

10º ENCUENTRO DE DOCENTES DE MATEMÁTICA EN CARRERAS DE ARQUITECTURA Y DISEÑO DE UNIVERSIDADES NACIONALES DEL MERCOSUR.

Título del trabajo: **PROPORCION Y VOLUMEN: LA APLICACIÓN DEL CONCEPTO MATEMATICO Y SU VERIFICACION EN LA RESOLUCION DEL DISEÑO ACUSTICO DE LOCALES.**

Autores: **Miriam Agosto, Clarisa Lanzillotto, María Cristina Ávila, Gloria Pérez de Lanzetti**

Contacto: Arq. Miriam Agosto / arqagosto@hotmail.com/[+5493513058736](tel:+5493513058736)

Institución: Facultad de Arquitectura Urbanismo y Diseño-Universidad Nacional de Córdoba- Córdoba- República Argentina

Palabras claves: **PROPORCIONES - ARQUITECTURA- ACÚSTICA**
Eje Temático 5: **LA MATEMÁTICA EN OTRAS DISCIPLINAS ASOCIADAS A LA ARQUITECTURA Y EL DISEÑO**

RESUMEN

Como disciplina especializada, asociada directamente a la física y la matemática, el estudio de la Acústica aplicada a la Arquitectura cobra relevancia fundamental ya que permite resolver adecuados espacios interiores que serán destinados a actividades donde la música y la palabra deben ser claramente comprendidas. El conocimiento de las diversas variables que intervienen en el diseño y tratamiento acústico de locales, garantiza el eficiente funcionamiento de los mismos. Entre estas variables fundamentales se encuentra el **cálculo del volumen** que deberá tener el espacio diseñado. Para este cálculo se utiliza la **fórmula de Sabine** que permite determinar la **cantidad de unidades de absorción** necesarias (superficie del material x coeficiente de absorción del mismo expresado en m² de absorción o Sabines métricos) que serán distribuidas en las diferentes superficies según tipos de materiales y dispositivos más convenientes a utilizar como respuesta tecnológica al proyecto de arquitectura. El **volumen** interviene en la fórmula antes mencionada y es parámetro necesario, junto al **Tiempo Óptimo de Reverberación (T'60)** para definir dicha absorción que denominaremos **Absorción Total Necesaria** del local.

La variable "**Volumen del Local**" se calcula asignando una cantidad determinada de m³ por cada persona que se estima ocupará el espacio a diseñar. Los de m³ por espectador se determinan en función del destino que se le dará al recinto (música, palabra, uso múltiple) y el grado de exigencia que requerirá la actividad a desarrollarse en el mismo (sala de conferencia, auditorio, orquesta, música de cámara, música ligera, etc.). El **volumen** es en consecuencia una variable fundamental a determinar para aplicar los métodos propios del cálculo y por lo tanto su **precisa definición garantizará la adecuada perduración del sonido en la sala, la inteligibilidad de la palabra y en definitiva la calidad acústica del local.**

Pero el volumen calculado y definido por tres simples parámetros como son el largo, el ancho y la altura del local (considerando el mismo con forma de paralelepípedo, a los efectos de simplificar el cálculo), deben guardar convenientes relaciones entre sí. Los diversos especialistas y acústicos que desarrollan el tema en distintas bibliografías estudiadas, establecen ciertas **relaciones de proporción** que deben verificarse en un local para lograr una buena acústica. Entre esas recomendaciones, es posible inferir y establecer que si el **módulo o relación largo/ancho (L/A) y luego ancho/altura (A/H) del local se aproxima al número de oro**, se consigue un local con "armoniosas proporciones" que

se traduce en una convenientemente resolución desde el punto de vista acústico y además con buenas condiciones para la visión del espectador u oyente.

El objetivo de esta presentación es exponer y verificar el uso de la proporción áurea como herramienta válida de aproximación al diseño acústico, lográndose así espacios que resulten de “**armoniosa proporción volumétrica**”, mostrando además las profundas relaciones curriculares entre la Matemática y el Diseño Acústico Arquitectónico.

1-Introducción

El arquitecto diseña y construye respondiendo a necesidades de índole social, económica, formal, funcional, simbólica, con el objetivo de dar **forma, proporción y escala** a una porción del espacio vacío para transformarlo en un espacio habitable para el verdadero protagonista: el hombre, usuario de ese espacio. **La Forma, la Escala y la Proporción** son conceptos y relaciones íntimamente vinculados con la Matemática y la Geometría.

Considerando en el plano al rectángulo como el elemento de proporción por excelencia, el paralelepípedo recto de base rectangular (ampliación de la figura plana del rectángulo a las tres dimensiones) puede representar el elemento de proporción en el espacio. Muchas investigaciones en relación al tema los señalan como los elementos arquitectónicos más sencillos y utilizados.

De este modo, el estudio de la proporción en el espacio, determina la consideración de tres magnitudes: el ancho, el largo y la altura referidos a un local desde el punto de vista del diseño. El **volumen** es una magnitud métrica definida como la extensión en tres dimensiones de una región del espacio, que resulta de multiplicar las magnitudes: largo, ancho y altura; y cuya unidad de medida es el metro cúbico.

El cálculo de volúmenes de diferentes objetos es básico e inherente a la Física y la Matemática elementales. El estudio de la proporción asociada al diseño y construcción de espacios habitables es contenido específico de la asignatura Matemática de la carrera de Arquitectura, con énfasis en la divina proporción.

La proporción áurea asociada al paralelepípedo recto de base rectangular tiene aplicación en la Acústica arquitectónica, importante rama de la Física y de las Instalaciones que estudian el acondicionamiento acústico de locales interviniendo en el diseño de los mismos.

Las razones largo/ancho; ancho/altura de un local destinado a la música o a la palabra, cercanas al número de oro aseguran espacios con buenas condiciones acústicas. El volumen del local es una de las variables que interviene al momento de lograr adecuados tiempos de reverberación.

Desarrollaremos en este trabajo las primeras investigaciones sobre el tema, partiendo de conceptos generales y presentando algunos ejemplos, que nos permiten destacar y poner en valor la ansiada instancia de articulación entre distintas disciplinas que aportan al diseño arquitectónico.

2-Desarrollo

Conceptos generales:

La acústica es una rama de la física que estudia la generación, la transmisión, la recepción, la absorción, la detección, la reproducción y el control del sonido.

El sonido es una sensación y se sabe que para ser percibido, los valores de energía sonora deben producirse dentro de determinados niveles de potencia y en cierto rango de frecuencias. Esto determinará *si un sonido es audible o no*, pudiéndose definir una escala en

términos de decibeles que expresa los niveles de intensidad sonora tolerable o no por el oído humano.

La acústica arquitectónica aborda el diseño y el cálculo acústico para los locales o espacios habitados por el hombre en donde deben desarrollarse las actividades humanas dentro de niveles adecuados de confort. Para lograr este confort, el estudio del fenómeno sonoro en arquitectura se aborda desde dos áreas fundamentales: **el aislamiento acústico y el acondicionamiento acústico interior.**

El **aislamiento acústico** es la capacidad de los elementos constructivos para disminuir la transmisión del sonido. Por extensión, se entiende por aislamiento al conjunto de procedimientos empleados para reducir o evitar la transmisión de ruidos de un local a otro y del exterior hacia un local o viceversa, con el fin de obtener una calidad acústica determinada. El aislamiento depende de las propiedades de los materiales, de las soluciones constructivas empleadas y del entorno arquitectónico.

El **acondicionamiento acústico** de un local consiste en controlar la energía sonora reflejada en las paredes del mismo para reducir la reverberación, mejorar las cualidades del escucha y, en general, disminuir el nivel sonoro medio global del local. Esto se consigue tratando las superficies interiores del recinto con materiales que permitan una difusión adecuada de la energía acústica en el interior del mismo.

Para abordar el estudio acústico de un local es fundamental tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Uso-destino del local
- **Volumen del local**
- **Condiciones geométricas , forma y proporciones del local**
- Condiciones físicas
- Control de la reverberación
- Aislamiento del local

Cada local tiene características acústicas diferentes y particulares. Una de estas características es el **Tiempo de Reverberación** que se mide en segundos.

El tiempo de reverberación es el tiempo que se requiere en un espacio cerrado, dado un sonido de una frecuencia o banda de frecuencia determinada, para que el nivel de presión sonora dentro de dicho local disminuya 60 dB después de haber cesado la fuente.

Los materiales en acústica se pueden usar para reducir el tiempo de reverberación de un recinto o bien se usan como barrera para reducir la intensidad del sonido que pasa de un punto a otro.

Pero el problema de lograr adecuados tiempos de reverberación no sólo depende de los materiales que se seleccionen para las envolventes interiores, sino que además depende de una variable fundamental que es el volumen del local. La fórmula de Sabine pone en evidencia a esta variable:

$$T'60 = 0.16 \times V / AT$$

Siendo:

T'60 = tiempo óptimo de reverberación que se obtiene de tablas según volumen y destino del local.

V = Volumen del local

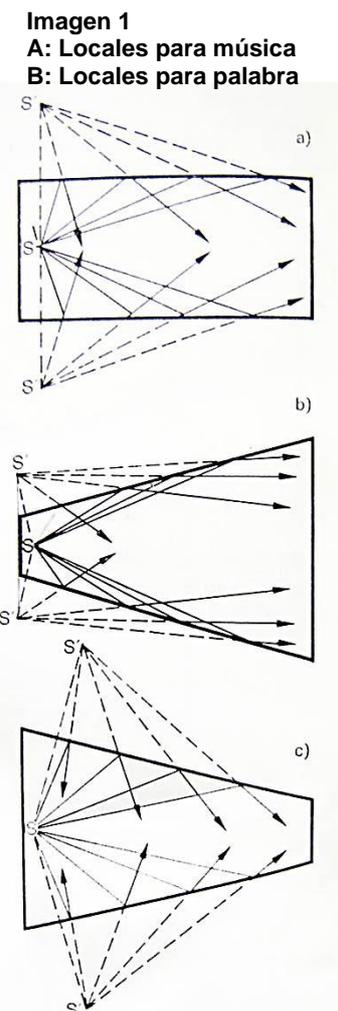
AT = absorción total de materiales superficiales

.En términos generales se puede asegurar que grandes locales requieren mayores tiempos de reverberación que uno pequeño y a igualdad de volumen un recinto destinado a audiciones musicales ha de ser más reverberante que si se destina a sala de conferencias. Existen tablas y ábacos que permiten sistematizar cada uno de estos datos y poder abordar el cálculo de manera sencilla y eficaz. Resulta fundamental lograr adecuados tiempos de reverberación ya que de lo contrario la sala no será inteligible y su calidad acústica no será buena.

Para tener una buena acústica es fundamental el **tamaño, proporción y forma** de un recinto. Si estas variables no se consideran adecuadamente en la etapa de diseño, será necesario intervenir controlando las mismas para lograr el volumen deseado.

El volumen ideal, deseable acústicamente, ofrece ventajas en varios aspectos: permite aminorar costos de la construcción, reducir el volumen a acondicionar desde el punto de vista climático, mermar el flujo luminoso necesario a instalar y achicar los gastos de mantenimiento en términos generales.

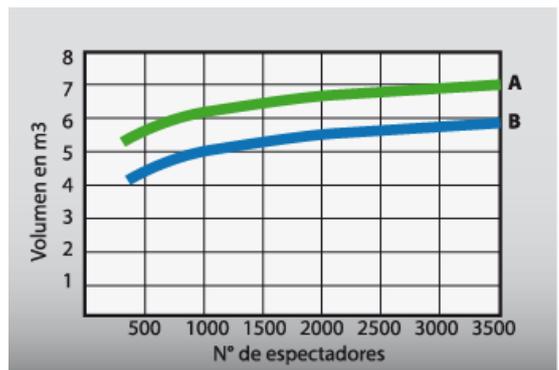
Como nos centraremos en el estudio del volumen del local, es importante definir que existe a priori un volumen estimado por espectador. Este volumen está condicionado por dos aspectos: **por un lado el destino del local (música, palabra) y por otro lado la cantidad de espectadores o capacidad total del local a estudiar**. Los valores que ofrece este ábaco, son valores máximos admisibles.



Con anticipación hemos mencionado que además del volumen, la geometría y la proporción del local a estudiar resultan fundamentales para lograr buenas condiciones acústicas.

La fusión de los aspectos geométricos y dimensionales son la clave de una **“buena sala”**.

Se puede afirmar que los locales cuya geometría es un paralelepípedo o están inscriptos en esta forma, son los más convenientes. Por otro lado la ubicación del escenario o la fuente sonora en el extremo de menor dimensión o ancho también resulta sumamente conveniente debido a las características de direccionalidad que tiene el sonido, sobre todo si nos referimos a la voz humana en el caso de salas de conferencias o auditorios.



L = Longitud
A = Profundidad
H = Altura

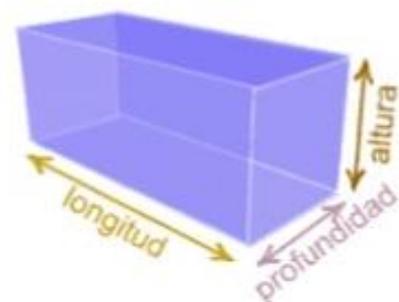


Imagen 2

Imagen 3

Se incorpora a continuación un cuadro que orienta sobre las relaciones dimensionales entre longitud, profundidad y altura del local:

Dimensiones	Máxima	Conveniente	Mínima
Largo	2 A	1.6 A	1.4 A
H local pequeño	0.56 L	0.50 L	0.45 L
H local mediano	0.45 L	0.40 L	0.35 L
H local grande	0.35 L	0.30 L	0.25 L

Recomendable:

$1.4 < L/A < 2$ $H = 1/3 \text{ a } 2/3 \text{ de } A$
--

Ejemplo. Según estas relaciones, un local cuyas dimensiones son:

12.16 m de largo x 7.6 m de ancho (profundidad) x 4.75 m de altura

Permite definir relaciones recomendables según el cuadro y establecer que:

$$12.16\text{m} / 7.6\text{m} = 1.6 \quad \text{y que}$$

$$7.6\text{m} / 4.75\text{m} = 1.6$$

Las relaciones de lados, relaciones proporcionales, se aproximan al número de oro. Estas relaciones establecidas desde el punto de vista acústico, configuran un local de armoniosas proporciones con buenas condiciones para la audición y visión y máxima capacidad.

Presentación de ejemplos:

Resulta importante en este punto seleccionar a modo de ejemplo, algunas obras en las cuales se pueda verificar esta **relación dimensional – relación de armoniosa proporción** a la que se hace referencia a lo largo de este desarrollo. Los espacios elegidos son de uso múltiple (conferencias, espectáculos musicales y deportivos, etc) y fueron seleccionados con un criterio de contemporaneidad.

Ejemplo 1:

Teatre-Auditori de Llinars del Vallès / Álvaro Siza Vieira + Aresta + G.O.P.

Arquitectos: Álvaro Siza Vieira, Aresta, G.O.P.

Ubicación: Llinars del Vallès, Barcelona, España

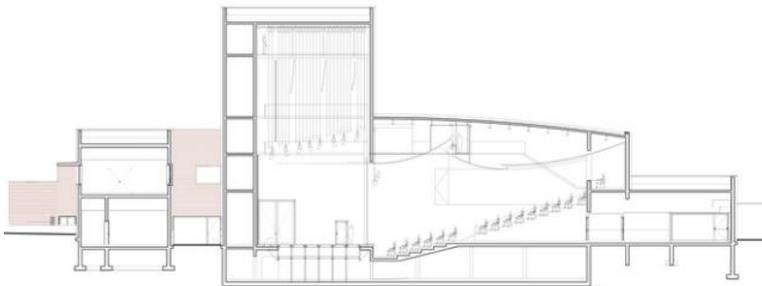
Año Proyecto: 2015

El edificio se articula en planta y en alzado a partir del “corazón” de la actividad, la caja escénica. De este punto dependen todas las acciones y miradas del equipamiento: músicos y actores; espectadores, escenografías, camerinos, almacenes, administración, etc. Así, se disponen los diferentes usuarios en espacios relacionados con la escena y los volúmenes correspondientes a esos espacios se muestran como tales, articulados por patios, en su expresión exterior.

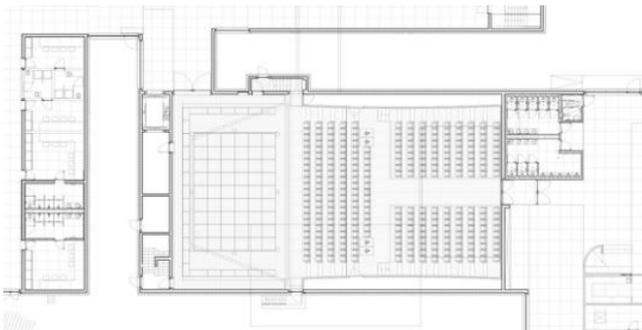
Dimensiones de la sala: 29.00 m x 18.00 m x 7.50 m (altura promedio)



Imagen 4: Perspectiva interior del espacio



**Imagen 5: Corte del auditorio
Imagen 6: Planta del auditorio**



Se verifica la relación:

$$29 \text{ m} / 18 \text{ m} = 1.61$$

Ejemplo 2:

**Polideportivo del campus norte de la Universidad Politécnic de Catalunya -
Barcelona -España**

Arquitecto: Francesc Rius Camps

Ubicación: UPC -Barcelona

Se trata de un recinto con un volumen aproximado de 19.000 m³. Posee una pista rectangular de 48 m de largo por 30 m de ancho. Existen dos pisos laterales a ambos lados de la pista. La medición de los tiempos de reverberación es de 2.71 seg. a sala vacía, mientras que cuando está ocupado es de 1.70 seg. El confort acústico es satisfactorio. La inteligibilidad de la palabra es aceptable con un promedio de 0.57.

Se verifica la relación:

$$48 \text{ m} / 30 \text{ m} = 1.6$$



Imagen 7: Perspectiva interior del Polideportivo

Ejemplo 3:

Teatro municipal de Arahal-Sevilla-España

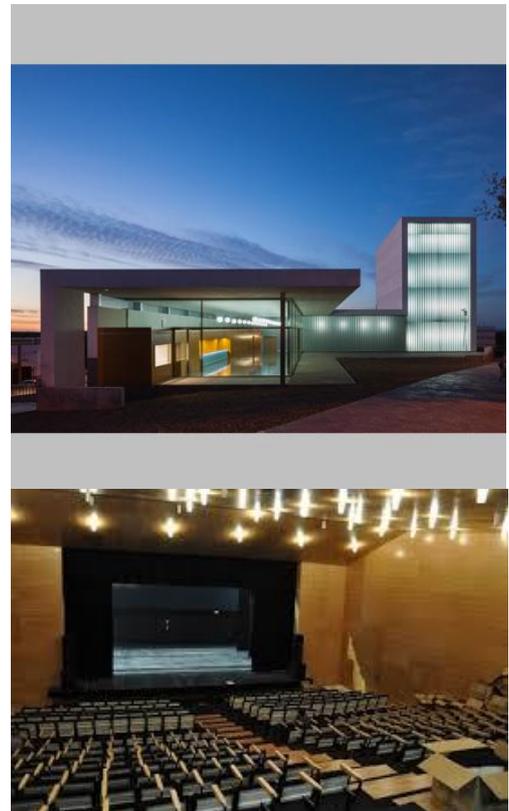
Arquitecto: Javier Terrados- 2013

Arahal es una pequeña ciudad cercana a Sevilla que ha comenzado la transformación de un área industrial periférica en un complejo cultural. El teatro municipal es el primer edificio del futuro complejo que también incluye la rehabilitación de dos almacenes de algodón.

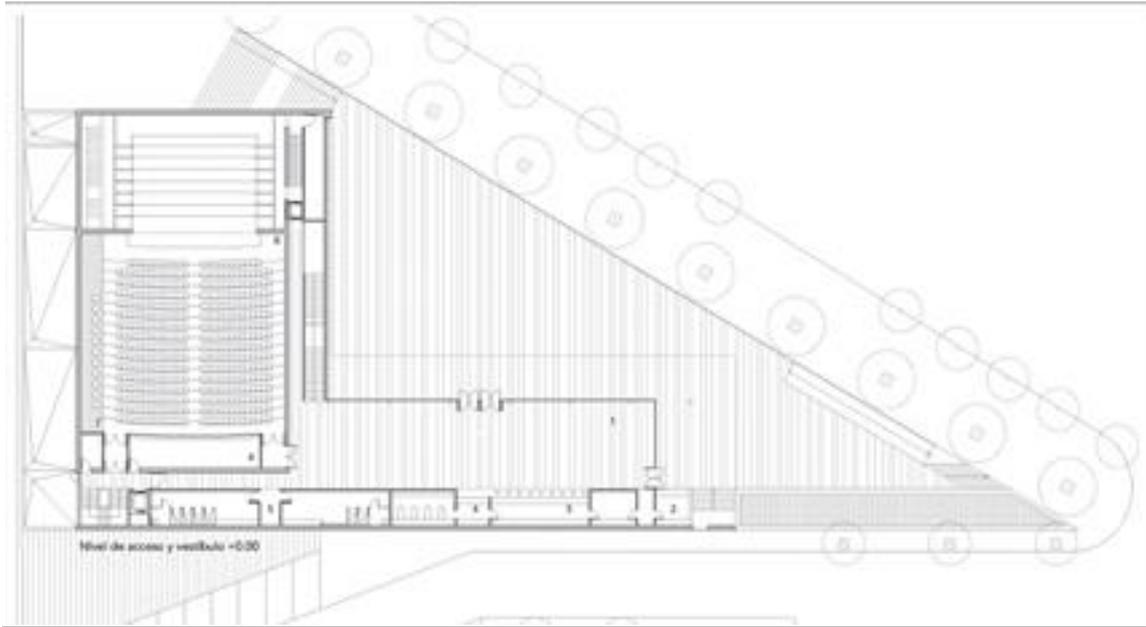
Los autores describen el diseño: La acusada pendiente del terreno define la organización en tres niveles del equipamiento cultural: el superior, destinado al público, donde está ubicado el acceso principal y el vestíbulo, concebido como una sala multifuncional; el intermedio, para los artistas y el personal, contiene los camerinos y las oficinas; y el inferior, con la zona de servicio, instalaciones, carga y descarga, almacenaje, entre otros.

La caja escénica del nuevo edificio, sobredimensionada y diseñada como una torre, será el nuevo hito urbano de la ciudad, tanto de día como en la noche.

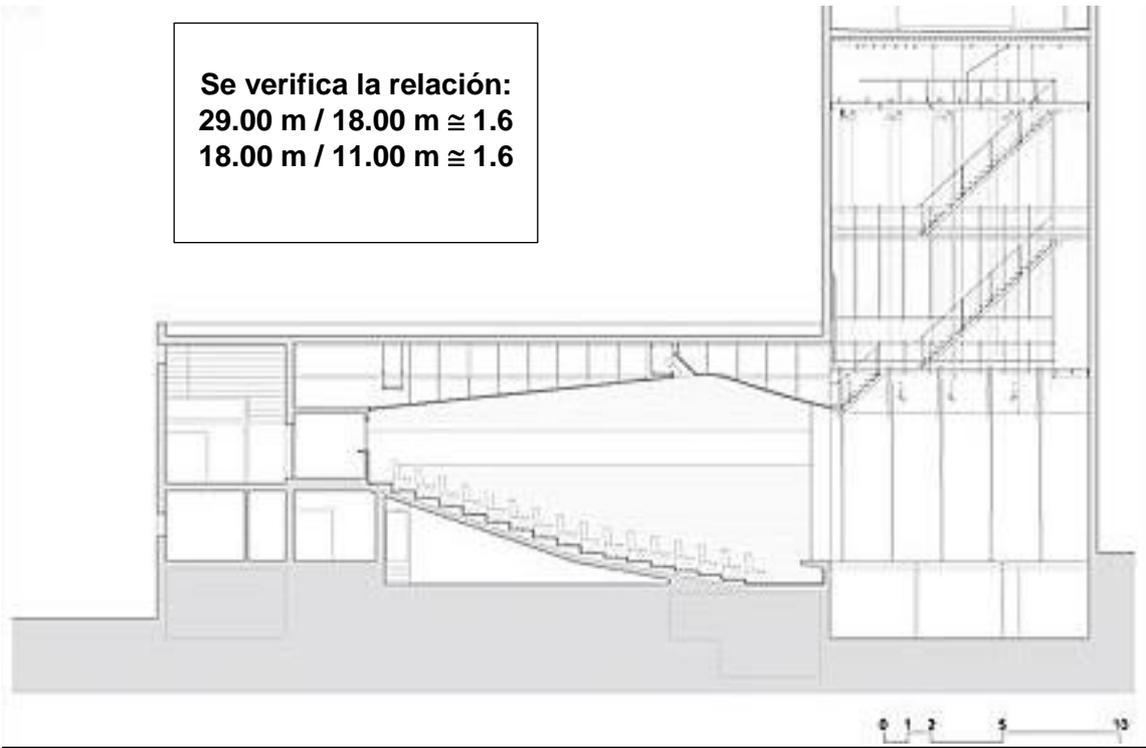
Dimensiones aproximadas de la sala:
29.00 m x 18.00 m x 11.00 m



Imágenes 8 y 9



Se verifica la relación:
 $29.00 \text{ m} / 18.00 \text{ m} \cong 1.6$
 $18.00 \text{ m} / 11.00 \text{ m} \cong 1.6$



Imágenes 10-11-12: Planta, corte, vista interior

3-Conclusiones:

Como equipo docente de la Cátedra de Matemática IA y Matemática II, carrera Arquitectura, FAUD, UNC; hemos abordado de distinta manera y a lo largo de varios años el estudio de las Proporciones, entendiendo la relevancia que esta temática ha tenido desde los inicios de la Arquitectura y cómo ha sido su estrecha relación con la Matemática.

En esta oportunidad, la investigación nos llevó a vincular **la Matemática, la Arquitectura y el tema Proporciones específicamente con la Acústica Arquitectónica**, encontrando puntos de contacto sumamente interesantes, donde la solución a las problemáticas planteadas generaron la necesidad de entrelazar contenidos y recursos para mostrarnos una vez más la importancia del estudio de las **proporciones** y su aplicación en otras áreas del conocimiento.

Desde el área Tecnología, como campo disciplinar en la formación de grado, el concepto de **“armónica proporción”**-para crear un sentido de orden entre los elementos de una construcción visual, agradable y estética mediante un equilibrado manejo de la Forma, y el Espacio-, adquiere una notable validez por su aplicabilidad en relación a los aspectos técnicos tratados, otorgando relevancia a la transferencia desde las materias que imparten la temática específica (Instalaciones III - Acústica y Luminotecnia –Nivel IV –Carrera de Arquitectura –FAUD –UNC). Por esta razón, desde el curso de Instalaciones III se podrán retomar contenidos aprendidos anteriormente en Matemática, para aplicarlos en el desarrollo de aplicaciones propias de la disciplina, permitiendo articular y vincular conocimientos de distintas áreas y de diferentes niveles de la carrera.

Quienes trabajamos en este desarrollo, estamos comprometidos a continuar con esta línea de trabajo, que nos permite desde las articulaciones curriculares entrelazar contenidos, a los fines de estimular a nuestros estudiantes con propuestas metodológicas que involucren las áreas disciplinares y desarrollos prácticos comunes que se orienten a mejorar la calidad de los diseños de arquitectura.

4-Bibliografía:

Carrion Isbert ,Antoni .Diseño Acústico de Espacios Arquitectónicos .Editorial Alfaomega.

COLLET,Laura - MARISTANY , Arturo -” Acondicionamiento Acústico de los Edificios

Mathias Meisser, Acústica de los Edificios, Editores Técnicos Asociados,S.A Barcelona

Perez Miñana J, Compendio Práctico de Acústica, Editorial Labor S.A. Barcelona

Recuero, M., Acústica Arquitectónica Aplicada, Editorial Paraninfo, Madrid, 1998.

Robert Josse, La acústica en la Construcción, Editorial Gustavo Gilli, S. A. Barcelona

<https://www.scribd.com/doc/197015194/Manual-de-Aislamiento-Acustico-Composan-pdf>