nueve estudiantes lograron resolver el nivel I mediante trayectoria autónoma, en siete de ellos (5, 43, 49, 50, 52, 53 y 73) se observan permanencias centradas en página 2 (instancia cualitativa).

El estudiante 73 tiene el mayor registro de tiempo de realización del nivel I. La permanencia activa en la plataforma es 106 minutos, de ellos 25 corresponden a la página 1 (presentación del enunciado) y 80 a la página 2. El estudiante 50, realiza un proceso de 78 minutos, registrando 68 min en página 2. La permanencia breve en página 1, no es indicativa de ausencia de lectura, dado que el estudiante puede haber copiado el enunciado según se sugiere en la página inicial. El estudiante 49 omite el envío de las respuestas abiertas. Si bien el estudiante no da respuestas, registra 33 minutos en la instancia cualitativa. El estudiante 53 registra un tiempo de 35 minutos repartidos entre página 1 y 2. El estudiante al finalizar el nivel, reflexiona: *¿Se puede resolver este problema a través de otros métodos? Esa es mi única duda.* El estudiante 43 con diagnóstico I1, realiza la instancia cualitativa en 16 minutos.

En la Tabla 4.21 se presenta una síntesis de lo realizado.

Tabla 4.21. Estudiantes con resolución autónoma en problema I

Estudiante	Diagnóstico	t_1^a	Instancia Cualitativa		t_2^b	T^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia			
11	I2	13	--	--	7	61	no
49	I2	2	--	--	33	36	no
43	I1	3	M1	M1	16	20	no
50	I2	8		M2a	68	78	no
5	I1	14	M2i	M1c-	9	25	si
52	I2	15		M2a	8	26	si
58	I2	2		s/MD	8	16	si
73	I3	25		M2+c+	80	106	no
53	I2	14	M2a	M2+c	16	35	Si

Nota.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel I (min).

Los estudiantes 5 y 52 tienen permanencias entre 9 y 8 minutos en página 2. El estudiante 52 registra 26 minutos que son dedicados principalmente a la página 1 (enunciado). En su reflexión afirma: *No me quedó ninguna duda, solo tengo problemas en la conversión de unidades*. Para el estudiante 5 se encuentran 14 minutos de permanencia en página 1, y nueve en la página 2, registra un cambio de M2i al modelo primario que resuelve incorrectamente (M1c-). Al finalizar asume: *me había confundido de dato 9,375, pero al ver que no se encontraba en las opciones corrobore el ejercicio y me dio bien*. El estudiante, al encontrar que su resultado no estaba entre los valores de elección múltiple, se dio cuenta que tenía algún error, que encontró y respondió con éxito.

El estudiante 11 registra uno de los mayores tiempos de realización del nivel I (61 minutos), no elabora respuestas cualitativas, tiene una mayor permanencia en el recorrido, con 13 y 7 minutos en página 1 y 2 respectivamente. El estudiante 58 registra el menor tiempo en la realización del problema de nivel I (16 minutos), con permanencia distribuida entre la página 2 y el recorrido.

Por interacción

Esta trayectoria fue realizada por nueve estudiantes quienes resolvieron incorrectamente la trayectoria autónoma, Tabla 4.22.

Tabla 4.22. Estudiantes con resolución por interacción en problema I

Estudiante	Diagnóstico	t ₁ ^a	Instancia Cualitativa		t ₂ ^b	Instancia Cuantitativa		Cant. Pág.	T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia		Subprocesos con error ^d	Resultado de incógnita ^e			
3	I2	6			1	--	C	10	16	no
21	I2	8	--	--	2	2	C	15	35	si
63	I3	0			1	2	I	15	3	no
19	I3	11		M2i	9	--	C	14	38	si
46	I2	31		M2+	12	--	C	10	50	no
57	I3	37	M1	s/MD	6	--	I	14	85	si
62	I3	1		M2i	9	1 y 2	C	14	26	si
77	I2	5		M2+	39	2	C	14	71	si
38	I1	9	M2+	M2+	24	1	C	14	46	No

Nota.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de momento de inercia:1, en subproceso aceleración angular:2.

^e C: respuesta correcta; I: respuesta incorrecta, s/d: sin datos.

Para los estudiantes 57 y 63 se infieren procesos con errores de mayor persistencia al resto, dado que el primer intento (intento de registro) del resultado de la incógnita fue incorrecto. El estudiante 63 no elabora respuestas cualitativas ni de reflexión. Realiza un recorrido de 15 páginas en 3 minutos con errores en el subproceso aceleración angular, y en la valoración de la fuerza elige la opción: *no puedo calcularlo*. El estudiante 57 tiene un registro de realización de 85 minutos, repartido entre el recorrido interactivo (42 min) y página 1 (37 min). De las respuestas en instancia cualitativa, se infiere un modelo mental de lectura comprensiva M1 que cambia en la estrategia a un modelo sin evidencias dinámicas (s/MD). Su reflexión: *Comencé de manera equivocada la resolución al tratar de resolverlo con fórmulas de energía en lugar de MCUV, luego de ver ese error en la resolución, al sacar la aceleración angular con MCUV, el problema queda resuelto al aplicar sumatoria de momento y conceptos de momento de inercia*. La inferencia de ausencia de modelo mental dinámico en el planteo de la estrategia de resolución es

coherente con su relato de intento de resolución por el método energético (con planteo escalar).

Tres estudiantes 3, 19 y 46, resuelven el problema por aproximación a subprocesos sin incluir errores. El estudiante 46 hace un proceso con permanencia centrada en instancia cualitativa. El estudiante 3 no elabora las respuestas cualitativas ni hace reflexión final.

Para el estudiante 19 se infiere un modelo mental de lectura comprensiva M1D, con cambio en la estrategia, a un modelo mental inicial, M2i. En su reflexión expresa: *Se complicó para empezar, luego no.*

En la Figura 4.5 se presenta el recorrido del estudiante 19.

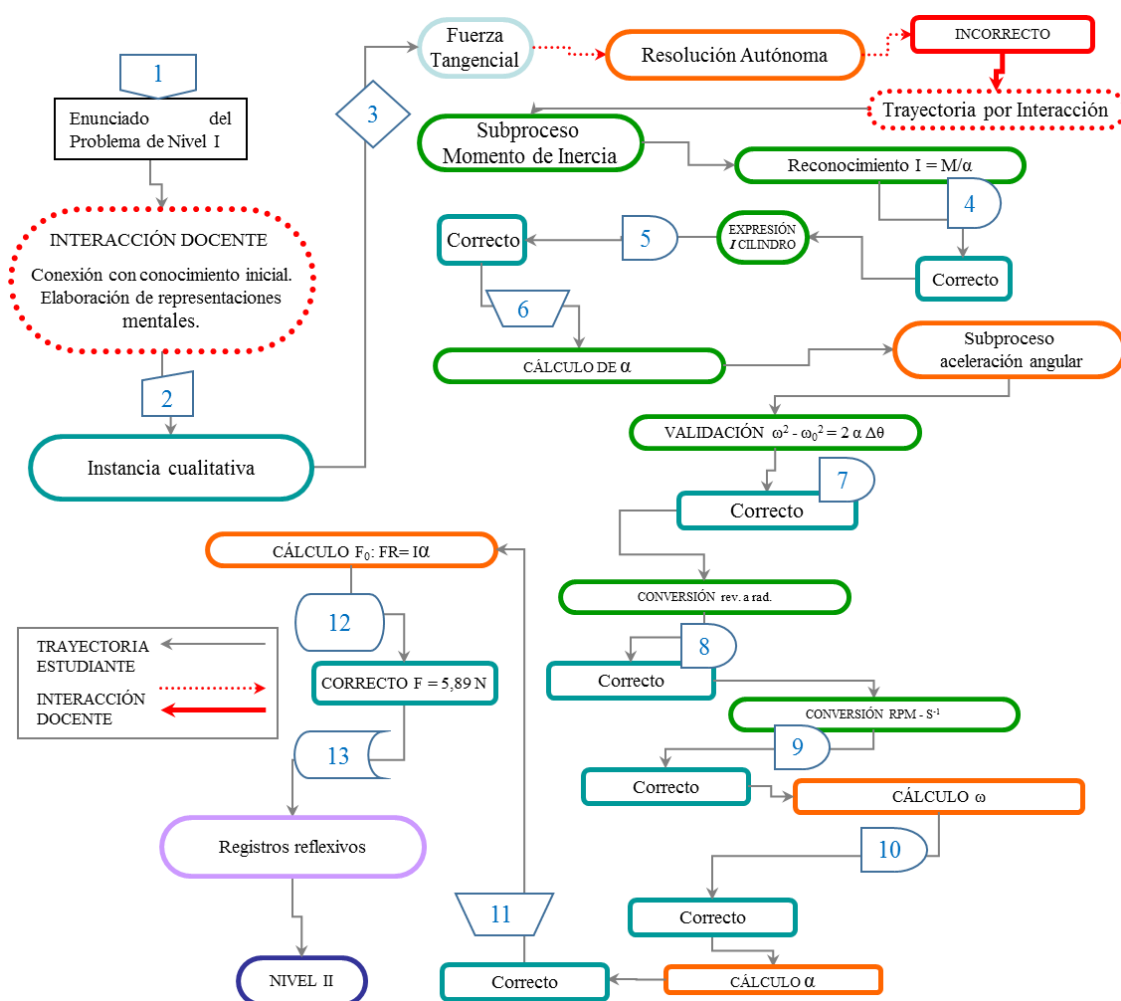


Figura 4.5. Trayectoria por interacción sin errores en subprocesos, estudiante 19, nivel I

Los estudiantes 21, 38, 62 y 77 resuelven el problema por aproximación incluyendo errores en subprocesos. En dos de ellos (38 y 77) los procesos con permanencias importantes en las respuestas cualitativas, tienen coincidencia con inferencias de modelos mentales M2+. Para el estudiante 38 se infiere un modelo mental M2+ sin cambio de comprensión lectora a estrategia. Incluye error en el subproceso momento de inercia. El estudiante 77 registra 39 minutos en la instancia cualitativa y 27 al recorrido. Para este estudiante se infiere un modelo mental MID con cambio a M2+ al formular la estrategia de resolución. En su recorrido, se equivoca en el subproceso aceleración angular. Reflexiona: *Me confundí al calcular la velocidad angular, de la forma en la que lo hice era correcta nada más que al tener una idea errónea de cómo calcular la aceleración angular me dio mal el resultado, llegue a que era $-7,85[N]$. De todas formas, con todo respeto, pero al final por lo que yo entiendo está mal redactado. Ya que la fuerza me esta "frenando" el cilindro por ende está teniendo una aceleración NEGATIVA, el modulo es positivo pero cuando yo reemplazo en sumatoria de momento la aceleración va con el signo negativo ya que me lo frena, por ende la fuerza necesaria para frenar el cilindro sería de $-5,87[N]$. Vuelvo a repetir, por lo que yo entiendo de estar mal lo que pienso le pido que me informe así corrijo mi error. Saludos y vamos con la segunda parte:).* [sic]

Los estudiantes 21 y 62, en cambio, no centran sus procesos en la realización de respuestas cualitativas. El estudiante 21 no las formula. Realiza un proceso que incluye error en el subproceso aceleración angular. Su reflexión: *aceleración angular = $0,7 \text{ rad/seg}^2$* , sugiere que indica el valor que considera correcto. El proceso del estudiante 62 incluye errores en ambos subprocesos. La reflexión sobre sus errores: *Sacar la F_0* , puede ser una referencia al error inicial, en trayectoria autónoma.

Orientada

Dieciocho estudiantes eligieron esta resolución. Los cuatro mayores intervalos de tiempo de realización (estudiantes 26, 74, 9 y 14) están comprendidos entre 44 y 140 minutos. Se observa un único lapso corto (6 minutos). En cinco casos (estudiantes 1, 8, 13, 22 y 44) se observan registros de múltiples accesos.

Las resoluciones de los estudiantes 1, 13 y 74 se asumen con persistencia de errores, dado que el primer intento del resultado (intento de registro) fue incorrecto. El estudiante 1 reflexiona: *todo bien, al principio me confundí porque sume $\frac{1}{2}mr^2$* . El estudiante 13 se equivoca en la velocidad angular inicial. Reflexiona sobre su error: *en el cambio de unidades; no presento dudas*. El estudiante 74 tiene un registro de 44 minutos. Hace un proceso con permanencia de 16 minutos en la instancia cualitativa y 20 en el recorrido.

Durante el recorrido se equivoca en el subproceso aceleración angular. El estudiante no asume los errores, reflexiona: *ningún error, muy didáctico el cuestionario, muy bueno.*

En la Tabla 4.23 se sintetizan los resultados de la trayectoria orientada.

Tabla 4.23. Estudiantes con resolución orientada en problema I

Estudiante	Diagnóstico	t ₁ ^a	Instancia Cualitativa		Instancia Cuantitativa			Cant. Pág.	T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia	t ₂ ^b	Subprocesos con error ^d	Resultado incógnita ^e			
1	I2	1	--	--	1	--	I	56(*)	si	
9	I3	2	--	--	4	--	C	76	no	
13	I2	0	--	--	11	2	I	35(*)	si	
28	I2	2	--	--	1	2	C	13	12	no
32	I3	1	--	--	1	--	C	12	si	
37(**)	I2	1	--	--	1	s/d	s/d	21	s/d	
44	I1	2	--	--	1	2	C	4(*)	si	
72	I3	5	--	--	6	1 y 2	C	12	19	si
56	I2	1	M1D	M2a	4	--	C	6	si	
71	I3	2	M1D	M1	6	2	C	13	20	si
74	I2	8	M1D	--	16	2	I	44	si	
14	I2	9	M1	M2a	24	2	C	53	si	
15	I2	2	M1	M2a	6	--	C	16	si	
17	I1	1	M1	s/MD	6	2	C	13	15	si
20	I2	1	M1	M2i	13	2	C	28	si	
22	I2	1	M1	--	6	--	C	25(*)	no	
26	I2	7	M1	--	115	2	C	140	si	
8	I2	1	M2a	M1	4	--	C	9	9(*)	no

Notas. Los tiempos señalados con (*) indican múltiples accesos. El registro señalado con (**) indica datos parciales.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de momento de inercia:1, en subproceso aceleración angular:2.

^e C: respuesta correcta; I: respuesta incorrecta, s/d: sin datos.

Seis estudiantes realizan la aproximación a los subprocesos sin errores. Dos (9 y 32) no dan respuestas en la instancia cualitativa. El estudiante 32 hace una breve reflexión, dice: *muy bueno el paso a paso, ninguna* (duda). El estudiante 15 hace un proceso de 16 minutos. En su reflexión dice: *no registro errores*, luego reconoce dudas *acerca de la*

aceleración angular. El estudiante 56 realiza un breve proceso de 6 minutos. Reflexiona: *ver bien la relación entre las magnitudes y su correspondiente unidad*. Los estudiantes 8 y 22 registran múltiples accesos: para el estudiante 8 se infiere en lectocomprensión un M2 algorítmico con cambio a M1 en la estrategia: para el estudiante 22 se infiere en comprensión lectora un modelo mental M1, luego no formula ninguna estrategia ni realiza reflexión.

Ocho estudiantes (14, 17, 20, 26, 28, 44, 71 y 72) resuelven la aproximación a los subprocesos con errores. Los mismos estuvieron principalmente relacionados al subproceso aceleración angular.

En la Figura 4.6 se presenta el recorrido del estudiante 71.

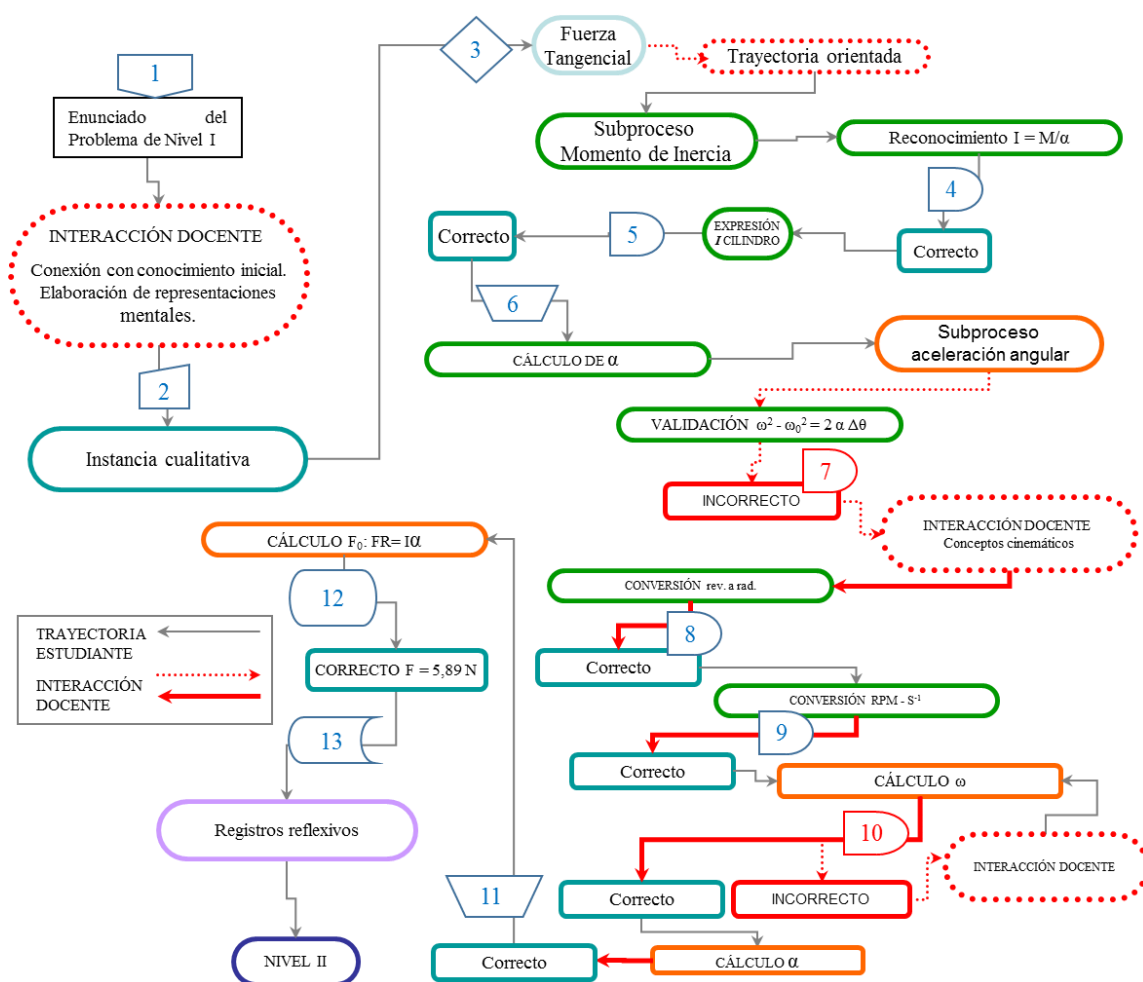


Figura 4.6. Trayectoria orientada con error en subproceso aceleración angular, estudiante 71, nivel I

Los estudiantes 28 y 71 incluyen errores en el subproceso aceleración angular. El estudiante 28 no da respuestas cualitativas ni de reflexión. Hace un proceso breve (menor a 15 minutos). Para el estudiante 71 se infiere un modelo mental de lectura comprensiva débil con cambio en la estrategia al modelo primario. El estudiante reflexiona: *Me costó comprender porque la velocidad angular final es 0 (cero). Por ahora no [no tengo dudas], estos problemas me ayudan a afianzar el conocimiento.*

Los estudiantes 14 y 26 tienen permanencia centrada en respuestas cualitativas, con registros t_2 de 24 y 115 minutos respectivamente. El estudiante 14 asume error en la *aceleración de frenado y, algunas dudas referidas a la aceleración angular.* El estudiante 26, no formula estrategia de resolución.

El estudiante 72, si bien no da respuestas cualitativas, le ha dedicado a esta instancia 6 minutos. Su recorrido incluye errores en el subproceso de aceleración angular y momento de inercia. En su reflexión, dice: [tuve error] *en el cálculo de la aceleración angular.* Luego agrega [no tengo dudas] *solamente necesito darme cuenta entendiendo las fórmulas que debo usar.* Los modelos mentales de lectura comprensiva de los estudiantes 17 y 20 se infieren M1, con cambios a diferentes modelos en la formulación de la estrategia. Para el estudiante 17 se infiere una estrategia sin modelo dinámico. En su reflexión asume *tuve errores en el pasaje de unidades.* Para el estudiante 20 se infiere un modelo mental M2 inicial en la estrategia. En su reflexión refiere error en el *cálculo de la aceleración angular.*

El estudiante 44 registra múltiples accesos al nivel I, sin evidencia de elaboración de respuestas cualitativas. En su reflexión afirma: *no entiendo muy bien cómo sacar la aceleración angular, a mí me da otro resultado.*

4.3.2. Síntesis de nivel II

Análisis de representaciones mentales

En la comprensión lectora del problema de nivel II (apartado 3.3.3.2) de los 28 casos con respuestas, diez dieron evidencias de una representación interna M2, compatible con el modelo conceptual de la dinámica de rotación. Seis de ellos se infirieron con elaboración inicial. En la formulación de estrategia de resolución, solo dos estudiantes mantuvieron la misma elaboración M2 de lectocomprensión. En el resto se encontraron indicios de modificaciones. El modelo mental M2 pudo ser reconocido en 15 casos, de ellos, diez refirieron a un nivel de elaboración algorítmico M2a, y cuatro al comprensivo M2+.

En la Tabla 4.24 se sintetizan los modelos mentales inferidos en el nivel II.

Tabla 4.24. Modelos mentales inferidos en la resolución del problema II

Modelos mentales	Lectura comprensiva	Estrategia de resolución
Inicial (M2i)	6	1
M2 Algorítmico (M2a)	3	10
Comprensivo (M2+)	1	4
Otros modelos mentales	18	11
No responden	8	10

Análisis de recorridos

En el primer nivel, 11 estudiantes resolvieron el problema de manera autónoma y 25 estudiantes realizaron una aproximación didáctica a la resolución. Veintiuno eligió la trayectoria orientada, y cuatro estudiantes accedieron a ella por interacción didáctica luego de resolver incorrectamente la trayectoria autónoma. Entre los 25 estudiantes que hicieron la aproximación didáctica (sin discriminar cómo accedieron a ella), dos lo hicieron sin errores; 13 incluyeron errores en los procesos subordinados; nueve casos se resuelven con persistencia de errores. Los errores se registran en cantidades iguales para el subproceso momento de inercia que para el de momento de fuerzas.

En la Tabla 4.25 se presenta un resumen del proceso seguido con referencia a la modalidad de la aproximación.

Tabla 4.25. Síntesis de procesos en la resolución del problema II

Trayectorias	Sin error	Con error de subprocesos	Con error de proceso principal	Con datos parciales	Diagnóstico		
					I1	I2	I3
Autónoma	11	-	-	-	2	7	2
Por interacción	-	4	-	-	1	2	1
Orientada	2	9	9	1	2	13	6

En la Tabla 4.25 también se presenta la composición de cada trayectoria en cuanto a la cantidad de estudiantes por intervalo del diagnóstico (Pretest). Se observa que los estudiantes con diagnóstico I3 e I2 realizan mayor cantidad de elecciones de trayectoria orientada. De nueve estudiantes con diagnóstico I2 que eligieron la trayectoria autónoma, siete resolvieron el problema. De cinco estudiantes con diagnóstico I1 (que señalaría una condición sobresaliente), dos eligieron la trayectoria orientada.

En relación al tiempo de resolución (T) se observan registros comprendidos en 61 minutos. El mayor corresponde a un estudiante (50) de trayectoria autónoma. Cinco presentan lapsos muy breves (menores a 10 min) en las tres trayectorias. El registro menor

es de dos minutos (estudiante 63). Tres estudiantes registran múltiples accesos (11, 22 y 57). En relación a la permanencia, se encuentran nueve casos (3, 20, 38, 46, 49, 50, 52, 58 y 73), con permanencia centrada en instancia cualitativa, todos ellos, excepto el estudiante 58, realizaron trayectoria autónoma.

Instancia de reflexión

Diecisiete estudiantes hacen reflexiones, si bien algunas son muy breves. Los registros refieren principalmente a dificultades en aspectos relacionados al cálculo del momento de fuerzas: la expresión del signo del resultado (estudiante 3); ángulos y brazos de momentos (estudiantes 53, 9, 21, 77, 43). En menor medida citan dificultades en el momento de inercia (8 y 17). Otros estudiantes refieren a inconvenientes en determinar la aceleración angular (71, 14, 15, 62). El estudiante 5 dice no haber copiado los sentidos de las fuerzas, el 56 cita problemas en *cálculos*, el 72 refiere dificultades que no especifica, mientras los estudiantes 58 y 74 señalan haber aprendido y no tener dudas respectivamente.

4.3.2.1. Análisis de representaciones mentales del nivel II

De manera similar a lo realizado en el problema de nivel I, el análisis se centra en las respuestas de los estudiantes a las cuestiones planteadas en la instancia cualitativa, que para este problema, son:

¿Cuál es el efecto de cada una de las fuerzas sobre la rotación del conjunto aro y 5 varillas?, ¿Considera que hay datos implícitos, necesarios para resolver el problema?, ¿cómo los puede obtener? Proponga un procedimiento para resolver el problema.

En todos los casos el análisis se realiza sobre la transcripción de las respuestas, incluyendo errores ortográficos y gramaticales.

Grupo M1D

Presenta una organización textual de tipo fuerza-movimiento (apartado 3.3.5):

T2 (sistema de fuerzas aplicadas) → T1 (conjunto aro y varillas): giro

En el problema de nivel II, el referente de T2 es sistema de fuerzas aplicadas, el de T1 conjunto aro y varillas. El movimiento de referencia se mantiene asociado a la rotación, por ejemplo: giro.

Dieciséis estudiantes organizan su lectura comprensiva con un modelo mental débil: 3, 19, 44, 46 y 50 y 14, 15, 17, 62 y 72; 13, 21, 26, 56, 71 y 74.

Ocho de ellos, los estudiantes 3, 14, 15, 17, 46, 50, 62 y 72 refieren a cada interacción según un efecto parcial, y en algunos casos de manera antagónica, sobre el movimiento de T1. El estudiante 14 señala: *rotar y frenar*; el 15: *rotar y detener*; 17: *oscilar*; 62: *en sentidos contrarios*; 72: *rotación en diferentes puntos*. En la respuesta del estudiante 17 se encuentra como referente de T1 al cilindro del nivel I. Se observa la elaboración de la acción de las fuerzas en términos de producir un tipo de movimiento oscilatorio según la posición de las mismas. Su razonamiento delataría una reducida comprensión lectora de la situación problemática.

Estudiante 3: *El efecto de f_1 y f_2 [T2] [T1 implícito] es la rotación antihoraria, el efecto de las fuerzas [T2] restantes es la rotación horaria.*

Estudiante 14: *las fuerzas [T2] f_3 y f_4 van a hacer rotar al aro [T1] y las demás fuerzas [T2] lo van a frenar [sic]*

Estudiante 15: *las fuerzas [T2] f_4 y f_3 hacen rotar al cuerpo [T1], las otras dos lo detienen (considerando giro horario como positivo).*

Estudiante 17: [T2 implícito] *hacen que oscile el cilindro [T1]*

Estudiante 46: *cada fuerza [T2] va a tender a rotar el aro [T1], las F_4 - F_3 realizarán la fuerza [T2] para un lado y la F_1 - F_2 para otro.*

Estudiante 50: *F_4 y F_3 (implícito T2) provocan que el sistema [T1] gire en sentido horario, F_1 y F_2 (implícito T2) hacen que gire en sentido anti horario.*

Estudiante 62: *las fuerzas [T2] 1-2 favorecerán el sentido antihorario, y las fuerzas [T2] 3-4 favorecerán al sentido horario [T1 implícito]. [sic]*

Estudiante 72: *El efecto sería la rotación del aro [T1] en diferentes puntos ya que las fuerzas [T2] son distintas además de su dirección. [sic]*

De las respuestas de los ocho restantes estudiantes se infiere que asumen una acción más próxima a la de un sistema de fuerzas con efecto de una rotación o movimiento:

Estudiante 13: *Las fuerzas [T2] aplicadas, están generando una rotación sobre el sistema [T1]. [sic]*

Estudiante 19: (T2 implícito) *Mantener la rotación [T1 y T2 implícitos]*

Estudiante 21: *producen rotación [T1 y T2 implícitos] [sic]*

Estudiante 26: *Dependiendo de las fuerzas [T2], el cuerpo [T1] va a rotar hacia un lado*

Estudiante 44: (T2 implícito) *produce un movimiento [T1 y T2 implícitos] [sic]*

Estudiante 56: [T2 implícito] *Hacer que el mismo [T1 implícito] rote en un sentido*

Estudiante 71: *Dependiendo el valor de cada fuerza [T2] y de la fuerza [T2] resultante, el aro [T1] se moverá para un determinado lado. [sic]*

Estudiante 74: *El efecto de cada uno de las fuerzas [T2] sobre el conjunto [T1] es hacerlo rotar.*

Los 16 estudiantes con M1 débil realizan una lectura comprensiva con ideas erróneas o ambiguas acerca del efecto producido por las fuerzas. La posición de las mismas se obtuvo de la figura que acompañó al enunciado. Al elaborar sus estrategias de resolución se encontró en la respuesta de ocho de ellos: 3, 14, 19, 26, 44, 46, 50 y 74, referentes de T3 dando indicios de un modelo mental M2:

Estudiante 3: *No hay presencia de datos implícitos, a la hora de calcular el momento [T3] de las fuerzas, es necesario obtener el brazo de palanca, para ello hacemos uso de funciones trigonométricas. El procedimiento Momento [T3] de fuerzas=momento de inercia respecto del eje rotación (T1 implícito) * ac.angular [sic]*

Estudiante 14: *si hay implícitos se puede obtener mediante despejes correspondientes; teniendo en cuenta sumatoria de momentos [T3] es igual a la inercia de los cuerpos por la aceleración angular. teniendo en cuenta la aceleración tangencial y el radio del mismo [sic]*

Estudiante 19: *Estan todos los datos. Sumatoria de momentos [T3] [sic]*

Estudiante 26: *Si, que la fuerza [T2] 2 está aplicada a la mitad del radio. Se puede obtener por deducción de la figura; sacas el momento [T3] total sobre el conjunto, luego sacas la inercia del conjunto y despejas la aceleración [sic]*

Estudiante 44: *se los puede obtener haciendo una serie de mediciones con los dinamómetros; aceleración angular=momento [T3] de fuerzas/momento de inercias [sic]*

Estudiante 46: *La sumatoria de momentos [T3] es igual al momento de inercia por la aceleración angular. Ese momento [T3] se produce en el CM por lo tanto cada F por su respectiva distancia al CM por el radio. El momento inercia es igual a la masa del aro por el radio al cuadrado mas cada momento de inercia de cada varilla que es un 1/3 por la masa por el radio al cuadrado. [sic]*

Estudiante 50: *Si, el ángulo que forman F2 y F3 (implícito T2). Comparar los ángulos de las fuerzas [T2] con la varilla vertical. Igualar la sumatoria de momentos [T3] al momento de inercia del sistema multiplicado por la aceleración angular. [sic]*

Estudiante 74: *El dato implícito es la aceleración angular, que es lo que se desea calcular. El procedimiento es calcular la inercia de el conjunto [T1] teniendo en cuenta las varillas y el aro. Luego calculamos el momento [T3] de rotación debido a las 3 fuerzas [T2] y por último calculamos la aceleración angular. [sic]*

En seis de los anteriores: 3, 14, 26, 44, 50 y 74 se encuentra una respuesta sin evidencias comprensivas, que sugiere un modelo de tipo algorítmico M2. El estudiante 3 indica *no hay presencia de datos implícitos* delatando que no comprendería su significado, de manera similar el 74, quien reconoce como dato implícito a la incógnita. El estudiante 44 indica realizar “mediciones con dinamómetros”. El estudiante 26 los especifica parcialmente. El estudiante 50 expresaría una noción inicial del concepto de la magnitud vectorial momento al mencionar de manera imprecisa: comparar los ángulos de las fuerzas con la varilla vertical.

Las respuestas del estudiante 46 refieren a significados del concepto de momento de fuerza y a la propiedad momento de inercia del conjunto en un algoritmo. Si bien se

incluyen errores u omisiones, la explicitación de significados se interpreta como una representación comprensiva M2+.

El estudiante 19 no da cuenta de datos implícitos. En la elaboración de estrategias, solo señala “sumatoria de momentos”, que se interpreta como un M2i (inicial o incompleto).

En las estrategias de los ocho estudiantes restantes no se explicitan referentes de T3: 13, 15, 17, 21, 56, 62, 71 y 72:

Estudiante 13: *Plantearía la sumatoria de momentos de inercia, la cual se iguala a inercia por aceleración angular. Aplicaría lo mencionado anteriormente, tomando un eje baricentrico que pase por el centro del aro.* [sic]

Estudiante 15: *si, por despejes de formulas se pueden obtener; obtener momento de inercia total y despejar aceleración* [sic]

Estudiante 17: *los datos que faltan los obtenes por trigonometría* [sic]

Estudiante 21: *el desplazamiento esta implicito, si el aro tiene 2pirad, y las varillas estan distribuidas iguales divido 2pi en 5 y obtemgo los angulos* [sic]

Estudiante 56: *La inercia de cada varilla, y la inercia total del sistema [T1] (Sumatoria de todas las inercias incluída la del aro). Aplicar momento en el centro de masa, y tratar de resolver mediante los momentos tabulados, despejando así de esa aceleración angular* [sic]

Estudiante 71: *Hay que ver donde actua cada fuerzas [T2], y la inercia de cada varilla(si es centro de masa o en un extremo). Trabajar con movimiento de rotación.* [sic]

Estudiante 62: *La sumatoria de las fuerzas [T2]; Trabajar con movimiento de rotación.* [sic]

Estudiante 72: *Los datos los podria obtener mediante el despeje de formulas. Propondria hacer una sumatorio de fuerzas [T2] cada una multiplicada por el angulo en la que se encuentra y usando la masa del aro como dato ademas del radio.* [sic]

En ellos, no se encuentra evidencia de una estrategia organizada desde el punto de vista dinámico (s/MD). En el caso del estudiante 56 tampoco se encuentra referencia a T3, dado que en el contexto de la oración “momento en el centro de masa” refiere a momento de inercia. Los estudiantes 15 y 72 refieren a “despeje de fórmulas” y hacen un reconocimiento de datos implícitos de manera vaga e imprecisa. El estudiante 62 se refiere a la obtención de la fuerza neta o “sumatoria de fuerzas” magnitud que carece de relevancia en este problema. El estudiante 72 se refiere a una expresión sin correlato disciplinar “cada fuerza multiplicada por el ángulo”.

Grupo M1

La organización textual del grupo con modelo mental M1 en el problema de nivel II, resulta:

T2 (fuerzas aplicadas) → T1 (conjunto aro y 5 varillas/ aro): aceleración

En este grupo se reconocen dos estudiantes: 57 y 20:

Estudiante 20: *cada fuerza [T2] produce una aceleración; los angulos de la aplicacion de las fuerzas [T2]; [sic]*

Estudiante 57: *Cada una de las fuerzas [T2], producira una aceleracion tangencial sobre el conjunto [T1], que finalmente tomara el sentido de la resultante de las fuerzas Si considero que hay datos implicitos, no se como obtenerlos. [sic]*

En las respuestas de los estudiantes 20 y 57, se encuentran conceptos imprecisos: *ángulos de la aplicación de las fuerzas*; conceptos erróneos: *aceleración tangencial*.

El estudiante 57 no elabora estrategia de resolución (s/e). En el caso del estudiante 20 se observa al referente de T3 en una relación algorítmica con referencia a las propiedades momento de inercia y aceleración que sugiere un M2a:

Estudiante 20: *con el momento de inercia total, y conociendo los momentos [T3] de las fuerzas, se puede calcular la aceleracion angular. [sic]*

Grupo M2

La forma simbólica de la organización textual en este nivel, resulta:

T2 (fuerzas) → T3 (momento neto) → T1 (conjunto aro y varillas): aceleración angular

Diez estudiantes realizarían una lectura comprensiva según una representación mental de tipo M2. Seis de ellos lo harían en un nivel inicial, tres en nivel algorítmico, un estudiante alcanzaría un nivel comprensivo. Ellos son los estudiantes: 38, 73, 52; 5, 8, 9, 53, 43, y 77 y 58.

Estudiante 38: *El efecto de las fuerzas [T2] sobre la rotación del conjunto [T1] es que las mismas generan un momento [T3] resultante que produce una aceleración angular. Los datos implícitos los obtenemos por trigonometría.*

Estudiante 52: *Los pares de fuerzas [T2] F1, F2 y F3, F4, generan momentos [T3] opuestos que hacen que el conjunto [T1] siga rotando, un par intenta frenar mientras otro ayuda a la rotación. Se necesitan los brazos de palanca de las fuerzas [T2] F2 y F3 que son necesarios para los cálculos, y se deben obtener a partir de los ángulos y el radio.*

Estudiante 73: *Cada fuerza [T2] efectúa un momento [T3] de rotación que hace que el sistema [T1] rote. Si, el angulo de separación entre las varillas que es obtenido dividiendo 360° por 5, el radio de actuación de F2 y el angulo de incidencia entre las fuerzas F2 y F3 con una linea tangente al aro. [sic]*

Estudiante 5: *Cada una [T2] genera un momento [T3] al cuerpo [T1] dependiendo el sentido de la fuerza, el momento sera positivo o negativo. Por trigonometria debo calcular los momentos [T3] de cada fuerza. [sic]*

Estudiante 8: *produce un momento [T3]. si. el momento de inercia a travez de las masas y distancia y los angulos de las fuerzas [T2] no tengenciales, por trigonometria. [sic]*

Estudiante 9: *generar un momento [T3] [sic]*

Estudiante 53: Cada una de las fuerzas [T2] agregan (o restan) un momento [T3] distinto haciendo que el conjunto gire y cambie su aceleración angular. Si los datos implícitos son los momentos [T3] ejercidos por cada fuerza [T2] y la geometría que posee el conjunto para calcular su momento de inercia. [sic]

Estudiante 43: Las fuerzas [T2] producen un momento [T3] resultante, el que genera que el sistema [T1] adquiera una aceleración angular. Considero que está implícito, por el dibujo, que la fuerza F2 está aplicada a la mitad de la barra. [sic]

Estudiante 58: Las fuerzas [T2] 4 y 3 producen un momento [T3] en sentido horario, las fuerzas 1 y 2 producen un momento en sentido antihorario. SI lo hay. La distancia desde el centro de masa hasta el punto de aplicación de la fuerza 3.

Estudiante 77: cada fuerza [T2] me genera un momento o [T3] el cual me permite calcular la aceleración angular si, el problema dice que hay 5 varillas distribuidas uniformemente, es decir nos están dando el ángulo que hay entre cada varilla el cual luego necesitamos ya que la F2 y F3 no forman un ángulo de 90°. [sic]

Se infiere un nivel de elaboración inicial M2i en las respuestas de los estudiantes: 5, 8, 9, 52, 58 y 73, quienes solo refieren a T3.

Los estudiantes 38, 43, 53 y 77 integran los tres referentes en un nivel de elaboración algorítmica M2a. Solo en el caso del estudiante 53 se encuentran rasgos comprensivos: incluye una descripción del cálculo del momento de inercia del conjunto y la indicación del uso de la trigonometría para la elaboración de brazos de momentos de fuerzas. En este estudiante se infiere un modelo mental: M2+.

A continuación se analiza el modelo mental de la estrategia de resolución:

Estudiante 5: Utilizando $M [T3] = I \cdot \alpha / r$

Estudiante 8: calcular el momento de inercia y a través de la segunda ley de Newton [sic]

Estudiante 9: --

Estudiante 38: Procedimiento: - Obtengo el momento de inercia total, sumando al momento de inercia del aro el de las 5 varillas [T1]. - Calculo la sumatoria de momentos, [T3] utilizando trigonometría para obtener los brazos de palanca. - Con la sumatoria de momentos [T3] y el momento de inercia total obtengo la aceleración angular.

Estudiante 43: Primero calcularía el momento resultante de las 4 fuerzas. Luego, calcularía el momento de inercia del cuerpo, para lo cual calcularía el momento de inercia del aro y luego el de las barras y los sumaría. Por último, aplicaría $M = I \cdot \alpha$ (donde M es el momento [T3] de las fuerzas, I es el momento de inercia del cuerpo, & es la aceleración angular). [sic]

Estudiante 52: En la ecuación, sumatoria de fuerzas [T2] igual a momento de inercia por aceleración angular, reemplazo cada término con los datos del enunciado y despejo la aceleración angular.

Estudiante 53: Calcular las componentes perpendicular al radio que pasa por una de las varillas de las fuerzas [T2] que tienen su dirección vertical. Después calculo el momento [T3] de todas las fuerzas y las sumo. Posteriormente calculo el momento de inercia de cada varilla y las sumo. Sumo el momento de inercia de las 5 varillas con el momento de inercia del aro y haciendo

uso de la ecuación de la segunda ley de Newton para rotaciones despejo la aceleración angular y reemplazo los datos obtenidos y calculo. [sic]

Estudiante 58: *Primero determinar el momento de inercia [sic] de todo el conjunto [T1], luego calcular las distancias de aplicación de las fuerzas [T2] que no son tangenciales al movimiento. Finalmente plantear la segunda ley de Newton aplicada a la rotación y despejar la aceleración angular.*

Estudiante 73: *Primero se calcula la inercia del sistema [T1], haciendo la sumatoria del momento de inercia de las 5 varillas y el aro ($5/3 \cdot m \cdot R^2 + M \cdot R^2 = 0,17 \text{Kg} \cdot \text{m}^2$). Luego, planteamos la sumatoria de los momentos [T3] de las fuerzas es igual a la inercia por la aceleración angular y despejamos la aceleración de la ecuación. [sic]*

Estudiante 77: *calcular el momento de inercia del conjunto aro-varilla [T1] y luego plantear sumatoria de momento [T3] = momento de inercia total * aceleración angular.*

En las estrategias de los estudiantes 38, 73, 43 y 77, 5, 53 solo se encuentra el referente de T3, lo que sugiere un modelo mental M2 inicial. Los estudiantes 38, 43 y 53 expresan un algoritmo completo en el que se encuentran indicios comprensivos: M2+. En el análisis textual de los estudiantes 5, 73 y 77 se observa la integración de los referentes de T1, T2 y T3 sin evidencias de atribución de sus significados, de donde se infiere un modelo mental M2a (algorítmico). El estudiante 73 además codifica el algoritmo y lo resuelve incorrectamente, M2ac-. La respuesta del estudiante 8 no incorpora referentes causales, T2 y T3, por tanto se infiere un modelo mental no dinámico (s/MD). Los estudiantes 52 y 58 no hacen referencia a T3, solo refieren a T2, por lo cual se infieren modelos mentales primarios M1. El estudiante 9 no elabora estrategia, s/e.

4.3.2.2. Análisis del recorrido de nivel II

De manera similar al nivel I se integraron resultados del diagnóstico y de las representaciones mentales de la instancia cualitativa (apartado 4.3.2.1), con las etapas cuantitativas y de reflexión. En la etapa cuantitativa se estableció el tipo de trayectoria, la permanencia en las principales páginas y la modalidad de la aproximación didáctica, según lo establecido en el apartado 3.3.3.2.

Autónoma

Once estudiantes hicieron esta trayectoria. Los tres mayores intervalos de resolución corresponden a un estudiante con múltiples accesos, y sin respuesta cualitativa (estudiante 11), y a dos con inferencia de modelos mentales de lectura comprensiva M1D (3 y 50). Los menores intervalos (de 8 y 9 minutos) corresponden a estudiantes con modelos mentales M1D.

En ocho estudiantes se infieren procesos centrados en las respuestas cualitativas (3, 11, 19, 20, 38, 44, 46, 49, 50, 52 y 73).

En la Tabla 4.26 se presenta una síntesis de lo realizado.

Tabla 4.26. Estudiantes con recorrido autónomo en nivel II

Estudiante	Diagnóstico	t1 ^a	Instancia Cualitativa		t2 ^b	T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia			
11	I2	5			5	86(*)	no
49	I2	12	--	--	21	38	no
3	I2	17		M2a	21	40	si
19	I3	3		M2i	2	9	no
44	I1	6	M1D	M2a	1	8	no
46	I2	3		M2+	18	26	no
50	I2	9		M2a	48	61	no
20	I2	7	M1	M2a	22	34	no
52	I2	8		M1	11	20	no
73	I3	26	M2i	M2ac-	11	41	no
38	I1	3	M2a	M2+	11	20	no

Nota. Los tiempos señalados con (*) indican que el estudiante tuvo múltiples accesos.

^a Intervalo parcial de permanencia en página 1 (min).

^b Intervalo parcial de permanencia en página 2 (min).

^c Intervalo de tiempo de realización de nivel I (min).

Por interacción

En Tabla 4.27 se sintetizan las actuaciones de este grupo de estudiantes.

Tabla 4.27. Estudiantes con resolución por interacción en problema II (todos con resultados incorrectos)

Estudiante	Diagnóstico	t1 ^a	Instancia Cualitativa		Instancia Cuantitativa			T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia	t2 ^b	Subprocesos con error ^d	Cantidad Pág.		
43	I1	4	M2a	M2+	10	1 y 2	14	36	si
58	I2	11	M2i	M1	14	1 y 2	14	29	si
63	I3	1	--	--	1	1 y 2	14	2	no
77	I2	29	M2a	M2a	5	2	15	43	si

Nota.

^a Intervalo parcial de permanencia en página 1 (min).

^b Intervalo parcial de permanencia en página 2 (min).

^c Intervalo de tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de momento de inercia: 1, en subproceso momento de fuerzas: 2

Los estudiantes 43, 58, 63 y 77 siguen la propuesta de interacción didáctica, luego de resolver incorrectamente la trayectoria autónoma. Todos resuelven el problema, con errores en la realización de subprocesos.

Un único estudiante, 58, registró permanencia centrada en instancia cualitativa. En la Fig. 4.7 se presenta la resolución de dicho estudiante. La simbología utilizada hace referencia a la realización de un proceso. Luego de las páginas 1 (lectura de enunciado) y 2 (instancia cualitativa), se realizó la elección de la trayectoria autónoma (página 3), al dar incorrectamente (página 12) el resultado, continuó por interacción didáctica, con una trayectoria orientada. Las respuestas incorrectas se enmarcan en rojo, y en azul las correctas. En primer lugar realizó el subproceso momento de inercia, con error en página 5 (expresión matemática). En página 6 obtuvo el valor correcto de dicho subproceso. Seguidamente realizó el subproceso momento de fuerza resultante. En él, se incluyó error en el momento de la fuerza no tangencial F3 (página 9). En la página 11 obtuvo el resultado de subproceso ($M = 0,54 \text{ Nm}$ antihorario). En 12', dio el resultado del proceso principal: $\gamma = 3 \text{ s}^{-2}$. En la instancia de reflexión, el estudiante asumió que aprendió y que no tiene dudas.

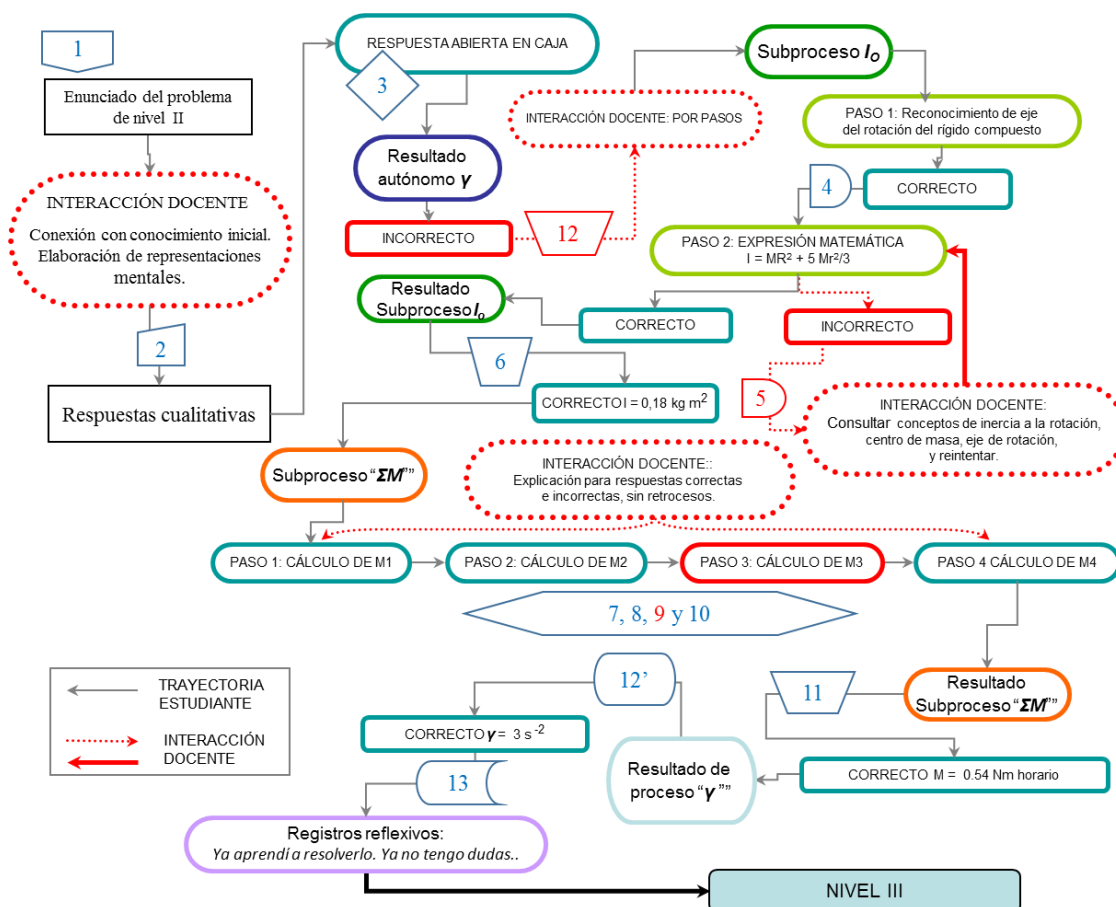


Figura 4.7. Trayectoria en 14 pasos con error en subprocesos, estudiante 58, problema de nivel II

Orientada

Veintiún estudiantes eligieron esta resolución, Tabla 4.28.

El mayor tiempo de realización (estudiante 9) fue de 47 minutos, los lapsos cortos fueron de 6 y 9 minutos (estudiantes 17 y 32). Dos estudiantes (22 y 57) registraron múltiples accesos. No hubo evidencia de procesos centrados en la instancia cualitativa.

El proceso sin errores fue realizado por dos estudiantes (13 y 22). Nueve estudiantes incluyeron errores en ambos subprocesos.

Las resoluciones de los estudiantes 5, 14, 15, 17, 32, 56, 62, 71 y 72 presentaron errores de mayor persistencia, con el primer intento del resultado (intento de registro) incorrecto.

Tabla 4.28. Estudiantes con resolución orientada en problema II

Estudiante	Diagnóstico	t1 ^a	Instancia Cualitativa		t2 ^b	Cuantitativa		T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia		Subprocesos con error ^d	Resultado Incógnita ^e		
1	I2	1			1	2	C	23	no
22	I2	8	--	--	3	--	C	17(*)	no
28	I2	13			1	1	C	28	no
32	I3	1			0	1 y 2	I	9	no
13	I2	2		s/MD	7	--	C	19	no
14	I2	5		M2a	5	1	I	22	si
15	I2	2		s/MD	4	2	I	23	si
17	I1	0		s/MD	1	1 y 2	I	6	si
21	I2	2		s/MD	2	1 y 2	C	27	si
26	I2	3		M2a	7	1	C	30	no
56	I2	0	M1D	s/MD	2	1	I	13	si
62	I3	2		s/MD	3	1 y 2	I	13	si
71	I3	2		s/MD	3	2	I	16	si
72	I3	4		s/MD	3	1 y 2	I	17	si
74	I2	17		M2a	4	1 y 2	C	41	si
57	I3	1	M1	--	1	1	C	29(*)	no
5	I1	2		M2a	10	1 y 2	I	23	si
8	I2	3	M2i	s/MD	3	1	C	31	si
9	I3	2		--	1	2	C	47	si
53	I2	13	M2+	M2+	s/d	2	C	30	si

Nota. (*) Registros con múltiples accesos.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de momento de inercia: 1; error en subproceso momento de fuerzas: 2.

^e C: respuesta correcta; I: respuesta incorrecta; s/d: sin datos.

Nueve estudiantes (8, 13, 15, 17, 21, 56, 62, 71 y 72) hacen el recorrido orientado luego de dar respuestas cualitativas en las que, en la formulación de la estrategia se infieren modelos mentales distintos al M2. En otros cinco (5, 14, 26, 53 y 74), en cambio, se infieren modelos mentales M2 en estrategia.

El estudiante 5 tiene un registro de 23 minutos. Hace un proceso con permanencia de 10 minutos en la instancia cualitativa y 10 en el recorrido. De sus respuestas, se infiere un modelo de comprensión lectora M2 inicial que cambia al algorítmico al formular la estrategia de resolución. Durante el recorrido se equivoca en ambos subprocesos. El estudiante asume: *Me faltó copiar el sentido de las fuerzas lo que me complicó el desarrollo del ejercicio, pero luego lo entendí.*

En la Figura 4.8 se esquematiza el proceso incompleto realizado por el estudiante 5.

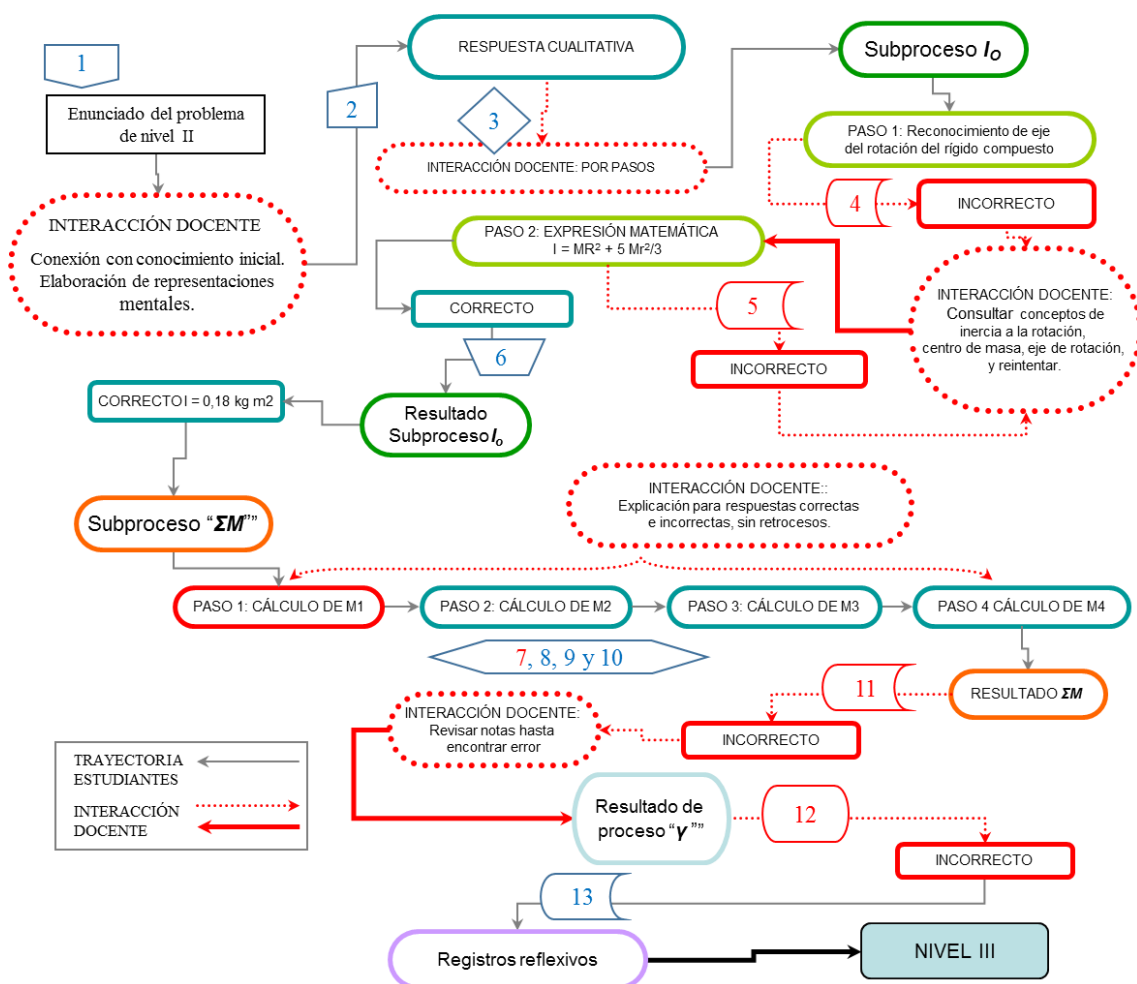


Figura 4.8. Trayectoria del estudiante 5 con proceso incompleto, problema de nivel II

4.3.3. Síntesis de nivel III

Análisis de representaciones mentales

En este problema (apartado 3.3.3.3) de 28 respuestas cualitativas, tres casos sugieren una comprensión lectora con una representación mental M2 compatible con el modelo conceptual de la dinámica de rotación. Tal representación se realizaría con una elaboración inicial. En la formulación de la estrategia de resolución, solo un estudiante mantuvo la elaboración del M2i de lectocomprensión. En el resto se encontraron indicios de modificaciones: el modelo mental M2 pudo ser reconocido en cinco casos de elaboración algorítmica M2a, y en seis comprensiva M2+, Tabla 4.29.

Tabla 4.29. Modelos mentales inferidos en la resolución del problema III

Modelos mentales	Lectura comprensiva	Estrategia de resolución
Inicial (M2i)	3	7
M2 Algorítmico (M2a)	0	5
Comprensivo (M2+)	0	6
Otros modelos mentales	25	3
No responden	8	15

Análisis de recorridos

En el tercer nivel, ocho estudiantes resolvieron el problema de manera autónoma y 28 estudiantes realizaron una aproximación didáctica a la resolución. Veinte lo hicieron al elegir la trayectoria orientada, y ocho estudiantes accedieron a ella por interacción didáctica luego de resolver incorrectamente la trayectoria autónoma.

Entre los 28 estudiantes que hicieron la aproximación didáctica (sin discriminar como accedieron a ella), tres lo hicieron sin errores. Diecinueve incluyeron errores en subprocesos; cuatro casos resolvieron con persistencia de errores. Los errores en el subproceso aceleración del sistema son mayores que en el de momento de inercia.

En la Tabla 4.30 se presenta un resumen del proceso seguido, con referencia a la modalidad de la aproximación.

Tabla 4.30. Síntesis de procesos en la resolución del problema III

Trayectorias	Sin error	Con error de subprocesos	Con error de proceso principal	Con datos parciales	Diagnóstico		
					I1	I2	I3
Autónoma	8	-	-	-	1	3	4
Por interacción	2	3	2	1	3	5	-
Orientada	1	16	2	1	1	14	5

En la misma Tabla 4.30, al igual que en problemas anteriores, se presenta la composición de cada trayectoria en cuanto a cantidad de estudiantes por intervalo del diagnóstico. Se observa que los estudiantes con diagnóstico I2 realizaron mayor cantidad de elecciones por trayectoria orientada. De ocho estudiantes con diagnóstico I2 que eligieron la trayectoria autónoma, tres resolvieron el problema. De cinco estudiantes con diagnóstico I1, solo uno elige trayectoria orientada; de los cuatro que eligen la trayectoria autónoma, solo uno, logra su resolución. De los estudiantes con diagnóstico I3, que eligen trayectoria autónoma, todos la resuelven.

En relación al tiempo de resolución (T) se observan registros comprendidos entre uno y 111 minutos. El menor, al igual que en problemas anteriores, corresponde al estudiante 63, quien realiza una trayectoria autónoma sin elaboración de etapa cualitativa. El mayor corresponde al estudiante 21 de trayectoria orientada, con errores. Su proceso se infiere centrado en el recorrido con mayor permanencia en página 1. Elabora respuestas muy breves de las que se infiere un modelo dinámico sin estrategia de resolución. Dos estudiantes registran múltiples accesos (11 y 22).

Se encuentran seis casos (3, 43, 46, 53, 62 y 77) con permanencia centrada en instancia cualitativa. Cuatro realizaron la trayectoria autónoma.

Los once casos con cambios más significativos (algorítmicos y comprensivos), corresponden a tres trayectorias autónomas (5, 46 y 77), y a ocho resoluciones por aproximación (estudiantes 20, 43, 58, 38, 50, 52, 53 y 74).

Instancia de reflexión

Diecisiete estudiantes reflexionan brevemente al final del problema. Los registros refieren: dificultades con el radio de giro (estudiantes 38, 43, 50 y 74); dificultades derivadas del análisis dinámico de los cuerpos suspendidos (estudiantes 8, 9, 52) y el de la polea (37 y 53); en el planteo (estudiantes 1 y 71). Los estudiantes 15, 19, 21 y 56 citan dificultades en el “despeje”, mientras los estudiantes 17 y 77 señalan no tener dudas y entender bien el problema. El estudiante 46 pide disculpas por la presentación de diagramas de cuerpo libre que dibujados en el procesador de textos no fue posible entender.

4.3.3.1. Análisis de representaciones mentales del nivel III

La conformación de los grupos con modelos mentales semejantes, de manera similar a lo realizado en los problemas de nivel I y II, se efectuó considerando una organización textual semejante en las respuestas relativas a la comprensión lectora del enunciado:

Describe con sus palabras cómo supone que se moverá el sistema y justifique sus ideas. En su cuaderno realice el diagrama de fuerzas externas actuantes sobre el sistema masa m_1 , masa m_2 , cuerdas y polea. Luego en el siguiente recuadro mencione las fuerzas representadas con su dirección y sentido. En su cuaderno o carpeta realice el diagrama de fuerzas externas actuantes sobre la polea. Luego en el siguiente recuadro mencione las fuerzas representadas con su dirección y sentido.

La organización textual relativa a la planificación de una estrategia de resolución respondió a la siguiente consigna:

Proponga un procedimiento para resolver el problema y descríballo en el recuadro. Si considera que existe otro procedimiento alternativo, también coméntelo.

El análisis se realizó sobre la transcripción textual de las respuestas, incluyendo los errores ortográficos de los estudiantes.

Grupo sin evidencia dinámica (s/MD)

Su estructura responde a un movimiento *orientado por una masa o relación intuitiva: T1 (masa): movimiento*, sin incluir una relación causal en términos de T2 o T3. Este tipo de modelo mental se encontró en ocho estudiantes (9, 14, 19, 20, 21, 32, 44 y 53). En sus respuestas se observa la referencia a que una de las dos masas es *más grande o mayor* y en consecuencia, *el sistema se mueve hacia ella*:

Estudiante 9: *se movera en sentido del cuerpo [T1] con mayor masa. [sic]*

Estudiante 14: *es sistema [T1] se moverá en sentido horario ya que la masa 2 es más grande que la masa 1*

Estudiante 19: *Se movera hacia donde este la masa mayor. [sic]*

Estudiante 20: *el sistema [T1] acelera hacia en sentido de las agujas del reloj pues m2 es mas grande que m1. [sic]*

Estudiante 21: *el sistema [T1] se movera en sentido horario porque la masa dos es mayor. [sic]*

Estudiante 32: *[T1] Se movera hacia la masa de mayor kilaje; [sic]*

Estudiante 44: *el sistema [T1] se movera para el lado que tenga el objeto de mayor masa [sic]*

Estudiante 53: *El sistema [T1] se movera hacia el lado de la masa 2. En otras palabras la masa 1 ascendera de forma vertica, la masa 2 bajara en forma vertical y el rodillo girará en sentido horario. Dado que la masa 2 es mas pesada [T2] que la masa 1 y gracias a la 2 ley de newton el sistema buscará el equilibrio haciendo que el sistema se mueva hacia la masa 2. [sic]*

En cuanto al modelo utilizado al planificar la estrategia de resolución: tres estudiantes (9, 21 y 44) no establecen ninguna (s/e).

La estrategia de cinco estudiantes incluye al referente de T3, lo que sugiere un modelo M2 en diferentes niveles de complejidad. Entre ellos, los estudiantes 14, 19 y 32 lo hacen solo con referencias a T3, lo que sugiere un modelo mental incompleto, M2i:

Estudiante 14: *Realizando sumatoria de fuerzas [T2] en el bloque 1y2 igualadas a masa por aceleracion. Luego realizando sumatoria de momentos [T3] en la polea [T1].* [sic]

Estudiante 19: *Sumatoria de momento [T3]*

Estudiante 32: *calcular con sumatoria de momentos [T3]*

El estudiante 20 integró los tres referentes citando de manera breve al algoritmo del modelo newtoniano generalizado, en tal estructura se infiere una representación algorítmica M2a.

Estudiante 20: *plantear las ecuaciones de la segunda ley de newton para el sistema. La suma de momentos es igual al momento de inercia por la aceleracion angular.* [sic]

El estudiante 53 hace referencia explícita a la segunda ley generalizada y a cómo resolver el sistema de ecuaciones que en este caso, tiene tres incógnitas. Menciona la propiedad momento de inercia. Elabora los conceptos de momento de fuerza sobre la polea, y si bien no hace evidente la relación o algoritmo del modelo newtoniano generalizado, se infiere una representación con un nivel de abstracción M2+.

Estudiante 53: *Primero se calcula las tensiones [T2] producidas por las masas a traves de la ecuacion de la segunda ley de newton se calcula la aceleracion tangencial y se calcula el momento de inercia de la polea [T1]. Posteriormente se reemplazan los valores en la la ecuacion de la segunda ley de newton para las rotaciones y con eso se calcula el momento [T3] resultante.* [sic]

Grupo M1 débil

La estructura del modelo M1 débil, presenta una relación de tipo causal primario-movimiento. En el problema de nivel III las evidencias particulares a considerar, son: $T2$ (peso) $\rightarrow T1$ (masa) \rightarrow movimiento.

El grupo estuvo integrado por trece estudiantes: 3, 5, 13, 15, 19, 26, 43, 50, 52, 56, 62, 71, 72 y 77. De ellos, ocho (15, 26, 50, 52, 56, 72, 71, 72 y 77) refieren a que el movimiento se produce debido a que una de las dos masas es *más pesada*, sin indicios del referente de T1 como la polea:

Estudiante 15: *el sistema [T1] se movera hacia el lado de la masa dos , ya que esta es mas pesada [T2].*
[sic]

Estudiante 26: *El sistema [T1] se moverá hacia la derecha porque el mayor peso [T2] esta a la derecha;*
[sic]

Estudiante 50: *El sistema [T1] se moverá en sentido horario, porque la m_2 es mayor que la m_1 , generando mayor peso [T2].* [Con descripción del diagrama de cuerpo libre].

Estudiante 52: *Supongo que las masas [T1] se moverán hacia arriba y abajo, cada una por acción del peso [T2] de la otra.*

Estudiante 56: *El sistema [T1] se moverá hacia la derecha ya que la masa dos ejercerá una mayor fuerza [T2] que la masa uno. (Peso dos es mayor que el uno)*

Estudiante 71: *El sistema [T1] se movera por el peso [T2] de la masa mas grande* [sic]

Estudiante 72: *El sistema [T1] se moverá hacia donde se encuentre la masa mas pesada [T2] en este caso seria m_2 ya que pesa 6 kg.*

Estudiante 77. *el sistema [T1] se movera para el lado que tenga mayor peso [T2], esdecir va a tener el sentido de la m_2 .* [sic]

Cinco estudiantes 3, 5, 13, 43 y 62 aluden a los referentes de las entidades T2 y T1 (interacción peso y polea respectivamente) organizados en una estructura débil. Tal estructura está centrada en las fuerzas como acciones que producen *giro o rotación*, no se encontró en forma explícita a la variable aceleración, como propiedad asociada al estado de T1:

Estudiante 3: *El sistema se girará en sentido horario, esto se debe a que las masas están unidas por una cuerda inextensible, luego la polea [T1] girará por acción del peso [T2] de la masa m_2 ($m_2 > m_1$).*

Estudiante 5: *Por ser mas pesada [T2] m_2 , el sistema (T1 implícito) girara sentido horario.* [sic]

Estudiante 13: *el sistema [T1] se mover en sentido horario, ya que la masa m_2 tiene mayor peso [T2]. A su vez, la cuerda no desliza sobre la polea [T1], es decir que hay un movimiento de rotacion.*
[sic]

Estudiante 43: *Supongo que la polea [T1] comenzará a girar debido a que las tensiones existentes a cada lado de la cuerda son distintas. Girará hacia la derecha, el cual es el lado en el que se encuentra colgando una masa mayor por lo que la tensión [T2] en la cuerda de ese lado es mayor.*

Estudiante 62: *la polea [T1] girar hacia la derecha ya que como la masa 2 es mayor que la masa 1 edntonces se debera actuar una mayor fuerza [T2] sobre este lado haciendo que gire hacia la derecha.* [sic]

En cuanto al modelo utilizado al planificar la estrategia de resolución: tres estudiantes (26, 71 y 72) no establecieron ninguna (s/e), la organización textual de los estudiantes 13 y 56 sugiere la organización de un modelo mental primario M1. Si bien el estudiante 13 refiere a la propiedad aceleración angular asociada a la polea, como interacción refiere a la tensión [T2]:

Estudiante 13: primero realizaría el diagrama de fuerzas externas actuantes en el sistema, luego calcularía la aceleración de los bloques [T1]. Para poder reemplazar este dato en la tensión [T2] producida por la cuerda. Por último, calcularía la aceleración angular de la polea [T1]. [sic]

Estudiante 56: Plantear la sumatoria de fuerzas [T2] por separado, de la polea [T1] y las dos masas (por separado también) igualando la misma a masa por aceleración. Y mediante sustitución buscar los valores de las incógnitas [sic].

La estrategia del resto de los estudiantes incluyó referentes de T3, sugiriendo un modelo mental M2 en diferentes niveles de complejidad a saber. La organización textual de tres de ellos (3, 15 y 62) refiere solo a T3, lo que sugiere un modelo inicial M2i:

Estudiante 3: Hacemos uso de un sistema de 3 ecuaciones en las que despejaremos la aceleración tangencial y obteniendo ese valor podremos utilizarlo para calcular el momento [T3] de las fuerzas actuantes. [sic]

Estudiante 15: plantear un sistema de fuerzas [T2] para cada masa, y para la polea [T1] por separado, y así obtener los momentos [T3] y despejes necesarios para la resolución del problema. [sic]

Estudiante 62: LA SUMATORIA DE MOMENTO [T3] es igual a la $T_2.R - T_1.R$ y con ello lo calculamos.

Los estudiantes 5 y 43 integraron los tres referentes de T1, T2 y T3 en un algoritmo próximo al del modelo newtoniano generalizado. Se infiere en ellos una representación algorítmica M2a.

Estudiante 5: $t_1 - m_1.g = m_1.a$; $m_2.g - t_2 = m_2.a$; M (implícito T3) $= I.at/r$, utilizando esta fórmula se resuelve el problema. los constantes podemos resolverlo. [sic]

Estudiante 43: Primero calcularía el momento de inercia de la polea [T1]. Luego, igualaría las ecuaciones de "momento [T3] resultante" y "momento de inercia multiplicado por aceleración angular" (para despejar la aceleración tangencial). Y por último, calcularía el momento resultante.

Los estudiantes 50, 52 y 77 hicieron una referencia explícita a la segunda ley generalizada y a cómo hacer la resolución del problema, que cuenta con tres incógnitas. Mencionan la propiedad momento de inercia, elaboran los conceptos de momento de fuerza sobre la polea, y si bien no hacen evidente el algoritmo del modelo newtoniano generalizado, se infiere una representación comprensiva M2+.

Estudiante 50: Calcular la tensión de la cuerda mediante la segunda ley de Newton, despejar la aceleración. Luego igualando la sumatoria de momentos [T3] con el momento de inercia multiplicado por la aceleración angular, despejo el torque de la polea.

Estudiante 52: Lo primero que hay que obtener es la aceleración, así obtenemos las tensiones, entonces hacemos la sumatoria de fuerzas para cada masa, despejamos las tensiones y obtenemos ecuaciones con la aceleración. Reemplazamos esas ecuaciones en la sumatoria de momentos [T3] y resolvemos, y se obtiene la aceleración. Con la a [aceleración] calculamos las tensiones. Y ahí calculamos el momento resultante.

Estudiante 77. primero que nada, diagrama de cuerpo libre para cada cuerpo, luego plantear las fuerzas en cada cuerpo para así poder plantear sumatoria de fuerzas para el bloque 1 y el bloque 2

y sumatoria de momento [T3] para la polea [T1] parpodr asi calcular la aceleracion del sistema luego las tensiones de cada cuerda y finalmente el momento [T3] de la polea. Yo elegi para calcular la aceleracion hacer sustitucion, existe otro metodo que consiste en sumar todos los terminos que contengan aceleracion y luego despejarla, no lo hice ya que algunos profe no lo toman como valido pero es una buena forma de verificar para poder comprobar si la aceleracion calculada es correcta. [sic]

Grupo M1

En este grupo se encontró a los estudiantes: 17, 38, 46 y 58. En sus respuestas se identificó a los referentes de las entidades T2 y T1 en una relación en la que se produce aceleración, sin indicios de la polea. El caso del estudiante 58, remite al movimiento rectilíneo de caída. Con evidencias:

$$T2 \text{ (peso)} \rightarrow T1 \text{ (masa mayor)} \rightarrow \text{aceleración}$$

$$T2 \text{ (peso)} \rightarrow T1 \text{ (masa mayor)} \rightarrow \text{“caerá” (implícito acelerado)}$$

Estudiante 17: *el sistema [T1] se movera en favor al peso [T2] mas grande por la gravedad.* [sic]

Estudiante 46: *El sistema [T1] se va a mover hacia la masa 2 ya que esta pesa [T2] mas, por lo tanto la aceleración sera en ese sentido.* [sic] [Con descripción del diagrama de cuerpo libre]. [sic]

Estudiante 38: *Como la masa m2 es mayor que m1, entonces el mayor peso [T2] de la masa 2 [T1] producirá que la misma tenga una aceleración hacia abajo y la masa m1 [T1] una aceleración hacia arriba.* [Con referencia detallada del diagrama de cuerpo libre].

Estudiante 58: *La masa [T1] de 6kg caerá porque es mas pesada [T2].* [sic]

En relación a la estrategia, el estudiante 17 no la explicita (s/e). El estudiante 38 incluye al referente de T3 en relación a la aceleración angular y tangencial. Amplía explicaciones en una estrategia que se interpreta comprensiva: M2+.

En la respuesta del estudiante 46 se encuentran evidencias de T3, sugiriendo un modelo mental algorítmico M2a. En tal modelo se integrarían además las propiedades aceleración angular y momento de inercia a la polea, y algoritmos de cálculo de las tensiones en las cuerdas.

El estudiante 58 hace una referencia breve al algoritmo del modelo newtoniano generalizado, se infiere una representación con un nivel de abstracción M2a:

Estudiante 17: *planteamos las ecuaciones de dinamica y rotación* [sic]

Estudiante 38: *Procedimiento: - Calculo el momento de inercia de la polea utilizando el radio de giro. - Planteo sumatoria de momentos [T3] y la igualo al producto entre la aceleración angular y el momento de inercia. - Como la aceleración angular es igual al cociente entre la aceleración tangencial (en este caso aceleración del sistema) sobre el radio geométrico, planteamos las ecuaciones dinámicas para los diagramas de cuerpo libre de las masas m1 y m2. En ambas ecuaciones despejamos Tensión 1 y Tensión 2. - Las fórmulas obtenidas se*

reemplazan en la sumatoria de momentos, lo que nos queda una ecuación donde mi única incógnita es la aceleración tangencial. - Con el valor de la aceleración tangencial y el radio geométrico obtengo la aceleración angular. - Con la aceleración angular y el momento de inercia calculado anteriormente obtengo la sumatoria de momentos.

Estudiante 46: *Entonces ya que en la polea se produjo momento ($M=IA$) y con las masa aplicamos la segunda ley de Newton. siendo que $F=ma$, entonces $T1-P1=m1a$ y $P2-T2=m2a$. Despejamos T de cada una. Sabemos que el momento [T3] es la sumatoria de las fuerzas [T2] por la distancia mas cercana (perpendicular) al punto de momento, esa distancia es el radio. sabiendo que la aceleración angular es a/r pasamos todos los terminos que contengan a de un lado y lo sacamos como factor comun, luego resolvemos y obtenemos a . Como dijimos el momento [T3] son las fuerzas en este casolas tenciones [T2] por el radio y al tener todas las constantes podemos resolverlo. [sic]*

Estudiante 58: *Determinar momento de inercia de la polea y luego la aceleración angular. El producto entre ambas será igual al momento resultante.*

Grupo M2

Este grupo en comprensión lectora quedó integrado por los estudiantes 8, 73 y 74. Su organización textual integra a los tres referentes, en forma simbólica:

$T2$ (pesos) $\rightarrow T3$ (momento neto) $\rightarrow T1$ (polea): giro

En las respuestas se reconoce al referente de T3 como momento de fuerza sobre la polea. El estudiante 73 alude al momento neto de dos pesos (en un análisis estático) y no, a la fuerza de tensión por acción dinámica. El estudiante 8 refiere al momento producido por las fuerzas de tensión. El estudiante 74 refiere a un momento debido a la acción de una fuerza de tensión. La referencia a T1 no incluye a las propiedades aceleración angular y momento de inercia. El modelo mental organizado en la lectura comprensiva por los tres estudiantes correspondería a un nivel de elaboración inicial M2i.

Estudiante 8: *la polea [T1] rotará por el momento [T3] producido por las tensiones [T2] de la cuerda y las masas caerán por la gravedad [implícito aceleración]. [sic]*

Estudiante 73: *Supongo que la polea [T1] girará en sentido horario ya que el momento (T3 aplicado por la segunda pesa [T2] es mayor al aplicado por la primera.*

Estudiante 74: *El sistema [T1] se movera con una aceleración donde se encuentre la masa 2 por que es de mayor peso [T2] es decir aplicara mayor momento [T3] de rotación. [sic]*

Respecto a la estrategia de resolución, la respuesta del estudiante 73 presenta la elaboración de la noción vectorial de momento, referida a T2 y al radio geométrico. No se hacen explícitas referencias a otras propiedades por tanto el modelo se infiere incompleto: M2i. En la respuesta del estudiante 8 no se encuentran referencias explícitas de las entidades. Por tanto, el tipo de modelo se asume como sin evidencia dinámica (s/MD). En el texto del estudiante 74, se encuentra una respuesta breve con indicios comprensivos, en ella se identifican las entidades T1, T2 y T3 en alusión a un movimiento

con aceleración angular. La estrategia de resolución se orienta a establecer la noción de sistema y se infiere a partir de la alusión de la determinación previa de la aceleración de las masas suspendidas. Su modelo mental se infiere comprensivo M2+:

Estudiante 8: *hacer el diagrama de cuerpo aislado determinar las ecuaciones para la traslación y para la rotación y a partir de ahí calcular la aceleración. [sic]*

Estudiante 73: *Momento 1 [T3] siendo igual al peso de la masa 1 multiplicado por el radio geométrico con sentido antihorario hacia abajo y dirección vertical y momento 2 [T3] siendo igual al peso de la masa 2 multiplicado por el radio geométrico, con sentido horario hacia abajo y dirección vertical. Calculamos el peso de cada masa, se calcula el momento que ejerce cada una y se realiza la sumatoria de dichos momentos teniendo en cuenta el signo negativo para el momento antihorario.*

Estudiante 74: *Lo que haría es calcular la aceleración mediante la segunda ley de Newton luego de eso sacaría la aceleración angular y finalmente teniendo la aceleración angular y el momento de inercia calcular el momento resultante [T3] sobre la polea [T1].*

4.3.3.2. Análisis del recorrido de nivel III

Autónoma

Ocho de los estudiantes que optan por esta trayectoria resuelven el problema. Cinco de ellos tienen diagnóstico I3. En cuatro casos, la permanencia está centrada en la instancia cualitativa, estudiantes: 3, 46, 62 y 77. En la Tabla 4.31 se presenta una síntesis de lo realizado.

Tabla 4.31. Estudiantes con resolución autónoma en problema III

Estudiante	Diagnóstico	t1 ^a	Instancia Cualitativa		t2 ^b	T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia			
63	I3	1	--	--	1	1	no
32	I3	2	s/MD	M2i	1	10	no
3	I2	3	M1D	M2i	20	24	no
5	I2	7		M2a	4	13	no
62	I3	1		M2i	39	47	no
77	I3	28		M2+	10	39	si
46	I2	1	M1	M2a	28	31	si
73	I3	18	M2i	M2i	12	37	no

Nota.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización del nivel III (min).

Por interacción

Esta trayectoria fue seguida por 8 estudiantes, ninguno la realizó sin errores. Se registraron tiempos mayores a la hora en las actuaciones de cuatro estudiantes (38, 43, 49 y 50).

Las resoluciones de los estudiantes 20 y 58 se asumen como procesos incompletos, dado que el primer intento del resultado (intento de registro) fue incorrecto. El estudiante 20 tiene un tiempo de realización de 10 minutos, y también se equivoca en ambos subprocesos.

El estudiante 58 tiene un tiempo de realización de 16 minutos, no tiene errores de subprocesos. Un caso cuenta solo con datos parciales (estudiante 49). El resto de los estudiantes con errores de subprocesos alcanzan el resultado de la incógnita al primer intento, Tabla 4.32.

Tabla 4.32. Estudiantes con resolución por interacción en problema III

Estudiante	Diagnóstico	t_1^a	Instancia Cualitativa		t_2^b	Etapa Cuantitativa		Cant. Pág.	T^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia		Subprocesos con error ^d	Resultado Incógnita ^e			
49 (**)	I2	8	--	--	2	--	--	14	45	no
20	I2	1	s/MD	M2a	2	1 y 2	I	10	8	no
44	I1	1		--	1	1	C	10	12	no
43	I1	1		M2a	52	1	C	10	69	si
50	I2	13		M2+	22	1 y 2	C	15	100	si
52	I2	1	M1D	M2+	13	2	C	15	26	si
38	I1	11		M2+	29	2	C	14	66	si
58	I2	2	M1	M2a	4	--	I	10	16	no

Nota. (**) Registro con datos parciales.

^a Intervalo parcial de permanencia en página 1 (min).

^b Intervalo parcial de permanencia en página 2 (min).

^c Intervalo de tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de momento de inercia: 1; error en subproceso aceleración del sistema: 2.

^e Los resultados de la incógnita se abrevian, C: correcta; I: incorrecta, s/d: sin datos.

Cuatro estudiantes elaboran reflexiones: el estudiante 38 asume un error en el análisis de signos de momentos, los estudiantes 43 y 50 consideran haber utilizado incorrectamente el algoritmo de cálculo del momento de inercia a partir del radio de giro. El estudiante 52

refiere a un problema de signos de fuerzas coherente con lo expresado en el análisis del texto de sus respuestas.

Un recorrido con errores de subproceso es el caso del estudiante 50. En su trayectoria por interacción se equivoca en la página 5: cálculo del momento de inercia. El comentario didáctico, indica: revisar hasta encontrar el error y reintentar. A continuación, el subproceso de la aceleración lineal del sistema en cuatro pasos es realizado sin errores, pero se equivoca al obtener el valor de la aceleración en página 10, donde emerge un nuevo comentario didáctico que indica: revisar hasta encontrar el error y reintentar. En el subproceso momento resultante, primero identifica erróneamente el algoritmo de cálculo, en página 11, tras lo que debió buscar su error. En la página 12 calculó el momento resultante, la incógnita del problema. En su reflexión, dice: *incorrecta utilización del radio de giro*. Finalmente accedió al nivel IV.

En la Figura 4.9 se presenta el recorrido con errores de subproceso del estudiante 50.

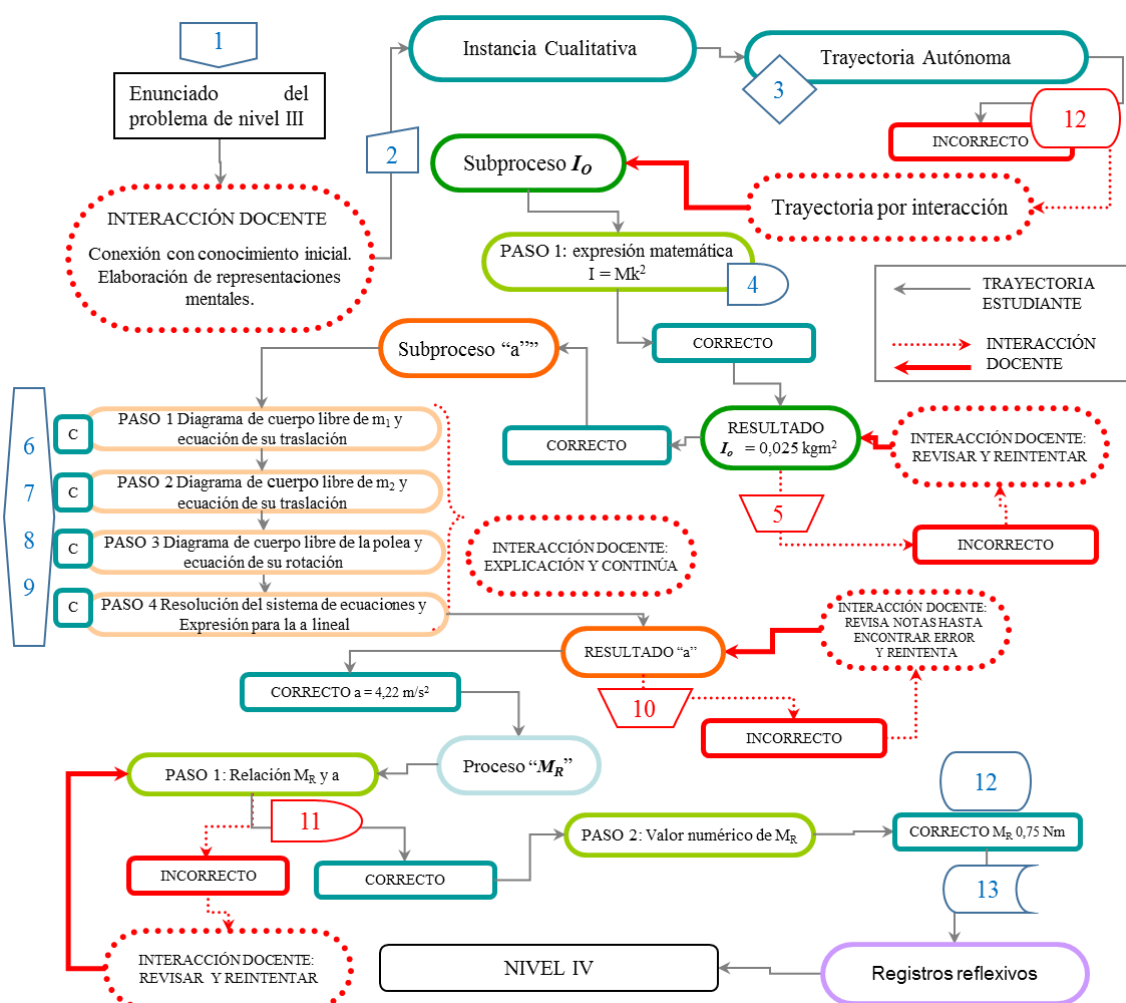


Figura 4.9. Esquema de recorrido de estudiante 50 en problema de nivel III

Orientada

Veinte estudiantes eligieron esta resolución. Los tres mayores intervalos de tiempo de realización (estudiantes 1, 21 y 53) están comprendidos entre 78 y 111 minutos. Se observa un único lapso corto (6 minutos). En dos casos (estudiantes 11 y 22) se observan registros de múltiples accesos. En la Tabla 4.33 se presenta una síntesis de las actuaciones.

Tabla 4.33. Estudiantes con resolución orientada en problema III

Estudiante	Diagnóstico	t1 ^a	Instancia Cualitativa		Etapa Cuantitativa			Cant Pág.	T ^c	Reflexión
			Lectocomprensión	Estrategia	t2 ^b	Subprocesos con error ^d	Resultado Incógnita ^e			
1	I2	2			7	1, 2		13	78	si
11	I2	2			1	2		13	7(*)	no
22	I2	7	--	--	3	2	C	13	23(*)	no
28	I2	40	--	--	0	1, 2		14	49	no
37(**)	I2	2			1	--	--	13	11	no
57	I3	3			1	2	C	13	18	no
9	I3	4	s/MD	--	1	2			40	si
14	I2	1		M2i	7	--			15	no
19	I3	3		M2i	4	2	C	13	17	si
21	I2	90		--	2	2			111	si
53	I2	2		M2+	68	1, 2			86	si
13	I2	1		M1	8	2		13	16	no
15	I2	5		M2i	3	1, 2		13	22	si
26	I2	5	M1D	--	11	2	C	14	46	no
56	I2	2		M1	9	2		13	24	si
71	I3	2		--	2	2		13	16	si
72	I3	5		--	1	1	I	13	21	no
17	II	1	M1	--	1	--	I	13	6	si
8	I2	7	M2i	s/MD	4	1, 2	C	14	34	si
74	I2	10		M2+	10	1, 2		15	38	si

Nota. (*) Registros con múltiples accesos. (**) Registro con datos parciales.

^a Intervalo parcial de permanencia en página 1 (min).

^b Intervalo parcial de permanencia en página 2 (min).

^c Intervalo de tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de momento de inercia: 1; error en subproceso aceleración del sistema: 2.

^e Los resultados de la incógnita se abrevian, C: correcta; I: incorrecta, s/d: sin datos.

Un único estudiante (14) hace el recorrido orientado sin errores. Tiene un tiempo de realización de 15 minutos, con siete minutos en instancia cualitativa, la inferencia de sus modelos mentales es M1D con cambio a M2i. No efectúa reflexiones finales.

Las resoluciones de los estudiantes 17 y 72 se asumen como procesos incompletos, dado que el primer intento del resultado (intento de registro) fue incorrecto. El estudiante 17 tiene un tiempo de realización de seis minutos, se equivoca al dar el resultado final, no tiene errores de subprocesos. La inferencia de modelo mental para comprensión lectora es M1, en estrategia, no formula. Reflexiona: *no me costó, no tuve [dudas]*.

En la Figura 4.10 se presenta el recorrido del estudiante 72 con un registro de 21 minutos.

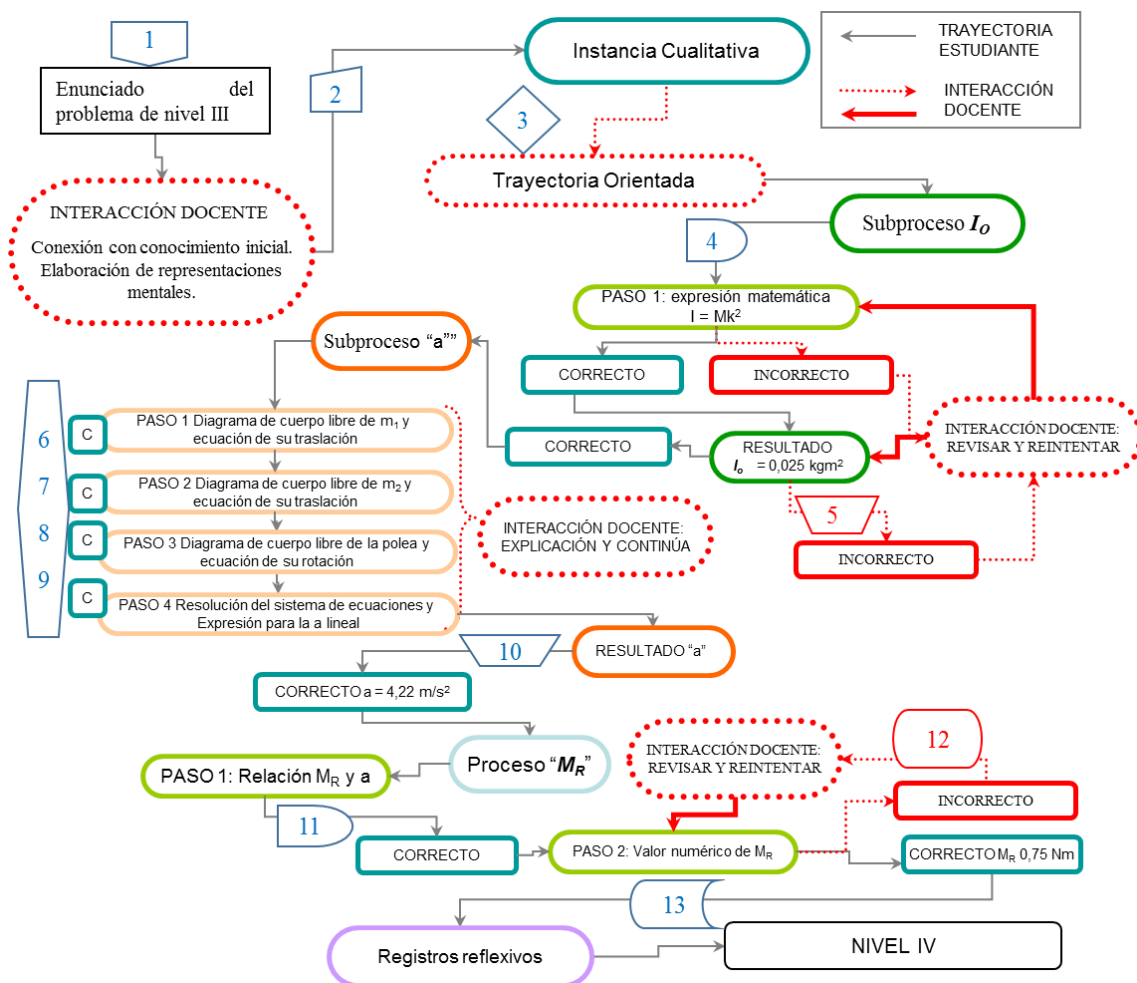


Figura 4.10. Trayectoria orientada con errores de estudiante 72 en problema de nivel III

Hace un proceso con permanencia de 15 minutos en el recorrido. De sus respuestas, se infiere un modelo mental de comprensión lectora débil, sin elaboración de estrategia de resolución. Durante el recorrido se equivoca en el subproceso momento de inercia. El estudiante no elabora reflexión. Sus errores fueron: en página (4) no reconoció el planteo conceptual referido al momento de inercia de la polea a partir de su radio de giro. En el

subproceso aceleración (6, 7, 8 y 9), no se equivoca, tampoco muestra error en cuanto al reconocimiento del modelo newtoniano generalizado en forma algorítmica. Se equivoca al determinar el módulo del momento resultante, la incógnita del problema (12). Dado que este paso depende directamente del valor del momento de inercia, del valor de la aceleración y de la elaboración del modelo newtoniano generalizado y que, en tales subprocesos solo se observa error en el primero, se puede inferir que el estudiante no resolvió su fallo.

Los restantes 16 estudiantes incluyen errores de subprocesos, pero alcanzan el resultado correcto para la incógnita del problema.

4.3.4. Síntesis del nivel IV

Análisis de representaciones mentales

En la comprensión lectora del problema de nivel IV (apartado 3.3.3.4) de los 27 casos con respuestas, la organización textual de las mismas sugirió un modelo mental M2, compatible con el conceptual de la dinámica de rotación, en un único caso cuya elaboración estaría en un nivel inicial. En la formulación de las estrategias de resolución se infirieron modificaciones: el modelo mental M2 tendría un nivel inicial en cuatro casos, en otros cinco pudo ser reconocida una elaboración que sería únicamente algorítmica: M2a, dos casos dieron indicios de alcanzar un nivel comprensivo: M2+, Tabla 4.34.

Tabla 4.34. Modelos mentales inferidos en la resolución del problema IV

Modelos mentales		Lectura comprensiva	Estrategia de resolución
M2	Inicial (M2i)	1	4
	Algorítmico (M2a)	0	5
	Comprensivo (M2+)	0	2
Otros modelos mentales		26	16
No responden		9	9

Análisis de recorridos

En el cuarto nivel, siete estudiantes resolvieron el problema de manera autónoma y 29 estudiantes realizaron una aproximación didáctica a la resolución. Dieciséis lo hicieron al elegir la trayectoria en modalidad orientada, mientras que 13 estudiantes accedieron a ella por interacción didáctica luego de resolver incorrectamente la trayectoria autónoma. Entre los 29 estudiantes que hicieron la aproximación didáctica (sin discriminar como accedieron a ella), uno lo hizo sin errores; 13 incluyeron errores en los procesos subordinados; en 15 casos se resuelve con persistencia de errores. Los errores en el

subproceso aceleración deslizando sin rodar (caso a) son mayores que en el de la aceleración rodando sin deslizar (caso b).

En la Tabla 4.35 se presenta un resumen del proceso seguido con referencia a la modalidad de la aproximación.

Tabla 4.35. Síntesis de procesos en la resolución del problema IV

Trayectorias	Sin error	Con error de subprocesos	Con error de proceso principal	Diagnóstico		
				I1	I2	I3
Autónoma	7	-	-	1	7	0
Por interacción	1	5	7	3	5	5
Orientada	0	8	8	1	11	4

En la Tabla 4.35 al igual que en problemas anteriores, se incluye también para cada trayectoria, la cantidad de estudiantes por intervalo de diagnóstico. Se observa que los estudiantes con diagnóstico I2 realizaron mayor cantidad de elecciones por trayectoria orientada, al igual que en otras trayectorias. De doce estudiantes con diagnóstico I2 que eligieron la trayectoria autónoma, siete resolvieron el problema. De cinco estudiantes con diagnóstico I1, solo uno eligió la trayectoria orientada; de los cuatro que eligieron la trayectoria autónoma, solo uno, logró su resolución. De los estudiantes con diagnóstico I3, que eligieron trayectoria autónoma, ninguno la resuelve.

En relación al tiempo de resolución (T) se observaron registros comprendidos entre dos y 81 minutos. El menor, al igual que en problemas anteriores, correspondió al estudiante 63, y en este nivel, también al 32. Ambos estudiantes, sin elaborar la etapa cualitativa eligieron la trayectoria autónoma, y la resolvieron incorrectamente. Continuaron por interacción, realizando un proceso con múltiples errores y resultado final incorrecto. El mayor tiempo de resolución corresponde, también, como en niveles anteriores, al estudiante 21, quien realiza trayectoria por interacción con errores. Elabora respuestas muy breves de las que se infiere un modelo mental sin evidencias dinámicas con cambio a M2 inicial. Se encuentran cuatro casos (38, 43, 46 y 49) con permanencia centrada en instancia cualitativa. Tres corresponden a trayectoria autónoma.

Los siete casos con cambios de mayor elaboración (algorítmicos y comprensivos), corresponden a una trayectoria autónoma (46), y a seis resoluciones por aproximación (estudiantes 1, 14, 15, 43, 46, 56 y 74).

Instancia de reflexión

Veinticinco estudiantes hicieron alguna breve reflexión. La cuarta parte correspondió a los que eligieron trayectoria autónoma, el resto estuvieron repartidos entre las otras dos.

Nueves estudiantes dicen no haber tenido errores ni dudas: 13, 26, 38, 52, 53, 58, 62, 73 y 74.

El estudiante 1, refiere haber obtenido un valor de aceleración próximo pero no igual a alguna de las opciones de respuesta: *la aceleración del cm [centro de masa] me dio 3,26 y no 3,5 pero 3,5 es lo más aproximado al valor q [sic] obtuvo, capaz faltó un dos en el resultado o ¿lo hice mal?*

El estudiante 3 reflexiona sobre su error: “A la hora de calcular el momento de inercia no tuve en cuenta el *brazo de palanca*”. Los estudiantes 5 y 43 asumen una confusión. Estudiante 5: *me confundí pensando que era un cilindro y no una esfera, luego llegue a que la aceleración sería 3.5 m/s²*; estudiante 43: *mi equivocación se debió a no leer bien el enunciado. Realicé los cálculos para un cilindro macizo, no para una esfera maciza*. El estudiante 21 asume que se equivocó en el cálculo del momento de inercia, el estudiante 8 en el teorema de Steiner.

Los estudiantes 3, 14, 21 y 71 refieren a errores en el planteo de las ecuaciones. El estudiante 17 expresa *me costó entender*, el estudiante 72 dice: *Tuve algunos errores simples, solo me faltó tiempo para realizarlos con total certeza*. Los estudiantes 13, 22, 26, 53 dicen no tener dudas; el 46 también y agradece la ayuda brindada por el CD. El estudiante 19 dice: *no tanto*, el 77 dice: *decidí ver como se resolvía ya que tenía bastantes dudas sobre el tema y antes de confundirme preferí ver donde estaba errado, la verdad me saqué casi todas las dudas, muy bien explicado*.

El estudiante 20 refiere a dificultades en trigonometría, el estudiante 32 asume: *Solo más atención*.

4.3.4.1. Análisis de representaciones mentales del nivel IV

Al igual que en los problemas I, II y III, el análisis incluye la conformación de grupos en los que se identifica una estructura común en las respuestas relativas a la comprensión lectora del enunciado. El mismo, en el nivel IV, corresponde a la situación rodando sin deslizar: *Describe con sus palabras la situación de rodar sin deslizar planteada en B*; y las relativas a la planificación de una estrategia de resolución: *¿Cómo calcularía la aceleración en el caso B?*

El análisis se realiza sobre la transcripción textual de las respuestas, incluyendo errores ortográficos.

Grupo s/MD (sin modelo dinámico)

En este grupo, al igual que en problemas anteriores, la organización textual de las respuestas escritas no incluye indicios de T2 y T3. Por tanto, son designados modelos mentales sin evidencias dinámicas (s/MD). Este tipo de representación se infiere en veinte estudiantes: 3, 5, 8, 9, 14, 17, 19, 20, 21, 43, 44, 46, 50, 52, 53, 58, 62, 71, 72 y 74.

Para el caso de los estudiantes, 17, 62, 71 y 72, las respuestas son parciales y muy breves:

Estudiante 17: [estrategias A y B] *Plantenido ecuaciones de rotacion y dinamica.* [sic]

Estudiante 62: *no se como resolverlo* [sic]

Estudiante 71: [estrategia B] *Lo haria con energia o con momento de inercia* [sic]

Estudiante 72. [Lectura comprensiva B:] *La situacion planteada en B seria que rodaria constantemente sin desplazarse algun pequeño tramo del trayecto deslizando.* [sic]

En el caso de los estudiantes 3, 8, 20, 44, 50, 52, 53 y 58, las respuestas a la situación B no incluyen referentes de las entidades T2 y T3 ni como resultado de la lectura comprensiva ni al elaborar la estrategia de resolución. Si bien en este último caso se encuentra una referencia a la segunda ley de Newton y/o a la segunda ley generalizada, no se observan referentes de las citadas entidades:

Estudiante 3: [lectura comprensiva B] *Al rotar sin deslizar hacemos consideraciones de mov en rotación. Para calcular la aceleración utilizamos la 2da ley de newton aplicada a la rotación.* [sic]

Estudiante 8: [lectura comprensiva B] *únicamente por rotación;* [estrategia B] *por steiner y segunda ley de newton* [sic]

Estudiante 20: [lectura comprensiva B] *el objeto [T1] roda (sic) y se traslada, por lo que su energia sera la de rotacion mas la de traslacion* [sic]

Estudiante 44: [estrategia] *con la segunda ley de newton* [sic]

Estudiante 50: [lectura comprensiva B] *El objeto [T1] se trasladaría, pero además rodaría sobre el plano. Dividiendo el problema en 2 partes, una para la traslación y otra para la rotación.*

Estudiante 52: [lectura comprensiva B] *En el segundo caso como hay rodamiento no es tan simple resolverlo.* [estrategia B] *tengo que aplicar las ecuaciones de energía, y obtener la aceleración.*

Estudiante 53. [Lectura comprensiva B:] *La esfera [T1] ademas de girar sobre su centro de masa tambien se traslada generando un efecto de rodamiento.* [Estrategia:] *En el caso B plantearia el teorema de steiner (ejes paralelos) y la ecuacion de la segunda ley de newton asociada a las rotaciones para obtener la aceleracion del centro de masa de la esfera [T1].* [sic]

Estudiante 58: [Lectura comprensiva B:] *Al rodar sin deslizar va a influir el momento de inercia de la rueda [T1] y se va a cumplir la segunda ley de Newton aplicada a la rotación. En el caso B [estrategia B:] calcularia la aceleración mediante la segunda ley de Newton aplicada a la rotación despejando aceleración angular y luego calculando la aceleración del centro de masa.*

En lectura comprensiva del caso B de ocho estudiantes (5, 9, 14, 19, 21, 43, 46 y 74), algunos omiten la respuesta, otros no expresan referentes de T2 y T3, por tanto se infieren modelos de tipo no dinámicos (s/MD):

Estudiante 5, 9 y 46: --

Estudiante 14: *se encuentra en un movimiento de rotacion y traslacion* [sic]

Estudiante 19: *Rueda solmamente* [sic]

Estudiante 21: *Rueda sobre una superficie* [T1] *sin friccion* (implícito T2). [sic]

Estudiante 43: *La situación B es un movimiento de rotación pura.*

Estudiante 74. [Lectura comprensiva B:] *La situación rodar sin deslizar significa un movimiento de rotación solamente sin translación.*

Al formular la estrategia de resolución, estos estudiantes aluden al referente T3 de manera explícita, se infiere que hay referencias implícitas a los de T1 y T2. Cuatro (5, 9, 19 y 21) en su respuesta dan indicios de modelos mentales iniciales M2i:

Estudiante 5: [Estrategia B:] *Como hay rodamiento debo utilizar la sumatoria de momentos* [T3]

Estudiante 9. [Estrategia A y B:] *analisis de las sumatorias de fuerzas* [T2] *en x y el momento* [T3] *alrededor del cm* (implícito T1) [sic]

Estudiante 19. [Estrategia B:] *Sumatoria de momentos* [T3]

Estudiante 21. [estrategia B:] *sumatoria de momentos* [T3]

El estudiante 5 expresa como referente de T1 a un cilindro y no a una esfera: *El cilindro no rueda...*

Otros dos estudiantes (14 y 74) también plantearon un algoritmo con indicios explícitos de T3. Refirieron implícitamente a T1 con integración de las propiedades asociadas. Si bien el estudiante 14 mencionó a la propiedad inercia por momento de inercia, y no expresó referentes de T2, para ambos se infiere un modelo mental próximo al newtoniano generalizado con elaboración algorítmica M2a:

Estudiante 14. [Estrategia B:] *teniendo en cuenta la sumatoria de momentos* [T3] *es igual a la inercia de los cuerpos* [T1] *por la aceleracion angular* [sic]

Estudiante 74. [Estrategia B:] *Calcularia la aceleración planteando el momento* [T3] *de una fuerza* [T2] *es igual al momento de inercia por la aceleración angular y ahí calcularía la aceleración.* [sic]

En las respuestas de otros dos estudiantes también se encuentran indicios de T3. El estudiante 43 expresa nociones sobre el momento de inercia y la aceleración angular, presenta un algoritmo codificado que incluye error. El estudiante 46 plantea dos estrategias, en una de ellas se identifican evidencias de T3 y T1 y nociones de las propiedades momento de inercia y aceleración angular. Para ambos estudiantes, en la formulación de la estrategia, se infiere un modelo mental próximo al newtoniano generalizado con rasgos comprensivos M2+:

Estudiante 43. [Lectura comprensiva B:] *La situación B es un movimiento de rotación pura. [Estrategia B:] La calcularía utilizando la fórmula $A = (2/3) \cdot g \cdot \sin 30^\circ$ La cual proviene de la fórmula $RM = Io \cdot \alpha$ & (donde RM es la sumatoria de momentos [T3], Io es el momento respecto al punto o (punto de contacto entre el cilindro [T1] y el plano), & es la aceleración angular).*

Estudiante 46. [Estrategia B:] *Podemos realizarlo de dos maneras, haciendo la sumatoria de momento [T3] igual al momento de inercia de Steiner, por la aceleración angular. La otra manera, es haciendolo por separado, haciendo la por traslacion y rotacion. En ese caso tendríamos dos incognitas con dos ecuaciones por lo tanto remplasamos y sustituimos en una y con ese resultado volvemos a la otra ecuacion y resolvemos la siguiente incognita. [sic]*

Grupo M1 débil

Este tipo de modelo mental se infiere en seis estudiantes. La organización textual de sus respuestas presenta una relación entre la fuerza y el movimiento de rodamiento, que en forma simbólica se expresa:

$T2$ (fuerza de rozamiento / componente del peso) \rightarrow $T1$ (esfera): rodamiento

El referente de T1 es la esfera, los de T2 son la fuerza de rozamiento y la componente del peso. En el modelo mental débil no hay una aceleración como variable de interacción asociada al estado del referente objeto (esfera) sino un movimiento de rodamiento.

Cinco de ellos (1, 13, 15, 26 y 56) omiten como referencia de T2 a la componente del peso. Ellos solo refieren a la fuerza de rozamiento que, como acción en el sentido de la aceleración resulta inconsistente.

Estudiante 1. [Lectura comprensiva B:] *hay friccion [sic] [implícito T2: rodamiento];*

Estudiante 13. [Lectura comprensiva B:] *Rodar sin deslizar implica q hay presencia de una superficie rugosa (implícito T2), la cual hace q la esfera [T1] ruede.*

Estudiante 15. [Lectura comprensiva B:] *rodar sin deslizar es cuando existe una fuerza [T2] de rozamiento que no permite patinar (implícito T1).*

Estudiante 26. [Lectura comprensiva B:] *Rodar sin deslizar es una combinación de un movimiento de traslación más uno de rotación. Existe una fuerza [T2] que se produce en contacto con el plano inclinado de tal manera que en ese punto esta instantáneamente en reposo y el punto opuesto a este se encuentra en movimiento y permite la rotación.*

Estudiante 56. [Lectura comprensiva B:] *Va a rodar ya que en el sistema [T1] actúa una fuerza [T2] de rozamiento.*

El modelo mental del sexto estudiante 38 presenta una organización textual que incluye a ambos referentes de T2: fuerza de rozamiento y la componente del peso en la dirección del plano inclinado:

Estudiante 38. [Lectura comprensiva B:] *La situación de rodar sin deslizar (implícito T1) implica que existe una fuerza [T2] de rozamiento. Cabe destacar que como esta fuerza [T2] no realiza trabajo,*

la única fuerza que podemos considerar que realiza trabajo es la componente en x o tangencial del peso [T2]. Luego el sistema es conservativo.

Al formular las estrategias, tres estudiantes presentan una organización textual con inclusión de los referentes organizados. Los estudiantes 1, 15 y 56 incluyen una noción mejorada de las propiedades asociadas a T1, además el estudiante 1 expresa una codificación en la que incluye el símbolo “a” (aceleración), sin especificar si es de tipo angular, y el estudiante 56 menciona inercia por momento de inercia. En los tres casos se infiere una elaboración algorítmica del modelo mental próximo al conceptual M2a:

Estudiante 1. [estrategia B:] *con momento [T3] de fuerza [T2]= $L a$*

Estudiante 15. [estrategia B:] *planteando la sumatoria de momento [T3] igual a momento de inercia ppor aceleracionangular. [sic]*

Estudiante 56. [Estrategia B:] *4- En eate [sic] caso aplicamos la sumatoria de momento [T3] y lo igualamos a inercia por aceleración angular.*

En la estrategia de los estudiantes 13, 26 y 38, no se encuentran evidencias de referentes causales (s/MD). El estudiante 13 afirma “aplicaría momento de inercia”, mientras el estudiante 26 sugiere procedimientos que no fundamenta desde la dinámica, el estudiante 38 hace referencia a la aceleración del centro de masa enmarcada en una elaboración energética de la que no es posible inferir el modelo mental dinámico (s/MD):

Estudiante 26. [Estrategia B:] *Combinaría la rotación y la traslación y despejaría la aceleración o sacaría la aceleración en el punto que se encuentra momentáneamente en reposo*

Estudiante 38. [Estrategia B:] *Por lo tanto planteando conservación de energía mecánica podemos encontrar la aceleración del centro de masa. A la aceleración del centro de masa la calculo a través de lo indicado en el punto 3 [Lectura comprensiva B], llegando a la formula siguiente: $ag = (\text{masa esfera} \cdot g \cdot \text{sen } 30^\circ) / (\text{masa esfera} + (I_g/R(\text{al cuadrado}))$ [sic]*

Grupo M2

La organización textual de la respuesta a la situación B, presenta una relación entre las nociones de fuerzas, momento de fuerza y aceleración angular de la esfera, que en forma simbólica se expresa:

$$T2 \text{ (fuerza de rozamiento / componente del peso)} \rightarrow T3 \text{ (momento de fuerza)} \rightarrow T1 \\ \text{(esfera): aceleración angular}$$

La estructura de la respuesta de un único estudiante, 73, se asemeja a tal relación. Sin embargo el estudiante omite a la componente del peso o fuerza activa como referente de T2, y a las propiedades de T1 (momento de inercia, aceleración angular). Su modelo mental se infiere próximo al conceptual en nivel inicial M2i.

Estudiante 73. [Lectura comprensiva B:] *En esta situación, hay una fuerza [T2] aplicada (rozamiento) por lo que hay un momento [T3] y una inercia a la rotación (implícito T1). [Estrategia B:] Se plantea que la sumatoria de los momentos de inercia es igual a la inercia multiplicada por la aceleración angular y reemplazamos la aceleración angular por el cociente entre la aceleración tangencial y el radio. Calculamos la inercia de la esfera, y despejamos la aceleración tangencial de la formula.*

En relación a la estrategia, no se observan referencias explícitas a nociones causales. El estudiante hace referencia a “sumatoria de momentos de inercia” por momentos de fuerza. Los referentes de las entidades T2 y T3 están ausentes. Por tanto su modelo mental se asume sin evidencias dinámicas (s/MD).

4.3.4.2. Análisis del recorrido de nivel IV

Autónoma

Siete estudiantes lograron resolver el nivel IV mediante trayectoria autónoma. El tiempo de realización varió entre 14 minutos y 70 minutos (estudiantes 58 y 46). Se observaron tres estudiantes con permanencias centradas en la realización de las respuestas cualitativas (38, 46 y 49). El estudiante 38 hace un proceso breve con 11 minutos en página 2. El estudiante 46 dedica 9 minutos a las respuestas cualitativas, luego de registrar 57 minutos en página 1. El estudiante 49, sin dar respuestas cualitativas dedica 20 minutos a esta instancia. En las páginas de reflexión, cuatro estudiantes mencionan no tener dudas: 38, 46, 52 y 58. En la Tabla 4.36 se presenta el resumen de lo realizado.

Tabla 4.36. Estudiantes con resolución autónoma en problema IV

Estudiante	Diagnóstico	Instancia Cualitativa					Reflexión
		t ₁ ^a	Lectocomprensión	Estrategia	t ₂ ^b	T ^c	
11	I2	2	--	--	1	35	no
49	I2	3			20	34	no
46	I2	57		M2+	9	70	si
50	I2	31		s/MD	7	53	no
52	I2	2	s/MD	s/MD	3	17	si
58	I2	1		s/MD	3	14	si
38	I1	2	M1D	s/MD	11	17	si

Nota.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización del nivel III (min).

Por interacción

Trece estudiantes realizan la propuesta de interacción didáctica, Tabla 4.37.

Tabla 4.37. Estudiantes con resolución por interacción en problema IV

Estudiante	Diagnóstico	t1 ^a	Instancia Cualitativa		Instancia cuantitativa		Cant. Pág.	T ^c	Reflexión	
			Lectocomprensión	Estrategia	t2 ^b	Subprocesos con error				Resultado Incógnita
32	I3	1			1	1 y 2	I	14	2	si
63	I3	1	--	--	1	1 y 2	I	16	2(*)	no
3	I2	2		s/MD	7	--	C	13	39	si
5	I1	1		M2i	1	2	I	13	10	si
8	I2	1		s/MD	2	1 y 2	C	15	32	si
9	I3	14		M2i	1	1	I	9	32	no
20	I2	1	s/MD	s/MD	2	1 y 2	I	14	14	si
21	I2	2		M2i	12	1 y 2	C	15	81	si
43	I1	2		M2+	33	1 y 2	C	16	59	si
44	I1	6		s/MD	1	2	C	13	14	si
62	I3	1		s/MD	1	1	C	9	13	si
15	I2	2	M1D	M2a	3	1 y 2	I	13	22	si
73	I3	2	M2i	s/MD	30	1 y 2	I	14	52	si

Notas. (*) Estudiante con múltiples accesos. (**) Registro con datos parciales.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de aceleración caso a, en subproceso aceleración caso b.

^e C: respuesta correcta; I: respuesta incorrecta, s/d: sin datos.

Un único estudiante, 3, hace un proceso sin errores. El mismo tiene un tiempo de realización de 39 minutos con 30 dedicados al recorrido. El estudiante tiene inferencias de modelos no dinámicos en comprensión lectora y estrategia. Considerando su error al resolver la trayectoria autónoma, asume: *a la hora de calcular el momento de inercia no tuve en cuenta el brazo de palanca.*

Los estudiantes 8, 21, 43, 44 y 62, hacen un proceso orientado con errores y luego obtienen el resultado correcto de la incógnita. Los tiempos de resolución varían entre 13 y 81 minutos para los estudiantes 62 y 21, con número de páginas de 15 y 9 respectivamente. El estudiante 43 ha registrado una permanencia centrada en las cualitativas.

Los estudiantes 5, 9, 15, 20, 32, 63 y 73 hacen un proceso orientado con errores y obtienen el resultado de la incógnita también con error. Entre ellos, los estudiantes 32 y 63 realizan procesos muy breves (2 minutos). Los cinco restantes tienen tiempo de realización entre 10 a 52 minutos (estudiantes 5 y 73). El estudiante 73 ha registrado una permanencia centrada en las cualitativas.

En la Figura 4.11, se presenta la trayectoria del estudiante 5.

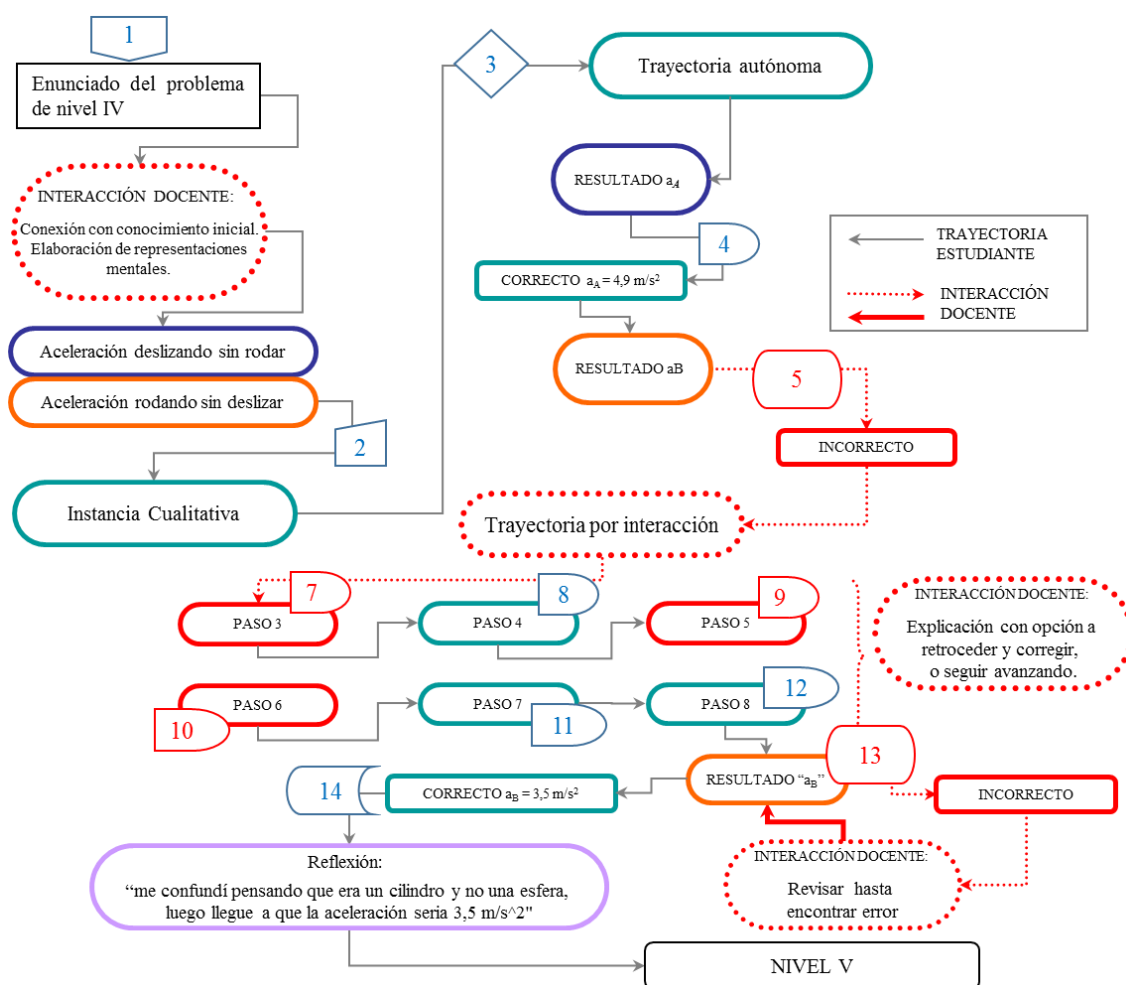


Figura 4.11. Esquema de la trayectoria seguida por el estudiante 5 al abordar el problema IV

El estudiante 5 en página 3 elige trayectoria autónoma, pero fracasa al calcular la aceleración del movimiento rodando sin deslizar de la esfera (página 5). Por interacción da otra nueva respuesta incorrecta en el paso P3 (página 7), donde no reconoce la necesidad de la fuerza de roce entre la esfera y el plano inclinado, para producir un

momento de fuerza e iniciar la rotación. La explicación ofrecida en el paso P3 estaría contribuyendo a revisar su modelo mental y a reestructurar operadores de acción para calcular adecuadamente la aceleración del centro de masa de la esfera. En el paso P5 (página 9) se ofrece al estudiante un procedimiento de resolución alternativo (rotación pura respecto al eje instantáneo de rotación que pasa por el punto de contacto), sin embargo no reconoce correctamente el momento de inercia que provoca la rotación y requiere de la nueva alternativa para identificarlo. En la página 10 fracasa en el reconocimiento del momento de inercia de la esfera respecto al eje instantáneo de rotación. Allí se da cuenta que su modelo mental se ha construido con un cilindro, hecho que no ha importado en el movimiento de traslación. Este fracaso lo lleva a revisar su modelo mental inicial, sustituyendo el cilindro por la esfera. Finalmente, incluye un nuevo error al calcular la aceleración del centro de masa.

Orientada

Este tipo de trayectoria fue adoptada por dieciséis estudiantes. En la Tabla 4.38 se presenta una síntesis de lo realizado por el grupo.

Tabla 4.38. Estudiantes con resolución orientada en problema IV

Estudiante	Diagnóstico	t ₁ ^a	Instancia Cualitativa		t ₂ ^b	Instancia cuantitativa		Cant. Pág.	T ^c	Meta-cognitivas
			Lectocomprensión	Estrategia		Subprocesos con error	Resultado incógnita			
22	I2	1			1	1	I	8	34(*)	si
28	I2	4			0	--	I	8	34	no
37	I2	1	--	--	1	1	I	8	14	si
57	I3	10			1	1	I	8	22	no
77	I2	2			1	1, 2	C	14	30	si
14	I2	1		M2a	3	1	C	8	7	
17	I1	1		s/MD	2	1	C	8	3	
19	I3	4		M2i	1	1	C	8	12	
53	I2	1	s/MD	s/MD	5	1	I	8	11	si
71	I3	2		s/MD	5	1, 2	C	13	19	
72	I3	1		s/MD	2	1, 2	C	13	7	
74	I2	3		M2a	9	1, 2	C	13	33	
1	I2	2		M2a	7	--	I	8	29	si
13	I2	1		s/MD	3	1	I	8	7	si
26	I2	2	M1D	s/MD	15	1	I	8	33	si
56	I2	1		M2a	5	1, 2	C	13	12	no

Nota. (*) Registros con múltiples accesos.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel I (min).

^d Error en subproceso de aceleración caso a, en subproceso aceleración caso b.

^e C: respuesta correcta; I: respuesta incorrecta; s/d: sin datos.

Mientras los estudiantes 22, 28, 37, 57 y 77 no elaboran las respuestas cualitativas, otros 11 recorren ocho páginas en 12 minutos promedio, con amplia variación entre el mínimo y máximo; un estudiante recorre 14 páginas utilizando 30 minutos. Tres de ellos (14, 17 y 19) hacen el recorrido con errores de subprocesos.; ocho (1, 13, 22, 26, 28, 37, 53 y 57) finalizan el problema incluyendo errores. Todos hacen recorridos de 8 páginas con omisión del subproceso B para el que optan por dar el resultado de manera autónoma.

La resolución de cinco de los estudiantes que finalizan el problema con error (13, 26, 37, 53 y 57) puede ser ilustrada con un mismo recorrido. En la instancia 3 eligen la trayectoria orientada, equivocando el análisis requerido para reconocer a la aceleración del movimiento como componente de la aceleración de la gravedad (página 5). La interacción didáctica indica revisar hasta encontrar el error. En la página siguiente (6) resuelven correctamente, lo que permite inferir revisiones realizadas. Luego omiten la realización del subproceso B (rodando sin deslizar) y dan directamente su resultado, equivocándose (página 13), Figura 4.12.

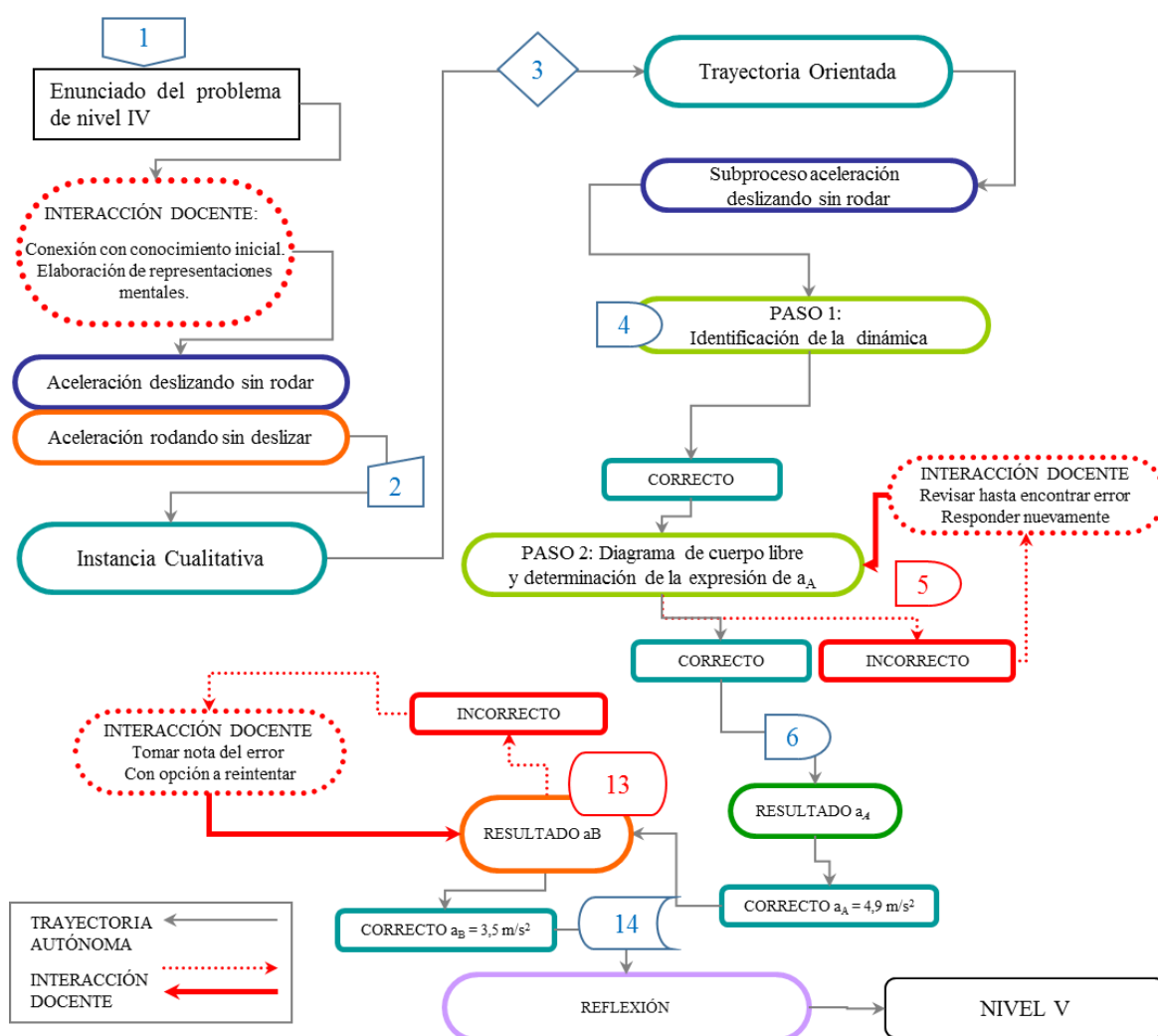


Figura 4.12. Recorrido seguido por estudiantes 13, 26, 37, 53 y 57 al abordar el problema IV

La resolución de otros cinco estudiantes (56, 71, 72, 74 y 77) incluyó errores en los subprocesos A y B pero finalizaron el problema logrando el resultado correcto. Ellos hicieron la trayectoria orientada para los casos A y B y su resolución puede ser esquematizada con un mismo recorrido (Figura 4.13). En primer lugar se equivocan al reconocer la ley dinámica (página 4) y por interacción didáctica se indicó revisar hasta encontrar el error. El contenido de las siguientes páginas, 5 y 6, solo fue resuelto correctamente por el estudiante 77, lo que sugiere que él realizó las revisiones indicadas. En el subproceso rodando sin deslizar incluyeron errores (páginas 7 a 12). Todos llegaron al resultado correcto en página 13. En la Figura 4.13 se presenta el caso de dichos estudiantes.

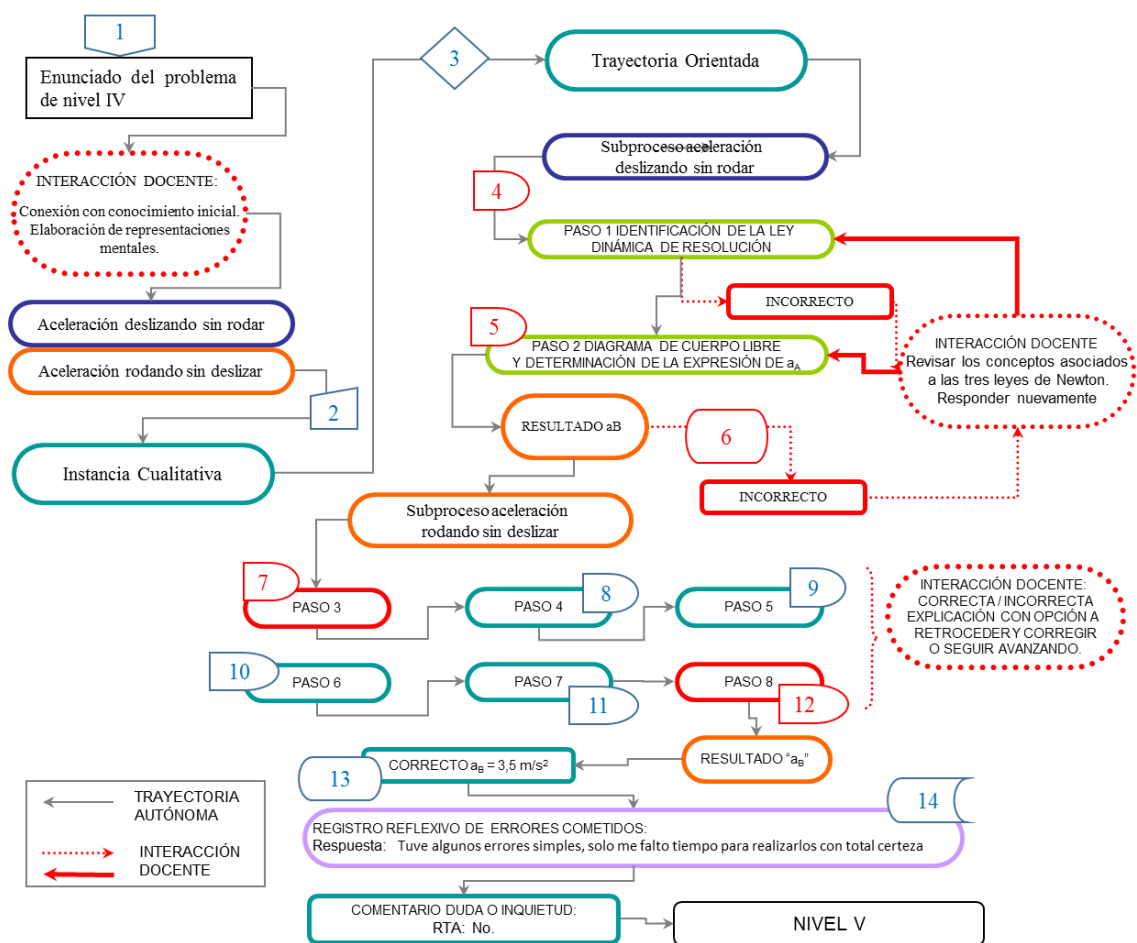


Figura 4.13. Recorrido seguido por estudiantes 56, 71, 72, 74 y 77 al abordar el problema IV

4.3.5. Síntesis del nivel V

Análisis de representaciones mentales

En la comprensión lectora del problema de nivel V (apartado 3.3.3.5), de 30 respuestas se infirieron 18 casos compatibles con el conceptual de la dinámica de rotación para el caso de volante de inercia; de ellos, 11 sugieren una elaboración inicial, tres algorítmica y tres comprensiva. En la reiteración de la respuesta se encontraron indicios de modificaciones: el modelo mental M2 pudo ser reconocido en 14 casos iniciales, cinco refirieron a un nivel de elaboración algorítmico M2a, y cuatro al comprensivo M2+, Tabla 4.39.

Tabla 4.39. Modelos mentales inferidos en la resolución del problema V

Modelos mentales		Lectura comprensiva	Reiteración de respuesta
M2	Inicial (M2i)	11	14
	Algorítmico (M2a)	3	5
	Comprensivo (M2+)	3	4
Otros modelos mentales		13	8
No responden		6	5

Análisis de recorrido del proceso experimental

En la Tabla 4.40 se presenta la cantidad de recorridos sin error y la indicativa de los incluidos en alguna de las cinco páginas. Se observa que la pregunta 6, es la que presenta mayor dificultad, con una cifra que supera a la cantidad de estudiantes que logró el recorrido sin error. La pregunta 4 la sigue en dificultad.

Tabla 4.40. Síntesis del recorrido del problema de nivel V

Recorrido	Total	Diagnóstico		
		I1	I2	I3
Sin error	12	2	8	2
P3: sistema masa suspendida	6	2	0	4
P4: sistema volante	10	0	6	4
Con error	8	1	5	2
P5: sistema volante y masa suspendida	8	1	5	2
P6: medición indirecta de aceleración angular de frenado	14	2	8	4
P7: medición indirecta de aceleración de caída de la masa	8	2	5	1

En la Tabla 4.40 también se presenta la composición de cada pregunta en cuanto al intervalo del diagnóstico. Se observa que los estudiantes I3, tienen una leve mayoría en las preguntas con error.

El tiempo de realización de este nivel (T5) está comprendido entre 3 y 98 minutos. Los mayores intervalos corresponden a los estudiantes 26, 46, 49 y 50.

En relación a las mediciones requeridas en el proceso, seis estudiantes: 19, 26, 38, 43, 53 y 74, expresan en la instancia cualitativa, la necesidad de medir el diámetro del carrete. Catorce lo confunden con el radio del volante, algunos con el radio de giro, mientras que el resto no parece advertir este requerimiento. Solo los estudiantes 38 y 43 reconocieron la totalidad de las fuerzas que actúan sobre el volante, cinco estudiantes (52, 58, 19, 73 y 77) solo incluyeron las dos fuerzas que resultan significativas para resolver el problema: de tensión y de roce,

El requerimiento de medición del diámetro del carrete, en los casos que alcanzaron inferencias de modelos mentales algorítmicos, indicaría una elaboración comprensiva, al menos parcial. Esta situación se observa en los estudiantes 26, 38, 43, 53 y 74.

Instancia de reflexión

Veintidós estudiantes hacen una reflexión al final de la actividad. Los registros de 15 estudiantes (1, 8, 11, 13, 15, 19, 20, 26, 38, 43, 53, 58, 62, 73, 74) muy brevemente refieren a no tener dudas. El estudiante 21 interroga sobre el peso propio del volante: *¿La fuerza peso no actúa sobre el volante?* El estudiante 46, parece tener dudas que prefiere aclarar en consulta personal: *no, gracias me saco las dudas en las consultas, gracias.*

El resto de los estudiantes refieren a cuestiones sobre la actividad en general. El estudiante 19 refiere a una duda sobre el caso de rodamiento: *en el ejercicio de la esfera, pero con el cuestionario me las saque.* El estudiante 32, dice: *Muy bueno.* Los estudiantes 71, 72 y 77 indican que les aportó ayuda:

Estudiante 71: *Me ayudo a darme cuenta en que temas no estoy bien capacitado para resolver algunos ejercicios*

Estudiante 72: *Muy lindo el cuestionario. Me sirvió de mucho para darme cuenta en los errores que cometí y además de mejorar y comprender en lo que estaba equivocado. La verdad, muy productivo este cuestionario es decir es de gran ayuda.*

Estudiante 77: *la verdad que de mucha ayuda, ojala lo pudieran hacer para cada tema seguro más adelante va a estar, espero ya no tener que usarlo jaja.*

4.3.5.1. Análisis de representaciones mentales del nivel V

La resolución de este nivel aborda las cuestiones:

(a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el volante?, (b) ¿Qué momentos de fuerza actúan sobre el volante?, (c) Indique las mediciones directas de las que depende la aceleración lineal del sistema por este método. (d) Indique las mediciones directas de las que depende la aceleración angular de frenado del volante. (e) Indique las restantes mediciones necesarias.

De manera similar a niveles anteriores, las inferencias sobre el modelo mental de comprensión lectora del enunciado del problema que realiza cada estudiante, surgen de investigar el estado de cosas descrito en la instancia cualitativa del CD en función de los indicios: [T1] referente empírico del sistema físico, [T2] el referente abstracto interacción: fuerza y [T3] el referente interacción de mayor nivel de abstracción: momento de la fuerza.

Ejemplo (estudiante 73): *Sobre el volante actúan la tensión [T2] de la cuerda y la fuerza [T2] de rozamiento del volante con la superficie donde gira. El momento [T3] de la tensión, que es el producto entre la tensión de la cuerda y el radio del eje donde gira, y el momento [T3] de rozamiento.*

La respuesta se completa con las mediciones necesarias para obtener la aceleración lineal: *Las mediciones directas son la distancia que recorre la masa y el tiempo que tarda en recorrerla.* La aceleración angular de frenado: *Las mediciones son el número de vueltas que da antes de frenarse y el tiempo que tarda en hacerlo.* Y entre otras mediciones el estudiante menciona: *el diámetro del eje donde esta enrollada la cuerda.* En la reiteración de la respuesta, no se observa modificación.

La organización de la respuesta hace referencia a la acción del momento de la tensión, explicando cómo obtener su módulo, y menciona el momento de la fuerza de rozamiento. Se observa presente el T2 en alusión a T3. Se infiere para el modelo mental del estudiante 73, la estructura:

T2 (tensión en la cuerda) → T3 (momento de fuerza) → T1 (momento de inercia del volante): aceleración angular (en el contexto del experimento).

T3 (momento de rozamiento) → T1 (momento de inercia del volante): aceleración angular de frenado (en el contexto del experimento).

La respuesta presenta los conceptos centrales de la dinámica de rotación, que se infieren integrados y con un nivel comprensivo.

Grupo MID

Dos estudiantes tienen inferencias semejantes:

Estudiante 15: *la fuerza de fricción, el peso colgado; [R] momento [T3] de la fuerza [T2] de rozamiento y momento [T3] total del sistema [T1]. [sic]*

Estudiante 71: *La tensión [T2] x radio; [R] Momento de bajada y de frenado [T3]*

El estudiante 15, como interacción menciona fuerza de fricción y el peso en lugar de la tensión, sin incluir referentes de T3. En relación al proceso de medición sus respuestas son imprecisas y parecen responder a un modelo mental débil M1D, en el cual obtendría la aceleración lineal del sistema por medición del tiempo de caída y el peso del cuerpo: *el peso del cuerpo suspendido, tiempo en que tardaba en caer dicho peso*. En su reiteración, incorpora la noción momento de fuerza de rozamiento y momento neto. En las preguntas relativas al procedimiento, corrige parcialmente las mediciones requeridas: *longitud del hilo (h), tiempo que tarda en caer*. Se infiere una posible organización M2 inicial.

La respuesta del estudiante 71 incluye al referente de T2 en una relación con un radio geométrico sin otra especificación. En la obtención de la aceleración lineal parece requerir la medición de: *Masa, tiempo*, que sugiere un modelo mental débil M1D. En su reiteración hace referencia a un momento que no presenta evidencia de relación al referente de T3 como momento de una fuerza e incluye al referente de T3 como momento de frenado. En cuanto a las fuerzas presentes, parece referirse a las acciones sobre la masa suspendida (*actúa el peso de la masa y la tensión de la cuerda*). En relación al proceso experimental corrige parcialmente las mediciones requeridas para obtener la aceleración lineal: *El tiempo que tarda [la masa suspendida] en recorrer una distancia*, da alguna referencia a la angular, sin precisar la medición requerida. Se infiere un cambio a un modelo mental de mayor proximidad al conceptual con elaboración inicial, M2i.

Grupo s/MD

Se infiere este tipo de modelo mental en siete estudiantes (1, 5, 19, 32, 37 44 y 72).

En la respuesta de los estudiantes 19, 32 y 72, no se encuentran referencias a las entidades T2 y/o T3, si bien el estudiante 32 modifica luego su respuesta:

Estudiante 1: *tension [T2] de la cuerda. [sic]*

Estudiante 5: *actua la fuerza m. radio del volante. [sic]*

Estudiante 19: *Momento de la masa y momento de la aceleracion [sic]*

Estudiante 32: *masa. [R] Actua la masa. Una tension [T2] de la cuerda. La gravedad que acompaña a la masa para dar el peso [T2]. [sic]*

Estudiante 37: -- [R] *momento de frenado.*

Estudiante 44: *la fuerza [T2] de rozamiento en el eje y la del peso de la masa; la del peso [T2] de la masa.*

Estudiante 72: *Actuan sobre el volante la aceleracion d efrenado , la aceleracion de caida del cuerpo y el momento de inercia. [sic]*

En el caso del estudiante 1, la referencia a la aplicación de la tensión de la cuerda, no está acompañada de las mediciones implicadas al contexto dinámico del experimento, lo que sugiere un modelo mental estático.

Para el caso del estudiante 44 se encuentra una referencia a: momento como acción *del peso de la masa* suspendida, y a la presencia de las fuerzas *de rozamiento en el eje y la del peso de la masa*. Para la obtención de la aceleración lineal y para la angular propone la medición de: *el radio del volante y el radio del cilindro más pequeño, tiempo de frenado*. Encontrando el citado tiempo sin relación a ninguna magnitud, no se infiere un modelo mental de carácter dinámico.

La respuesta del estudiante 5: *sobre el volante actúa la fuerza m y la gravedad*, y también *actua [sic] la fuerza m , radio del volante*, en la que se infiere “ m ” como masa, sugiere un análisis estático, que incluye erróneamente el radio del volante, como brazo de momento. Se hace evidente que no realiza un análisis del punto de aplicación de la tensión de la cuerda sobre el carrete del volante. No expresa ningún procedimiento de medición.

El estudiante 37, inicialmente no responde, en la reiteración se encuentra una referencia al momento pasivo de rozamiento, e incorpora parcialmente algunas modificaciones en relación al aspecto procedimental. De sus respuestas breves, imprecisas, sin mención del tiempo como variables de proceso, se infiere un modelo mental sin evidencias dinámicas.

En la reiteración los estudiantes 5 y 44 no responden, en otros tres no se encuentra modificación. Solo el estudiante 32 modifica su respuesta, pero se infiere que mantiene el mismo modelo mental, dado que su respuesta sugiere una situación estática. El estudiante 1 modifica parcialmente su respuesta, indica como interacciones a: *la tensión y la fuerza de frenado M_t y M_{fr}* , no obstante los símbolos M_t y M_{fr} sugieren referencias a los momentos de la fuerza de tensión y de frenado, que se infieren en una situación estática, sin modificación del modelo mental.

Grupo M1

En cinco estudiantes (8, 21, 50, 58 y 77) se infiere un modelo mental semejante al M1.

La respuesta del estudiante 21 refiere a la acción pasiva de una fuerza de roce, e indica las mediciones necesarias, relativas al procedimiento para obtener la aceleración lineal y angular. En el caso de los estudiantes 8 y 58, en la referencia a la aplicación de la tensión de la cuerda asociada al procedimiento experimental del que dan cuenta, si bien con errores, se encuentra implícita una noción dinámica.

Estudiante 8: *la tensión [T2] del hilo. [R] el momento [T3] producido por la tensión [T2]*.

Estudiante 21: *fuerza de roce [T2]. [R] momento [T3] de la tensión [T2] y momento [T3] de la fuerza [T2] de roce.*

Estudiante 50: *La tensión [T2] de la cuerda, por el radio del volante. [R] La de la tensión de la cuerda por el radio y el momento [T3] de frenado.*

Estudiante 58: *La tensión [T2] solamente. [R] La tensión solamente.*

Estudiante 77: *las mismas [T. [T2] R. sen 90 y la Froz [T2]] igualadas a la aceleración angular por el momento de inercia.*

En la reiteración realizada por el estudiante 58, no se encuentran modificaciones. El estudiante 8 completa su respuesta con referencia explícita al momento de la fuerza de tensión, mientras que el estudiante 21 además de la fuerza de tensión considera el momento de roce. Ambos aumentan las especificaciones relativas al proceso de medición, aunque el estudiante 8 mantiene el error relativo al radio del volante. Se infiere un cambio a un modelo mental M2 inicial el primero, y M2 algorítmico el segundo.

El estudiante 50 refiere a la acción de la tensión en la cuerda por un brazo de momento que no se relaciona con el punto de aplicación de la misma. En la reiteración incluye al momento de frenado. Da cuenta de las mediciones necesarias para obtener la aceleración lineal y angular, a lo que agrega sin advertir que es incorrecto, el radio del volante. Se infiere un modelo mental próximo al conceptual con elaboración inicial.

En la organización textual del estudiante 77, si bien haría referencia al módulo del momento neto, no hace explícitos a los referentes de T3. El estudiante, al indicar las fuerzas ejercidas sobre el volante, menciona: *T.R. sen 90 y la Froz*, respuesta que pone en evidencia ausencia de significado, y considerando que, aun incluyendo errores y falta de precisión, da cuenta de un proceso experimental, se infiere un modelo mental de mayor proximidad al primario. El estudiante no elabora reiteración.

Grupo M2

Se infiere un modelo mental próximo al conceptual con elaboración inicial en once estudiantes (9, 13, 14, 17, 20, 26, 46, 52, 53, 56 y 62). Se observa que el estudiante 26 incluye el momento de inercia como noción de momento de fuerza. No obstante, en todos ellos, la organización de la respuesta hace explícito el momento de una fuerza:

Estudiante 9: *el momento [T3] de la tensión y la fuerza de rozamiento [sic]*

Estudiante 13: *Actua el momento [T3] de una fuerza t, el momento [T3] de la fuerza de rozamiento (el momento de frenado). [sic]*

Estudiante 14: *actua el momento de la fuerza rozamiento [T3]. [R] momento de la fuerza de roce. [sic]*

Estudiante 17: *el momento [T3] la tensión; [R] el momento [T3] de la fuerza t*

Estudiante 20: *el momento [T3] de la tensión; [R] el momento [T3] de la cuerda*

Estudiante 26: *Momento de inercia y momento [T3] de una fuerza [T2]; [R] El momento [T3] de la fuerza [T2] de rozamiento y el de la tensión [T2] [sic]*

Estudiante 46: *actuan dos momentos [T3] uno acelerado y uno de frenado [sic]*

Estudiante 52: *Los momentos [T3] de la tensión y la fr. [sic]*

Estudiante 53: *Actua el momento [T3] generado por la fuerza [T2] de tensión de la cuerda. [R] El momento [T3] de frenado del volante y el momento [T3] producido por la tensión [T2] debido al peso del cuerpo. [sic]*

Estudiante 56: *el momento [T3] de la fuerza se rozamiento y el momento [T3] total del sistema.*

Estudiante 62: *el momento [T3] del volante y el momento [T3] de frenado*

En correlación a la presencia del referente de T3, todos, excepto el estudiante 46, refieren al menos parcialmente, a las mediciones requeridas para obtener las aceleraciones lineal y angular. No obstante, el estudiante 46 refiere a la acción de un momento que aceleraría al sistema y otro que lo frena.

En la respuesta del estudiante 14, y en su reiteración, se identifica una referencia al momento pasivo de rozamiento, menciona además: *las fuerzas que actúan [sobre el volante] son el peso del cuerpo, y la fuerza de rozamiento* con indicación de las mediciones necesarias para obtener la aceleración lineal y angular, e incluye entre otros requerimientos: *el radio donde está unida la tensión.*

Los estudiantes 46 y 62 no elaboran reiteración. En la reiteración de los estudiantes: 9, 13, 17, 20, 52 y 56, no se observan modificaciones relativas al modelo mental.

En la reiteración, el estudiante 26 corrige el error, mencionando el proceso de medición completo con inclusión del radio del carrete: *el radio del carrete donde se enrolla el hilo*, del que se infiere un cambio a elaboración comprensiva.

El estudiante 53, completa las nociones, sin embargo refiere a: *La fuerza de rozamiento y la tensión producida por la cuerda debido al peso del cuerpo*, y no menciona otras mediciones. Se infiere que la integración de conceptos está relacionada con un modelo mental de elaboración algorítmica.

Se infieren modelos mentales próximos al conceptual con nivel algorítmico en tres estudiantes (3, 49 y 74).

En estos estudiantes, en la primera respuesta se identifica a T3 en referencia a los dos momentos presentes. Lo que sugiere un modelo mental M2:

Estudiante 3: *Momento [T3] de la tensión y el momento [T3] de la fuerza de rozamiento.*

Estudiante 49: *El momento [T3] o torca generado en el volante esta determinado por la fuerza de tensión del cable y la distancia de este al eje de rotación, menos la fuerza de fricción del eje por la distancia al centro de rotación. [sic]*

Estudiante 74: *Los momentos [T3] que actúan sobre el volante son el de la fuerza T y los momentos [T3] de frenado en los apoyos.*

En la reiteración, los estudiantes mantienen sus respuestas (y por tanto se infiere que los modelos mentales se mantienen en nivel de elaboración inicial).

Los modelos mentales próximos al conceptual, que se infieren en el nivel comprensivo también, son tres (38, 43 y 73).

Estudiante 38: *Los momentos de fuerzas que actúan sobre el volante son el momento [T3] de frenado provocado por la fuerza de rozamiento del eje y el momento [T3] generado por la tensión de la cuerda.*

Estudiante 43: *El momento [T3] de la fuerza de tensión de la cuerda y el momento [T3] de frenado de la fuerza de rozamiento.*

Estudiante 73: *El momento [T3] de la tensión, que es el producto entre la tensión de la cuerda y el radio del eje donde gira, y el momento [T3] de rozamiento.*

En la reiteración, los tres estudiantes mantienen sus respuestas, y en este caso, se infiere que los modelos mentales se mantienen en nivel de elaboración comprensivo.

Observaciones respecto al resto de las preguntas del nivel V

¿Qué fuerzas actúan sobre el volante? Indique las mediciones directas de las que depende la aceleración lineal del sistema por este método. Indique las mediciones directas de las que depende la aceleración angular de frenado del volante. Indique las restantes mediciones necesarias.

Fuerzas que actúan sobre el volante: solo los estudiantes 38 y 43 reconocieron la totalidad de las fuerzas actuantes, a saber: *La fuerza de su propio peso, la fuerza normal en ambos lados donde se apoya el [extremos del eje del] volante, la fuerza de la tensión de la cuerda de la que cuelga la masa y la fuerza de rozamiento entre el volante y el eje de rotación.* Los estudiantes 8 y 26 omiten la fuerza de fricción. Tres estudiantes (19, 53 y 73) solo incluyeron las dos fuerzas, de tensión y de roce, que resultan significativas para resolver el problema: *Sobre el volante actúan la tensión de la cuerda y la fuerza de rozamiento del volante con la superficie donde gira.* Para los estudiantes 1, 3 y 50, actúa solo la tensión en la cuerda.

Los restantes estudiantes expresaron ideas diferentes. Entre ellas, siete estudiantes (9, 14, 15, 21, 44, 52 y 56) indican también dos fuerzas pero sustituyen la tensión, por el peso del cuerpo suspendido: *el peso del cuerpo que sería la tensión y la fuerza de rozamiento con el eje.* Para el estudiante 5 actúa el peso del cuerpo, para el 32 su masa.

El estudiante 20 reconoce como fuerzas aplicadas al volante a: la tensión ejercida por la cuerda y el peso del volante, sin mencionar a las interacciones requeridas para que el volante mantenga el equilibrio en posición horizontal: *la tensión de la cuerda, el peso del volante*. El estudiante 26 incluye una fuerza de inercia: *sobre el volante actúan el peso, la inercia y la tensión de la cuerda*.

Mediciones directas para determinar la aceleración del cuerpo suspendido: respondieron de manera completa diecisiete estudiantes: 3, 8, 9, 14, 19, 20, 21, 26, 38, 43, 50, 52, 53, 56, 62, 73 y 74. Ellos señalaron la necesidad de medir la distancia recorrida por el cuerpo suspendido (o la longitud del hilo que ha descendido) y el intervalo de tiempo insumido en ese movimiento. Los restantes estudiantes que respondieron (13, 15, 17, 44, 58, 71 y 77) lo hicieron en forma variada sin identificar con precisión los datos, en este caso obtenidos por mediciones, requeridos para resolver un subproceso del principal. Entre ellos, estudiante 15: *el peso del cuerpo suspendido, tiempo en que tardaba en caer dicho peso, la cantidad de vueltas en cierto tiempo, la longitud del hilo.*; estudiante 71: *Masa, tiempo*; estudiante 58: *Solo necesito el radio y la masa*.

Mediciones directas para determinar la aceleración angular del volante: respondieron de manera completa dieciséis estudiantes 3, 13, 14, 19, 21, 26, 38, 43, 50, 53, 56, 73 y 74. Ellos dieron respuestas similares a la del estudiante 50: *Hacer girar el volante sin la masa, contar la cantidad de vueltas y el tiempo que tarda en detenerse*.

De nueve estudiantes que dieron respuestas (8, 9, 17, 44, 52, 58, 62, 71 y 77), algunos lo hicieron en forma parcial: *tiempo de frenado*; otros sin dar referencia de la magnitud directa requerida: *depende del ángulo total de girado*; algunos no advirtieron que el objetivo era obtener una aceleración angular de frenado: *número de vueltas, tiempo de caída; de las vueltas que tarda en detenerse para así tener el ángulo que barre la altura de la que cae y el tiempo que tarda en caer, tiempo que tarda en recorrer una distancia; la aceleración angular contando el tiempo y el número de vueltas*.

Medición del radio del carrete: Se encuentra evidencia de la necesidad de obtener esta respuesta en seis estudiantes: 19, 26, 38, 43, 53 y 73: *el radio donde está unida la tensión; radio del carrete en donde se enrolla el hilo; radio del volante (donde se enrolla el hilo)*. Todos los estudiantes además indicaron requerir el valor de la masa suspendida.

Catorce estudiantes (3, 5, 8, 9, 13, 17, 20, 21, 50, 58, 62, 71, 72 y 74) parecen requerir medir el *radio del volante*; dos refieren a medir el *radio de giro*; un estudiante expresa requerir el *diámetro del hilo*; otro solo precisa: *radio*. Mientras que el resto (16 estudiantes) no menciona la palabra radio, o no dan respuesta.

En la reiteración de las respuestas, cinco estudiantes (8, 15, 17, 37 y 71) modifican, solo en forma parcial, sus respuestas relativas a la obtención de datos para la obtención del momento de inercia del volante.

4.3.5.2. Análisis del recorrido de nivel V

En la Tabla 4.41 se presenta una síntesis de lo realizado por los grupos de estudiantes correspondientes a los modelos mentales M1D, M1 y s/MD, como también, lo realizado por el grupo de 18 estudiantes que no dieron respuestas cualitativas y por tanto, no se pudo inferir sus modelos mentales.

Tabla 4.41. Recorrido de grupos M1D, M1 y s/MD en problema IV

Estudiante	Diagnóstico	Modelos Mentales					T ^c	Reflexión
		Inicial	Reiteración	t ₂ ^b	Páginas con error			
11	I2	12	--	1	-	11	no	
22	I2	1	--	1	5, 6	22	no	
28	I2	19	--	1	6, 7	28	no	
37	I2	1	--	M2i	6, 7	37	no	
57	I3	18	--	1	4	57	no	
63	I3	1	--	1	3, 4	63	no	
15	I2	2	M1D	M2i	5	--	18	si
71	I3	1	M1D	M2i	7	--	14	si
8	I2	1	M1	M2i	4	4, 5	15	si
21	I2	21	M1	M2a	5	7	37	si
50	I2	6	M1	M2i	11	-	40	no
58	I2	1	M1	M1	3	5, 6	9	si
77	I2	1	M1	M1	13	6, 7	25	si
1	I2	5	s/MD	s/MD	2	4	27	si
5	I1	1	s/MD	s/MD	1	3, 6, 7	5	no
19	I3	1	s/MD	s/MD	4	4, 6	19	si
32	I3	1	s/MD	s/MD	1	3, 6, 7	32	si
44	I1	1	s/MD	s/MD	2	-	44	no
72	I3	1	s/MD	s/MD	5	6	72	si

Nota.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel V (min).

En la Tabla 4.42 se presenta una síntesis de lo realizado por los 17 estudiantes en los que se infieren modelos mentales próximos al conceptual con niveles inicial, algorítmico y comprensivo.

Tabla 4.42. Recorrido del grupo M2 en el problema V

Estudiante	Diagnóstico	Modelos Mentales					T ^c	Reflexión
		t ₁ ^a	Inicial	Reiteración	t ₂ ^b	Páginas con error		
9	I3	3		M2i	4	-	19	no
13	I2	1		M2i	9	4, 5, 6	16	si
14	I2	1		M2i	5	6	9	no
17	I1	1		M2i	3	3, 6, 7	7	si
20	I2	1		M2i	4	4	13	si
26	I2	3	M2i	M2+	34	4	77	si
46	I2	27		M2i	4	-	45	si
52	I2	1		M2i	4	-	12	no
53	I2	1		M2a	1	-	14	si
56	I2	1		M2i	4	-	10	no
62	I3	1		M2i	4	3, 4, 5, 6	9	si
3	I2	7	M2a	M2a	7	-	23	no
49	I2	1		M2a	48	5	98	no
74	I2	6		M2a	6	6	21	si
38	I1	1		M2+	9	5	24	si
43	I1	1	M2+	M2+	11	-	22	si
73	I3	2		M2+	10	5	21	si

Nota.

^a Permanencia en página 1 (min).

^b Permanencia en página 2 (min).

^c Tiempo de realización de nivel V (min).

CAPITULO 5
CONCLUSIONES

Como fue señalado en capítulos anteriores, en esta tesis se realizó una propuesta didáctica a partir de las posibilidades ofrecidas por la plataforma educativa institucional. Tal propuesta se implementó en la materia Física I para carreras de Ingeniería centrándose en el contenido de la unidad VII, dinámica de rotación, y en los temas de las unidades anteriores vinculados a ella.

El diseño de la actividad cuestionario didáctico o CD aprovechó las posibilidades interactivas del recurso lección para adoptar una concepción sistémica, en la que interactuaron profesor, estudiante y conocimiento utilizando el espacio virtual como medio (Brousseau, 1998; Charnay, 1994; Ibáñez Bernal, 2007). Tal diseño planteó al estudiante alternativas para un mejor ajuste al requerimiento personal, acercándose a una situación “a medida”. A partir de un cuestionario inicial (Pretest), se planteó un conjunto de problemas cuya resolución proveyó alternativas para su realización. Cada alternativa incluyó una instancia de elaboración cualitativa, cuantitativa y de reflexión.

La posibilidad de utilizar el nuevo recurso didáctico fue difundida por quien realizó esta tesis en las comisiones de trabajos prácticos en las que ella se desempeñó como docente. También se publicó en los avisadores utilizados para la publicación de las cuestiones relativas a la materia, a los que acceden habitualmente los estudiantes.

En este capítulo se presenta una discusión y se extraen conclusiones de los resultados derivados del análisis de la implementación de la propuesta didáctica.

5.1. Discusión de los resultados emergentes del trabajo de campo

El grupo de sujetos de investigación quedó integrado por los estudiantes que respondieron a la convocatoria. Las tres cuartas partes de ellos procedieron de una de las tres comisiones a las que, quien realizó esta tesis tuvo mayor accesibilidad por su función como docente. Respecto al total de estudiantes en dichas comisiones, los estudiantes que accedieron a la propuesta didáctica constituyeron cerca del 40 %. El resto de los participantes fueron estudiantes principalmente de otras comisiones, en condición de regulares y unos pocos libres.

La actividad didáctica fue realizada en diferentes épocas: los estudiantes que se encontraban cursando la materia, accedieron al nuevo recurso en una fecha cercana al segundo parcial; los estudiantes regulares y libres lo hicieron en fechas que corresponden a períodos de exámenes finales, diciembre de 2014 y febrero de 2015. Para los estudiantes que cursaban la materia, su motivación principal estuvo vinculada al cierre de dicha etapa y en lograr las condiciones requeridas para acceder al coloquio de promoción de la materia, o bien a la regularidad. Para los estudiantes regulares y libres, la motivación se enfocó en preparar la materia para dar el examen final.

La información registrada en el CD permitió establecer las tendencias centrales de algunas características de los sujetos de investigación, como edad, sexo, carrera, percepción inicial del estado de conocimiento. En relación a la edad, se observó comprendida entre 18 y 19 años, situación que resultó coherente con la edad esperada para quienes tuvieron una trayectoria sin repeticiones en la escolaridad secundaria, y con el primer cursado de la materia. La participación femenina si bien fue reducida, tuvo una composición semejante a la de los valores oficiales de inscriptos en carreras de Ingenierías: el año 2014 contó con 6280 estudiantes, de los que el 24 % fueron mujeres ([www.unc.edu.ar/default/files/ Anuario Estadístico UNC 2014.pdf](http://www.unc.edu.ar/default/files/Anuario_Estadístico_UNC_2014.pdf)).

El grupo mayoritario estudiaba Ingeniería Civil, Industrial y Biomédica, y más de la mitad procedieron de diferentes provincias del país. También hubo estudiantes de otros países de Sudamérica. La situación presentó distancias que alcanzaron los 3200 km como en el caso de la ciudad de Ushuaia en Tierra del Fuego o 4300 km desde Lima, Perú. Los estudiantes con origen en el interior de la misma provincia de Córdoba obtuvieron una diferencia superior poco significativa sobre quienes vivían en la misma ciudad capital.

En relación a la percepción inicial del estado de conocimiento se encontró que más de la mitad de los estudiantes coincidieron con el intervalo diagnóstico alcanzado como resultado del procesamiento del cuestionario Pretest. El resto, que conformó la minoría, sobrevaloraron o subestimaron su condición aproximadamente en partes iguales.

Una vez finalizado dicho cuestionario, los estudiantes accedieron a conocer el porcentaje de respuestas correctas alcanzado. En este momento, algunos de ellos abandonaron la actividad didáctica. La mayor parte tenían condición de libres; estudiaban IQ e IAMB; percibían su estado de conocimiento como escaso; y no lograron alcanzar el 60 %, cifra que se requiere en la institución como condición para aprobar. La situación sugiere que dicha actividad proveyó al estudiante de un instrumento de autoevaluación con criterio objetivo. De tal manera constituyó una herramienta que lo ayudó a poner en evidencia el estado de conocimiento propio y a reconocer la necesidad de mayor estudio, a la vez se constituyó en un estímulo a hacerlo, o bien a revisar las debilidades conceptuales identificadas por medio del mismo.

El grupo que continuó y completó la actividad CD, se redujo aproximadamente a la mitad según cifras que fueron presentadas en la Tabla 4.13. Tal reducción modificó parcialmente algunos de los aspectos individuales. Adquirieron mayor peso los estudiantes con edades entre 18 y 19 años, con intervalos diagnósticos en correspondencia a buen conocimiento y muy buen (I2 e I3), y que realizaron la actividad durante el cursado. Este hecho sugiere que la motivación de aquellos que mantuvieron la resolución del CD fue una búsqueda de mayor comprensión de los temas en estudio. El citado grupo también contó con unos pocos estudiantes que utilizaron la actividad para preparar su examen. Algunos de los estudiantes de dicha condición expresaron su opinión en conversación personal e informal con quien realizó esta tesis, durante uno de los exámenes. Uno de ellos, refiriéndose al CD, expresó *podría haber cuestionarios del mismo tipo para todos los temas*, el mismo estudiante, 77, en instancia de reflexión, ya había mencionado la misma idea: *la verdad que de mucha ayuda, ojala lo pudieran hacer para cada tema seguro más adelante va a estar, espero ya no tener que usarlo jaja* (apartado 4.3.5). Cabe acotar que el examen práctico del estudiante, en condición de libre, no alcanzó el 60 % requerido para aprobar, pero en la realización del problema relativo a la dinámica de rotación no presentó ningún error, mostrando un importante contraste respecto al resto de los problemas. Esta situación constituiría una evidencia de que la actividad sería receptada por algunos estudiantes en condición de libres como de gran ayuda, y en este caso, pareciera en verdad haberlo sido.

Otra modificación ocurrida al finalizar el Pretest fue la disminución de los estudiantes con procedencia de la misma Córdoba Capital adquiriendo mayor peso los estudiantes de otras provincias. Este resultado señalaría que las actividades planteadas en la plataforma virtual fueron valoradas en particular por quienes, durante las épocas de exámenes, suelen trasladarse a su lugar de origen, con una mayor dificultad de movilidad para realizar consultas. Tal resultado pondría de relieve el valor agregado aportado por la articulación de las dimensiones tecnológica y de mediatización y mediación. Por otra parte, cuando la

distancia no implicó mayor dificultad al estudiante, como es el caso de los que vivían en la misma localidad, se observó que preferirían las instancias de comunicación cara a cara con el docente. Cabe preguntarse cuáles serían las características a incluir en el diseño de propuestas virtuales semejantes a la de esta tesis, para que se convocase en su uso a los estudiantes independientemente del lugar de residencia.

Desde una dimensión pedagógica, el cuestionario Pretest, tendría una función de medio por el cual, cada estudiante accedería a una herramienta que provee un criterio objetivo para autoevaluar sus conocimientos. Lo enfrentaría a la toma de una decisión, y se constituiría en un estímulo a la participación en su proceso de aprendizaje. La realización de la actividad CD constituyó un desafío, proveyó al estudiante de una posibilidad de búsqueda de significados y mayor comprensión. La actividad incorporó como estrategia de construcción del conocimiento una secuencia integrada de elaboración cualitativa, cuantitativa y reflexión. Su realización demandó un importante tiempo total, con accesos en diferentes horarios y días. Un análisis de la situación académica a la finalización del cursado permitió observar que, entre los estudiantes que completaron el CD, más de la mitad promocionó la materia, algo más de la cuarta parte regularizó, y solo dos quedaron en condición de libres. Entre los estudiantes que luego de realizar el Pretest, no hicieron el CD o no completaron la totalidad del mismo, se registró que la cuarta parte promocionó, la décima parte regularizó, la cuarta parte quedó libre.

En este sentido, sería de utilidad profundizar en el estudio de las características a incluir en el diseño del CD, para lograr que el mismo, motive a los estudiantes de menor preparación a utilizarlo como recurso de estudio.

5.1.1. Discusión de los resultados disciplinares del diagnóstico

El cuestionario Pretest tuvo 30 enunciados disciplinares con opciones de respuesta verdadero, falso y *no sé*. La tendencia central de respuestas correctas (esto es, de reconocer acertadamente la validez o falsedad de un enunciado) obtuvo las dos terceras partes, las incorrectas y *no sé* alcanzaron la cuarta y décima parte respectivamente.

El tiempo promedio de realización fue de 24 minutos. Los lapsos inferiores a los siete minutos obtuvieron importantes cantidades de respuestas incorrectas y *no sé*. Esto sugiere una actitud poco comprometida ya que este lapso escasamente supera el requerido para la lectura comprensiva de los 30 enunciados.

La opción *no sé* obtuvo más de la quinta parte de las respuestas en cuatro enunciados (6, 8, 26 y 30). De ellos, solo el enunciado 8 obtuvo esta respuesta en forma mayoritaria,

evidenciando un efectivo desconocimiento de la respuesta. Se observó una mayor dificultad en el reconocimiento de los enunciados falsos desde el punto de vista disciplinar por cuanto la cantidad de casos fue ligeramente mayor que los verdaderos. Sin embargo, al considerar los enunciados en que se encontró evidencia de dificultad, por estar asociada a respuestas *no sé* (caso de los enunciados 6 y 8), la diferencia se reduce resultando condiciones similares a las preguntas de enunciado verdadero. Estos resultados sugieren que en el caso de los últimos, los estudiantes parecieran reconocerlos con menor dificultad que en el caso de los enunciados falsos.

Los enunciados sin dificultad alcanzaron más de las dos terceras partes del total, Tabla 4.4. En los enunciados con dificultad (el resto), Tabla 4.5, las cuestiones referentes a la unidad VII de dinámica de rotación alcanzaron menor cantidad que las de unidades anteriores. En función de la mayor o menor dificultad encontrada, se establecieron fortalezas y debilidades conceptuales, que se discuten a continuación, conjuntamente con los resultados de las categorías cognitivas.

La tendencia central de las categorías comprensión de conceptos, identificación de variables de movimientos específicos y reconocimiento de relaciones entre magnitudes, no indicaron dificultades. En ellas, las dificultades de orden particular, afectaron a una quinta parte del grupo. Tales resultados serían indicativos del dominio de estos aspectos cognitivos en la resolución de problemas, en términos generales.

Los conceptos que representarían fortalezas son los siguientes: centro de masa (enunciado 11), brazo de momento (enunciado 13), representación del vector momento de fuerza (enunciado 14), radio de giro (enunciado 19), inercia y momento de inercia (enunciados 23 y 21), y aceleración angular (enunciado 30). También las representaría la identificación de variables asociadas a movimientos circulares y de rodamiento (enunciados 2, 4 y 28), y el reconocimiento de las relaciones entre: aceleración angular y tangencial (enunciado 5); fuerza tangencial y momento de fuerza (enunciado 15); momento de inercia y forma del cuerpo (enunciado 22). En estas categorías, las debilidades comprenderían los conceptos de desplazamiento angular (enunciado 1), rodamiento desde un punto de vista dinámico (enunciado 25), y la relación entre momento de fuerzas y aceleración angular (enunciado 26).

Las categorías cognitivas en cuya tendencia central se observaron las mayores dificultades son: interpretación de datos y aplicación de conceptos. En interpretación de datos, un solo enunciado no presentó inconvenientes. En él se requirió reconocer una unidad de aceleración angular falsa: la indicada corresponde a velocidad angular. En los enunciados de esta categoría, solo la quinta parte de los estudiantes tuvieron mayoría de respuestas correctas (3, 6, 7 y 8). Tales dificultades se infirieron derivadas de contenidos

presentes en la bibliografía sugerida para estudio. Los enunciados 3, 6 y 7 estuvieron directamente relacionados con el problema de nivel I, el 8 con el problema de nivel II.

En aplicación de procedimientos básicos se encuentra una cifra próxima a la mitad de estudiantes con dificultad. Dichos estudiantes responden con mayoría de respuestas no correctas a los enunciados de la misma. Basándose en los resultados de esta categoría, el diagnóstico por categorías cognitivas señalaría un ciclo de información incompleto, Figura 2.18. El mismo, indicaría que las dificultades afectarían el saber hacer, y comprometerían por tanto las competencias requeridas en dinámica de rotación.

En estas últimas categorías se observó ausencia de dificultad en algunos casos. Ellos representarían fortalezas y comprenderían: calcular el valor de un ángulo por consideraciones geométricas (enunciado 10), reconocer la aplicación del enunciado del teorema de Varignon (enunciado 16) y del algoritmo de la segunda ley generalizada (enunciado 29), aplicación de conceptos emergentes del teorema de Steiner (enunciado 27).

Los enunciados con elevado número de respuestas no correctas son el 9, 12 y 20. El enunciado 9, refiere a temas de la unidad I y II, los enunciados 12 y 20, a la unidad VII.

Si se considera la importancia de la dificultad según la cantidad de respuestas no correctas, se pueden establecer como *debilidades relativas a las unidades I y II*, aquellas asociadas al: enunciado 8 (interpretación de datos), enunciado 9 (aplicación de procedimientos), y enunciado 17 (comprensión de conceptos), dadas en orden de importancia.

El registro de respuestas no correctas en el enunciado 8, en cerca de las tres cuartas partes de los estudiantes, evidencia una debilidad en la interpretación de los datos geométricos para obtener el valor del ángulo entre dos vectores, cuando el vector posición no se indicó en forma explícita.

En el enunciado 9, más de las dos terceras partes de los estudiantes no lograron reconocer la aplicación correcta del teorema de Varignon a un sistema de fuerzas coplanares. Esto sugiere una dificultad en la construcción del momento polar de cada fuerza, con reconocimiento débil de la tendencia a la rotación de cada una, del sentido del vector momento de fuerza respectivo, y de la operación que los integra. También podría existir una dificultad relativa a representar mentalmente una situación instantánea: el sistema de fuerzas presentado solo es conocido en un intervalo elemental. En el caso del enunciado 17, menos de la mitad de los estudiantes no identificaron la afirmación en la que se propuso una operación falsa (producto escalar) para obtener el momento de una fuerza.

Las dificultades de conceptualización de aspectos del momento de una fuerza remiten a tres cuestiones implicadas: el carácter vectorial de la posición de la acción de una fuerza, la localización espacial del vector momento de fuerza respecto del plano que contiene a los vectores posición y fuerza, y su dirección y sentido. Los aspectos descriptos subyacen en la formalización matemática del momento polar de una fuerza: el producto vectorial y sus propiedades. La no conmutatividad implica reconocer una única posibilidad de tendencia a la rotación, en un sentido horario o antihorario. La conceptualización del momento resultante, como acción de un sistema de fuerzas, requiere la integración de las nociones anteriores y, por tanto, es un contenido disciplinar donde confluyen tales dificultades.

En la misma línea de análisis, las *debilidades vinculadas a la unidad III*, por orden de importancia comprenderían al enunciado 3 (interpretación de datos), y a los enunciados 6 (interpretación de datos) y 1 (comprensión de conceptos).

Tres cuartas partes de los estudiantes no reconocieron como falsa la afirmación en que se propuso la unidad rpm (revoluciones por minuto) como unidad de velocidad angular (enunciado 3). Más de las dos terceras partes de estudiantes no reconocieron como falsa la afirmación en que se propuso la unidad revoluciones como unidad de desplazamiento angular (enunciado 6). Algo más de la mitad de los estudiantes no reconocieron la afirmación falsa en que se planteó un ángulo en radianes como valor de un desplazamiento lineal (enunciado 1).

Las dificultades vinculadas a la cinemática sugieren una diferenciación débil entre una coordenada angular y un desplazamiento lineal, y entre las unidades de uso cotidiano y las específicas derivadas del sistema radial. Para desplazamiento angular y velocidad angular se consideraron correctas las unidades de uso cotidiano como revoluciones y revoluciones por minuto. La debilidad en tal acción también estaría siendo reforzada por textos, como el identificado en Sears, Zemansky, Young y Freedman (2009, p. 287) cuando afirma: “Si el ángulo de θ está en radianes, la unidad de velocidad angular es el radián por segundo (rad/s). Suelen usarse otras unidades, como revoluciones por minuto (rev/min o rpm). Puesto que $1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$ ”. En tal afirmación parece no quedar suficientemente claro que a pesar de que el uso cotidiano las impone, no son las unidades angulares específicas para las citadas magnitudes.

Las *debilidades asociadas a la unidad VII*, por orden de importancia comprenderían los enunciados 20 y 12 de la categoría aplicación, el enunciado 26 (reconocimiento de relaciones), y el enunciado 25, (comprensión de conceptos).

La cuestión 20 refiere a la situación experimental volante de inercia, que se resuelve luego, en el nivel V de la actividad CD. En ella, la noción de momento de fuerza se construye en una situación dinámica: la aplicación de la tensión de una cuerda durante la caída de una masa. Las respuestas incorrectas sugieren que para los estudiantes el torque sería ejercido, no por la fuerza de tensión como indica el enunciado, sino por el peso suspendido de la cuerda. Esto evidenciaría una percepción de la situación en estado de equilibrio (estático o dinámico), la vigencia de una concepción intuitiva asociada a la transmisión de la fuerza peso por cuerdas (McDermott, Schaffer y Somers, 1994), y la ausencia de los significados emergentes de la segunda ley de Newton. También son indicativas de que no se reconoció el radio del carrete como brazo de momento.

El enunciado 12 requiere recuperar una representación mental de una cuestión ya planteada en otro de los enunciados (conjunto de un aro con cinco varillas) y relativa al problema del nivel II de la actividad CD. Requiere utilizar el momento de inercia de cuerpos simples (Tabla 2.1) y el teorema de los ejes paralelos o Steiner (apartado 2.2.7) para obtener el momento de inercia del conjunto respecto del eje de rotación. El significativo número de respuestas incorrectas sugiere que muchos estudiantes consideran que el momento de inercia, dado su carácter escalar, es una propiedad constante del objeto (semejante a la masa para velocidades mucho menores que la de la luz) e independiente de la ubicación del eje de rotación.

El enunciado 26 denota la dificultad en conceptualizar la relación entre las variables involucradas en 2° ley generalizada a la rotación. La noción momento de inercia alude a la distribución espacial de la masa de un cuerpo respecto al eje de rotación. En este sentido, introduce conceptualmente una idea que muestra la importancia que cobra tal distribución frente a las cuestiones vectoriales implicadas en el movimiento derivado de la aplicación de un momento de fuerza. En ellas se requiere relacionar al momento de inercia, con un escalar, y a la aceleración angular con un vector de igual dirección que el momento de fuerza neto y que el eje de rotación.

El enunciado 25 incluyó una noción de rodamiento desde el punto de vista dinámico. La misma requirió comprender el rol de la fuerza de fricción en la superficie de contacto, e integrarla en la 2° ley generalizada aplicada a este movimiento (apartado 2.1.8).

5.1.2. Discusión de la propuesta didáctica

En línea con los referentes teóricos presentados en el capítulo 2, el diseño de la actividad cuestionario didáctico o CD aprovechó las posibilidades de la plataforma educativa

institucional para adoptar una concepción sistémica, en la que interactuaron profesor, estudiante y conocimiento utilizando el espacio virtual como medio (Brousseau, 1998).

En una situación didáctica se destaca la intencionalidad del profesor por lograr un objetivo de formación previamente establecido, en este caso el objetivo disciplinar recayó en las competencias derivadas de la segunda ley de Newton extendida a la rotación. Se entiende a las competencias como capacidades complejas e integradas que implican un saber y un saber hacer (Audeas, y otros, 2014), en las que el conocimiento no se encontraría en forma acabada, sino como una disposición a hacer (Ibáñez Bernal, 2007).

La actividad se desarrolló a partir de la explicitación de las concepciones de los estudiantes, con realización de actividades para enriquecerlas o modificarlas, a fin de lograr que ellos, los estudiantes, construyeran su conocimiento (Charnay, 1994). La situación didáctica involucró el planteo de conflictos que promovieron la construcción y reconstrucción del conocimiento. Este proceso se daría en fases de evolución de las nociones originales, hasta alcanzar aquella en la que desaparecería la intencionalidad didáctica del profesor, o su intervención sería mínima (Brousseau, 1998).

Este proceso tuvo en primer plano la interrelación entre estudiante y el conocimiento en su forma mediatizada. La interacción con el profesor se mantuvo en un segundo plano. En la comunicación del conocimiento (apartado 1.3.3) fue señalado el discurso didáctico como un tipo especial de lenguaje impersonal que trasciende las circunstancias entre personas y la especificidad de las condiciones en que se produce (Ibáñez Bernal, 2007). En el CD, el discurso didáctico intentó replicar el que utilizaría el profesor durante una clase presencial para promover la comprensión de un fenómeno o concepto, durante la resolución de un problema. Por ejemplo: el docente presenta un enunciado, luego deja pensar a los estudiantes, se observan intentos de colaborar con aquellos que tienen problemas para empezar (con estímulos a la comprensión), el profesor da pistas metodológicas (estímulos a la formulación de estrategias de resolución), ofrece elementos parciales de una respuesta antes de preparar una respuesta completa (por aproximación a los niveles subordinados). En estas condiciones, el profesor, desde una posición en la que no es directamente visible, actuó como organizador de un proceso en donde interactuaron los estudiantes y el conocimiento en forma mediatizada. En este proceso se pretendió crear las condiciones propicias para que los estudiantes pudieran construir conocimiento.

Algunos elementos se constituyeron en la versión didáctica del contenido asimilable a una transposición didáctica (Brousseau, 1998; Chevallard, 1998; Alava, 2000), a saber. El escenario de formación mediatizado, incluyó la presentación de varios problemas que demandaron la aplicación de conceptos centrales de la dinámica de rotación y de niveles subordinados en situaciones diferentes. El conocimiento se consideró compuesto por

subsistemas que interactuaron entre ellos (Brousseau, 1998). Cada uno presentó un referente empírico (Ibáñez Bernal, 2007) y observable del discurso didáctico, ante el cual, el estudiante realizaría supuestos y simplificaciones de acuerdo con los criterios de la disciplina (en este caso, el modelo del rígido en rotación). El referente inicial fue un sólido de geometría regular (cilindro), en el nivel II fue un conjunto (aro con varillas), en el nivel III se planteó un sistema de dos objetos conectados suspendidos de una polea, en el IV una esfera. El referente del nivel V, fue un dispositivo conocido por los estudiantes: el volante de inercia.

Se pudo advertir, a partir del registro de reflexiones, que los estudiantes percibieron el diseño como adecuado, con un discurso accesible y habitual.

La realización de cada problema del CD implicó una secuencia con instancias de elaboración cualitativa, cuantitativa y de reflexión, con posibilidad alternativa de realizar una aproximación didáctica a los procesos subordinados. Incluyó la resolución de situaciones que tuvieron aspectos previamente conocidos y otros no conocidos. Insumió importantes intervalos de tiempo que, en muchos casos, se completaron con accesos en diferentes días.

En instancia de resolución cualitativa se plantearon preguntas abiertas. Ellas aprovecharon la posibilidad tecnológica de redactar respuestas mediante un procesador de textos, provisto por el tipo de preguntas ensayo de Moodle. Los estudiantes que elaboraron las mismas, lo hicieron aportando evidencias del alcance de sus representaciones mentales en la interpretación del enunciado del problema y en la formulación de una estrategia de resolución, y fueron utilizadas para dar respuestas a las preguntas de investigación. Como quedó registrado en el CD, algunos estudiantes descubrieron que se podían evitar las respuestas abiertas solicitadas si se completaba el campo correspondiente con cualquier carácter. Así se pudo reconocer que estas páginas quedaron vacías de contenido en algunos casos; sin embargo, en otros, se brindaron respuestas breves y varios estudiantes ofrecieron respuestas amplias

El análisis de la instancia cualitativa sugiere que la mayoría de los modelos mentales utilizados al comprender el enunciado de un problema entre los niveles I a IV, no se mantuvieron al planificar su resolución. En la comprensión, sería muy reducida la cantidad de modelos mentales próximos al conceptual, con cifras todavía menores para aquellos que alcanzarían una fase final de elaboración. Las inferencias de tales modelos mentales al formular estrategias de resolución, en cambio, superaron a las otras formas representacionales en los tres primeros problemas. En el razonamiento cualitativo, se imaginó la solución del problema por medio de la construcción de su modelo mental. Esta situación se alcanzaría en una condición de experto (Kofman, 2000). En este caso,

los estudiantes se encontrarían aprendiendo a construir tal modelo mental, y por tanto recurren como alternativa a la aplicación de las ecuaciones.

La etapa cuantitativa proveyó a los estudiantes de un medio en el cual construir el conocimiento, realizar prácticas, repetirlas, haciendo conexiones entre los conceptos centrales de la dinámica de rotación y el referente empírico de cada problema. Esto posibilitó la integración de conceptos y favoreció su comprensión funcional (McDermott, 1998), en situaciones de creciente complejidad. Al final de cada nivel, la reflexión sobre la propia acción realizada, con identificación de errores y dudas constituyó un momento de revisión de cambios de ideas (Driver, 1988).

Las posibilidades interactivas del recurso posibilitaron el planteo de alternativas de resolución, que se enfocaron en poner a prueba las concepciones de los estudiantes. Algunos realizaron una aproximación didáctica a los principales subprocesos implicados en cada problema. Para el caso de resultados equivocados, se orientó a realizar un proceso reconstructivo. En la realización de las revisiones implicadas en el mismo se observó la activación de procesos que sugieren diferentes resistencias a una modificación.

La llamada trayectoria orientada presentó al estudiante un proceso principal compuesto por subsistemas en interacción. Ella incluyó una propuesta de aproximación a los subprocesos (temas anteriores) que integran el principal objeto del estudio (capítulo VII: dinámica de rotación). La trayectoria, designada por interacción didáctica, derivó al mismo tipo de aproximación, pero no por elección directa, sino luego de resolver la trayectoria autónoma incorrectamente.

La evaluación de la propuesta didáctica incluyó el análisis de la organización textual de las respuestas de elaboración cualitativa. A partir de las mismas, se establecieron grupos de estudiantes en cuyas respuestas se encontraron evidencias de estructuras semejantes que se utilizaron para inferir los modelos mentales. En numerosos casos se observó que el modelo mental inferido en la comprensión del enunciado no se mantuvo al formular la estrategia de resolución. Las inferencias de modelos mentales en lectura comprensiva no fueron, mayoritariamente, próximas al conceptual, mientras en la formulación de la estrategia, la situación cambió, tomando mayoría estos últimos.

En la lectocomprensión del problema, las inferencias próximas al modelo conceptual en tres problemas (I, II y V) fueron superiores a las de los otros dos. En estos, se obtuvieron solo unos pocos casos del citado modelo mental. Una posible causa que explicaría esto es el hecho que los tres primeros problemas estuvieron relacionados directamente con enunciados del diagnóstico, en los dos últimos no hubo situaciones particulares en común. Se infiere que la situación planteada en los problemas III y IV, de mayor complejidad, no

era conocida por los estudiantes, mientras que, en los tres restantes, al enfrentar situaciones que incluyeron aspectos conocidos, lograron razonarlas cualitativamente, recurriendo a un modelo mental ya elaborado.

La participación en la instancia de reflexión fue máxima en los niveles I, IV y V. En ellas las dos terceras partes de los estudiantes dieron una respuesta; en los niveles II y III esto se redujo a cerca de la mitad del grupo.

En el nivel I se hicieron presentes las dificultades identificadas en el diagnóstico, en los recorridos se observó que los errores recayeron en el subproceso aceleración angular. Los estudiantes en sus reflexiones registraron principalmente dificultades en el cambio de unidades, y también citan inconvenientes en el cálculo de la aceleración angular.

El problema de nivel II es el que tiene la mayor cantidad de enunciados en el cuestionario Pretest, con aspectos directamente relacionados a él. También acá se hicieron presentes las dificultades identificadas en el diagnóstico. En los recorridos se observó que los errores se reparten en partes iguales entre el subproceso momento de inercia y momento de fuerzas. Los estudiantes registraron, principalmente, reflexiones sobre dificultades de aspectos relacionados al cálculo de momentos de fuerzas.

En el problema de nivel III, se observa una dificultad mayor en el subproceso aceleración del sistema que en el de momento de inercia. En las reflexiones se citan, principalmente, dificultades derivadas del subproceso aceleración del sistema: análisis dinámico de los cuerpos suspendidos y el de la polea; operaciones implicadas en la resolución de un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. En menor medida refieren a dificultades en el subproceso momento de inercia: radio de giro de la polea.

En el problema de nivel IV, se observa mayor dificultad en la determinación de la aceleración de un cuerpo que cae por un plano inclinado deslizando sin rodar, que en la aceleración del mismo cuando cae rodando sin deslizar. Las reflexiones de este problema refieren a dificultades en el cálculo del momento de inercia, a errores en el planteo de las ecuaciones, a errores en la comprensión de la situación, también refieren a la necesidad de revisar conceptos y poner más atención.

En el nivel V, los estudiantes solo registraron aspectos relativos a la ayuda que les aportó la actividad. En las cinco preguntas incluidas en el recorrido de este problema, la tercera parte lo hizo sin errores. El análisis individual de cada pregunta arroja una proporción superior al 60 % de correctas, no obstante, la pregunta con mayor dificultad fue la relativa a la aceleración de frenado. La misma presenta una relación con el enunciado 6 del cuestionario Pretest. En él, la relación de la noción de revoluciones (o vueltas) con aceleración angular, obtuvo dos terceras partes de respuestas no correctas.

5.2. Conclusiones en relación a las preguntas de investigación

5.2.1. Cuestión 1, primera parte *¿Cómo organizaron los estudiantes sus modelos mentales al interpretar el enunciado de los problemas ofrecidos en el CD de dinámica de rotación?*

El estudio de la dinámica de rotación y la resolución de los problemas, en un primer curso de física universitaria implica una complejidad asociada a la modelización del sistema como un cuerpo rígido. En tal modelo, el estudio causal del movimiento de rotación demanda la conceptualización de las tres nociones centrales de la segunda ley de Newton generalizada:

- el momento polar de un vector como acción de una fuerza o de un sistema de fuerzas;
- el momento de inercia;
- la aceleración angular del rígido.

En Física I, estos conceptos son diferenciados y extendidos en la unidad VII a partir de nociones de unidades anteriores, con demanda de organización de algoritmos codificados y de la construcción y reconstrucción de significados para aproximarse a la interpretación de movimientos reales de cuerpos extensos poco deformables.

El grupo con modelo mental M2 incorporó las abstracciones vinculadas a la segunda ley de Newton generalizada.

Entre los modelos mentales que no se aproximan al conceptual, el modelo mental débil (M1D) y el primario (M1), corresponden a dos tipos de estructuras textuales que presentan referencias causales. Una estructura que no presentó tales evidencias se relacionó con un modelo mental no dinámico, y se designó s/MD (sin mental dinámico).

El modelo que en el contexto de esta tesis se designó M1D, responde al modelo causal de tipo intuitivo aristotélico. El modelo M1 es un modelo causal de primer orden o primario que, planteado en términos de fuerza, no posee alcance para la resolución de problemas de dinámica de rotación. El grupo s/MD incluyó los casos en que las estrategias de resolución fueron pensadas en términos energéticos.

En la lectocomprensión del primer problema, el conjunto de otros modelos mentales (M1D, M1 y s/MD) duplicó en cantidad al de mayor proximidad al conceptual (M2), Tablas 4.14 y 4.15. La lectura comprensiva del primer problema se infiere que se realiza mayoritariamente con el modelo mental primario. La debilidad representacional podría estar asociada al crédito otorgado a la impresión visual producida por la presencia de un vector representativo de una fuerza tangencial en el dibujo que acompañó al enunciado. La escasa profundización en la situación planteada impide entender que el objeto se

suponía en rotación alrededor de un eje fijo a un sistema inercial, situación que pondría en evidencia al momento de fuerza como única acción posible para la fuerza tangencial. Los modelos mentales próximos al conceptual de la dinámica de rotación pudieron ser identificados en un número muy reducido de estudiantes. La falta de comprensión de la herramienta conceptual sostendría la mirada superficial de la situación problemática, con el menor esfuerzo implicado, y motivarían al estudiante a responder en términos de lo más conocido: la interacción fuerza.

En este problema se observó además que, en el enunciado 15 del diagnóstico, directamente relacionado con la misma situación, el 70 % de los estudiantes reconocieron al módulo del momento resultante cuando la acción es una fuerza tangencial sobre un cilindro de radio R . La inferencia de otras formas representacionales en la interpretación de una situación similar sugiere la ausencia de comprensión del modelo conceptual de tal interacción, en coherencia con las principales dificultades encontradas en el diagnóstico, y sugiere que algunas de las respuestas al enunciado 15 responden a la memorización.

El problema de nivel II es el que tiene la mayor cantidad de enunciados vinculados en el diagnóstico, con aspectos directamente relacionados a él. Las dificultades se infirieron derivadas de: la representación mental del sistema de fuerzas contenidas en un mismo plano y su momento de fuerza neto (enunciado 9); del sólido rígido a partir del conjunto de aro con varillas y sus propiedades, especialmente momento de inercia y teorema de Steiner (enunciado 12). Se encontró, además, que la lectura comprensiva de tipo intuitiva podría estar favorecida por la dificultad de representar mentalmente una situación instantánea. En la comprensión lectora del problema de nivel II, cerca de la mitad de los estudiantes que participaron en la actividad presentaron evidencias de modelos mentales débiles, M1D. Sin embargo, entre los problemas del nivel I al IV, el caso del sistema de fuerzas aplicadas a un conjunto de elementos que giran alrededor de un eje fijo, planteado en el nivel II, es la situación problemática en la que se infirió la mayor cantidad de modelos mentales próximos al conceptual, si bien la cantidad total es reducida.

La comprensión lectora del problema de nivel III se encuentra asociada a la complejidad del análisis de un sistema de dos objetos conectados con diferentes movimientos: uno en rotación y el otro en traslación. El problema de nivel III no tiene enunciados en el diagnóstico directamente relacionados con él. Se infiere que, debido a la reducida cantidad de modelos mentales comprensivos en los niveles anteriores, los estudiantes no lograron ampliar el razonamiento requerido a una situación de mayor complejidad desconocida. En el nivel IV, el análisis incorpora el movimiento de rotación de un sólido rígido regular (esfera) con eje de rotación móvil (pero en la misma dirección). La comprensión lectora del problema de nivel IV amplía la tendencia del nivel anterior, se infieren cerca de tres cuartas partes de casos con modelos mentales diferentes al

conceptual de la dinámica de rotación. Más de la mitad del total de estudiantes presentan evidencias de organizar un modelo mental sin nociones de causalidad s/MD, con indicios de aplicación del método energético; se observa un único caso M2 (la menor cantidad de los cinco niveles). Es posible que el enunciado textual, con exclusión de dibujo figurativo haya tenido incidencia en estos resultados. Tal situación sugeriría al estudiante la posibilidad de elección de un método tal vez más fácil, como el energético, evitando la organización del modelo mental con inferencia de las fuerzas actuantes y de las condiciones para que las mismas generen o no momentos. Se infiere que, debido a la reducida cantidad de modelos mentales comprensivos en los primeros problemas, los estudiantes no lograron el razonamiento requerido para avanzar en la interpretación de situaciones que presentan modificaciones sobre las anteriores, y posiblemente no son conocidas por los estudiantes. Si bien la noción de rodamiento se incluyó en los enunciados 25 y 28 del diagnóstico, no fueron casos aplicados. En las respuestas al cuestionario Pretest, se observó dificultad para comprender esta noción desde el punto de vista dinámico.

La lectocomprensión del enunciado alcanzó la mayor cantidad de inferencias próximas al modelo conceptual en el problema V, el último nivel de la actividad. En él, se abordaron aspectos de una situación experimental en la que una cantidad próxima a las dos terceras partes del grupo interpretaría la situación con un modelo mental próximo al conceptual. En el último problema, de manera similar al primero y segundo, los estudiantes tuvieron un antecedente de la situación directamente relacionado en el diagnóstico, en el enunciado 20. Dicho enunciado obtuvo menos de la quinta parte de respuestas correctas. Esta situación sugeriría una evolución de las nociones a partir de la realización de los niveles anteriores, especialmente el III, de gran similitud. En el problema V, además, se reiteraron las preguntas después de realizar el recorrido, luego del cual se pudieron observar, en las nuevas respuestas, modelos mentales de mayor proximidad al conceptual. Sin embargo, la elaboración principalmente inicial de tales modelos mentales sugiere que persiste una dificultad a nivel comprensivo funcional.

Hubo otros enunciados en el cuestionario Pretest relacionados con el problema V, aunque no trataron el mismo caso en particular. Por ejemplo, el caso del enunciado 15 ya mencionado en el primer problema, en el cual más de las dos terceras partes de los estudiantes reconocieron que el módulo del momento de una fuerza tangencial aplicada a un cilindro, es igual al producto del módulo de la fuerza por el radio del cilindro. En el problema V solo cuatro estudiantes reconocieron explícitamente que el módulo del momento de la fuerza de tensión involucraba al radio del carrete donde se enrolla la cuerda. Hubo una reafirmación de ausencia de comprensión del modelo conceptual de tal interacción, en coherencia con las principales dificultades encontradas en el diagnóstico.

Pero mientras en el primer problema, los modelos mentales serían de tipo débil, en el quinto problema lo harían con mayor proximidad al conceptual, si bien, con reducidos casos comprensivos.

En el nivel V, a partir de las respuestas a la pregunta en la que se indaga sobre las mediciones directas requeridas en el experimento, llama la atención que solo cuatro estudiantes indican la del radio del carrete (incorporando error dado que la medición directa es del diámetro). Otros estudiantes mencionan incorrectamente al radio del volante y al radio de giro, mientras que una cantidad próxima a la mitad del grupo, omite la especificación de esta medición. Esto sugiere que se mantiene la debilidad asociada a la construcción de la interacción momento polar de una fuerza, que se observó en el cuestionario Pretest, en este caso referida al análisis del punto de aplicación de la fuerza de tensión y su brazo de momento. De las respuestas se pudo inferir que los estudiantes no lograron hacer el razonamiento cualitativo necesario para aplicar, a una situación no aprendida de memoria, los conceptos en estudio.

5.2.2. Segunda parte ¿Cómo operaron las preguntas formuladas en tal proceso?

En términos generales, puede decirse que estimularon la lectura comprensiva, la explicitación de un razonamiento propio asociado a cada situación problemática y el razonamiento cualitativo requerido a fin de organizar una representación mental de la situación problemática derivada de su conocimiento inicial. Las respuestas en forma de autoexplicaciones, pueden entenderse como un intento de dar un sentido a la información que va más allá de la recogida explícitamente, rellenando vacíos de conocimiento por deducción a partir del conocimiento inicial (Ploetzner y VanLehn, 1996).

La comunicación de las respuestas de los estudiantes por escrito también motivaría, que ellos adopten una actitud de compromiso en el proceso de formación. McDermott (1998), señala que hay mucha evidencia de que las dificultades profundamente arraigadas no pueden ser superadas a pesar de lo convincente que pueda resultar el profesor, y que los cambios conceptuales significativos requerirían el compromiso intelectual de los estudiantes en un nivel suficientemente profundo.

Se observó, como ya se mencionara, que algunos estudiantes, para sortear el requisito digital de la respuesta (y el compromiso), omitieron la misma, colocando un carácter o una palabra aleatoria. En el primer problema, la falta de respuesta en la instancia cualitativa alcanzó la mayor cifra, con más de la tercera parte del grupo. Existiría en algunos estudiantes una reticencia inicial para formular respuestas por escrito, parecen sorprendidos por la solicitud de redacción de una respuesta de estilo cualitativo. Esto es puesto de manifiesto por las interrupciones y salidas del sistema observadas en la página

2 del primer problema, y los reingresos en otro momento o día. Tales interrupciones sugieren que han copiado las preguntas y las estarían elaborando. En el problema de nivel II, la cantidad de estudiantes que no respondieron se redujo a menos de la décima parte, estas cifras se mantuvieron hasta el problema V, alcanzando en el último problema, aproximadamente, la mitad de las omisiones realizadas en el nivel I. A partir del segundo problema tampoco se observaron, salvo excepciones, interrupciones y presencia de múltiples accesos que se observaron en el primer problema.

En algunos casos, la realización de las respuestas cualitativas, y del razonamiento implicado, constituiría un estímulo a la adopción de un posicionamiento activo en la toma de decisión o elección de la modalidad de resolución en la siguiente etapa cuantitativa del problema. En los primeros problemas se encontró que los estudiantes con mayor permanencia en instancia cualitativa, luego eligieron la resolución cuantitativa mediante un proceso autónomo. En el nivel I, de doce casos con permanencia centrada en instancia cualitativa, diez luego eligieron la trayectoria autónoma (aunque parte de ellos no resuelven correctamente). En el nivel II, de nueve casos con dicha permanencia, todos eligieron la trayectoria autónoma, y ocho la realizaron. En los problemas de mayor complejidad (niveles III y IV) se reducen los casos con permanencia centrada en la cualitativa, pero se mantiene la elección mayoritaria de resolución autónoma: en el nivel III de seis casos con tal permanencia, cinco eligen resolución autónoma (solo cuatro la realizan con éxito). En el nivel IV, de cinco casos con permanencia centrada en instancia cualitativa, todos eligen la modalidad autónoma, realizándola exitosamente tres. Se observa también que estos casos tendrían una relación con la organización de modelos mentales próximos al conceptual.

5.2.3. Cuestión 2: ¿Cómo opera el CD, elaborado en el marco de esta tesis, en la construcción de los modelos conceptuales que interesa enseñar?

La realización de cada problema del CD mediante instancias de elaboración cualitativa, cuantitativa y de reflexión, y con posibilidad alternativa de realizar una aproximación didáctica a los procesos subordinados, implicó una secuencia que incluyó orientación, explicitación, reestructuración y revisión del conocimiento.

En elaboración cualitativa, el modelo mental M2 incorporó las abstracciones vinculadas a la segunda ley de Newton generalizada. La proximidad respecto al conceptual, se diferenció en niveles de elaboración: inicial (M2i), algorítmico (M2a) y comprensivo (M2+).

El primer nivel de elaboración (M2i) sugiere un modelo mental en fase inicial de construcción, los conceptos centrales no se encuentran integrados, sino en estado

fragmentario. Por tanto emerge en el discurso escrito, una noción no necesariamente completa que se reconoce a partir de la interacción momento de fuerza. En el modelo mental algorítmico (M2a) se infiere que los estudiantes han logrado integrar las tres nociones centrales de la dinámica de rotación, aunque todavía sin evidencias comprensivas. Una organización textual de este tipo sugiere un modelo mental en fase constructiva intermedia, asociado a situaciones particulares. En el modelo mental de mayor proximidad al conceptual (M2+), la organización textual da cuenta de un algoritmo que integra las nociones centrales con indicios comprensivos al menos en forma parcial. En este tipo de modelo mental se infiere que se ha comenzado la fase final de elaboración. Esto supone que el estudiante, por un proceso de revisión recursiva, o con orientación mínima puede lograr aplicar este modelo físico a situaciones nuevas. Es una etapa previa a la cual desaparecería la intencionalidad del profesor. Esta última es reconocida por Brosseau como situación *a-didáctica*, mientras que para Vigotsky es una *zona de desarrollo próximo*.

La cantidad de casos M2a obtuvo mayoría en el problema II. En este problema se infiere que la cuarta parte de los estudiantes integran los conceptos centrales sin lograr dar significados. En casi las tres cuartas partes de los modelos mentales se realizaría una disociación entre lectura comprensiva y estrategia. Entre ellos se encontrarían cuatro casos en los que el M2 de la lectura comprensiva no se mantendría en la estrategia, y nueve casos, en que, a la inversa, el M2 en estrategia no correspondería al modelo mental de la lectura comprensiva.

La mayor cantidad de modelos mentales M2i alcanzaría, aproximadamente la quinta parte de los estudiantes, en el nivel III. La mayor cantidad de casos con elaboración comprensiva M2+, también se observa en el problema III, en cantidad próxima a la quinta parte. Entre ellos se observan algunos casos que mantienen esta elaboración desde el primer problema. Solo unos pocos alcanzan este modelo mental en el problema V.

La elaboración comprensiva que se infiere en la reiteración de las respuestas realizadas al finalizar el nivel V, corresponde a cuatro estudiantes. De ellos, solo un estudiante (26) no tiene antecedentes de elaboración M2 en los problemas anteriores. De los cinco estudiantes con diagnóstico I1 solo dos alcanzaron la elaboración comprensiva del modelo conceptual relacionado con la dinámica de rotación al finalizar el nivel V. Otros dos estudiantes con diagnósticos I2 e I3, si lo alcanzarían. Tres estudiantes que respondieron el cuestionario Pretest con más del 80 % de respuestas correctas, no alcanzarían un nivel final comprensivo, esto sugiere que la habilidad para responder los enunciados del diagnóstico, no incluyó su comprensión funcional. Esta cuestión también emergió del análisis de cognitivo, a partir de los resultados de la categoría aplicación. Tal

aspecto cognitivo habría sido una de las motivaciones por las que estos estudiantes, continuaron con las actividades didácticas ofrecidas en el CD.

Al concluir la actividad, las inferencias de modelos mentales M2 en fase de elaboración final, mantiene una cantidad reducida de casos, con un mayoría en fase de elaboración inicial, parecieran poner al descubierto el costo cognitivo implicado en alcanzar la integración de los conceptos centrales de la dinámica de rotación en una fase intermedia de elaboración.

En la etapa cuantitativa, el diseño didáctico del CD ofreció a cada estudiante, la posibilidad de confrontar la funcionalidad de sus propios modelos mentales. Los problemas planteados fueron resueltos mediante alguna de las tres trayectorias alternativas, por las siguientes cantidades de estudiantes: nivel I, 31; nivel II: 26; nivel III: 30; nivel IV: 21. La realización de la aproximación didáctica activó procesos diferentes.

La aproximación a los subprocesos sin errores puede ser entendida como una construcción a partir del enriquecimiento o reforzamiento del conocimiento de base, con un comportamiento análogo al de una estructura de apoyo. La tercera parte de los estudiantes realizaron este tipo de aproximación, al menos en un problema; muy pocos estudiantes lo hacen en dos problemas.

La aproximación a los niveles subordinados con errores sugiere la confrontación con conceptos no comprendidos o mal entendidos, cuyas revisiones operaron sobre cuestiones con mayor resistencia al cambio. Los casos en que por medio de dichas revisiones se alcanzó la resolución del problema, puede asumirse como una reconstrucción del proceso resolutivo. La cuarta parte de los estudiantes incluyeron errores de subprocesos, en un único problema, cantidades similares lo hacen en dos y tres problemas.

Cuando no se obtuvo evidencia de lograr el resultado correcto, esto es en la primera respuesta del registro, se asume una resolución con errores persistentes. Algo más de la tercera parte del grupo realizó al menos una resolución con persistencia de errores, cerca de la cuarta lo hizo en dos problemas. Más de la décima parte de los estudiantes mantuvo errores persistentes en nivel I y III, en nivel II la cifra aumentó a un cuarto y en nivel IV la cifra fue la mayor, en cantidad inferior a la mitad del grupo.

En esta tesis se adoptó como supuesto que eventuales fracasos en la resolución de problemas posiblemente radican en la ausencia de un modelo mental que permita al estudiante organizar y comprender el enunciado, focalizar el núcleo del problema a resolver y la meta a alcanzar. A partir de la investigación se observó que la organización de un modelo mental dinámico donde se incorpora como referente de interacción al

momento de fuerza tendría relación con la adopción de una actitud autónoma y efectiva. Esta sería la situación en que la comprensión del enunciado se realiza con una representación interna de la fuerza no solo incorporando la orientación de su acción (dirección y sentido) como en las situaciones de traslación del cuerpo, sino atribuyendo especial importancia al lugar donde se la ejerce (punto de aplicación) como información específica para la rotación

Los estudiantes que no logran la resolución han dado evidencias de recurrir a un heurístico de representatividad, es decir, recurren a una resolución que considera información parcial de la situación. La aproximación a niveles subordinados brindada por el Cuestionario Didáctico propicia en esos casos la revisión del modelo mental y el reconocimiento de características y hechos significativos, que no se habrían registrado previamente.

5.2.4. Cuestión 3: ¿Cuál es el efecto del CD como recurso de enseñanza en el desarrollo de las habilidades cognitivas requeridas para la resolución de los problemas propuestos?

El CD tuvo aplicación a cinco situaciones, algunas fueron conocidas, otras posiblemente no lo fueron. Constituyó una secuencia que estimuló la evolución de las concepciones aproximándolas al modelo conceptual en situaciones de creciente complejidad.

La instancia de resolución cualitativa constituyó una práctica orientada al desarrollo de la habilidad de razonamiento. “Con frecuencia los estudiantes no reconocen el rol crítico del razonamiento, ni entienden en qué consiste una explicación física” (McDermott, 1998, p.18). La habilidad de razonamiento es necesaria para profundizar en la interpretación de las situaciones planteadas y para lograr organizar un modelo mental suficientemente próximo al conceptual en estudio. No alcanza con saber definir conceptos, es necesaria la habilidad de reconocer su importancia en una situación física dada.

La actividad en ciencia se diferencia de otras actividades, por estar orientada a descubrir detrás de las percepciones directas o más superficiales, lo determinante y hasta el momento sin significado. Al aprender a realizar las construcciones abstractas a fin de penetrar la realidad con el conocimiento científico, es cuando el contenido se revela y el individuo comprende.

En el CD, el estímulo del razonamiento asociado a la resolución cualitativa de cada problema contribuyó a organizar un modelo mental de la situación, derivada de su conocimiento inicial. Esta actividad implicó recordar y recuperar información (conceptos, relaciones, principios, datos) de experiencias vividas o aprendizajes ya logrados. Lo dicho

fue puesto de manifiesto en algunos estudiantes que dando respuestas del problema IV, en el que el referente empírico era una esfera, hacían referencia al del problema, lo que sugiere que traían a la memoria lo realizado en tal problema.

En la modelización de las situaciones planteadas en el CD se asoció a cada problema, una representación simplificada del referente con las características, comportamientos o relaciones que se estimaron relevantes, que constituyó la comprensión lectora del enunciado del problema. También se asoció una representación que se orientó al planteo de una estrategia de resolución. Mediante la misma se organizó una sucesión de operaciones en la búsqueda de la solución de un problema con una doble significación cognitiva y metodológica. El modelo inicial sería un primer paso y constituiría un factor determinante en la resolución del problema, dado que luego durante la resolución, se produciría la generación de modelos intermedios, configurándose el que se elegirá utilizar para encarar la resolución (Sánchez Roger, 2011).

En instancia cuantitativa, cerca de la mitad de los estudiantes realizaron trayectorias autónomas: diez lo hicieron en un único nivel; cuatro estudiantes en dos niveles; cinco estudiantes lograron trayectoria autónoma en tres problemas. La elección de resolución por trayectoria autónoma presentaría una posible relación con la realización de la etapa anterior cualitativa.

La elección de trayectoria orientada tuvo preferencia en tres de los cuatro niveles, solo fue menor a la autónoma en el nivel IV, si bien en esta última solo fue realizada con éxito por una parte de ellos. Por medio de la aproximación didáctica se orientó la realización de conexiones entre conceptos, las representaciones formales y los referentes empíricos del problema, con posibilidad de repetirlos a fin de facilitar que logren hacerlas explícitas por ellos mismos. Se proveyó un medio para dar significado a las definiciones de conceptos por reconocimiento de la importancia en cada situación planteada, de integrar los conceptos relacionados, de enriquecer las concepciones iniciales, o reconstruirlas. Constituyó un momento en el que fue posible evaluar la funcionalidad del modelo mental inicial generando otro o reformulando uno anterior. En esta etapa, coincidiendo con el enfoque de Galotti (1989), apartado 2.3.4, el espacio de cada problema se interpretaría como una secuencia de modelos mentales obtenidos por aplicación de un grupo de operadores con la función de construir y reconstruir cada uno hasta lograr la resolución del problema.

Se encuentran diferencias entre los modelos mentales construidos durante la lectura comprensiva del enunciado, de los que se organizarían al formular una estrategia de resolución. En los últimos, los estudiantes recurrirían en mayor medida a modelos mentales más desarrollados y próximos a los modelos conceptuales en estudio que en la

comprensión lectora del enunciado. Esto podría tener una explicación considerando que los estudiantes se enfocarían principalmente a la recuperación de ecuaciones desde la memoria para luego combinarlas, conformando un procedimiento de resolución dentro del “espacio psíquico de ecuaciones” (Chi, Feltovich y Glaser, 1981; Larkin y Chabay, 1996). La construcción de un modelo mental que incluye la comprensión cualitativa de la situación estaría asociada a una condición de mayor experticia asociada a un “espacio psíquico de razonamiento científico”. El experto al razonar en forma cualitativa, imaginaría la solución del problema por medio de la construcción de su modelo mental. Dado que los estudiantes se encontrarían aprendiendo a realizar esta construcción mental, no pueden recurrir directamente a esta abstracción, dejando como alternativa la aplicación de las ecuaciones (Kofman, 2000).

Una posible derivación de lo dicho podría encontrarse en una disociación entre el modelo mental construido en lectura comprensiva del enunciado, de aquel que se organizaría al formular una estrategia de resolución. Es posible observar tal disociación a lo largo de los cinco problemas incluidos en el CD:

En el nivel I habría cuatro casos en los que se mantiene el M2 en lectura comprensiva y formulación de estrategia. En el nivel II, serían seis los estudiantes que mantuvieron el M2 en lectura comprensiva y estrategia. En el nivel III, solo un estudiante mantendría el M2 en lectura comprensiva y estrategia. En el nivel IV, no habría ningún estudiante que lo haga.

En el nivel I, en las dos terceras partes de los estudiantes los modelos mentales elaborados se modificarían entre la lectura comprensiva y la estrategia de resolución. En el nivel II se realizaría en casi las tres cuartas partes, en el nivel III en más de las tres cuartas partes, mientras que en el IV, menos de la mitad de los modelos mentales difieren. En el nivel I, se infieren tres casos en los que el M2 de la lectura comprensiva no se mantendría en la estrategia, y nueve casos, en que, a la inversa, el M2 en estrategia no correspondería al modelo mental de la lectura comprensiva. En el nivel II se producirían cuatro y nueve respectivamente. En el nivel III, se infieren dos casos M2 que no se mantienen en la estrategia, y 16 en estrategia que no tuvieron indicios diferentes en comprensión lectora. En el IV, 1 y 11. En el último citado, cabe destacar que la mayor cantidad de modelos mentales que mantendrían la misma estructura corresponderían al tipo s/MD.

5.3. Debilidades de la actividad didáctica para el desarrollo propuesto

Como principal punto débil podría mencionarse la dependencia con un tipo de software en particular. Tal software corre el riesgo de no adaptarse a todos los tipos de dispositivos

utilizados por los estudiantes (como el caso de algunos celulares) y, por tanto, ofrecer menor competitividad con otros que proveen una accesibilidad más amplia.

Otra cuestión que debilitaría su aplicación, radicaría en el tiempo de realización demandado por cinco problemas en conjunto. Esto pudo haber producido que los estudiantes, con afán de terminar, tuvieran una menor dedicación a los últimos problemas. Sin embargo, la idea inicial de la propuesta didáctica incluiría la posibilidad de que el estudiante avance hasta el nivel que él decida hacerlo, con idea de incluir desafíos de mayor complejidad. El inconveniente de un excesivo tiempo de realización, podría atenuarse con la inclusión de una página de cierre para cada problema. En la misma se plantearían como elecciones alternativas, la repetición del mismo problema, la continuación con un desafío mayor o finalizar la actividad.

Un punto que merece una especial consideración es la elección del momento de la realización. La actividad demanda el desarrollo de procesos que implican compromisos a nivel intelectual profundo y que, en muchos casos, requieren la dedicación de lapsos de tiempo considerables. A fin de aprovechar el potencial de la actividad, se requiere evaluar la posibilidad de insertarla con suficiente anticipación a la realización de los exámenes parciales. Una resolución en períodos demasiados próximos a dichos parciales podría dificultar el contar con el suficiente tiempo requerido para el desarrollo de los procesos implicados.

El aprovechamiento de la actividad para el caso de preparación del examen final pareciera contar con la mejor disponibilidad para su realización.

En todo caso sería necesario mejorar la difusión de la propuesta didáctica con el apoyo institucional, e indagar en los elementos a incluir para promocionar la misma como modo de motivar a tomar el desafío. En este sentido cabe reflexionar sobre la actitud reticente encontrada inicialmente en los estudiantes al enfrentar la etapa cualitativa. Se requiere tomar recaudos a fin de contribuir a su superación y sin derivar en una debilidad que podría conducir al abandono de la actividad.

La propuesta de resolución de la actividad experimental pudo haber sido mejor aprovechada. La misma, sin una etapa cuantitativa, pudo resultar poco motivante para muchos estudiantes. Su inclusión es un aspecto a completar si se mantiene el uso del CD.

La replicación de una propuesta semejante en otros temas demanda un tiempo considerable de elaboración, configuración y control de funcionamiento, que debería ser analizada con apoyo institucional.

5.4. Principales aportes

La propuesta contribuye al desarrollo de competencias transversales de gran relevancia como parte de las actividades de formación de un curso de física general, en carreras de Ingenierías, en una universidad pública de Latinoamérica.

La investigación de esta tesis constituyó una propuesta enfocada a la educación en física. La concepción de educación en física gira alrededor de un núcleo de ideas: proveer una dimensión cultural, incorporar las características distintivas de la actividad psíquica humana y las de aquellas consideradas fundamentales en la actividad investigadora contemporánea. Los elementos generales de la cultura de la sociedad trascienden a una población, país o a la humanidad en una época, conforman una estructura común para la producción, el arte, la ciencia y el sistema de educación. El conocimiento se entrelaza en la cultura de la sociedad, y juntos forman una unidad (Valdés y Valdés, 2004). Las destrezas cognitivas generales son procesos cognitivos conformadores de la habilidad intelectual necesaria para interactuar con el saber científico, estético y filosófico así como para generar un pensamiento crítico y evaluador (Audeas y otros, 2014).

La propuesta acompañó los cambios de la época mediante la creación de una actividad en la plataforma educativa institucional. A lo largo de la historia, la UNC ha tenido profundas modificaciones que han posibilitado el actual perfil de universidad pública con una oferta de formación al alcance de todos. En correlación a tal formación, se ha incorporado el aporte de condiciones alternativas de acceso al conocimiento por medio de plataformas educativas. La FCEFYN acompañó a las citadas modificaciones, con articulación de las dimensiones políticas, de gestión, tecnológicas, disciplinares, didácticas, de mediación y mediatización (Riset, 2006).

La plataforma institucional, mediante el software Moodle, proveyó una accesibilidad directa a la propuesta educativa. La tecnología constituyó la máquina, mientras el medio fue resultado de una creación social (Forestello, 2013). Su diseño incluyó criterios didácticos y se orientó a promover el razonamiento cualitativo. Fue puesta a disposición de un grupo de estudiantes y se analizaron los principales aspectos implicados.

Los resultados obtenidos a partir del diagnóstico de situación, señalarían que las actividades planteadas en la plataforma virtual fueron valoradas en particular por quienes, durante las épocas de exámenes, se trasladarían a su lugar de origen, adquiriendo mayor dificultad la movilidad para realizar consultas. Considerando la amplia región sobre la que se posiciona la UNC como polo de atracción educativa, tal resultado pondría de relieve un importante valor agregado aportado por la articulación de las diferentes dimensiones de la propuesta.

La actividad incorporó un enfoque no tradicional de enseñanza de la física universitaria. El diseño didáctico de la actividad CD abordó la construcción de nociones disciplinares, considerando los procesos de aprendizaje de los estudiantes. Como aspecto central del proceso de resolución de problemas, se promovió la dedicación de tiempo a la comprensión del enunciado y a la realización de autoexplicaciones. Este requerimiento en la época actual cobra una mayor relevancia. Tanto la autonomía en el aprendizaje como las destrezas cognitivas generales, serían competencias indispensables para la realización de estudios superiores, pero también lo serían, en relación a condiciones de formación fundamentales para desempeñarse en el mundo actual, e insertarse en el ritmo de una formación continua (Audeas y otros, 2014). El tiempo de realización de la actividad se encontraría compensado con ausencia de retrasos en el tiempo de avance en la carrera.

En física, suele considerarse que la habilidad para resolver problemas cuantitativos es indicador del dominio de la materia. Sin embargo, tal habilidad no parece estar siempre relacionada a la comprensión funcional de la situación (Massa, Petrone, Sánchez y Sgreccia; 2003; Sánchez, 2004; Sánchez y Massa, 2006; Sánchez, Massa y Rosolio, 2008).

La propuesta didáctica incluyó la posibilidad de reconocer la importancia del razonamiento y de desarrollarlo por medio de una secuencia de actividades con incorporación de resoluciones cualitativas. La utilización del conocimiento aplicado a este tipo de resolución, afectaría al razonamiento posibilitando la organización de un modelo mental (Kofman, 2000). El análisis de las actuaciones de los estudiantes puso en evidencia una resistencia inicial y dificultades en la realización del razonamiento cualitativo. Tal resistencia sugiere que no entenderían la importancia del mismo. En algunos estudiantes, la resistencia inicial luego se redujo. Otros, si bien no explicitaron las respuestas por escrito, registraron una permanencia importante en la respectiva página, lo que indicaría, que pensaron las respuestas. La mayor resistencia se infiere en los estudiantes que completaron el CD sin responder a ninguna de las instancias cualitativas.

La falta de comprensión de un problema podría estar vinculada a la falta de incentivo para adoptar un rol activo en su resolución (Sánchez, 2004; Sánchez y Massa, 2006; Sánchez, Massa y Rosolio, 2008). Los resultados sugieren que la elaboración escrita de las respuestas podría haber predisposto a los estudiantes a elegir la resolución autónoma. La autonomía en el aprendizaje consiste en un conjunto de hábitos y actitudes ante el estudio que favorecen el aprendizaje en forma independiente, y se relacionan con la capacidad para regular el propio proceso de aprendizaje y resolver las dificultades que surgieran en el mismo. El planteo de posibilidades de resolución alternativas, permitió que fuera el propio estudiante quien asumiera cómo afrontarlas. La explicitación de las respuestas en forma de autoexplicaciones redundaría en un mayor compromiso intelectual en el proceso

de su formación, y en la toma de un rol activo.

En la secuencia prevista, inicialmente se estimuló a hacer explícitos los esquemas de las concepciones personales, para luego ponerlas a prueba y finalmente motivar la reflexión de lo realizado. En algunos casos, el principal aporte fue el enriquecimiento de tales concepciones, en otros, la orientación a construir el proceso resolutivo, en otros, alertas sobre la necesidad de mayores revisiones y de reconstrucción.

A lo largo de los cinco problemas, se observaron casos con mayor permanencia en la resolución cualitativa, otros en la cuantitativa. Algunos estudiantes reflexionaron sobre su propio proceso por escrito, otros, no lo hicieron pero posiblemente la idea se instaló en su mente. Una resolución de carácter exclusivamente cualitativo sola no pareciera constituir una motivación suficientemente importante por sí misma. La resolución exclusivamente cuantitativa motiva a los estudiantes, pero no necesariamente contribuye a desarrollar la habilidad de razonamiento y explicitar sus propias concepciones.

La actividad, valiéndose de situaciones conocidas y no conocidas, alternó instancias con estímulo al razonamiento cualitativo, confrontación de concepciones personales, y reflexión de eventuales modificaciones. Es la combinación de ellas, lo que tal vez, constituyó el mayor beneficio de la propuesta didáctica.

El diseño combinado incluyó en la misma actividad, pruebas intelectuales que además de ofrecer una posibilidad didáctica novedosa, tal vez motivante, a la par estimuló, tal vez, lo más desafiante: el razonamiento cualitativo. La idea se orientó a la autoformación por incorporación de un criterio de “granularidad”, a fin de ser “ajustable” o adaptarse “a medida” de diferentes demandas de los estudiantes. La propuesta tiene características innovadoras en el medio.

5.5. Implicancias educativas

Una importante implicancia se encuentra en ofrecer elementos idóneos como herramienta de autoformación. La autoformación está vinculada a enfoques constructivistas, por cuanto el estudiante logra el conocimiento desarrollando un proceso interactivo de construcción del mismo. No es posible educar sin la implicación activa del individuo que participa del proceso. Toda educación incluye siempre autoeducación, pero a la vez, el desarrollo pleno del potencial demanda un apoyo externo, porque en ello están involucradas cuestiones que no están al alcance de dicho individuo (Sarramona López, 1999). El concepto de acompañamiento es el elemento clave en el cambio de paradigma hacia una autoformación educativa: se pasa de un modelo de enseñanza centrada en el

profesor con predominio de un modo transmisivo, a un modo centrado en el estudiante que es quien construye su saber comprometido con su propio proceso.

La mirada educativa lleva a las prácticas que promueven aprendizajes autónomos en sus instituciones, vinculadas a estrategias de individualización en los que el profesor interviene con aporte de recursos y con una modificación de su rol tradicional. En la autoformación el profesor ya no es responsable de transmitir sus conocimientos al grupo, sino que adquiere el nuevo rol de ayudar a que sean los mismos estudiantes quienes recorran un proceso de apropiación del conocimiento.

En cuanto a la resolución de problemas, la propuesta didáctica abordó un proceso intermedio en el que por medio de la incorporación de acciones y del análisis de modificaciones se promovió el avance en la construcción de conocimiento. Sugiere una situación análoga a la del tendido de un puente entre un estado de novato y otro de experto (Spiro y Chang, 1992). De tal manera se constituye en una herramienta de autoformación que contempla el modo en que se realiza el proceso de resolución de problemas de dinámica de rotación.

Se espera que el enfoque adoptado para el diseño del CD, así como los instrumentos diseñados, puedan ser utilizados por otros docentes y estudiantes de Física I de manera de profundizar en el estudio de los posibles cambios que se operen en los estudiantes respecto a su uso, a sus aprendizajes y en sus intereses. La idea, sostenida mediante un software de uso libre, también podría ser adaptada a otras temáticas en la misma disciplina u otras.

5.6. Algunas posibles derivaciones

Son numerosas las posibilidades. Entre ellas, incorporar en el cuestionario Pretest, retribuciones que den indicios de resultados por categorías cognitivas. Esto involucraría al estudiante en su proceso cognitivo y no solamente en sus resultados.

La idea de la propuesta didáctica se basó en un criterio “ajustable” a diferentes demandas de los estudiantes. La misma podría ser perfeccionada, incorporando a la actividad nuevas características a fin aumentar la adaptación a la mayor cantidad de condiciones. La incorporación de elementos con los que se favoreciera el desarrollo de flexibilidad cognitiva constituye una alternativa de investigación. También la representa la búsqueda de aquellos que podrían incidir en la motivación de los estudiantes con mayores dificultades, por ejemplo los de las carreras de IQ e IAMB, los estudiantes libres. Una posibilidad que redundaría en motivación, podría encontrarse en la inclusión de elementos

que acerquen al estudiante con aplicaciones en el campo de su carrera.

De lo anterior se deriva una propuesta relativa a los trabajos prácticos de laboratorio en el aula, a fin de que los estudiantes profundicen el análisis de la situación experimental y construyan una modelización de la misma. El actual trabajo práctico Volante de inercia podría ser extendido a otros prácticos considerando las determinaciones experimentales de los enfoques involucrados.

Enfoque cinemático:

- a) aceleración de caída de la masa atada a la cuerda que acciona al volante, por medición de la altura de caída y el tiempo insumido en ello. Contrastar el valor hallado con el de la aceleración de la gravedad.
- b) aceleración angular de frenado α del volante a partir del análisis del movimiento circular;

Enfoque dinámico:

- c) fuerza de tensión de la cuerda;
- d) momento de fuerza ejercido por la cuerda sobre el volante, a partir de lo obtenido en b) y de la aceleración angular α' que le imprime al volante (enfoque dinámico);
- e) momento de frenado ejercido por el eje sobre el volante por análisis entre los resultados obtenidos en c) y d) (enfoque dinámico) determinación del momento de inercia del volante.

REFERENCIAS

Alaniz Andrada, H. (2013). Análisis Prospectivo Exploratorio del Uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Enseñanza de la Física en las Carreras de Ingeniería. En *Tesis de Maestría* presentada para publicar. Universidad Nacional de Córdoba.

Alava, S. (2000). Cyberspace et pratiques de formation: des mirages aux usages des enseignants. En S. Alava, *Cyberspace et formations ouvertes: Vers une mutation des pratiques de formation?* (págs. 45-60). Bruselas: De Boeck y Larcier.

Alonso, M., y Finn, E. (1986). *Física*. México: Fondo Educativo Interamericano.

Audeas, Conadev, Confedi, Cucen, Ecuafyb, Fodeque y Red Unci. (20/03/2014). Competencias requeridas para el Ingreso a los Estudios Universitarios. Obtenido de CONFEDI: www.confedi.org.ar/documentos-publicos

Ausubel, D., Novak, J., y Hanesian, H. (1998). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.

Bates, T. (2007). Transforming distance education through new technologies. En T. Evans, M. Haughey, y D. Murphy, *The International Handbook of Distance Education* (págs. 215-236). Bingley, UK: Emerald Press. Obtenido de www.tonybates.ca/wp-content/uploads/2008/07/evans.pdf

Bartó, C. (2004). *Aprendizaje Mixto en un Aula Virtual*. Recuperado el 25 de 10 de 2006, de Laboratorio de Educación Virtual. F.C.E.F. y N.: [//lev.efn.uncor.edu](http://lev.efn.uncor.edu)

Beauvais, M. (2001). *Sciences et saviors en éducation: légitimité(s) en question(s). Contribution pour une approche critique de conceptions de formation: le cas de la Programmation Neuro-Linguistique*. Tesis doctoral en Ciencias de la Educación publicada, Cueep - Laboratoire Trigone, Université des Sciences et Technologies de Lille.

Bransford, J. D., Sherwood, R. D., Hasselbring, T. S., Kinzer, C. K., y Williams, S. M. (1990). Anchored Instruction: Why We Need It and How Technology Can Help. En D. Nix, y R. Spiro, *Cognition, Education and Multimedia: Exploring Ideas in High Technology* (págs. 115-141). New Jersey: Erlbaum Associates.

Brousseau, G. (1998). *ARDM. Théorie des Situations Didactiques*. Recuperado el 04 de 2015, de <http://www.ardm.eu/book/export/html/858>.

Buteler, L. M., Coleoni, E. A., y Gangoso, Z. E. (2008). ¿Qué información útil arrojan los errores de los estudiantes cuando resuelven problemas de Física? Un aporte desde la perspectiva de recursos cognitivos. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 7(2), 349-365.

Campanario, J. M., y Moya, A. (1999). ¿Cómo enseñar ciencias? Las principales tendencias y propuestas. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(2), 179-192.

Carrascosa Alís, J., Domenech, J. L., Martínez Torregrosa, J., Osuna García, J., y Verdú Carbonell, R. (2016). *Curso básico de didáctica de las ciencias*. Valencia, España: Respaldo Institucional de la Universidad de Alicante. Obtenido de //rua.ua.es

Ceberio Garate, M., Guisasola Aranzabal, J., y Almudí García, J. M. (2005). Revisión de las investigaciones sobre propuestas didácticas en resolución de problemas de física. *Enseñanza de las Ciencias*, Número Extra, VII Congreso.

Charnay, R. (1997). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra, y I. Saiz (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (págs. 51-64). Buenos Aires: Paidós Educador.

Chevallard, I. (1998). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Chi, M. T., Feltovich, P. J., y Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. En Learning Research and Development Center, *Cognitive Sciences* (5:121-52). University of Pittsburgh.

Coleoni, E. y Buteler, L. (2009a). Students thinking during physics problem solving: Identifying the resources with which they learn. *Journal of Science Education*, 10(1), 10-14. <http://www.colciencias.gov.co/rec/>

Coleoni, E. y Buteler, L. (2009b). Identifying valuable components of student behavior: Things they do right when they solve wrong. *Electronic Journal of Science Education*, 13(2), 100-115.

Coleoni, E. (2010). Resolver Problemas de Física. Aprender Física y Aprender a Resolver. *Memorias del X Simposio de Investigación en Educación en Física*. Posadas, Misiones, 244-252.

Cook, T. D., y Reichardt, C. S. (2005). *Métodos Cualitativos y Cuantitativos en Investigación Evaluativa*. Recuperado el Mayo de 2015, de [campuscitep.rec.uba.ar/resource/view/métodos cualitativos y cuantitativos en investigación - Citep](http://campuscitep.rec.uba.ar/resource/view/métodos%20cualitativos%20y%20cuantitativos%20en%20investigación%20-%20Citep)

Coronel, M. y Curotto, M. M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 7(2), <http://www.saum.vigo.es/reec>.

Coutaz, J. (12 de janvier de 1990). *Interfaces Homme-Machine: un regard critique*. Obtenido de Engineering Human-Computer Interaction Research Group: iihm.imag.fr/en/publications/year-1990/

Creus, E., Massa, M. y Cortés, A. (2004/2007). *Mecánica (reedición)*. Rosario: UNR Editora.

David, J. P. y Dutel, A. (2004). *Modélisation et Réalisation d'un Générateur d'Exercices Hypermédias*. Obtenido de Troisièmes journées hypermédias et apprentissages, p. 139-148: www.epi.asso.fr/fic_pdf/dossiers/hya3p139.pdf

Denzin, N. K. y Lincoln, Y. S. (2005). *The Sage Handbook of Qualitative Research*. (3rd Edition). Thousand Oaks: Sage Publications.

Driver, R. (1988). Un enfoque constructivista para el desarrollo del currículo en ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(2), 109-120.

Escudero, C., y Jaime, E. A. (2007). La comprensión de la situación física en la resolución de situaciones problemáticas. Un estudio en dinámica de las rotaciones. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 1-19.

Ericsson, K. A. y Simon, H. A. (1993). *Protocol Analysis: Verbal reports as data*. (Rev. ed.) Cambridge M.A: Bradford Books/MIT Press.

Feltovich, P. J., Spiro, R. J., y Coulson, R. L. (1989). The nature of conceptual understanding in biomedicine: The deep structure of complex ideas and development of misconceptions. En D. Evans, y V. Patel, *The cognitive sciences in medicine* (págs. 113-172). Cambridge, MA: MIT Press.

Fernandes, E. (2007). Ingénieur Pédagogique et démarche projet: Facteurs clés de succès pour l'intégration des technologies dans la pratique enseignante. En *These de Docteur en Systèmes d'Information à la Faculté des HEC de la Université de Lausanne*. Unil, Suisse.

Forestello, R., y Gallino, M. (2009). Reflexiones en torno a la coherencia pedagógico-didáctica de la enseñanza como práctica mediada por TIC. *Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación*, 4, 73-89.

Forestello, R. (2013). Algunas pistas para pensar la integración de las TIC en la enseñanza. *Revista de Educación en Biología*, 16(1), 7-14.

Gallino, M., y Campaner, G. (2012). *Cómo resolver la evaluación a través de rúbricas*. Taller Institucional de Reflexión y Formación Docente. Área Física I. FCEF y N, UNC.

Galotti, K. M. (1989). Approaches to studying formal and everyday reasoning. *Psychological Bulletin*, 105, 331-351.

Garriz Ruiz, A., y Irazoque Palazuelos, G. (2004). El trabajo práctico integrado con la resolución de problemas y el aprendizaje conceptual en la química de polímeros. Trabajos prácticos de física y química. *Alambique*, 39, 40-51.

Gimeno Sacristán, J. (Comp.). (2008). *Educación por competencias, ¿Qué hay de nuevo?* Madrid: Morata.

Glaser, R. (1988). La inteligencia como eficiencia adquirida. En R. J. Sternberg y D. K. Detterman (Eds): *¿Qué es la inteligencia?: Enfoque general de su naturaleza y definición*. Madrid: Pirámide.

Goldman, S. R. (2003). Learning in complex domains: when and why do multiple representations help? (EARLI, Ed.) *Learning and Instrucción*, 13(2), 239-244.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4a Ed.). México DF: McGraw Hill.

Halloun, I. A., y Hestenes, D. (1987). Modeling instruction in mechanics. *American Journal of Physics*, 55(5), págs. 455-462.

Hestenes, D. (1992). Modeling games in the Newtonian World. *American Journal of Physics*, 60(8), págs. 732-748.

Hestenes, D. (1995a). What do graduate oral exams tell us? *American Journal of Physics*, 63, 1069.

Hestenes, D. (1995b). Modeling Software for learning and doing physics. En C. Bernardini, *Thinking Physics for Teaching* (págs. 25-65). Plenum Press.

Houssaye, J. (1989). Theorie et pratiques de l' éducation. *Revue française de pédagogie* , 88 (88), 101-103.

Ibáñez Bernal, C. (2007). *Metodología para la planeación de la Educación Superior. Una aproximación desde la Psicología Interconductual*. Sonora. México: USON.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental Models: Towards a Cognitive Science of Language, Inference, and Consciousness*. Cambridge: Harvard University Press.

Johnson-Laird, P. N. (1988). La representación mental del significado. En UNESCO, *Las ciencias cognoscitivas. Revista Internacional de Ciencias Sociales* (49-65).

Johnson-Laird, P. N. (1990). *El Ordenador y la Mente. Introducción a la Ciencia Cognitiva. Cognición y desarrollo humano*. Barcelona: Paidós.

Johnson-Laird, P. N. (1996). Images, Models and Propositional Representations. En M. de Vega, M. J. Intons Peterson, P. Johnson-Laird, M. Denis, y M. Marschark, *Models of Visuospatial Cognition* (90-126). New York: Oxford University Press.

Johnson – Laird, P. N. (2000). The Current State of the Mental Model Theory. En J. A. García-Madruga, N. Carriedo, y M. J. González-Labra, *Mental Models In Reasoning* (págs. 17-40). Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Johnson-Laird, P. N. (2004). The History of the Mental Models. En K. Manktelow, y M. C. Chung, *Psychology of reasoning: Theoretical and historical perspectives* (179-212). New York: Psychology Press.

Kirby, J. R. (1988). Style, strategy, and skill in reading. En R. R. Schmeck, *Learning Strategies and Learning Styles* (págs. 229-274). New York: Springer Science+Business Media.

Kofman, H. A. (2000). Modelos y Simulaciones Computacionales en la Enseñanza de la Física. *Revista Educación en Física*, 6, 13-22.

Lang da Silveira, F., Moreira, M. A. y Axt, R. (1992). Habilidad en preguntas conceptuales y en resolución de problemas de física. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(1), 58-62.

Laorden, C., García Barriocanal, E., y Sánchez, S. (2005). *Integrando descripciones de habilidades cognitivas en los metadatos de los objetos de aprendizaje estandarizados*. Recuperado el 10 de 01 de 2015, de (RED) *Revista de Educación a Distancia*: <http://www.um.es/ead/red/M4/>

Larkin, J. H., y Chabay, R. W. (1989). Research on Teaching Scientific Thinking: Implications for Computer-Based Instruction. En L. B. Resnik , y L. E. Klopfer, *Toward the Thinking Curriculum: Current Cognitive Research* (pág. 151). Students (especially those getting high grades in the physical sciences) seem to work in a mental "space" of equations, trying to remember suitable equations and put them together accurately. Alexandria: Association for Supervision and Curriculum Development. Traducción de Tesista.

Laurillard, D. (2002). *Rethinking University Teaching in the Digital Age*. Obtenido de Educause: net.educause.edu/ir/library/pdf/ffp0205s.pdf

Leonard, W., Dufresne, R., Gerace, W. y Mestre, J. (1996). Using qualitative problem-solving strategies to highlight the role of conceptual knowledge in solving problems. *American Journal of Physics*, 64(12), 1495-1503.

Linder, C. (1993). A challenge to conceptual change. *Science Education*, 77, 293-300.

Llonch, E., Sánchez, P. y Massa, M. (2000). La activación representación - situación en los procesos de comprensión y resolución de problemas. *Actas del V Simposio de Investigadores en Educación en Física*, Santa Fe.

Llonch, E., Sánchez, P., Massa, M. y D'Amico, H. (2001). La comprensión de problemas: una cuestión de modelado situacional. *Enseñanza de las Ciencias*, N° Extraordinario, 305-306.

Llonch, E., D'Amico, H. y Massa, M. (2002). Descubriendo la fuerza de roce. *Memorias del VI Simposio de Investigadores en Educación en Física*, Corrientes.

Llonch, E., Massa, M., Sánchez, P. y Petrone, E. (2002). Influence of narrative statements of physics problems on their comprehension. En M. Michelini y M. Cobal (ed.) *Developing Formal Thinking in Physics*, 169-173. Forum: Udine

Llonch E, Rosolio A.; D'Amico H., Sánchez P. (2011). Sesgos en la resolución de un problema de dinámica. *Memorias de la XVII Reunión Nacional de Educación en Física*. Villa Giardino, Córdoba.

McDermott, L. C; Schaffer, P. S.; y Somers, M. D. (1994). Research as a guide for teaching introductory mechanics: an illustration in the context of the Atwood's machine. *American Journal of Physics*, 62(1), 46-55.

McDermott, L. C. (1998). Investigación en Educación en la Física. *Revista de Enseñanza de la Física*, II(2), 17-20. Obtenido de APFA: www.apfa.org.ar.

Massa, M., Creus, E., y Cortés, A. (1991). Estructuración de un curso de física para primer año de ingeniería como proyecto de cambio conceptual y metodológico. *Memorias REF VII*, (42-47). Mendoza.

Massa, M., Sánchez, P., Llonch, E. y D'Amico, H. (2000). Modos de comprensión lectora de enunciados de problemas. *Actas III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa*, 379-382. Peniche, Portugal.

Massa, M., Sánchez, P. M. y Llonch, E. C. (2001). El modelado situacional como elemento clave en la resolución de problemas. *Memorias del Encuentro Nacional de Profesores de Física*, 301-310. Córdoba.

Massa, M., Llonch, E. y Sánchez, P. (2001). El "encuentro" como heurístico de resolución. *Memorias de la XII Reunión Nacional de Educación en Física*, Buenos Aires. Publicación en CD.

Massa, M. y Sánchez, P. (2002). Las gráficas y el proceso de modelado en problemas de Cinemática. *Memorias del VI Simposio de Investigadores en Educación en Física*, Corrientes. Publicación en CD.

Massa, M., D'Amico, H., Yanitelli, M. y Cabanellas, S. (2003). El lenguaje de los enunciados de problemas de Física como promotor de contenidos procedimentales. *Actas II Encontro Internacional Linguagem Cultura e Cognição: Reflexões para o Ensino*, Belo Horizonte, Brasil.

Massa, M., Cabanellas, S. y Yanitelli, M. (2003). Los procedimientos básicos en los problemas de Física. *Memorias de la XIII Reunión de Educación en Física*, Río Cuarto.

Massa, M. y D'Amico, H. (2003). Los problemas: una mirada desde lo procedimental. *Memorias de la XIII Reunión de Educación en Física*, Río Cuarto.

Massa, M., Petrone, E., Sánchez, P. y Sgreccia, N. (2003) La actuación de los estudiantes ante enunciados narrativos. *Actas II Encontro Internacional Linguagem Cultura e Cognição: Reflexões Para o Ensino*, publicación electrónica, UFMG, Belo Horizonte.

Massa, M., D'Amico, H. y Llonch, E. (2004). ¿Al encuentro o en persecución?: influencia de las primeras modelizaciones sobre la interpretación de resultados”.

Memorias del VII Simposio de Investigación en Educación en Física, Santa Rosa, La Pampa.

Massa, M., Llonch, E. y D'Amico, H. (2005). La modelización de un problema de "encuentro" desde la perspectiva del estudiante: un estudio de caso. *Memorias de la XIV Reunión de Educación en Física*, Bariloche.

Massa, M., D'Amico, H. y Llonch, E. (2008). Is it an encounter or a persecution between two moving bodies? How initial models in problem solving influence results' interpretation". *Proceedings GIREP 2008 INTERNATIONAL CONFERENCE*, Nicosia, Chipre.

Monetti, E. (2015). *El mundo se plantea la necesidad de pasar a un modelo centrado en el aprendizaje del estudiante*. Rec. 19 de junio de 2015, Universia Argentina: <http://noticias.universia.com.ar/educacion/entrevista/2015/06/12/1126671/mundo-plantea-necesidad-pasar-modelo-centrado-aprendizaje-estudiante-opino-dra-elda-monetti.html>

Moreira, M. A. (1996/1999). Modelos Mentais (Reimpresión). *Investigações em Ensino de Ciências*, 1(3), 193-232.

Newell, A. y Simon, H. A. (1972). *Human Problem Solving*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice Hall.

Norman, D. A. (1983). Some observations on Mental Models. En D. Gentner, y A. Stevens, *Mental Models Research* (págs. 7-14). Oxfordshire: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. "Conceptual models are devised as tools for the understanding or teaching of physical systems. Mental model are what people really have in their heads and what guides their use of things." (p12). Traducción de tesista.

Novak, J. D. y Gowin, D. B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.

Otero, M. R. (1999). *Psicología cognitiva, representaciones mentales e investigación en enseñanza de las ciencias*. Obtenido de Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias. Instituto de Física, Universidad Federal de Río Grande do Sur, Porto Alegre, Brasil: http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol4/n2/v4_n2_a2.htm#Nota%201

Páez, S., Speltini, C., y Roldán, M. (2012). *Habilidades Cognitivas y Estrategias Docentes en Cursos Básicos de Ingeniería*. Recuperado el 05 de Febrero de 2014, de I Congreso Argentino de Ingeniería - VII Congreso Argentino de Enseñanza de la Ingeniería.

Palma, H. (2007). *Diseño de actividades basadas en el método pogil – process oriented guided inquiry learning*. Obtenido de Boletín Electrónico Facultad de Ingeniería - Universidad Rafael Landívar: URL_06_BAS04.doc

Perales, F. J. (2000). *Resolución de problemas*. Madrid: Síntesis Educación.

Perkins, D. N. (2008). La escuela inteligente: del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente. En D. N. Perkins. Barcelona: Gedisa.

Ploetzner, R., y VanLehn, K. (1996). *The Acquisition of Qualitative Physics Knowledge during Textbook-Based Physics Training*. Obtenido de Universidad de Arizona: www.public.asu.edu/~kvanlehn/stringent/PDF/97CI_RP_KVL.pdf

Poisson, D. (2003). Modélisation des processus de médiation - médiatisation: vers une biodiversité pédagogique. *Médiation, médiatisation et apprentissages. NOTIONS EN QUESTIONS: Rencontres en didactique des langues*, 7, 89-102.

Pozo Municio, I. (1996). *Aprendices y maestros. La nueva cultura del aprendizaje. Psicología y educación*. Madrid: Alianza Editorial.

Pozo Municio, J. I., y Gómez Crespo, M. A. (1998/2006). *Aprender y enseñar ciencia. Del conocimiento cotidiano al conocimiento científico (5ª Reimpresión)*. Madrid: Morata.

Ramos, A., Herrera, J., y Ramírez, M. (2010). Desarrollo de habilidades cognitivas con aprendizaje móvil: un estudio de casos. *Revista Científica de Educomunicación*, XVII(34), 201-209.

Reed, S. (2007). *Cognition: Theory and Applications*. Belmont: Thompson Wadsworth Production.

Riset (2006). Des technologies au service de l'enseignement à l' Université. *UniL*

Rodríguez Gómez, G., Gil Flores, J., y García Jiménez, E. (1996). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Granada (España): Aljibe.

Sánchez, P. (2004). Los problemas isomórficos como instrumentos para inferir rasgos de representaciones internas. *Memorias del VI Simposio de Investigación en Educación en Física*. La Pampa.

Sánchez, P. y Massa, M. (2006). Un problema y muchas soluciones... Un estudio de las interpretaciones de estudiantes universitarios. *Actas de la IX Conferencia Interamericana de Educación en Física*, San José de Costa Rica, Costa Rica. (<http://www.efis.ucr.ac.cr/varios/ponencias/6un%20problema%20y%20muchas%20soluciones.pdf>).

Sánchez, P., Massa, M. y Rosolio, A. (2008). A problem with different solutions: a study of university students' modeling and reasoning. *Proceedings GIREP 2008 International Conference*, Nicosia, Chipre.

Sánchez Roger, P. M. (2011). Las Representaciones Mentales en la Resolución de Problemas de Mecánica Clásica. En *Tesis de Doctorado para la obtención del título de Doctora en Psicología, publicada. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación, Facultad de Psicología, Universidad Nacional de Educación a Distancia*. Madrid, España.

Saorín Martínez, A. (2012). *Moodle 2.0. Manual del Profesor*. Rec. Campus virtual Univ. de Cádiz: //campusvirtual.uca.es/uca/es/show/docexterna/guia_moodle2.

Sarramona López, J. (1999). La Autoformación en una Sociedad Cognitiva. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 2(3).

Scancich, M., Yanitelli, M., y Massa, M. (2008). De los problemas de lápiz y papel a las situaciones experimentales: obstáculos que se pueden presentar durante su resolución. *Memorias IX Simposio de Investigación en Educación en Física*. Publicación en CD.

Sears, Zemansky, Young, H., y Freedman, R. (2009). *Física universitaria*. México: Pearson Educación.

Spiro, R. J., y Chang, J.-J. (1992). Cognitive, Flexibility and Hypertext: Theory and Technology for the Nonlinear and Multidimensional Traversal of Complex Subject Matter. En R. Spiro, *Cognition, Education and Multimedia: Exploring Ideas in High Technology*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Stake, R. (1995). *The art of case study research*. London, Sage Publications.

Sulmont Haak, L. (2005). Recursos educativos digitales. Procesos de mediación y mediatización en la comunicación pedagógica. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 1, 19. Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas.

Valdés, P., y Valdés, R. (2004). Tres ideas básicas de la didáctica de las ciencias. *Didáctica de las Ciencias: Nuevas Perspectivas* (págs. 6-46). La Habana: Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño.

Vallejo, A., Pogliani, C., Mihdi, M., y Jubert, A. (2007). Implementación de un Curso de Química de Nivel Universitario Básico. En *Cátedra de Química para Ingeniería*. Facultad de Ciencias Exactas y Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.

Van Heuvelen, A. (1991). Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies. *American Journal of Physics*, 59(10), págs. 891-897.

Vasconcelos, C.; Lopes, B.; Marques, L.; Costa, N.; Chaves, R.; Silva, D. y Cunha, A. (2004). Resolución de problemas en educación en ciencias: indicadores sobre el estado del arte. *Actas del XIII Simposio sobre Enseñanza de la Geología* (307-313). Alicante: Universidad de Alicante.

Vasconcelos, C., Lopes, B., Costa, N., Marques, L., y Carrasquinho, S. (2007). Estado da arte na resolução de problemas em educação em ciência. *Revista eletrónica de enseñanza de las ciencias*, 6(2), 235-245.

Vergnaud. G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), 133-170.

Vergnaud, G. (1996). A trama dos campos conceptuais na construção dos conhecimentos. *Revista de GEMPA*, Porto Alegre, 4, 9-19.

Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.

Vindevoghel, M., y Blondeau, J. M. (1998). Autoformation Éducative et Enseignement Universitaire "Sur Mesure". *8èmes Journées Informatique et Pédagogie des Sciences Physiques*, Montpellier.

Voss, J. F., Wiley, J., y Carretero, M. (1997). La Adquisición de Habilidades Intelectuales y la Comprensión de Contenidos Específicos. En M. Carretero, *Construir y enseñar las Ciencias Experimentales* (págs. 209-227). Buenos Aires: Aique.