

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Tesis Doctoral



Control de Errores en Sistemas de Comunicaciones Digitales de Alta Velocidad

Autor: Ing. Mario Alejandro Castrillón

Director: Prof. Dr. Mario Rafael Hueda

Diciembre 2017

Control de Errores en Sistemas de Comunicaciones Digitales de Alta Velocidad

por:

Ing. Mario Alejandro Castrillón

Prof. Dr. Mario Rafael Hueda
Director

Comisión Asesora:

Profa. Dra. Graciela Corral Briones
FCEFyN - UNC

Profa. Dra. Elizabeth Vera de Payer
FCEFyN - UNC

Esta Tesis fue enviada a la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba para cumplimentar los requerimientos de obtención del grado académico de Doctor en Ciencias de la Ingeniería.

Córdoba, Argentina
Diciembre 2017



Libro: 00001 Acta: 04134 Hoja 01/01
 LLAMADO: 1 05/12/2017
 CATEDRA - MESA:

DI002 TESIS DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA

| NUMERO | APELLIDO Y NOMBRE | DOCUMENTO | INGRESO | COND. | NOTA | FIRMA |
|----------|-----------------------------|---------------|---------|-------|----------|-------|
| 30886803 | CASTRILLON, Mario Alejandro | DNI: 30886803 | 2010 | T | APROBADO | |

FINOCHIETTO, Jorge Manuel - CASTIÑEIRA, Jorge - PODESTA, Ricardo - FERREYRA, Pablo - ZERBINI, CARL

Observaciones:

Dra. Graciela Corral Briones
 Directora Alternada
 Doctorado en Ciencias
 de la Ingeniería
 F.C.E.F. y N. - U.N.C.

Córdoba, ____/____/____.

Certifico que la/s firma/s que ha/n sido puesta/s en la presente Acta pertenece/n a: Jorge el Finochetto

1
 Inscriptos Ausentes Examinados Reprobados Aprobados
 01/12/2017 10:25:47

Libro/Acta: 0000104134 Hoja: 01/01

A mis padres Elsa y Mario.

A mis hermanos Verónica, Carolina y Tomás.

A mi novia Bárbara.

AGRADECIMIENTOS

La presente Tesis es el resultado del esfuerzo de mucha gente con la cual estaré siempre agradecido:

A mis padres y hermanos.

A mi novia.

A mis amigos.

A Damián, Mario y Oscar por su apoyo y guía.

Al Laboratorio de Comunicaciones Digitales de la FCEFyN de la UNC.

A todos mis compañeros de estudio en especial: Ariel, Benjamín y Pablo.

A la Fundación Tarpuy y a la Fundación Fulgor.

A la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y a la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la UNC.

Al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

Resumen

En los últimos 10 años, la industria de las comunicaciones ópticas ha migrado hacia esquemas de receptores coherentes utilizando conversores de señal analógica a digital (ADC, del inglés *Analog-to-Digital Converter*) de alta velocidad. Esto ha permitido la incorporación de códigos correctores de errores con decodificación por decisiones blandas con el objetivo de extender el alcance y la eficiencia espectral de los enlaces disponibles.

Los códigos correctores de errores con decodificación por decisiones blandas tales como los turbo códigos y los de chequeo de paridad de baja densidad (LDPC, del inglés *Low Density Parity Check*), y en especial estos últimos, se han expandido por las más diversas áreas y constituyen en la actualidad el estándar en varias normas, tales como 10GBase-T, DVB-S2, y Mobile WiMax (802.16e).

Sin embargo, en comunicaciones ópticas generalmente se los trata como algo ajeno al sistema y por lo tanto en la mayoría de la bibliografía relacionada no se han tenido en cuenta todos los efectos residuales del canal a la entrada del decodificador para evaluar su desempeño. En cambio se utiliza como métrica solo la tasa de error umbral a partir de la cual el esquema de corrección de errores empieza a corregir. Por tal motivo en la presente Tesis se aborda el tema de códigos correctores de errores con decodificación por decisiones blandas aplicados a comunicaciones ópticas coherentes con un enfoque integral. En el presente trabajo se proponen diferentes técnicas para hacer lo más efectivas posibles las transmisiones empleando códigos correctores de errores de gran ganancia frente a problemas específicos de comunicaciones ópticas como son el ruido de fase del láser, las fluctuaciones de frecuencia del láser y las no linealidades de la fibra. Se trabaja también con constelaciones multinivel tales como 16-QAM que permiten obtener una buena eficiencia espectral.

Con el fin de abarcar el mayor espacio de soluciones posible, se proponen cuatro esquemas diferentes pero complementarios teniendo en cuenta las condiciones expuestas previamente. Por un lado, se propone el empleo de modulación diferencial debido a su robustez frente a variaciones en la fase y se propone una técnica para disminuir su penalidad. Por otro lado, para esquemas no diferenciales se plantea un algoritmo de compensación de desplazamientos de fase, los cuales son un fenómeno catastrófico presente en los esquemas de estimación de fase utilizados en comunicaciones ópticas. Otra de las propuestas consiste en la utilización de constelaciones híbridas intercaladas temporalmente con el propósito de generar una referencia de fase absoluta que permita evitar el problema de los desplazamientos de fase. Por último, se propone un esquema conjunto de detección y decodificación iterativo que permite realizar la estimación del ruido de fase y las fluctuaciones de frecuencia de manera conjunta con la decodificación demostrando gran robustez.

También se presenta en esta Tesis una posible arquitectura de implementación del esquema conjunto iterativo que permite reducir la complejidad del mismo, incorporando una novedosa clase de códigos LDPC denominados espacialmente acoplados. Debido a su estructura estos códigos permiten disminuir la latencia de decodificación y mantener la complejidad del decodificador acotada. Resultados de simulación demuestran la eficacia del sistema propuesto.

Palabras clave: Comunicaciones ópticas coherentes, detección y decodificación conjunta iterativa, códigos LDPC, ruido de fase.

Abstract

In the last 10 years, the optical communications industry has migrated towards coherent receiver schemes using high-speed ADCs. This has allowed the incorporation of error-correcting codes with soft-decision decoding in order to extend the reach and spectral efficiency of the available links.

Error-correcting codes with soft-decision decoding, such as turbo codes and low-density parity check (LDPC), especially the latter, have been expanded by the most diverse areas and currently constitute the selection in various standards, such as 10GBase-T, DVB-S2, and Mobile WiMax (802.16e).

However, in optical communications they are generally treated as something outside the system and therefore, in the majority of the related literature, all the residual effects of the channel at the input of the decoder have not been taken into account to evaluate its performance. Instead, only the threshold bit error rate from which the error correction scheme begins to correct is used as the metric. For this reason, this thesis addresses the issue of error correction codes with soft-decision decoding applied to optical communications consistent with an integral approach. In the present work different techniques are proposed to make the transmissions as effective as possible using high gain error-correcting codes against specific optical communication problems such as laser phase noise, laser frequency fluctuations and non-linearity the fiber. Multi-level constellations such as 16-QAM have also been considered because they provide good spectral efficiency.

In order to cover the largest possible solution space, four different but complementary schemes are proposed, taking into account the previously mentioned conditions. On the one hand, the use of differential modulation is proposed due to its robustness against variations in the phase and a technique is proposed to reduce its penalty. On the other hand, for non-differential schemes, a cycle slips compensation algorithm is proposed, cycle slips are a catastrophic phenomenon present in the phase estimation schemes used in optical communications. Another proposal consists of the use of hybrid constellations interleaved temporarily with the purpose of generating an absolute phase reference to avoid the problem of cycle slips. Finally, a joint iterative detection and decoding scheme is proposed, which makes it possible to estimate the phase noise and the frequency fluctuations together with the decoding, demonstrating great robustness.

It is also presented in this thesis a possible implementation architecture of the joint iterative scheme that reduces the complexity thereof, incorporating a novel class of LDPC codes called spatially coupled. Due to their structure these codes allow to decrease the latency of decoding and maintain the complexity of the decoder bounded. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed system.

Keywords: Coherent optical communications, joint iterative detection and decoding, LDPC codes, phase noise.

Resumo

Nos últimos 10 anos, o setor de comunicações ópticas migrou para esquemas de receptores coerentes usando conversores analógico-digital (ADC) de alta velocidade. Isso permitiu a incorporação de códigos de correção de erros com decodificação de decisão suave para ampliar o alcance e a eficiência espectral dos links disponíveis.

Os códigos de correção de erros com decodificação de decisão suave, como os códigos turbo e os de verificação de paridade de baixa densidade (LDPC), e especialmente os últimos foram expandidos pelas mais diversas áreas e atualmente constituem a seleção em vários padrões, como 10GBase-T, DVB-S2 e Mobile WiMax (802.16e).

No entanto, em comunicações ópticas, geralmente são tratados como algo fora do sistema e, portanto, na maioria da literatura relacionada, todos os efeitos residuais do canal na entrada do decodificador não foram levados em consideração para avaliar seu desempenho. Em vez disso, apenas a taxa de erro de bit limiar a partir da qual o esquema de correção de erro começa a corrigir é usada como métrica. Por esta razão, esta tese aborda a questão dos códigos de correção de erros com decodificação de decisão suave aplicada a comunicações ópticas consistentes com uma abordagem integral. No presente trabalho são propostas diferentes técnicas para tornar as transmissões tão efetivas quanto possível usando códigos corretores de erro de alto ganho contra problemas específicos de comunicações ópticas, como o ruído de fase do laser, as flutuações de frequência do laser e as não-linearidades da fibra. Também são usadas constelações de vários níveis, como 16-QAM, que oferece uma boa eficiência espectral.

Para cobrir o maior espaço de solução possível, são propostos quatro esquemas diferentes, mas complementares, levando em consideração as condições mencionadas anteriormente. Por um lado, o uso da modulação diferencial é proposto devido à sua robustez contra variações na fase e uma técnica é proposta para reduzir sua penalidade. Por outro lado, para esquemas não diferenciais, propõe-se um algoritmo de compensação de deslizamento de fase, que é um fenômeno catastrófico presente nos esquemas de estimação de fase utilizados nas comunicações ópticas. Outra proposta consiste no uso de constelações híbridas entrelaçadas temporariamente com o objetivo de gerar uma referência de fase absoluta para evitar o problema dos deslizamentos de fase. Finalmente, propõe-se um esquema de detecção e decodificação iterativa conjunta, que permite estimar o ruído de fase e as flutuações de frequência juntamente com a decodificação, demonstrando grande robustez.

Também é apresentada nesta tese uma possível arquitetura de implementação do esquema iterativo conjunto que reduz a sua complexidade, incorporando uma nova classe de códigos LDPC chamado espacialmente acoplado. Devido à sua estrutura, esses códigos permitem diminuir a latência da decodificação e manter limitada a complexidade do decodificador. Os resultados da simulação demonstram a eficácia do sistema proposto.

Palavras-chave: Comunicações ópticas coerentes, detecção e decodificação conjunta iterativa, códigos LDPC, ruído de fase.

Índice general

| | | |
|--------------------------------|--|-----------|
| Siglas | xI | |
| Variables de Ecuaciones | xv | |
| 1 | Introducción | 1 |
| 1.1 | Introducción | 2 |
| 1.1.1 | Recuperación de Portadora | 2 |
| 1.1.2 | Codificación | 3 |
| 1.2 | Sistemas de Alta Eficiencia | 5 |
| 1.2.1 | No Linealidades en Comunicaciones Ópticas | 8 |
| 1.3 | Procesamiento Digital de Señal y Detección Coherente | 10 |
| 1.4 | Definición del Problema | 11 |
| 1.5 | Motivación | 13 |
| 1.5.1 | Objetivos | 13 |
| 1.6 | Contribuciones | 14 |
| 1.6.1 | Parte I: Análisis de FEC en Comunicaciones Ópticas | 14 |
| 1.6.2 | Parte II: Nuevas Técnicas para Arquitecturas Particionadas | 14 |
| 1.6.3 | Parte III: Recuperación de Portadora y Decodificación Conjunta Iterativa | 15 |
| 1.7 | Organización de la Tesis | 16 |
| 2 | Sistema de Comunicaciones Ópticas Coherente | 17 |
| 2.1 | Introducción | 18 |
| 2.2 | Detección Óptica Coherente | 18 |
| 2.3 | Modelo del Canal | 20 |
| 2.3.1 | Fuentes de Ruido | 20 |
| 2.3.1.1 | Ruido Térmico | 20 |
| 2.3.1.2 | Ruido de Emisión Espontánea | 21 |
| 2.3.1.3 | Ruido de Fase del Láser | 22 |
| 2.3.1.4 | Fluctuaciones de Frecuencia del Láser | 23 |
| 2.3.2 | Fuentes de Distorsión | 23 |
| 2.3.2.1 | Conceptos Introductorios | 23 |
| 2.3.2.2 | Dispersión por Modo de Polarización | 23 |
| 2.3.2.3 | PMD de Segundo Orden | 25 |
| 2.3.2.4 | Modelo de Simulación | 25 |
| 2.3.2.5 | Impacto de la PMD en el Desempeño del Sistema | 26 |
| 2.4 | Transceptor Óptico Coherente | 27 |
| 2.4.1 | Transmisor | 27 |
| 2.4.2 | Receptor | 27 |
| 2.4.3 | Modelo del Canal en Tiempo Discreto | 30 |
| 2.4.4 | Recuperación de Fase en Receptores Ópticos Coherentes | 31 |
| 2.4.4.1 | Algoritmo de Viterbi y Viterbi | 31 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.4.4.2 | Algoritmo de búsqueda de fase a ciegas | 32 |
| 2.4.4.3 | Desempeños de VV y BPS | 34 |
| 2.4.5 | Impacto de los Desplazamientos de Fase | 35 |
| 2.5 | Conclusiones Parciales | 37 |
| 3 | Codificación de Canal para Canales Ópticos | 39 |
| 3.1 | Introducción | 40 |
| 3.2 | Códigos LDPC | 43 |
| 3.2.1 | Representación Matricial | 43 |
| 3.2.2 | Representación Gráfica | 43 |
| 3.2.3 | Diseño de Códigos LDPC | 44 |
| 3.2.4 | Algoritmos de Decodificación | 45 |
| 3.2.5 | Decodificadores de Complejidad Reducida | 48 |
| 3.3 | Códigos LDPC Espacialmente Acoplados | 48 |
| 3.3.1 | Decodificación de Ventana | 51 |
| 3.4 | Desafíos en Canales Ópticos | 52 |
| 3.4.1 | Desempeño de Esquema Particionado CPR+FEC | 52 |
| 3.5 | Conclusiones Parciales | 54 |
| 4 | Detección y Decodificación Particionada | 57 |
| 4.1 | Introducción | 58 |
| 4.2 | Arquitectura Particionada I: Modulación Diferencial con Demapeo y Decodificación Conjunto Iterativo | 59 |
| 4.2.1 | Modulación Diferencial | 59 |
| 4.2.2 | Demapeo y Decodificación Conjunta Iterativa | 60 |
| 4.2.3 | Resultados de Simulación | 61 |
| 4.3 | Arquitectura Particionada II: Modulación No Diferencial con Compensación de Saltos de Fase | 62 |
| 4.3.1 | Algoritmo de Compensación de CS | 62 |
| 4.3.2 | Probabilidad de Detectar un Falso CS con Símbolos Piloto | 64 |
| 4.3.3 | Resultados de Simulación | 66 |
| 4.4 | Arquitectura Particionada III: Modulación No Diferencial con Constelaciones Intercaladas Temporalmente | 67 |
| 4.4.1 | Constelaciones Intercaladas | 67 |
| 4.4.2 | Técnica para evitar Corrimientos de Fase | 67 |
| 4.4.3 | Resultados de Simulación | 69 |
| 4.5 | Observaciones Finales | 69 |
| 5 | Detección y Decodificación Conjunta en Receptores Ópticos Coherentes | 71 |
| 5.1 | Introducción | 72 |
| 5.2 | Detección y Decodificación Conjunta Iterativa en Receptores Ópticos Coherentes | 73 |
| 5.3 | Análisis de JIDD en Presencia de Ruido de Fase y Fluctuaciones de Frecuencia | 74 |
| 5.3.1 | Algoritmo JIDD Simplificado | 76 |
| 5.3.2 | Resultados Numéricos y Discusión | 77 |
| 5.3.3 | Impacto de las No Linealidades de la Fibra en Sistemas DWDM | 80 |
| 5.3.3.1 | Interferencia No Lineal en Transmisiones con Manejo de Dispersión | 80 |
| 5.3.3.2 | Interferencia No Lineal en Transmisiones No Compensadas | 80 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5.4 | Observaciones Finales | 84 |
| 6 | Arquitectura para Detección y Decodificación Conjunta Iterativa | 85 |
| 6.1 | Introducción | 86 |
| 6.2 | JIDD para Compensación de Ruido de Fase | 86 |
| 6.2.1 | Cálculo de LLR | 88 |
| 6.2.2 | Complejidad de Implementación | 88 |
| 6.2.3 | Algoritmo en Dominio Logarítmico | 89 |
| 6.2.4 | Combinación con Códigos LDPC Acoplados Espacialmente | 91 |
| 6.2.4.1 | Decodificación Mediante Ventana del Algoritmo JIDD | 91 |
| 6.2.4.2 | Códigos Acoplados Espacialmente | 92 |
| 6.2.5 | Resultados de Simulación | 94 |
| 6.3 | Observaciones Finales | 95 |
| 7 | Conclusiones | 97 |
| 7.1 | Discusiones Finales | 97 |
| 7.2 | Próximos Pasos | 98 |
| | Apéndices | 99 |
| A | Grafos Factoriales | 101 |
| A.1 | Introducción | 101 |
| A.2 | Grafos Factoriales y el Algoritmo Suma-Producto | 101 |
| A.2.1 | Funciones Marginales | 102 |
| A.2.2 | Grafos Factoriales: Representación y Terminología | 102 |
| A.2.3 | El Algoritmo Suma-Producto | 104 |
| A.2.4 | Grafos Factoriales con Ciclos | 106 |
| A.3 | Receptores como Grafos Factoriales | 106 |
| A.4 | Observaciones Finales | 107 |
| A.4.1 | Consideraciones de Complejidad | 107 |
| A.4.2 | Tratando con Variables Continuas | 108 |
| B | Codificación | 111 |
| B.1 | Introducción a la Codificación de Canal | 111 |
| B.2 | Códigos Bloque Lineales | 115 |
| B.2.1 | Matriz Generadora | 116 |
| B.2.2 | Matriz de Chequeo de Paridad | 118 |
| B.2.3 | Propiedades de Distancia | 119 |
| B.2.4 | Ganancia de Codificación | 120 |
| B.2.5 | Cotas Importantes de Codificación | 121 |
| B.3 | Códigos Cíclicos | 122 |
| B.4 | Códigos sobre Grafos | 123 |
| B.4.1 | Descripción General de los Códigos sobre Grafos | 123 |
| | Bibliografía | 125 |

Índice de figuras

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Crecimiento histórico de la tasa de bits en serie y la capacidad de los sistemas WDM en investigación y en productos. | 6 |
| 1.2 | Diagrama en bloques del DSP: a) Tx y b) Rx. | 10 |
| 2.1 | Demodulador óptico coherente balanceado. | 19 |
| 2.2 | Propagación del pulso en la fibra óptica. | 23 |
| 2.3 | Fenómeno de DGD. | 24 |
| 2.4 | Histograma de valores de DGD en la fibra óptica. | 25 |
| 2.5 | Interferencia entre símbolos producida por la PMD. | 27 |
| 2.6 | Diagrama de bloques de un transmisor PDM. | 27 |
| 2.7 | Diagrama de bloques de un receptor PDM. | 28 |
| 2.8 | Diagrama de bloques del algoritmo de Viterbi y Viterbi. | 31 |
| 2.9 | Diagrama de bloques del algoritmo BPS. | 32 |
| 2.10 | Diagrama de bloques del algoritmo asistido por símbolos piloto basado en BPS. | 33 |
| 2.11 | Desempeño de algoritmos VV y BPS para distintas longitudes de filtro. La penalidad de OSNR para una BER pre-FEC = $10^{[Pleaseinsertintopreamble]3}$ vs. ancho de línea del láser normalizado $\Delta\nu T$: a) VV, QPSK y $1/T = 10$ Gs/s b) BPS, 16-QAM, $1/T = 32$ Gs/s y $B = 32$. | 34 |
| 2.12 | Desempeño de algoritmos VV y BPS para distintas longitudes de filtro. La penalidad de OSNR para una BER pre-FEC = 10^{-3} vs. la amplitud de la fluctuación de frecuencia A_p con $\Delta f_c = 35$ kHz y $\Delta\nu = 300$ kHz: a) VV, QPSK y $1/T = 10$ Gs/s b) BPS, 16-QAM, $1/T = 32$ Gs/s y $B = 32$. | 35 |
| 2.13 | CS debido a una longitud de filtro: a) chica b) grande. | 36 |
| 2.14 | Constelación con los símbolos recibidos. | 36 |
| 2.15 | Constelación con los símbolos recuperados de forma: a) correcta b) azul correcta; roja incorrecta. | 37 |
| 2.16 | Probabilidad de CS. | 37 |
| 3.1 | Curvas de desempeño de diferentes generaciones de códigos. | 41 |
| 3.2 | Grafo de Tanner para el código de ejemplo. | 44 |
| 3.3 | Subgrafo de un grafo de Tanner correspondiente a una matriz H cuya: a) columna cero es $[11100 \dots 0]^T$, b) fila cero es $[110100 \dots 0]^T$. Las flechas indican el paso de mensajes entre nodos. | 46 |
| 3.4 | Gráfico de la función $\phi(x)$. | 49 |
| 3.5 | Propagación de mensajes en la ventana de decodificación. | 52 |
| 3.6 | Diagrama de bloques del algoritmo BPS con modulación diferencial. | 53 |
| 3.7 | Diagrama de bloques del algoritmo asistido por símbolos piloto basado en BPS. | 53 |
| 3.8 | BER post-FEC vs. E_b/N_0 con $A_p = 0$. (a) $\Delta\nu = 500$ kHz. (b) $\Delta\nu = 5$ MHz. | 53 |
| 3.9 | BER post-FEC vs. E_b/N_0 con $\Delta\nu = 500$ kHz and $\Delta f_c = 35$ kHz. (a) $A_p = 200$ MHz. (b) $A_p = 500$ MHz. | 54 |
| 4.1 | Arquitecturas de receptores: (a) I, (b) II y (c) III. | 58 |
| 4.2 | Curva comparativa de los desempeños con modulación QPSK y DQPSK. | 59 |
| 4.3 | Modelo del sistema de transmisión. | 60 |

| | | |
|------|--|----|
| 4.4 | Grafo factorial del JDD propuesto. | 61 |
| 4.5 | Desempeño de BER post-FEC en función de la E_b/N_0 | 62 |
| 4.6 | Diagrama en bloques del receptor. | 63 |
| 4.7 | Diagrama en bloques del algoritmo propuesto. | 63 |
| 4.8 | Trama de datos con símbolos piloto. | 64 |
| 4.9 | Detección de CS mediante símbolos piloto. | 64 |
| 4.10 | Análisis del fenómeno de CS - caso 1 | 65 |
| 4.11 | Análisis del fenómeno de CS - caso 2 | 65 |
| 4.12 | BER en función de la SNR con un ancho de línea del láser de 500 kHz en el Tx y Rx. | 66 |
| 4.13 | Ejemplo de constelaciones para el esquema propuesto. | 67 |
| 4.14 | Diagrama de estimación de fase de dos constelaciones | 68 |
| 4.15 | Diagrama en bloques del esquema propuesto. | 68 |
| 4.16 | Desempeño de BER post-FEC en función de la E_b/N_0 para diferentes valores de ancho de línea $\Delta\nu$ (σ_Δ): (a) 0 (b) 1,28 Mhz y (c) 4,58 MHz. | 69 |
| 5.1 | Arquitectura de receptor iterativo: niveles de integración entre DSP y FEC. | 73 |
| 5.2 | Diagrama en bloques del receptor coherente utilizando el esquema JIDD. | 74 |
| 5.3 | Grafo factorial normal del JIDD. | 75 |
| 5.4 | Arquitectura general del JIDD. | 77 |
| 5.5 | BER post-FEC en función de la E_b/N_0 con $A_p = 0$. (a) $\Delta\nu = 500$ kHz. (b) $\Delta\nu = 5$ MHz. | 78 |
| 5.6 | BER post-FEC en función de la E_b/N_0 con $\Delta\nu = 500$ kHz y $\Delta f_c = 35$ kHz. (a) $A_p = 200$ MHz. (b) $A_p = 500$ MHz. | 78 |
| 5.7 | Desempeño del JIDD para varias tasas de pilotos. La penalidad de SNR para una BER post-FEC $= 10^{-3}$ en función de la amplitud de frecuencia A_p para $\Delta f_c = 35$ kHz y $\Delta\nu = 250$ kHz. La etiqueta “ <i>Iter.: (A/B)</i> ” denota A iteraciones externas con B iteraciones internas. | 79 |
| 5.8 | Desempeño del JIDD para varias tasas de pilotos. La penalidad de SNR para una BER post-FEC $= 10^{-3}$ en función del ancho de línea del láser normalizado ($\Delta\nu T$) para $\Delta f_c = 35$ kHz y $A_p = 140$ MHz. La etiqueta “ <i>Iter.: (A/B)</i> ” denota A iteraciones externas con B iteraciones internas. | 79 |
| 5.9 | Desempeño en función de la potencia acoplada para diferentes valores de L_{tot} con $N_{\text{ch}} = 80$, $\Delta f_c = 35$ kHz, and $A_p = 200$ MHz. Longitud de tramo $L_s = 100$ km. | 82 |
| 5.10 | Desempeño en función de la potencia acoplada para diferentes valores del número de canales WDM (N_{ch}) con $\Delta f_c = 35$ kHz and $A_p = 200$ MHz. Longitud de tramo $L_s = 100$ km. Longitud total del enlace $L_{\text{tot}} = 1000$ km. | 83 |
| 5.11 | Desempeño en función de la potencia acoplada para diferente longitud de los tramos (L_s) con $\Delta f_c = 35$ kHz y $A_p = 200$ MHz. Longitud total del enlace $L_{\text{tot}} \approx 1000$ km con $N_{\text{ch}} = 80$. | 83 |
| 6.1 | Grafo factorial normal del JIDD. | 87 |
| 6.2 | Diagrama en bloques del algoritmo JIDD basado en decodificación mediante ventana. | 90 |
| 6.3 | Diagrama en bloques de los principales bloques de la etapa de detección. | 92 |
| 6.4 | Descripción del esquema propuesto basado en grafo factorial. | 93 |
| 6.5 | Camino crítico de la etapa de detección del esquema JIDD. | 93 |
| 6.6 | Espaciamiento entre registros en la etapa de detección del esquema JIDD: (a) RS=3 para \mathcal{C}_1 (b) RS=5 para \mathcal{C}_2 . | 94 |
| 6.7 | BER en función de la E_b/N_0 con ancho de línea del láser de 1,28 MHz utilizando el código \mathcal{C}_1 . | 94 |
| 6.8 | Impacto del espaciamiento de registros en la BER en función de la E_b/N_0 con ancho de línea del láser de 1,28 MHz utilizando el código : (a) \mathcal{C}_1 , y (b) \mathcal{C}_2 . | 95 |

| | |
|--|-----|
| A.1 Grafo factorial de: a) (A.3), el grafo contiene un ciclo. b) (A.6), el grafo es un árbol | 103 |
| A.2 Grafo factorial de (A.7). El grafo es desconectado, pero acíclico. Es un bosque. | 103 |
| A.3 Grafo factorial de (A.9): a) Convencional b) Normal | 104 |
| A.4 Algoritmo suma-producto: regla de cálculo del mensaje de nodo variable a nodo función. | 104 |
| A.5 Algoritmo suma-producto: regla de cálculo del mensaje del nodo función al nodo variable. | 105 |
| B.1 Diagrama en bloques de un sistema de comunicación óptica digital punto a punto. | 112 |
| B.2 Dos ejemplos de canales discretos: a) canal discreto sin memoria y b) canal discreto con memoria descrito por un trellis dinámico. | 113 |
| B.3 Interpretación de la información mutua. | 114 |
| B.4 Estructura de una palabra código sistemática. | 117 |
| B.5 Ilustración de la distancia de Hamming: a) $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \geq 2t + 1$ y b) $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) < 2t + 1$. | 119 |
| B.6 Grafo bipartito. | 123 |

Índice de tablas

| | | |
|-----|--|-----|
| 4.1 | Probabilidades de un falso CS | 65 |
| 5.1 | Definición de parámetros del sistema WDM. | 81 |
| 5.2 | Parámetros generales del sistema usados en las simulaciones. | 82 |
| B.1 | Reglas de adición (+) y multiplicación (\cdot). | 116 |

Siglas

| | |
|-------------|---|
| ADC | <i>Analog to Digital Converter</i> (Conversor Analógico Digital) |
| APP | <i>A Posteriori Probability</i> (Probabilidad A Posteriori) |
| ASE | <i>Amplified Spontaneous Emission</i> (Emisión Espontánea Amplificada) |
| ASIC | <i>Application Specific Integrated Circuit</i> (Circuito Integrado de Aplicación Específica) |
| AWGN | <i>Additive White Gaussian Noise</i> (Ruido Blanco Aditivo Gaussiano) |
| BCH | <i>Bose-Chaudhuri-Hocquenghem</i> |
| BCJR | <i>Bahl-Cocke-Jelinek-Raviv</i> |
| BER | <i>Bit Error Rate</i> (Tasa de Error de Bit) |
| BPA | <i>Belief Propagation Algorithm</i> (Algoritmo de Propagación de Creencia) |
| BPS | <i>Blind Phase Search</i> (Búsqueda de Fase a Ciegas) |
| BTC | <i>Block Turbo Codes</i> (Turbo Códigos en Bloque) |
| CCR | <i>Coarse Carrier Recovery</i> (Recuperación Gruesa de Portadora) |
| CD | <i>Chromatic Dispersion</i> (Dispersión Cromática) |
| CMA | <i>Constant Modulus Algorithm</i> (Algoritmo de Módulo Constante) |
| CPR | <i>Carrier Phase Recovery</i> (Recuperación de Fase de Portadora) |
| CS | <i>Cycle Slip</i> (Deslizamiento de Fase) |
| CSC | <i>Cycle Slip Corrector</i> (Corrector de Deslizamientos de Fase) |
| DAC | <i>Digital to Analog Converter</i> (Conversor Digital a Analógico) |
| DCF | <i>Dispersion-Compensating Fiber</i> (Fibra de Compensación de Dispersión) |
| DFB | <i>Distributed Feedback Laser</i> (Láser de Realimentación Distribuida) |
| DGD | <i>Differential Group Delay</i> (Retardo de Grupo Diferencial) |
| DMT | <i>Dispersion-Managed Transmission</i> (Transmisión con Gestión de la Dispersión) |
| DPLL | <i>Digital Phase-Locked Loop</i> (Lazo de Enganche de Fase Digital) |
| DSP | <i>Digital Signal Processing</i> (Procesamiento Digital de Señal) |
| DWDM | <i>Dense Wavelength Division Multiplexing</i> (Multiplexado por División de Longitud de Onda Denso) |
| ECC | <i>Error Correcting Codes</i> (Códigos de Corrección de Errores) |
| ECL | <i>External Cavity Laser</i> (Láser de Cavidad Externa) |
| EDC | <i>Electronic Dispersion Compensation</i> (Compensación Electrónica de Dispersión) |
| EDFA | <i>Erbium Doped Fiber Amplifier</i> (Amplificador de Fibra Dopada con Erblio) |
| FDE | <i>Frequency Domain Equalization</i> (Ecuación en el Dominio de la Frecuencia) |
| FEC | <i>Forward Error Correction</i> (Corrección de Errores hacia Adelante) |
| FFE | <i>Feed-Forward Equalizer</i> (Ecuación Alimentado hacia Adelante) |
| FG | <i>Factor Graph</i> (Grafo Factorial) |

| | |
|--------------|--|
| FWM | <i>Four-Wave Mixing</i> (Mezcla de Cuatro Ondas) |
| GN | <i>Gaussian-Noise</i> (Ruido Gaussiano) |
| IID | <i>Independientes Identicamente Distribuidas</i> |
| IM/DD | <i>Intensity Modulation / Direct Detection</i> (Modulación de Intensidad y Detección Directa) |
| JDD | <i>Joint Demapping and Decoding</i> (Demapeo y Decodificación Conjunta) |
| JIDD | <i>Joint Iterative Detection and Decoding</i> (Detección y Decodificación Conjunta Iterativa) |
| LDPC | <i>Low Density Parity Check</i> (Chequeo de Paridad de Baja Densidad) |
| LLR | <i>Log-Likelihood Ratio</i> (Logaritmo de la Relación de Verosimilitud) |
| LMS | <i>Least-Mean-Square</i> (Mínimos Cuadrados Medio) |
| LO | <i>Local Oscillator</i> (Oscilador Local) |
| LUT | <i>Lookup Table</i> (Tabla de Búsqueda) |
| MAP | <i>Maximum A Posteriori</i> (Máximo a Posteriori) |
| MIMO | <i>Multiple Input Multiple Output</i> (Múltiples Entradas Múltiples Salidas) |
| MPA | <i>Message Passing Algorithm</i> (Algoritmo de Paso de Mensajes) |
| NCG | <i>Net Coding Gain</i> (Ganancia de Codificación Neta) |
| NLI | <i>Nonlinear Interference</i> (Interferencia No Lineal) |
| NLPN | <i>Nonlinear Phase Noise</i> (Ruido de Fase No Lineal) |
| OCT | <i>Optical Channel Throughput</i> (Velocidad Real de Transporte de Datos del Canal Óptico) |
| OFDM | <i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i> (Multiplexación por División de Frecuencias Ortogonales) |
| OOK | <i>On-Off Keying</i> (Manipulación de Encendido-Apagado) |
| OSNR | <i>Optical Signal to Noise Ratio</i> (Relación Señal a Ruido Óptica) |
| OTN | <i>Optical Transport Network</i> (Red Óptica de Transporte) |
| PBC | <i>Polarization Beam Combiner</i> (Combinador de Haz de Polarización) |
| PBS | <i>Polarizing Beam Splitter</i> (Divisor de Haz de Polarización) |
| PCD | <i>Polarization-dependent Chromatic Dispersion</i> (Dispersión Cromática Dependiente de la Polarización) |
| PDF | <i>Probability Density Function</i> (Función de Densidad de Probabilidad) |
| PDL | <i>Polarization Dependent Loss</i> (Pérdida Dependiente de la Polarización) |
| PDM | <i>Polarization Division Multiplexing</i> (Multiplexación por División de Polarización) |
| PLL | <i>Phase-Lock Loop</i> (Lazo de Enganche en Fase) |
| PMD | <i>Polarization Mode Dispersion</i> (Dispersión por Modo de Polarización) |
| PSK | <i>Phase Shift Keying</i> (Modulación por Desplazamiento de Fase) |
| PSP | <i>Principal States of Polarization</i> (Estados Principales de Polarización) |
| QAM | <i>Quadrature Amplitude Modulation</i> (Modulación en Amplitud y Cuadratura de Fase) |
| RS | <i>Reed-Solomon</i> |
| SC | <i>Spatially Coupled</i> (Especialmente Acoplados) |
| SDD | <i>Soft-Decision Demapper</i> (Demapeador de Decisión Blanda) |
| SISO | <i>Soft Input Soft Output</i> (Entrada Blanda Salida Blanda) |

| | |
|--------------|---|
| SNR | <i>Signal to Noise Ratio</i> (Relación Señal a Ruido) |
| SOPMD | <i>Second Order Polarization Mode Dispersion</i> (Dispersión por Modo de Polarización de Segundo Orden) |
| SPA | <i>Sum-Product Algorithm</i> (Algoritmo Suma Producto) |
| SPM | <i>Self-Phase Modulation</i> (Automodulación de Fase) |
| TDHM | <i>Time Domain Hybrid Modulation</i> (Modulación Híbrida en el Dominio del Tiempo) |
| TIA | <i>Transimpedance Amplifier</i> (Amplificador de Transimpedancia) |
| TPC | <i>Turbo Product Codes</i> (Turbo Códigos Producto) |
| TR | <i>Timing Recovery</i> (Recuperación de Sincronismo) |
| UIT | <i>Unión Internacional de Telecomunicaciones</i> |
| UT | <i>Uncompensated Transmission</i> (Transmisión No Compensada) |
| VV | <i>Viterbi and Viterbi</i> (Viterbi y Viterbi) |
| WD | <i>Windowed Decoding</i> (Decodificación mediante Ventana) |
| WDM | <i>Wavelength Division Multiplexing</i> (Multiplexación por División de Longitud de Onda) |
| XPM | <i>Cross-Phase Modulation</i> (Modulación Cruzada de Fase) |

Variables de Ecuaciones

| | |
|--------------|--|
| M | Número de símbolos que componen la modulación |
| k | Número de bits codificados en un símbolo de información |
| T | Período de símbolo o baudio [s] |
| L_s | Longitud del tramo de fibra |
| D | Coefficiente de dispersión |
| N | Media longitud de un filtro FIR, de un total de $2N+1$ |
| N_s | Número de tramos del enlace óptico |
| B | Número de fases de prueba empleado por el algoritmo BPS |
| $s(t), s_n$ | Símbolo de información |
| b_k | Bits de información |
| $g(t)$ | Filtro de conformación pulso |
| $E_s(t)$ | Campo eléctrico de la señal óptica transmitida [V/m] |
| $E_o(t)$ | Campo eléctrico del oscilador local láser [V/m] |
| $E_k(t)$ | Campo eléctrico de la señal óptica a la entrada de los foto-diodos [V/m] |
| $N(t)$ | Campo eléctrico del ruido ASE [V/m] |
| ω_s | Frecuencia angular de la portadora láser transmitida [rad/s] |
| ω_o | Frecuencia angular del oscilador láser local [rad/s] |
| f_s | Frecuencia de la portadora láser transmitida [Hz] |
| f_o | Frecuencia del oscilador láser local [Hz] |
| $P_k(t)$ | Señal eléctrica de salida en los foto-diodos [V^2/m^2] |
| S_D | Responsividad del foto-diodo |
| $r(t), r_k$ | Señal recibida de información más ruido |
| A_p | Amplitud de la fluctuación en frecuencia de la portadora [Hz] |
| Δf_c | Frecuencia de la fluctuación en frecuencia de la portadora [Hz] |
| $\Delta\nu$ | Ancho de línea del espectro de luz del oscilador láser [Hz] |
| $h\nu$ | Energía del fotón [eV] |

Capítulo 1

Introducción

Síntesis: En el presente capítulo se introducen los diferentes aspectos que han motivado el desarrollo de esta Tesis. Luego, se revisa el estado del arte en donde es posible tomar contacto con las problemáticas actuales del área de desarrollo de este trabajo. Finalmente, se presentan los objetivos y las contribuciones realizadas a lo largo de esta Tesis.

1.1 Introducción

Los canales ópticos se han convertido en el medio preferido por los sistemas de comunicación digital de alto desempeño. La posibilidad de transmitir luz sobre largas distancias con un muy alto ancho de banda, baja atenuación y gran inmunidad a interferencias externas, consolidaron a la fibra óptica como un medio prácticamente *ideal*. Esto alentó el tendido de grandes redes de fibra óptica, las cuales se convirtieron en muy poco tiempo en verdaderas autopistas de información digital. Los primeros equipos de comunicaciones comerciales para fibra óptica empleaban en el receptor un fotodiodo para detectar la presencia o no de energía lumínica. Estos sistemas generalmente usaban esquemas simples de modulación como la manipulación de encendido-apagado (OOK, del inglés *On-Off Keying*) [1].

El desafío inmediato que tuvo la industria de las comunicaciones fue la transmisión por fibra a velocidades de 40 Gb/s. Para alcanzar esta velocidad fue necesario recurrir al empleo de modulaciones con mayor eficiencia espectral que OOK, como por ejemplo los esquemas de modulación en fase y en cuadratura con *receptores coherentes* [2]. La detección coherente tiene la enorme ventaja de poder obtener toda la información presente en el dominio óptico que llega al receptor, algo imposible para la simple detección directa de intensidad utilizada comercialmente durante muchos años.

Entre los principales problemas para la transmisión a muy alta velocidad (≥ 40 Gb/s) en sistemas coherentes por enlaces de fibra óptica de gran longitud (> 500 km), se pueden mencionar los originados por el ruido de fase, ruido de emisión espontánea, dispersión cromática (CD, del inglés *Chromatic Dispersion*), dispersión por modo de polarización (PMD, del inglés *Polarization Dependent Mode*), etc. [1]. Por otro lado, la transmisión a alta velocidad en canales limitados en banda usando una portadora única, requiere el empleo de esquemas de codificación-modulación con múltiples niveles. Teniendo en cuenta la alta dispersión y el elevado nivel de ruido presentes en los enlaces de gran longitud, se puede inferir el importante desafío que representa el empleo de estos esquemas de modulación multiniveles con portadora única y compensación de la dispersión en canales de fibras ópticas. Las siguientes tareas constituyen algunas de las principales requeridas en la transmisión coherente a través de canales de fibra óptica:

- recuperación de portadora,
- codificación (códigos de corrección de errores).

A continuación se presenta una breve descripción de las problemáticas existentes en cada una de las etapas mencionadas.

1.1.1 Recuperación de Portadora

El aumento en la demanda de ancho de banda proyectado para los próximos años (por ejemplo, ≥ 100 Gb/s) ha establecido las bases para la próxima generación de las redes ópticas de transporte (OTN, del inglés *Optical Transport Network*). De esta manera surge un renovado interés en la detección coherente que permite el empleo de técnicas de modulación espectralmente eficientes, como la detección y modulación por desplazamiento de fase (PSK, del inglés *Phase Shift Keying*) y modulación de amplitud en cuadratura (QAM, del inglés *Quadrature Amplitude Modulation*) [3]. Más precisamente, la conjunción entre (i) detección coherente intradina, (ii) multiplexación por división de polarización (PDM, del inglés *Polarization Division Multiplexing*) 16-QAM y (iii) compensación electrónica de la dispersión (EDC, del inglés *Electronic Dispersion Compensation*) [2, 4] permiten alcanzar una buena solución en cuanto a eficiencia espectral, minimización de las distorsiones no lineales y la posibilidad de compensar por completo sin penalidad la dispersión de la fibra [2]. En otras palabras, todos estos

aspectos se pueden resumir en un receptor con una mayor sensibilidad en comparación con los esquemas de modulación de intensidad y detección directa (IM/DD, del inglés *Intensity Modulation / Direct Detection*) [5].

En años recientes se ha observado que la inestabilidad de la frecuencia del láser, causada por vibraciones mecánicas, degrada significativamente el rendimiento de algoritmos de recuperación de fase de portadora (CPR, del inglés *Carrier Phase Recovery*) [6]. Otros efectos tales como el ruido de la fuente de alimentación también pueden introducir fluctuaciones de frecuencia del láser, las cuales se modelan como una modulación de frecuencia con una senoide de amplitud grande (por ejemplo, ~ 500 MHz) y baja frecuencia (por ejemplo, ≤ 35 kHz). Por otro lado, la alta tasa de símbolos requerida para los próximos sistemas de comunicaciones requiere el uso de técnicas de procesamiento en paralelo para la operación del receptor.

Contemporáneamente con [6] se ha demostrado en [7] que una arquitectura paralela de recuperación de fase, basada en un lazo de enganche de fase digital (DPLL, del inglés *Digital Phase-Locked Loop*) de baja latencia seguida de un esquema directo de CPR, ofrece un excelente equilibrio entre complejidad y rendimiento para receptores coherentes en presencia de ruido de fase del láser, fluctuaciones de frecuencia sinusoidal, y desplazamiento de frecuencia.

Uno de los problemas críticos de los receptores coherentes consiste en detectar correctamente la constelación, ya que la misma puede decodificarse rotada lo que resultaría en una continua ráfaga de errores. La integración de técnicas de tramado o *framing* de protocolos permite reconocer patrones periódicos y en función de los mismos, compensar la rotación de la constelación.

Desafortunadamente, errores en la estimación de la fase de la portadora en esquemas de modulación que emplean constelaciones que tienen simetría rotacional (por ejemplo, QPSK o QAM), pueden provocar deslizamientos o saltos de fase (CS, del inglés *Cycle Slip*) [8]. Después que se produce un CS, se generan ráfagas de errores que no pueden corregirse mediante corrección de errores hacia adelante (FEC, del inglés *Forward Error Correction*) [8]. Para combatir este efecto catastrófico, se utiliza normalmente *modulación diferencial*. En esquemas de modulación diferencial, la información se transmite como la diferencia de fase entre dos símbolos consecutivos. Por lo tanto, el efecto de los CS no se traduce en errores de bits *catastróficos*. Mientras esta opción proporciona una solución al problema de CS, genera una penalidad en la relación señal-ruido (SNR, del inglés *Signal-to-Noise Ratio*) en comparación con esquemas no diferenciales. Por ejemplo, una penalización de 1,2 dB (post-FEC) ha sido reportado para modulación QPSK diferencial (DQPSK) [9]. Para mitigar el problema de CS se puede recurrir a la utilización de símbolos piloto para mejorar el desempeño del sistema. Sin embargo, estas técnicas poseen todavía una penalidad intrínseca generada por la redundancia adicional (*overhead*) requerida para transmitir los símbolos pilotos. En la actualidad existe un gran interés en desarrollar técnicas de detección que procuren minimizar (o incluso eliminar) el *overhead* causado por la transmisión de símbolos piloto. Este interés genera una excelente oportunidad para una contribución original.

1.1.2 Codificación

Para satisfacer el crecimiento proyectado de la demanda [10], es necesario aumentar las velocidades de transmisión en los enlaces existentes. En particular, en los últimos años los sistemas de comunicaciones por fibra óptica han experimentado un espectacular crecimiento gracias a los avances realizados en la tecnología de fabricación de circuitos integrados. Estos avances permitieron la aplicación en chips de elaboradas técnicas de procesamiento digital de señales para compensar las imperfecciones introducidas por el canal de comunicaciones: dispersión y ruido. En general, para combatir las imperfecciones

del canal se emplean sistemas de ecualización y esquemas para el control de errores. En forma resumida, se puede decir que la ecualización permite compensar la dispersión del pulso introducida por el canal, mientras que el control de errores procura combatir los problemas originados por el ruido. A continuación se enfoca la discusión en esta última técnica, es decir, en el control de errores. Entre los esquemas para el control de errores se encuentran los códigos de corrección de errores (ECC, del inglés *Error Correcting Codes*). Estos códigos se emplean en la mayoría de los sistemas de comunicaciones para disminuir la tasa de error de bits (BER, del inglés *Bit Error Rate*). Un código de corrección de errores agrega a la información original, algunos bits de redundancia los cuales le permiten al receptor detectar y/o corregir errores [11]. La relación entre el número de bits de información y el número total de bits (esto es, información más redundancia) se conoce como la tasa del código y constituye un parámetro muy importante en la selección/diseño de un ECC. En enlaces ópticos comerciales se emplean códigos de alta tasa (por ejemplo, un valor de redundancia típico es del 7%) con técnicas de decodificación dura (o *hard-decoding*). Recientemente, con el objetivo de incrementar las velocidades en los enlaces, se propusieron algunos esquemas de codificación que proveen una ganancia mayor a expensas de un aumento en la redundancia del código y en la complejidad de implementación. En este punto es importante resaltar la relación entre la velocidad de transmisión y la ganancia del código: a medida que aumenta la velocidad de símbolos (esto es, aumenta el ancho de banda de la señal) se necesitan códigos con una mayor ganancia para compensar la degradación originada por el aumento de la potencia de ruido. Para los futuros sistemas de comunicaciones por fibra óptica se prevén velocidades >100 Gb/s. Para poder satisfacer este aumento en la velocidad de transmisión y mantener las tasas de error de bits según lo requerido por las aplicaciones, se requiere:

- diseñar ECC con mayores ganancias: el incremento de la velocidad de símbolos requiere compensar el aumento del ruido;
- elaborar nuevos algoritmos para decodificación blanda (*soft-decoding*): el empleo de más niveles en la señal de entrada resulta crucial para alcanzar mayores ganancias de códigos;
- diseñar arquitecturas de implementación que hagan posible su incorporación en circuitos integrados de alta escala de integración.

Los rápidos avances en electrónica permiten prever que en el futuro se podrán implementar códigos más potentes y poder así brindar soluciones a los tres problemas mencionados anteriormente. Implementar códigos de complejidad razonable que proporcionen mayor capacidad de corrección de errores, constituye un importante desafío para los investigadores de sistemas de comunicaciones. A su vez, hacer posible que los mismos operen a las velocidades que impone el constante crecimiento del mercado, ofrece una excelente oportunidad para poder realizar contribuciones originales e innovadoras.

A continuación se realiza un breve resumen de la evolución de los sistemas de corrección de errores empleados en comunicaciones ópticas. Los sistemas de comunicaciones por fibra óptica estandarizados por la Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT) emplean códigos concatenados Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) / Reed-Solomon (RS) [12, 13]. El código RS(255,239) en particular ha sido usado en un amplio rango de sistemas de comunicaciones de larga distancia, este es considerado comúnmente como primera generación de FEC [14, 15]. Los esquemas FEC elementales (BCH, RS, o códigos convolucionales) se pueden combinar para diseñar esquemas FEC más poderosos, como por ejemplo el código RS(255,239)+RS(255,233). Varias clases de códigos concatenados están listados en la UIT-T G975.1. Diferentes esquemas de concatenación, tales como la concatenación de dos códigos RS o la concatenación de RS y códigos convolucionales, son considerados generalmente como la segunda generación de FEC [14]. Recientemente, han generado significativa atención

en investigación los códigos con decodificación iterativa, tales como turbo códigos [13, 16, 17, 14] y códigos de chequeo de paridad de baja densidad (LDPC, del inglés *Low Density Parity Check*) [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]. En [17], Sab y Lemarie propusieron un esquema FEC basado en turbo códigos en bloque (BTC, del inglés *Block Turbo Codes*) también conocidos como turbo códigos producto (TPC, del inglés *Turbo Product Codes*) para transmisiones ópticas de larga distancia. En publicaciones recientes [18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25], se ha mostrado que los códigos LDPC superan a los TPC en términos de desempeño de BER. La complejidad de estos códigos es comparable con la de los TPC y es significativamente menor que la de los turbo códigos concatenados serie/paralelo. Por las razones mencionadas anteriormente, el código LDPC es una elección viable y atractiva para los esquemas FEC de los sistemas de transmisión óptica de 100 Gb/s. En comunicaciones ópticas se hace referencia a los códigos de decodificación blanda iterativa (códigos turbo y LDPC), también conocidos como códigos sobre grafos, como tercera generación de FEC [14, 28].

Los códigos sobre grafos han revolucionado las comunicaciones y se están convirtiendo en estándar en muchas aplicaciones. Los códigos LDPC, inventados por Gallager en 1960 [15], son códigos bloque lineales donde la matriz de chequeo de paridad tiene baja densidad de unos. Los códigos LDPC han generado gran interés en la comunidad de códigos recientemente, y esto ha resultado muy beneficioso para el entendimiento de los diferentes aspectos de los códigos LDPC y su proceso de decodificación. Un decodificador iterativo LDPC basado en el *algoritmo de suma-producto* (SPA, del inglés *Sum-Product Algorithm*) mostró un desempeño a solo 0,0045 dB del límite de Shannon [26]. La moderada complejidad de este decodificador abre nuevas avenidas para su uso en diferentes aplicaciones de alta velocidad, incluyendo comunicaciones ópticas.

La primera generación de esquemas FEC apareció durante 1987-1993 utilizando el código RS(255,239) de tasa 0,93 (redundancia 7 %) y una ganancia de codificación neta (NCG, del inglés *Net Coding Gain*) de 5,8 dB. La segunda generación de FEC fue desarrollada durante 2000-2004, presentando el mejor desempeño un código concatenado de tasa 0,8 (25 % de redundancia) con una ganancia de 9,4 dB [29]. Desde entonces el foco estuvo en los códigos sobre grafos, turbo códigos y LDPC, con NCG potencial de más de 10 dB. Los códigos sobre grafos son comúnmente denominados como tercera generación de FEC para comunicaciones ópticas, como se indicó anteriormente.

Los esquemas de modulación multinivel se están estudiando como una forma eficiente de proveer una solución a las altas demandas de ancho de banda. Cuando se combinan estos esquemas de modulación con codificación de canal se denomina modulación codificada [19, 20].

El advenimiento de los códigos sobre grafos con decodificación de decisión blanda combinados con esquemas de modulación multinivel produjo un gran avance en el campo de las comunicaciones ópticas, pero a la vez abrió nuevos interrogantes ya que el desempeño de este tipo de códigos depende de la información estadística de los datos recibidos y en general están optimizados para asumir que esta información es Gaussiana. Pero la realidad es que luego del procesamiento digital de señal (DSP, del inglés *Digital Signal Processing*) pueden existir raros fenómenos que alejan el desempeño de este ideal y como resultado de esto el código no funcione adecuadamente.

1.2 Sistemas de Alta Eficiencia

En el futuro previsible se vislumbra que aumentará la demanda de tráfico de red, con el reto de satisfacer dicha demanda, manteniendo o reduciendo los costos de la red. Para cumplir este objetivo, el simple aumento de la capacidad no será suficiente, también se debe mejorar la utilización del ancho de banda. Se necesitará una combinación de mejora en la capacidad de transporte mediante un aumento de la eficiencia espectral y de la velocidad binaria junto con una mejor utilización de la red mediante

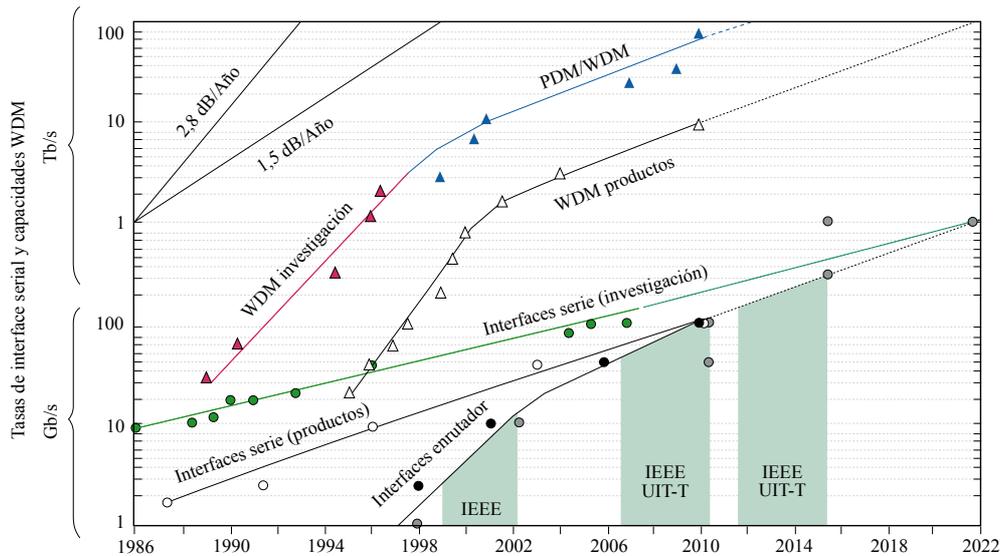


Figura 1.1. Crecimiento histórico de la tasa de bits en serie y la capacidad de los sistemas WDM en investigación y en productos.

la integración de los sub canales eléctricos en el sistema de transmisión. Es fundamental encontrar la forma más inteligente de utilizar la capacidad óptica, ya que los costos de transmisión han disminuido más lentamente que los costos de tratamiento y conmutación.

En una primera instancia se satisfizo esta demanda, gracias al surgimiento de la técnica denominada multiplexación por división de longitud de onda (WDM, del inglés *Wavelength Division Multiplexing*). Esta técnica permite el mayor aprovechamiento del enorme ancho de banda de la fibra. En este esquema se modulan múltiples portadoras ópticas de diferentes longitudes de onda utilizando secuencias de bit independientes, las cuales luego se transmiten sobre la misma fibra.

Sin embargo, rápidamente se saturó la cantidad de canales multiplexados en una misma fibra como se puede apreciar en la Fig. 1.1, dando como resultado que se requiera el empleo de técnicas que permitan maximizar la eficiencia espectral para satisfacer los nuevos incrementos en la demanda de tráfico.

Esto demanda el empleo de técnicas de modulación multinivel. Dichas técnicas requieren una relación señal a ruido óptica (OSNR, del inglés *Optical Signal-to-Noise Ratio*) mayor para poder operar, lo cual termina limitando la capacidad de la fibra. Ya que no se puede incrementar de manera libre la OSNR como consecuencia de los fenómenos no lineales experimentados en la fibra que degradan significativamente el desempeño del sistema. En la siguiente subsección se realiza una descripción del fenómeno no lineal que afecta a las comunicaciones por fibra óptica.

La línea de base para las redes de transporte será de 100 Gb/s PDM-QPSK utilizando un espaciamiento de canal de 50 GHz. Pasar de una disposición de canal multiplexado por división de longitud de onda denso (DWDM, del inglés *Dense Wavelength Division Multiplexing*) fija para soportar una red flexible y supercanales permitirá un espaciamiento de canal más estrecho y debería aumentar la capacidad en un 30 a 50 por ciento. Para distancias más cortas, la modulación de alto orden tal como 16-QAM puede duplicar la capacidad de la red. Para optimizar la eficiencia de la red, se requerirá una arquitectura que combine de forma flexible clientes de menor frecuencia (sub-100 Gb/s) para formar canales (portadores) y luego supercanales.

El tráfico de red ha crecido considerablemente a medida que las aplicaciones de usuario final han evolucionado desde servicios telefónicos a aplicaciones de correo electrónico y web en Internet,

y más recientemente a aplicaciones de vídeo y de nube. Muchos avances en tecnología óptica han permitido un aumento en la capacidad de la fibra de varios órdenes de magnitud en un poco más de dos décadas. Con estas mejoras en la tasa de bits y la eficiencia espectral, la red de transporte óptico ha mantenido el ritmo o incluso superado las necesidades de ancho de banda de las aplicaciones en evolución. La Fig. 1.1 muestra el aumento histórico de la capacidad de los enlaces. A principios de los años noventa, una capacidad de unos pocos cientos de megabits por segundo por enlace en una red de transporte era típica. A medida que el correo electrónico se convirtió en una nueva herramienta de comunicación a mediados de los años noventa, la capacidad de fibra aumentó gradualmente a unos pocos gigabits por segundo, y este crecimiento siguió para satisfacer la popularidad de la web. En la década de 1990, la capacidad de fibra continuó creciendo con el despliegue de transceptores de 10 Gb/s, así como técnicas para multiplexar y amplificar un pequeño número de longitudes de onda (cuatro a ocho) en un solo par de fibras. A principios de los años 2000, el uso de Internet se había convertido en un lugar común, pero las redes mantuvieron el ritmo de crecimiento gracias a la introducción de técnicas de multiplexación de longitud de onda densa que podrían soportar 40, 80 o más longitudes de onda permitiendo capacidades de fibra entre 400 Gb/s y hasta cerca de 1 Tb/s. Este amplio aumento de capacidad ayudó a la red de transporte a soportar las crecientes demandas de los usuarios. Posteriormente, la introducción de canales de 40 Gb/s dio a la red otro impulso de capacidad. Para el año 2010, el uso compartido de video en Internet por aplicaciones como YouTube y otros servicios de video bajo demanda (VOD, del inglés *Video On Demand*) produjo que se comenzara a saturar la capacidad existente de la red. La introducción de nuevos transceptores coherentes de 100 Gb/s en las redes de transporte ha proporcionado otro aumento de la capacidad a aproximadamente 10 Tb/s por fibra. Esto debería satisfacer los requisitos de capacidad a corto plazo, pero viendo más allá, la computación en la nube y otras aplicaciones con demanda de ancho de banda continuarán consumiendo recursos de red y las nuevas técnicas ópticas para aumentar el ancho de banda serán progresivamente más complejas y costosas.

Para aumentar aún más la capacidad dentro de la infraestructura de red de fibra existente, el intervalo de frecuencia entre los canales de 100G podría eliminarse para tener una disposición de canal más condensada. De esta manera se pueden empaquetar muchos portadores ópticos estrechamente juntos para formar un supercanal. Dado que el conjunto de canales (portadoras) se filtra como un solo supercanal, los efectos de filtrado solo se aplican a los bordes del supercanal. El desafío para la implementación de un supercanal es empaquetar estrechamente las subportadoras ópticas mientras se minimizan las interacciones entre las mismas. Para reducir el impacto de la interferencia se han propuesto diversas técnicas, tales como multiplexación ortogonal de división de frecuencia (OFDM, del inglés *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), OFDM óptico y diseño de canal Nyquist. Los canales dentro de un supercanal no necesitan adherirse a la cuadrícula de frecuencia rígida definida por la UIT. Al elevar el límite de separación de canales, una banda óptica puede contener más canales de 100 Gb/s.

La capacidad de la fibra se puede mejorar aumentando la eficiencia espectral de un canal y aumentando el número de canales en una fibra. La eficiencia espectral de canal más alta para una dada OSNR se rige por el límite de Shannon. Cuando se considera la no linealidad de la fibra para una distancia de transmisión, una tasa de símbolos y unas características de fibra dadas, existe una máxima eficiencia espectral de canal que corresponde a una OSNR óptima. Para valores OSNR mayores que los óptimos, la no linealidad de la fibra limita la eficiencia espectral. Basándose en las eficacias espectrales máximas [30], se puede calcular un límite de eficiencia espectral para la fibra monomodo estándar (SSMF, del inglés *Standard Single Mode Fiber*) como una función de la distancia de transmisión.

1.2.1 No Linealidades en Comunicaciones Ópticas

Las transmisiones mediante multiplexación por división de polarización con detección coherente de formatos de modulación espectralmente eficientes y procesamiento de señal digital representan las tecnologías habilitadoras para satisfacer la demanda de alta capacidad requerida por las redes de transporte óptico de larga distancia WDM [2, 31]. Junto con el desarrollo de algoritmos DSP avanzados para la demodulación y detección coherente, la introducción de esquemas de corrección de errores con redundancias del orden del 20 por ciento que se basan en decodificación de decisión blanda y decodificación iterativa y su combinación con formatos de modulación de alto orden es un tema de gran interés de investigación [20, 32]. Debido al reto de los esquemas de modulación codificados que se aproximan a la capacidad con tales niveles de redundancia, la SNR de operación resulta mucho menor que la de los sistemas codificados basados en la decodificación mediante decisión dura con una redundancia de FEC estándar del 7 por ciento. Como es bien sabido, a valores tan bajos de SNR la sincronización portadora puede convertirse en un problema limitante. Uno de los principales inconvenientes de la detección coherente para formatos de modulación de alto orden a baja SNR está representado por su sensibilidad al ruido de fase. En el caso de la propagación lineal, el ruido de fase de la portadora está dominado por el ruido de fase del láser y la degradación del rendimiento debido a sus efectos se evalúa comúnmente mediante el uso de un modelo de proceso de Wiener [33, 34]. Cuando se considera el ruido de fase no lineal (NLPN, del inglés *Nonlinear Phase Noise*) inducido por la interacción de la señal y los ruidos de emisión espontánea amplificada (ASE, del inglés *Amplified Spontaneous Emission*) a través del efecto Kerr, el rendimiento puede ser evaluado analíticamente recurriendo a métodos que se basan en la descripción física de la propagación [35, 36]. Una caracterización estadística de NLPN que permite la evaluación del rendimiento analítico de las señales de fase modulada se da en [35]. El conocimiento de la función de densidad de probabilidad (PDF, del inglés *Probability Density Function*) conjunta de la amplitud y fase de la señal recibida se ha explotado en [36] para derivar las expresiones analíticas de los límites de decisión de máxima verosimilitud asociados a la constelación de la señal PSK recibida y el rendimiento relativo. Vale la pena resaltar que el análisis en [35] se ha derivado para el caso de polarización única tomando en consideración solo las no linealidades inducidas por la interacción de la señal con ruido ASE en su ancho de banda y en los anchos de banda de canales adyacentes, pero sin considerar la distorsión de la forma de onda causada por los canales interferentes vecinos. Los resultados de simulación que se informan en [37] muestran que para la transmisión WDM con un canal de prueba central PDM con modulación mediante desplazamiento de fase en cuadratura (QPSK) la NLPN inducida por la interacción no lineal entre la señal y ASE es un efecto de segundo orden en la determinación de la entidad de mecanismos no lineales, tanto para el caso de transmisión homogénea como para el de transmisión híbrida. Específicamente, en [37] se muestra que en sistemas WDM las no linealidades cruzadas dan lugar a interacciones de canales vecinos de acuerdo con su nivel de potencia y su estado de polarización.

En el caso de la transmisión homogénea, la modulación de la polarización cruzada domina sobre las interacciones no lineales señal-ruido, mientras que en el caso híbrido la modulación cruzada de fase se debe casi totalmente a la excursión de gran intensidad inducida por la modulación de canales adyacentes. Recientemente se ha obtenido un modelo analítico simplificado [38] para facilitar la evaluación de efectos no lineales debidos tanto a la modulación de polarización cruzada como a la modulación de fase cruzada inducida por canales adyacentes. Debido a las dificultades inherentes asociadas al análisis cuando se consideran muchos efectos no lineales, parece no haber sido dada especial atención a la caracterización espectral del ruido de la fase portadora en la literatura existente. De hecho, se

sabe que la línea espectral sometida a NLPN experimenta una distorsión espectral [39]. Dos factores importantes para el diseño de circuitos de recuperación de fase de portadora son el ancho de línea del ruido de fase y el nivel de ASE que es proporcional a la inversa de la SNR [40]. El desarrollo de modelos capaces de capturar y reproducir los efectos a los valores de SNR de interés nos permitiría evaluar el desempeño mediante la ejecución de programas de simulación rápida que no requiera el procesamiento fuera de línea de datos extraídos de experimentos de laboratorio o la descripción física de la propagación. Un reto en el modelado de canales ópticos es la traducción de un modelo de propagación física detallado en una forma que sea adecuada para la simulación. Por el contrario, los modelos paramétricos basados en datos medidos permiten una descripción empírica del ruido de fase portadora en el tiempo y en el dominio de la frecuencia. La caracterización de los procesos aleatorios subyacentes y los espectros de potencia se obtienen ajustando los parámetros del modelo a los datos medidos. En [41] se obtuvo una caracterización empírica de la densidad espectral de potencia del ruido de la fase portadora después de la propagación no lineal. En el mismo se mostró que el modelo de Wiener sigue siendo adecuado para describir efectos del ruido de fase de portadora a valores de SNR que son de interés para la decodificación de decisión blanda de un canal 100G PDM-QPSK WDM después de la propagación no lineal en diferentes escenarios de transmisión. La eficacia del modelo se demostró observando que el rendimiento obtenido a partir de simulaciones basadas en el uso del modelo empírico de Wiener se ajusta al rendimiento extraído mediante el procesamiento de datos experimentales. El hallazgo principal de [41] es la evidencia experimental de que el ancho de línea asociado al ruido de la fase de portadora después de la propagación presenta un ensanchamiento en comparación con su valor nominal definido por los láseres de transmisión y recepción. En el caso de transmisión híbrida se ha observado un ensanchamiento mayor en comparación con el de transmisión homogénea.

El advenimiento de los sistemas de detección coherente soportados por el procesamiento digital de señales ha permitido realizar la compensación electrónica de la dispersión cromática. Esto a su vez ha permitido evitar la compensación de la dispersión óptica en las denominadas transmisiones con gestión de la dispersión (DMT, del inglés *Dispersion-Managed Transmission*), permitiendo así la explotación de la llamada técnica de transmisión no compensada (UT, del inglés *Uncompensated Transmission*). El escenario de UT ha demostrado ser bastante ventajoso de varias maneras. Los repetidores, que no necesitan soportar la inserción de unidades de compensación de dispersión, se han vuelto más simples y, por lo tanto, más económicos y de mejor rendimiento. Más importante aún, se reconoció desde el principio que los enlaces basados en UT son menos afectados por la no linealidad que los enlaces DMT. Como resultado, UT se ha convertido en la solución preferida para nuevas instalaciones, así como para revisar y mejorar los enlaces existentes donde la remoción de DMT es práctica y económicamente factible.

Por último, como un subproducto más sutil de la adopción de la UT, se ha reconocido que ciertos modelos perturbativos de la propagación no lineal de la fibra, que no funcionaron satisfactoriamente con DMT, pueden proporcionar una predicción del rendimiento del sistema bastante precisa con UT. En particular, la reconsideración reciente y la extensión de los esfuerzos de modelización anteriores ha llevado a la formalización del llamado modelo de ruido Gaussiano (GN, del inglés *Gaussian-Noise*) [42]. El modelo GN es solo uno de varios modelos perturbativos que se han propuesto a lo largo de los años. Sin embargo, el modelo GN ha demostrado ser una herramienta relativamente simple y, al mismo tiempo, suficientemente fiable para la predicción del rendimiento en una amplia gama de escenarios del sistema, eficaz tanto para el análisis como para el diseño del sistema.

En general, el esfuerzo de modelización de la no linealidad de la fibra está lejos de terminar y los nuevos modelos o variaciones de los ya existentes se están publicando a un ritmo creciente. Este es

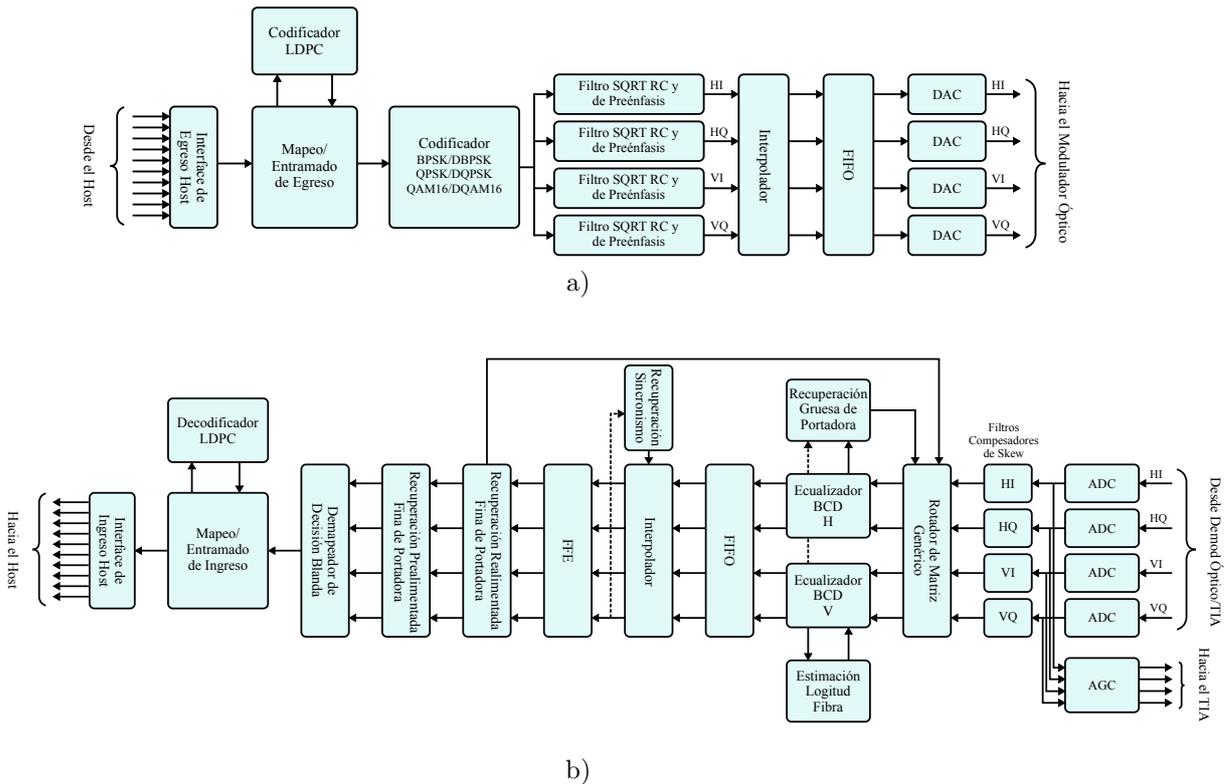


Figura 1.2. Diagrama en bloques del DSP: a) Tx y b) Rx.

un proceso positivo y ciertamente los próximos años verán mejoras continuas y refinamiento, lo que probablemente conduzca a modelos cada vez más eficaces.

Ceñido a los fenómenos descritos por los dos modelos detallados anteriormente se puede avizorar la necesidad de códigos de alta ganancia y esquemas robustos de compensación de fase, un enfoque global de esta solución puede aportar las condiciones necesarias para abordar el problema.

1.3 Procesamiento Digital de Señal y Detección Coherente

La integración del procesamiento digital de señal en transceptores es obligatoria en implementaciones que utilizan amplitud compleja y técnicas de modulación de fase [43]. La Fig. 1.2 muestra el diagrama de bloques de un circuito integrado de aplicación específica (ASIC, del inglés *Application-Specific Integrated Circuit*) DSP típico. El procesamiento de señales se aplica en la vía de recepción y se combina con convertidores de señal analógica a digital (ADC, del inglés *Analog-to-Digital Converter*) en el receptor para posibilitar la detección coherente. En la vía de transmisión se utilizan procesadores de señales y convertidores de señal digital a analógica (DAC, del inglés *Digital-to-Analog Converter*) para simplificar la implementación de formatos de modulación multinivel, como QAM. El procesamiento de la señal del transmisor también se puede usar para reducir el ancho de banda de la señal mediante filtrado con una función coseno realzado de manera que los canales se pueden espaciar más estrechamente para formar un supercanal Nyquist. Un ASIC CMOS completamente integrado (alrededor de 100 millones de compuertas) es la única solución práctica debido a la muy alta interconexión de gran ancho de banda requerida entre el ADC y la lógica del núcleo DSP. Para el caso de PDM-QPSK de 100 Gb/s, 4 carriles (dos polarizaciones complejas) que requieren 32 Gsímbolos/s con 2 muestras/símbolo y 8 b/muestra requieren 2.048 Tb/s de ancho de banda entre el ADC y la lógica del núcleo DSP.

En la Fig. 1.2, el DSP ASIC está compuesto de bloques que incluyen E/S de cliente con tramado, funciones de procesamiento de señal y bloques ADC y DAC. El procesamiento de señal incluye un ecualizador fijo que se utiliza principalmente para la compensación de dispersión cromática y un ecualizador adaptativo que se utiliza para la demultiplexación de polarización y la compensación de PMD. Otras funciones de procesamiento de señales incluyen sincronización de muestreo, compensación de frecuencia y recuperación de fase portadora. A veces se utiliza una señal de entrenamiento (menos del 1 por ciento de redundancia) para medir la dispersión cromática y el desplazamiento de frecuencia inicial. Con la introducción del ADC y DSP, la señal se representa con múltiples bits que están disponibles después del ADC, esto posibilita el empleo de un esquema FEC con decodificación mediante decisión blanda. El decodificador de decisión blanda utiliza información adicional para proporcionar una indicación más granular de la señal entrante. El decodificador determina si la señal entrante es uno o cero basándose en un umbral y un factor de confianza estadística. Para el FEC de decisión blanda, se puede lograr una ganancia neta de codificación de aproximadamente 11,3 dB con una redundancia del 20 por ciento.

Hasta la fecha, solo las funciones de compensación lineal como la dispersión cromática y la dispersión del modo de polarización están disponibles en DSP ASIC [43]. Mientras que la distorsión de la forma de onda puede ser totalmente compensada por el DSP lineal ASIC, el sistema está ahora limitado por la tolerancia de OSNR. Es necesario mejorar los algoritmos FEC, pero al mismo tiempo, la ganancia de codificación neta se aproxima al límite teórico de Shannon y, por lo tanto, es difícil mejorar significativamente el FEC. Una forma es aumentar la potencia de salida óptica reduciendo la penalización de los impedimentos no lineales. Estos impedimentos no lineales pueden reducirse utilizando varios enfoques que incluyen la precompensación en el transmisor, la propagación hacia atrás digital, o cancelación de diafonía utilizando tonos piloto. Estas técnicas reducen el impacto de la auto modulación de fase y la modulación cruzada de fase, pero los beneficios y complejidades de implementación de estos métodos son aún fuente de investigación. El rendimiento dinámico y estático es importante para las redes reales. El rendimiento dinámico de este tipo de receptores se ha verificado en pruebas de transmisión de campo [44] para un seguimiento rápido de polarización (superior a una velocidad de rotación de polarización de 50 kHz) y recuperación de señal (menos de 15 ms) de conmutación de protección de capa óptica.

Para formatos de modulación QPSK y de alto nivel tales como QAM, el ruido de fase puede inducir deslizamientos de fase que causan la pérdida de la referencia de fase en el receptor. Este problema puede ser grave en los enlaces con manejo de dispersión convencionales con canales vecinos de 10 Gb/s. Se puede usar codificación diferencial para mitigar los deslizamientos de fase en lugar de una referencia de fase absoluta, pero hay una penalización. Dado que la referencia es relativa, la tasa de error se duplica efectivamente, pero los errores no se propagan (más allá del único error causado por un deslizamiento de fase). Las técnicas para reducir la penalización mediante la integración de la función de codificación diferencial con el FEC o el uso de secuencias de entrenamiento para resincronizar después de un deslizamiento de fase pueden mejorar el rendimiento de OSNR.

1.4 Definición del Problema

En los sistemas de comunicaciones ópticas coherentes, una de las tareas claves de los receptores es la de recuperación de portadora. Se requiere efectuar dicha tarea debido a los fenómenos de corrimiento de frecuencia, fluctuaciones de frecuencia y por otro lado para compensar el ruido de fase.

La estimación de estos parámetros en escenarios codificados como los considerados en este trabajo encuentra una dificultad extra. Esto se debe a que los códigos de decodificación de decisión blanda de

alta ganancia utilizados en la actualidad, permiten operar al sistema en condiciones de baja OSNR (muy ruidosos) exigiendo el DSP al límite de sus capacidades. En tales casos se obtiene una considerable degradación, como consecuencia que se tenga que realizar la estimación en dicho escenario. Por este motivo, el enfoque utilizado en la actualidad de abordar la solución de forma independiente, es decir desacoplada de la etapa de corrección de errores no parece ser la más efectiva.

Cuando se emplean constelaciones de alto orden se requieren altos valores de OSNR para lo cual se debe transmitir una potencia considerable que producirá efectos no lineales sobre la fibra. Como se presentó en la sección anterior estos se manifestarán como un ruido Gaussiano adicional si se trata de enlaces no compensados ó un ruido de fase adicional en los casos de enlaces con manejo de dispersión. De manera que ambos casos son adversos para la tarea de recuperación de portadora. En dichas condiciones los esquemas clásicos basados en técnicas particionadas pueden fallar. Por ende se van a necesitar nuevas propuestas para hacer frente a estos escenarios de trabajo. Estos fenómenos abren nuevos interrogantes y demandan soluciones que permitan el empleo de transceptores coherentes con códigos de alta ganancia.

A continuación, se presenta un breve repaso sobre algunas de las técnicas propuestas en la bibliografía. Los algoritmos encargados de realizar la recuperación de portadora sufren de problemas de saltos o desplazamientos de fase debido a la simetría de la constelación [8]. La ocurrencia de un CS implica que la fase se encuentra desplazada de la fase correcta en un múltiplo del ángulo de simetría de la constelación, lo que produce que todos los símbolos detectados sean erróneos y no puedan ser decodificados correctamente. Una forma de combatir este fenómeno es el uso de modulación diferencial, ya que en dicho esquema la información se encuentra contenida en la diferencia de fase de símbolos consecutivos y de esta manera los CS producidos en el receptor no representan un problema. Sin embargo, los esquemas diferenciales tienen una penalidad en términos de SNR con respecto a su contraparte no diferencial, degradando la sensibilidad del receptor. Muchas veces esto no es tolerable en los sistemas codificados de alta ganancia, donde se coloca un código de gran rendimiento para obtener la mayor ganancia, y conseguir así el máximo alcance sobre un determinado enlace. De esta manera, resulta inadmisibles perder valiosos dB debido al tipo de modulación utilizado. Esto abre la posibilidad de realizar algún aporte que permita reducir la brecha de desempeño con respecto al esquema no diferencial.

Otra opción es utilizar modulación no diferencial, en este caso el problema de CS se vuelve crítico, por lo cual se torna imperativo contar con alguna técnica que permita compensar este fenómeno. Una posibilidad es la inclusión de símbolos piloto que permitan determinar la presencia de los CS. Sin embargo, existe el inconveniente de que no se puede detectar el punto exacto entre los símbolos piloto donde ocurrió el CS, y por ende los errores residuales pueden tener un impacto significativo en el desempeño del código. En [45] se propuso un esquema que realiza una estimación de la posición del CS, sin embargo en dicho trabajo no se analizó su rendimiento post-FEC, el cual puede diferir significativamente del rendimiento pre-FEC. Se vislumbra la oportunidad de realizar un aporte teniendo en cuenta los resultados post-FEC los cuales constituyen la principal medida de interés.

Con el objetivo de construir un sistema más robusto se han propuesto en la literatura esquemas que emplean una etapa CPR basada en el algoritmo de Viterbi y Viterbi (VV) seguido por una segunda etapa que realiza detección y decodificación conjunta iterativamente [46, 47], los cuales aprovechan el poder del código para mejorar los resultados, en el caso de [46] también se vale del empleo de símbolos piloto. Sin embargo estos sistemas utilizan un CPR explícito y de esta manera los CS no se pueden evitar y su tasa de ocurrencia, relacionada con la potencia del ruido de fase, tendrá impacto sobre el desempeño del sistema. De esta manera, sus bondades quedan supeditadas al desempeño del algoritmo que se encargue de la compensación de la fase de portadora. Por lo que sería interesante una propuesta

que tenga en cuenta la tarea de recuperación de fase dentro del esquema conjunto iterativo.

A pesar de la robustez de estos esquemas, muchas veces el ancho de banda adicional requerido por la inserción de símbolos piloto no puede ser tolerado por los sistemas ópticos. Para evitar esto y no caer en los problemas mencionados previamente con la modulación diferencial, se han propuesto recientemente esquemas que presentan una referencia de fase absoluta, evitando así el problema de CS [48]. La contra de dicha propuesta es que la redundancia requerida para su implementación termina superando en gran medida la requerida por los símbolos piloto. Una alternativa que no requiera una redundancia tan significativa resultaría más apropiada para el problema que se intenta abordar.

1.5 Motivación

La electrónica de alta velocidad actual permite aplicar un procesamiento y codificación de señales muy sofisticados, incluso a velocidades de datos extremadamente altas. Los sistemas de corrección de errores para fibra óptica típicamente aplican o adaptan los códigos binarios de corrección de errores conocidos, de una manera que es esencialmente independiente de otros subsistemas (por ejemplo, la modulación). En otras áreas de comunicaciones (por ejemplo, inalámbricas) se utiliza un enfoque más holístico: el diseño del sistema de codificación de control de errores implica una combinación juiciosa de esquema de codificación, modulación, ecualización de canal, algoritmo de decodificación, etc., incorporando los muchos grados de libertad disponibles para el diseñador del sistema. Utilizando este tipo de enfoque, en los últimos años se han ideado esquemas de codificación con una razonable complejidad de decodificación que se aproximan a los límites fundamentales de muchos canales clásicos (como el canal aditivo de ruido Gaussiano blanco) y se han implementado con éxito en una variedad de comunicaciones inalámbricas y sistemas por cable. La situación en las comunicaciones de fibra óptica está menos desarrollada. Esto se debe a que no se conocen límites fundamentales unificados y rigurosos y no está claro que los esquemas de codificación diseñados para canales clásicos necesariamente den rendimiento óptimo cuando se aplican sin modificación al canal de fibra óptica.

De lo anteriormente descrito se puede apreciar que el mundo de las comunicaciones ópticas y de los códigos de corrección de errores mediante decodificación por decisión blanda se han ido desarrollando por carriles paralelos y en los últimos años se han vinculado mutuamente. Por este motivo es de esperar que dicho acoplamiento no sea del todo suave y algunos inconvenientes surjan en la transición. Por ejemplo los códigos se analizan para modelos de canal bien determinados y simples, y por otro lado en las comunicaciones ópticas solo se pretende alcanzar un cierto umbral de BER a partir del cual el código corrector de errores puede corregir. Pero al acoplar estas dos realidades aparecen los desajustes, es decir aparecen efectos que no han sido descritos por los modelos de canal sencillos del área de códigos y la medida de BER pre-FEC ya no alcanza como único indicador. Por este motivo se deben desarrollar técnicas que permitan una operación adecuada de los códigos correctores de errores basados en decisiones blandas en los sistemas de comunicaciones ópticas.

1.5.1 Objetivos

El objetivo de esta Tesis se enfoca en el desarrollo de técnicas que permitan realizar transmisiones de muy alta velocidad haciendo un uso efectivo del canal de comunicaciones. El objetivo específico consiste en la exploración y desarrollo de técnicas que permitan abordar de manera integral las operaciones de recuperación de portadora, mitigación del problema de CS, y corrección de errores para mejorar el desempeño en transmisiones con constelaciones elaboradas. Actualmente estas tareas se realizan de forma aislada, lo cual constituye una solución subóptima, una propuesta integral que

permita que estas tareas se realicen de forma conjunta constituye una alternativa óptima. El objetivo general en el cual se contribuye, es el de realizar un aporte tendiente a resolver el problema de lograr máximo aprovechamiento de los canales de comunicaciones, enfocado, pero no limitado al área de las comunicaciones ópticas coherentes.

Particularmente uno de los objetivos planteados es proponer técnicas que permitan mejorar el desempeño de los esquemas basados en una estructura particionada.

Para el caso de escenarios más severos, como los resultantes de la operación bajo regímenes no lineales, se requiere de técnicas más robustas. Por este motivo, se plantea como un segundo objetivo proponer una técnica que combine la recuperación de portadora y la decodificación de manera conjunta. Adicionalmente, se plantea proponer una arquitectura de implementación de dicha técnica para receptores de alta velocidad como los empleados en comunicaciones ópticas.

1.6 Contribuciones

Las contribuciones de esta Tesis se dividen en tres partes. En la primera parte se realiza un estudio de sistemas FEC aptos para comunicaciones ópticas. En la segunda parte se proponen nuevas técnicas para los sistemas basados en esquemas de recuperación de portadora y decodificación particionados. En la tercera parte se propone un esquema conjunto iterativo de recuperación de portadora y decodificación. Además, se propone una arquitectura de implementación de dicho esquema. A continuación se brinda un breve detalle de cada propuesta.

1.6.1 Parte I: Análisis de FEC en Comunicaciones Ópticas

Se investigaron las distintas técnicas de codificación para la corrección de errores, enfocándose particularmente en aquellas aptas para ser utilizadas en sistemas de alta velocidad. Como resultado de esto, surgieron como principales candidatos las técnicas basadas en códigos LDPC y en TPC, ambos códigos emplean esquemas de decodificación iterativa e información blanda, es decir que se emplea información sobre la estadística del ruido que afecta al canal. Esto motivó el desarrollo de un simulador de códigos LDPC en C++ con el objetivo de poder evaluar su desempeño en diferentes condiciones y con diferentes parámetros. Este trabajo formó parte de un proyecto de diseño de una arquitectura para un decodificador de un código LDPC que derivó en la publicación “*Non-Concatenated FEC Codes for Ultra-High Speed Optical Transport Networks*” en la conferencia internacional Globecom 2011 [49].

1.6.2 Parte II: Nuevas Técnicas para Arquitecturas Particionadas

En los receptores ópticos coherentes, se utiliza a menudo modulación diferencial con el fin de subsanar los inconvenientes relacionados con los CS producidos por los esquemas de recuperación de portadora. Sin embargo, los sistemas diferenciales tienen una penalidad en términos de SNR con respecto a su contraparte no diferencial, degradando la sensibilidad del receptor. Para mitigar la disminución de sensibilidad experimentada por los esquemas de modulación diferencial se diseñó un sistema iterativo con la capacidad de realizar el demapeo DQPSK y la decodificación en forma conjunta iterativa, denominado JDD (del inglés *Joint Demapping and Decoding*). Este esquema es una extensión del decodificador LDPC incluyendo la etapa de demodulación diferencial. Los resultados de este trabajo se publicaron en [50] bajo el título “*Joint Demapping and Decoding for DQPSK Optical Coherent Receivers*” a través de la plataforma Arxiv. Si bien esta publicación no es mediante referato, ha obtenido el aval de miembros de la comunidad científica al ser citado por destacados exponentes en el área de receptores iterativos [51].

Por otro lado, para afrontar el problema de los CS se desarrolló un algoritmo asistido por símbolos piloto que permite corregir los errores introducidos por los mismos. De esta manera, el código corrector de errores puede operar adecuadamente. Este algoritmo opera en una estructura directa hacia adelante, es decir no tiene realimentación, lo que permite que se pueda paralelizar sin inconvenientes, facilitando su implementación en receptores de alta velocidad. Los resultados de esta propuesta derivaron en la presentación de un trabajo en “IEEE Photonics Conference 2012” [52] titulado “*A new cycle slip compensation technique for ultra high speed coherent optical communications*”.

Para los casos en los cuales el ancho de banda adicional requerido por la inserción de símbolos piloto representa un inconveniente, se desarrolló un esquema que emplea constelaciones intercaladas temporalmente. Esta propuesta utiliza constelaciones con diferente simetría y de esta manera evita los problemas introducidos por la ambigüedad de fase que afecta a los algoritmos tradicionales de recuperación de portadora. De este modo se obtiene un esquema que puede operar en sistemas coherentes no diferenciales sin la utilización de símbolos pilotos. Los resultados obtenidos con esta propuesta dieron lugar a una publicación titulada “*Carrier phase recovery without pilot symbols for non-differential coherent receivers*” en Optical Fiber Communication Conference and Exposition (OFC) 2016 [53].

1.6.3 Parte III: Recuperación de Portadora y Decodificación Conjunta Iterativa

Se estima que en el futuro próximo se va a necesitar el empleo de constelaciones de alto orden para poder satisfacer la creciente demanda de velocidad de transmisión. Por este motivo se van a requerir técnicas de recepción más elaboradas para poder hacer frente a los fenómenos no lineales experimentados en dichas condiciones en las comunicaciones por fibra óptica.

En línea con lo expresado, la siguiente contribución está centrada en el desarrollo de esquemas en los que las tareas de recuperación de portadora, evitando el problema de los saltos de fase, y de corrección de errores se realicen de forma conjunta. Un requerimiento adicional es la posibilidad de operar con constelaciones elaboradas. Esta propuesta es especialmente apta para operar en escenarios bajo regímenes no lineales de operación, donde las condiciones del canal se vuelven muy adversas. Este concepto se cristalizó a través de la investigación de un algoritmo de detección y decodificación en forma conjunta el cual opera iterativamente (JIDD, del inglés *Joint Iterative Detection and Decoding*). Este algoritmo conjunto no requiere de etapas previas que realicen la estimación del corrimiento de frecuencia ni del ruido de fase. Esto se debe a que se tienen en cuenta los modelos estadísticos de dichos efectos en el propio algoritmo, y de esta manera se los compensa eficientemente.

Los resultados obtenidos con esta propuesta dieron lugar a tres publicaciones, una en la conferencia más grande a nivel mundial de comunicaciones ópticas Optical Fiber Communication Conference and Exposition (OFC) 2015, titulada “*Performance of joint iterative detection and decoding in coherent optical channels*” [54]. Luego, extendiendo ese trabajo para canales no lineales se publicó un artículo de revista en el journal Optical Fiber Technology de la editorial Elsevier titulado “*On the performance of joint iterative detection and decoding in coherent optical channels with laser frequency fluctuations*” [55].

Por último, parte de los resultados obtenidos fueron incluidos en un Tutorial Paper del Journal of Lighthwave Technology, el cual se titula “*Design tradeoffs and challenges in practical coherent optical transceiver implementations*” [43].

Avanzando hacia la obtención de una arquitectura de implementación, se desarrolló una versión del algoritmo de detección y decodificación conjunta iterativo basado en códigos LDPC espacialmente acoplados. Con este esquema se puede reducir la cantidad de nodos, tanto de chequeo como variables, que se emplean en la decodificación, como así también los nodos empleados en la etapa de detección.

Esto se debe a que la estructura de la matriz de chequeo de paridad de estos códigos permite su decodificación por porciones a través de lo que se denomina ventana de decodificación. Los resultados obtenidos con este esquema dieron lugar a una publicación en IEEE Photonics Conference 2016, titulada “*Joint iterative detection and decoding using spatially coupled LDPC codes*” [56].

1.7 Organización de la Tesis

A continuación se describe la organización de la presente Tesis. El Capítulo 2 brinda una introducción al modelo del sistema de comunicaciones. En dicho capítulo se describen el transmisor, el receptor, como así también los principales efectos de degradación en el canal de comunicaciones ópticas. En el Capítulo 3 se detallan los esquemas de corrección de errores aplicados en el área de comunicaciones ópticas. A su vez se brindan resultados del impacto sobre los mismos de los fenómenos que afectan tales comunicaciones. En el Capítulo 4 se proponen diferentes técnicas basadas en esquemas particionados de recuperación de portadora y decodificación. En el mismo se presentan tanto técnicas basadas en símbolos piloto como otras que prescinden de la utilización de los mismos. En el Capítulo 5 se presenta la propuesta de un esquema de recuperación de portadora y decodificación conjunto iterativo aplicado en canales ópticos. En el Capítulo 6 se detallan los aportes realizados tendientes a facilitar la implementación de una versión simplificada del algoritmo descrito en el Capítulo 5 en receptores de alta velocidad. Finalmente en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones de la Tesis y los futuros pasos.

Capítulo 2

Sistema de Comunicaciones Ópticas Coherente

Síntesis: En este capítulo se describen los principios fundamentales de los sistemas ópticos coherentes. Se presentan además las principales fuentes de ruido y de degradación que introduce el canal de fibra óptica. Finalmente, se describen los algoritmos matemáticos empleados en transceptores coherentes para compensar las imperfecciones en los canales de fibra óptica.

2.1 Introducción

En los sistemas de fibra óptica de largo alcance la premisa es transmitir la más alta velocidad de datos sobre la mayor distancia posible sin regeneración de la señal. Teniendo en cuenta las limitaciones en el ancho de banda impuestas por los amplificadores ópticos y en última instancia por la propia fibra, resulta importante maximizar la eficiencia espectral (medida en bits/s/Hz). Sin embargo, dadas las restricciones sobre la potencia de la señal impuestas por la no linealidad de la fibra, también resulta importante maximizar la eficiencia de potencia. Es decir, reducir al mínimo la energía media requerida por bit transmitido o la relación señal a ruido requerida por bit. La detección no coherente y la detección diferencialmente coherente ofrecen una buena eficiencia energética a costa de una baja eficiencia espectral, ya que limitan los grados de libertad disponibles para la transmisión de la información.

La *detección coherente con multiplexación por división de polarización* es la técnica de detección más apropiada para lograr al mismo tiempo una alta eficiencia espectral y de potencia. Esto se debe a que la información se puede transmitir usando las señales en fase (I) y cuadratura (Q) en las dos polarizaciones del campo.

Cuando las salidas de un convertidor optoelectrónico descendente se muestrean a la tasa de Nyquist, la forma de onda digitalizada conserva toda la información del campo eléctrico. Esto hace posible compensar los efectos de transmisión mediante procesamiento digital de señal. La ventaja de utilizar un receptor basado en DSP radica en que se pueden usar algoritmos adaptativos para compensar las alteraciones variantes en el tiempo de la señal. A su vez hace posible la implementación de avanzados esquemas de corrección de errores hacia adelante. En las siguientes secciones de este capítulo se describirán las partes principales que componen un sistema de comunicaciones ópticas coherente.

2.2 Detección Óptica Coherente

La detección óptica coherente es uno de los esquemas de detección más avanzados. El concepto fundamental consiste en realizar el producto del campo eléctrico de la señal de luz transmitida con el del oscilador local (LO, del inglés *Local Oscillator*) en el receptor. De esta manera, el receptor calcula las variables de decisión basado tanto en la información de amplitud como de fase del campo eléctrico recibido. La detección coherente permite así una mayor flexibilidad en los formatos de modulación, ya que la información se puede codificar tanto en la amplitud como en la fase, o alternativamente, en las componentes en fase (I) y en cuadratura (Q) de la portadora.

Sean $c_k \in \mathcal{M}$ los símbolos complejos a transmitir pertenecientes a una constelación M -QAM con alfabeto \mathcal{M} , y $g(t)$ la respuesta al impulso del filtro transmisor. La señal eléctrica a la salida del transmisor ($s(t)$) está dada por

$$s(t) = \sum_k c_k g(t - kT), \quad (2.1)$$

donde T es el periodo de símbolo. Dicha señal modula la luz de un láser (portadora óptica) a través de un modulador externo del tipo Mach-Zehnder [1]. El campo eléctrico de la señal óptica modulada resulta

$$E_s(t) = s(t)e^{j\omega_s t}, \quad (2.2)$$

siendo $\omega_s = 2\pi f_s$ la frecuencia angular de la portadora óptica.

La señal óptica recibida se procesa luego por un demodulador óptico coherente balanceado, como el que se muestra en la Fig. 2.1. Con el objetivo de simplificar el análisis del demodulador, se considera

un canal sin ruido y se representa el campo eléctrico del oscilador local como $E_o(t) = e^{j\omega_o t}$. La arquitectura del demodulador óptico coherente se basa en un híbrido (HY, del inglés *Hybrid*) óptico de 90° que combina la señal óptica recibida con la señal del oscilador local para generar las señales que alimentan luego a los fotodiodos. En el receptor coherente se emplea detección balanceada con el objetivo de suprimir la componente de corriente continua y maximizar la fotocorriente de señal. El concepto reside en el uso de un acoplador óptico de 3 dB que añade un cambio de fase de 180° a las señales de entrada. Cuando la señal recibida y la del LO están co-polarizadas, los campos eléctricos incidentes en los fotodiodos superior e inferior resultan

$$\begin{aligned} E_1(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_s(t) + E_o(t)) \\ E_2(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_s(t) - E_o(t)) \\ E_3(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_s(t) + jE_o(t)) \\ E_4(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_s(t) - jE_o(t)). \end{aligned} \quad (2.3)$$

La corriente resultante a la salida de cada fotodiodo se puede obtener mediante la siguiente expresión

$$\begin{aligned} I_1(t) &= S_D |E_1(t)|^2 \\ I_2(t) &= S_D |E_2(t)|^2 \\ I_3(t) &= S_D |E_3(t)|^2 \\ I_4(t) &= S_D |E_4(t)|^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde S_D es el factor de sensibilidad de los fotodiodos. Teniendo en cuenta que los fotodiodos están en una estructura balanceada, las corrientes de salida por cada rama se representan como

$$\begin{aligned} I_I(t) &= I_1(t) - I_2(t) = S_D (|E_1(t)|^2 - |E_2(t)|^2) \\ &= 2S_D \Re\{E_s(t)E_o^*(t)\} \\ &= 2S_D \Re\{s(t)e^{j\omega_c t}\} \\ I_Q(t) &= I_3(t) - I_4(t) = S_D (|E_3(t)|^2 - |E_4(t)|^2) \\ &= 2S_D \Im\{E_s(t)E_o^*(t)\} \\ &= 2S_D \Im\{s(t)e^{j\omega_c t}\}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde $\Re\{\cdot\}$ y $\Im\{\cdot\}$ representan la parte real e imaginaria respectivamente, mientras que $\omega_c = \omega_s - \omega_o$ es la frecuencia intermedia. Estas corrientes alimentan la entrada de sendos amplificadores de transim-

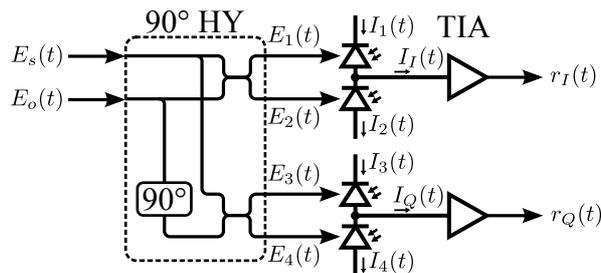


Figura 2.1. Demodulador óptico coherente balanceado.

pedancia (TIA, del inglés *Transimpedance Amplifier*). Las señales a la salida de estos amplificadores se pueden expresar como

$$\begin{aligned} r_I(t) &= 2AS_D \Re\{s(t)e^{j\omega_c t}\} \\ r_Q(t) &= 2AS_D \Im\{s(t)e^{j\omega_c t}\}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde A es la ganancia del TIA. Sin pérdida de generalidad se considera que el valor de A es tal que permite expresar la ecuación (2.6) de la siguiente manera

$$\begin{aligned} r_I(t) &= \Re\{s(t)e^{j\omega_c t}\} \\ r_Q(t) &= \Im\{s(t)e^{j\omega_c t}\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

De acuerdo al valor de ω_c , el esquema de detección se puede clasificar del siguiente modo:

- *Homodino* si $\omega_c = 0$.
- *Heterodino* si $|\omega_c| \gg \omega_b/2$ y fija, donde ω_b es el ancho de banda de modulación de la portadora óptica determinado por la tasa de símbolo.
- *Intradino* si $\omega_c < \omega_b/2$ con el oscilador local en corrida libre.

La *detección intradina* es la más difundida en transeptores ópticos coherentes y requiere que el receptor estime la frecuencia residual (ω_c) para completar el proceso de demodulación. Esta estimación se realiza en el dominio eléctrico utilizando procesamiento digital de señales [57, 58].

2.3 Modelo del Canal

En la siguiente sección se describen las principales fuentes de ruido y de degradación del canal óptico, para luego obtener el modelo completo del sistema óptico coherente.

2.3.1 Fuentes de Ruido

2.3.1.1 Ruido Térmico

La corriente generada durante el proceso de fotodetección se convierte en voltaje a través del amplificador TIA. Debido al movimiento térmico aleatorio de los electrones en las resistencias del amplificador, se agrega ruido adicional conocido como ruido térmico o *ruido de Johnson*. Matemáticamente, las fluctuaciones inducidas por el ruido térmico se modelan como un proceso aleatorio estacionario Gaussiano. La densidad espectral de dicho proceso es independiente de la frecuencia para $|f| < 1$ THz (esto es, casi ruido blanco) y está dada por la siguiente expresión [59]

$$S_{RT}(f) = \frac{4k_B\Theta}{R_L}, \quad |f| < 1 \text{ THz} \quad (2.8)$$

donde k_B es la *constante de Boltzmann*, Θ es la temperatura absoluta y R_L es la resistencia de carga que define la ganancia del TIA. La varianza del ruido térmico (σ_{RT}^2) se puede obtener integrando su densidad espectral de potencia en el rango del ancho de banda del receptor y resulta

$$\sigma_{RT}^2 = \frac{4k_B\Theta}{R_L} R_s, \quad (2.9)$$

donde $R_s = 1/T$ es la tasa de *baudios* (símbolos por segundo).

2.3.1.2 Ruido de Emisión Espontánea

La emisión espontánea de luz aparece durante la amplificación de la señal óptica. Dicha emisión no está correlacionada con la señal recibida y es de naturaleza aditiva. El ruido introducido por la emisión espontánea se modela como un proceso aleatorio Gaussiano blanco con densidad espectral de potencia dada por [59]

$$S_{\text{ASE}} = n_{\text{sp}} h\nu(G - 1), \quad (2.10)$$

donde G es la ganancia del amplificador óptico, ν es la frecuencia óptica, h es la *constante de Planck*, y n_{sp} es el factor de emisión espontánea. Es importante destacar que la densidad espectral de potencia calculada de esta manera representa solamente la porción de ruido ASE acoplado a un modo determinado de la señal óptica. En el caso de transmisiones por fibra óptica del tipo monomodo con doble polarización, la potencia de ruido ASE es

$$P_{\text{ASE}} = 2S_{\text{ASE}}\Delta\nu_{\text{ref}}, \quad (2.11)$$

donde $\Delta\nu_{\text{ref}} = 12,5$ GHz es el ancho de banda de referencia.

La relación entre la potencia de la señal transmitida y la potencia del ruido ASE determina la OSNR:

$$\text{OSNR} = \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ASE}}}, \quad (2.12)$$

donde P_{sal} es la potencia de señal a la salida del amplificador óptico.

En la práctica, un enlace de fibra óptica de una longitud total L_{tot} está compuesto por N_s tramos de fibra de longitud $L_s = L_{\text{tot}}/N_s$ con un amplificador en uno de los extremos de cada tramo. El amplificador compensa la atenuación de la fibra definida por $e^{-\alpha L_s}$, donde α es la atenuación por unidad de longitud¹. En esta configuración el efecto neto del ruido equivale a sumar una única componente de ruido al final del enlace con potencia total dada por

$$\begin{aligned} P_{\text{ASE}}^{\text{tot}} &= 2S_{\text{ASE}}\Delta\nu_{\text{ref}}N_s \\ &= 2n_{\text{sp}}h\nu(G - 1)\Delta\nu_{\text{ref}}N_s, \end{aligned} \quad (2.13)$$

con $G = e^{\alpha L_s}$. De esta manera, la OSNR resulta

$$\begin{aligned} \text{OSNR} &= \frac{P_{\text{sal}}}{P_{\text{ASE}}^{\text{tot}}} \\ &= \frac{GP_{\text{ent}}}{2n_{\text{sp}}h\nu(G - 1)\Delta\nu_{\text{ref}}N_s}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde P_{sal} y P_{ent} definen la potencia de la señal a la salida y entrada del último amplificador, respectivamente.

Para una ganancia del amplificador suficientemente grande la figura de ruido se reduce a $F \approx 2n_{\text{sp}}$ [59]. Dado que generalmente $G = e^{\alpha L_s} \gg 1$, la ecuación (2.14) se puede reescribir de la siguiente manera

$$\text{OSNR} \approx \frac{P_{\text{ent}}}{Fh\nu\Delta\nu_{\text{ref}}N_s}. \quad (2.15)$$

¹Se acostumbra a expresar a α en unidades de dB/km utilizando la siguiente relación $\alpha(\text{dB/km}) \approx 4,343 \cdot \alpha$, y se lo denomina parámetro de pérdidas de la fibra.

La OSNR expresada en dB resulta

$$\begin{aligned} \text{OSNR}[\text{dB}] &\approx P_{\text{ent}}[\text{dBm}] - F[\text{dB}] - 10 \log(h\nu\Delta\nu_{\text{ref}}) - 10 \log(N_s) \\ &= P_{\text{Tx}}[\text{dBm}] - \alpha(\text{dB/km})L_s - F[\text{dB}] + 58\text{dBm} - 10 \log(N_s), \end{aligned} \quad (2.16)$$

$P_{\text{Tx}} = P_{\text{ent}}e^{\alpha L_s}$ es la potencia óptica emitida por el transmisor y $-10 \log(h\nu\Delta\nu_{\text{ref}})$ es igual a 58 dBm para una frecuencia de referencia ν de 193,4 THz (1550 nm) y un ancho de banda de referencia $\Delta\nu_{\text{ref}}$ de 12,5 GHz (0,1 nm). De esta manera se puede concluir de que la OSNR escala linealmente con P_{Tx} e inversamente con las pérdidas por inserción del tramo de fibra. Para incrementar la OSNR en el receptor se puede aumentar la potencia emitida por el transmisor P_{Tx} o bien reducir las pérdidas del tramo de fibra $\alpha(\text{dB/km})L_s$. La potencia emitida está finalmente limitada por las degradaciones debidas a los efectos no lineales. Las pérdidas en los tramos de fibra se pueden reducir utilizando amplificadores de Raman o bien disminuyendo el espaciado entre amplificadores. Esto último se realiza frecuentemente en los sistemas de transmisión de ultra larga distancia, como es el caso de los enlaces transoceánicos.

La relación señal a ruido utilizada generalmente en comunicaciones (SNR) está vinculada con la OSNR a través de la siguiente expresión

$$\text{OSNR} = \frac{pR_s}{2\Delta\nu_{\text{ref}}} \text{SNR}, \quad (2.17)$$

donde $p = 1$ para una señal de una polarización, y $p = 2$ para una señal con multiplexación de polarización.

2.3.1.3 Ruido de Fase del Láser

La emisión espontánea causa fluctuaciones de la fase en los láseres. Tal efecto genera un ancho de línea espectral $\Delta\nu$ distinto de cero (en otras palabras, no es un tono puro). En láseres de gas o de estado sólido, el ancho de línea $\Delta\nu$ típicamente abarca el rango comprendido desde sub-hertz hasta kilohertz. En los láseres semiconductores, el ancho de línea $\Delta\nu$ es frecuentemente mucho mayor, hasta el rango de los megahertz.

La onda de luz ($x(t)$) de un láser con frecuencia angular central $\omega_0 = 2\pi\nu$ se puede expresar de la siguiente manera

$$x(t) = \sqrt{P_s} e^{j[\omega_0 t + \theta(t)]}, \quad (2.18)$$

donde $\theta(t)$ es el proceso de ruido de fase del láser. Este ruido se modela como un proceso de Wiener-Lévy [60], el cual es un proceso Gaussiano con media cero y varianza $\sigma_\theta^2 = 2\pi\Delta\nu|t|$. La función de autocorrelación de $x(t)$ está dada por

$$R_x(\tau) = P_s e^{j\omega_0\tau} e^{-\pi\Delta\nu|\tau|}. \quad (2.19)$$

La correspondiente densidad espectral de potencia de $x(t)$ se puede obtener mediante la transformada de Fourier de (2.19):

$$S_x(\omega) = \frac{2P_s}{\pi\Delta\nu} \left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_0}{\pi\Delta\nu} \right)^2 \right]^{-1} \quad (2.20)$$

y tiene por lo tanto una forma Lorentziana.

2.3.1.4 Fluctuaciones de Frecuencia del Láser

Al igual que los sistemas de comunicación por microondas, existen diversos componentes que pueden generar degradación en presencia de vibraciones mecánicas o inestabilidades en la fuente de alimentación. Por ejemplo, las vibraciones mecánicas provocan pequeñas deformaciones en la cavidad del láser como se muestra en [6], generando fluctuaciones de la fase de la luz del láser. La evolución de la fase en el tiempo debido al efecto de las vibraciones se puede modelar como una modulación en frecuencia por medio de un tono sinusoidal de amplitud A_p y frecuencia Δf_c :

$$\Delta\Omega(t) = \frac{A_p}{\Delta f_c} \sin(2\pi\Delta f_c t). \quad (2.21)$$

En situaciones prácticas, los valores de A_p y Δf_c son de aproximadamente 250 MHz y 35 kHz respectivamente. En ausencia de vibraciones y aislado de interferencia de la fuente de alimentación, los láseres todavía presentan una modulación intrínseca incluida con el propósito de estabilizar su funcionamiento. Por ejemplo, en [61] se reportaron valores experimentales de $A_p \approx 50$ MHz y $\Delta f_c \approx 1$ kHz.

2.3.2 Fuentes de Distorsión

2.3.2.1 Conceptos Introductorios

Las señales transmitidas por fibra óptica se propagan como un haz de luz modulado. La luz es una forma de radiación electromagnética caracterizada por tener una longitud de onda y una frecuencia en particular. Además, las ondas electromagnéticas poseen la propiedad de polarización por la cual el campo eléctrico E oscila solo en un plano denominado *plano de polarización*. El plano se define mediante dos vectores, uno paralelo y el otro perpendicular a la dirección de propagación. El campo eléctrico en una fibra monomodo es aproximadamente perpendicular a la dirección de propagación, similar al campo eléctrico de una onda plana uniforme. En la Fig. 2.2 se puede apreciar como el campo eléctrico oscila en el eje X. La onda electromagnética tiene en general dos polarizaciones, según el eje X y el eje Y. Si el campo eléctrico E no está alineado con ninguno de los dos ejes, la onda contendrá ambas polarizaciones.

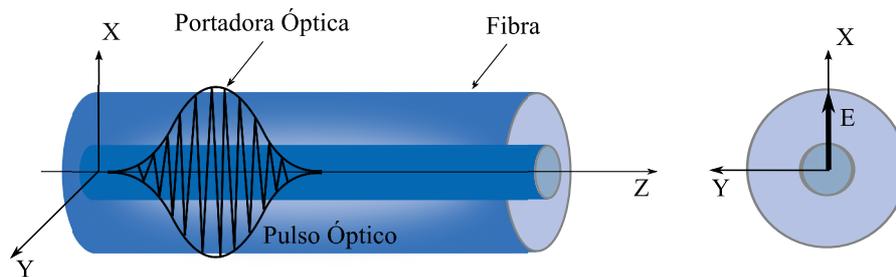


Figura 2.2. Propagación del pulso en la fibra óptica.

2.3.2.2 Dispersión por Modo de Polarización

El pulso óptico se propaga en la fibra a una velocidad determinada por el índice de refracción de la misma. Si la fibra no es absolutamente simétrica, tendrá índices de refracción diferentes en cada eje, haciendo que los pulsos ópticos se propaguen a diferente velocidad en cada una de las polarizaciones. Este fenómeno en el cual un material presenta dos índices de refracción diferentes para las dos polarizaciones se conoce como *birrefringencia*. Dicho efecto se puede producir por varios

motivos, como pueden ser imperfecciones (asimetría) en el núcleo de la fibra, tensiones internas durante la manufactura, o tensiones externas debidas a doblado o torsión de la fibra. La polarización que tenga un índice de refracción menor, tendrá una velocidad de grupo mayor. A la polarización que se propaga con mayor velocidad se la llama *eje rápido*, y a la que lo hace con menor velocidad *eje lento*.

La *dispersión por modo de polarización* está relacionada con el retardo diferencial de grupo (DGD, del inglés *Differential Group Delay*) causado por la birrefringencia en fibras ópticas. Sin embargo, la relación entre PMD y DGD es compleja debido al hecho de que la birrefringencia de la fibra varía a lo largo de su longitud. Esto produce que diferentes secciones exhiban distintos niveles de birrefringencia en términos del valor de la asimetría del índice de refracción y de la orientación relativa de los ejes rápido y lento. Por lo tanto la PMD de la fibra no se puede aproximar mediante la PMD de una sección de la fibra. Para modelar la naturaleza de la PMD se representa la fibra como una serie de secciones de fibra birrefringente concatenadas a través de sectores de acoplamiento. En dichos sectores los ejes de birrefringencia de una sección se rotan con respecto a los de la otra. Las secciones de fibra birrefringente se orientan aleatoriamente en cada segmento. En cada sector de acoplamiento, la alineación relativa de los ejes de las secciones birrefringentes puede variar con el tiempo debido a variaciones en las condiciones ambientales (temperatura o perturbaciones externas de la fibra).

La Fig. 2.3 muestra cómo la birrefringencia en la fibra óptica tiene el efecto de retardar el estado de polarización que está oscilando a través del eje lento con el mayor índice de refracción (el eje X), relativo al estado de polarización oscilando a través del eje Y. El resultado es un retardo entre ambos estados de polarización conocido como DGD, usualmente denotado como $\Delta\tau$ y medido en picosegundos (ps). En el caso de la Fig. 2.3 el pulso está polarizado a 45 grados con respecto a los ejes X e Y. De esta figura se puede apreciar que, como consecuencia del DGD se produce una distorsión del pulso denominada *pulse splitting*.

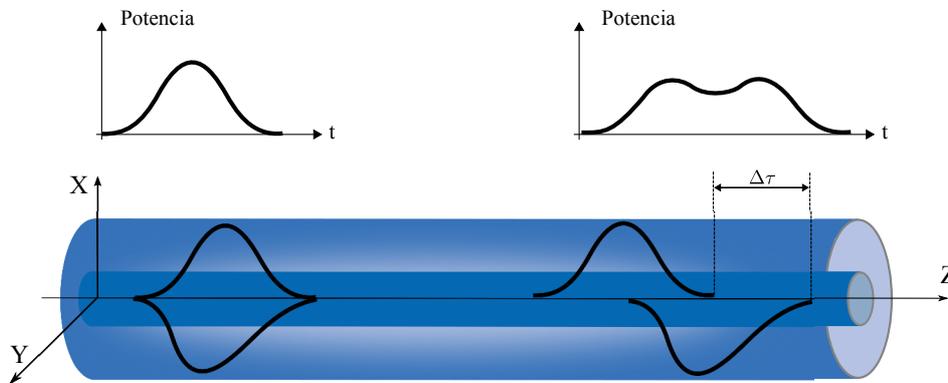


Figura 2.3. Fenómeno de DGD.

Si se trata de medir el valor instantáneo del DGD a la salida de una fibra reiteradamente, se observará que el DGD es una variable aleatoria. Un ejemplo de un histograma de mediciones repetitivas de DGD se muestra en la Fig. 2.4. Numerosos experimentos y estudios teóricos revelan que los histogramas de DGD se pueden aproximar a través de una distribución de probabilidad Maxwelliana. Esta distribución se controla solamente por un parámetro, el DGD promedio o $\langle \Delta\tau \rangle$. Como muestra la Fig. 2.4, este valor promedio está localizado ligeramente a la derecha del valor máximo de la función de densidad de probabilidad. El valor promedio de DGD $\langle \Delta\tau \rangle$ se conoce como la PMD de la fibra

$$\text{PMD} = \langle \Delta\tau \rangle . \quad (2.22)$$

Experimentos con fibras de diferentes longitudes han revelado que la PMD de la fibra es propor-

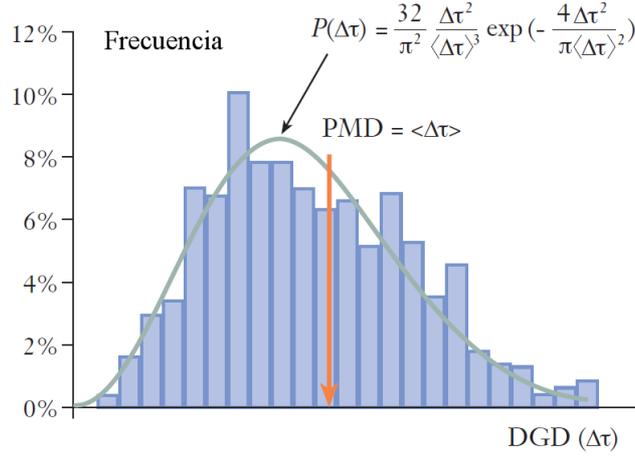


Figura 2.4. Histograma de valores de DGD en la fibra óptica.

cional a la raíz cuadrada de la longitud de la fibra (L_{tot}) multiplicado por un coeficiente de proporcionalidad. Este coeficiente se denomina PMD_{coef} y se mide típicamente en unidades de picosegundos por raíz cuadrada de kilómetros ($\text{ps}/\sqrt{\text{km}}$). De esta manera la PMD puede expresarse como

$$\text{PMD} = \text{PMD}_{\text{coef}} \sqrt{L_{\text{tot}}}. \quad (2.23)$$

2.3.2.3 PMD de Segundo Orden

La PMD de una fibra está caracterizada por dos estados de polarización ortogonales específicos llamados estados principales de polarización (PSP, del inglés *Principal States of Polarization*) y el DGD entre ellos. Esto se describe matemáticamente a través del vector de Stokes de 3 componentes $\mathbf{\Omega}(\omega) = \Delta\tau \cdot \mathbf{q}(\omega)$, donde $\mathbf{q}(\omega)$ es un vector de Stokes unitario en la dirección del eje rápido, y la magnitud $\Delta\tau$ es la DGD. Para señales de gran ancho de banda, se usa la PMD de segundo orden (SOPMD, del inglés *Second Order PMD*), la cual se define como la derivada del vector PMD con respecto a la frecuencia, esto es

$$\frac{d\mathbf{\Omega}}{d\omega} = \frac{d\Delta\tau(\omega)}{d\omega} \mathbf{q}(\omega) + \Delta\tau(\omega) \frac{d\mathbf{q}(\omega)}{d\omega}. \quad (2.24)$$

El término $\Delta\tau_{\omega} = \frac{d\Delta\tau(\omega)}{d\omega}$ produce dispersión cromática dependiente de la polarización (PCD, del inglés *Polarization-dependent Chromatic Dispersion*). El segundo término del lado derecho de la ecuación es ortogonal a $\mathbf{q}(\omega)$, y se conoce como *despolarización*, que indica el cambio en la dirección del PSP.

2.3.2.4 Modelo de Simulación

Si se ignoran los efectos no lineales y la pérdida dependiente de la polarización (PDL, del inglés *Polarization Dependent Loss*), la ecuación que toma en cuenta todos los órdenes de PMD, dispersión cromática, y atenuación está dada por

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}}(\omega) &= e^{-\frac{\alpha}{2} L_{\text{tot}}} e^{-j\beta(\omega) L_{\text{tot}}} \mathbf{J}(\omega) \\ &= e^{-\frac{\alpha}{2} L_{\text{tot}}} e^{-j\beta(\omega) L_{\text{tot}}} \begin{bmatrix} u(\omega) & v(\omega) \\ -v^*(\omega) & u^*(\omega) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde $(\cdot)^*$ denota complejo conjugado y $\mathbf{J}(\omega)$ es una matriz de Jones que modela el efecto de la PMD. El parámetro $\beta(\omega)$, que representa la dispersión cromática, se obtiene promediando las constantes de propagación de los dos estados de polarización principales $\beta(\omega) = (\beta_x(\omega) + \beta_y(\omega))/2$. El parámetro α es la atenuación de la fibra², el cual en sistemas prácticos se puede suponer constante en el ancho de banda de la señal. Por último, L_{tot} es la longitud de la fibra.

Existen modelos teóricos para describir el comportamiento del canal con PMD de segundo orden. Por ejemplo, el modelo de PMD de segundo orden de Bruyère incluye los fenómenos PCD y despolarización. Este modelo se puede considerar constituido por tres secciones como se muestra en (2.26), donde cada matriz corresponde a una sección diferente. La sección D que incluye los términos de DGD y PCD se encuentra entre dos secciones Q. Las secciones Q son controladores de la polarización dependientes de la frecuencia. La matriz de Jones del modelo de PMD de segundo orden de Bruyère está dada por

$$\mathbf{J}(\omega) = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\kappa\Delta\omega) & -\sin(\kappa\Delta\omega) \\ \sin(\kappa\Delta\omega) & \cos(\kappa\Delta\omega) \end{bmatrix}}_{Q_1} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-j\varphi/2} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi/2} \end{bmatrix}}_D \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\kappa\Delta\omega) & \sin(\kappa\Delta\omega) \\ -\sin(\kappa\Delta\omega) & \cos(\kappa\Delta\omega) \end{bmatrix}}_{Q_2} \quad (2.26)$$

donde $\varphi = \Delta\tau\Delta\omega + \Delta\tau_\omega\Delta\omega^2/2$, $\kappa = |p_\omega|/4$, p_ω es la tasa de despolarización de la fibra.

A partir de la (2.25) es posible obtener la matriz del canal en el dominio del tiempo, $\mathbf{H}(t)$. Esta matriz constituye el modelo de canal en banda base equivalente, y se define de la siguiente manera

$$\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} H_{xx}(t) & H_{xy}(t) \\ H_{yx}(t) & H_{yy}(t) \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

donde cada uno de los elementos de $\mathbf{H}(t)$ está dado por

$$\begin{aligned} H_{xx}(t) &= e^{-\frac{\alpha}{2}L_{\text{tot}}} \mathcal{F}^{-1} \left(e^{-j\beta(\omega)L_{\text{tot}}} u(\omega) \right) \\ H_{xy}(t) &= e^{-\frac{\alpha}{2}L_{\text{tot}}} \mathcal{F}^{-1} \left(e^{-j\beta(\omega)L_{\text{tot}}} v(\omega) \right) \\ H_{yx}(t) &= e^{-\frac{\alpha}{2}L_{\text{tot}}} \mathcal{F}^{-1} \left(-e^{-j\beta(\omega)L_{\text{tot}}} v^*(\omega) \right) \\ H_{yy}(t) &= e^{-\frac{\alpha}{2}L_{\text{tot}}} \mathcal{F}^{-1} \left(e^{-j\beta(\omega)L_{\text{tot}}} u^*(\omega) \right), \end{aligned} \quad (2.28)$$

con $\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ representando la transformada inversa de Fourier.

2.3.2.5 Impacto de la PMD en el Desempeño del Sistema

Como se expresó anteriormente, la PMD (DGD promedio) se incrementa con la distancia del enlace (ver (2.23)). Por lo tanto la probabilidad de valores mayores de DGD se incrementa a medida que el receptor se encuentra más alejado del transmisor. El impacto de la DGD se manifiesta en el receptor en la forma de una distorsión de la señal. La distorsión aparece cuando el periodo de tiempo de un pulso individual es ensanchado por la PMD induciendo un retardo de manera que la cola de un pulso se solapa con el *borde de ataque* del siguiente pulso como se muestra en la Fig. 2.5. Este efecto genera interferencia entre símbolos lo cual obliga a implementar esquemas de ecualización para compensar dicha interferencia. Como se discutirá luego, la dispersión por modo de polarización puede compensarse perfectamente por medio de un ecualizador lineal [2].

²El factor 1/2 que acompaña a α es para pasar de relación de potencias a amplitudes.



Figura 2.5. Interferencia entre símbolos producida por la PMD.

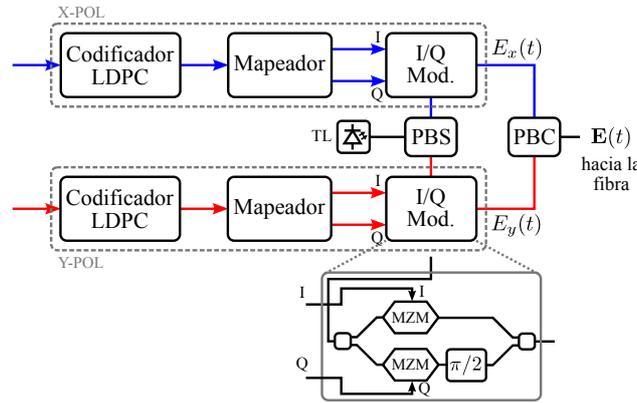


Figura 2.6. Diagrama de bloques de un transmisor PDM.

2.4 Transceptor Óptico Coherente

2.4.1 Transmisor

El diagrama de bloques del transmisor de un sistema óptico coherente se muestra en la Fig. 2.6. La señal eléctrica a la salida del mapeador, modula la intensidad y/o la fase de una portadora óptica a través de los moduladores Mach-Zehnder. Cuando se emplea multiplexación por división de polarización, la salida del láser transmisor (TL, del inglés *Transmitter Laser*) se divide en dos componentes de polarización ortogonales a través del divisor de haz de polarización (PBS, del inglés *Polarizing Beam Splitter*). Estas dos señales se modulan por separado y luego se combinan en el combinador de haz de polarización (PBC, del inglés *Polarization Beam Combiner*). El campo eléctrico de la señal óptica resultante de este proceso se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{E}(t) = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} = \sqrt{P_s} \sum_k \mathbf{c}_k g(t - kT) e^{j\omega_s t + \theta_s(t)}, \quad (2.29)$$

donde P_s es la potencia promedio transmitida, $g(t)$ es la forma del pulso con la normalización $\int |g(t)|^2 dt = T$; ω_s y $\theta_s(t)$ son respectivamente la frecuencia y el ruido de fase del láser TL, mientras que $\mathbf{c}_k = [c_{x,k} \ c_{y,k}]^T$ es un vector complejo representando el k -ésimo símbolo transmitido en cada polarización.

2.4.2 Receptor

Como se mencionó en las subsecciones anteriores, la fibra óptica introduce dispersión cromática, dispersión por modo de polarización, como así también atenuación. Los amplificadores ópticos dispuestos periódicamente a lo largo de la fibra compensan perfectamente la atenuación e introducen

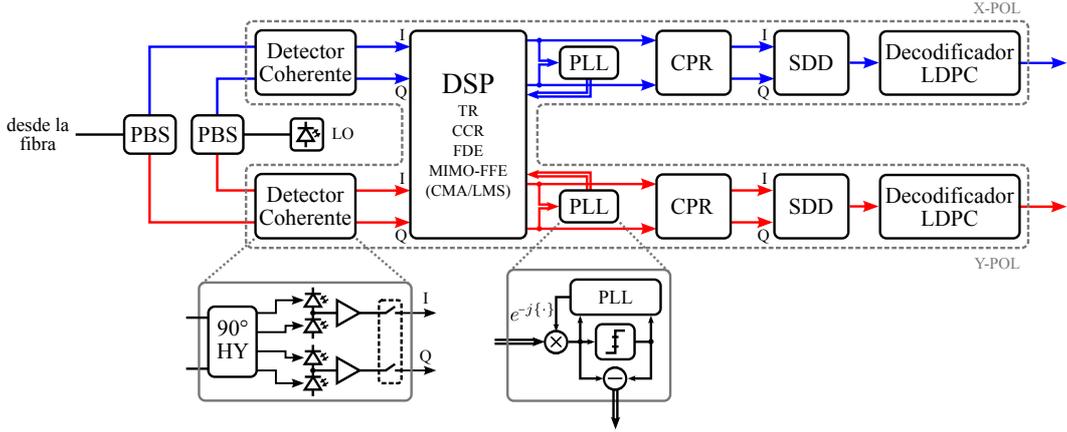


Figura 2.7. Diagrama de bloques de un receptor PDM.

ruido de emisión espontánea. De esta manera, la matriz de transferencia $\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$ se reduce a

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{H}}(\omega) &= e^{-j\beta(\omega)L_{\text{tot}}}\mathbf{J}(\omega) \\ &= e^{-j\beta(\omega)L_{\text{tot}}}\begin{bmatrix} u(\omega) & v(\omega) \\ -v^*(\omega) & u^*(\omega) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.30)$$

Sea $\tilde{\mathbf{E}}(\omega) = [\tilde{E}_x(\omega) \ \tilde{E}_y(\omega)]^T$ la transformada de Fourier del vector $\mathbf{E}(t)$. El campo eléctrico recibido a la salida de la fibra se puede escribir de la siguiente forma

$$\hat{\mathbf{E}}(\omega) = \tilde{\mathbf{H}}(\omega)\tilde{\mathbf{E}}(\omega).\quad (2.31)$$

Aplicando la antitransformada de Fourier a (2.31) se obtiene

$$\mathbf{E}'(t) = \mathbf{H}(t) \otimes \mathbf{E}(t).\quad (2.32)$$

El operador \otimes representa $\begin{bmatrix} a(t) & b(t) \\ c(t) & d(t) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} e(t) \\ f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a(t)*e(t)+b(t)*f(t) \\ c(t)*e(t)+d(t)*f(t) \end{bmatrix}$ con $*$ denotando convolución.

En la Fig. 2.7 se muestra el diagrama de bloques de un receptor coherente PDM con detección intradina. En primer lugar la señal óptica recibida se mezcla con la señal provista por el láser LO. Dicha mezcla se realiza con un híbrido de 90° de 4 salidas. Estas salidas proveen las componentes en fase y en cuadratura para cada polarización las cuales alimentan luego a los fotodiodos balanceados. Los láseres TL y LO pueden ser de realimentación distribuida (DFB, del inglés *Distributed Feedback Laser*) o láseres de cavidad externa (ECL, del inglés *External Cavity Laser*). Este esquema de detección corresponde al descrito en la sección 2.2.

Las fuentes de ruido presentes en el sistema son el ruido ASE, el ruido térmico, y el ruido de fase (ver 2.3.1). Considerando que $\sqrt{P_s}AS_D = 1$ y que la potencia del oscilador local se ha normalizado a la unidad, de (2.32) se puede expresar la señal recibida de la siguiente manera [62]

$$\mathbf{r}''(t) = \left\{ \mathbf{H}(t) \otimes \left[e^{j(\omega_c t + \theta_s(t))} \sum_k \mathbf{c}_k g(t - kT) \right] \right\} e^{j\theta_o(t)} + \mathbf{z}'(t),\quad (2.33)$$

donde $\mathbf{z}'(t) = [z'_x(t) \ z'_y(t)]^T$ es el vector de ruido total que incluye el ruido ASE y el ruido térmico. Estas componentes se modelan como un proceso Gaussiano complejo.

En presencia de dispersión cromática muy limitada, como es el caso de los enlaces con compensación

de la dispersión en línea, la memoria T_H del canal $\mathbf{H}(t)$ es corta comparada con las escalas de tiempo en las que tienen lugar las variaciones de fase debidas al ruido de fase de recepción (es decir, $T_H \ll 1/\Delta\nu_o$). Por lo tanto es posible conmutar las operaciones de multiplicación por el ruido de fase y convolución con el canal en (2.33). De esta manera la señal recibida se puede aproximar del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}''(t) &\approx \mathbf{H}(t) \otimes \left[e^{j(\omega_c t + \theta_s(t) + \theta_o(t))} \sum_k \mathbf{c}_k g(t - kT) \right] + \mathbf{z}'(t) \\ &\approx e^{j\omega_c t} \left\{ \mathbf{H}(t) \otimes \left[e^{j(\theta_s(t) + \theta_o(t))} \sum_k \mathbf{c}_k g(t - kT) \right] \right\} + \mathbf{z}'(t). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Las cuatro componentes de la señal recibida (esto es, dos polarizaciones y sus respectivas partes en fase y cuadratura) se muestrean con una tasa de muestreo m/T con $m > 1$. Una vez digitalizadas estas señales se envían al procesador digital de señal. El DSP implementa las principales funciones del receptor, tales como la recuperación gruesa de portadora (CCR, del inglés *Coarse Carrier Recovery*), compensación de la CD y PMD, recuperación de sincronismo (TR, del inglés *Timing Recovery*), etc. Dado que el sistema opera sobremuestreado en estas etapas, con un factor de sobremuestreo adecuado es posible realizar todo el procesamiento en tiempo discreto sin pérdida de información. Por lo tanto en el siguiente análisis se procede considerando que estas funciones se llevan a cabo en tiempo continuo.

El bloque CCR estima el error de frecuencia de la portadora, basado por ejemplo en el desplazamiento espectral de la señal recibida y lo compensa con el objetivo de obtener un rango de captura de algunos GHz. De esta manera, considerando perfectamente compensado el error de frecuencia se obtiene

$$\mathbf{r}'(t) \approx \mathbf{H}(t) \otimes \left[e^{j(\theta_s(t) + \theta_o(t))} \sum_k \mathbf{c}_k g(t - kT) \right] + \mathbf{z}'(t). \quad (2.35)$$

La etapa de ecualización del canal se encarga de compensar los efectos dispersivos del canal. La dispersión cromática se compensa generalmente mediante ecualización en el dominio de la frecuencia (FDE, del inglés *Frequency Domain Equalization*). Un ecualizador de múltiples entradas múltiples salidas (MIMO, del inglés *Multiple-Input Multiple-Output*) alimentado hacia adelante (FFE, del inglés *Feed-Forward Equalizer*) sobremuestreado (por ejemplo, muestras espaciadas $T/2$) realiza la tarea de demultiplexación de las polarizaciones y la compensación de la PMD. Un algoritmo de adaptación es esencial en canales ópticos dado que el receptor debe seguir los efectos no estacionarios (PMD, cambios en el estado de polarización de los láseres TL o LO, etc.). Para tal fin se emplea típicamente el algoritmo de mínimos cuadrados medio (LMS, del inglés *Least-Mean-Square*) de decisión directa y/o el algoritmo de módulo constante (CMA, del inglés *Constant Modulus Algorithm*). En presencia de CD y PMD, la respuesta óptima del filtro está dada por

$$\mathbf{H}^H(-t) = \begin{bmatrix} H_{xx}^*(-t) & H_{yx}^*(-t) \\ H_{xy}^*(-t) & H_{yy}^*(-t) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Es simple verificar que el canal equivalente a la salida del ecualizador óptimo resulta

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^H(-t) \otimes \mathbf{H}(t) &= \begin{bmatrix} H_{xx}^*(-t) & H_{yx}^*(-t) \\ H_{xy}^*(-t) & H_{yy}^*(-t) \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} H_{xx}(t) & H_{xy}(t) \\ H_{yx}(t) & H_{yy}(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \delta(t) & 0 \\ 0 & \delta(t) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Esta es una característica de la fibra óptica que *los efectos dispersivos lineales de la fibra pueden compensarse* perfectamente a través de la ecualización. La señal ecualizada puede aproximarse del siguiente modo

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &\approx \mathbf{H}^H(-t) \otimes \left\{ \mathbf{H}(t) \otimes \left[e^{j(\omega_c t + \theta_s(t) + \theta_o(t))} \sum_k \mathbf{s}_k g(t - kT) \right] + \mathbf{z}'(t) \right\} \\ &\approx e^{j(\omega_c t + \theta_s(t) + \theta_o(t))} \sum_k \mathbf{c}_k g(t - kT) + \mathbf{z}(t), \end{aligned} \quad (2.38)$$

donde $\mathbf{z}(t)$ es el ruido a la salida del ecualizador.

En el caso de enlaces no compensados, el análisis realizado en [63] demuestra que la ecualización aumenta el ruido de fase linealmente con la dispersión cromática acumulada y con el ancho de línea del láser LO. Este resultado permite emplear un ancho de línea efectivo para describir el ruido de fase total en un sistema coherente utilizando un enlace sin compensación. De esta manera, (2.38) también resulta válida para el caso de enlaces sin compensación de la dispersión en línea.

2.4.3 Modelo del Canal en Tiempo Discreto

De la Fig. 2.7 se observa que las dos polarizaciones a la salida del bloque DSP se pueden tratar como *dos canales codificados independientes*. Consecuentemente, en esta Tesis se considera una sola polarización para el modelado del canal y la formulación teórica de los algoritmos.

Considerando que se toma una muestra por símbolo de una de las polarizaciones de la señal $\mathbf{r}(t)$, la señal recibida a la entrada del algoritmo de recuperación de fase de portadora se puede expresar como [41]

$$r_k = c_k e^{j\theta_k} + z_k \quad (2.39)$$

donde θ_k es el ruido de fase total y z_k representa la muestra de ruido aditivo. Este último se modela como una variable compleja Gaussiana blanca con potencia $2\sigma^2$. Siendo $\Delta\nu$ el parámetro del ancho de línea total del láser. La fase recibida θ_k se puede expresar como

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \phi_k + w_k \quad (2.40)$$

donde $\{w_k\}$ es un conjunto de variables aleatorias reales Gaussianas blancas i.i.d con varianza $\sigma_w^2 = 2\pi\Delta\nu T$ [8]. La variable ϕ_k representa la componente debida al error de frecuencia de portadora y está dada por

$$\phi_k = \Omega_c + \Delta\Omega_k, \quad (2.41)$$

donde Ω_c es el error de frecuencia angular de la portadora dado por $\Omega_c = 2\pi T f_c$, siendo f_c el error de frecuencia de portadora residual. El término $\Delta\Omega_k$ representa el cambio de fase generado por las fluctuaciones de frecuencia, las cuales se pueden modelar como

$$\Delta\Omega_k \approx 2\pi A_p T \cos(2\pi T \Delta f_c k), \quad (2.42)$$

donde A_p y Δf_c son la amplitud y frecuencia del tono modulado. Como se mostrará en la sección 5.3.3, el modelo genérico dado por la ecuación (2.39) se puede utilizar también para incluir la interferencia no lineal causado por el efecto Kerr en la fibra [41, 42].

En el diagrama de la Fig. 2.7 se incluye un lazo de enganche de fase (PLL, del inglés *Phase-Locked Loop*) de baja latencia para obtener las decisiones tentativas requeridas para implementar el algoritmo de adaptación [7, 64]. Dado que la mayor parte del error de frecuencia de portadora se

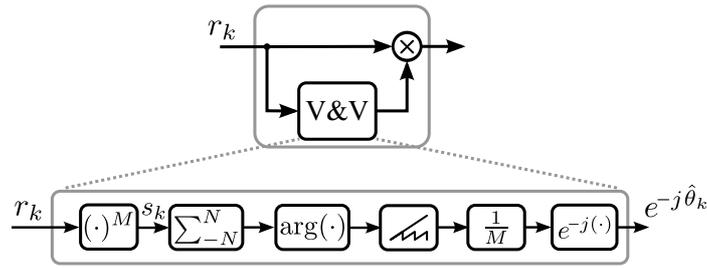


Figura 2.8. Diagrama de bloques del algoritmo de Viterbi y Viterbi.

compensa completamente por el CCR, el PLL se requiere principalmente para seguir las inestabilidades de frecuencia de los láseres como también parte del ruido de fase [7]. Para evitar deslizamientos de fase introducidos por el PLL en la transmisión con modulación no diferencial, la señal no demodulada por el PLL se utiliza como entrada del CPR. Por lo tanto el bloque CPR debe ser capaz de seguir el ruido de fase de alta frecuencia del láser, el ruido de fase no lineal como también las fluctuaciones de frecuencia del láser. De esta manera este bloque se constituye en una etapa clave del receptor digital coherente. Por este motivo en las próximas secciones se abordarán en más detalle algunos de los algoritmos propuestos en la bibliografía para desempeñar dicha función. Por último, las muestras se procesan por el demapeador de decisión blanda (SDD, del inglés *Soft-Decision Demapper*) que proporciona la información utilizada por el decodificador LDPC iterativo para estimar los bits transmitidos. Los detalles acerca de la etapa de decodificación se darán en el siguiente capítulo.

2.4.4 Recuperación de Fase en Receptores Ópticos Coherentes

En el diagrama de bloques del receptor óptico coherente PDM mostrado en la Fig. 2.7, se encuentra una etapa de recuperación de fase de portadora para demodular la señal recibida. La CPR es una función clave de los receptores ópticos coherentes [8, 65]. En particular, esquemas de estimación de fase de alimentación directa tales como el algoritmo de Viterbi y Viterbi (VV) [8] o el algoritmo de búsqueda de fase a ciegas (BPS, del inglés *Blind Phase Search*) [66] han sido propuestos para estos receptores. Estos algoritmos poseen buena tolerancia al ancho de línea del láser y la posibilidad de implementación paralela. A continuación se describirán brevemente las técnicas mencionadas mostrando esquemas simplificados de implementación.

2.4.4.1 Algoritmo de Viterbi y Viterbi

El algoritmo de Viterbi y Viterbi, cuyo diagrama de bloques se muestra en la Fig. 2.8, remueve el efecto de la modulación de los datos elevando la señal PSK M -aria a la M -ésima potencia [8]. Este proceso resulta de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 a_k &= (r_k)^M \\
 &= (c_k)^M e^{jM\theta_k} + (c_k)^{M-1} e^{j(M-1)\theta_k} Mz_k + \mathcal{O}[z_k^2] \\
 &= e^{jM\theta_k} + q_k,
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

donde

$$q_k = c_k^* e^{j(M-1)\theta_k} Mz_k + \mathcal{O}[z_k^2]. \tag{2.44}$$

Aunque el término de orden superior $\mathcal{O}[z_k^2]$ no es Gaussiano, se aproxima la secuencia $\{q_k\}$ como un proceso de ruido Gaussiano. La potencia de los términos de orden superior se incluye en la varianza

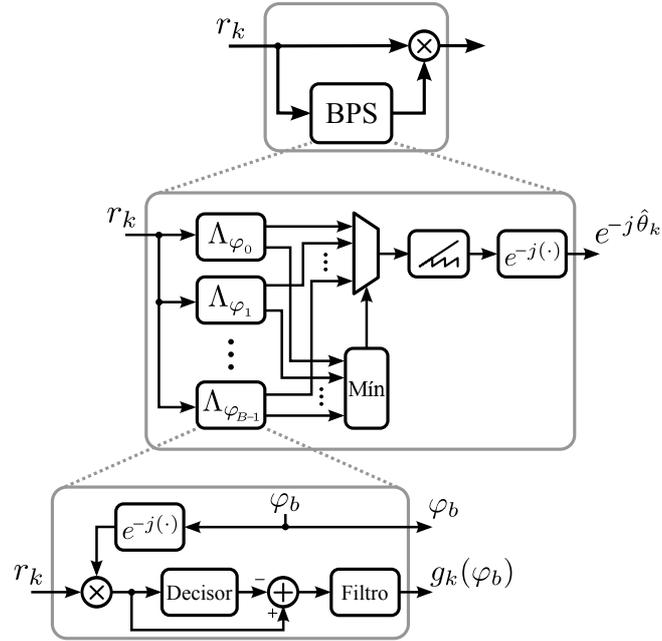


Figura 2.9. Diagrama de bloques del algoritmo BPS.

de q_k . Para el formato de modulación QPSK dicha varianza resulta [8]

$$\sigma_q^2 = 16\sigma_z^2 + 144\sigma_z^4 + 384\sigma_z^6 + 192\sigma_z^8. \quad (2.45)$$

De (2.43) se puede apreciar que es posible obtener θ_k a partir del ángulo de fase de a_k , el cual se puede expresar de la siguiente forma

$$\tilde{\theta}_k = \mathcal{U}(\arg(a_k)), \quad (2.46)$$

donde $\mathcal{U}(\cdot)$ es la función de desenrollado de fase. Considerando que el ruido aditivo q_k es pequeño, $\tilde{\theta}_k$ se puede expandir usando una aproximación de ángulo pequeño de la siguiente manera

$$\tilde{\theta}_k = M\theta_k + q'_k, \quad (2.47)$$

donde q'_k es una secuencia de ruido real Gaussiano cuya varianza es σ_q^2 . Con el propósito de disminuir el impacto del ruido aditivo sobre la estimación, la señal a_k se pasa por un filtro de promedio móvil de longitud $2N + 1$. La estimación de la fase resulta

$$\hat{\theta}_k = \frac{1}{M} \mathcal{U} \left(\arg \left(\sum_{i=-N}^N a_{k-i} \right) \right). \quad (2.48)$$

2.4.4.2 Algoritmo de búsqueda de fase a ciegas

BPS es otro algoritmo de recuperación de portadora ampliamente utilizado en transceptores ópticos coherentes (ver Fig. 2.9). Este algoritmo propuesto en el año 2009 por Pfau et al. [66] ha adquirido rápidamente gran aceptación tanto en la academia como en la industria. BPS utiliza diferentes fases de prueba para la rotación de los símbolos recibidos y selecciona la que proporciona la menor distancia euclidiana. Al igual que en el algoritmo VV, se utiliza un filtro de promediado para disminuir el

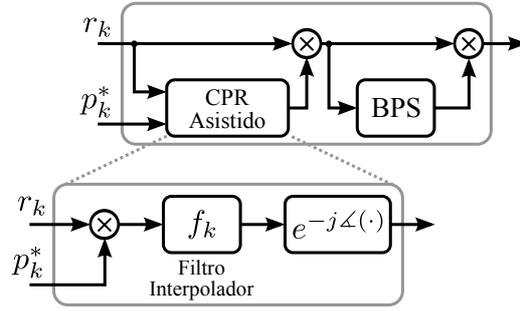


Figura 2.10. Diagrama de bloques del algoritmo asistido por símbolos piloto basado en BPS.

impacto del ruido aditivo de los símbolos. De esta manera la estimación del ruido de fase resulta

$$\hat{\theta}_k = \mathcal{U} \left(\arg \min_{\varphi_b} g_k(\varphi_b) \right), \quad (2.49)$$

donde $\mathcal{U}(\cdot)$ es la función de *desenrollado* (*unwrap*) y φ_b es la fase de testeo definida como:

$$\varphi_b = \frac{b}{B} \cdot \frac{\pi}{2}, \quad b \in \{0, 1, \dots, B-1\}. \quad (2.50)$$

Con B siendo el número de fases de testeo. El término $g_k(\varphi_b)$ está dado por

$$g_k(\varphi_b) = \sum_{i=-N}^N |r_{k-i} e^{-j\varphi_b} - \mathcal{Q}(r_{k-i} e^{-j\varphi_b})|^2, \quad (2.51)$$

donde $\mathcal{Q}(\cdot)$ es la función de decisión y N es la mitad del ancho del filtro (ver [66] para más detalles). La función de desenrollado de la fase se requiere como consecuencia de la simetría rotacional que tienen la mayoría de las constelaciones empleadas en la práctica.

BPS asistido por símbolos piloto

Una variante del algoritmo BPS que puede utilizarse con modulación no diferencial se propuso en [67]. Esta variante asistida por símbolos piloto emplea un filtro interpolador seguido por un BPS que se encarga de refinar la estimación (ver Fig. 2.10). En el siguiente capítulo se presentaran resultados de este esquema como parte de un sistema codificado.

Considere que un símbolo piloto se inserta periódicamente después de $D-1$ símbolos de información útil. Se define la tasa de símbolos piloto como $P_R = 1/D$. El i -ésimo símbolo piloto se produce en el instante de tiempo discreto iD , por lo tanto, la secuencia piloto es una secuencia rellena con ceros dada por

$$p_k = \begin{cases} c_k, & k = iD \\ 0, & k \neq iD. \end{cases} \quad (2.52)$$

El sistema contiene una etapa de seguimiento de fase gruesa basado en símbolos piloto, en el cual la secuencia recibida se multiplica con el conjugado complejo de la secuencia piloto rellena con ceros. La secuencia resultante se filtra mediante un filtro interpolador con respuesta al impulso f_k . La corrección de fase se genera tomando el argumento de las muestras a la salida del filtro interpolador. Para corregir cualquier error de fase residual, se utiliza una segunda etapa de CPR basada en el

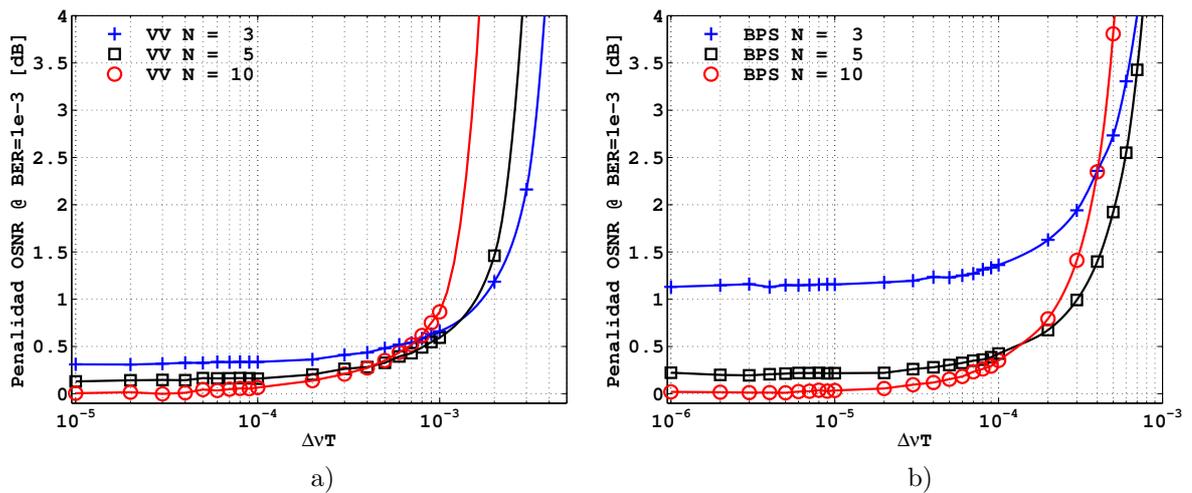


Figura 2.11. Desempeño de algoritmos VV y BPS para distintas longitudes de filtro. La penalidad de OSNR para una BER pre-FEC = 10^{-3} vs. ancho de línea del láser normalizado $\Delta\nu T$: a) VV, QPSK y $1/T = 10$ Gs/s b) BPS, 16-QAM, $1/T = 32$ Gs/s y $B = 32$.

algoritmo BPS. Téngase en cuenta que no hay ambigüedad de fase en la entrada del BPS debido al uso de los símbolos piloto. Se supone un pequeño corrimiento de fase residual, por lo que la estimación de fase se limita al rango $[-\pi/4, \pi/4)$. A partir de esto último, se deduce que este esquema no introduce ningún ciclo de deslizamiento, ya que se evita la operación de desenrollado. Sin embargo, cabe resaltar que si la tasa de pilotos P_R no es suficientemente *alta*³, se pueden producir errores en ráfaga y degradar significativamente el rendimiento del decodificador.

2.4.4.3 Desempeños de VV y BPS

Se realiza aquí un análisis de los resultados de desempeño de los algoritmos VV y BPS frente al ruido de fase y las fluctuaciones de frecuencia reportados en la Tesis doctoral de Pablo Gianni [68].

Respecto al Ruido de Fase

Las Figs. 2.11 a) y b) muestran el desempeño de los algoritmos VV y BPS respectivamente. Se toma como referencia de dicho desempeño la penalidad en OSNR para una BER determinada, en este caso de 10^{-3} . Este valor resulta del umbral de BER a partir del cual comienzan a corregir los códigos correctores de errores utilizados en comunicaciones ópticas. Se espera entonces que esta penalidad calculada antes de aplicar la corrección de errores se traslade sin cambios a la BER post-FEC. Observando la Fig. 2.11 a), que describe el desempeño para el algoritmo VV, se puede apreciar como a partir de valores de $\Delta\nu T$ alrededor de 10^{-3} se presenta un cambio en la pendiente. A partir de este punto pasa a ser más determinante el efecto del ruido de fase que el efecto del ruido aditivo, por este motivo la curva correspondiente a la menor longitud de filtro presenta menor penalidad que el resto a partir de dicho punto. La referencia correspondiente a una penalidad de 0 dB se obtiene a partir del desempeño de un esquema ideal con modulación diferencial. Por lo tanto, se puede inferir que estos resultados se deberían desplazar $\approx 1,2$ dB si la curva se trazara con respecto a su contraparte no diferencial.

Observando la Fig. 2.11 b), que describe el desempeño para el algoritmo BPS, se observa un comportamiento similar al descrito para el algoritmo de VV. Sin embargo, hay que destacar que en este caso se emplea modulación 16-QAM, la cual resulta ser más sensible al ruido de fase que la

³El valor apropiado de P_R dependerá de la cantidad de potencia de ruido de fase en el sistema.

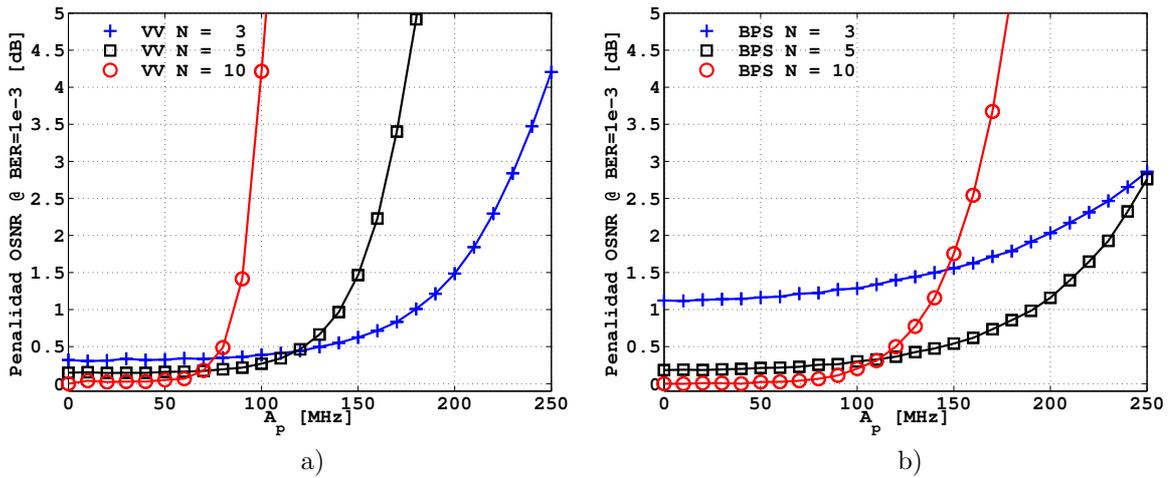


Figura 2.12. Desempeño de algoritmos VV y BPS para distintas longitudes de filtro. La penalidad de OSNR para una BER pre-FEC = 10^{-3} vs. la amplitud de la fluctuación de frecuencia A_p con $\Delta f_c = 35$ kHz y $\Delta \nu = 300$ kHz: a) VV, QPSK y $1/T = 10$ Gs/s b) BPS, 16-QAM, $1/T = 32$ Gs/s y $B = 32$.

constelación QPSK. Debido a esto, el cambio de pendiente se produce para valores menores de $\Delta \nu T$, es decir $< 10^{-3}$. Sin embargo, se mantiene la característica que muestra que para bajos valores de $\Delta \nu T$ opera mejor la configuración con un N mayor y una vez pasada la región de cambio de pendiente las configuraciones con un N menor presentan un mejor desempeño.

Respecto a las Fluctuaciones de Frecuencia

Las Figs. 2.12 a) y b) muestran respectivamente los desempeños de los algoritmos VV y BPS frente a la variación de amplitud de las fluctuaciones de frecuencia. A diferencia de los resultados anteriores, en donde se variaba el ancho de línea del láser, aquí no se puede precisar un cambio de pendiente en un punto particular, sino que el mismo depende de la longitud del filtro utilizado. Cabe destacar que en ambos casos las penalidades se vuelven inaceptables para amplitudes de las fluctuaciones A_p menores a 250 MHz, siendo este un valor práctico. Además, se puede percibir que este fenómeno aporta un factor más de degradación, y por ende cuando se combina con el ruido de fase, provoca la reducción del rango de operación de estos algoritmos.

2.4.5 Impacto de los Desplazamientos de Fase

En los sistemas de transmisión óptica coherente la utilización de esquemas FEC permite reducir en gran medida la potencia transmitida por la fibra con el objetivo de reducir los fenómenos no lineales. En estos casos la SNR disminuye y trae aparejado como consecuencia que la estimación de fase se deba realizar en un escenario ruidoso. El filtro empleado en los algoritmos CPR permite a los mismos operar en escenarios con ruido aditivo, ya que promedia el efecto del ruido y disminuye de esta manera los errores en la estimación. Errores grandes en la estimación pueden conducir a la aparición de CS como consecuencia de desenrollamientos de fase erróneos. Por tal motivo, en escenarios muy ruidosos, se requiere un ancho de filtro de cierta longitud para evitar CS debidos a falsos desenrollamientos de fase como consecuencia del ruido Gaussiano. Este tipo de escenarios son los considerados en esta Tesis y un resultado de este efecto se muestra en la Fig. 2.13 a). Por otro lado si el filtro se hace demasiado extenso (es decir, se reduce su ancho de banda), la capacidad de seguimiento del algoritmo se reduce. Así, frente a cambios rápidos en la fase el algoritmo no tiene la velocidad de respuesta suficiente para

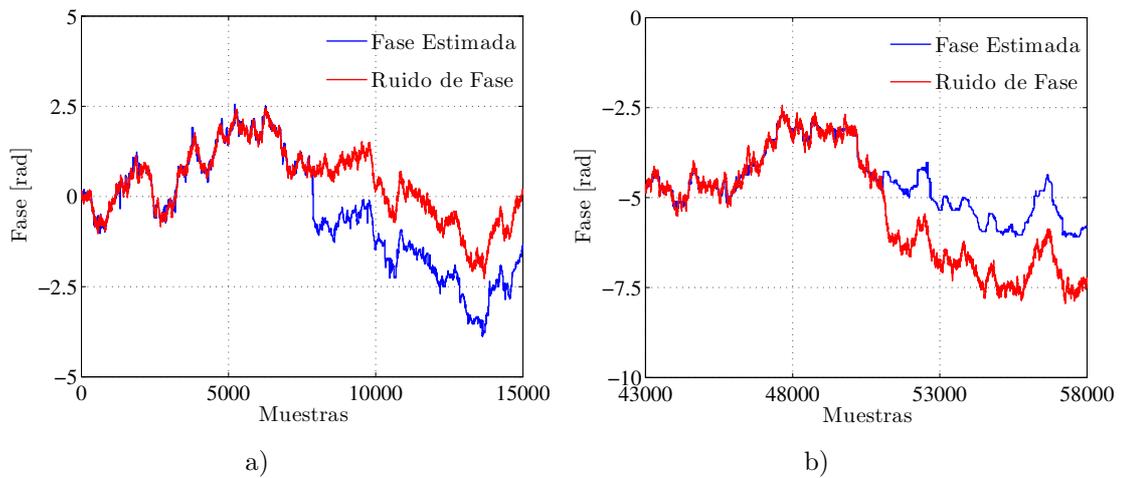


Figura 2.13. CS debido a una longitud de filtro: a) chica b) grande.

seguirlos y se propicia la aparición de CS. En la Fig. 2.13 b) se puede ver un ejemplo de este fenómeno.

Por lo tanto existe una relación de compromiso entre usar un filtro largo o corto, ya que:

- Un filtro largo evita CS por ruido Gaussiano, pero produce CS porque no tiene la suficiente capacidad de seguimiento.
- Un filtro corto es capaz de seguir bien los cambios de fase pero ante una cantidad considerable de ruido Gaussiano producirá CS por un desenrollado incorrecto.

En la Fig. 2.14 se muestra la constelación a la entrada del algoritmo CPR, donde se puede observar como rota la constelación como consecuencia del ruido de fase. Una vez que el ruido de fase ha sido compensado por el algoritmo CPR la constelación a su salida se muestra en la Fig. 2.15 a). En este caso la estimación de fase no contiene CS por lo que todos los símbolos son correctos. En la Fig. 2.15 b) se diferencian con dos colores los símbolos correctos y los símbolos erróneos. Estos símbolos erróneos son producto de una estimación de fase que contiene CS. Esta diferenciación de símbolos se ha podido realizar en base a que se conocen los símbolos transmitidos. Pero en el caso de un escenario

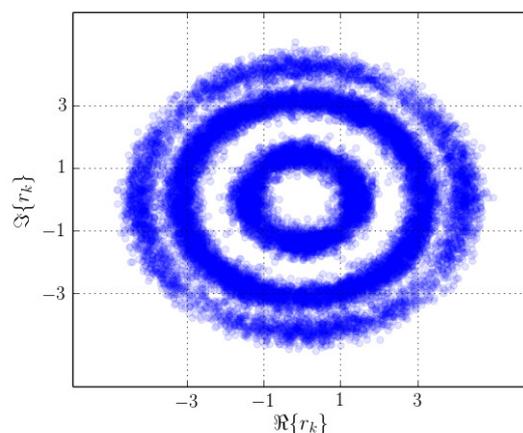


Figura 2.14. Constelación con los símbolos recibidos.

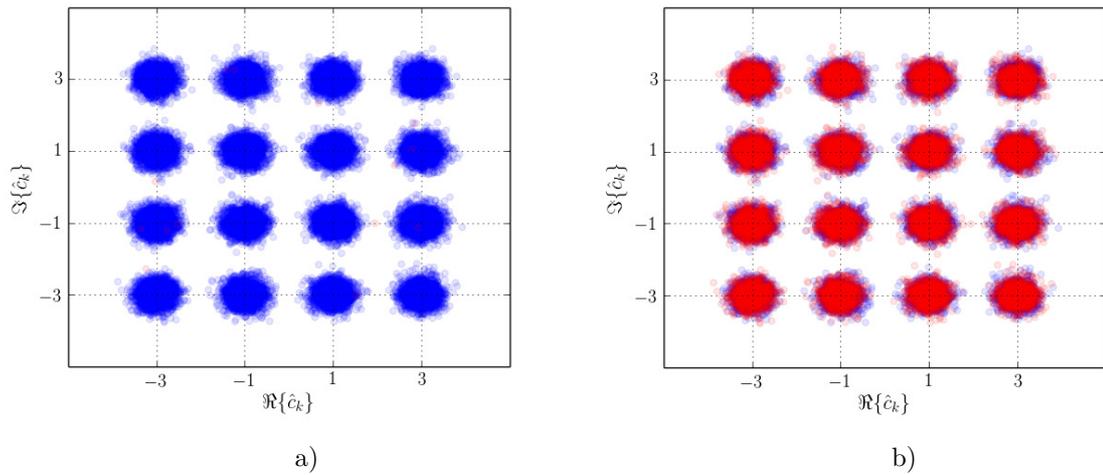


Figura 2.15. Constelación con los símbolos recuperados de forma: a) correcta b) azul correcta; roja incorrecta.

real queda en evidencia que no se podría diferenciar en que casos son correctos o incorrectos.

La tasa de ocurrencia de desplazamientos de fase está relacionada principalmente con la longitud del filtro, la potencia del ruido de fase y el nivel de ruido del enlace. En la Fig. 2.16 se muestran resultados experimentales de la tasa de desplazamientos de fase variando el tamaño de la ventana del filtro y la potencia emitida hacia la fibra manteniendo constante la SNR. Se puede observar como a medida que aumenta la potencia emitida y por ende las no linealidades la tasa de CS aumenta dramáticamente.

En escenarios donde coexistan un elevado nivel de ruido aditivo y una considerable potencia de ruido de fase, se producirán altas tasas de CS difíciles de compensar con los esquemas tradicionales.

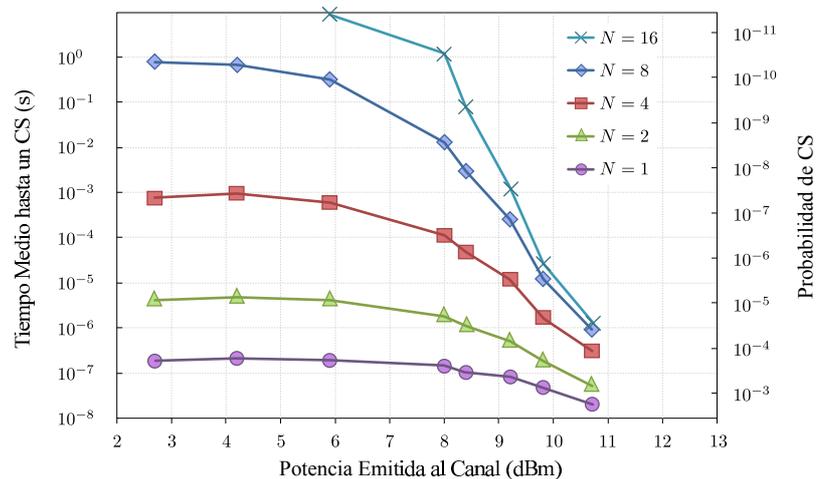


Figura 2.16. Probabilidad de CS.

2.5 Conclusiones Parciales

En este capítulo se describieron los principios fundamentales de los sistemas ópticos coherentes. Además, se presentaron las principales fuentes de ruido y degradación introducidas por el canal de fibra óptica. Se destacaron las ventajas de compensar estos efectos mediante procesamiento digital de

señales en un receptor digital coherente. Luego se describieron sintéticamente los principales algoritmos propuestos en la bibliografía para compensar las diferentes fuentes de degradación. Se hizo especial hincapié en aquellos destinados a la tarea de recuperación de portadora, por ser una etapa fundamental de un sistema de detección coherente. Específicamente, se presentaron dos algoritmos de recuperación de portadora ampliamente utilizados en transceptores coherentes (VV y BPS). Otro efecto analizado en este capítulo fue la ocurrencia de CS originado en el proceso de recuperación de fase. Este efecto genera errores catastróficos en el receptor que no pueden corregirse en el decodificador del FEC.

Tradicionalmente, el problema de CS se combate utilizando modulación diferencial. Esta solución genera una penalidad intrínseca respecto a su contraparte no diferencial. Para reducir esta degradación, en varios trabajos existentes se propuso el empleo de esquemas de modulación no diferencial con símbolos pilotos. Un punto que se observa en estos trabajos es que los mismos se enfocan principalmente en el rendimiento del receptor a la entrada del decodificador del FEC. En arquitecturas *particionadas* donde primero se realiza la detección o demodulación (CPR) y luego la decodificación (FEC) es muy importante evaluar el desempeño del sistema completo y no solamente la de cada bloque.

En el siguiente capítulo se realiza una breve introducción a los esquemas de codificación de canal utilizados en sistemas ópticos coherentes. Se realizará además una evaluación *completa* de algunos de los esquemas particionados propuestos en la literatura. El objetivo de este estudio es mostrar el impacto sobre el desempeño del decodificador del FEC que tienen las limitaciones existentes en el proceso de demodulación (CS).

Capítulo 3

Codificación de Canal para Canales Ópticos

Síntesis: En el presente capítulo se realiza una breve revisión de los esquemas de corrección de errores para canales ópticos. Luego se describen en detalle algunas de las técnicas de corrección más relevantes de la actualidad. Y al final del capítulo se presentan resultados de desempeño de un esquema de corrección de errores como parte de un receptor de comunicaciones ópticas coherentes.

3.1 Introducción

Las primeras investigaciones en códigos correctores de errores se remontan a la década de 1940 con los trabajos de Shannon, Hamming y Golay entre otros. Estos trabajos sentaron las bases de la teoría de codificación de canal a partir de las cuales la búsqueda de nuevos y más eficientes esquemas de codificación y decodificación se ha convertido en un creciente área de investigación y desarrollo. Sin embargo, a pesar del continuo avance, fue en las décadas de 1980 y 1990 que entró en auge expandiéndose por las más diversas áreas. Dentro de estos nuevos desarrollos, los principales que se pueden mencionar son: la expansión de los códigos convolucionales y los códigos bloques desde alfabetos binarios a alfabetos no-binarios (o generalizados). También se pueden mencionar el desarrollo de decodificación blanda para códigos bloques, y el descubrimiento de la posibilidad de utilizar entradas-blandas y salidas-blandas en técnicas de decodificación iterativa, tanto para códigos bloques como convolucionales.

Una de las primeras publicaciones sobre el empleo de ECC en sistemas de fibra óptica la realizó Wayne D. Grover en 1988 [69]. Las primeras aplicaciones concretas para fibra óptica surgieron a principios de la década de 1990 para sistemas de líneas submarinas [70, 71]. Luego, con la introducción por primera vez en sistemas submarinos de los amplificadores de fibra dopada con erbio (EDFA, del inglés *Erbium Doped Fiber Amplifier*), se emplearon códigos bloque Reed-Solomon [72, 73, 74]. Este código fue el primero que encontró amplio uso en sistemas de comunicación óptica y dada su baja complejidad de implementación, aún hoy en día se utiliza para aplicaciones con bajos requisitos de ganancia de codificación. El mismo se incluye en una serie de normas y se describe en detalle en la Recomendación UIT-T G.975 [75]. Este código se denomina comúnmente como *primera generación* de codificación para sistemas ópticos [32].

Otro poderoso esquema de codificación es el de códigos concatenados. Con la concatenación de códigos, se pueden construir códigos largos y poderosos que logren importantes ganancias de codificación con una complejidad razonable. Los códigos concatenados fueron introducidos por primera vez por Forney en 1966 en forma de códigos concatenados en serie, con un código “interno” y uno “externo” en cascada [76]. Ambos códigos componentes se decodifican por separado, lo que resulta en una mucho menor complejidad en comparación con la decodificación de máxima verosimilitud de todo el código concatenado. El descubrimiento de códigos concatenados paralelos y el correspondiente algoritmo de decodificación iterativo “turbo” descrito por Berrou et al. en 1993 [77] inició una nueva era en la codificación para corrección de errores. En cada iteración, los decodificadores componentes intercambian información de fiabilidad y actualizan el conocimiento a priori del otro decodificador en un mecanismo similar al de un motor turbo.

La denominada *segunda generación* de esquemas FEC para comunicaciones ópticas está basada en su mayoría en *códigos producto concatenados*. En este tipo de códigos la trama de bits se codifica mediante un código algebraico, luego se entrelazan varias palabras códigos y se las codifica nuevamente a través de un segundo código algebraico.

Casi todos los códigos de 6,7% de redundancia especificados en la norma UIT-T G.975.1 [78] son códigos producto concatenados. Estos códigos logran un rendimiento muy bueno con bajos pisos de error y tienen una complejidad de implementación moderada. Los códigos componentes de estos esquemas son generalmente BCH. Los códigos BCH son una clase de códigos de corrección de errores cíclicos definidos sobre un campo finito. Estos códigos son capaces de corregir errores de múltiples bits utilizando la decodificación de síndrome [11] basándose en eficientes soluciones de forma cerrada para calcular la ubicación de los errores. La decodificación de los códigos bloque concatenados se realiza generalmente de manera iterativa. En la decodificación iterativa, se decodifica alternativamente cada

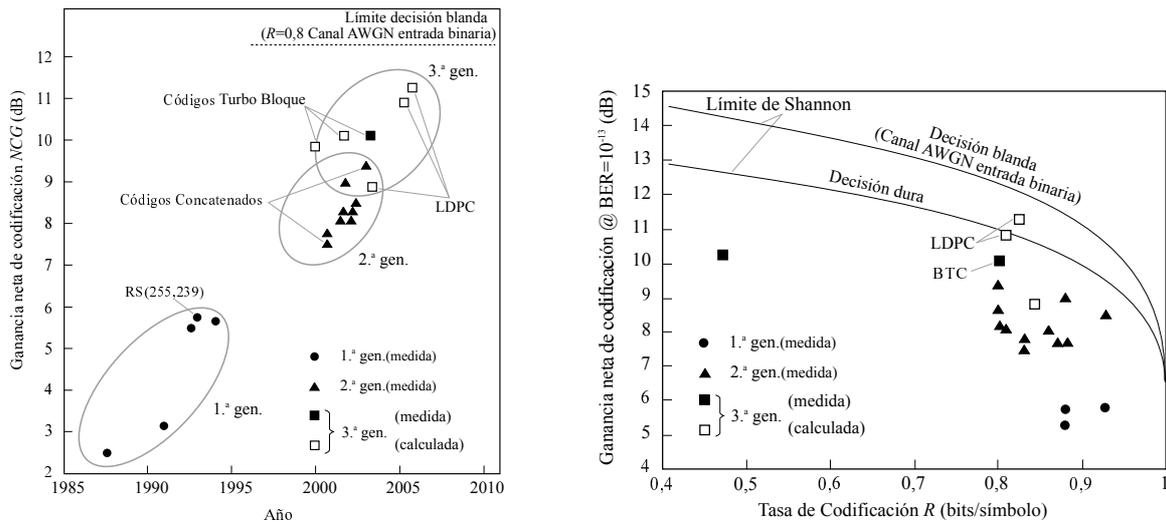


Figura 3.1. Curvas de desempeño de diferentes generaciones de códigos.

uno de los códigos componente, mejorando el resultado general después de cada iteración. Por ejemplo, el código especificado en G.975.1, Apéndice I.9 es un código producto BCH-BCH con una ganancia de codificación neta de 9,24 dB para una BER de 10^{-15} . Todos los códigos producto especificados en G.975.1 son códigos muy largos con longitudes de bloque de alrededor de 500000 bits. La principal ventaja de los códigos producto concatenados basados en códigos algebraicos es que el flujo de datos del decodificador interno es pequeño una vez que se han calculado los síndromes [79]. Tres desarrollos muy recientes de la segunda generación de códigos FEC de decisión dura son los códigos *continuamente intercalados* [80], los códigos *escalera (staircase)* [79] y los códigos *trenzados* BCH [81]. Estos códigos se pueden considerar como una combinación de códigos producto y convolucionales, con un rendimiento de decodificación de decisiones duras muy eficiente. La ganancia de codificación neta del código escalera es de 9,41 dB para una BER de 10^{-15} , que está a solo 0,56 dB de la capacidad del canal de decisión dura [79]. La ventaja del código BCH trenzado de [81] se debe principalmente al uso de un esquema de decodificación extrínseca muy simple que produce mayores ganancias que los algoritmos de decodificación convencionales basados en información intrínseca.

Con el advenimiento de esquemas de transmisión coherente y la utilización de convertidores de analógico a digital de alta resolución, la decodificación de decisión blanda se convirtió en un medio atractivo para aumentar el alcance de transmisión. A. Puc fue el primero en aplicar este tipo de decodificación en comunicaciones ópticas [82]. Los esquemas FEC con decodificación de decisión blanda se clasifican típicamente como esquemas FEC de *tercera generación*. En la Fig. 3.1 se muestra el desempeño de las diferentes generaciones de códigos. Hoy en día, hay dos clases competidoras de códigos que permiten decodificación de decisión blanda y que son atractivas para su implementación en receptores ópticos con velocidades de decodificación de 100 Gb/s y superiores.

La primera clase corresponde a la extensión natural de los esquemas de decodificación de segunda generación: códigos producto concatenados. Estos códigos también se denominan a menudo como códigos bloque turbo. La decodificación por decisión blanda iterativa de BTC fue desarrollada pioneramente por Pyndiah en [16], utilizando un decodificador componente basado en el algoritmo subóptimo Chase-II [83]. O. Ait Sab fue el primero en calcular el desempeño de los BTC para comunicaciones ópticas basado en el código producto BCH(128,113)² [17]. La aplicación de los BTC a comunicaciones ópticas fue demostrada en [14]. La ventaja de este algoritmo de decodificación es que es altamente paralelizable. Además, los BTC convergen muy rápidamente y solo requieren un número relativamente

pequeño de iteraciones de decodificación. Como el código producto suele tener una distancia mínima grande, el piso del error tiende a ser bajo, con una pendiente pronunciada (con respecto al comportamiento asintótico en función de la SNR). Sin embargo, estos códigos requieren grandes longitudes de bloque para realizar códigos con pequeña redundancia, lo que conduce a una mayor latencia de decodificación. Otra desventaja es su falta de flexibilidad con respecto a variar el tamaño de las tramas y la redundancia. Con redundancias de más del 15 al 20 por ciento, estos códigos ya no funcionan bien, ya que el número de palabras código a considerar en el decodificador de Pyndiah se vuelve prohibitivamente grande.

La segunda clase popular de los códigos con decodificación de decisión blanda en sistemas de comunicación óptica son los códigos LDPC, desarrollados en los años 60 por Gallager en su Tesis doctoral [15]. Estos códigos fueron ignorados durante mucho tiempo debido principalmente a que su implementación no era factible para el desarrollo de la época. Con el descubrimiento de los turbo códigos en 1993 [77] se despertó un repentino interés en códigos con decodificación iterativa, esto facilitó que se redescubrieran los códigos LDPC poco después [84]. En los años que siguieron, numerosas publicaciones de varios investigadores allanaron el camino para una comprensión profunda de esta clase de códigos. Esto condujo a numerosas aplicaciones en diversos estándares de comunicación, como por ejemplo, WLAN (IEEE 802.11) [85], DVB-S2 [86], y 10G Ethernet (IEEE 802.3) [87]. Una de las primeras publicaciones que propuso la utilización de códigos LDPC en comunicaciones ópticas la realizaron B. Vasic y I. B. Djordjevic [25]. El impacto de la decodificación de decisión blanda de códigos LDPC en comunicaciones ópticas se estudió en [88]. Además de los códigos LDPC binarios convencionales, se promovieron códigos LDPC no binarios para sistemas de comunicación óptica en [89]. Los modernos sistemas FEC de alto rendimiento se construyen a menudo utilizando un código interno LDPC de decisión blanda que reduce la BER a un nivel de entre 10^{-3} a 10^{-5} y un código externo de decisión dura que lleva la BER del sistema a niveles por debajo de 10^{-12} [88]. Se utiliza un código externo de limpieza, ya que la mayoría de los códigos LDPC exhiben un fenómeno denominado *piso de error*: por encima de una determinada relación señal-ruido, la BER ya no disminuye rápidamente, sino que sigue una curva con una pequeña pendiente. Este efecto se debe principalmente a la presencia de conjuntos de captura o conjuntos de absorción [90, 91]. La implementación de un sistema de codificación con un código de limpieza externo requiere una comprensión completa del código LDPC. Además, se requiere un entrelazador correctamente diseñado entre el LDPC y el código externo para evitar que los errores en la salida del decodificador LDPC, que típicamente se producen en ráfagas, causen bloques no corregibles después de la decodificación externa.

Con el aumento de los recursos de cómputo disponibles, ahora es posible evaluar la BER de los códigos LDPC a niveles muy bajos y optimizar los códigos para tener niveles de BER por debajo del objetivo del sistema [49]. A diferencia de los esquemas de codificación clásicos como los códigos BCH o Reed-Solomon, no existe una regla de diseño comúnmente aceptada para los códigos LDPC. En cambio, existe una plétora de metodologías de diseño, cada una con sus propias ventajas y desventajas.

El objetivo del diseñador de códigos LDPC es encontrar un código que produzca altas ganancias de codificación y que posea alguna estructura que facilite la implementación del codificador y el decodificador. Esta Tesis considera los códigos LDPC como esquema FEC a utilizar, en las siguientes secciones se brindaran más detalles sobre esta clase de códigos.

3.2 Códigos LDPC

Los códigos LDPC son una clase de códigos bloque lineales que proveen un desempeño cercano a la capacidad sobre una gran colección de canales de almacenamiento y transmisión de datos, mientras simultáneamente admiten decodificadores implementables. Los códigos LDPC fueron propuestos por Gallager en 1960 en su Tesis doctoral [15] y fueron escasamente considerados durante las siguientes décadas. Una notable excepción es el importante trabajo de Tanner en 1981 [92] en el cual generalizó los códigos LDPC e introdujo la representación gráfica de estos códigos, llamados *grafos* de *Tanner*. El estudio de códigos LDPC resurgió a mediados de los 90 con el trabajo de MacKay, Luby, y otros [93, 94, 95], quienes notaron algunas ventajas de los códigos bloque lineales que poseen matrices de chequeo de paridad dispersas (baja densidad).

3.2.1 Representación Matricial

Si bien los códigos LDPC se pueden generalizar a alfabetos no binarios, se consideran en este trabajo únicamente los códigos LDPC binarios por razones de simplicidad. Dado que los códigos LDPC constituyen una clase de códigos bloque lineales, se pueden describir como un subespacio k dimensional \mathcal{C} del espacio vectorial \mathbb{F}_2^n de las n -tuplas sobre el campo binario \mathbb{F}_2 . Teniendo en cuenta esto, se puede encontrar una base $B = \{\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{k-1}\}$ la cual conforma \mathcal{C} tal que cada $\mathbf{c} \in \mathcal{C}$ se puede escribir como $\mathbf{c} = u_0\mathbf{g}_0 + u_1\mathbf{g}_1 + \dots + u_{k-1}\mathbf{g}_{k-1}$ para algún $\{u_i\}$. De manera más compacta, $\mathbf{c} = \mathbf{u}\mathbf{G}$ donde $\mathbf{u} = [u_0 \ u_1 \ \dots \ u_{k-1}]$ y \mathbf{G} es la matriz generadora de dimensiones $k \times n$ cuyas filas son los vectores $\{\mathbf{g}_i\}$ (como es convencional en codificación, todos los vectores son vectores fila). El espacio nulo $(n - k)$ dimensional \mathcal{C}^\perp de \mathbf{G} comprende todos los vectores $\mathbf{x} \in \mathbb{F}_2^n$ para los cuales $\mathbf{x}\mathbf{G}^T = \mathbf{0}$ y es conformado por la base $B^\perp = \{\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{n-k-1}\}$. Entonces, para cada $\mathbf{c} \in \mathcal{C}$, $\mathbf{c}\mathbf{h}_i^T = 0$ para todo i o, de manera más compacta, $\mathbf{c}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$, donde \mathbf{H} es la matriz de chequeo de paridad de dimensiones $(n - k) \times n$ cuyas filas son los vectores $\{\mathbf{h}_i\}$ y a su vez es la matriz generadora para el espacio nulo \mathcal{C}^\perp . La matriz de chequeo de paridad se denomina así porque contiene $m = n - k$ chequeos de paridad por separado sobre cada palabra código en el código \mathcal{C} .

Un código LDPC es un código bloque lineal para el cual la matriz de chequeo de paridad \mathbf{H} tiene baja densidad de 1's. Un código LDPC *regular* es un código bloque lineal cuya matriz de chequeo de paridad \mathbf{H} contiene exactamente w_c 1's en cada columna y exactamente $w_r = w_c(n/m)$ 1's en cada fila, donde $w_c \ll m$ (equivalentemente, $w_r \ll n$). La tasa del código $R = k/n$ se relaciona con estos parámetros mediante $R = 1 - w_c/w_r$ (esto supone que \mathbf{H} es de rango completo). Si \mathbf{H} es de baja densidad, pero el número de 1's en cada columna o fila no es constante, entonces el código LDPC es *irregular*. Es más fácil ver cuando un código LDPC es regular o irregular a través de su representación gráfica.

3.2.2 Representación Gráfica

Tanner consideró los códigos LDPC y mostró como se pueden representar efectivamente mediante un grafo bipartito, ahora llamado grafo de Tanner [92]. El grafo de Tanner para un código LDPC se muestra en la Fig. 3.2. En el contexto de un código LDPC, los nodos de restricciones son también denominados nodos de chequeo debido a que cada restricción es una restricción de chequeo de paridad. El grafo de Tanner de un código se dibuja de acuerdo a la siguiente regla: el nodo de chequeo j se conecta al nodo variable i siempre que el elemento h_{ji} en \mathbf{H} sea 1. Se puede deducir de esto que hay $m = n - k$ nodos de chequeo, uno por cada ecuación de chequeo, y n nodos variables, uno por cada bit codificado c_i . Además, las m filas de \mathbf{H} especifican las conexiones de los m nodos de chequeo, y

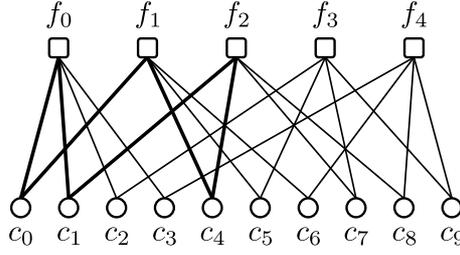


Figura 3.2. Grafo de Tanner para el código de ejemplo.

las n columnas de \mathbf{H} especifican las conexiones de los n nodos variables.

Ejemplo: Se considera un código bloque lineal $(10, 5)$ con $w_c = 2$ y $w_r = w_c(n/m) = 4$ con la siguiente matriz \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

El grafo de Tanner correspondiente a \mathbf{H} se muestra en la Fig. 3.2. Se puede observar que los nodos variables c_0, c_1, c_2 , y c_3 están conectados al nodo de chequeo f_0 dado que en la fila cero de \mathbf{H} , $h_{00} = h_{01} = h_{02} = h_{03} = 1$ (todos los otros son cero). Nótese que situaciones análogas ocurren para los nodos de chequeo f_1, f_2, f_3 , y f_4 los cuales corresponden respectivamente a las filas 1, 2, 3, y 4 de \mathbf{H} . Se debe tener en cuenta que, como consecuencia de $\mathbf{c}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$, los valores de los bits conectados al mismo nodo de chequeo deben sumar cero. También se puede construir el grafo de Tanner a partir de la columnas. Por ejemplo, el nodo variable c_0 está conectado a los nodos de chequeo f_0 y f_1 debido a que en la columna cero de \mathbf{H} , $h_{00} = h_{10} = 1$.

El grafo de Tanner de este ejemplo es regular: cada nodo variable tiene dos conexiones y cada nodo de chequeo tiene cuatro conexiones (esto quiere decir que el grado de cada nodo variable es 2 y el grado de cada nodo de chequeo es 4). Esto coincide con el hecho de que $w_c = 2$ y $w_r = 4$. Del ejemplo también se desprende claramente que $mw_r = nw_c$. Para los códigos LDPC irregulares, los parámetros w_c y w_r son funciones de las columnas y de las filas.

Un ciclo (o lazo) de longitud v en un grafo de Tanner es un camino que comprende v aristas el cual se cierra sobre sí mismo y no pasa más de una vez por cada nodo. El grafo de Tanner del ejemplo anterior posee un ciclo de longitud 6 ejemplificado por las seis aristas en negrita de la Fig. 3.2. El *girth* γ de un grafo de Tanner es la mínima longitud de un ciclo en el grafo. El ciclo más corto posible en un grafo bipartito claramente es un ciclo de longitud 4. Estos ciclos se manifiestan en la matriz \mathbf{H} como cuatro 1's que se ubican en las esquinas de una submatriz de \mathbf{H} . El interés en los ciclos, particularmente en los ciclos cortos, se debe principalmente a que ellos degradan el desempeño de los algoritmos de decodificación iterativa usados para los códigos LDPC. Este hecho resultará evidente en la discusión de los algoritmos de decodificación iterativa que se presenta más adelante.

3.2.3 Diseño de Códigos LDPC

La forma más directa de generar un código LDPC es a través de la construcción de una matriz LDPC con ciertas propiedades deseadas. Existen un gran número de técnicas de diseño en la bibliografía, aquí se revisarán superficialmente las más relevantes.

Gallager [15] dio la primera técnica de diseño en su trabajo sobre códigos LDPC. En este enfoque de diseño, la matriz de chequeo de paridad \mathbf{H} de tamaño $m \times n$ consiste de w_c submatrices \mathbf{H}_d de tamaño $\mu \times n$ apiladas una encima de la otra. Las submatrices \mathbf{H}_d tienen la siguiente estructura: para dos enteros cualesquiera μ y w_r más grandes que 1, cada submatriz \mathbf{H}_d es de tamaño $\mu \times \mu w_r$ con peso de fila w_r y peso de columna 1. La submatriz \mathbf{H}_1 tiene la siguiente forma: para $i = 1, 2, \dots, \mu$, la i -ésima fila contiene todos sus w_r 1's en la columnas $(i-1)w_r + 1$ a iw_r . Las otras submatrices son simplemente permutaciones de columnas de \mathbf{H}_1 . Es evidente que \mathbf{H} es regular, tiene dimensiones $\mu w_c \times \mu w_r = \mu w_c \times n$, y tiene pesos de filas y columnas w_r y w_c , respectivamente. No está garantizada la ausencia de ciclos de longitud 4 en \mathbf{H} , pero estos se pueden evitar mediante un diseño asistido por computadora. Gallager mostró que el conjunto de tales códigos tienen excelentes propiedades de distancia (d_{\min} se incrementa con n) dados $w_c \geq 3$ y $w_r > w_c$.

MacKay descubrió independientemente los códigos LDPC y fue el primero en mostrar la habilidad de estos códigos para operar cerca de los límites de capacidad [93, 94]. MacKay ha archivado en una página web [96] un gran número de códigos LDPC que diseñó para su aplicación en comunicación y almacenamiento de datos, la mayoría de ellos son regulares. Los algoritmos para generar semi aleatoriamente matrices \mathbf{H} dispersas implican simplemente poblar una matriz colocando 1's en ella, columna por columna, para asegurar las distribuciones de peso de columnas y filas deseados y así evitar ciclos de longitud 4.

Uno de los inconvenientes de los códigos de Gallager y MacKay es que carecen de suficiente estructura para permitir una codificación de baja complejidad. La codificación se realiza poniendo \mathbf{H} en la forma $[\mathbf{P}^T \mathbf{I}]$ mediante la eliminación de Gauss-Jordan, de esta manera puede obtenerse la matriz generadora de forma sistemática $\mathbf{G} = [\mathbf{I} \mathbf{P}]$. El problema con la codificación a través de \mathbf{G} es que la submatriz \mathbf{P} generalmente es no dispersa, de tal manera que para códigos de longitud $n = 1000$ o más, la complejidad de codificación es alta. Una técnica de codificación eficiente que emplea solamente la matriz \mathbf{H} se propuso en [97].

Desde los primeros trabajos sobre códigos LDPC, se han publicado un gran número de artículos sobre el diseño y análisis de estos códigos. La mayor parte de la técnica de diseño se centra en el problema de la complejidad del codificador incorporando estructura en \mathbf{H} y en el rendimiento del código. Los siguientes libros brindan una buena cobertura de algunos de los enfoques más conocidos [11, 98, 99].

3.2.4 Algoritmos de Decodificación

Además de introducir los códigos LDPC en su trabajo de Tesis [15], Gallager propuso también un algoritmo de decodificación que es generalmente cercano al óptimo. El algoritmo se ha denominado *algoritmo suma producto* (SPA, del inglés *Sum-Product Algorithm*), *algoritmo de propagación de creencia* (BPA, del inglés *Belief Propagation Algorithm*), y *algoritmo de paso de mensajes* (MPA, del inglés *Message Passing Algorithm*). El término paso de mensajes hace referencia a todos los algoritmos iterativos que serán descriptos, incluyendo el SPA y sus aproximaciones.

La decodificación óptima (máximo a posteriori [MAP]) símbolo a símbolo requiere calcular la probabilidad a posteriori de que un determinado bit en la palabra código transmitida $\mathbf{c} = [c_0 \ c_1 \ \dots \ c_{n-1}]$ sea igual a 1, dada la palabra recibida $\mathbf{r} = [r_0 \ r_1 \ \dots \ r_{n-1}]$. Sin pérdida de generalidad, se hace foco en la decodificación del bit c_i de tal manera que el logaritmo de su relación de verosimilitud (LLR, del inglés *Log-Likelihood Ratio*) denotada $L(c_i)$ se calcula de la siguiente manera

$$L(c_i) \triangleq \ln \left(\frac{\Pr(c_i = 0 \mid \mathbf{r})}{\Pr(c_i = 1 \mid \mathbf{r})} \right). \quad (3.2)$$



Figura 3.3. Subgrafo de un grafo de Tanner correspondiente a una matriz H cuya: a) columna cero es $[11100 \cdots 0]^T$, b) fila cero es $[110100 \cdots 0]^T$. Las flechas indican el paso de mensajes entre nodos.

El SPA para el cálculo de $L(c_i)$ es un algoritmo iterativo basado en el grafo de Tanner del código. Específicamente, se puede pensar que los nodos variables y de chequeo representan dos tipos de procesadores y las aristas representan el camino de los mensajes (LLR). En una media iteración, cada nodo variable procesa sus mensajes de entrada y pasa sus mensajes de salida resultantes a los nodos de chequeo vecinos (dos nodos son vecinos si ellos están conectados por una arista). Este proceso se muestra en la Fig. 3.3 a) para el mensaje $m_{c_0 \rightarrow f_2}$ del nodo variable c_0 al nodo de chequeo f_2 . Obsérvese en la figura que la información enviada al nodo de chequeo f_2 se calcula a partir de toda la información disponible en el nodo variable c_0 del canal y sus vecinos, excluyendo el nodo de chequeo f_2 (es decir solo la información extrínseca se pasa). En cada media iteración se calcula la información extrínseca $m_{c_i \rightarrow f_j}$ para cada par de nodos variable-chequeo vecinos. Específicamente, los mensajes enviados desde el nodo variable c_i al nodo de chequeo f_j están dados por

$$m_{c_i \rightarrow f_j} = 2 \frac{r_i}{\sigma^2} + \sum_{\mathbf{N}_i \setminus \{j\}} m_{f_j \rightarrow c_i}, \quad (3.3)$$

donde \mathbf{N}_i es el conjunto de vecinos de c_i , σ^2 es la varianza de cada muestra de ruido blanco Gaussiano aditivo (AWGN, del inglés *Additive White Gaussian Noise*) del canal, y $m_{f_j \rightarrow c_i}$ es el mensaje de f_j a c_i .

En la otra media iteración, cada nodo de chequeo procesa sus mensajes de entrada y pasa sus mensajes de salida resultantes hacia sus nodos variables vecinos. Este proceso se muestra en la Fig. 3.3 b) para el mensaje $m_{f_0 \rightarrow c_4}$ desde el nodo de chequeo f_0 al nodo variable c_4 . Solamente la información extrínseca es enviada hacia el nodo variable c_4 . Dicha información extrínseca $m_{f_j \rightarrow c_i}$ se calcula para cada par nodo de chequeo/nodo variable f_j/c_i conectado por cada media iteración. Específicamente, los mensajes enviados desde el nodo de chequeo f_j al nodo variable c_i están dados por

$$m_{f_j \rightarrow c_i} = \boxplus_{\mathbf{N}_j \setminus \{i\}} m_{c_i \rightarrow f_j}, \quad (3.4)$$

donde \mathbf{N}_j es el conjunto de vecinos de f_j y el operador \boxplus para dos mensajes se define por cualquiera

de las siguientes tres expresiones

$$L_1 \boxplus L_2 = \text{máx}^*(L_1 + L_2, 0) - \text{máx}^*(L_1, L_2) \quad (3.5)$$

$$= \prod_{k=1}^2 \alpha_k \cdot \phi \left(\sum_{k=1}^2 \phi(\beta_k) \right) \quad (3.6)$$

$$= \prod_{k=1}^2 \alpha_k \cdot \text{mín}(\beta_1, \beta_2) + s(L_1, L_2), \quad (3.7)$$

donde

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \text{sign}(L_k), \\ \beta_k &= |L_k|, \\ \phi(x) &= -\ln \tanh(x/2), \\ s(x, y) &= \ln(1 + e^{|x+y|}) - \ln(1 + e^{|x-y|}). \end{aligned}$$

Cualquiera de estas expresiones para pares se puede utilizar repetidamente cuando están involucradas más de dos LLR. Por ejemplo, $L_1 \boxplus L_2 \boxplus L_3$ se puede calcular como $(L_1 \boxplus L_2) \boxplus L_3$. Para ℓ LLR, resulta

$$L_1 \boxplus L_2 \boxplus \dots \boxplus L_\ell = \prod_{k=1}^{\ell} \alpha_k \cdot \phi \left(\sum_{k=1}^{\ell} \phi(\beta_k) \right). \quad (3.8)$$

Luego de establecer un número máximo de iteraciones o luego de que algún criterio de finalización ha sido satisfecho, el decodificador calcula la LLR a partir de la cual se obtienen las decisiones sobre los bits c_i . Un ejemplo de criterio de finalización es detener las iteraciones cuando $\hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$, donde $\hat{\mathbf{c}}$ es una palabra código decodificada tentativamente. Los bit de decisión \hat{c}_i en $\hat{\mathbf{c}}$ se obtienen mediante la suma de todos los mensajes que llegan al nodo variable c_i y comparando la suma con cero como se verá a continuación.

El algoritmo MPA supone que los mensajes pasados son estadísticamente independientes durante todo el proceso de decodificación. Cuando las muestras r_i son independientes, esta suposición de independencia de los mensajes se mantiene solo si el grafo de Tanner no posee ciclos. Además, el MPA podría producir LLR exactas en este caso [100]. Sin embargo, para un grafo de *girth* γ , la suposición de independencia es cierta solamente hasta la $(\gamma/2)$ -ésima iteración, luego de la cual los mensajes comienzan a realimentarse en los diversos ciclos del grafo. Las simulaciones han mostrado que el MPA generalmente es muy efectivo cuando se evitan los ciclos de longitud 4.

Dadas (3.3) y (3.4) y los pasos de decisión descritos, lo que resta en la descripción del SPA es el paso de inicialización. Los mensajes $m_{f_j \rightarrow c_i}$ de los nodos de chequeo son todos inicializados a cero y los mensajes $m_{c_i \rightarrow f_j}$ de los nodos variables se establecen en el valor $2r_i/\sigma^2$, para todo j . A continuación se detalla el algoritmo de decodificación SPA para los códigos LDPC.

ALGORITMO DE DECODIFICACIÓN DE SUMA-PRODUCTO

1. **inicialización:** Para $i = 0, 1, \dots, n-1$, asignar a los mensajes $m_{c_i \rightarrow f_j} = 2r_i/\sigma^2$ para todo j para el cual $h_{ij} = 1$.
2. **actualización nodos de chequeo:** Para $j = 0, 1, \dots, m-1$, calcular $m_{f_j \rightarrow c_i} = \boxplus_{\mathbf{N}_j \setminus \{i\}} m_{c_i \rightarrow f_j}$ para todo i para el cual $h_{ij} = 1$.
3. **actualización nodos variables:** Para $i = 0, 1, \dots, n-1$, calcular $m_{c_i \rightarrow f_j} = 2r_i/\sigma^2 + \sum_{\mathbf{N}_i \setminus \{j\}} m_{f_j \rightarrow c_i}$

para todo j para el cual $h_{ij} = 1$.

4. **decisiones de bits:** Actualizar $\{L(c_i)\}$ utilizando $L(c_i) = 2r_i/\sigma^2 + \sum_{\mathbf{N}_i} m_{f_j \rightarrow c_i}$. Para $i = 0, 1, \dots, n-1$, asignar

$$\hat{c}_i = \begin{cases} 1 & \text{si } L(c_i) < 0 \\ 0 & \text{caso contrario} \end{cases}.$$

Si $\hat{\mathbf{c}}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$ o el número de iteraciones es igual al límite máximo, se detiene, caso contrario, volver al paso 2.

Observación. Puede aplicarse este algoritmo a otros canales simplemente cambiando el paso de inicialización. También pueden modificarse los pasos 2-4. Por ejemplo, es posible combinar los pasos 3 y 4 ya que se realizan cálculos muy similares.

3.2.5 Decodificadores de Complejidad Reducida

La implementación del operador \boxplus es bastante compleja ya que implica el cálculo de funciones trascendentes tales como logaritmos naturales y tangentes hiperbólicas. Una opción viable es utilizar tablas de búsqueda, pero a veces incluso una tabla muy grande puede producir pisos en la curva de desempeño del código. También es posible utilizar otras técnicas, tales como una aproximación lineal por tramos. A continuación se detalla una aproximación común, la cual provee una baja tasa de error, pero a costa de una cierta pérdida en el rendimiento en la región de cascada de la curva de desempeño. La magnitud de la pérdida de rendimiento depende del código.

Decodificador Mínimo-Suma

Considerando el operador \boxplus de (3.4), y particularmente la expresión $\phi(\sum_k \phi(\beta_k))$ que compone a dicho operador, se puede apreciar la relevancia de la función $\phi(x)$. A partir del gráfico de $\phi(x)$ mostrado en la Fig. 3.4, obsérvese que el término dominante en la sumatoria corresponde al β_k más pequeño, resultando

$$\begin{aligned} \phi\left(\sum_k \phi(\beta_k)\right) &\simeq \phi\left(\phi\left(\min_k \beta_k\right)\right) \\ &= \min_k \beta_k. \end{aligned}$$

La utilización de este hecho da lugar al algoritmo mínimo-suma es cual es una versión del SPA en dominio logarítmico donde la ecuación de actualización de los nodos de chequeo se reemplaza por

$$m_{f_j \rightarrow c_i} = \prod_{\mathbf{N}_j \setminus \{i\}} \text{sign}(m_{c_i \rightarrow f_j}) \cdot \min_{\mathbf{N}_j \setminus \{i\}} |m_{c_i \rightarrow f_j}|. \quad (3.9)$$

Además, se puede demostrar que la inicialización $m_{c_i \rightarrow f_j} = 2r_i/\sigma^2$ en este caso se puede reemplazar por $m_{c_i \rightarrow f_j} = r_i$. La ventaja de esto radica por supuesto en que no se necesita el conocimiento de la potencia de ruido σ^2 .

3.3 Códigos LDPC Espacialmente Acoplados

A pesar de las simplificaciones en los algoritmos de decodificación, la implementación de códigos LDPC de longitudes de 30000 o mayores es un desafío considerable y una meta difícil de lograr con

pueden tener pisos de error que hacen prohibitivo su uso en comunicaciones ópticas, a menos que sean diseñados cuidadosamente.

Para la construcción de códigos SC-LDPC fuertemente acoplados de *girth* 6 y tasa $(v-1)/v$ se utiliza un grafo prototipo (*protografo*) estático de tamaño $(m_s + 1) \times v$, seleccionando el mínimo m_s que permite la restricción de *girth*. Por ejemplo, para construir un código regular de tasa $4/5$ ($v = 5$) de *girth* 6, con nodos variables de grado $w_c = 3$ y nodos de chequeo de grado $w_r = 15$ puede utilizarse el siguiente protografo

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{m_s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Resulta tentador utilizar \mathbf{B}_i cuyo tamaño es $\dim \mathbf{B}_i = 1 \times v$ como submatrices \mathbf{H}_i , sin embargo esto podría conducir a un código con una distancia mínima $d_{\min} \leq 6$. Obteniendo como resultado palabras código de bajo peso y por lo tanto un piso de error inaceptable. Por esta razón no se utiliza \mathbf{B} directamente como código pero sí como protografo. Utilizarla de esta manera implica sustituir cada entrada no nula en \mathbf{B} por una matriz circulante $\mathbf{P}^{s_{i,j}}$ de dimensiones $S \times S$. \mathbf{P} es una matriz de permutación circulante con las entradas $P_{S,1} = P_{\mathbb{k},\mathbb{k}+1} = 1$ para $1 \leq \mathbb{k} < S$, y 0 en caso contrario (es decir, la matriz identidad cíclicamente desplazada a la derecha por una posición). Este procedimiento permite construir códigos que potencialmente tienen una distancia mínima mayor y que se pueden decodificar eficientemente con un decodificador parcialmente paralelo [49]. Para construir códigos poderosos, se deben seleccionar cuidadosamente los valores de desplazamiento $s_{i,j}$, asociados a la j -ésima columna del sub-protografo \mathbf{B}_i . Sin embargo, esta construcción no ayuda a incrementar el *girth*, ya que hay ciclos inevitables de longitud 6 que no pueden ser resueltos independientemente de los valores elegidos de $s_{i,j}$ [104]. Podría extenderse la construcción utilizando valores de desplazamiento $s_{i,j}(t)$. Si el protografo se mantiene invariable en el tiempo, el diseño del hardware se puede mantener tan simple con una estructura de cableado fija. Los valores de desplazamiento que varían en función del tiempo solo requieren un desplazador de barril en el decodificador.

3.3.1 Decodificación de Ventana

La estructura convolucional del código impone una restricción a los nodos variables conectados a las mismas ecuaciones de chequeo de paridad. Basándose en un protografo donde $\dim \mathbf{B}_i = J' \times K'$,

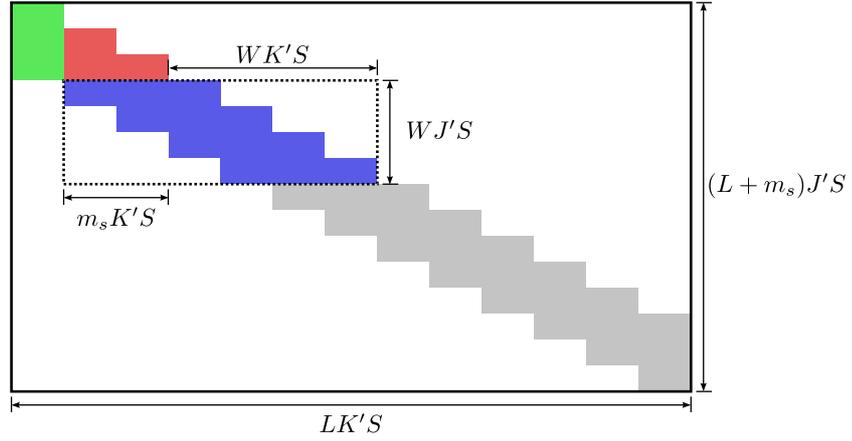


Figura 3.5. Propagación de mensajes en la ventana de decodificación.

dos nodos variables del protografo que están al menos $(m_s + 1)K'$ columnas separados no pueden estar involucrados en la misma ecuación de chequeo de paridad. Esta característica puede aprovecharse para realizar la decodificación continua de la secuencia recibida a través de una “ventana” que se desliza a lo largo de la secuencia de bits.

Considere una matriz de chequeo de paridad regular $\mathbf{H}_{SC}^{[Term.]}$ construida a partir de la matriz base \mathbf{B} . El *decodificador de ventana* trabaja sobre los sub protografos del código y se define el tamaño de ventana W como el número de conjuntos de J' nodos de chequeo del protografo \mathbf{B} considerado en cada una de ellas. La ventana entonces consiste de $J_W = WJ'S$ filas de $\mathbf{H}_{SC}^{[Term.]}$ y todas las columnas involucradas en las ecuaciones de chequeo de paridad correspondientes a estas filas, como se muestra en la Fig. 3.5.

El algoritmo SPA o alguna de sus variantes se aplica sobre los nodos abarcados por la ventana. En la Fig. 3.5 la información en rojo se propaga a la ventana actual y la información en verde puede utilizarse para decodificar los correspondientes nodos variables. La longitud de la ventana W varía entre $(m_s + 1)$ y $(L - 1)$, seleccionando la mínima longitud de ventana se puede obtener una reducción notoria en la cantidad de nodos procesados. A medida que la ventana se desplaza, la información calculada en los nodos que se solapan se propaga para el nuevo cálculo. El número de iteraciones equivalente que realiza el decodificador de ventana es igual al número de iteraciones realizadas por ventana multiplicado por el tamaño de la ventana W .

3.4 Desafíos en Canales Ópticos

Los esquemas FEC presentados en este capítulo constituyen una pieza fundamental dentro de los receptores ópticos coherentes para garantizar la fiabilidad de la transmisión. Por tal motivo es de gran interés evaluar su desempeño como parte integral del receptor. En esta sección se presentan resultados de desempeño del esquema de corrección de errores en combinación con los algoritmos de recuperación de portadora descritos en la subsección 2.4.4. Como esquema FEC se utiliza un código LDPC de última generación para comunicaciones ópticas [49]. La medida de evaluación de desempeño es la BER post-FEC y el modelo de canal utilizado es el presentado en la subsección 2.4.3.

3.4.1 Desempeño de Esquema Particionado CPR+FEC

En las Figs. 3.6 y 3.7 se muestran dos esquemas que combinan los algoritmos CPR descritos en la subsección 2.4.4.2 con una etapa FEC. Se denominan aquí a estos algoritmos ECPR, debido a

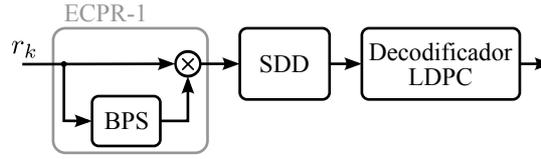


Figura 3.6. Diagrama de bloques del algoritmo BPS con modulación diferencial.

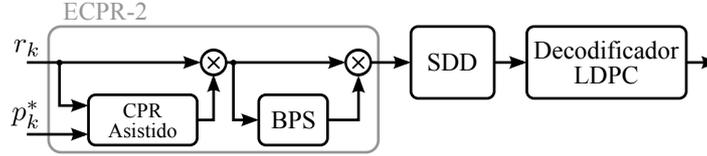


Figura 3.7. Diagrama de bloques del algoritmo asistido por símbolos piloto basado en BPS.

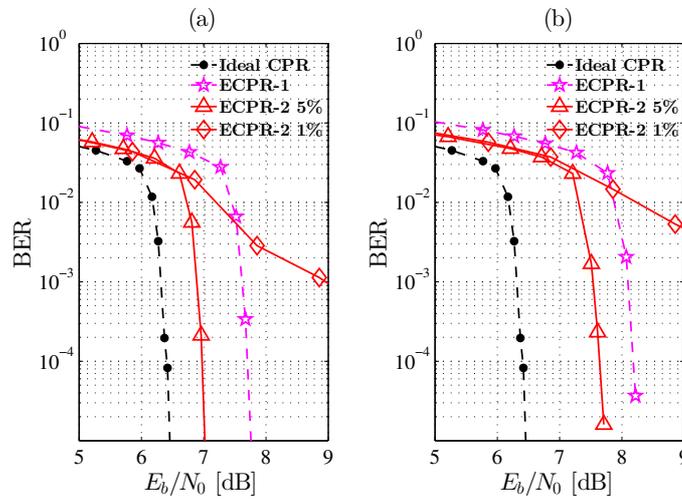


Figura 3.8. BER post-FEC vs. E_b/N_0 con $A_p = 0$. (a) $\Delta\nu = 500$ kHz. (b) $\Delta\nu = 5$ MHz.

que ambos CPR operan de manera explícita, en contraposición a la estimación de la fase de forma conjunta con la decodificación. A cada uno de estos esquemas se los denomina respectivamente ECPR-1 y ECPR-2.

Se investiga el desempeño de los esquemas ECPR-1 y ECPR-2 en presencia de fluctuaciones de frecuencia y ruido de fase del láser mediante simulaciones por computadora. En todos los casos, el BPS utiliza $B = 32$ fases de testeo y el ancho del filtro $2N + 1$ se optimiza para cada SNR. Se considera un canal óptico no dispersivo con $f_c = 0$, una velocidad en baudios de $1/T = 32$ Giga-símbolos por segundo (Gs/s) con modulación PDM-16QAM (es decir, la tasa de bits es de 256 Gb/s). Se utiliza el código LDPC con 20% de redundancia y ganancia de codificación neta en canales con ruido Gaussiano blanco aditivo (AWGN) de 11,3 dB para una $BER = 10^{-15}$ propuesto en [49]². Se tienen en cuenta tres valores diferentes de tasa de símbolos piloto (P_R) para ECPR-2: $P_R = 1, 2$ y 5% . En todos los casos se ha utilizado un decodificador LDPC con 50 iteraciones. También se incluyen con fines comparativos resultados *sin* ruido de fase del láser ni fluctuaciones de frecuencia. Estos últimos resultados, denominados *Ideal CPR*, se obtuvieron utilizando solamente la etapa FEC LDPC sobre un canal AWGN. El estudio se enfoca en la BER post-FEC como una función de la E_b/N_0 , donde se considera la penalidad causada por la redundancia del código y de los símbolos piloto.

²Notar que la tasa de bits efectiva es ~ 200 Gb/s.

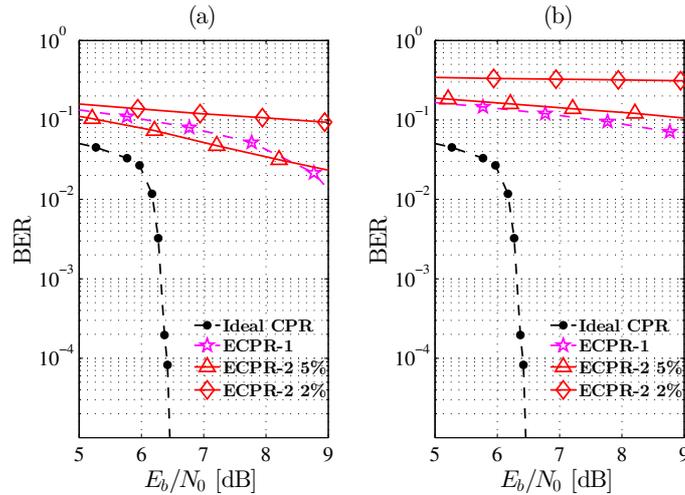


Figura 3.9. BER post-FEC vs. E_b/N_0 con $\Delta\nu = 500$ kHz and $\Delta f_c = 35$ kHz. (a) $A_p = 200$ MHz. (b) $A_p = 500$ MHz.

La Fig. 3.8 muestra la BER post-FEC frente a la E_b/N_0 en presencia solamente de ruido de fase del láser (es decir, $A_p = 0$). Se simulan dos valores de ancho de línea del láser $\Delta\nu$: 500 kHz y 5 MHz. Se observa que el ECPR-1 y el ECPR-2 con $P_R = 5\%$ pueden operar con cierta degradación en presencia de este fenómeno. La penalidad de ECPR-1 con respecto a ECPR-2 para $P_R = 5\%$ se debe principalmente al uso de modulación diferencial en el ECPR-1.

La figura 3.9 muestra la BER post-FEC frente a la E_b/N_0 en presencia de ruido de fase del láser y jitter sinusoidal con $\Delta f_c = 35$ kHz, $A_p = 200$ y 500 MHz. Obsérvese que ambos esquemas ECPR experimentan una degradación dramática del rendimiento causada por las fluctuaciones de frecuencia. Se enfatiza que el estudio realizado en este trabajo considera la BER post-FEC y no la BER pre-FEC como es lo habitual en los trabajos relacionados que se pueden encontrar en la bibliografía. Como una motivación de este análisis, cabe mencionar que ráfagas cortas de errores de bits no perceptibles en el análisis de BER pre-FEC pueden causar una gran penalidad cuando se considera el rendimiento post-FEC [105]. Este hecho es útil para comprender la importante degradación experimentada en presencia de fluctuaciones de la frecuencia de portadora como se muestra en la Fig. 3.9. Además comparando los resultados de la Fig. 2.12 b) con los resultados de la Fig. 3.9 a), donde para condiciones muy similares, en la primera se tiene una penalidad de 1 dB (pre-FEC) mientras que en la segunda es de alrededor de 2 dB (ECPR-1 post-FEC). Marcando una diferencia en la penalidad entre la BER pre-FEC y post-FEC para esta condición de alrededor de 1 dB.

A partir de los resultados anteriores se puede ver que se necesitarán poderosas técnicas de estimación de fase de la portadora y decodificación para combatir los efectos tanto del ruido de fase del láser como de las fluctuaciones de frecuencia.

3.5 Conclusiones Parciales

En este capítulo se describieron los principales esquemas de corrección de errores utilizados en los sistemas de comunicaciones ópticas coherentes. La incorporación de potentes esquemas FEC con decodificación iterativa resulta vital para alcanzar la tasa de error requerida en los enlaces ópticos de alta velocidad (>100 Gb/s) con la menor potencia de transmisión posible. En particular, en este capítulo se analizaron los principales algoritmos de codificación y decodificación de los códigos LDPC.

Los códigos LDPC permiten alcanzar elevadas ganancias con una complejidad de implementación manejable con las actuales tecnologías fabricación.

Otra de las contribuciones de este capítulo fue la evaluación del desempeño de esquemas particionados de detección y decodificación propuestos en la literatura. A diferencia de trabajos anteriores, en esta Tesis se realizó el análisis de rendimiento del esquema *completo* CPR+FEC evaluando la tasa de error a la salida del decodificador de canal. Los resultados obtenidos demostraron que el impacto de los efectos de ruido de fase y fluctuaciones de frecuencia en conjunto con las limitaciones del CPR tienen un impacto importante sobre el comportamiento del código de corrección de errores. A modo de ejemplo, se puede verificar que ninguno de los esquemas descritos puede trabajar en los escenarios de funcionamiento considerados en la Fig. 3.9 b).

Los resultados de los Cap. 2 y 3 sirven para entender la necesidad de desarrollar nuevas y potentes técnicas de detección y decodificación que permitan alcanzar un buen desempeño de los sistemas ópticos coherentes en presencia de ruido de fase y fluctuaciones de frecuencia, incluyendo algunas limitaciones prácticas propias de los algoritmos de detección (CS). Precisamente, en los próximos capítulos de la Tesis se presentan nuevas propuestas destinadas a combatir los efectos mencionados. En particular, se proponen dos soluciones:

- *Nuevas Arquitecturas Particionadas de Detección-Decodificación (Cap. 4)*: se introducen varios esquemas que permiten reducir la penalidad de los esquemas existentes que emplean modulación diferencial, así como la complejidad respecto a soluciones basadas en símbolos pilotos con modulación no diferencial. En particular, se destaca una nueva solución con modulación no diferencial que permite evitar los efectos de los CS *sin necesidad de utilizar símbolos pilotos*.
- *Nueva Arquitectura de Detección-Decodificación Conjunta (Cap. 5)*: el ruido de fase puede aumentar sustancialmente en presencia de no linealidades de la fibra óptica. Este incremento en la potencia del ruido de fase puede limitar seriamente el rendimiento de arquitecturas particionadas. Para este escenario de funcionamiento, en esta Tesis se presenta una arquitectura de detección y decodificación conjunta. Los resultados demuestran que esquemas iterativos de detección y decodificación pueden mitigar satisfactoriamente el impacto del ruido de fase de gran potencia. Como se espera, este beneficio se logra a expensas de un incremento importante de complejidad. Por este motivo, en esta Tesis se desarrolla una arquitectura de implementación del esquema de detección-decodificación conjunto en circuitos integrados de gran escala de integración (Cap. 6).

Capítulo 4

Detección y Decodificación Particionada

Síntesis: En el presente capítulo se proponen tres técnicas basadas en una estructura particionada. El principal objetivo de las mismas es evitar el problema de los deslizamientos de fase y al mismo tiempo mitigar la penalidad presente en los esquemas con modulación diferencial. La primera de las propuestas disminuye la penalidad de modulación diferencial utilizando un esquema iterativo conjunto entre demapeador y decodificador. La segunda de las propuestas emplea un esquema de modulación no diferencial y se vale de símbolos piloto para la estimación de los CS. La tercer propuesta utiliza constelaciones de diferente tipo para resolver la simetría rotacional de la constelación y así proveer una referencia de fase absoluta.

4.1 Introducción

En este capítulo se presentan tres propuestas que emplean una arquitectura particionada de estimación de fase de portadora y corrección de errores. Las soluciones propuestas apuntan a reducir la penalidad impuesta por la modulación diferencial y a la vez no descuidar el fenómeno de los desplazamientos de fase. Cada una de las propuestas hace uso de una herramienta diferente para dicho objetivo. A continuación se detalla brevemente el sistema que emplea cada una de ellas.

La primer propuesta presentada se basa en la utilización de modulación diferencial con la particularidad que permite reducir la penalidad introducida en los esquemas de modulación diferencial tradicionales. En el receptor, se emplea un bloque denominado *demapeador* encargado de proveer la información blanda al decodificador iterativo. Un demapeador tradicional de baja complejidad utiliza una arquitectura concatenada serial, el cual para producir las salidas blandas de los bits correspondientes a cada símbolo transmitido tiene solo en cuenta dos símbolos adyacentes. Sin embargo, como se verá más adelante, el desempeño de este enfoque subóptimo produce penalidades de alrededor de 1 dB. Esta degradación se puede contrarrestar utilizando una arquitectura turbo concatenada. El uso de técnicas de decodificación iterativas basadas en el algoritmo de Bahl, Cocke, Jelinek, y Raviv (BCJR), ha sido reportado en la literatura en el pasado [106]. Desafortunadamente, la gran complejidad de los decodificadores iterativos basados en BCJR hacen prohibitiva su implementación en receptores ópticos comerciales con velocidades de varios Gb/s.

Aquí se propone una arquitectura de decodificación y demapeo conjunta iterativa (JDD, del inglés *Joint Demapping and Decoding*) de baja complejidad para modulación DQPSK coherente (ver Fig. 4.1(a)). En esta propuesta el demapeador utiliza ahora toda la información disponible de la secuencia recibida y la aportada por el código corrector de errores.

La segunda de las propuestas se basa en un sistema de modulación no diferencial y recae en la utilización de símbolos piloto para poder enfrentar la simetría rotacional de la constelación. Este esquema se muestra en la Fig. 4.1(b). En el mismo, un módulo se encarga de determinar la posición de los CS basado en los símbolos piloto, luego realiza una estimación fina de la posición del CS mediante la estimación de fase del algoritmo CPR. Por último se corrige el CS, evitando así que el mismo se propague hasta el decodificador y produzca una secuencia de errores catastrófica. Este bloque se ubica entre la salida del CPR y la entrada del demapeador no diferencial, y se denomina corrector de CS (CSC).

Por último, la tercer propuesta utiliza un sistema con modulación no diferencial y constelaciones intercaladas en el dominio del tiempo que permite resolver la ambigüedad en la estimación evitando

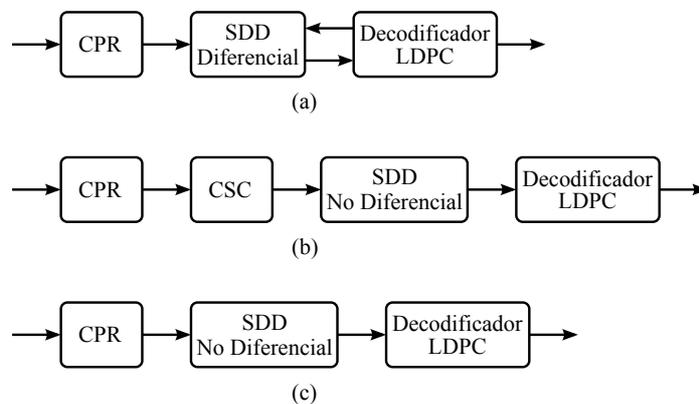


Figura 4.1. Arquitecturas de receptores: (a) I , (b) II y (c) III.

el uso de símbolos piloto. Este esquema se muestra en la Fig. 4.1(c). Se utiliza un demapeador no diferencial que admite diferente tipo de constelaciones. En esta propuesta debe modificarse el algoritmo CPR para que sirva a los fines de la misma, es decir, debe soportar las diferentes constelaciones y a la vez realizar la estimación de fase sobre todo el rango $[0, 2\pi)$ y no solo sobre uno de los cuadrantes. De esta manera, ya no se requiere la función de desenrollamiento.

4.2 Arquitectura Particionada I: Modulación Diferencial con Demapeo y Decodificación Conjunto Iterativo

La utilización de modulación diferencial para evitar los problemas de CS en el receptor trae como consecuencia una penalidad intrínseca. Esta penalidad depende de la SNR de operación: a medida que la SNR aumenta la penalidad disminuye (ver Fig. 4.2). Sin embargo, los códigos de alta ganancia utilizados en los sistemas de comunicaciones ópticas, permiten operar al sistema en la región de baja SNR. De esta manera, para el caso de modulaciones QPSK y en el rango de SNR utilizadas en los esquemas codificados, esta penalidad es del orden de 1,2 dB. En los esquemas codificados, este tipo de penalidades se vuelven intolerables, ya que es muy complejo obtener esos dB adicionales en la ganancia del código y en algunos casos imposible debido a las limitaciones impuestas por la capacidad del canal. Por este motivo, es muy importante poder recuperar la pérdida producida por la utilización del formato de modulación diferencial. En esta propuesta precisamente se busca reducir esa pérdida. Dado que en los esquemas con modulación diferencial la información se transmite a través de la diferencia de fase entre dos símbolos consecutivos, la penalidad proviene del hecho de que para recuperar el símbolo transmitido se utilizan dos símbolos donde cada uno tiene su componente de ruido. Sin embargo, si el símbolo anterior se pudiera estimar sin error se podría disminuir la brecha de dicha penalidad. En esta propuesta se utiliza un esquema que realiza un intercambio de información iterativo entre el decodificador y el demapeador para cumplir con el objetivo mencionado anteriormente.

4.2.1 Modulación Diferencial

En general se pueden considerar dos formas principales de trabajar con esquemas de modulación diferencial. Una de ellas se denomina *diferencialmente codificado detectado diferencialmente*, donde no se realiza la recuperación de portadora y el símbolo se lo estima obteniendo la diferencia de

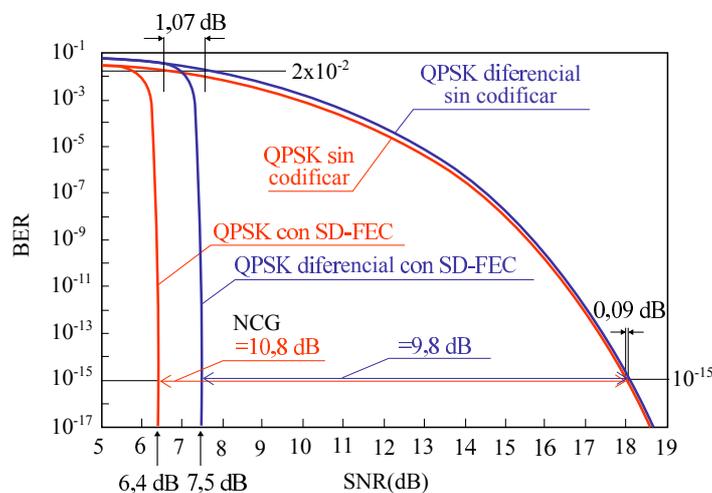


Figura 4.2. Curva comparativa de los desempeños con modulación QPSK y DQPSK.

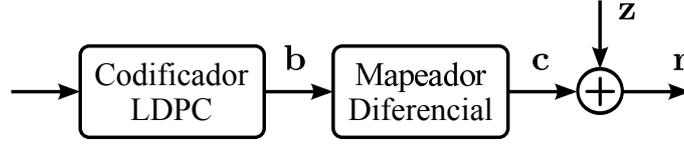


Figura 4.3. Modelo del sistema de transmisión.

fase entre dos símbolos consecutivos. La otra, utilizada aquí, se denomina *diferencialmente codificado detectado coherentemente*, donde previo a la estimación del símbolo se realiza la recuperación de fase de portadora. La Fig. 4.3 muestra el sistema de transmisión. Se codifica cada bloque de datos utilizando un código LDPC, obteniendo un bloque de $2K$ -bits denominado $\mathbf{b} \in \{0,1\}^{2K}$. La palabra código \mathbf{b} se mapea a través del mapeador diferencial en una secuencia de K símbolos QPSK codificados diferencialmente \mathbf{c} , con $\mathbf{c} \in \{1, j, -1, -j\}^K$ y $c_0 = 1$. Para simplificar el análisis no se consideran el ruido de fase del láser ni las fluctuaciones de frecuencia. De esta manera, la señal de banda base de tiempo discreto en el receptor está dada por:

$$r_k = c_k + z_k \quad (4.1)$$

donde $k = 1, \dots, K$ y $\{z_k\}$ son variables aleatorias complejas Gaussianas independientes idénticamente distribuidas (IID) con media cero y varianza N_0 .

4.2.2 Demapeo y Decodificación Conjunta Iterativa

Para implementar el detector *máximo a posteriori* sobre los bits transmitidos, se debe evaluar la función de masa de probabilidad a posteriori (APP, del inglés *A Posteriori Probability*) $P(b_k | \mathbf{r})$. Esto se puede realizar aplicando el SPA sobre el *grafo factorial* (FG, del inglés *Factor Graph*) (ver Apéndice A) de la función de masa APP conjunta $P(\mathbf{b} | \mathbf{r})$ de los bits codificados dados los símbolos recibidos. Como resultado de este proceso se puede obtener el demapeador decodificador conjunto de entrada y salida blandas (SISO, del inglés *Soft Input Soft Output*). Basándose en la regla de Bayes, se puede obtener $P(\mathbf{b} | \mathbf{r}) = p(\mathbf{r} | \mathbf{b})P(\mathbf{b})/p(\mathbf{r})$. El término $p(\mathbf{r})$ se puede despreciar para la detección, entonces la decisión blanda se puede obtener a partir de $p(\mathbf{r} | \mathbf{b})P(\mathbf{b})$. Dado que $\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{c} \rightarrow \mathbf{r}$ es una cadena de Markov, la función de densidad de probabilidad $p(\mathbf{r} | \mathbf{b})P(\mathbf{b})$ se puede expresar como $p(\mathbf{r} | \mathbf{c}) \cdot P(\mathbf{c} | \mathbf{b}) \cdot P(\mathbf{b})$. Esto se puede expresar de dicha manera debido a que el término $P(\mathbf{c} | \mathbf{b})$ en realidad es una función biyectiva. De esta manera, la factorización a nivel de símbolos/bit de $p(\mathbf{r} | \mathbf{b})P(\mathbf{b})$ resulta

$$p(\mathbf{r} | \mathbf{b})P(\mathbf{b}) = \prod_{k=1}^K p(r_k | c_k) \prod_{k=1}^K I(c_k | b_{2k-1}, b_{2k}) \prod_{j=1}^m Q(\mathbf{b}_{(j)}), \quad (4.2)$$

donde $\mathbf{b}_{(j)} = \{b_i \in \mathbf{b} | \mathbf{H}_{j,i} = 1\}$ son los bits codificados relacionados con la j -ésima ecuación de paridad, $Q(\mathbf{b}_{(j)}) = 1$ si los bits en $\mathbf{b}_{(j)}$ tienen paridad par o cero en caso contrario y \mathbf{H} es la matriz de chequeo de paridad del código cuyas dimensiones son $m \times n$, e $I(\cdot)$ es una función indicadora.

La Fig. 4.4 muestra el grafo factorial de $p(\mathbf{r} | \mathbf{b})P(\mathbf{b})$ de acuerdo con la ecuación (4.2). Los mensajes del nodo x al nodo y se denotan mediante el vector μ_x^y . Los mensajes entre nodos b y γ se calculan utilizando el SPA estándar para códigos LDPC. Los mensajes entre los nodos b y ψ son vectores de 2 dimensiones cuyas componentes $\mu_x^y(b)$ para $b \in \{0, 1\}$ representa las probabilidades de los bits. Los mensajes entre los nodos ψ , c y ρ son vectores de 4 dimensiones cuyas componentes $\mu_x^y(e^{j\phi})$ para

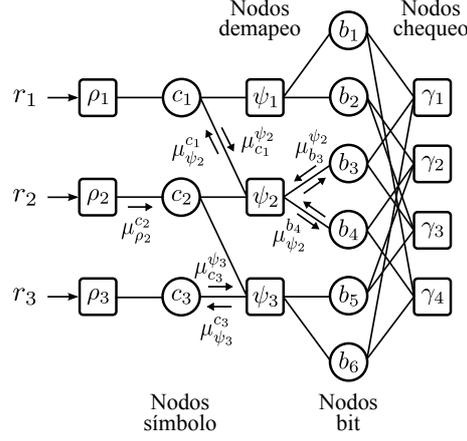


Figura 4.4. Grafo factorial del JDD propuesto.

$\phi \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}$ representan las probabilidades de los símbolos. Estos mensajes se pueden calcular de la siguiente manera:

$$\mu_{c_k}^{\psi_k}(e^{j\phi}) = \frac{\mu_{\rho_k}^{c_k}(e^{j\phi}) \cdot \mu_{\psi_{k+1}}^{c_k}(e^{j\phi})}{\sum_{l=0}^3 \mu_{\rho_k}^{c_k}(e^{j\frac{\pi}{2}l}) \cdot \mu_{\psi_{k+1}}^{c_k}(e^{j\frac{\pi}{2}l})} \quad (4.3)$$

$$\mu_{c_k}^{\psi_{k+1}}(e^{j\phi}) = \frac{\mu_{\rho_k}^{c_k}(e^{j\phi}) \cdot \mu_{\psi_k}^{c_k}(e^{j\phi})}{\sum_{l=0}^3 \mu_{\rho_k}^{c_k}(e^{j\frac{\pi}{2}l}) \cdot \mu_{\psi_k}^{c_k}(e^{j\frac{\pi}{2}l})}$$

$$\mu_{\psi_k}^{c_k}(e^{j\phi}) = \sum_{b_d=0}^1 \sum_{b_u=0}^1 \mu_{b_{2k}}^{\psi_k}(b_d) \cdot \mu_{b_{2k-1}}^{\psi_k}(b_u) \cdot \mu_{c_{k-1}}^{\psi_k}(e^{j[\phi - \Delta(b_d, b_u)]}) \quad (4.4)$$

$$\mu_{\psi_k}^{c_{k-1}}(e^{j\phi}) = \sum_{b_d=0}^1 \sum_{b_u=0}^1 \mu_{b_{2k}}^{\psi_k}(b_d) \cdot \mu_{b_{2k-1}}^{\psi_k}(b_u) \cdot \mu_{c_k}^{\psi_k}(e^{j[\phi + \Delta(b_d, b_u)]})$$

$$\mu_{\psi_k}^{b_{2k}}(b_d) = \sum_{b_u=0}^1 \sum_{l=0}^3 \mu_{c_{k-1}}^{\psi_k}(e^{j\frac{\pi}{2}l}) \cdot \mu_{c_k}^{\psi_k}(e^{j[\Delta(b_d, b_u) - \frac{\pi}{2}l]}) \cdot \mu_{b_{2k-1}}^{\psi_k}(b_u) \quad (4.5)$$

$$\mu_{\psi_k}^{b_{2k-1}}(b_u) = \sum_{b_d=0}^1 \sum_{l=0}^3 \mu_{c_{k-1}}^{\psi_k}(e^{j\frac{\pi}{2}l}) \cdot \mu_{c_k}^{\psi_k}(e^{j[\Delta(b_d, b_u) - \frac{\pi}{2}l]}) \cdot \mu_{b_{2k}}^{\psi_k}(b_d)$$

$$\mu_{\rho_k}^{c_k}(e^{j\phi}) = \frac{1}{\pi N_0} \exp\left(\frac{-|r_k - e^{j\phi}|^2}{N_0}\right) \quad (4.6)$$

donde $\Delta(b_d, b_u) = \frac{(b_u - b_d + 2b_u b_d)\pi}{2}$.

4.2.3 Resultados de Simulación

La Fig. 4.5 muestra las curvas de BER en función de la E_b/N_0 para el JDD propuesto con modulación DQPSK. Para las curvas se empleó un código LDPC de longitud 24576 bits y tasa 0,8334. El número de iteraciones en el grafo factorial es 20. Se asumió perfecto conocimiento de la potencia de ruido en el receptor. Con propósitos comparativos se presentan los rendimientos de un demapeador DQPSK de decisiones blandas, definido por las ecuaciones (4) y (5) en [107], y de modulación QPSK con demapeo óptimo. Se contaron al menos 1000 errores por cada punto de simulación. Nótese que el

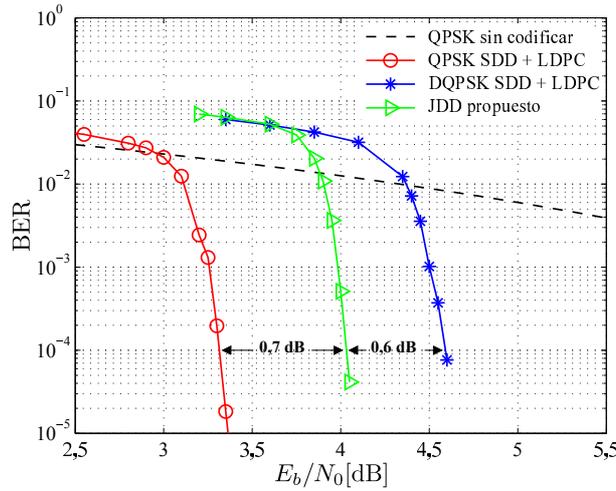


Figura 4.5. Desempeño de BER post-FEC en función de la E_b/N_0

JDD provee una ganancia de 0,6 dB a una $BER=10^{-4}$ respecto al SCA. Cabe destacar que de esta manera la diferencia entre QPSK y DQPSK se reduce a 0,7 dB.

4.3 Arquitectura Particionada II: Modulación No Diferencial con Compensación de Saltos de Fase

En los casos en donde se desea evitar la penalidad de las modulaciones diferenciales se puede recurrir al uso de símbolos piloto para prevenir el efecto de los CS. En esta sección se presenta una propuesta que utiliza dichos símbolos incorporando un bloque entre el CPR y el FEC que se encarga de la tarea de detectar y corregir los CS. Este bloque denominado CSC posee baja complejidad de implementación y opera con la fase estimada por el algoritmo CPR.

4.3.1 Algoritmo de Compensación de CS

De acuerdo al modelo presentado en la sección 2.4.3, la señal a la entrada del CPR de tiempo discreto se puede modelar como

$$r_k = c_k \cdot e^{j\theta_k} + z_k, \quad (4.7)$$

recordando que c_k se había definido como el símbolo complejo transmitido en el k -ésimo instante, y θ_k como el efecto de fase acumulado debido al error de portadora, las fluctuaciones de frecuencia, y el ruido de fase del láser; z_k representa la muestra de ruido aditivo correspondiente. De esta manera, la salida del CPR está dada por

$$\hat{c}_k = r_k \cdot e^{-j\hat{\theta}_k} = c_k \cdot e^{j(\theta_k - \hat{\theta}_k)} + \hat{z}_k, \quad (4.8)$$

donde $\hat{\theta}_k$ es la corrección de fase del CPR, y $\hat{z}_k = z_k \cdot e^{-j\hat{\theta}_k}$. Debido a limitaciones prácticas de los algoritmos de CPR la fase estimada $\hat{\theta}_k$ puede contener CS como se describe en la subsección 2.4.5. Para que el sistema pueda operar apropiadamente se propone un algoritmo capaz de compensar estos CS.

El algoritmo de mitigación de CS propuesto se ubica entre la salida del bloque CPR y la entrada

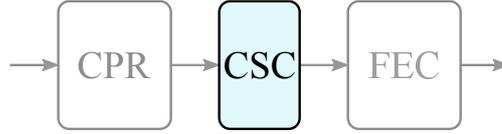


Figura 4.6. Diagrama en bloques del receptor.

del FEC como se muestra en la Fig. 4.6. El mismo está compuesto de tres etapas, las cuales se pueden apreciar en la Fig. 4.7. En la primera, se realiza la detección gruesa de CS basada en los símbolos piloto (PA-CD, del inglés *Pilot Aided Coarse Detection*). Luego, se realiza una estimación fina de la posición (PFE, del inglés *Position Fine Estimation*) del CS basada en la fase estimada $\hat{\theta}_k$ por el CPR. Finalmente, los errores debido a los CS son corregidos rotando los símbolos (SSR, del inglés *Selected Symbol Rotation*).

La información transmitida se divide en bloques consecutivos de $L = P + D$ símbolos complejos, donde los primeros P símbolos son pilotos y los últimos D símbolos de información, como se muestra en la Fig. 4.8. La tasa de símbolos piloto está definida por $r_p = P/D$.

Estos símbolos piloto se utilizan para estimar la fase basándose en el criterio de mínima distancia euclidiana de la siguiente manera

$$\hat{\varphi}_i = \arg \min_{\varphi} \left\{ \sum_{k=i \cdot L}^{i \cdot L + P - 1} |\hat{c}_k \cdot e^{j\varphi} - c_k|^2 \right\} \quad (4.9)$$

donde $\varphi \in \{0, -\pi/2, \pi/2, \pi\}$ es el posible desplazamiento producido por un CS, c_k es el valor del k -ésimo símbolo piloto, y $\hat{\varphi}_i$ indica el corrimiento de fase estimado correspondiente al i -ésimo bloque. Cuando $\hat{\varphi}_i \neq \hat{\varphi}_{i+1}$, se detecta un CS en el i -ésimo bloque (ver Fig. 4.9).

Una vez que se detecta que ha ocurrido un CS, se estima su posición dentro del bloque. Esto se realiza comparando la secuencia de estimación de fase $\{\hat{\theta}_k\}$ con una versión desplazada en el tiempo de ella misma, $\{\hat{\theta}_{k-N}\}$. La posición del CS se estima entonces como

$$g_i = \arg \min_{k \in \{i \cdot L, \dots, (i+1) \cdot L - 1\}} \left| \left(\Delta \hat{\theta}_{k + \frac{N}{2}} - \Delta \hat{\varphi}_i \right) \bmod (\pm\pi) \right| \quad (4.10)$$

donde $\Delta \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-N} - \hat{\theta}_k$, $\Delta \hat{\varphi}_i = \hat{\varphi}_i - \hat{\varphi}_{i+1}$. El parámetro N se optimizó mediante simulaciones por computadora. La idea detrás de la ecuación (4.10) se basa en las siguientes observaciones. Un CS causado por ruido aditivo genera un *rápido* salto en la fase estimada por el algoritmo de CPR en la dirección del CS (ver Fig. 4.10). La diferencia de fase $\Delta \hat{\theta}_k$ entre el final y el comienzo del salto en gran parte anula el salto del CS $\Delta \hat{\varphi}_i$ estimado mediante los símbolos piloto. Por otro lado, un CS causado por un rápido cambio en el ruido de fase del láser (el cual no puede ser seguido por el CPR) genera un pico en la dirección del CS (ver Fig. 4.11). Este pico cancela parcialmente el salto de fase estimado por los símbolos piloto generando un valor mínimo en la posición del CS. Finalmente, después que se

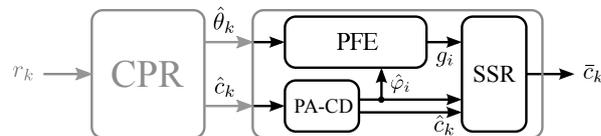


Figura 4.7. Diagrama en bloques del algoritmo propuesto.



Figura 4.8. Trama de datos con símbolos piloto.

estima la posición del CS, el efecto del mismo puede ser cancelado de la siguiente manera

$$\bar{c}_k = \begin{cases} \hat{c}_k \cdot e^{j\hat{\varphi}_i}, & \text{si } k \geq g_i, \\ \hat{c}_k, & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (4.11)$$

4.3.2 Probabilidad de Detectar un Falso CS con Símbolos Piloto

Sin pérdida de generalidad, se puede suponer que la constelación transmitida es $\{1, -1, j, -j\}$ y los símbolos piloto son iguales a 1. Suponiendo un canal AWGN, la probabilidad p de detectar un falso deslizamiento fase de $\varphi \in \{\pm\pi/2, \pi\}$, se puede calcular de la siguiente manera

$$\begin{aligned} p &= \Pr \left(\prod_{k=1}^P \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{|\hat{c}_k - 1|^2}{2\sigma^2}} < \prod_{k=1}^P \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{|\hat{c}_k - e^{j\varphi}|^2}{2\sigma^2}} \right) \\ &= \Pr \left(\sum_{k=1}^P \underbrace{|\hat{c}_k - 1|^2}_{z_k} > \sum_{k=1}^P \underbrace{|\hat{c}_k - e^{j\varphi}|^2}_{z_k + 1 - e^{j\varphi}} \right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Denotando $z_k = \Re\{z_k\} + j \cdot \Im\{z_k\}$ y $(1 - e^{j\varphi}) = \alpha + j \cdot \beta$, se puede obtener la siguiente expresión

$$p = \Pr \left(\sum_{k=1}^P |z_k|^2 > \sum_{k=1}^P |z_k|^2 + \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\Re\{z_k\} + 2\beta\Im\{z_k\} \right), \quad (4.13)$$

simplificando esta expresión resulta

$$p = \Pr \left(\frac{P}{2} (\alpha^2 + \beta^2) < \sum_{k=1}^P -\alpha\Re\{z_k\} - \beta\Im\{z_k\} \right). \quad (4.14)$$

Si $\varphi = \pm\pi/2$ entonces $\alpha = 1$ y $\beta = \pm 1$

$$p_{\pi/2} = \Pr \left(P < \sum_{k=1}^P -\Re\{z_k\} - \Im\{z_k\} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{P}}{2\sigma} \right). \quad (4.15)$$

Si $\varphi = \pi$ entonces $\alpha = 2$ y $\beta = 0$

$$p_{\pi} = \Pr \left(P < \sum_{k=1}^P -\Re\{z_k\} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{P}}{\sqrt{2}\sigma} \right), \quad (4.16)$$

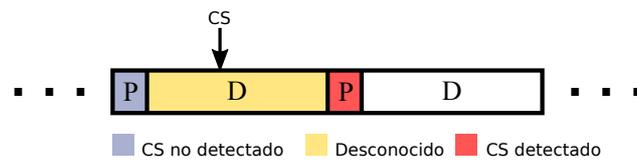


Figura 4.9. Detección de CS mediante símbolos piloto.

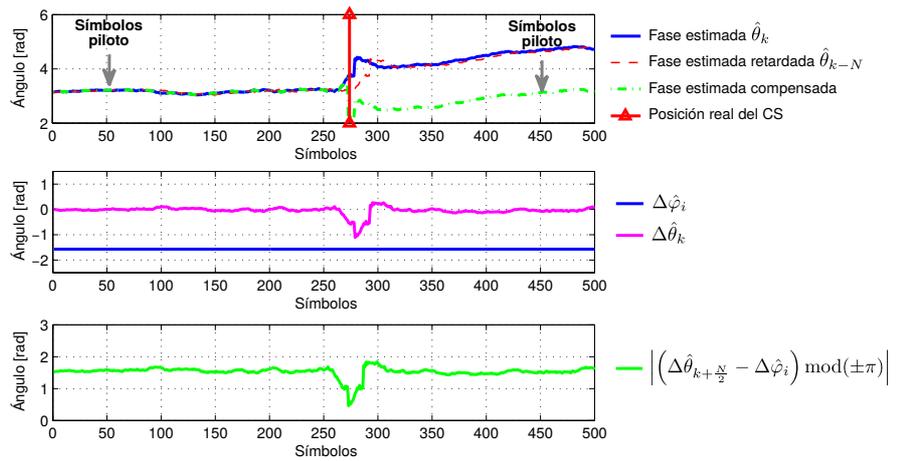


Figura 4.10. Análisis del fenómeno de CS - caso 1

| Longitud de ventana | Probabilidades | |
|---------------------|----------------|-----------|
| | $p_{\pm\pi/2}$ | p_{π} |
| 4 | 3,99e-5 | 1,21e-8 |
| 8 | 1,21e-8 | 1,51e-15 |
| 16 | 1,51e-15 | 3,28e-29 |
| 24 | 2,17e-22 | 8,18e-43 |
| 32 | 3,28e-29 | 2,16e-56 |

Tabla 4.1. Probabilidades de un falso CS

donde $\sigma = 10^{-\frac{\text{SNR}[\text{dB}]}{20}}/\sqrt{2}$. En la Tabla 4.1 se presentan resultados de las probabilidades de detectar un falso CS para las diferentes longitudes de ventana.

El falso CS es crucial porque producirá que un gran bloque de símbolos de errores permanezca sin ser detectado. Para resolver este problema se podría adicionalmente establecer que si dos CS consecutivos se detectan y se cancelan mutuamente suponemos que ha ocurrido un falso CS, y anulamos el efecto de corrección. La probabilidad de que ocurran dos CS consecutivos que se cancelan entre sí

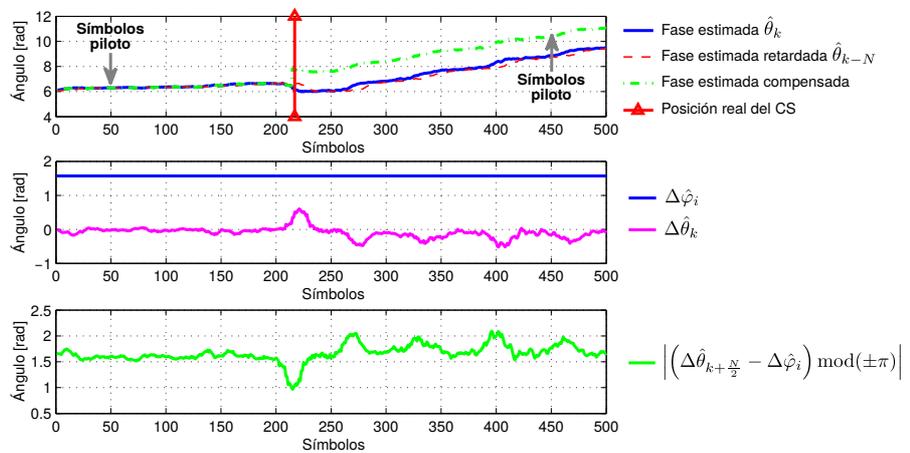


Figura 4.11. Análisis del fenómeno de CS - caso 2

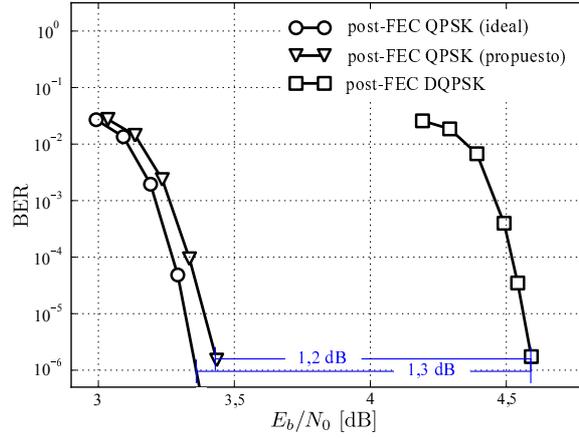


Figura 4.12. BER en función de la SNR con un ancho de línea del láser de 500 kHz en el Tx y Rx.

se puede calcular como:

$$\begin{aligned}
 p_W &= \binom{L}{1} \cdot p_{CS} \cdot (1 - p_{CS})^{L-1} \\
 &= L \cdot p_{CS} \cdot (1 - p_{CS})^{L-1}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

$$p_{W\pi/2} = \binom{L}{1} \cdot p_{\pi/2} \cdot (1 - p_{\pi/2})^{L-1} \tag{4.18}$$

$$p_{W\pi} = \binom{L}{1} \cdot p_{\pi} \cdot (1 - p_{\pi})^{L-1}. \tag{4.19}$$

De esta manera la probabilidad de dos ventanas consecutivas resulta

$$p_{2W} = p_{W\pi}^2 + 2 \cdot p_{W\pi/2}^2. \tag{4.20}$$

Comparando los resultados de (4.20) y la probabilidad de detectar un falso CS se puede determinar cuando conviene o no utilizar esta funcionalidad.

4.3.3 Resultados de Simulación

Se analizan resultados numéricos derivados mediante simulación por computadora. Se emplea modulación PDM QPSK con una tasa de transmisión de 100 Gb/s. Se utilizó un ancho de línea del láser de 500 kHz en el Tx y Rx en un canal óptico no dispersivo. El esquema de recuperación de portadora adoptado es capaz de compensar eficientemente el error de frecuencia de portadora, el jitter, y el ruido de fase [108]. La Fig. 4.12 muestra la curva de BER en función de la SNR para el (i) algoritmo propuesto, (ii) QPSK ideal (esto es, sin CS), y (iii) modulación DQPSK. El porcentaje de símbolos piloto insertado es de 1,01 % (este ha sido tenido en cuenta en la definición de SNR). También se incorporó un entrelazador de 20 palabras código, este bloque ayuda a disgregar cualquier bloque de errores en ráfaga que pueda surgir como resultado de una mala estimación en la posición exacta del CS. En la Fig. 4.12 se puede observar una ganancia de 1,2 dB comprada con DQPSK para una BER post-FEC de 10⁻⁶. Además, es importante notar que el desempeño está solamente a 0,1 dB del ideal QPSK.

4.4 Arquitectura Particionada III: Modulación No Diferencial con Constelaciones Intercaladas Temporalmente

En esta propuesta se persigue la idea de conseguir una constelación que no posea simetría rotacional, para de esta manera evitar la ambigüedad en la fase. Construir una constelación de este tipo conduce a formas muy arbitrarias que imponen grandes exigencias a los algoritmos del DSP. Con el objetivo de obtener constelaciones más regulares, se propone aquí el uso de más de una constelación. Particularmente, se propone el uso de modulación híbrida en el dominio del tiempo (TDHM, del inglés *Time Domain Hybrid Modulation*) para combatir la simetría rotacional (π y $\pi/2$) presente en las modulaciones QAM. La idea detrás de esta propuesta es el uso de dos o más constelaciones con diferente simetría angular para proporcionar una referencia de fase absoluta para la estimación de fase. El esquema TDHM también ha sido utilizado en el pasado con el objetivo de tener mayor granularidad en la densidad espectral [109]. En esta propuesta no se requieren símbolos piloto ni modulación diferencial.

4.4.1 Constelaciones Intercaladas

La modulación híbrida en el dominio del tiempo consiste en intercalar en el tiempo símbolos de diferentes constelaciones. Como un ejemplo práctico se analiza la implementación de este enfoque combinando las dos constelaciones mostradas en la Fig. 4.13. La primera constelación es la clásica 16-QAM con simetría rotacional de $\alpha = 2\pi/4$. La segunda constelación, denominada *16-Raspberry*, se diseñó para tener una simetría rotacional de $\beta = 2\pi/3$ de tal manera que el mínimo común múltiplo entre α y β es 2π (debido a que los números 4 y 3 son coprimos).

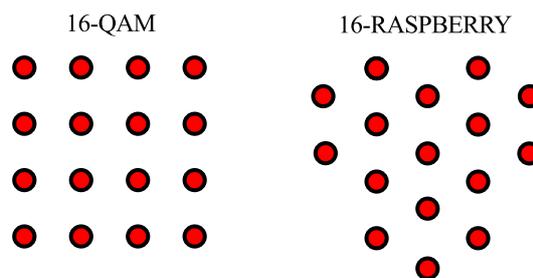


Figura 4.13. Ejemplo de constelaciones para el esquema propuesto.

4.4.2 Técnica para evitar Corrimientos de Fase

Como etapa CPR se propone una versión modificada del algoritmo BPS propuesto por Pfau en [66]. El nuevo CPR combina las métricas de dos símbolos consecutivos con las fases de testeo que cubren el rango entero 2π sin ambigüedad (ver Fig. 4.14). Por lo tanto, la operación de desenrollado de fase requerida en el algoritmo original ya no es necesaria.

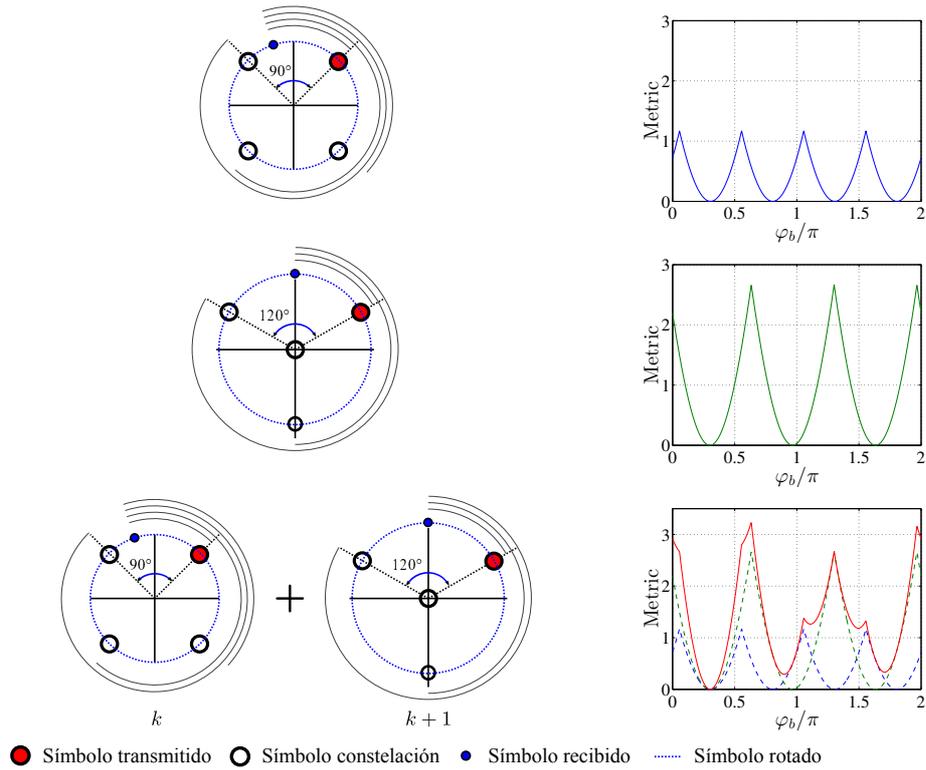


Figura 4.14. Diagrama de estimación de fase de dos constelaciones

El bloque CPR estima el ruido de fase como sigue (ver Fig. 4.15):

$$\hat{\theta}_k = \arg \min_{\varphi_b} g_k(\varphi_b), \tag{4.21}$$

donde φ_b es la fase de testeo definida como $\varphi_b = \frac{b}{B} \cdot 2\pi$, $b \in \{0, 1, \dots, B-1\}$, siendo B el número de fases a ser testeadas; el término $g_k(\varphi_b)$ está dado por

$$g_k(\varphi_b) = \sum_{i=-N}^N |r_{k-i} e^{-j\varphi_b} - \mathcal{Q}(r_{k-i} e^{-j\varphi_b})|^2, \tag{4.22}$$

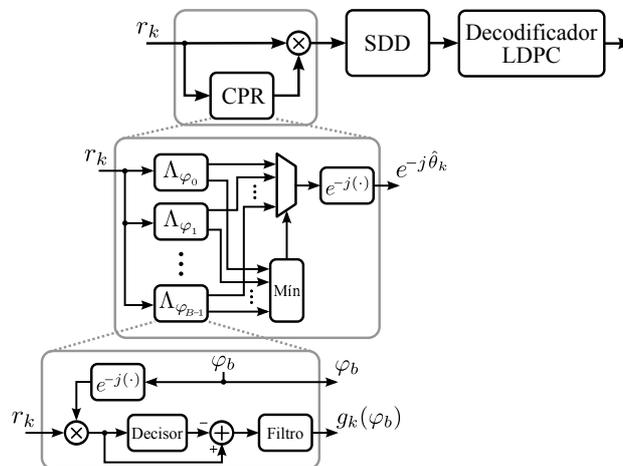


Figura 4.15. Diagrama en bloques del esquema propuesto.

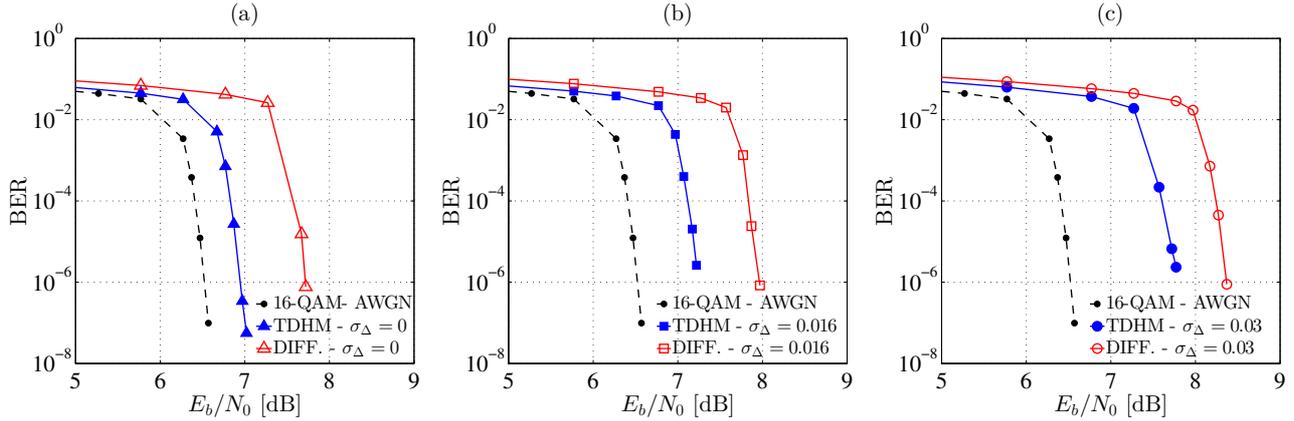


Figura 4.16. Desempeño de BER post-FEC en función de la E_b/N_0 para diferentes valores de ancho de línea $\Delta\nu$ (σ_Δ): (a) 0 (b) 1,28 MHz y (c) 4,58 MHz.

donde $\mathcal{Q}(\cdot)$ es la función decisora para la constelación correspondiente y N es la mitad del ancho del filtro (ver [66] para más detalles). Las muestras compensadas son procesadas por el demapeador de decisión blanda, el cual provee la información blanda utilizada por el decodificador LDPC.

4.4.3 Resultados de Simulación

Para los resultados de simulación se utiliza una tasa de baudios de $1/T = 32$ Gbd con modulación 16-aria (la tasa de bit es 128 Gb/s). Se utilizó el código LDPC con 20% de redundancia y ganancia de codificación neta de 11,3 dB a una $BER = 10^{-15}$ propuesto en [49]. El estudio se enfoca en la BER post-FEC como una función E_b/N_0 . Los resultados de simulación del esquema propuesto se analizan y comparan con el algoritmo de recuperación de portadora BPS con modulación 16-QAM diferencial [66]. Se utiliza la BER post-FEC en lugar de la BER pre-FEC como métrica de rendimiento, ya que esta última no es capaz de capturar la degradación post-FEC debido a la correlación de errores cuando se utiliza un intercalador de longitud finita. En particular se utilizó un intercalador de 19 palabras código en combinación con el código LDPC. Se han incluido resultados para modulación 16-QAM con canal AWGN con fines comparativos. En todos los casos el número de fases de testeo fue 64.

La Fig. 4.16 muestra el desempeño del esquema propuesto. Se consideraron tres valores diferentes para el ruido de fase equivalentes a un ancho de línea de $\Delta\nu = 0, 1,28$ MHz y 4,58 MHz, Figs. 4.16 (a), (b), y (c), respectivamente. La diferencia entre 16-QAM y las curvas de TDHM en la Fig. 4.16 (a) se debe a la penalidad intrínseca de la constelación *16-Raspberry*. En todos los casos, el algoritmo propuesto supera al esquema diferencial por $\sim 0,7$ dB. Puede apreciarse que el beneficio se mantiene aunque se incremente el ancho de línea del láser. Para el caso de $\Delta\nu = 4,58$ MHz la penalidad con respecto a el caso de 16-QAM sin ruido de fase del láser es > 1 dB pero para $\Delta\nu = 1,28$ MHz es $\sim 0,7$ dB.

4.5 Observaciones Finales

En este capítulo se presentaron tres propuestas para combatir el fenómeno de CS y a su vez la penalidad en los esquemas que emplean modulación diferencial. El análisis en este capítulo se centró en técnicas que poseen una etapa de recuperación de portadora de manera explícita y se centró específicamente en el ruido de fase. Estos esquemas resultan eficientes en escenarios donde el ruido de fase es limitado. Principalmente resulta atractivo el hecho de que poseen una complejidad de imple-

mentación acotada. Específicamente, la Arquitectura I permite reducir la penalidad de los esquemas que emplean modulación diferencial, evitando a su vez caer en esquemas demasiado complejos para comunicaciones ópticas de alta velocidad como es el caso del algoritmo BCJR. La Arquitectura II permite operar con modulación no diferencial gracias al empleo de símbolos piloto. Cabe destacar que el desempeño ha sido determinado post-FEC ya que la etapa de corrección de errores resulta sensible a los bloques de errores residuales producto de un CS no corregido debidamente. La Arquitectura III evita la utilización de símbolos piloto y emplea un esquema no diferencial por lo que se evita la penalidad relacionada a los formatos diferenciales. Esta última propuesta resulta muy conveniente en aplicaciones donde el ancho de banda adicional requerido por los símbolos piloto no es tolerable. En escenarios donde se presentan no linealidades y por ende un ruido de fase muy agresivo, el rendimiento de estos esquemas podría verse limitado. Con vistas en este tipo de escenarios adversos, en el siguiente capítulo se introduce un esquema que realiza la estimación de fase y la decodificación de manera conjunta.

Capítulo 5

DetECCIÓN Y DECODIFICACIÓN CONJUNTA EN RECEPTORES ÓPTICOS COHERENTES

Síntesis: En este capítulo se presenta una técnica que utiliza un esquema de detección y decodificación conjunta iterativa que incorpora la estimación de fase y frecuencia. La técnica presentada constituye una derivación del receptor óptimo al cual se le realizan una serie de aproximaciones para poder obtener una solución tratable del problema. Dicha solución ha sido analizada en escenarios correspondientes a canales inalámbricos. Sin embargo, se introduce por primera vez aquí a dicha técnica para canales ópticos con fluctuaciones de frecuencia y gran ruido de fase del láser. El objetivo de la misma es proveer mayor robustez en escenarios adversos, tales como aquellos que presentan los regímenes no lineales de operación. En esta situación, el ruido de fase aumenta dramáticamente por lo que el desempeño de estructuras particionadas como las descritas anteriormente se vuelve limitado.

5.1 Introducción

Hasta ahora en esta Tesis se han presentado esquemas con una etapa explícita para la estimación de fase de portadora. Estos esquemas se denominan a menudo estructurados, ya que se separan los problemas por etapas sin interacción entre ellas. Este enfoque estructurado separa el problema de estimación de fase de portadora del problema de detección de datos. El mismo tiene la desventaja de que todo el receptor estructurado (estimador de fase y detector de datos) no está optimizado con respecto al criterio último de interés en comunicaciones, la tasa de error de bits. Se entiende como criterio *óptimo* de detección a aquel que minimiza dicha tasa de error. De esta manera, el objetivo último del receptor es recuperar óptimamente la secuencia de bits de información que fueron enviados por el transmisor. Dado que los bits fueron aleatorios en primera instancia y fueron afectados por ruido aleatorio antes de su llegada al receptor, se debe entender y cuantificar esta aleatoriedad. En estadística Bayesiana la estimación óptima se puede realizar a través del detector MAP. Este problema equivale a estimar una instancia de un vector aleatorio \mathbf{X} , el cual pertenece a un conjunto \mathcal{X} , con una *distribución a priori* $p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$. El vector aleatorio \mathbf{X} puede ser continuo o discreto, y la distribución a priori puede ser una dada o asignarse una a elección. No se puede observar una instancia de \mathbf{x} directamente sino a través de una observación $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$. Es decir, se observa una realización \mathbf{y} de un vector aleatorio \mathbf{Y} relacionada con \mathbf{x} a través de un mapeo probabilístico conocido $p_{\mathbf{Y}|\mathbf{X}}(\mathbf{y} | \mathbf{x})$. Todas las observaciones pertenecen al espacio de observaciones \mathcal{Y} . El vector aleatorio \mathbf{Y} puede ser continuo o discreto. El objetivo es obtener un estimador para \mathbf{X} .

Un estimador es una función desde el espacio de observación \mathcal{Y} al espacio variable \mathcal{X} y se denota $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$. Con cada elemento $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ se asocia un único elemento $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) \in \mathcal{X}$. El estimador se diseña de tal manera que minimice un costo esperado:

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= E_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}\{c(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{Y}))\} \\ &= \int_{\mathcal{X}} \int_{\mathcal{Y}} c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) p_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \\ &= \int_{\mathcal{Y}} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) \underbrace{\int_{\mathcal{X}} c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) d\mathbf{x}}_{\mathcal{C}(\mathbf{y})} d\mathbf{y}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde $E_{\mathbf{X}, \mathbf{Y}}\{\cdot\}$ es la esperanza matemática sobre \mathbf{X} e \mathbf{Y} y $c(\cdot)$ es una función de costo de $\mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$, y depende del problema específico. Se consideran solamente funciones de costo tales que $c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) \geq 0$. En tal caso, el costo esperado se minimiza minimizando la integral

$$\mathcal{C}(\mathbf{y}) = \int_{\mathcal{X}} c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) d\mathbf{x}. \quad (5.2)$$

El estimador MAP está basado en la siguiente función de costo, para un arbitrariamente pequeño $\delta > 0$:

$$c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) = \begin{cases} 0 & \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})\| < \delta, \\ 1 & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (5.3)$$

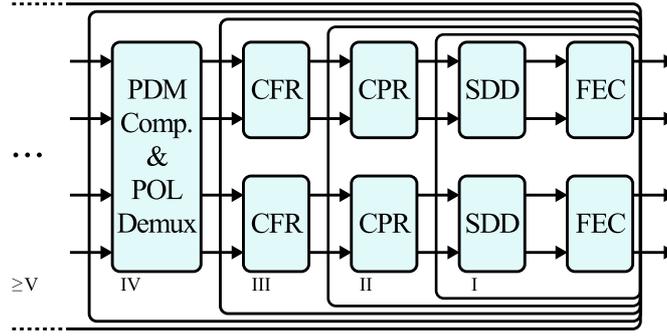


Figura 5.1. Arquitectura de receptor iterativo: niveles de integración entre DSP y FEC.

De esta manera

$$\begin{aligned}
 \mathcal{C}(\mathbf{y}) &= \int_{\mathcal{X}} c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})) p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) d\mathbf{x} \\
 &= 1 - \int_{\mathcal{X}} [1 - c(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}))] p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) d\mathbf{x} \\
 &= 1 - \int_{\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})-\delta}^{\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})+\delta} p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) d\mathbf{x}.
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Entonces hay que maximizar el segundo término con respecto a $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$ para minimizar el costo esperado. Haciendo $\delta \rightarrow 0$, se puede encontrar que se minimiza el costo cuando $\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y})$ es el argumento que hace máxima a $p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y})$. Esto explica el nombre de estimación *máximo a posteriori*:

$$\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{y}) = \arg \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{X}} p_{\mathbf{X}|\mathbf{Y}}(\mathbf{x} | \mathbf{y}). \tag{5.5}$$

Desde el punto de vista del detector MAP, todas las tareas involucradas en la recuperación de la señal transmitida deben hacerse de forma conjunta, lo cual es en general muy complejo de llevar a la práctica. Sin embargo, existe la alternativa de emplear lo que se denominan receptores conjuntos *iterativos*, que aproximan el desempeño del receptor conjunto a través de un esquema iterativo sobre un grafo factorial (ver A.2 y A.3). Si el grafo no tiene ciclos, esta solución resulta óptima (MAP). Dada la complejidad de este tipo de receptores, se propone realizar la integración de bloques a través de etapas de integraciones *locales*. En la Fig. 5.1 se muestra un diagrama que representa la evolución en la integración de los distintos bloques que componen el receptor en los esquemas conjuntos. Particularmente, un ejemplo de aplicación que pertenece a la etapa I del diagrama de la Fig. 5.1 se esbozó en la sección 4.2 donde se realizaban conjuntamente las tareas de demapeo y decodificación. En este capítulo se lleva esta idea un poco más allá y se incluye en el sistema conjunto iterativo la etapa de recuperación de portadora, donde se presenta una propuesta que incorpora las etapas II y III de la Fig. 5.1.

5.2 Detección y Decodificación Conjunta Iterativa en Receptores Ópticos Coherentes

A continuación se investiga el desempeño de un algoritmo de *detección y decodificación conjunta iterativa* (JIDD, del inglés *Joint Iterative Detection and Decoding*) en sistemas ópticos basado en símbolos piloto y poderosos códigos FEC tales como los LDPC. El algoritmo JIDD utiliza la información blanda de los símbolos a la salida del decodificador y realiza recursiones hacia adelante y

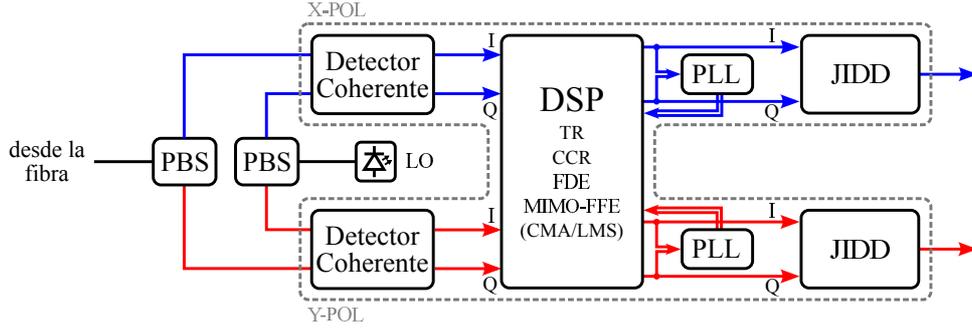


Figura 5.2. Diagrama en bloques del receptor coherente utilizando el esquema JIDD.

atrás, teniendo en cuenta la información de la fase de portadora. Si bien la evaluación de desempeño del algoritmo JIDD se ha realizado en el pasado [110], su comportamiento en transmisiones de alta velocidad sobre canales ópticos con fluctuaciones de frecuencia del láser y ruido de fase no ha sido reportado hasta ahora. La Fig. 5.2 muestra una posible arquitectura del receptor basado en JIDD. Se puede notar que el JIDD reemplaza los siguientes bloques: CPR, SDD, y decodificador LDPC. Cabe destacar que el error de frecuencia de portadora se compensa previamente mediante el CCR, como se explicó en la sección 2.4. De la misma manera que en la arquitectura tradicional basada en un CPR seguido por decodificación LDPC, cada polarización se procesa de manera independiente después de la demultiplexación de polarización realizada por el MIMO-FFE [64]. En la sección 5.3 se evaluará el desempeño de un algoritmo que integra las etapas II y III, mostrando su excelente desempeño en condiciones que involucran fluctuaciones de frecuencia y ruido de fase. También se brindará un análisis de su desempeño frente a no linealidades.

5.3 Análisis de JIDD en Presencia de Ruido de Fase y Fluctuaciones de Frecuencia

En esta sección se describe un JIDD propuesto en [110] para aplicaciones inalámbricas. Sean $\mathbf{c} = \{c_0, c_1, \dots, c_{K-1}\}$ el bloque de símbolos codificados a ser transmitidos, y $\mathbf{r} = \{r_0, r_1, \dots, r_{K-1}\}$ el bloque de símbolos recibidos. Para simplificar la implementación, se supone que ϕ_k (ver subsección 2.4.3) es constante durante un bloque de símbolos (esto es, $\phi_k = \phi$, $k = 0, \dots, K-1$). La validez de esta suposición será confirmada luego por las simulaciones en computadora. Para implementar el detector MAP, se debe evaluar la APP $P(c_k | \mathbf{r})$. El JIDD emplea el SPA sobre un FG para evaluar la siguiente función de distribución conjunta APP

$$p(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}, \phi | \mathbf{r}) \propto \chi_{\mathcal{C}}(\mathbf{c}) \prod_k p(r_k | c_k, \theta_k) p(\theta_k | \theta_{k-1}, \phi) p(\phi) \quad (5.6)$$

donde $\chi_{\mathcal{C}}(\mathbf{c})$ es la función indicadora del código definida como 1 si \mathbf{c} es una palabra código de símbolos del código del canal \mathcal{C} y 0 en caso contrario; $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_0, \dots, \theta_{K-1}\}$ es la secuencia de ruido de fase del canal. Dado el modelo del ruido de fase, se puede utilizar la propiedad de Markov condicional $p(\theta_k | \theta_{k-1}, \dots, \theta_0) = p(\theta_k | \theta_{k-1})$ y se descarta el término $p(\theta_0)$ dado que θ_0 está distribuida uniformemente. La PDF $p(\theta_{k+1} | \theta_k, \phi)$ es Gaussiana con media $\theta_k + \phi$ y varianza σ_w^2 . El término $p(r_k | c_k, \theta_k)$ en (5.6) resulta

$$p(r_k | c_k, \theta_k) \propto \exp \left\{ \Re \left[\frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} e^{-j\theta_k} \right] - \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (5.7)$$

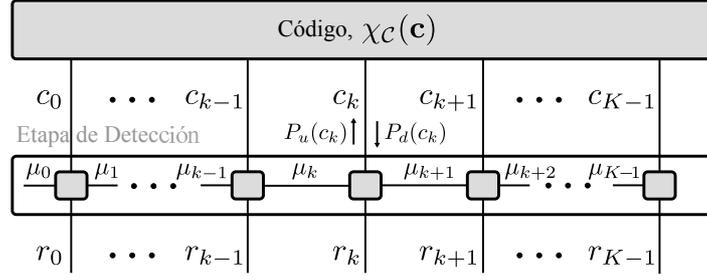


Figura 5.3. Grafo factorial normal del JIDD.

donde $\Re[\cdot]$ y $(\cdot)^*$ denotan, respectivamente, la parte real y el complejo conjugado. El *grafo factorial normal*¹ del algoritmo JIDD se muestra en la Fig. 5.3. El estado del detector se define como $\mu_k \triangleq (\theta_k, \phi)$. La aplicación del SPA lleva a un intercambio iterativo de mensajes a través de las aristas del FG. $P_d(c_k)$ y $P_u(c_k)$ son las APP de los símbolos recibidas desde y enviadas hacia el decodificador, respectivamente. A través de las aristas μ_k se intercambian los mensajes hacia adelante $p_f(\mu_k)$ y hacia atrás $p_b(\mu_k)$ que representan las PDF de μ_k dados el pasado y el futuro, respectivamente. Estos mensajes se pueden expresar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} p_f(\mu_k) &\triangleq p(\theta_k, \phi | \mathbf{r}_0^{k-1}) = p(\phi | \mathbf{r}_0^{k-1}) p(\theta_k | \phi, \mathbf{r}_0^{k-1}) \\ p_b(\mu_k) &\triangleq p(\theta_k, \phi | \mathbf{r}_{k+1}^{K-1}) = p(\phi | \mathbf{r}_{k+1}^{K-1}) p(\theta_k | \phi, \mathbf{r}_{k+1}^{K-1}) \end{aligned} \quad (5.8)$$

donde $\mathbf{r}_i^j \triangleq \{r_i, r_{i+1}, \dots, r_j\}, i \leq j$. Con el objetivo de simplificar la implementación, ϕ se supone como una variable aleatoria discreta con $\phi \in \{\phi^{(1)}, \phi^{(2)}, \dots, \phi^{(L)}\}$ en el intervalo $[-\phi_0, \phi_0]$. De esta forma, las PDF $p(\phi | \mathbf{r}_0^{k-1})$ y $p(\phi | \mathbf{r}_{k+1}^{K-1})$ en (5.8) se convierten en funciones de probabilidad de masa:

$$\begin{aligned} \gamma_{f,k}^{(\ell)} &\triangleq P(\phi = \phi^{(\ell)} | \mathbf{r}_0^{k-1}) \\ \gamma_{b,k}^{(\ell)} &\triangleq P(\phi = \phi^{(\ell)} | \mathbf{r}_{k+1}^{K-1}), \quad \ell = 1, \dots, L \end{aligned} \quad (5.9)$$

donde $\gamma_{f,k}^{(\ell)}$ y $\gamma_{b,k}^{(\ell)}$ se estiman recursivamente de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \gamma_{f,k+1}^{(\ell)} &= \gamma_{f,k}^{(\ell)} \exp \left\{ \left| a_{f,k}^{(\ell)} + u_k \right| - \left| a_{f,k}^{(\ell)} \right| \right\} \\ \gamma_{b,k-1}^{(\ell)} &= \gamma_{b,k}^{(\ell)} \exp \left\{ \left| a_{b,k}^{(\ell)} + u_k \right| - \left| a_{b,k}^{(\ell)} \right| \right\}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

con

$$\begin{aligned} a_{f,k+1}^{(\ell)} &= \frac{a_{f,k}^{(\ell)} + u_k}{1 + \sigma_w^2 |a_{f,k}^{(\ell)} + u_k|} e^{j\phi^{(\ell)}} \\ a_{b,k-1}^{(\ell)} &= \frac{a_{b,k}^{(\ell)} + u_k}{1 + \sigma_w^2 |a_{b,k}^{(\ell)} + u_k|} e^{-j\phi^{(\ell)}}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

y condiciones iniciales

$$\begin{aligned} a_{f,0}^{(\ell)} &= 0 & a_{b,K-1}^{(\ell)} &= 0 \\ \gamma_{f,0}^{(\ell)} &= \text{const.} & \gamma_{b,K-1}^{(\ell)} &= \text{const.} \end{aligned} \quad \ell = 1, \dots, L.$$

¹Ver [111] para más detalles.

El parámetro u_k en la ecuación (5.11) está dado por

$$u_k \triangleq \frac{2r_k \alpha_k^*}{2\sigma^2 + \beta_k - |\alpha_k|^2} \quad (5.12)$$

donde

$$\alpha_k \triangleq \sum_{c \in \mathcal{M}} c P_d(c_k = c) \quad (5.13)$$

$$\beta_k \triangleq \sum_{c \in \mathcal{M}} |c|^2 P_d(c_k = c). \quad (5.14)$$

La probabilidad $P_u(c_k)$ se puede aproximar mediante

$$P_u(c_k) \propto e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \sum_{\ell} \gamma_{f,k}^{(\ell)} \gamma_{b,k}^{(\ell)} \frac{I_0\left(\left|a_{f,k}^{(\ell)} + a_{b,k}^{(\ell)} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2}\right|\right)}{I_0\left(\left|a_{f,k}^{(\ell)}\right|\right) I_0\left(\left|a_{b,k}^{(\ell)}\right|\right)}, \quad (5.15)$$

donde $I_0(\cdot)$ es la función de Bessel modificada de orden cero de primera especie. De esta manera, el algoritmo JIDD se puede resumir de la siguiente manera:

1. Se evalúan los coeficientes u_k , $k = 0, 1, \dots, K-1$, usando (5.12), (5.13) y (5.14);
2. Se actualizan recursivamente los parámetros hacia adelante y hacia atrás $a_{f,k}^{(\ell)}$, $a_{b,k}^{(\ell)}$, $\gamma_{f,k}^{(\ell)}$ y $\gamma_{b,k}^{(\ell)}$ dados por (5.10) y (5.11);
3. Se evalúa $P_u(c_k)$ de (5.15);
4. Se actualiza $P_d(c_k)$ de $P_u(c_k)$ aplicando el decodificador de entrada blanda salida blanda para el código \mathcal{C} .

5.3.1 Algoritmo JIDD Simplificado

En esta Tesis se propone una modificación al algoritmo JIDD descrito con el objetivo de reducir la carga computacional requerida por (5.10) y (5.15). Con este fin, se considera el logaritmo de $\gamma_{f,k}^{(\ell)}$ and $\gamma_{b,k}^{(\ell)}$ por lo que las operaciones producto en el procesamiento iterativo se pueden reemplazar por sumas. Por lo tanto, la ecuación (5.10) se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \gamma_{f,k+1}^{(\ell)} &= \exp\left\{\nu_{f,k+1}^{(\ell)}\right\}, \\ \gamma_{b,k-1}^{(\ell)} &= \exp\left\{\nu_{b,k-1}^{(\ell)}\right\}, \end{aligned} \quad \ell = 1, \dots, L \quad (5.16)$$

donde

$$\begin{aligned} \nu_{f,k+1}^{(\ell)} &= \nu_{f,k}^{(\ell)} + \left|a_{f,k}^{(\ell)} + u_k\right| - \left|a_{f,k}^{(\ell)}\right| \\ \nu_{b,k-1}^{(\ell)} &= \nu_{b,k}^{(\ell)} + \left|a_{b,k}^{(\ell)} + u_k\right| - \left|a_{b,k}^{(\ell)}\right|, \end{aligned} \quad (5.17)$$

siendo $\nu_{f,0}^{(\ell)}$ y $\nu_{b,K-1}^{(\ell)}$ constantes arbitrarias $\forall \ell$. Además, aproximando (como se sugiere en [110]) $I_0(x) \simeq e^x$, la ecuación (5.15) se reduce a

$$P_u(c_k) \propto e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \sum_{\ell} e^{\zeta_k^{(\ell)} - \hat{\zeta}_k} \quad (5.18)$$

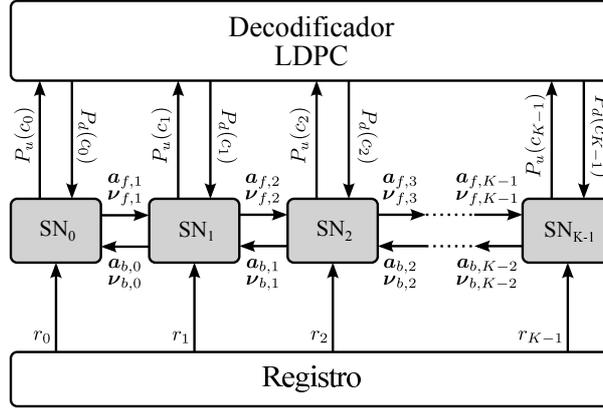


Figura 5.4. Arquitectura general del JIDD.

donde

$$\varsigma_k^{(\ell)} = \nu_{f,k}^{(\ell)} + \nu_{b,k}^{(\ell)} + \left| a_{f,k}^{(\ell)} + a_{b,k}^{(\ell)} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} \right| - \left| a_{f,k}^{(\ell)} \right| - \left| a_{b,k}^{(\ell)} \right|, \quad (5.19)$$

mientras que

$$\hat{\varsigma}_k = \max_{\ell, c_k} \varsigma_k^{(\ell)} \quad (5.20)$$

es una variable de normalización necesaria para evitar desbordamiento numérico cuando se utiliza aritmética de precisión finita. Comparada con (5.15), la ecuación (5.18) no solamente reduce la complejidad computacional del algoritmo, sino que también provee una mejor estabilidad numérica muy útil para su implementación con aritmética de resolución finita. Esto se debe a que las funciones exponenciales producen números de una magnitud tal que frecuentemente desbordan aún el rango de la aritmética de doble precisión de las computadoras.

La Fig. 5.4 muestra un diagrama en bloques simplificado del JIDD. Para la etapa de decodificación del algoritmo JIDD se pueden utilizar arquitecturas existentes de decodificadores LDPC para implementar el receptor JIDD (para más detalles, ver [112]).

5.3.2 Resultados Numéricos y Discusión

A continuación se presentan resultados de desempeño del algoritmo JIDD en presencia de ruido de fase del láser y fluctuaciones de frecuencia. Se utilizan las condiciones de simulación descritas en la sección 3.4.1. Se presentan resultados numéricos para el JIDD y los mismos se comparan con los obtenidos con las técnicas ECPR-1 y ECPR-2. El JIDD emplea 20 iteraciones internas para cada actualización de $P_d(c_k)$ desde $P_u(c_k)$ y 50 iteraciones externas de $P_d(c_k)$ para cada palabra código. Se utilizan símbolos piloto de la mayor amplitud permitida por la constelación. Se consideraron varios valores de la tasa de pilotos $(P_R)^2$. Además, el JIDD utiliza $L = 11$ niveles para la primera iteración y $L = 3$ para el resto, mientras ϕ_0 se selecciona apropiadamente de acuerdo a la tasa de símbolos piloto.

La Fig. 5.5 muestra la BER post-FEC como función de la relación señal a ruido por bit en presencia de ruido de fase del láser solamente (es decir, $A_p = 0$). Se utilizaron dos valores de ancho de línea del láser $\Delta\nu$: 500 kHz y 5 MHz. Nótese que en todos los casos el JIDD supera las soluciones existentes basadas en una etapa CPR explícita. También se puede observar que el JIDD con $P_R = 1\%$ se comporta ligeramente mejor que $P_R = 5\%$, como resultado de la penalidad causada por la (mayor) tasa de pilotos. Además, se puede destacar que el JIDD con $P_R = 1\%$ supera al ECPR-2 con $P_R = 5\%$.

²Las penalidades de E_b/N_0 causadas por los símbolos piloto utilizando la mayor amplitud de la constelación son 0,09, 0,17, y 0,44 dB para $P_R = 1, 2, \text{ y } 5\%$, respectivamente.

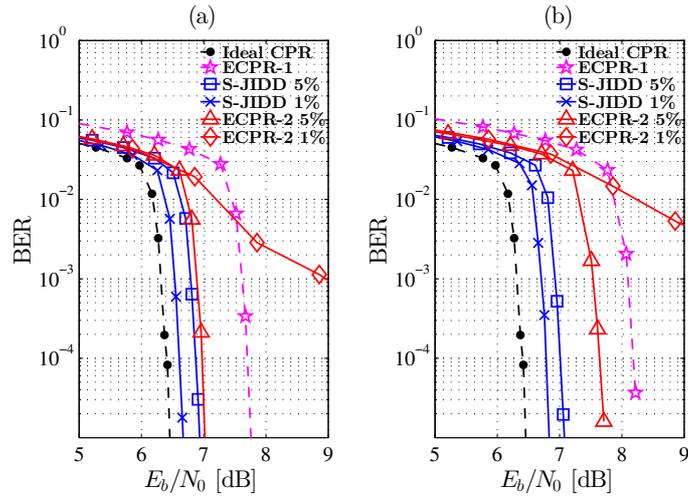


Figura 5.5. BER post-FEC en función de la E_b/N_0 con $A_p = 0$. (a) $\Delta\nu = 500$ kHz. (b) $\Delta\nu = 5$ MHz.

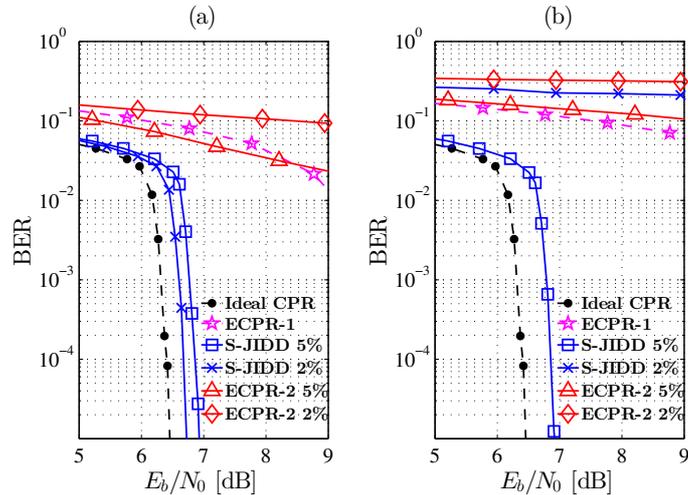


Figura 5.6. BER post-FEC en función de la E_b/N_0 con $\Delta\nu = 500$ kHz y $\Delta f_c = 35$ kHz. (a) $A_p = 200$ MHz. (b) $A_p = 500$ MHz.

La robustez del JIDD en presencia de fluctuaciones de frecuencia del láser se analiza en la Fig. 5.6. Se consideró $\Delta\nu = 500$ kHz, $\Delta f_c = 35$ kHz, y dos amplitudes de frecuencia: $A_p = 200$ y 500 MHz (ver (2.42)). Nótese la drástica disminución del rendimiento observado tanto en ECPR-1 como en ECPR-2 cuando $A_p = 500$ MHz. En este caso, el JIDD con $P_R = 5\%$ es el único esquema que alcanza un rendimiento aceptable con una penalidad de $\sim 0,5$ dB. Cabe destacar que puede mejorarse significativamente el desempeño del ECPR-1 utilizando la técnica propuesta en [7]. Sin embargo, como se observa en la Fig. 5.5, no se espera un mejor rendimiento que el alcanzado por el JIDD a consecuencia del formato de modulación utilizado (esto es, diferencial frente a no diferencial).

Hay que mencionar que las mejoras en el rendimiento del JIDD que se observan en las Figs. 5.5 y 5.6 se logran utilizando 20 iteraciones internas y 50 iteraciones externas. Por este motivo, en las Figs. 5.7 y 5.8 también se considera un escenario con 10 iteraciones internas y 5 iteraciones externas³.

La Fig. 5.7 muestra la penalidad frente a la amplitud de frecuencia A_p para JIDD con $\Delta f_c = 35$

³Así, el número total de iteraciones utilizado en el JIDD es similar al utilizado en ECPR-1 y ECPR-2.

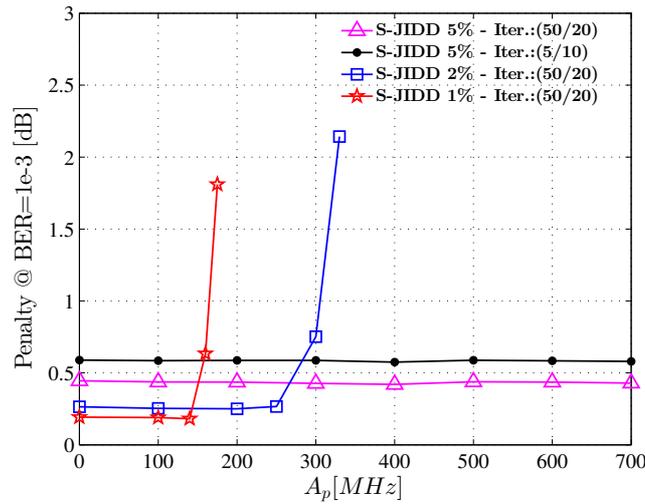


Figura 5.7. Desempeño del JIDD para varias tasas de pilotos. La penalidad de SNR para una BER post-FEC = 10^{-3} en función de la amplitud de frecuencia A_p para $\Delta f_c = 35$ kHz y $\Delta\nu = 250$ kHz. La etiqueta “Iter.: (A/B)” denota A iteraciones externas con B iteraciones internas.

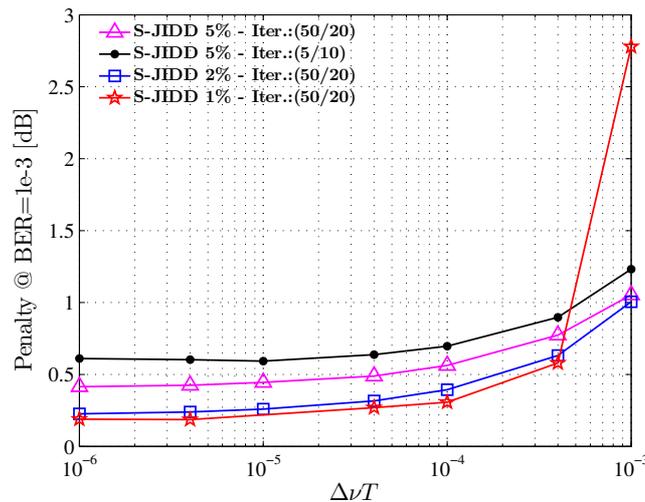


Figura 5.8. Desempeño del JIDD para varias tasas de pilotos. La penalidad de SNR para una BER post-FEC = 10^{-3} en función del ancho de línea del láser normalizado ($\Delta\nu T$) para $\Delta f_c = 35$ kHz y $A_p = 140$ MHz. La etiqueta “Iter.: (A/B)” denota A iteraciones externas con B iteraciones internas.

kHz, $\Delta\nu = 250$ kHz, $P_R = 1\%$, 2% , y 5% . Obsérvese que amplitudes de frecuencia tan altas como $A_p = 700$ MHz pueden tolerarse utilizando el JIDD con $P_R = 5\%$. Además, cabe destacar que la degradación extra del JIDD con $P_R = 5\%$, 10 iteraciones internas, y 5 iteraciones externas es solamente $\sim 0,2$ dB.

La Fig. 5.8 investiga la tolerancia al ruido de fase del láser en presencia de fluctuaciones de frecuencia con $A_p = 140$ MHz y $\Delta f_c = 35$ kHz. En este caso, se puede apreciar que el desempeño del JIDD es prácticamente insensible al ruido de fase del láser cuando $\Delta\nu T < 2 \times 10^{-4}$ (por ejemplo, $\Delta\nu < 6,4$ MHz a $1/T = 32$ Gs/s). De lo anterior, se infiere que el balance adecuado entre desempeño y complejidad se debe lograr mediante el ajuste del número de iteraciones externas e internas.

5.3.3 Impacto de las No Linealidades de la Fibra en Sistemas DWDM

Los sistemas ópticos coherentes basados en DWDM se han convertido en la principal tecnología para redes de transporte ópticas. El rendimiento de los sistemas DWDM en transmisiones PDM sobre enlaces muy largos de fibra está limitado por el ruido ASE y la interferencia no lineal (NLI, del inglés *Nonlinear Interference*) causada por el efecto Kerr en la fibra. En particular, la *automodulación de fase* (SPM, del inglés *Self-Phase Modulation*), la *modulación cruzada de fase* (XPM, del inglés *Cross-Phase Modulation*), y la *mezcla de cuatro ondas* (FWM, del inglés *Four-Wave Mixing*) son los principales fenómenos inducidos por el efecto Kerr que impactan en el rendimiento de DWDM en enlaces de larga distancia. Recientemente se han introducido modelos empíricos y simplificados para NLI con el objetivo de poder evaluar el desempeño de esquemas de decodificación iterativos en sistemas DWDM [113]. A continuación, se investiga el desempeño del JIDD en sistemas DWDM con transmisiones PDM basados en dos modelos para NLI propuestos en la bibliografía.

5.3.3.1 Interferencia No Lineal en Trasmisiones con Manejo de Dispersión

Las transmisiones sobre enlaces ópticos pueden clasificarse de la siguiente manera: *con manejo de dispersión* o *no compensadas*, dependiendo de cuando se usa o no *fibra de compensación de dispersión* (DCF, del inglés *Dispersion-Compensating Fiber*), respectivamente. Debido a la dificultad para obtener soluciones analíticas compactas e integrales en el contexto DMT, se han propuesto varios modelos empíricos de NLI [38, 41]. Por ejemplo, en [41] se ha observado que el proceso de Wiener es adecuado aún para describir efectos de ruido de fase en la portadora después de la propagación no lineal en enlaces DMT. En este caso, la muestra a la entrada del bloque CPR se reduce a

$$r_k = c_k e^{j\tilde{\theta}_k} + z_k \quad (5.21)$$

donde c_k y z_k se definen como en (2.39), mientras $\tilde{\theta}_k$ es el ruido de fase total dado por

$$\tilde{\theta}_k = \tilde{\theta}_{k-1} + \phi_k + \tilde{w}_k \quad (5.22)$$

siendo ϕ_k la fluctuación de frecuencia dada por (2.41); el ruido de fase del láser y los efectos NLI son modelados por el conjunto $\{\tilde{w}_k\}$, el cual se supone compuesto por variables aleatorias i.i.d reales blancas Gaussianas con varianza $\sigma_{\tilde{w}}^2 = 2\pi T(\Delta\nu + \Delta\nu_{\text{NL}})$. El parámetro $\Delta\nu$ es el ancho de línea del láser de los osciladores Tx y Rx, mientras que $\Delta\nu_{\text{NL}}$ representa un “*ensanchamiento del ancho de línea*” causado por la NLI. Por ejemplo, se ha reportado un $\Delta\nu + \Delta\nu_{\text{NL}} = 10$ MHz para un receptor óptico PDM-QPSK de 100 Gb/s en presencia de 79 canales DWDM PDM-QPSK de 100 Gb/s espaciados 50 GHz con $\Delta\nu = 1$ MHz [41]. De la Fig. 5.7 se puede inferir que la disminución de rendimiento causado por la NLI en el sistema DWDM recién mencionado⁴ en presencia de fluctuaciones de frecuencia del láser es $< 0,7$ dB en un receptor coherente PDM-16QAM de 256 Gb/s con JIDD. Estos resultados muestran el excelente comportamiento del receptor JIDD en transmisiones sobre enlaces de fibra DMT de muy largas distancias.

5.3.3.2 Interferencia No Lineal en Transmisiones No Compensadas

Debido a la dispersión de los enlaces UT, las propiedades de propagación de la señal se alteran drásticamente con respecto a DMT. Se ha demostrado en la bibliografía que la señal propagada parece tener una distribución Gaussiana con media cero estadísticamente independiente [42, 114, 115]. Este

⁴Esto es, un sistema DWDM con canales PDM-QPSK de 100 Gb/s espaciados 50 GHz [41] $\rightarrow \Delta\nu + \Delta\nu_{\text{NL}} \sim 10$ MHz.

| Parámetro | Definición |
|--|--|
| $R_s = 1/T$ | Tasa de baudios |
| N_s | Número de tramos |
| α | Coefficiente de pérdida de la fibra |
| L_s | Longitud de cada tramo |
| $L_{\text{tot}} = N_s L_s$ | Longitud total del enlace |
| $L_{\text{ef}} = (1 - e^{-\alpha L_s})/(\alpha)$ | Longitud efectiva del tramo |
| F | Figura de ruido de los amplificadores EDFA |
| h | Constante de Planck |
| ν | Frecuencia central del peine WDM |
| γ | Coefficiente no lineal de la fibra |
| β_2 | Coefficiente de dispersión |
| N_{ch} | Número de canales WDM |

Tabla 5.1. Definición de parámetros del sistema WDM.

resultado también ha sido extendido para la señal luego del bloque DSP utilizado en el receptor para compensar, por ejemplo, CD y PMD del enlace UT⁵. En consecuencia, la interferencia no lineal se modela como AWGN. Este modelo se denomina modelo de *Ruido Gaussiano* [42]. De esta manera, la muestra a la entrada del CPR se reduce a

$$r_k = c_k e^{j\theta_k} + \tilde{z}_k \quad (5.23)$$

donde c_k y θ_k se definen como en (2.39), mientras que

$$\tilde{z}_k = z_k + \Delta z_k, \quad (5.24)$$

es una componente AWGN que representa la contribución tanto del ruido ASE (z_k) como de la NLI (Δz_k).

Se define la potencia por canal del sistema DWDM como $P_{\text{Tx}} = P_0 E\{|c_k|^2\}$ siendo P_0 una cierta ganancia. Además, en la Tabla 5.1 se definen varios parámetros del sistema de multiplexación por división de longitud de onda. Las varianzas de z_k y Δz_k en los sistemas ópticos basados en amplificadores de fibra dopada con erbio con espaciamiento de canal igual a la tasa de baudio se pueden aproximar por [116]

$$\sigma_z^2 = R_s N_s (e^{\alpha L_s} - 1) F h \nu, \quad (5.25)$$

$$\sigma_{\Delta z}^2 \approx \frac{8}{27} \gamma^2 P_{\text{Tx}}^3 L_{\text{ef}} N_s \frac{\ln(\pi^2 |\beta_2| L_{\text{ef}} N_{\text{ch}}^2 R_s^2)}{\pi |\beta_2| R_s^2}. \quad (5.26)$$

La relación señal a ruido *efectiva* a la salida del DSP resulta

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{NL}} &= \frac{P_{\text{Tx}}}{\sigma_z^2 + \sigma_{\Delta z}^2} \\ &= \frac{P_{\text{Tx}}}{\sigma_z^2 + \eta P_{\text{Tx}}^3}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

donde $\eta = \sigma_{\Delta z}^2 / P_{\text{Tx}}^3$. Dado que σ_z^2 y η son independientes de P_{Tx} , el desempeño del receptor se degrada para valores altos de P_{Tx} (esto es, $\lim_{P_{\text{Tx}} \rightarrow \infty} \text{SNR} = 0$). Obsérvese que este comportamiento es drásticamente diferente al experimentado en canales inalámbricos, como los investigados en [110].

⁵Las funciones del DSP en el receptor incluyen ecualización lineal de la dispersión de la fibra solamente (es decir, algoritmos de compensación no lineal tales como *back-propagation* no son considerados en este trabajo).

| Parámetro | Valor |
|-----------------------------|---------------------------|
| R_s | 32 GBd |
| α | 0,2 dB/km |
| γ | 1,27 1/W/km |
| β_2 | -21,7 ps ² /km |
| $h\nu$ | 1,28e-19 J |
| F | 5 dB |
| $\Delta\nu$ | 500 kHz |
| A_p | 200 MHz |
| Δf_c | 35 kHz |
| P_R | 5 % |
| Número Iteraciones del JIDD | 50/20 |

Tabla 5.2. Parámetros generales del sistema usados en las simulaciones.

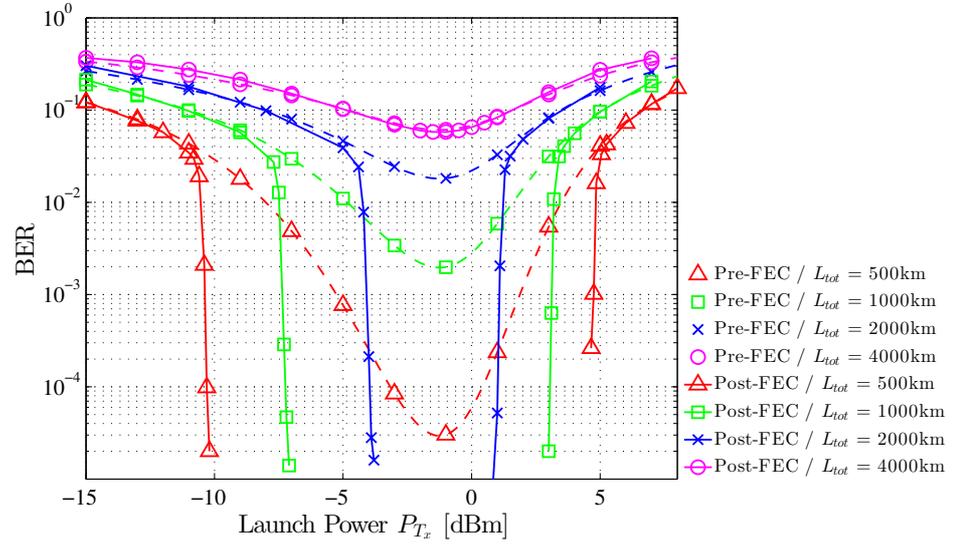


Figura 5.9. Desempeño en función de la potencia acoplada para diferentes valores de L_{tot} con $N_{ch} = 80$, $\Delta f_c = 35$ kHz, and $A_p = 200$ MHz. Longitud de tramo $L_s = 100$ km.

Basado en el modelo GN definido por (5.25) y (5.26), se evalúa el desempeño del JIDD con modulación PDM-16QAM en presencia de fluctuaciones de frecuencia del láser y efectos no lineales en sistemas WDM sobre enlaces de fibra UT. La Tabla 5.2 presenta los parámetros generales utilizados en las simulaciones. Nótese que el sistema también incluye ruido de fase del láser con $\Delta\nu = 500$ kHz y jitter de frecuencia sinusoidal con $A_p = 200$ MHz y $\Delta f_c = 35$ kHz. En esta situación cabe destacar que las soluciones basadas en ECPR-1 y ECPR-2 no son capaces de alcanzar un desempeño aceptable aún en ausencia de NLI (ver Fig. 5.6).

La Fig. 5.9 ilustra los valores de BER pre-FEC y post-FEC para diferentes valores de longitud del enlace L_{tot} (por ejemplo, $L_{tot} = 500, 1000, 2000$, and 4000 km)⁶. La longitud de tramo es $L_s = 100$ km con $N_{ch} = 80$ canales WDM. Se puede observar que el JIDD es capaz de reducir drásticamente la tasa de error en enlaces con longitudes de hasta 2000 km. Esto concuerda con lo reportado en [42] donde se encontró que $L_{tot} \approx 2000$ km es la máxima longitud del enlace con (i) PDM-16QAM y (ii) FEC con $\sim 20\%$ de redundancia (es decir, $\sim 6,5$ bits/symbol de *throughput* del canal óptico (OCT,

⁶La BER pre-FEC se deriva teóricamente de $BER_{16QAM} = 0,75 \cdot Q(\sqrt{0,2 \cdot SNR_{NL}}) + 0,5 \cdot Q(\sqrt{1,8 \cdot SNR_{NL}}) - 0,25 \cdot Q(\sqrt{5 \cdot SNR_{NL}})$ con SNR_{NL} dada por (5.27).

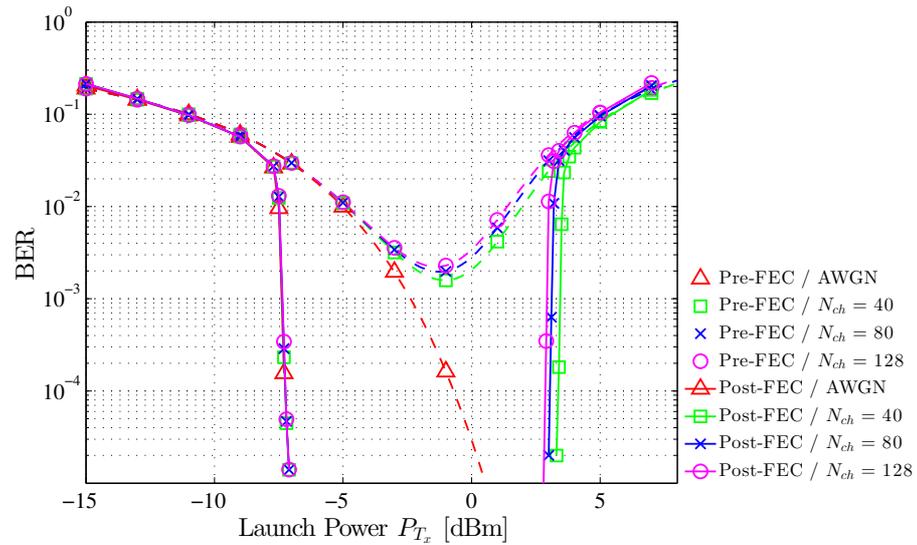


Figura 5.10. Desempeño en función de la potencia acoplada para diferentes valores del número de canales WDM (N_{ch}) con $\Delta f_c = 35$ kHz and $A_p = 200$ MHz. Longitud de tramo $L_s = 100$ km. Longitud total del enlace $L_{tot} = 1000$ km.

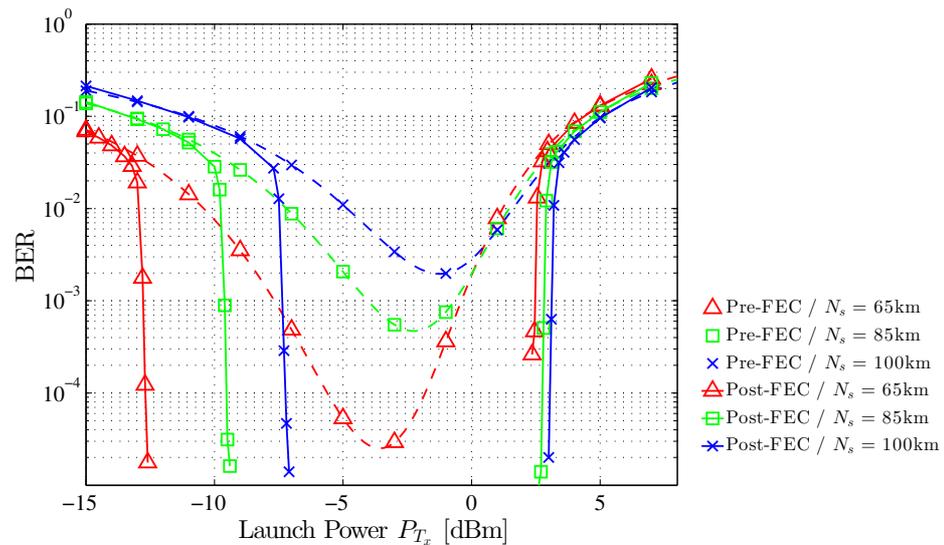


Figura 5.11. Desempeño en función de la potencia acoplada para diferente longitud de los tramos (L_s) con $\Delta f_c = 35$ kHz y $A_p = 200$ MHz. Longitud total del enlace $L_{tot} \approx 1000$ km con $N_{ch} = 80$.

del inglés *Optical Channel Throughput*)).

La Fig. 5.10 muestra los valores de BER pre-FEC y post-FEC para diferentes valores del número de canales WDM, N_{ch} (por ejemplo, $N_{ch} = 40, 80$, y 128). También se han incluido los resultados para transmisiones sin NLI (denotado como “AWGN”) con fines comparativos. La longitud de tramo es $L_s = 100$ km y la longitud total del enlace es $L_{tot} = 1000$ km. A diferencia de las aplicaciones previas del JIDD (ver [110]), se puede verificar que tiene lugar una importante degradación del rendimiento causada por la NLI en sistemas UT WDM para altos valores de P_{Tx} . También se observa que el impacto de N_{ch} sobre el rendimiento no cambia significativamente cuando $N_{ch} \geq 40$. En particular, obsérvese que la BER post-FEC para $N_{ch} = 80$ degrada rápidamente para $P_{Tx} \lesssim -6,6$ dBm y $P_{Tx} \gtrsim 2,6$ dBm⁷.

⁷El código LDPC considerado aquí alcanza una BER post-FEC = 10^{-15} con una BER pre-FEC de alrededor de 0,025 en AWGN.

Por otro lado basándose en los resultados derivados de la teoría en [42, 116] con los parámetros de la Tabla 5.2 se verifica que un OCT de 6,3 bits/símbolo en régimen lineal⁸ se alcanza para $P_{Tx} \sim -8,8$ dBm con $L_{tot} = 1000$ km, $L_s = 100$ km, y $N_{ch} = 80$. Nótese que la diferencia con el límite de Shannon para PDM-16QAM $8,8 - 6,6 = 2,2$ dB es aproximadamente la penalidad respecto a la capacidad de Shannon del código LDPC usado en este trabajo ($\sim 1,5$ dB [42] más la penalidad causada por la tasa de símbolos piloto 0,44 dB). Finalmente, Fig. 5.11 muestra los valores de BER pre-FEC y post-FEC para diferentes valores de longitud de tramo L_s (por ejemplo, $L_s = 65, 85$, y 100 km). La longitud total del enlace es $L_{tot} \approx 1000$ km con $N_{ch} = 80$ canales WDM. Como se muestra en la Fig. 5.10 para $L_s = 100$ km, se verifica que el desempeño del JIDD para $L_s = 65$ y 85 km está también cerca de los valores esperados del análisis teórico [116]. De esta manera se puede concluir que los receptores basados en JIDD en combinación con poderosos esquemas FEC son capaces de alcanzar desempeños cercanos a los límites de canal sobre sistemas UT WDM en presencia de ruido de fase del láser y fluctuaciones de frecuencia del láser.

5.4 Observaciones Finales

En el presente capítulo se presentó un esquema de detección y decodificación conjunta iterativo que puede operar con altos valores de ruido de fase y fluctuaciones de frecuencia. El destacable desempeño conseguido lo vuelve un candidato muy serio como solución a las problemáticas expuestas en la presente Tesis. Además, se presentaron algunas simplificaciones a los cálculos del algoritmo aportando una primera aproximación para hacer posible su implementación. Sin embargo, se requiere más desarrollo para obtener una arquitectura completa que permita su implementación en un receptor óptico coherente de alta velocidad, esto será tratado en el siguiente capítulo. Uno de los principales aportes en relación a la propuesta del esquema conjunto en comunicaciones ópticas lo constituyen los resultados obtenidos en diferentes condiciones de canal, como por ejemplo la consideración de no linealidades de la fibra. De estos resultados se puede apreciar la robustez y versatilidad del esquema propuesto para operar en las diferentes condiciones impuestas por las transmisiones por fibra óptica.

⁸En este caso, $P_{Tx} \lesssim -6$ dBm.

Capítulo 6

Arquitectura para Detección y Decodificación Conjunta Iterativa

Síntesis: En el presente capítulo se presenta una arquitectura para la implementación de la técnica de detección y decodificación conjunta iterativa con el objetivo de acercar la misma a una versión apta para circuitos integrados de alta velocidad.

6.1 Introducción

Motivado por los excelentes resultados demostrados por el receptor conjunto iterativo en el capítulo anterior, en el presente capítulo se proponen diferentes enfoques con el objetivo de obtener una arquitectura de implementación de dicho receptor. La complejidad de implementación del algoritmo descrito en 5.3 es prohibitivamente alta. Esta complejidad proviene principalmente de las recursiones hacia adelante y hacia atrás. Para aclarar por qué esto es así se debe resaltar que los mensajes en dichas recursiones se propagan hacia adelante y hacia atrás de todo el bloque de datos codificados. El inconveniente se presenta en una implementación de alta velocidad donde los datos se deben procesar en paralelo. De este modo, por cada ciclo de reloj, un conjunto de datos nuevo debe ser procesado. Esto impone restricciones en cuanto a las tareas de procesamiento, ya que en un ciclo de reloj se deben propagar los mensajes de un extremo al otro del bloque de datos, algo que resulta complejo dado las operaciones involucradas. A su vez debido a que el bloque de datos en paralelo es en general bastante menor que el bloque de símbolos codificados, resulta muy inconveniente la propagación de mensajes hacia atrás desde el final del bloque de símbolos codificados, siendo más indicado propagar hacia atrás los mensajes solo en cada bloque de datos en paralelo. Esto trae aparejado un impacto en el desempeño de este algoritmo. Por lo que se debe proponer alguna adaptación y evaluar su desempeño en el sistema. Además, una fuente de complejidad adicional son las operaciones matemáticas involucradas en los nodos de procesamiento, como así también la cantidad de los mismos que se agregan a la arquitectura tradicional del decodificador. Las operaciones matemáticas involucradas hace referencia al cálculo de funciones exponenciales, funciones de Bessel modificadas de orden cero de primera especie, multiplicaciones y divisiones. Para tener una noción de la cantidad de nodos agregados a continuación se plantea un ejemplo: los nodos de procesamiento operan a nivel de símbolos por lo tanto si se emplea el código LDPC de longitud 24576, utilizando una constelación 16-QAM que mapea 4 bits por símbolo, da como resultado 6144 nodos.

Por otro lado, la estimación conjunta de frecuencia agrega una complejidad extra al algoritmo que se vuelve crítica cuando se intenta obtener una implementación del mismo. Esto se deriva del hecho de que la complejidad computacional del algoritmo escala linealmente con el número de niveles de cuantización empleados para discretizar la variable aleatoria que representa la frecuencia.

A lo previamente mencionado hay que agregar que como entrada del decodificador se utiliza la métrica de LLR de bit por lo que se deben realizar operaciones adicionales para pasar de probabilidad de símbolos a las LLR de cada bit.

La evaluación del sistema completo realizada en el capítulo anterior sirvió para mostrar la potencialidad del mismo. Con el enfoque puesto en procurar una implementación práctica, como primer medida se puede prescindir de la estimación de frecuencia para reducir significativamente la complejidad del algoritmo. Para suplantar dicha estimación se puede utilizar un esquema de compensación de frecuencia basado en un PLL que ha demostrado ser efectivo para compensar el error de frecuencia [7]. De esta manera, el algoritmo conjunto iterativo solo necesita compensar el ruido de fase del láser. Es decir que este esquema solo incorpora la etapa II de la Fig. 5.1 en un esquema conjunto iterativo. Los detalles de dicho algoritmo se describen en la siguiente sección.

6.2 JIDD para Compensación de Ruido de Fase

Sean $\mathbf{c} = \{c_0, c_1, \dots, c_{K-1}\}$ el bloque de símbolos codificados de longitud K a ser transmitido, y $\mathbf{r} = \{r_0, r_1, \dots, r_{K-1}\}$ el bloque de símbolos recibidos. Para implementar el detector MAP, se debe evaluar la probabilidad *a posteriori* $P(c_k|\mathbf{r})$. El esquema JIDD emplea el algoritmo suma-producto

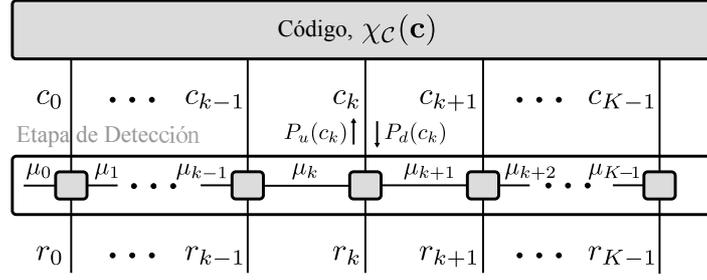


Figura 6.1. Grafo factorial normal del JIDD.

sobre el grafo factorial mostrado en la Fig. 6.1 para evaluar la siguiente función de distribución conjunta [117]

$$p(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta} | \mathbf{r}) \propto \chi_C(\mathbf{c}) \prod_k p(r_k | c_k, \theta_k) p(\theta_k | \theta_{k-1}) \quad (6.1)$$

donde $\chi_C(\mathbf{c})$ es la función indicadora del código definida como 1 si \mathbf{c} es una palabra código del código del canal \mathcal{C} construida sobre la constelación \mathcal{M} y 0 en otro caso; $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_0, \dots, \theta_{K-1}\}$ es la secuencia de ruido de fase del canal. Las aristas μ_k en el FG de la Fig 6.1 en este caso representan θ_k , ya que se considera solamente ruido de fase. La función de densidad de probabilidad $p(\theta_{k+1} | \theta_k)$ es Gaussiana con media θ_k y varianza σ_w^2 . El término $p(r_k | c_k, \theta_k)$ en (6.1) resulta

$$p(r_k | c_k, \theta_k) \propto \exp \left\{ \Re \left[\frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} e^{-j\theta_k} \right] - \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \right\}. \quad (6.2)$$

La aplicación del SPA conduce a un intercambio iterativo de mensajes sobre las aristas del FG. $P_d(c_k)$ y $P_u(c_k)$ son las APP de los símbolos, recibidas desde y enviadas hacia el decodificador, respectivamente. Por otro lado, los mensajes $p_f(\theta_k)$ y $p_b(\theta_k)$ describen la evolución del ruido de fase θ_k . Se emplean para su actualización recursiones hacia adelante y hacia atrás y se pueden expresar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} p_f(\theta_k) &\propto \exp \left\{ \Re [a_{f,k} e^{-j\theta_k}] \right\} \\ p_b(\theta_k) &\propto \exp \left\{ \Re [a_{b,k} e^{-j\theta_k}] \right\}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

donde $a_{f,k}$ y $a_{b,k}$ se calculan recursivamente del siguiente modo

$$\begin{aligned} a_{f,k+1} &= \frac{a_{f,k} + u_k}{1 + \sigma_w^2 |a_{f,k} + u_k|} \\ a_{b,k-1} &= \frac{a_{b,k} + u_k}{1 + \sigma_w^2 |a_{b,k} + u_k|}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

con condiciones iniciales $a_{f,0} = 0$ y $a_{b,K-1} = 0$. El parámetro u_k en la ecuación (6.4) está dado por

$$u_k \triangleq \frac{2r_k \alpha_k^*}{2\sigma^2 + \beta_k - |\alpha_k|^2} \quad (6.5)$$

donde

$$\alpha_k \triangleq \sum_{c \in \mathcal{M}} c P_d(c_k = c) \quad (6.6)$$

$$\beta_k \triangleq \sum_{c \in \mathcal{M}} |c|^2 P_d(c_k = c). \quad (6.7)$$

La probabilidad $P_u(c_k)$ puede aproximarse de la siguiente manera

$$P_u(c_k) \propto e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \text{I}_0 \left(\left| a_{f,k} + a_{b,k} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} \right| \right). \quad (6.8)$$

6.2.1 Cálculo de LLR

Hasta aquí se presentó un resumen del algoritmo. A partir de este punto se desarrollan las ecuaciones necesarias para obtener las LLR de los bits a partir de la probabilidad de los símbolos, algo que no fue abordado en la contribución original del algoritmo descrito previamente.

Si se define $f(c_k)$ de la siguiente manera

$$f(c_k) = \left| a_{f,k} + a_{b,k} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} \right| - \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \quad (6.9)$$

entonces

$$P_u(c_k) \propto e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \text{I}_0 \left(f(c_k) + \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \right). \quad (6.10)$$

Dado que al decodificador se le deben proveer las LLR de los bits como dato de entrada aún debe realizarse alguna manipulación matemática sobre la expresión de (6.10). La LLR para cada bit se puede expresar de la siguiente manera

$$LLR_u(b_{k,q}) = \log \frac{P(b_{k,q} = 0 | \mathbf{r})}{P(b_{k,q} = 1 | \mathbf{r})}, \quad (6.11)$$

si se desarrolla esta expresión se puede obtener

$$LLR_u(b_{k,q}) = \log \frac{\sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=0}} P_u(c_k) \prod_{l \neq q} P([\Phi^{-1}(c_k)]_l)}{\sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=1}} P_u(c_k) \prod_{l \neq q} P([\Phi^{-1}(c_k)]_l)}, \quad (6.12)$$

donde $q \in \{0, 1, \dots, Q-1\}$, Q es el número de bits por símbolo y $\mathcal{M}_{b_q=b}$ es el subconjunto de símbolos de la constelación con el q -ésimo bit igual a b . $\Phi(\cdot)$ representa la función de mapeo de bits a símbolos y la notación $[\cdot]_l$ implica tomar la l -ésima variable de la secuencia. Dado que $P_u(c_k)$ resulta

$$P_u(c_k) = \frac{e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \text{I}_0 \left(f(c_k) + \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \right)}{\sum_{c'_k \in \mathcal{M}} e^{-\frac{|c'_k|^2}{2\sigma^2}} \text{I}_0 \left(f(c'_k) + \frac{|c'_k|^2}{2\sigma^2} \right)}, \quad (6.13)$$

reemplazando su valor en (6.12) se obtiene la siguiente expresión

$$LLR_u(b_{k,q}) = \log \frac{\sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=0}} e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \text{I}_0 \left(f(c_k) + \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \right) \prod_{l \neq q} P([\Phi^{-1}(c_k)]_l)}{\sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=1}} e^{-\frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}} \text{I}_0 \left(f(c_k) + \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2} \right) \prod_{l \neq q} P([\Phi^{-1}(c_k)]_l)}. \quad (6.14)$$

6.2.2 Complejidad de Implementación

A pesar de haber restringido la estimación conjunta iterativa únicamente al ruido de fase, aún así la implementación de este algoritmo en receptores coherentes de alta velocidad es extremadamente compleja. Esto se debe por un lado al gran número de nodos que se deben implementar debido a la longitud relativamente grande de los códigos LDPC empleados en comunicaciones ópticas. Otra causa

de la complejidad de implementación son las funciones trascendentes involucradas en los cálculos de dichos nodos, como así también las multiplicaciones y divisiones requeridas. Por este motivo se proponen una serie de modificaciones al algoritmo con el objetivo de facilitar su implementación. Debido a que los nodos involucrados en la etapa de detección consumen la mayoría de la carga computacional del algoritmo, es primordial reducir la complejidad de estos nodos y su cantidad. Para tal fin se propone pasar todas las operaciones de los nodos al dominio logarítmico. Además, se propone la utilización de *códigos espacialmente acoplados* que permiten una decodificación mediante ventana, y de esta manera reducir el número de nodos necesarios para la decodificación [118]. La propuesta de decodificación de ventana aplicada a la arquitectura conjunta como así también la conversión del algoritmo del esquema JIDD a dominio logarítmico constituyen aportes de esta Tesis. Para alimentar al decodificador se necesitan las LLR a nivel de bits. Sin embargo, en el algoritmo original solo se plantea el resultado hasta la probabilidad de los símbolos, por lo que se debe realizar trabajo adicional para lograr obtener dichas LLR.

En comunicaciones ópticas, las velocidades de los receptores son órdenes de magnitud mayores que en aplicaciones inalámbricas (para las cuales se propuso originalmente el algoritmo) por lo que esto plantea un desafío adicional a la obtención de una arquitectura. Un punto crítico que limita la velocidad de operación, son las recursiones hacia adelante y hacia atrás. Como se mencionó anteriormente, esto se debe a que por cada ciclo de reloj se debe procesar un bloque de datos en paralelo. Estas recursiones están estrechamente relacionadas con la capacidad de seguimiento de fase del algoritmo. Esto significa que mientras más demore en propagarse la información menor será la capacidad de seguimiento. Lo mencionado anteriormente está relacionado con los registros colocados para reducir el camino crítico, mientras más registros se coloquen en ambos caminos, menor será la capacidad de seguimiento, esto se analizará en más detalle en la sección de resultados. En las próximas secciones se detalla la propuesta del algoritmo en dominio logarítmico, y la propuesta de utilización de códigos LDPC espacialmente acoplados para tomar ventaja de la decodificación por ventana.

6.2.3 Algoritmo en Dominio Logarítmico

En esta sección se modifica el algoritmo presentado en la sección 6.2 que se utiliza como base del esquema JIDD para compensar ruido de fase de tal manera que pueda operar en dominio logarítmico. Se propone esta modificación con el objetivo de reducir la complejidad de implementación del mismo. A continuación, se desarrollan las ecuaciones en dominio logarítmico del algoritmo y se proponen además algunas simplificaciones con el objetivo de reducir significativamente la carga computacional requerida. De esta manera, aproximando $I_0(x) \simeq e^x$, la ecuación (6.8) se reduce a

$$P_u(c_k) \propto e^{\left| a_{f,k} + a_{b,k} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} \right| - \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}}. \quad (6.15)$$

Si a (6.15) le aplicamos logaritmo natural se obtiene

$$LP_u(c_k) \propto \left| a_{f,k} + a_{b,k} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} \right| - \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}. \quad (6.16)$$

Dado que $f(c_k)$ se definió como $f(c_k) = \left| a_{f,k} + a_{b,k} + \frac{r_k c_k^*}{\sigma^2} \right| - \frac{|c_k|^2}{2\sigma^2}$, de esta manera se puede obtener la siguiente expresión

$$P_u(c_k) \approx \frac{\exp\{f(c_k)\}}{\sum_{c'_k \in \mathcal{M}} \exp\{f(c'_k)\}}. \quad (6.17)$$

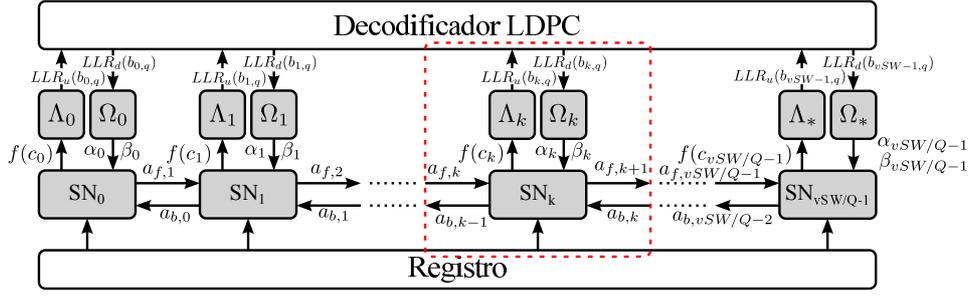


Figura 6.2. Diagrama en bloques del algoritmo JIDD basado en decodificación mediante ventana.

Aplicando el logaritmo a (6.17) se obtiene

$$LP_u(c_k) \approx f(c_k) - \log \left\{ \sum_{c'_k \in \mathcal{M}} \exp \{f(c'_k)\} \right\}. \quad (6.18)$$

Sin embargo, para el decodificador se necesita calcular las LLR de los bits, para lo cual se utiliza la ecuación (6.12). Con el objetivo de simplificar esta expresión no se tiene en cuenta el proceso iterativo entre demapeador y decodificador, por lo que la misma resulta

$$LLR_u(b_{k,q}) = \log \frac{\sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=0}} P_u(c_k)}{\sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=1}} P_u(c_k)}. \quad (6.19)$$

Operando sobre (6.19) se puede obtener

$$LLR_u(b_{k,q}) = \log \sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=0}} \exp \{LP_u(c_k)\} - \log \sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=1}} \exp \{LP_u(c_k)\}, \quad (6.20)$$

desarrollando esta ecuación resulta

$$LLR_u(b_{k,q}) \approx \log \sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=0}} \exp \{f(c_k)\} - \log \sum_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=1}} \exp \{f(c_k)\}. \quad (6.21)$$

Finalmente aproximando esta expresión, se puede obtener

$$LLR_u(b_{k,q}) \approx \max_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=0}} f(c_k) - \max_{c_k \in \mathcal{M}_{b_q=1}} f(c_k). \quad (6.22)$$

De esta manera, se puede reducir el cálculo a una simple búsqueda de máximo. Comparada con (6.14), la ecuación (6.22) no solamente reduce la complejidad computacional del algoritmo, sino que también provee una mayor estabilidad numérica para implementarlo con aritmética de resolución finita. Las Figs. 6.2 y 6.3 muestran la arquitectura de implementación para obtener las LLR a partir de $f(c_k)$. Los bloques correspondientes a los nodos símbolos (SN) se encargan de calcular $f(c_k)$ a partir de r_k y de las recursiones hacia adelante y hacia atrás entre ellos. Por otro lado, los bloques Λ y Ω sirven como nexo entre la información a nivel de símbolos provista por los bloques SN y la información a nivel de bits requerida por el decodificador LDPC. Particularmente, los bloques Λ se encargan de computar el valor de las LLR hacia el decodificador LDPC a partir del valor $f(c_k)$ provisto por los bloques SN.

Por otro lado, se tiene que calcular $P_d(c_k)$ a partir de las LLR para luego calcular α_k y β_k a partir de $P_d(c_k)$ descrito por las ecuaciones (6.6) y (6.7), respectivamente. Sin embargo, con el objetivo de reducir la complejidad del cálculo se propone calcular directamente α_k y β_k a partir de las LLR

provenientes del decodificador LDPC. Suponiendo constelaciones QAM cuadradas este cálculo resulta

$$\Re\{\alpha_k\} = \sum_{c \in \mathcal{R}\{\mathcal{M}\}} c \prod_{b_{k,q} \in c} \frac{\exp\{\bar{b}_{k,q} LLR_d(b_{k,q})\}}{1 + \exp\{LLR_d(b_{k,q})\}} \quad (6.23)$$

donde \bar{x} denota el complemento de x . La misma operación se aplica para calcular $\Im\{\alpha_k\}$, de esta manera se obtiene

$$\Im\{\alpha_k\} = \sum_{c \in \mathcal{I}\{\mathcal{M}\}} c \prod_{b_{k,q} \in c} \frac{\exp\{\bar{b}_{k,q} LLR_d(b_{k,q})\}}{1 + \exp\{LLR_d(b_{k,q})\}}. \quad (6.24)$$

Mientras que β_k resulta de la siguiente manera

$$\beta_k = \sum_{c \in \mathcal{M}} |c|^2 \prod_{b_{k,q} \in c} \frac{\exp\{\bar{b}_{k,q} LLR_d(b_{k,q})\}}{1 + \exp\{LLR_d(b_{k,q})\}}. \quad (6.25)$$

Los bloques Ω de las Figs. 6.2 y 6.3 se encargan de calcular los parámetros α_k y β_k , requeridos por los nodos SN, a partir de las LLR provistas por el decodificador LDPC. Las operaciones más complejas se pueden implementar mediante tablas de búsqueda (LUT, del inglés *Lookup Table*). Cabe destacar que las LUT se pueden emplear en este caso debido a que se indexan a través de una única variable. En el caso que se involucren más variables para indexar la LUT la complejidad crece exponencialmente debido a que estas variables se utilizan como dirección de la tabla.

La Fig. 6.3 muestra los diagramas de la implementación de los bloques SN correspondientes a la etapa de detección y de los bloques Λ y Ω que sirven de nexo entre dicha etapa y el decodificador.

6.2.4 Combinación con Códigos LDPC Acoplados Espacialmente

Se propone el uso de códigos LDPC acoplados espacialmente (ver 6.2.4.2) con JIDD con el objetivo de reducir el número de nodos requeridos debido a que este tipo de códigos se pueden decodificar mediante una técnica de decodificación de ventana, la cual se presenta en 6.2.4.1. Aquí se propone extender las ventajas de la decodificación mediante ventana al esquema JIDD completo, sin embargo esto es algo que no ha sido reportado en la bibliografía. Esta extensión supone algunos inconvenientes, como por ejemplo el hecho de que al procesar los datos por ventanas se deban acortar las recursiones hacia atrás imponiendo restricciones al desempeño del algoritmo.

6.2.4.1 Decodificación Mediante Ventana del Algoritmo JIDD

Los nodos involucrados en la etapa de detección consumen la mayoría de la carga computacional del algoritmo JIDD [54]. Además, la utilización de códigos bloque de gran longitud incrementa la latencia entre la actualización de los nodos de las etapas de detección y decodificación. Esto reduce la velocidad de convergencia e incrementa la cantidad de memoria requerida (principalmente en la etapa de detección). Por lo tanto, la clásica relación entre longitud de la palabra código y complejidad de implementación se exagera significativamente en el caso del JIDD. En los códigos LDPC, esta relación de compromiso ha sido abordada eficientemente mediante el uso de códigos SC-LDPC con decodificación mediante ventana (WD, del inglés *Windowed Decoding*) [119, 120]. Como se observa en la Fig. 6.4, en cada etapa de la WD se procesan tanto los nodos de detección como los de decodificación. Esto permite el intercambio de información entre detección y decodificación con mínima latencia (sin esperar por la palabra código completa en cada iteración). Este enfoque también permite reducir el número de nodos procesados en paralelo, ahorrando memoria y área de implementación. De los

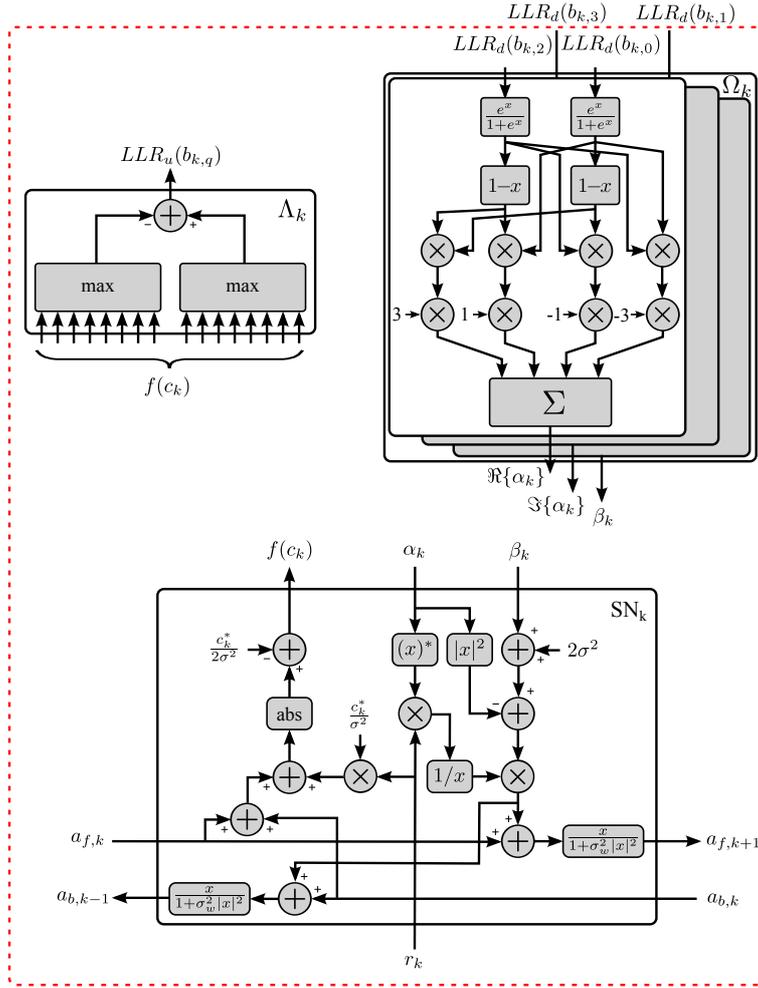


Figura 6.3. Diagrama en bloques de los principales bloques de la etapa de detección.

resultados de simulación, se observó que la etapa de seguimiento de fase converge más rápido que la etapa de decodificación. Por lo tanto, luego de realizar las iteraciones regulares, el algoritmo JIDD-WD propuesto detiene la actualización de los nodos de detección y solamente los nodos de decodificación son actualizados durante algunas iteraciones adicionales.

6.2.4.2 Códigos Acoplados Espacialmente

Siguiendo la notación de [119] y [121], los parámetros de los códigos SC-LDPC son: la memoria de síndrome anterior (m_s), el factor de *lifting* (S), la longitud de ventana (W) y el número total de partes acopladas en el protografo (L). La dimensión de los elementos de la protomatriz es $1 \times v$, como se propuso en [121]. La tasa del código SC-LDPC no terminado resultante es $(v-1)/v$. En el enfoque de WD, solamente $vS(W+m_s)$, en vez de vSL nodos son actualizados en paralelo (el solapamiento entre dos ventanas consecutivas es m_s y el mínimo W es m_s+1). Este enfoque se extiende al algoritmo JIDD donde la etapa de procesamiento de ventana se divide en dos etapas: los *nodos de detección* se calculan primero y luego los *nodos de decodificación*. Como es usual en los algoritmos de decodificación conjunta iterativa, se intercambia la información extrínseca entre ambos nodos.

Como un ejemplo particular, se diseñaron dos códigos:

1. Código \mathcal{C}_1 : es un código terminado SC-LDPC basado en el protografo propuesto en [121] con parámetros $L = 200$, $S = 32$, $m_s = 15$, y $v = 5$. El código resultante tiene longitud $n = 32000$

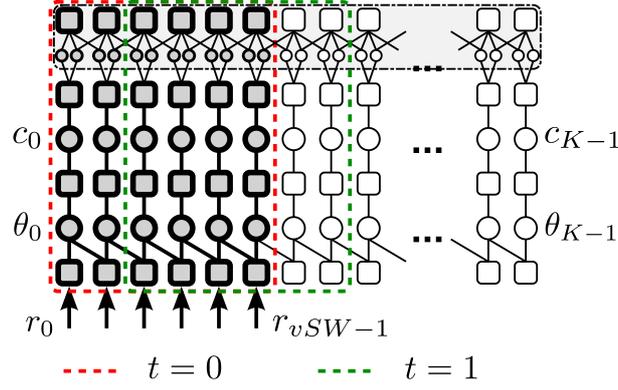


Figura 6.4. Descripción del esquema propuesto basado en grafo factorial.

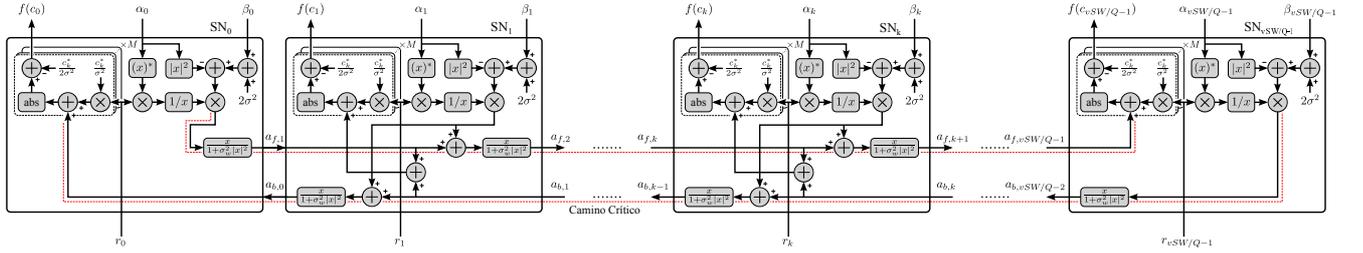


Figura 6.5. Camino crítico de la etapa de detección del esquema JIDD.

bits y tasa del código 0,785¹.

2. Código \mathcal{C}_2 : es un segundo código terminado SC-LDPC con fines comparativos, con parámetros $L = 200$, $S = 32$, $m_s = 2$, $v = 5$, y $n = 32000$. Su tasa es de 0,8, a diferencia del código \mathcal{C}_1 en este caso el memoria del síndrome anterior es mucho menor (2 en vez de 15), permitiendo así una decodificación mediante una ventana de menor tamaño.

En ambos casos los 32000 bits se mapean a $K = 8000$ símbolos 16-QAM por lo que el mismo número de nodos sería necesario para la etapa de seguimiento de fase. Sin embargo, es posible procesar la palabra código en ventanas de tamaño mínimo con $W = m_s + 1$ resultando en bloques de $vS(W + m_s) = 4960$ bits en el caso de \mathcal{C}_1 , lo que equivale a 1240 símbolos. De esta manera es posible reducir significativamente el número de nodos involucrados (por ejemplo, $\times 6$ para el código \mathcal{C}_1 y $\times 33$ para \mathcal{C}_2). Si se compara con el código QC-LDPC de longitud de 24576 bits empleado en el resto de la Tesis, el cual requiere la implementación de 6144 nodos para la etapa de detección, se puede tomar noción de la reducción de complejidad aportada mediante esta técnica.

Aunque este tipo de códigos permite reducir en gran medida el camino crítico de la etapa de detección producido en las recursiones hacia adelante y hacia atrás mostrado en la Fig. 6.5, aún es inviable su implementación. Para superar este inconveniente se puede emplear la técnica de *segmentación* [122]. Esta técnica consiste en colocar registros en diferentes puntos del circuito de manera de que el tiempo de propagación de la lógica solo se encuentre acotado al espaciamiento entre registros. En la Fig. 6.6 se muestran dos ejemplos con diferentes espaciamiento entre registros (RS, del inglés *Register Spacing*) para los códigos \mathcal{C}_1 y \mathcal{C}_2 , la Fig. 6.6(a) muestra un RS=3 para el código \mathcal{C}_1 y la (b) muestra un RS=5 para el código \mathcal{C}_2 . El empleo de esta técnica trae como consecuencia que la información se propague más lentamente entre los grupos de nodos vecinos separados a través de los registros. Esto trae aparejado un impacto en el desempeño que se cuantifica en la siguiente sección.

¹En lugar de 0,8 porque el código es terminado.

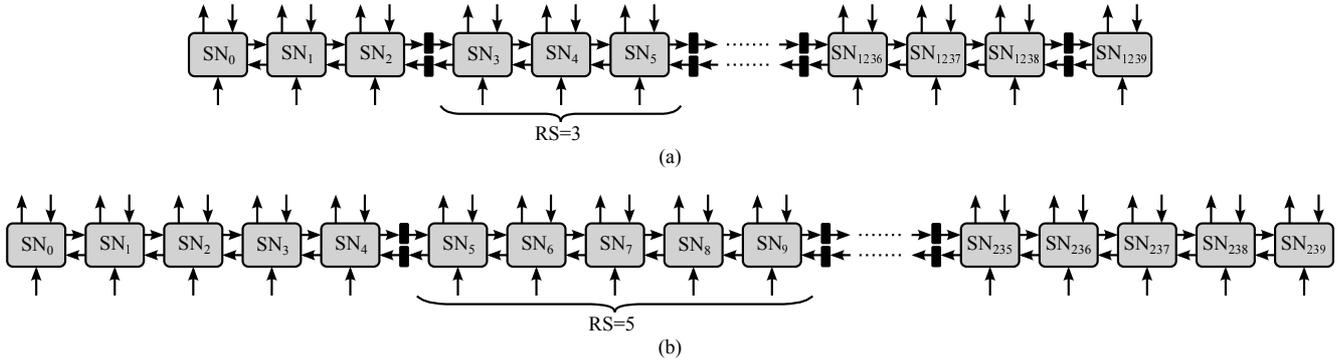


Figura 6.6. Espaciamento entre registros en la etapa de detección del esquema JIDD: (a) $RS=3$ para C_1 (b) $RS=5$ para C_2 .

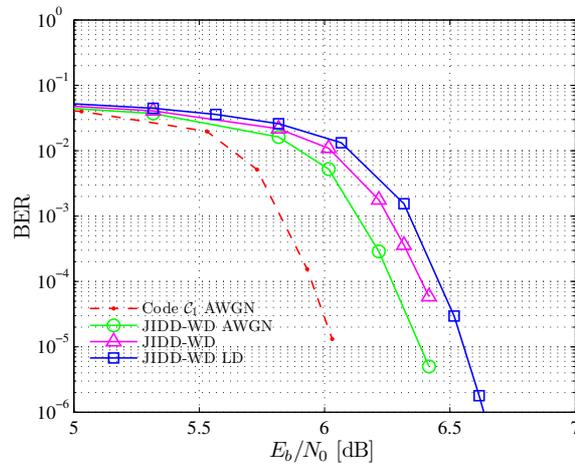


Figura 6.7. BER en función de la E_b/N_0 con ancho de línea del láser de 1,28 MHz utilizando el código C_1 .

6.2.5 Resultados de Simulación

Se presentan y analizan los resultados numéricos derivados de simulaciones por computadora. Se considera modulación 16-QAM con una tasa de transmisión de 100 Gb/s (es decir $1/T = 32$ Giga-baudios). Se utiliza 1,28 MHz de ancho de línea del láser en el Tx y Rx en un canal óptico no dispersivo. La Fig. 6.7 muestra los resultados de BER post-FEC en función de la E_b/N_0 del algoritmo propuesto utilizando el código C_1 . La cantidad de símbolos piloto es 5%, lo cual se tuvo en cuenta en la definición de la E_b/N_0 . Las iteraciones se clasifican en dos tipos: (i) internas si se realizan intercambiando información entre los nodos del decodificador únicamente y (ii) externas si las mismas involucran el intercambio de información entre los nodos del decodificador y los del detector. En los resultados presentados en la Fig. 6.7 se realizan una iteración interna y una externa dentro de la ventana, antes de que la misma se desplace una posición. Dado que la máxima cantidad de ciclos que un grupo de nodos permanece en la ventana es igual a la longitud de la misma, se produce un efecto similar a realizar 16 iteraciones externas y una interna en el esquema JIDD tradicional, debido a que la longitud de ventana es $W = 16$ para C_1 . El número adicional de iteraciones promedio de los nodos de decodificación en JIDD-WD es 6. Cabe mencionar que la penalidad observada con respecto al caso AWGN (esto es, sin ruido de fase) se debe principalmente a la inserción de símbolos piloto. En la Fig. 6.7 se puede apreciar la penalidad introducida cuando se emplea la versión en dominio logarítmico (LD, del inglés *Logarithmic Domain*) del JIDD, la cual resulta prácticamente despreciable.

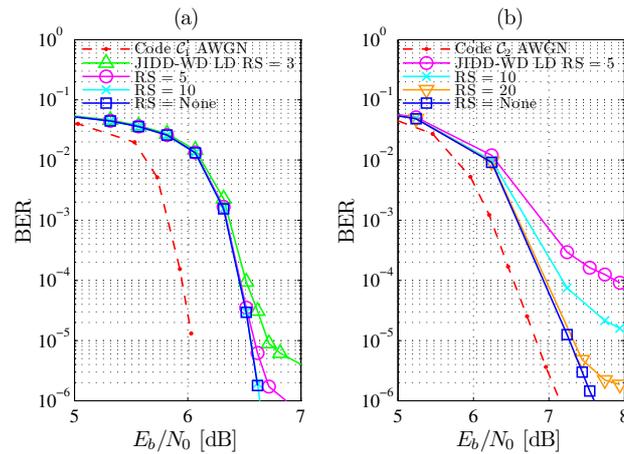


Figura 6.8. Impacto del espaciado de registros en la BER en función de la E_b/N_0 con ancho de línea del láser de 1,28 MHz utilizando el código : (a) C_1 , y (b) C_2 .

En la implementación, uno de los principales inconvenientes son las recursiones hacia adelante y hacia atrás por el camino crítico generado, el cual limita el *throughput*. Se utiliza la técnica de *segmentación* [122] con el objetivo de mejorar el *throughput* con la intención de alcanzar las velocidades requeridas por los receptores ópticos de alta velocidad. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la segmentación reduce la capacidad de seguimiento de fase de la etapa detección, debido a los retardos introducidos en la propagación de los mensajes. Las Figs. 6.8 (a) y (b) muestran los resultados de variar el espaciado entre registros con el objetivo de evaluar la degradación en el rendimiento causado por esta restricción para los códigos C_1 y C_2 , respectivamente. El espaciado entre registros está dado por el número de unidades de procesamiento SN que se encuentran entre dos etapas sucesivas de registros. La longitud de la ventana es $W = 16$ y $W = 4$ para C_1 y C_2 , respectivamente.

Mientras que el código C_2 permite reducir drásticamente el número de nodos implicados, su NCG es menor que la de C_1 y, a su vez, es más sensible al espaciado de la segmentación. En el caso del código C_2 un rendimiento aceptable recién aparece con un espaciado de registros de 20, lo que indica que se deben realizar varias operaciones en un ciclo de reloj, por lo tanto, depende del avance de la tecnología que permita el uso del código C_2 .

El código C_1 presenta un buen equilibrio entre complejidad de implementación y sensibilidad a la separación entre registros, porque con un espaciado de 5 puede obtener un rendimiento aceptable si se incluye un decodificador de decisión dura para limpiar la región de aplanamiento de la curva. Estos resultados indican una cierta dependencia entre la degradación por el espaciado de la segmentación y el conjunto código y longitud de la ventana.

6.3 Observaciones Finales

En el presente capítulo se sentaron las bases de una posible arquitectura para la implementación práctica de un esquema de detección y decodificación conjunta iterativa. Como así también se expusieron las factibilidades y obstáculos presentados para dicha implementación.

Como propuesta se incluye una versión logarítmica del algoritmo que permite reducir considerablemente la complejidad. Por otro lado se propone el uso de códigos SC-LDPC los cuales permiten una decodificación mediante ventana, este concepto ha probado ser eficiente desde el punto de vista de implementación. Aquí se propuso extender el concepto de decodificación de ventana al receptor JIDD algo que no había sido probado hasta el momento y de lo cual no se tenían garantías de funcionalidad.

En este capítulo se ha demostrado su buen desempeño en el esquema JIDD.

Un concepto clave dentro de la factibilidad es el de espaciamiento entre registros que va a hacer posible la implementación de la arquitectura. Se realizó un abordaje de este parámetro y se presentaron los resultados de desempeño.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1 Discusiones Finales

Con el objetivo de brindar una solución al problema de control de errores en sistemas de comunicaciones ópticas coherentes se han propuesto en esta tesis diferentes técnicas tratando de abarcar la mayor parte del universo de soluciones posibles. La idea detrás de todas las propuestas es la de obtener soluciones robustas y eficientes. Con robustas se hace mención a que deben operar en diversos escenarios sin verse opacado el desempeño y por eficientes se hace mención a que se busca que operen con la mayor sensibilidad posible o equivalentemente con la menor SNR.

Por un lado, se han propuesto técnicas que operan sin símbolos piloto, estas técnicas son ideales en los casos donde el ancho de banda resulta limitado. Por ejemplo, una de ellas utiliza modulación diferencial y un esquema de demapeo y decodificación iterativo que permite reducir la penalidad de los formatos diferenciales. De esta manera se puede aprovechar la robustez de dichos formatos requiriendo una menor SNR de operación, como ejemplo se puede mencionar que un esquema con modulación QPSK diferencial utilizando esta técnica obtiene una mejora en el desempeño de 0,6 dB. Otra de las técnicas propuestas de este tipo, sin símbolos piloto, está basada en la utilización de constelaciones entrelazadas temporalmente. Se utilizan constelaciones de diferente tipo diseñadas de tal forma que permiten obtener una referencia de fase absoluta evitando así el problema de CS. Esta propuesta se destaca por presentar una complejidad de implementación acotada, además para un sistema de transmisión con constelaciones de 16 puntos la mejora obtenida con respecto a la utilización de modulación diferencial es de 0,8 dB.

Por otro lado, se han propuesto técnicas que emplean símbolos piloto. La utilización de símbolos piloto es a veces vista con cierto recelo, ya que produce una reducción del ancho de banda disponible para la transmisión de información. Esto se debe a que parte del ancho de banda se emplea para la transmisión de tales símbolos. No obstante, la demostrada robustez de estas técnicas las vuelve una opción muy relevante. Una de las técnicas propuestas basadas en símbolos piloto emplea un bloque de recuperación de portadora explícito y compensa los CS una vez que estos se han producido. Particularmente, esta técnica tiene la característica que permite identificar en qué posición dentro del bloque entre símbolos piloto se produjo el CS. La misma permite operar eficientemente en escenarios con ruido de fase moderado utilizando una tasa de símbolos piloto reducida. Se presentaron resultados de simulación para modulación QPSK donde se muestra que el sistema puede operar con una penalidad de solo 0,1 dB respecto del ideal de QPSK, esto representa una mejora de 1,2 dB en relación a modulación diferencial. Además, la complejidad de implementación de esta técnica resulta muy moderada.

La otra técnica basada en símbolos piloto realiza la tarea de detección en forma conjunta con la de decodificación de una manera iterativa, mostrando ser muy robusta frente a gran ruido de fase y fluctuaciones de frecuencia, aún bajo regímenes no lineales de operación. Se propuso a su vez una arquitectura de implementación de este esquema para receptores ópticos de alta velocidad. De esta

manera, cuando la prioridad radica en el desempeño por sobre la complejidad y el ancho de banda empleado, esta técnica constituye la opción predilecta para un receptor de comunicaciones ópticas coherente.

7.2 Próximos Pasos

La realización de las tareas de detección y decodificación en forma conjunta iterativa ha demostrado ser muy robusta. Por este motivo puede resultar auspicioso explorar el camino de receptores iterativos combinando la decodificación de decisión blanda con otras etapas del receptor tales como la ecualización.

Apéndices

Apéndice A

Grafos Factoriales

A.1 Introducción

Los grafos factoriales son una forma de representar gráficamente la factorización de una función. El algoritmo suma-producto es un algoritmo que calcula los marginales de una función mediante el paso de mensajes sobre su grafo factorial. El término y concepto de grafo factorial fueron originalmente introducidos por Brendan Frey a finales de la década de 1990, como una forma de capturar la estructura en problemas de inferencia estadística. Ellos forman una alternativa atractiva a las redes de creencia Bayesianas y a las cadenas de Markov aleatorias, que existen desde hace varios años. Al mismo tiempo, los grafos factoriales están fuertemente relacionados con la teoría de codificación, como una forma de representar los códigos correctores de errores gráficamente. Ellos generalizan conceptos tales como *trellis* y grafos de Tanner.

A.2 Grafos Factoriales y el Algoritmo Suma-Producto

Los grafos factoriales son una forma conveniente de representar funciones de muchas variables. Cuando una función se puede escribir como un producto de funciones (más simples), el correspondiente grafo factorial se puede descomponer en múltiples grafos factoriales (más simples) los cuales están interconectados.

Es útil introducir los conceptos de vecinos y vecindad. Para una factorización dada, se asocia una vecindad con cada nodo factor y con cada nodo variable. Para un factor f_k , la vecindad de f_k , denotada por $\mathcal{N}(f_k)$, es el conjunto de nodos variables que aparecen en f_k . De manera similar, para un nodo variable X_n , la vecindad de X_n , denotada por $\mathcal{N}(X_n)$, es el conjunto de factores que tienen a X_n como variable. Claramente, $X_n \in \mathcal{N}(f_k) \iff f_k \in \mathcal{N}(X_n)$

Dada una factorización de una función

$$f(X_1, X_2, \dots, X_N) = \prod_{k=1}^K f_k(S_k), \quad (\text{A.1})$$

el correspondiente grafo factorial $G = (V, E)$ es un grafo bipartito, creado de la siguiente manera:

- por cada variable X_n , se crea un vértice (un nodo variable): $X_n \in V$;
- por cada factor f_k , se crea un vertice (un nodo función): $f_k \in V$; y
- por factor f_k , y cada variable $X_n \in \mathcal{N}(f_k)$, se crea una arista $e = (X_n, f_k) \in E$

La definición de vecindad es equivalente a la noción de adyacencia de la teoría de grafos: cuando una variable X_n aparece en un factor f_k , entonces $X_n \in \mathcal{N}(f_k)$ y $f_k \in \mathcal{N}(X_n)$. En términos del grafo factorial, el nodo X_n será adyacente del nodo f_k , de tal manera que se puede escribir (con un ligero abuso de notación) $X_n \in \mathcal{A}(f_k)$ y $f_k \in \mathcal{A}(X_n)$. En el resto de este apéndice, no se hará distinción

entre un factor f_k en una factorización y el correspondiente vértice/nodo en el grafo factorial de dicha factorización. Lo mismo va para las variables X_n y los nodos variables.

Hay un mapeo uno a uno entre factorizaciones y grafos factoriales. Para una factorización dada, el grafo factorial es generalmente muy fácil de dibujar. Dado un grafo factorial, varias propiedades de la factorización se pueden obtener simplemente mirando el grafo. Los conceptos de conexión y factorizaciones cíclicas se traducen de manera natural en grafos factoriales conectados y ciclos. Cuando se observa que un grafo factorial es un árbol, resulta claro que éste corresponde a una factorización acíclica conectada.

Esto lleva a un punto muy importante, la propiedad clave de los grafos factoriales: es que son grafos. Esto puede parecer una observación trivial, pero no lo es. Debido a que son grafos, es fácil para los seres humanos razonar sobre ellos y entender su estructura, mucho más fácil que entender un montón de ecuaciones.

A.2.1 Funciones Marginales

El objetivo es calcular las funciones marginales de la función $f(\cdot)$ con respecto a sus N variables. La función marginal de X_n está dada por

$$g_{X_n}(x_n) = \sum_{\sim\{x_n\}} f(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad (\text{A.2})$$

donde la notación $\sim\{x_n\}$ hace referencia a todas las variables excepto x_n . Dicho de otra manera, esta marginalización requiere la sumatoria sobre todos los posibles valores de todas las variables excepto x_n . Para evitar ese cálculo engorroso se hace uso de la factorización (A.1). Las N funciones marginales se pueden calcular de una manera computacionalmente atractiva pasando mensajes sobre las aristas del grafo factorial, de acuerdo con el SPA. Estos mensajes son funciones de las correspondientes variables. Los detalles del algoritmo SPA pueden encontrarse en la subsección A.2.3

A.2.2 Grafos Factoriales: Representación y Terminología

Considerar la siguiente función de 5 variables:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f_1(x_1, x_3)f_2(x_2, x_3)f_3(x_1, x_2)f_4(x_2, x_4). \quad (\text{A.3})$$

con $S_1 = \{x_1, x_3\}$, $S_2 = \{x_2, x_3\}$, $S_3 = \{x_1, x_2\}$, y $S_4 = \{x_2, x_4\}$. En la Fig. A.1 a) se muestra el grafo factorial correspondiente a esta factorización. La marginal con respecto a x_1 está dada por

$$g(x_1) = \sum_{\sim\{x_1\}} f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \quad (\text{A.4})$$

$$= \sum_{x_2, x_3, x_4, x_5} f_1(x_1, x_3)f_2(x_2, x_3)f_3(x_1, x_2)f_4(x_2, x_4). \quad (\text{A.5})$$

Las factorizaciones no son únicas, simplemente agrupando los primeros tres factores, se puede obtener otra factorización:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \tilde{f}_1(x_1, x_2, x_3)f_4(x_2, x_4) \quad (\text{A.6})$$

con $\tilde{S}_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$ y $\tilde{S}_2 = \{x_2, x_4\}$. El grafo factorial correspondiente a dicha factorización se muestra en la Fig. A.1 b). Esta factorización es acíclica.

Considerar una función $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. Suponer que esta función puede factorizarse en tres

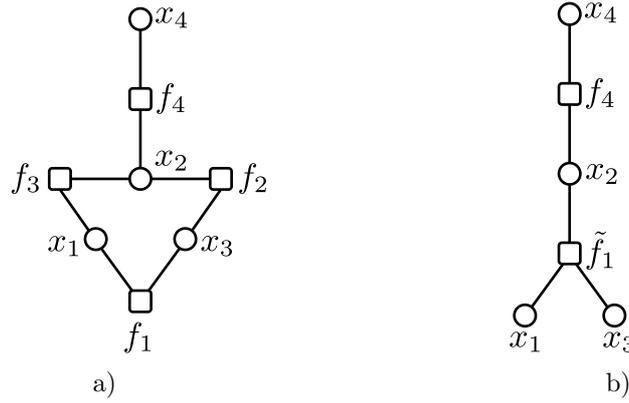


Figura A.1. Grafo factorial de: a) (A.3), el grafo contiene un ciclo. b) (A.6), el grafo es un árbol

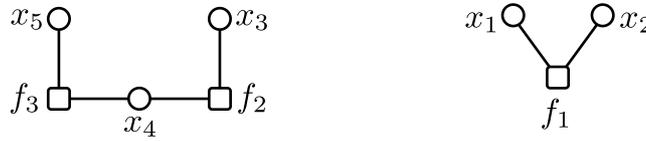


Figura A.2. Grafo factorial de (A.7). El grafo es desconectado, pero acíclico. Es un bosque.

factores de la siguiente manera:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f_1(x_1, x_2)f_2(x_3, x_4)f(x_4, x_5). \quad (\text{A.7})$$

Esta factorización es desconectada ya que se pueden agrupar factores en $f_A(x_1, x_2) = f_1(x_1, x_2)$ y $f_B(x_3, x_4, x_5) = f_2(x_3, x_4)f_3(x_4, x_5)$ con $\{x_1, x_2\} \cap \{x_3, x_4, x_5\} = \emptyset$. El grafo factorial correspondiente se muestra en la Fig. A.2.

Se puede obtener una factorización conectada de la siguiente manera: se introduce $\tilde{f}(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1, x_2)f_2(x_3, x_4)$, entonces se obtiene una factorización de f en dos factores:

$$\tilde{f}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \tilde{f}(x_1, x_2, x_3, x_4)f_3(x_4, x_5). \quad (\text{A.8})$$

Esta factorización es conectada.

En la literatura técnica se pueden encontrar dos formas de representación ligeramente diferentes de grafos factoriales. En [123], tanto las variables como las funciones corresponden a nodos, mientras que las aristas definen que variable aparece en una determinada función, éste es el tipo más convencional. El otro tipo introducido por Forney, es conocido como *grafo factorial normal*. Este último tipo es equivalente a los grafos factoriales convencionales en el sentido que se calculan los mismos mensajes. En los grafos factoriales normales existe un solo tipo de nodo, los nodos función.

Como un ejemplo de ambas representaciones en la Fig. A.3 se presentan los grafos factoriales de la siguiente factorización:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = f_1(x_1, x_2, x_3)f_2(x_1, x_4)f_3(x_1, x_6, x_7)f_4(x_4, x_5)f_5(x_4)f_6(x_2) \quad (\text{A.9})$$

la Fig. A.3 a) es la representación convencional y la Fig. A.3 b) corresponde a la representación normal.

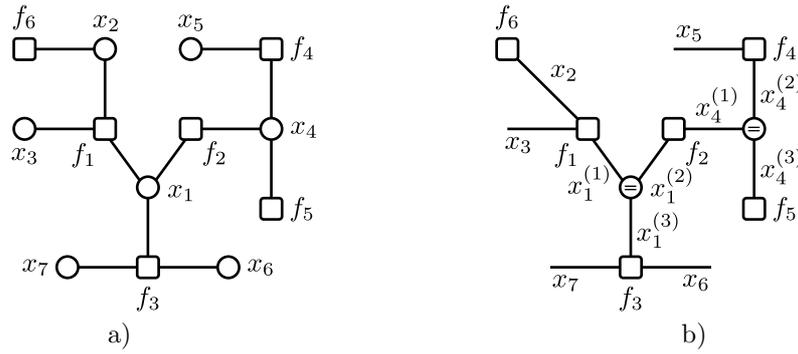


Figura A.3. Grafo factorial de (A.9): a) Convencional b) Normal

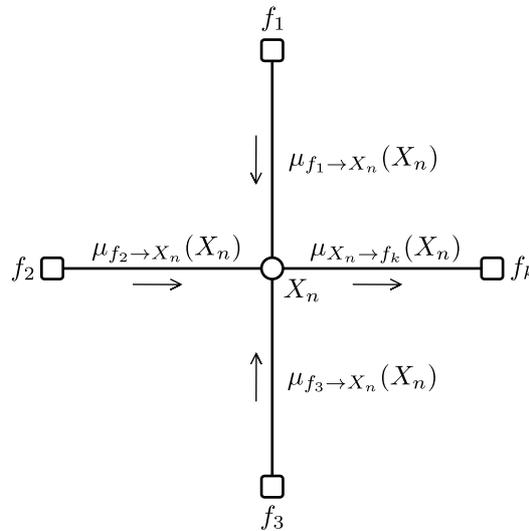


Figura A.4. Algoritmo suma-producto: regla de cálculo del mensaje de nodo variable a nodo función.

A.2.3 El Algoritmo Suma-Producto

En el contexto de grafos factoriales, las funciones $\mu_{f_k \rightarrow X_n}(X_n)$ y $\mu_{X_n \rightarrow f_k}(X_n)$ pueden interpretarse como *mensajes*, pasados sobre las aristas del grafo factorial. Imagine que cada nodo en el grafo factorial sea una pequeña computadora, y cada una de las aristas sea el enlace de comunicación. Hay dos tipos de computadoras, computadoras asociadas con variables (X_n), y computadoras asociadas con funciones (f_k). Una computadora puede transmitir mensajes sobre cada uno de sus enlaces. Se denota el mensaje de un nodo variable X_n a un nodo función $f_k \in \mathcal{N}(X_n)$ mediante $\mu_{X_n \rightarrow f_k}(X_n)$. Del mismo modo, los mensajes del nodo función f_k al nodo variable X_n se denotan mediante $\mu_{f_k \rightarrow X_n}(X_n)$. Los mensajes son funciones de la variable asociada. Un mensaje saliente de X_n hacia f_k se calcula sobre la base del mensaje entrante $\mu_{f_l \rightarrow X_n}(X_n)$, $f_l \in \mathcal{N}(X_n) \setminus \{f_k\}$. Este cálculo puede verse en la Fig. A.4. De la misma manera, un mensaje saliente de f_k hacia X_n se calcula sobre la base de la función f_k , como así también de los mensajes entrantes $\mu_{X_m \rightarrow f_k}(X_m)$, con $X_m \in \mathcal{N}(f_k) \setminus \{X_n\}$. Este cálculo se visualiza en la Fig. A.5.

Calcular las marginales basados en las funciones $\mu_{f_k \rightarrow X_n}(X_n)$ y $\mu_{X_n \rightarrow f_k}(X_n)$ se conoce como algoritmo suma-producto. El nombre se debe a la presencia de sumatorias y productos. Las funciones $\mu_{f_k \rightarrow X_n}(X_n)$ se pueden calcular recursivamente.

Por conveniencia, se describirá el algoritmo empezando desde las hojas del grafo factorial. Hay tres fases: una inicialización, durante la cual se calculan los mensajes en los nodos hoja; una fase de

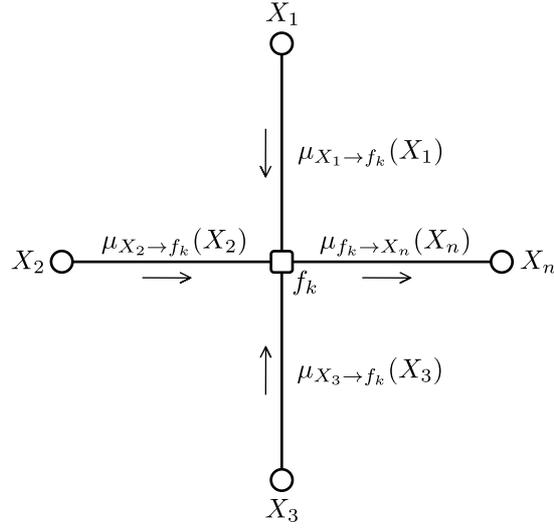


Figura A.5. Algoritmo suma-producto: regla de cálculo del mensaje del nodo función al nodo variable.

cálculo, durante la cual se calculan todos los otros mensajes; y una fase de finalización, durante la cual se determinan las marginales para todas las variables.

Inicialización

- Para cada nodo hoja función f_k , con $\{X_m\} = \mathcal{N}(f_k)$, transmitir el mensaje al nodo variable X_m , con $\mu_{f_k \rightarrow X_m}(x_m) = f_k(x_m)$, $x_m \in \mathcal{X}_m$.
- Para cada nodo hoja variable X_n , con $\{f_l\} = \mathcal{N}(X_n)$, transmitir el mensaje al nodo función f_l , con $\mu_{X_n \rightarrow f_l}(x_n) = 1$, $\forall x_n \in \mathcal{X}_n$.

Reglas del cálculo de mensajes

Realizar hasta que se hayan calculado todos los mensajes $\mu_{X_n \rightarrow f_k}(X_n)$ y $\mu_{f_k \rightarrow X_n}(X_n)$. Cada mensaje es calculado una vez.

- Para cualquier nodo función f_k de grado D : cuando f_k ha recibido mensajes provenientes de $D - 1$ nodos variable distintos $X_m \in \mathcal{N}(f_k)$, entonces el nodo f_k puede transmitir un mensaje saliente $\mu_{f_k \rightarrow X_n}(X_n)$ al nodo variable restante X_n .

$$\mu_{f_k \rightarrow X_n}(x_n) = \sum_{\sim \{x_n\}} f_k(\{X_m = x_m\}_{X_m \in \mathcal{N}(f_k)}) \prod_{X_m \in \mathcal{N}(f_k) \setminus \{X_n\}} \mu_{X_m \rightarrow f_k}(x_m). \quad (\text{A.10})$$

El cálculo del mensaje puede verse en A.5.

- Para cada nodo variable X_n de grado D : cuando X_n ha recibido mensajes entrantes de $D - 1$ nodos funciones distintos $f_l \in \mathcal{N}(X_n)$, entonces el nodo X_n puede transmitir un mensaje de salida $\mu_{X_n \rightarrow f_k}(X_n)$ al nodo función restante f_k .

$$\mu_{X_n \rightarrow f_k}(x_n) = \prod_{f_l \in \mathcal{N}(X_n) \setminus \{f_k\}} \mu_{f_l \rightarrow X_n}(x_n). \quad (\text{A.11})$$

El cálculo del mensaje puede verse en A.5.

Finalización

- Para calcular la marginal de X_n en $x_n \in \mathcal{N}(X_n)$, se deben multiplicar los dos mensajes sobre la arista (X_n, f_k) , obteniendo:

$$g_{X_n}(x_n) = \mu_{f_k \rightarrow X_n}(x_n) \mu_{X_n \rightarrow f_k}(x_n). \quad (\text{A.12})$$

A.2.4 Grafos Factoriales con Ciclos

Hasta ahora se sabe resolver marginales a través de grafos factoriales y el cálculo de los mensajes para grafos acíclicos. Pero ¿Qué pasa cuando el grafo tiene ciclos?. Entonces el algoritmo suma-producto se debe modificar para tener en cuenta la dependencias de los ciclos. Esto se puede conseguir fácilmente de la siguiente manera.

- Un conjunto selecto de mensajes en el grafo se configuran con distribuciones uniformes sobre los correspondientes dominios.
- Después de un cierto (predefinido o decidido dinámicamente) número de iteraciones, el SPA es detenido, y se calculan las distribuciones marginales a posteriori *aproximadas*. Estas distribuciones aproximadas a veces son llamadas *creencias* (con el objetivo de distinguirlas de las verdaderas distribuciones a posteriori).

Esto permite utilizar el SPA sobre grafos con ciclos. El SPA ahora se convierten en iterativo. Esto conduce a los términos *loopy inference*, *loopy belief propagation*, *procesamiento iterativo*, y *turbo procesamiento*.

A.3 Receptores como Grafos Factoriales

Se tiene un número de variables aleatorias que se desea inferir a partir de un número de observaciones. Se agrupan las variables de interés en un vector $\mathbf{X} = [X_1, \dots, X_N]$ definidas sobre $\mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_N$. La observación es un vector $\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_M]$, el cual es una realización de una variable aleatoria \mathbf{Y} . Además, usualmente hay un modelo subyacente describiendo suposiciones adicionales relacionadas a \mathbf{X} e \mathbf{Y} . Este modelo será capturado en un parámetro \mathcal{M} , donde $p(\mathbf{Y} | \mathbf{X}, \mathcal{M})$ es una distribución conocida.

En un receptor de comunicaciones lo que se pretende inferir es la información transmitida a partir de las observaciones recibidas. Lo cual implica el cálculo de

$$\hat{x}_k = \arg \max_{x \in \mathcal{X}_k} p(X_k = x | \mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathcal{M}) \quad (\text{A.13})$$

Esto se puede calcular mediante grafos factoriales realizando los siguientes pasos:

- **Paso 1.** Considerar la distribución conjunta de las observaciones y de los parámetros desconocidos, evaluados en $\mathbf{Y} = \mathbf{y}$:

$$p(\mathbf{X}, \mathbf{Y} = \mathbf{y} | \mathcal{M}) = p(\mathbf{Y} = \mathbf{y} | \mathbf{X}, \mathcal{M}) p(\mathbf{X} | \mathcal{M}). \quad (\text{A.14})$$

Esta es una función de $\mathcal{X}_1 \times \dots \times \mathcal{X}_N \rightarrow \mathbb{R}^+$. El primer factor $p(\mathbf{Y} = \mathbf{y} | \mathbf{X}, \mathcal{M})$ es la función de verosimilitud (notar que la función de verosimilitud es una función no de \mathbf{Y} , sino de \mathbf{X}). El segundo factor $p(\mathbf{X} | \mathcal{M})$ es la distribución a priori de \mathbf{X} , dado un cierto modelo.

- **Paso 2.** Factorizar la función de verosimilitud y la distribución a priori:

$$p(\mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathbf{X}, \mathcal{M}) = \prod_{k=1}^K f_k(S_k), \quad (\text{A.15})$$

donde $S_k \subseteq \{X_1, \dots, X_N\}$, y

$$p(\mathbf{X} \mid \mathcal{M}) = \prod_{l=1}^L g_l(R_l), \quad (\text{A.16})$$

donde $R_l \subseteq \{X_1, \dots, X_N\}$. Esta factorización puede requerir la introducción de variables adicionales.

- **Paso 3.** Crear una grafo factorial de la factorización de $p(\mathbf{X}, \mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathcal{M})$. Recordar que \mathbf{y} es fijo, y no aparece como un nodo variable en el grafo.
- **Paso 4.** Realizar el SPA sobre este grafo. Esto da las marginales $g_{X_k} = p(X_k, \mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathcal{M})$, para $k = 1, \dots, N$, entonces
- **Paso 5.** Claramente,

$$p(X_k \mid \mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathcal{M}) = \frac{p(X_k, \mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathcal{M})}{p(\mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathcal{M})}. \quad (\text{A.17})$$

Por lo tanto, $p(X_k \mid \mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathcal{M})$ evaluado en $x_k \in \mathcal{X}_k$ está dado por

$$p(X_k \mid \mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathcal{M}) = \frac{p(X_k, \mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathcal{M})}{\sum_{x \in \mathcal{X}_k} p(X_k, \mathbf{Y} = \mathbf{y} \mid \mathcal{M})}. \quad (\text{A.18})$$

Una vez que se ha determinado la distribución marginal a posteriori $p(X_k \mid \mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathcal{M})$, fácilmente se puede encontrar la moda de la distribución a posteriori

$$\hat{x}_k = \arg \max_{x \in \mathcal{X}_k} p(X_k = x \mid \mathbf{Y} = \mathbf{y}, \mathcal{M}) \quad (\text{A.19})$$

A.4 Observaciones Finales

A.4.1 Consideraciones de Complejidad

Dado que una función puede tener muchas factorizaciones, la misma puede tener muchos grafos factoriales. En la medida que las factorizaciones sean acíclicas (o, equivalentemente, que los grafos factoriales no tengan ciclos), se calcularán las mismas marginales. Sin embargo, algunas factorizaciones pueden conducir a un SPA computacionalmente más complejo. Para hacerse una idea de la complejidad computacional del SPA, considere el siguiente escenario.

Se tiene una función de N variables, todas definidas sobre el mismo dominio \mathcal{X} , con una factorización acíclica de K factores, resultando en un grafo factorial con K nodos función. Suponiendo que, de los nodos función, d_1 tiene grado 1, d_2 tiene grado 2, \dots , d_D tiene grado D , donde D es el máximo grado de los nodos función en el grafo. Por simplicidad se considera que el tiempo de cálculo de los mensajes para los nodos variables puede despreciarse y que éste toma 1 ciclo de CPU para evaluar cualquier factor para cualquier valor de sus argumentos. En ese caso la complejidad computacional total (expresada en ciclos) puede aproximarse mediante

$$C_1 = \sum_{k=1}^D k d_k |\mathcal{X}|^k, \quad (\text{A.20})$$

mientras que calcular las marginales simplemente sumando sobre todas las otras variables tiene una complejidad

$$C_2 = N|\mathcal{X}|^N. \quad (\text{A.21})$$

Generalmente $D \ll N$, por lo tanto $C_1 \ll C_2$

A.4.2 Tratando con Variables Continuas

Si bien no se ha considerado explícitamente, las variables X_n se pueden definir sobre un dominio continuo \mathcal{X}_n . En este caso todas las derivaciones siguen siendo válidas, siempre y cuando se reemplacen las sumatorias por integrales, de tal manera que

$$\sum_{\sim\{x_k\}} f(x_1, \dots, x_D) \quad (\text{A.22})$$

se convierte en una integración sobre todas las variables excepto x_k , esto es

$$\int f(x_1, \dots, x_D) \sim \{dx_k\}. \quad (\text{A.23})$$

Para los nodos igualdad (de grado D) se tiene

$$\mu_{\Xi \rightarrow X_k}(x_k) = \int \Xi(x_1, \dots, x_D) \prod_{X_l \neq X_k} \mu_{X_l \rightarrow \Xi}(x_l) \sim \{dx_k\} \quad (\text{A.24})$$

$$= \prod_{X_l \neq X_k} \mu_{X_l \rightarrow \Xi}(x_k). \quad (\text{A.25})$$

Esto plantea dos problemas

1. ¿Cómo se deberían representar los mensajes?
2. ¿Cómo implementar la regla suma-producto?

En general, representar las PDF exactamente es prácticamente imposible, y aún si se pudieran representar en forma cerrada, el cálculo de las integrales para el SPA puede ser muy complejo. Por estas razones, frecuentemente se buscan representaciones aproximadas de las PDF. Se debe (a) tener la consideración de que las aproximaciones sean suficientemente precisas para el propósito deseado, y (b) hacer las integrales tratables (ya sea analíticamente o numéricamente).

Existen algunas representaciones tradicionales como: cuantización, representaciones paramétricas y representaciones no paramétricas. Dado que en esta Tesis se trabaja con las representaciones paramétricas, se describirá esta técnica a continuación.

Representaciones paramétricas

La idea detrás de las representaciones paramétricas es que la distribución se pueda capturar enteramente mediante un conjunto finito de parámetros. Un ejemplo clásico es la mezcla de densidades Gaussianas (GMD). Suponer que \mathbf{X} es una variable L -dimensional distribuida de acuerdo con una GMD, entonces la PDF $p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ está dada por

$$p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathcal{N}_{\mathbf{x}}(\mathbf{m}_l, \Sigma_l) \quad (\text{A.26})$$

donde α_l es el peso de la l -ésima componente de la mezcla (con $\sum_l \alpha_l = 1$). En muchas aplicaciones, una GMD es una buena aproximación de la verdadera densidad. El mensaje de un nodo entonces está dado por la lista de L pesos de la mezcla, L medias, y L matrices de covarianzas. Cuando los factores en la factorización tienen una estructura conveniente, la regla de cálculo de los mensajes se convierte en transformar los mensajes GMD de entrada en mensajes GMD de salida.

Apéndice B

Codificación

B.1 Introducción a la Codificación de Canal

Dos parámetros claves del sistema son la potencia transmitida y el ancho de banda del canal, los cuales en conjunto con las fuentes de ruido aditivo Gaussiano determinan la relación señal a ruido (SNR) y, correspondientemente, la BER. En la práctica, se experimentan situaciones en las cuales no se puede alcanzar la BER deseada con un formato de modulación determinado. Para una SNR fija, la única opción para cambiar la calidad de transmisión de los datos de inaceptable a aceptable es a través del uso de codificación de canal. Otra motivación práctica para el uso de codificación de canal es reducir la SNR requerida para una BER objetivo. La cantidad de energía que puede ahorrarse codificando es generalmente descripta por la ganancia de codificación. La ganancia de codificación se refiere a los ahorros alcanzables en la relación de energía por bit a la densidad espectral de ruido (E_b/N_0) requeridos para conseguir una probabilidad de error de bit dada cuando se utiliza codificación en comparación a cuando no se utiliza. En la Fig. B.1 se muestra un sistema de comunicaciones ópticas que emplea codificación de canal. La fuente discreta genera la información en la forma de una secuencia de símbolos. El codificador de canal acepta los símbolos mensaje y suma símbolos redundantes de acuerdo a una regla preestablecida. La codificación de canal es el acto de transformar una secuencia de longitud k en una palabra código de longitud n . El conjunto de reglas que especifican esta transformación son denominadas código del canal, el cual puede representarse con el siguiente mapeo:

$$\mathcal{C} : \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{X}, \quad (\text{B.1})$$

donde \mathcal{C} es el código del canal, \mathcal{M} es el conjunto de secuencias de longitud k , y \mathcal{X} es el conjunto de palabras código de longitud n . El decodificador explota estos símbolos redundantes para determinar los símbolos mensajes que fueron transmitidos. Codificador y decodificador consideran el sistema de transmisión digital completo como un canal discreto. Las diferentes clases de códigos de canal se pueden categorizar en tres amplias categorías: (1) detección de errores, en la cual interesa solamente detectar los errores que ocurren durante una transmisión, ejemplos incluyen el requerimiento automático de repetición (ARQ), (2) Corrección de errores hacia adelante (FEC), donde interesa corregir los errores ocurridos durante la transmisión, y (3) códigos de canal híbridos que combinan las dos categorías previas. La presente Tesis se ocupa solamente de los esquemas FEC.

La idea clave detrás de la corrección de errores hacia adelante es sumar símbolos redundantes extras al mensaje a ser transmitido, y usar estos símbolos redundantes en el proceso de decodificación para corregir los errores introducidos por el canal. La redundancia puede introducirse en tiempo, frecuencia o en el dominio espacial. Por ejemplo la redundancia en el dominio del tiempo es introducida si el mismo mensaje es transmitido al menos dos veces, dicha técnica es conocida como código de repetición. La redundancia espacial es utilizada como medio para alcanzar una transmisión con alta eficiencia espectral, en la cual la modulación es combinada con el control de errores.

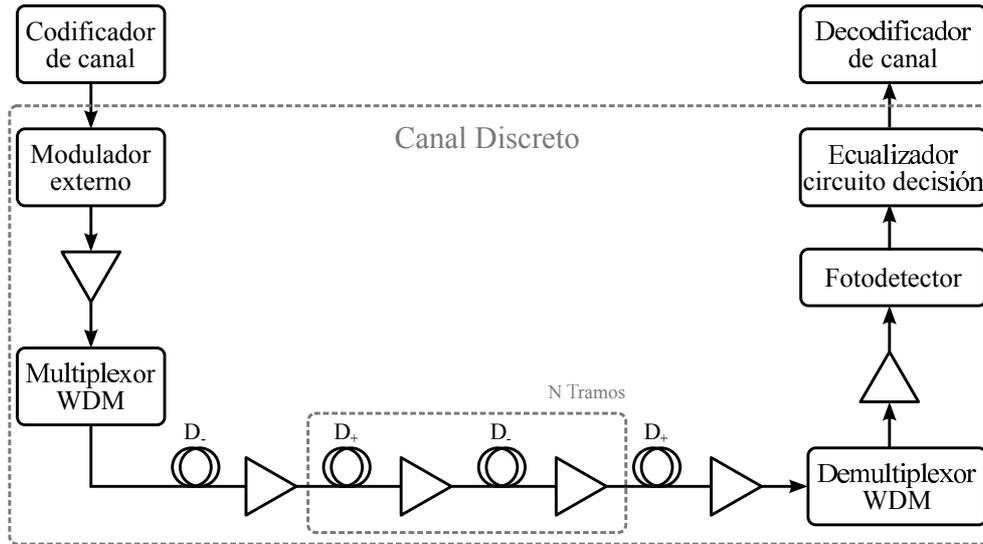


Figura B.1. Diagrama en bloques de un sistema de comunicación óptica digital punto a punto.

Los códigos considerados en comunicaciones por fibra óptica pertenecen generalmente a la clase de códigos bloque o a la clase de códigos convolucionales. En un código bloque (n, k) el codificador del canal procesa la información entrante en bloques de k símbolos sucesivos; para producir un bloque codificado de n símbolos ($n > k$), conocido como palabra código. Si el código bloque es sistemático, los símbolos de información permanecen sin cambios durante la operación de codificación, la cual puede considerarse como la suma de $n - k$ chequeos de paridad generalizados a los k símbolos de información. Dado que los símbolos de información son estadísticamente independientes (como consecuencia de la codificación de fuente o aleatorización), la próxima palabra código es independiente del contenido de la palabra código actual. La tasa de un código bloque (n, k) se define como $R = k/n$, y la redundancia como $OH = (1/R - 1) \cdot 100\%$. En los códigos convolucionales, sin embargo, la operación de codificación se puede considerar como la convolución de tiempo discreto de la secuencia de entrada con la respuesta al impulso del codificador. Por lo tanto, los $n - k$ chequeos de paridad generalizados son función no solamente de los k símbolos de información sino también de las funciones de las m k -tuplas previas, siendo $m + 1$ la longitud de la respuesta al impulso del codificador. La dependencia estadística introduce la ventana de longitud $n(m + 1)$, parámetro conocido como *longitud de restricción* de los códigos convolucionales.

Como se mencionó anteriormente, el código del canal considera al sistema de transmisión completo como un canal discreto, en el cual el tamaño del alfabeto de entrada y de salida son finitos. En la Fig. B.2 a) se muestra un ejemplo de un canal discreto sin memoria (DMC), el cual está caracterizado por las probabilidades de transición del canal. Sea $X = \{x_0, x_1, \dots, x_{I-1}\}$ el alfabeto de entrada del canal, e $Y = \{y_0, y_1, \dots, y_{J-1}\}$ el alfabeto de salida del canal. Este canal está completamente caracterizado por el siguiente conjunto de probabilidades de transición:

$$p(y_j | x_i) = P(Y = y_j | X = x_i), \quad 0 \leq p(y_j | x_i) \leq 1, \quad (B.2)$$

$$i \in \{0, 1, \dots, I - 1\}, \quad j \in \{0, 1, \dots, J - 1\},$$

donde I y J denotan respectivamente los tamaños de los alfabetos de entrada y salida. La probabilidad de transición $p(y_j | x_i)$ representa la probabilidad condicional de la salida del canal $Y = y_j$ dada la entrada del canal $X = x_i$. Dado que el canal introduce errores, si $j \neq i$, la correspondiente $p(y_j | x_i)$ representa la probabilidad condicional de error, mientras que para $j = i$ representa la probabilidad

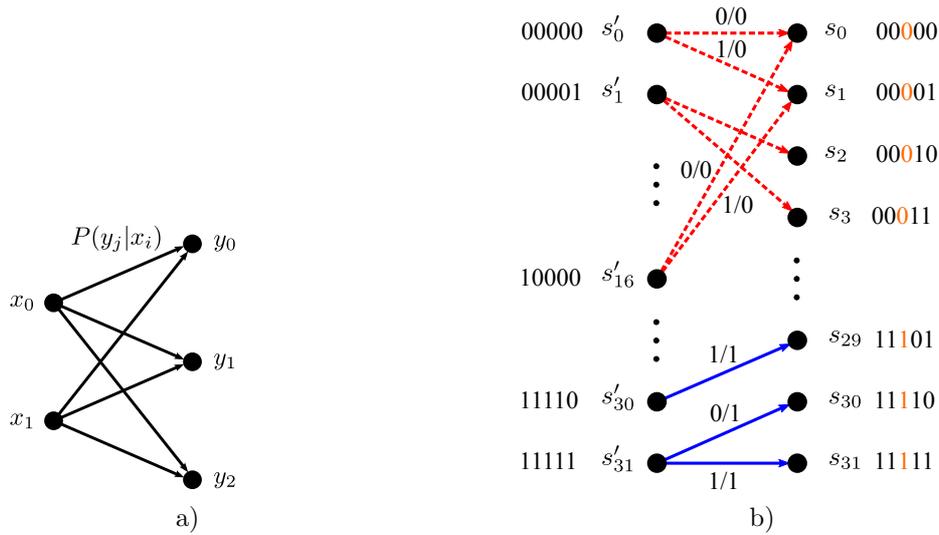


Figura B.2. Dos ejemplos de canales discretos: a) canal discreto sin memoria y b) canal discreto con memoria descrito por un trellis dinámico.

condicional de la recepción correcta. Para $I = J$, la probabilidad de error de símbolo promedio es definida como la probabilidad que la variable de salida aleatoria Y_j sea diferentes de la variable aleatoria de entrada X_i , promediando para todo $j \neq i$:

$$P_e = \sum_{i=0}^{I-1} p(x_i) \sum_{j=0, j \neq i}^{J-1} p(y_j | x_i), \quad (\text{B.3})$$

donde las entradas fueron seleccionadas de la siguiente distribución $\{p(x_i) = P(X = x_i), i = 0, 1, \dots, I-1\}$, donde $p(x_i)$ se conoce como probabilidad *a priori* del símbolo de entrada x_i . Las correspondientes probabilidades de los símbolos de salida se pueden calcular como:

$$p(y_j) = \sum_{i=0}^{I-1} P(Y = y_j | X = x_i)P(X = x_i) = \sum_{i=0}^{I-1} p(y_j | x_i)p(x_i), \quad j = 0, 1, \dots, J-1. \quad (\text{B.4})$$

La regla de decisión que minimiza la probabilidad de error, expresada como $D(y_j) = x^*$, se conoce como regla de máximo a posteriori (MAP), y se puede formular de la siguiente manera:

$$D(y_j) = x^* : P(x^* | y_j) \geq P(x_i | y_j), \quad i = 0, 1, \dots, I-1. \quad (\text{B.5})$$

Por lo tanto, la probabilidad de error de símbolo P_e será mínima cuando para cada símbolo de salida y_j el símbolo de entrada x^* tenga la probabilidad a posteriori $P(x^* | y_j)$ mayor. Utilizando la regla de Bayes se puede reescribir de la siguiente forma

$$D(y_j) = x^* : \frac{P(y_j | x^*)}{P(y_j)} \geq \frac{P(y_j | x_i)P(x_i)}{P(y_j)}, \quad i = 0, 1, \dots, I-1. \quad (\text{B.6})$$

Si todos los símbolos de entrada son igualmente probables $P(x_i) = 1/I \quad \forall (i = 0, \dots, I-1)$, la regla de decisión correspondiente se conoce como regla de decisión de máxima verosimilitud (ML):

$$D(y_j) = x^* : P(y_j | x^*) \geq P(y_j | x_i), \quad i = 0, 1, \dots, I-1. \quad (\text{B.7})$$

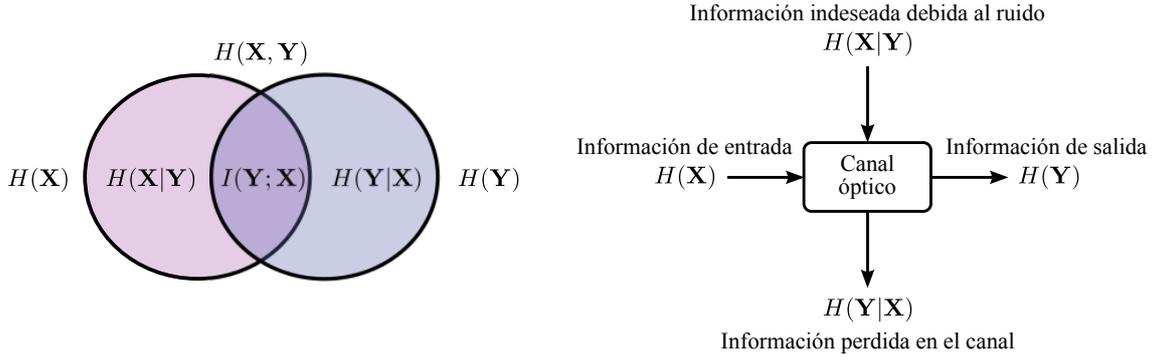


Figura B.3. Interpretación de la información mutua.

En la Fig. B.2 b) se muestra un modelo de canal discreto con memoria, el cual es más apropiado para comunicaciones ópticas, porque el canal óptico es esencialmente un canal con memoria. Se asume que el canal óptico tiene memoria igual a $2m + 1$, siendo $2m$ el número de bits que influyen el bit observado en ambos lados. Este trellis dinámico está definido exclusivamente por el conjunto del estado anterior, el siguiente estado, además de la salida del canal. El estado en el trellis se define como $\mathbf{s}_j = (x_{j-m}, x_{j-m+1}, \dots, x_j, x_{j+1}, \dots, x_{j+m}) = \mathbf{x}[j - m, j + m]$, donde $x_k \in \mathbf{X} = \{0, 1\}$. Un ejemplo de un trellis con memoria $2m + 1 = 5$ se muestra en la Fig. B.2 b). El trellis tiene $2^5 = 32$ estados $(\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{31})$, cada uno de los cuales corresponde a un patrón de cinco bits diferentes. Para la descripción completa del trellis, se pueden determinar las funciones de densidad de la probabilidad de transición (PDF) $p(y_j | x_j) = p(y_j | \mathbf{s})$, $\mathbf{s} \in \mathbf{S}$ a partir de los histogramas colectados, donde y_j representa la muestra que corresponde al bit transmitido x_j , y \mathbf{S} es el conjunto de estados en el trellis.

Una importante figura de merito para DMC es la cantidad de información transmitida por el canal, la cual es conocida como información mutua y se define como

$$I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = H(\mathbf{X}) - H(\mathbf{X} | \mathbf{Y})$$

$$= \sum_{i=0}^{I-1} p(x_i) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_i)} \right] - \sum_{j=0}^{J-1} p(y_j) \sum_{i=0}^{I-1} p(x_i | y_j) \log_2 \left[\frac{1}{p(x_i | y_j)} \right], \quad (\text{B.8})$$

donde $H(\mathbf{X})$ representa la incertidumbre acerca de la entrada del canal antes de observar la salida, también conocida como entropía; mientras $H(\mathbf{X} | \mathbf{Y})$ denota la entropía condicional o la cantidad de incertidumbre remanente acerca de la entrada del canal después de que la salida ha arribado. Por lo tanto, la información mutua representa la cantidad de información (por símbolo) que es transmitida por el canal, es decir, la incertidumbre acerca de la entrada del canal que se resuelve observando la salida del canal. La información mutua se puede interpretar por medio del diagrama de Venn de la Fig. B.3 a). El círculo de la izquierda representa la entropía de la entrada del canal, el círculo de la derecha representa la entropía de la salida del canal, y la información mutua se obtiene mediante la intersección de ambos círculos. Otra interpretación debida a Ingels [124] se muestra en la Fig. B.3 b). La información mutua, es decir, la información transmitida por el canal, se obtiene como la información de salida menos la información perdida en el canal.

Resulta claro de (B.8) que la información mutua no depende únicamente del canal, y se podría querer maximizar la información transmitida por el canal, para obtener la denominada capacidad de canal:

$$C = \max_{p(x_i)} I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}); \quad \text{sujeto a: } p(x_i) \geq 0 \quad \sum_{i=0}^{I-1} p(x_i) = 1. \quad (\text{B.9})$$

Ahora se dispone de las herramientas para formular el *teorema de la codificación de canal*:

Se tiene una fuente discreta sin memoria con un alfabeto \mathbf{S} y con una entropía $H(\mathbf{S})$ que emite los símbolos cada T_s segundos. Se tiene además un DMC con capacidad C siendo utilizado una vez cada T_c segundos. Entonces si

$$H(\mathbf{S})/T_s \leq C/T_c, \quad (\text{B.10})$$

existe un esquema de codificación mediante el cual la salida de la fuente puede ser transmitida sobre el canal y reconstruida con una probabilidad de error arbitrariamente pequeña. El parámetro $H(\mathbf{S})/T_s$ está relacionado con la tasa de información promedio, mientras que el parámetro C/T_c está relacionado a la capacidad de canal por unidad de tiempo. Para un canal simétrico binario, la desigualdad (B.10) se convierte simplemente en

$$R \leq C, \quad (\text{B.11})$$

donde R es la tasa del código mencionada anteriormente.

Otro teorema muy importante es el tercer teorema de Shannon, también conocido como *teorema de la capacidad de información*, y puede formularse de la siguiente manera:

La capacidad de información de un canal continuo de ancho de banda B Hz, perturbado por AWGN con densidad espectral de potencia $N_0/2$ y limitado en ancho de banda B , está dada por

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{N_0 B} \right) [\text{bits/s}], \quad (\text{B.12})$$

donde P_s es la potencia promedio transmitida. Este teorema representa un notable resultado de la teoría de información, porque conecta todos los parámetros importantes del sistema (potencia transmitida, ancho de banda del canal, y densidad espectral de potencia de ruido) en una sola fórmula. Algo a destacar es que los códigos LDPC pueden acercarse hasta 0,0045 dB del límite de Shannon [26].

B.2 Códigos Bloque Lineales

Un código bloque lineal (LBC) (n, k) , se puede describir empleando la terminología de los espacios vectoriales, como el subespacio de un espacio vectorial sobre el campo finito $\text{GF}(q)$, siendo q una potencia de un número primo. Cada espacio está descrito por su base, un conjunto de vectores linealmente independientes. El número de vectores en la base determina la dimensión del espacio. Por lo tanto, para un código bloque lineal (n, k) la dimensión del espacio es n , y la dimensión del subespacio es k .

Ejemplo: código de repetición $(n, 1)$. El código de repetición tiene dos palabras código $\mathbf{x}_0 = (00 \cdots 0)$ y $\mathbf{x}_1 = (11 \cdots 1)$. Cualquier combinación lineal de estas dos palabras código, es otra palabra código como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_0 &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_1 &= \mathbf{x}_0 \end{aligned}$$

El conjunto de palabras código de un LBC forman un grupo bajo la operación de adición, porque la palabra código de todos ceros sirve como elemento identidad, y la propia palabra código sirve como elemento inverso. Esta es la razón por la cual los LBC también se denominan códigos grupo. El código bloque lineal (n, k) se puede ver como un subespacio k dimensional del espacio vectorial de todas las

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| + | 0 | 1 | · | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Tabla B.1. Reglas de adición (+) y multiplicación (·).

n tuplas sobre el campo binario $\text{GF}(2) = \{0, 1\}$, con las reglas de adición y multiplicación dadas en la Tabla B.1. Todas la n tuplas sobre $\text{GF}(2)$ forman el espacio vectorial. La suma de dos n tuplas $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ y $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ es claramente una n tupla y la regla conmutativa es válida porque $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n) = (b_1 + a_1, b_2 + a_2, \dots, b_n + a_n) = \mathbf{b} + \mathbf{a}$. El vector de todos ceros $\mathbf{0} = (00 \dots 0)$ es el elemento identidad, mientras que la n tupla \mathbf{a} es su propio elemento inverso $\mathbf{a} + \mathbf{a} = \mathbf{0}$. Por lo tanto, las n tuplas forman el grupo Abeliano con respecto a la operación de adición. La multiplicación escalar se define como: $\alpha \mathbf{a} = (\alpha a_1, \alpha a_2, \dots, \alpha a_n)$, $\alpha \in \text{GF}(2)$.

También son válidas las leyes distributivas,

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{a} + \mathbf{b}) &= \alpha \mathbf{a} + \alpha \mathbf{b} \\ (\alpha + \beta)\mathbf{a} &= \alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{a}, \quad \forall \alpha, \beta \in \text{GF}(2). \end{aligned}$$

La ley asociativa $(\alpha \cdot \beta)\mathbf{a} = \alpha \cdot (\beta \mathbf{a})$ se satisface claramente. Por lo tanto, el conjunto de todas las n tuplas es un espacio vectorial sobre $\text{GF}(2)$. El conjunto de todas las palabras código de un código bloque lineal (n, k) forma un grupo Abeliano bajo la operación de adición. Se puede mostrar, de una manera similar, que todas las palabras código de un código bloque lineal (n, k) forman un espacio vectorial de dimension k . Existen k vectores base (palabras código) tales que cada palabra código es una combinación lineal de estas palabras código.

Ejemplo: código de repetición $(n, 1)$: $\mathbf{C} = \{(00 \dots 0), (11 \dots 1)\}$. Dos palabras código en \mathbf{C} pueden representarse como la combinación lineal del vector base todos unos: $(11 \dots 1) = 1 \cdot (11 \dots 1)$, $(00 \dots 0) = 1 \cdot (11 \dots 1) + 1 \cdot (11 \dots 1)$.

B.2.1 Matriz Generadora

Cualquier palabra código \mathbf{x} del código bloque lineal (n, k) se puede representar como una combinación lineal de los k vectores base $\mathbf{g}_i (i = 0, 1, \dots, k-1)$ como se describe a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= m_0 \mathbf{g}_0 + m_1 \mathbf{g}_1 + \dots + m_{k-1} \mathbf{g}_{k-1} \\ &= \mathbf{m} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{k-1} \end{bmatrix} = \mathbf{m} \mathbf{G}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{k-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m} = (m_0, m_1, \dots, m_{k-1}), \end{aligned} \tag{B.13}$$

donde \mathbf{m} es el vector mensaje, y \mathbf{G} es la matriz generadora (de dimensiones $k \times n$), en la cual cada fila representa un vector del subespacio de codificación. Por lo tanto, para codificar, se multiplica el vector mensaje $\mathbf{m}(m_0, m_1, \dots, m_{k-1})$ con la matriz generadora \mathbf{G} para obtener $\mathbf{x} = \mathbf{m} \mathbf{G}$, donde $\mathbf{x}(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ es una palabra código.

Ejemplo: Las matrices generadoras para el código de repetición $(n, 1)$ \mathbf{G}_{rep} y para el código de

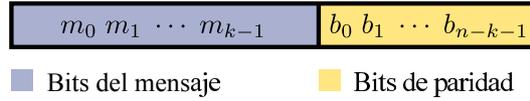


Figura B.4. Estructura de una palabra código sistemática.

chequeo de paridad simple $(n, n-1)$ \mathbf{G}_{par} son respectivamente

$$\mathbf{G}_{\text{rep}} = [11 \cdots 1] \quad \mathbf{G}_{\text{par}} = \begin{bmatrix} 100 \cdots 01 \\ 010 \cdots 01 \\ \vdots \\ 000 \cdots 11 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.14})$$

Mediante operaciones elementales sobre filas en la matriz generadora, el código puede transformarse en sistemático

$$\mathbf{G}_s = [\mathbf{I}_k \mid \mathbf{P}], \quad (\text{B.15})$$

donde \mathbf{I}_k es la matriz identidad de dimensiones $k \times k$, y \mathbf{P} es una matriz de dimensiones $k \times (n-k)$ donde las columnas denotan las posiciones de los chequeos de paridad

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \cdots & p_{0,n-k-1} \\ p_{10} & p_{11} & \cdots & p_{1,n-k-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k-1,0} & p_{k-1,1} & \cdots & p_{k-1,n-k-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.16})$$

La palabra código de un código sistemático se obtienen mediante

$$\mathbf{x} = [\mathbf{m} \mid \mathbf{b}] = \mathbf{m} [\mathbf{I}_k \mid \mathbf{P}] = \mathbf{m}\mathbf{G}, \quad \mathbf{G} = [\mathbf{I}_k \mid \mathbf{P}], \quad (\text{B.17})$$

y la estructura de la palabra código sistemática se muestra en la Fig. B.4.

Por lo tanto, durante la codificación el vector mensaje permanece sin cambios y los elementos del vector de chequeo de paridad \mathbf{b} se obtienen mediante

$$b_i = p_{0i}m_0 + p_{1i}m_1 + \cdots + p_{k-1,i}m_{k-1}, \quad (\text{B.18})$$

donde

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } b_i \text{ depende de } m_j, \\ 0, & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

Durante la transmisión el canal óptico introduce errores de tal manera que el vector recibido \mathbf{r} se puede escribir como $\mathbf{r} = \mathbf{x} + \mathbf{e}$, donde \mathbf{e} es el vector error (patrón) con las componentes determinadas por

$$e_i = \begin{cases} 1, & \text{si ocurrió un error en la } i\text{-ésima posición,} \\ 0, & \text{otro caso.} \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

Para determinar cuando el vector recibido \mathbf{r} es un vector palabra código, a continuación se describe el concepto de matriz de chequeo de paridad.

B.2.2 Matriz de Chequeo de Paridad

Una matriz útil asociada con los LBC es la matriz de chequeo de paridad. Si se expande la ecuación matricial $\mathbf{x} = \mathbf{mG}$ en forma escalar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 x_0 &= m_0 \\
 x_1 &= m_1 \\
 &\vdots \\
 x_{k-1} &= m_{k-1} \\
 x_k &= m_0 p_{00} + m_1 p_{10} + \cdots + m_{k-1} p_{k-1,0} \\
 x_{k+1} &= m_0 p_{01} + m_1 p_{11} + \cdots + m_{k-1} p_{k-1,1} \\
 &\vdots \\
 x_{n-1} &= m_0 p_{0,n-k-1} + m_1 p_{1,n-k-1} + \cdots + m_{k-1} p_{k-1,n-k-1}
 \end{aligned} \tag{B.21}$$

Usando las primeras k igualdades, las últimas $n - k$ pueden reescribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 x_0 p_{00} + x_1 p_{10} + \cdots + x_{k-1} p_{k-1,0} + x_k &= 0 \\
 x_0 p_{01} + x_1 p_{11} + \cdots + x_{k-1} p_{k-1,1} + x_{k+1} &= 0 \\
 &\vdots \\
 x_0 p_{0,n-k-1} + x_1 p_{1,n-k-1} + \cdots + x_{k-1} p_{k-1,n-k-1} + x_{n-1} &= 0
 \end{aligned} \tag{B.22}$$

La representación matricial de (B.22) resulta:

$$\begin{aligned}
 [x_0 x_1 \dots x_{n-1}] & \begin{bmatrix} p_{00} & p_{10} & \cdots & p_{k-1,0} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ p_{01} & p_{11} & \cdots & p_{k-1,1} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{0,n-k-1} & p_{1,n-k-1} & \cdots & p_{k-1,n-k-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}^T \\
 &= \mathbf{x} [\mathbf{P}^T \mathbf{I}_{n-k}] = \mathbf{x} \mathbf{H}^T = \mathbf{0}, \quad \mathbf{H} = [\mathbf{P}^T \mathbf{I}_{n-k}]_{(n-k)kn}.
 \end{aligned} \tag{B.23}$$

La matriz \mathbf{H} en (B.23) se conoce como matriz de chequeo de paridad. Fácilmente se puede verificar que:

$$\mathbf{GH}^T = [\mathbf{I}_k \mathbf{P}] \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{I}_{n-k} \end{bmatrix} = \mathbf{P} + \mathbf{P} = \mathbf{0}, \tag{B.24}$$

lo cual significa que la matriz de chequeo de paridad de un código bloque lineal (n, k) \mathbf{H} es una matriz de rango $n - k$ y dimensiones $(n - k) \times n$ cuyo espacio nulo es el vector k dimensional siendo la base la matriz generadora \mathbf{G} .

Ejemplo: Las matrices de chequeo de paridad para el código de repetición $(n, 1)$ \mathbf{H}_{rep} y para el código de chequeo de paridad simple $(n, n - 1)$ \mathbf{H}_{par} son, respectivamente

$$\mathbf{H}_{\text{rep}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{\text{par}} = [11 \cdots 1]. \tag{B.25}$$

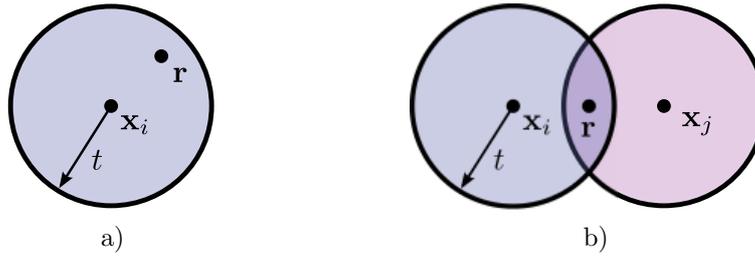


Figura B.5. Ilustración de la distancia de Hamming: a) $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \geq 2t + 1$ y b) $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) < 2t + 1$.

Ejemplo: Para el código Hamming (7,4) las matrices generadora \mathbf{G} y de chequeo de paridad \mathbf{H} están dadas, respectivamente por

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1000|110 \\ 0100|011 \\ 0010|111 \\ 0001|101 \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1011|100 \\ 1110|010 \\ 0111|001 \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

Cada código bloque lineal (n, k) con matriz generadora \mathbf{G} y matriz de chequeo de paridad \mathbf{H} tiene un código dual con matriz generadora \mathbf{H} y matriz de chequeo de paridad \mathbf{G} . Por ejemplo, el código de repetición $(n, 1)$ y el código de chequeo de paridad simple $(n, n - 1)$ son duales.

B.2.3 Propiedades de Distancia

Para determinar la capacidad de corrección de errores de un código hay que introducir los conceptos de distancia de Hamming y peso de Hamming. La distancia de Hamming entre dos palabras código \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 , $d(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, se define como el número de posiciones en las cuales sus respectivos elementos difieren. El peso de Hamming, $w(\mathbf{x})$, de un vector palabra código \mathbf{x} se define como el número de elementos no cero del vector. La distancia mínima, d_{\min} de un LBC se define como la menor distancia de Hamming entre cualquier par de palabras pertenecientes al código. Dado que el vector cero es una palabra código, la mínima distancia de un LBC se puede determinar simplemente como el menor peso de Hamming de todas las palabras en el código. Si se escribe la matriz de chequeo de paridad $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \cdots \ \mathbf{h}_n]$, donde \mathbf{h}_i es la i -ésima columna en \mathbf{H} . Dado que cada palabra código satisface la ecuación síndrome $\mathbf{x}\mathbf{H}^T = \mathbf{0}$, la distancia mínima de un LBC se determina como el mínimo número de columnas en la matriz \mathbf{H} cuya suma es igual al vector cero. Por ejemplo, el código Hamming (7, 4) presentado anteriormente tiene una distancia mínima $d_{\min} = 3$ dado que la suma de la primera, la quinta y la sexta columna dan por resultado el vector cero. Las palabras código se pueden representar como un punto en el espacio n dimensional, como se muestra en la Fig. B.5. El proceso de decodificación puede visualizarse con la creación de esferas de radio t alrededor de los puntos de las palabras código. El vector recibido \mathbf{r} en la Fig. B.5 a) se decodificará como una palabra código \mathbf{x}_i porque su distancia de Hamming $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{r}) \leq t$ es la más cercana a la palabra código \mathbf{x}_i . Por otro lado, en el ejemplo mostrado en la Fig. B.5 b) la distancia de Hamming $d(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \leq 2t$ y el vector recibido \mathbf{r} que cae en el área de intersección de las dos esferas no puede ser unívocamente decodificado.

Por lo tanto, un código bloque lineal (n, k) de distancia mínima d_{\min} puede corregir hasta t errores, si y solo si, $t \leq \lfloor 1/2(d_{\min} - 1) \rfloor$ (donde $\lfloor \cdot \rfloor$ denota el entero más grande menor o igual a la cantidad englobada) o equivalentemente $d_{\min} \geq 2t + 1$. Si se está interesado solamente en detectar e_d errores entonces $d_{\min} \geq e_d + 1$. Por último, si se está interesado en detectar e_d errores y corregir e_c errores

entonces $d_{\min} \geq e_d + e_c + 1$. El código Hamming (7, 4) es por lo tanto un simple corrector y doble detector de errores. Generalmente, una familia de códigos bloque lineales (n, k) con los siguientes parámetros:

- Longitud de bloque: $n = 2^m - 1$
- Número de bits del mensaje: $k = 2^m - m - 1$
- Número de bits de paridad: $n - k = m$
- $d_{\min} = 3$

donde $m \geq 3$, son conocidos como códigos Hamming. Los códigos Hamming pertenecen a la clase de códigos perfectos, se denominan así a los códigos que satisfacen la desigualdad de Hamming con signo igualdad [125, 126]:

$$2^{n-k} \geq \sum_{i=0}^t \binom{n}{i}. \quad (\text{B.27})$$

Esta cota da cuantos errores t se pueden corregir con un código bloque lineal (n, k) usando la decodificación por síndrome.

B.2.4 Ganancia de Codificación

Una característica muy importante de un código bloque lineal es la llamada ganancia de codificación, la cual se presentó en la sección introductoria de este apéndice como el ahorro alcanzable en la energía por bit de información en relación a la densidad espectral de ruido (E_b/N_0) requerida para alcanzar una determinada probabilidad de error de bit cuando se emplea codificación en relación a cuando no se utiliza. Sea E_c la energía por bit transmitida, y E_b la energía por bit de información. Dado que la energía total de la palabra de información kE_b debe ser la misma que la energía total de la palabra código nE_c , se puede obtener la siguiente relación entre E_c y E_b :

$$E_c = (k/n)E_b = RE_b. \quad (\text{B.28})$$

La probabilidad de error para BPSK sobre un canal AWGN, cuando se emplea un demodulador de decisiones duras coherente (bit por bit), puede expresarse de la siguiente manera:

$$p = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_c}{N_0}} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{RE_b}{N_0}} \right), \quad (\text{B.29})$$

donde la función $\operatorname{erfc}(x)$ se define como

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-z^2} dz \quad (\text{B.30})$$

Para alta SNR la probabilidad de error de palabra (que permanecen luego de la decodificación) de un código corrector de t errores está dominada por un evento de $t + 1$ errores:

$$P_w(e) \approx \binom{n}{t+1} p^{t+1} (1-p)^{n-t+1} \approx \binom{n}{t+1} p^{t+1}. \quad (\text{B.31})$$

La probabilidad de error de bit P_b está relacionada con la probabilidad de error de palabra mediante

$$P_b \approx \frac{2t+1}{n} P_w(e) \approx c(n, t) p^{t+1}, \quad (\text{B.32})$$

porque $2t + 1$ y más errores por palabra código no pueden ser corregidos y ellos pueden ser localizados en cualquiera de las n posiciones de la palabra código, y $c(n, t)$ es un parámetro dependiente de la capacidad de corrección de errores t y la longitud de la palabra código n . Usando la cota superior sobre $\text{erfc}(x)$ se obtiene

$$P_b \approx \frac{c(n, t)}{2} \left[\exp\left(\frac{-RE_b}{N_0}\right) \right]^{t+1}. \quad (\text{B.33})$$

La aproximación correspondiente al caso no codificado es

$$P_{b, \text{uncoded}} \approx \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right). \quad (\text{B.34})$$

De las ecuaciones (B.33) y (B.34) e ignorando el parámetro $c(n, t)$ se obtiene la siguiente expresión para la ganancia de codificación utilizando decodificación por decisiones duras

$$\frac{(E_b/N_0)_{\text{uncoded}}}{(E_b/N_0)_{\text{coded}}} \approx R(t + 1). \quad (\text{B.35})$$

La ganancia de codificación asintótica utilizando decisiones blandas correspondiente a códigos convolucionales es [11, 127, 128, 129, 130]

$$\frac{(E_b/N_0)_{\text{uncoded}}}{(E_b/N_0)_{\text{coded}}} \approx Rd_{\min}, \quad (\text{B.36})$$

esto es cerca de 3 dB mejor que la decodificación por decisiones duras (porque $d_{\min} \geq 2t + 1$).

En comunicaciones ópticas es muy común usar el factor Q como figura de merito en cambio de la SNR, la cual está relacionada a la BER sobre un canal AWGN de la siguiente manera

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{Q}{\sqrt{2}}\right). \quad (\text{B.37})$$

Sea BER_{ent} la BER a la entrada del decodificador FEC, y la BER_{sal} la BER a la salida del decodificador FEC, y sea BER_{ref} la BER objetivo (sea 10^{-12} o 10^{-15}). Las ganancias de codificación CG y de codificación neta NCG se definen, respectivamente como [29]

$$\text{CG} = 20 \log_{10} [\text{erfc}^{-1}(2\text{BER}_{\text{ref}})] - 20 \log_{10} [\text{erfc}^{-1}(2\text{BER}_{\text{ent}})] \quad [\text{dB}], \quad (\text{B.38})$$

$$\text{NCG} = 20 \log_{10} [\text{erfc}^{-1}(2\text{BER}_{\text{ref}})] - 20 \log_{10} [\text{erfc}^{-1}(2\text{BER}_{\text{ent}})] + 10 \log_{10} R \quad [\text{dB}]. \quad (\text{B.39})$$

Generalmente cuando se habla de ganancia de codificación se refiere a ganancia de codificación neta, esta es una práctica habitual en la literatura de teoría de codificación.

B.2.5 Cotas Importantes de Codificación

En esta sección se describen las principales cotas de codificación incluyendo las cotas de Hamming, Plotkin, Gilbert-Varshamov, y Singleton [125, 11, 127, 128, 129, 130, 131]. La cota de Hamming ya ha sido introducida para los LBC en (B.27). La cota de Hamming para un LBC q ário (n, k) está dada por

$$\left[1 + (q-1) \binom{n}{1} + (q-1)^2 \binom{n}{2} + \cdots + (q-1)^i \binom{n}{i} + \cdots + (q-1)^t \binom{n}{t} \right] q^k \leq q^n, \quad (\text{B.40})$$

donde t es la capacidad de corrección del código y $(q-1)^i \binom{n}{i}$ es el número de palabras recibidas que difieren de una palabra código dada en i símbolos. Hay i tomados de n formas en la cuales pueden escogerse los i símbolos a partir de n símbolos y hay $(q-1)^i$ posibles selecciones para los símbolos. Los códigos que satisfacen la cota de Hamming con la igualdad se denominan códigos perfectos. Los códigos de Hamming son perfectos porque $n = 2^{n-k} - 1$, lo cual es equivalente a $(1+n)2^k = 2^n$ de tal manera que la desigualdad se satisface con la igualdad. El código de repetición $(n, 1)$ también es un código perfecto. El código Golay $(23, 12)$ corrector de 3 errores es otro ejemplo de un código perfecto porque:

$$\left[1 + \binom{23}{1} + \binom{23}{2} + \binom{23}{3} \right] 2^{12} = 2^{23}. \quad (\text{B.41})$$

La cota de Plotkin es la cota sobre la distancia mínima de un código:

$$d_{\min} \leq \frac{n2^{k-1}}{2^k - 1}. \quad (\text{B.42})$$

Es decir, si todas las palabras código se escriben como las filas de una matriz $2^k \times n$, cada columna contendrá 2^{k-1} 0's y 2^{k-1} 1's, con el peso total de todas las palabra código $n2^{k-1}$.

La cota de Gilbert-Varshamov se basa en la propiedad que la mínima distancia d_{\min} de un código bloque lineal (n, k) , se puede determinar como el mínimo número de columnas en la matriz \mathbf{H} cuya suma da cero:

$$\binom{n-1}{1} + \binom{n-1}{2} + \cdots + \binom{n-1}{d_{\min}-2} < 2^{n-k} - 1. \quad (\text{B.43})$$

Otra cota importante es la cota Singleton:

$$d_{\min} \leq n - k + 1. \quad (\text{B.44})$$

Esta cota es sencilla de probar. Haya 1 solo bit presente en el vector información. Si éste se encuentra involucrado en $n - k$ chequeos de paridad, entonces el número total de unos en la palabra código no puede ser mayor que $n - k + 1$. Los códigos que satisfacen la cota Singleton con igualdad son conocidos como códigos de máxima distancia de separación (MDS) (por ejemplo, los códigos RS son MDS).

B.3 Códigos Cíclicos

Los códigos cíclicos son la clase generalmente más usada de LBC. Ejemplos de códigos cíclicos incluyen códigos BCH, códigos Hamming y códigos Golay. Los códigos RS son cíclicos pero también no binarios. Los códigos LDPC se pueden diseñar de manera que sean cíclicos o cuasi-cíclicos.

Si se observa un espacio vectorial de dimensión n . El subespacio de este espacio es un código cíclico si para cualquier palabra código $\mathbf{c} (c_0, c_1, \dots, c_{n-1})$ un desplazamiento cíclico arbitrario $\mathbf{c}_j (c_{n-j}, c_{n-j+1}, \dots, c_{n-1}, c_0, c_1, \dots, c_{n-j-1})$ es otra palabra código. Con cada palabra código $\mathbf{c} (c_0, c_1, \dots, c_{n-1})$ de un código cíclico, se puede asociar la expresión polinomial de la palabra código

$$c(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \cdots + c_{n-1}x^{n-1}. \quad (\text{B.45})$$

El j -ésimo desplazamiento cíclico, mod $(x^n - 1)$, es también una palabra código polinomial

$$c^{(j)}(x) = x^j c(x) \text{ mod } (x^n - 1). \quad (\text{B.46})$$

Es sencillo mostrar que el subespacio observado es cíclico si está compuesto por polinomios divisibles

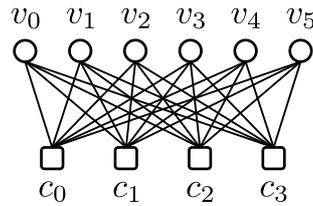


Figura B.6. Grafo bipartito.

por un polinomio $g(x) = g_0 + g_1x + \dots + g_{n-k}x^{n-k}$ que divide a $x^n - 1$ al mismo tiempo. El polinomio $g(x)$, de grado $n - k$, es llamado el generador polinomial del código. Si $x^n - 1 = g(x)h(x)$ entonces el polinomio de grado k es denominado el polinomio de chequeo de paridad. El polinomio generador tiene las tres propiedades siguientes [125, 11, 127, 128, 129, 130, 131]:

1. El generador polinomial de un código cíclico (n, k) es único (probado usualmente por contradicción).
2. Cualquier múltiplo del generador polinomial es una palabra código polinomial.
3. El polinomio generador y el polinomio de chequeo de paridad son factores de $x^n - 1$.

El generador polinomial $g(x)$ y el polinomio de chequeo de paridad $h(x)$ cumplen el mismo rol de la matriz generadora \mathbf{G} y la matriz de chequeo de paridad \mathbf{H} de un LBC. Las n tuplas relacionadas con los k polinomios $g(x), xg(x), \dots, x^{k-1}g(x)$ pueden usarse en las filas de la matriz generadora $k \times n$ \mathbf{G} , mientras que las n tuplas relacionadas a los $(n - k)$ polinomios $x^k h(x^{-1}), x^{k+1}h(x^{-1}), \dots, x^{n-1}h(x^{-1})$ pueden usarse en las filas de la matriz de chequeo de paridad $(n - k) \times n$ \mathbf{H} .

Para codificar simplemente se multiplica el mensaje polinomial $m(x) = m_0 + m_1x + \dots + m_{k-1}x^{k-1}$ con el polinomio generador $g(x)$, es decir, $c(x) = m(x)g(x) \bmod (x^n - 1)$, donde $c(x)$ es el polinomio de la palabra código. Para codificar en forma sistemática se debe encontrar el resto de $x^{n-k}m(x)/g(x)$ y sumarlo a la versión desplazada del polinomio mensaje $x^{n-k}m(x)$, esto es, $c(x) = x^{n-k}m(x) + \text{rem}[x^{n-k}m(x)/g(x)]$, donde con $\text{rem}[\cdot]$ denota el resto de una entidad dada.

B.4 Códigos sobre Grafos

B.4.1 Descripción General de los Códigos sobre Grafos

Un grafo es un conjunto de nodos conectado por aristas o arcos. Hay varias formas para representar un código mediante un grafo. Hay dos tipos de nodos: los nodos de bit o variable (VN) y los nodos de chequeo o restricción (CN). Además los nodos de bit pueden conectarse solamente a los nodos de chequeo y viceversa. Estos grafos con dos tipos de nodos y con la restricción de que solamente los nodos de diferente tipo pueden conectarse entre sí, se llaman grafos bipartitos. En la Fig. B.6 se muestra un ejemplo de un grafo bipartito de un código LDPC.

Hay una correspondencia uno a uno entre el conjunto de todos los VN y el conjunto de todos los bits en la palabra código, pero se permite que VN seleccionados sean perforados, significando que los correspondientes bits no son transmitidos. El subconjunto de todos los VN conectados a un CN particular tiene permitido tomar solo ciertos patrones de bits, según lo determinado por las ecuaciones de chequeo de los CN.

La utilidad de describir un código mediante un grafo yace en la simplicidad con la cual un decodificador iterativo se puede describir y analizar empleando el grafo. Los decodificadores iterativos

asociados con los códigos basados en grafos pasan mensajes de nodo a nodo en el grafo del código y, como tales, se llaman decodificadores de paso de mensajes. Los mensajes pasados en dichos decodificadores contienen información probabilística acerca de los valores de los bits del código asociado con los VN.

Bibliografía

- [1] G. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*, ser. Wiley Series in Microwave and Optical Engineering. Wiley, 2012.
- [2] D. Crivelli, H. Carrer, and M. Hueda, “Adaptive digital equalization in the presence of chromatic dispersion, PMD, and phase noise in coherent fiber optic systems,” in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, vol. 4, Dec. 2004, pp. 2545–2551.
- [3] P. J. Winzer, “Beyond 100G ethernet,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 48, no. 7, pp. 26–30, Jul. 2010.
- [4] M. Kuschnerov, F. Hauske, K. Piyawanno, B. Spinnler, M. Alfiad, A. Napoli, and B. Lankl, “DSP for coherent single-carrier receivers,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 27, no. 16, pp. 3614–3622, Jun. 2009.
- [5] O. E. Agazzi, M. R. Hueda, H. S. Carrer, and D. E. Crivelli, “Maximum-likelihood sequence estimation in dispersive optical channels,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 23, no. 2, pp. 749–763, Feb. 2005.
- [6] M. Kuschnerov, K. Piyawanno, M. Alfiad, B. Spinnler, A. Napoli, and B. Lankl, “Impact of mechanical vibrations on laser stability and carrier phase estimation in coherent receivers,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 22, no. 15, pp. 1114–1116, May 2010.
- [7] P. Gianni, G. Corral-Briones, C. Rodriguez, and M. Hueda, “Compensation of laser frequency fluctuations and phase noise in 16-QAM coherent receivers,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 25, no. 5, pp. 442–445, Jan. 2013.
- [8] M. Taylor, “Phase estimation methods for optical coherent detection using digital signal processing,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 27, no. 7, pp. 901–914, Apr. 2009.
- [9] A. Bisplinghoff, C. Cabirol, S. Langenbach, W. Sauer-Greff, and B. Schmauss, “Soft decision metrics for differentially encoded QPSK,” in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Sep. 2011, Paper Tu.6.A.2.
- [10] “Cisco visual networking index: Forecast and methodology, 2015–2020,” Cisco, Tech. Rep., 2016.
- [11] S. Lin and D. Costello, *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*. Pearson-Prentice Hall, 2004.
- [12] *Forward error correction for high bit-rate DWDM submarine systems. Technical recommendation G.975/G709*. International Telecommunication Union (ITU), 2004.
- [13] A. S. Omar, “FEC techniques in submarine transmission systems,” in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2001, Paper TuF1.
- [14] T. Mizuochi, Y. Miyata, T. Kobayashi, K. Ouchi, K. Kuno, K. Kubo, K. Shimizu, H. Tagami, H. Yoshida, H. Fujita, M. Akita, and K. Motoshima, “Forward error correction based on block turbo code with 3-bit soft decision for 10-Gb/s optical communication systems,” *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, vol. 10, no. 2, pp. 376–386, Mar. 2004.
- [15] R. G. Gallager, “Low-density parity-check codes,” Ph.D. dissertation, Department of Electrical Engineering, MIT, 1963.

- [16] R. M. Pyndiah, "Near-optimum decoding of product codes: block turbo codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 46, no. 8, pp. 1003–1010, Aug. 1998.
- [17] O. A. Sab and V. Lemaire, "Block turbo code performances for long-haul DWDM optical transmission systems," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, vol. 3, Mar. 2000, pp. 280–282.
- [18] I. B. Djordjevic, "Mitigation of linear and nonlinear impairments in high-speed optical networks by using LDPC-coded turbo equalization," in *Proc. IEEE/LEOS Summer Topical Meetings*, Jul. 2008, Paper TuE2.3.
- [19] I. B. Djordjevic, M. Cvijetic, L. Xu, and T. Wang, "Ultra high-speed optical transmission based on LDPC-coded modulation and coherent detection for employment in all-optical network scenario," in *Proc. Int. Conf. Transparent Opt. Netw.*, vol. 1, Jul. 2007, pp. 171–174.
- [20] I. B. Djordjevic, M. Arabaci, and L. L. Minkov, "Next generation FEC for high-capacity communication in optical transport networks," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 27, no. 16, pp. 3518–3530, Aug. 2009.
- [21] I. B. Djordjevic, O. Milenkovic, and B. Vasic, "Generalized low-density parity-check codes for optical communication systems," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 23, no. 5, pp. 1939–1946, May 2005.
- [22] B. Vasic, I. B. Djordjevic, and R. K. Kostuk, "Low-density parity check codes and iterative decoding for long-haul optical communication systems," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 21, no. 2, pp. 438–446, Feb. 2003.
- [23] I. B. Djordjevic, S. Sankaranarayanan, and B. V. Vasic, "Projective-plane iteratively decodable block codes for WDM high-speed long-haul transmission systems," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 22, no. 3, pp. 695–702, Mar. 2004.
- [24] O. Milenkovic, I. B. Djordjevic, and B. Vasic, "Block-circulant low-density parity-check codes for optical communication systems," *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, vol. 10, no. 2, pp. 294–299, Mar. 2004.
- [25] B. Vasic and I. B. Djordjevic, "Low-density parity check codes for long-haul optical communication systems," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 14, no. 8, pp. 1208–1210, Aug. 2002.
- [26] S.-Y. Chung, G. D. Forney, T. J. Richardson, and R. Urbanke, "On the design of low-density parity-check codes within 0.0045 dB of the Shannon limit," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 2, pp. 58–60, Feb. 2001.
- [27] M. C. Davey and D. MacKay, "Low-density parity check codes over $GF(q)$," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, no. 6, pp. 165–167, Jun. 1998.
- [28] T. Mizuochi, K. Kubo, H. Yoshida, H. Fujita, H. Tagami, M. Akita, and K. Motoshima, "Next generation FEC for optical transmission systems," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, vol. 2, Mar. 2003, pp. 527–528.
- [29] T. Mizuochi, "Recent progress in forward error correction and its interplay with transmission impairments," *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, vol. 12, no. 4, pp. 544–554, Jul. 2006.
- [30] R. J. Essiambre and A. Mecozzi, "Capacity limits in single-mode fiber and scaling for spatial multiplexing," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2012, Paper OW3D.1.
- [31] S. J. Savory, G. Gavioli, R. I. Killely, and P. Bayvel, "Electronic compensation of chromatic dispersion using a digital coherent receiver," *Opt. Express*, vol. 15, no. 5, pp. 2120–2126, Mar. 2007.

- [32] F. Chang, K. Onohara, and T. Mizuochoi, "Forward error correction for 100 G transport networks," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 48, no. 3, pp. S48–S55, Mar. 2010.
- [33] R. Tkach and A. Chraplyvy, "Phase noise and linewidth in an InGaAsP DFB laser," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 4, no. 11, pp. 1711–1716, Nov. 1986.
- [34] G. J. Foschini and G. Vannucci, "Characterizing filtered light waves corrupted by phase noise," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 34, no. 6, pp. 1437–1448, Nov. 1988.
- [35] K.-P. Ho, *Phase-modulated optical communication systems*. Springer Science & Business Media, 2005.
- [36] A. P. T. Lau and J. M. Kahn, "Signal design and detection in presence of nonlinear phase noise," *IEEE/O-SA J. Lightwave Technol.*, vol. 25, no. 10, pp. 3008–3016, Oct. 2007.
- [37] A. Bononi, N. Rossi, and P. Serena, "Transmission limitations due to fiber nonlinearity," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2011, Paper OWO7.
- [38] Z. Tao, W. Yan, L. Liu, L. Li, S. Oda, T. Hoshida, and J. Rasmussen, "Simple fiber model for determination of XPM effects," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 29, no. 7, pp. 974–986, Apr. 2011.
- [39] M. Murakami and S. Saito, "Evolution of field spectrum due to fiber-nonlinearity-induced phase noise in in-line optical amplifier systems," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 4, no. 11, pp. 1269–1272, Nov. 1992.
- [40] Z. Tao, L. Li, L. Liu, W. Yan, H. Nakashima, T. Tanimura, S. Oda, T. Hoshida, and J. C. Rasmussen, "Improvements to digital carrier phase recovery algorithm for high-performance optical coherent receivers," *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, vol. 16, no. 5, pp. 1201–1209, Sep. 2010.
- [41] M. Magarini, A. Spalvieri, F. Vacondio, M. Bertolini, M. Pepe, and G. Gavioli, "Empirical modeling and simulation of phase noise in long-haul coherent optical transmission systems," *Opt. Express*, vol. 19, no. 23, pp. 22 455–22 461, Nov. 2011.
- [42] P. Poggiolini, G. Bosco, A. Carena, V. Curri, Y. Jiang, and F. Forghieri, "The GN-model of fiber nonlinear propagation and its applications," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 32, no. 4, pp. 694–721, Feb. 2014.
- [43] D. A. Morero, M. A. Castrillón, A. Aguirre, M. R. Hueda, and O. E. Agazzi, "Design tradeoffs and challenges in practical coherent optical transceiver implementations," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 34, no. 1, pp. 121–136, Jan. 2016.
- [44] M. Tomizawa, "DSP aspects for deployment of 100G-DWDM systems in carrier networks," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf./Nat. Fiber Opt. Eng. Conf.*, Mar. 2012, Paper NTh11.1.
- [45] H. Zhang, Y. Cai, D. Foursa, and A. Pilipetskii, "Cycle slip mitigation in POLMUX-QPSK modulation," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2011, Paper OMJ7.
- [46] T. Koike-Akino, K. Kojima, D. S. Millar, K. Parsons, Y. Miyata, W. Matsumoto, T. Sugihara, and T. Mizuochoi, "Cycle slip-mitigating turbo demodulation in LDPC-coded coherent optical communications," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2014, Paper M3A.3.
- [47] Y. Zhao, N. Stojanovic, D. Chang, C. Xie, B. Mao, L. M. Binh, Z. Xiao, and F. Yu, "Adaptive joint carrier recovery and turbo decoding for Nyquist terabit optical transmission in the presence of phase noise," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2014, Paper W3J.3.

- [48] H. Zhang, C. R. Davidson, H. G. Batshon, and A. Pilipetskii, "Coded modulation PDM-QPSK transmission over 6,370 km dispersion managed NZDSF spans with 1.5 to 4 dB margin," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Sep. 2014, Paper Tu.1.5.2.
- [49] D. Morero, M. Castrillon, F. Ramos, T. Goette, O. Agazzi, and M. Hueda, "Non-concatenated FEC codes for ultra-high speed optical transport networks," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, Dec. 2011, pp. 1–5.
- [50] M. A. Castrillon, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Joint demapping and decoding for DQPSK optical coherent receivers," *CoRR*, vol. abs/1206.4914, 2012. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1206.4914>
- [51] H. Wymeersch, N. V. Irukulapati, D. Marsella, P. Johannisson, E. Agrell, and M. Secondini, "On the use of factor graphs in optical communications," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2015, Paper W4K.2.
- [52] M. Castrillon, D. Morero, and M. Hueda, "A new cycle slip compensation technique for ultra high speed coherent optical communications," in *Proc. IEEE Photon. Conf.*, Sep. 2012, pp. 175–176.
- [53] M. A. Castrillon, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Carrier phase recovery without pilot symbols for non-differential coherent receivers," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2016, Paper Tu3K.4.
- [54] M. A. Castrillón, D. A. Morero, O. E. Agazzi, and M. R. Hueda, "Performance of joint iterative detection and decoding in coherent optical channels," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2015, Paper Th2A.20.
- [55] M. A. Castrillón, D. A. Morero, O. E. Agazzi, and M. R. Hueda, "On the performance of joint iterative detection and decoding in coherent optical channels with laser frequency fluctuations," *Optical Fiber Technology*, vol. 24, pp. 5–14, Aug. 2015.
- [56] M. A. Castrillón, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Joint iterative detection and decoding using spatially coupled LDPC codes," in *Proc. IEEE Photon. Conf.*, Oct. 2016, pp. 305–306.
- [57] F. Derr, "Optical QPSK transmission system with novel digital receiver concept," *Electronics Letters*, vol. 27, no. 23, pp. 2177–2179, Nov. 1991.
- [58] A. Leven, N. Kaneda, U. V. Koc, and Y. K. Chen, "Frequency estimation in intradyne reception," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 19, no. 6, pp. 366–368, Mar. 2007.
- [59] G. Agrawal, *Lightwave Technology: Telecommunication Systems*. Wiley, 2005.
- [60] M. Cvijetic, *Coherent and Nonlinear Lightwave Communications*, ser. Artech House optoelectronics library. Artech House, 1996.
- [61] N. Stojanovic, Y. Zhao, B. Mao, C. Xie, F. N. Hauske, and M. Chen, "Robust carrier recovery in polarization division multiplexed receivers," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2012, Paper OTu2G.3.
- [62] G. Colavolpe, T. Foggi, E. Forestieri, and M. Secondini, "Impact of phase noise and compensation techniques in coherent optical systems," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 29, no. 18, pp. 2790–2800, Sep. 2011.
- [63] W. Shieh and K.-P. Ho, "Equalization-enhanced phase noise for coherent-detection systems using electronic digital signal processing," *Opt. Express*, vol. 16, no. 20, pp. 15 718–15 727, Sep. 2008.

- [64] P. Winzer, A. Gnauck, C. Doerr, M. Magarini, and L. Buhl, "Spectrally efficient long-haul optical networking using 112-Gb/s polarization-multiplexed 16-QAM," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 28, no. 4, pp. 547–556, Feb. 2010.
- [65] D. Crivelli, M. Hueda, H. Carrer, M. del Barco, R. Lopez, P. Gianni, J. Finochietto, N. Swenson, P. Voois, and O. Agazzi, "Architecture of a single-chip 50Gb/s DP-QPSK/BPSK transceiver with electronic dispersion compensation for coherent optical channels," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 61, no. 4, pp. 1012–1025, Apr. 2014.
- [66] T. Pfau, S. Hoffmann, and R. Noe, "Hardware-Efficient coherent digital receiver concept with feedforward carrier recovery for M-QAM constellations," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 27, no. 8, pp. 989–999, Apr. 2009.
- [67] M. Magarini, L. Barletta, A. Spalvieri, F. Vacondio, T. Pfau, M. Pepe, M. Bertolini, and G. Gavioli, "Pilot-symbols-aided carrier-phase recovery for 100-G PM-QPSK digital coherent receivers," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 24, no. 9, pp. 739–741, Feb. 2012.
- [68] P. Gianni, "Técnicas avanzadas de sincronización para receptores de alta velocidad en canales dispersivos," Ph.D. dissertation, Universidad Nacional de Córdoba, 2016.
- [69] W. D. Grover, "Forward error correction in dispersion-limited lightwave systems," *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 6, no. 5, pp. 643–654, May 1988.
- [70] P. Moro and D. Candiani, "565 Mb/s optical transmission system for repeaterless sections up to 200 km," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, vol. 3, Jun. 1991, pp. 1217–1221.
- [71] P. M. Gabla, J. L. Pamart, R. Uhel, E. Leclerc, J. O. Frorud, F. X. Ollivier, and S. Borderieux, "401 km, 622 Mb/s and 357 km, 2.488 Gb/s IM/DD repeaterless transmission experiments using erbium-doped fiber amplifiers and error correcting code," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 4, no. 10, pp. 1148–1151, Oct. 1992.
- [72] J. L. Pamart, E. Lefranc, S. Morin, G. Balland, Y. C. Chen, T. M. Kissell, and J. L. Miller, "Forward error correction in a 5 Gbit/s 6400 km EDFA based system," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 4, pp. 342–343, Feb. 1994.
- [73] S. Yamamoto, H. Takahira, and M. Tanaka, "5 Gbit/s optical transmission terminal equipment using forward error correcting code and optical amplifier," *Electronics Letters*, vol. 30, no. 3, pp. 254–255, Feb. 1994.
- [74] S. Yamamoto, N. Edagawa, H. Taga, Y. Yoshida, and H. Wakabayashi, "Observation of BER degradation due to fading in long-distance optical amplifier system," *Electronics Letters*, vol. 29, no. 2, pp. 209–210, Jan. 1993.
- [75] *Corrección de errores en recepción para sistemas submarinos. Recomendación G.975*. Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT), 1996.
- [76] D. J. Costello and G. D. Forney, "Channel coding: The road to channel capacity," *Proc. IEEE*, vol. 95, no. 6, pp. 1150–1177, Jul. 2007.
- [77] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. 1," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, vol. 2, May 1993, pp. 1064–1070.

- [78] *Corrección de errores en recepción para sistemas submarinos con multiplexación por división en longitud de onda densa de alta velocidad binaria. Recomendación G.975.1*. Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT), 2004.
- [79] B. P. Smith, A. Farhood, A. Hunt, F. R. Kschischang, and J. Lodge, “Staircase codes: FEC for 100 Gb/s OTN,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 30, no. 1, pp. 110–117, Nov. 2012.
- [80] M. Scholten, T. Coe, and J. Dillard, “Continuously-interleaved BCH (CI-BCH) FEC delivers best-in-class NECG for 40G and 100G metro applications,” in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf./Nat. Fiber Opt. Eng. Conf.*, Mar. 2010, Paper NTuB3.
- [81] Y.-Y. Jian, H. D. Pfister, K. R. Narayanan, R. Rao, and R. Mazahreh, “Iterative hard-decision decoding of braided BCH codes for high-speed optical communication,” in *Proc. IEEE Global Commun. Conf.*, Dec. 2013, pp. 2376–2381.
- [82] A. Puc, F. Kerfoot, A. Simons, and D. L. Wilson, “Concatenated FEC experiment over 5000 km long straight line WDM test bed,” in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, vol. 3, Feb. 1999, pp. 255–258.
- [83] D. Chase, “Class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 18, no. 1, pp. 170–182, Jan. 1972.
- [84] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, “Near Shannon limit performance of low density parity check codes,” *Electronics Letters*, vol. 33, no. 6, pp. 457–458, Mar. 1997.
- [85] *Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications*, IEEE Standard 802.11 Std., 2012.
- [86] *Digital Video Broadcasting*, ETSI EN 302 307, Rev. 1.2.1, 2009.
- [87] *Local and Metropolitan Area Networks-Specific Requirements Part 3: Carrier Sense Multiple Access With Collision Detection (CSMA/CD): Access method and physical layer specifications*, IEEE Standard 802.3an Std., 2006.
- [88] Y. Miyata, K. Kubo, H. Yoshida, and T. Mizuochi, “Proposal for frame structure of optical channel transport unit employing LDPC codes for 100 Gb/s FEC,” in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf./Nat. Fiber Opt. Eng. Conf.*, Mar. 2009, Paper NThB2.
- [89] I. B. Djordjevic and B. Vasic, “Nonbinary LDPC codes for optical communication systems,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 17, no. 10, pp. 2224–2226, Oct. 2005.
- [90] T. Richardson, “Error floors of LDPC codes,” in *Proc. 41th Annu. Allerton Conf. Commun., Control and Computing*, vol. 41, no. 3, 2003, pp. 1426–1435.
- [91] L. Dolecek, P. Lee, Z. Zhang, V. Anantharam, B. Nikolic, and M. Wainwright, “Predicting error floors of structured LDPC codes: Deterministic bounds and estimates,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 27, no. 6, pp. 908–917, Jul. 2009.
- [92] R. Tanner, “A recursive approach to low complexity codes,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 27, no. 5, pp. 533–547, Sep. 1981.
- [93] D. J. C. MacKay and R. M. Neal, “Good codes based on very sparse matrices,” in *Proc. Cryptography and Coding: 5th IMA Conference*. Springer, Dec. 1995, pp. 100–111.

- [94] D. J. C. MacKay, "Good error-correcting codes based on very sparse matrices," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 45, no. 2, pp. 399–431, Mar. 1999.
- [95] N. Alon and M. Luby, "A linear time erasure-resilient code with nearly optimal recovery," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 42, no. 6, pp. 1732–1736, Nov. 1996.
- [96] D. J. C. MacKay. [Online]. Available: <http://wol.ra.phy.cam.ac.uk/mackay>
- [97] T. J. Richardson and R. L. Urbanke, "Efficient encoding of low-density parity-check codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 638–656, Feb. 2001.
- [98] W. Ryan and S. Lin, *Channel Codes: Classical and Modern*. Cambridge University Press, 2009.
- [99] T. Richardson and R. Urbanke, *Modern Coding Theory*. Cambridge University Press, 2008.
- [100] J. Pearl, *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference*, ser. Morgan Kaufmann series in representation and reasoning. Morgan Kaufmann, 1988.
- [101] M. Lentmaier, A. Sridharan, D. J. Costello, and K. S. Zigangirov, "Iterative decoding threshold analysis for LDPC convolutional codes," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 56, no. 10, pp. 5274–5289, Oct 2010.
- [102] S. Kudekar, T. J. Richardson, and R. L. Urbanke, "Threshold saturation via spatial coupling: Why convolutional LDPC ensembles perform so well over the BEC," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 57, no. 2, pp. 803–834, Feb. 2011.
- [103] S. Kudekar, T. Richardson, and R. L. Urbanke, "Spatially coupled ensembles universally achieve capacity under belief propagation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 59, no. 12, pp. 7761–7813, Dec. 2013.
- [104] V. A. Chandrasetty, S. J. Johnson, and G. Lechner, "Memory-efficient quasi-cyclic spatially coupled low-density parity-check and repeat-accumulate codes," *IET Communications*, vol. 8, no. 17, pp. 3179–3188, Nov. 2014.
- [105] T. Pfau, "Carrier recovery algorithms and real-time DSP implementation for coherent receivers," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2014, Paper W4K.1.
- [106] P. Hoeher and J. Lodge, "'Turbo DPSK': iterative differential PSK demodulation and channel decoding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 6, pp. 837–843, Jun. 1999.
- [107] M. Kuschnerov, S. Calabrò, K. Piyawanno, B. Spinnler, M. Alfiad, A. Napoli, and B. Lankl, "Low complexity soft differential decoding of QPSK for forward error correction in coherent optic receivers," in *Proc. Eur. Conf. Opt. Commun.*, Sep. 2010, Paper Th.9.A.6.
- [108] P. Gianni, G. Corral-Briones, C. E. Rodriguez, H. S. Carrer, and M. R. Hueda, "A new parallel carrier recovery architecture for intradyne coherent optical receivers in the presence of laser frequency fluctuations," in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf.*, Dec. 2011, pp. 1–6.
- [109] F. Buchali, W. Idler, L. Schmalen, and K. Schuh, "Performance and advantages of 100 Gb/s QPSK/8QAM hybrid modulation formats," in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2015, Paper Th2A.16.
- [110] A. Barbieri, G. Colavolpe, and G. Caire, "Joint iterative detection and decoding in the presence of phase noise and frequency offset," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 55, no. 1, pp. 171–179, Jan. 2007.
- [111] H.-A. Loeliger, "An introduction to factor graphs," *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 21, no. 1, pp. 28–41, Jan. 2004.

- [112] D. Morero, M. Castrillon, T. Goette, M. Schnidrig, F. Ramos, and M. Hueda, “Non-concatenated FEC codes for ultra-high speed optical transport networks,” 2012, US Patent App. 13/406,452.
- [113] A. Bisplinghoff, C. Vogel, T. Kupfer, S. Langenbach, and B. Schmauss, “Slip-reduced carrier phase estimation for coherent transmission in the presence of non-linear phase noise,” in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2013, Paper OTu3I.1.
- [114] J. Tang, “The channel capacity of a multispans DWDM system employing dispersive nonlinear optical fibers and an ideal coherent optical receiver,” *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, vol. 20, no. 7, pp. 1095–1101, Jul. 2002.
- [115] P. Poggiolini, A. Carena, V. Curri, G. Bosco, and F. Forghieri, “Analytical modeling of nonlinear propagation in uncompensated optical transmission links,” *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 23, no. 11, pp. 742–744, Jun. 2011.
- [116] G. Bosco, P. Poggiolini, A. Carena, V. Curri, and F. Forghieri, “Analytical results on channel capacity in uncompensated optical links with coherent detection,” *Opt. Express*, vol. 19, no. 26, pp. B440–B451, Dec. 2011.
- [117] G. Colavolpe, A. Barbieri, and G. Caire, “Algorithms for iterative decoding in the presence of strong phase noise,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 23, no. 9, pp. 1748–1757, Sep. 2005.
- [118] D. J. Costello, L. Dolecek, T. Fuja, J. Klierer, D. Mitchell, and R. Smarandache, “Spatially coupled sparse codes on graphs: Theory and practice,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, no. 7, pp. 168–176, Jul. 2014.
- [119] A. R. Iyengar, M. Papaleo, P. H. Siegel, J. K. Wolf, A. Vanelli-Coralli, and G. E. Corazza, “Windowed decoding of protograph-based LDPC convolutional codes over erasure channels,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 58, no. 4, pp. 2303–2320, Apr. 2012.
- [120] T. Xia, T. Koike-Akino, D. S. Millar, K. Kojima, K. Parsons, Y. Miyata, K. Sugihara, and W. Matsumoto, “Dynamic window decoding for LDPC convolutional codes in low-latency optical communications,” in *Proc. Opt. Fiber Commun. Conf.*, Mar. 2015, Paper Th3E.4.
- [121] J. Cho and L. Schmalen, “Construction of protographs for large-girth structured LDPC convolutional codes,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, Jun. 2015, pp. 4412–4417.
- [122] K. K. Parhi, *VLSI digital signal processing systems: design and implementation*. John Wiley & Sons, 2007.
- [123] F. R. Kschischang, B. J. Frey, and H. A. Loeliger, “Factor graphs and the sum-product algorithm,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 47, no. 2, pp. 498–519, Feb. 2001.
- [124] F. Ingels, *Information and Coding Theory*, ser. The Intext series in electrical engineering. Intext Educational Publishers, 1971.
- [125] S. Haykin, *Communication systems*. Wiley, 1994.
- [126] T. Cover and J. Thomas, *Elements of Information Theory*, ser. A Wiley-Interscience publication. Wiley, 2006.
- [127] J. Anderson and S. Mohan, *Source and Channel Coding: An Algorithmic Approach*, ser. The Springer International Series in Engineering and Computer Science. Springer US, 1991.

-
- [128] F. MacWilliams and N. Sloane, *The Theory of Error-correcting Codes*, ser. North-Holland mathematical library. North-Holland Publishing Company, 1977.
- [129] S. Wicker, *Error Control Systems for Digital Communication and Storage*. Prentice Hall, 1995.
- [130] R. Morelos-Zaragoza, *The Art of Error Correcting Coding*. Wiley, 2006.
- [131] J. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*. McGraw-Hill Education, 2007.