



Universidad Nacional de Córdoba
UNC

Facultad de Matemática, Astronomía y Física
FaMAF

Trabajo Especial de Licenciatura en Física

Estudio de la Transferencia Radiativa de Nubes en la
Región de Microondas – RTM

Autor: Sebastián D. Heredia

Director: Dr. Sergio Masuelli

Codirector: Dr. Giorgio M. Caranti

Palabras Claves: RTM, Modelo de Nubes, Microondas, Temperatura de Brillo, Coeficiente de Extinción, Radiación, Columna de Agua Líquida, Tasa de Lluvia.

92.60.Nv Cloud physics and chemistry.

92.60.H- Atmospheric composition, structure, and properties.

92.60.Ta Electromagnetic wave propagation.

92.60.Xg Stratosphere/troposphere interactions.

07.05.Tp Computer modeling and simulation.

07.07.Df Sensors (chemical, optical, electrical, movement, gas, etc.); remote sensing.

33.20.Bx Radio-frequency and microwave spectra.

Resumen

Se elaboró un modelo que simula la interacción de la radiación con la parte líquida de las nubes en la región de microondas (23.8 y $36.5GHz$) y su correspondiente código. Se creó y codificó un modelo geométrico para las nubes precipitativas y no precipitativas, representándolas mediante cilindros. Se implementaron estos códigos en el Modelo de Transferencia Radiativa (*RTM*), para calcular las temperaturas de brillo que mediría un sensor pasivo de microondas a bordo de un satélite en presencia de una nube, condicionado a que la medición sea nocturna y sobre la superficie marina. También se realizó un análisis de los resultados obtenidos partiendo de situaciones hipotéticas a los fines de optimizar el programa creado.

Agradecimientos

A Dios, mi esposa, familia, amigos y todos aquellos que me dieron su apoyo incondicional en todo momento.

A Sergio Masuelli, Marcelo Scavuzzo, Giorgio Caranti y Raúl Comes por la dirección y colaboración en el presente trabajo.

Índice

RESUMEN	2
AGRADECIMIENTOS.....	3
ÍNDICE	4
INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO	8
I.1) Principios y Leyes de la Radiación Electromagnética	8
I.1.1) Origen de la Radiación Electromagnética.....	10
I.1.2) Interacción de la Radiación Electromagnética con la Materia	13
I.2) Teoría de Transferencia Radiativa	18
I.2.1) Ecuación de Transferencia Radiativa y su Solución	20
I.3) Radiative Transfer Model (RTM)	23
I.4) Coeficiente de Extinción.....	27
I.4.1) Coeficiente de Extinción para una Gota.....	27
I.4.2) Aproximación de Rayleigh	34
I.4.3) Coeficiente de Extinción para un Volumen de Gotas.....	35
CAPÍTULO II: METODOLOGÍA Y RESULTADOS.....	39
II.1) Eficiencia de Extinción de Rayleigh para una Gota	39
II.2) Eficiencia de Extinción de Mie para una Gota	40
II.3) Coeficiente de Extinción para Gotas de Agua de Nube	47
II.4) Coeficiente de Extinción para Gotas de Lluvia	48
II.5) Integración del Modelo de Nubes Estratiformes al RTM	50
II.5.1) Integración del Coeficiente de Extinción de Gotas de Agua de Nube al RTM.....	52

II.5.2) Integración del Coeficiente de Extinción de Gotas de Lluvia al RTM	56
II.6) Modelo Geométrico de Nube.....	59
II.6.1) Modelo Geométrico de Nube Simple	60
II.6.2) Modelo Geométrico de Nube Compuesta	64
II.6.3) Estudio de la Sensibilidad de los Modelos Geométricos con la Variación del Tamaño del Grillado.....	68
II.6.4) Estudio de la Sensibilidad de los Modelos Geométricos con la Variación de la Posición de la Nube dentro del Píxel	69
II.6.5) Estudio de la Sensibilidad de los Modelos Geométricos al fijar el Ángulo de Observación	71
II.6.6) Comparación entre los modelos Geométrico y Estrato.....	72
 CONCLUSIONES	 75
 PROPUESTAS DE TRABAJO.....	 76
 APÉNDICE A.....	 77
 BIBLIOGRAFÍA	 79
 CONSTANTES Y ACRÓNIMOS.....	 81

Introducción

El desarrollo de los conocimientos de la raza humana, se debió a la necesidad de sobrevivir y controlar su entorno. Estos conocimientos fueron adquiridos gracias a su capacidad de observación y a la creatividad para explicar los fenómenos a través de la deducción. En este afán el hombre creó herramientas, que con el tiempo se convirtieron en más sofisticadas, para comprender su entorno. Una de estas herramientas, en la actualidad, son los satélites meteorológicos, que fueron utilizados para describir y estudiar fenómenos atmosféricos desde 1960 con la puesta en órbita del Explorer 8, cuya finalidad era realizar mediciones de las propiedades de los electrones en la ionosfera (densidad, temperatura, etc).

Nuestro país que no está ajeno a la tecnología y competencia en el conocimiento científico, cuenta con un organismo del estado (*CONAE*) para el estudio, diseño y ejecución de proyectos en materia espacial. Dentro de *CONAE*, y gracias a un convenio con la Universidad Nacional de Córdoba, funciona el Instituto de Altos Estudios Espaciales Mario Gulich, que se encarga de la generación de conocimientos de avanzada y el desarrollo de aplicaciones innovativas de la información espacial (*CONAE*, 2010). En la actualidad, se le ha encomendado a dicho instituto la elaboración de un modelo que simule la interacción de la radiación con los distintos componentes atmosféricos en determinadas frecuencias. Estas, son las frecuencias de operación del instrumento *MWR* (23.8 y 36.5GHz) a bordo del satélite *SAC-D/Aquarius*, que se estima poner en órbita en mayo del presente año.

El objetivo del presente trabajo es modelar la interacción de la radiación con la parte líquida de las nubes (gotas), crear códigos que simulen dicha interacción e implementarlos en el modelo *RTM* cedido por *CFRSL* (Central Florida Remote Sensing Lab).

RTM (Radiative Transfer Model) es un modelo de transferencia radiativa implementado en un código que lleva su mismo nombre. Éste código simula la interacción de la radiación con los componentes atmosféricos: O₂, N₂, vapor de agua; y con la superficie del océano, en la región de microondas.

En el capítulo I del presente trabajo se encuentran los fundamentos físicos del fenómeno de transferencia radiativa, de donde surge la necesidad de calcular el

coeficiente de extinción a los fines de resolver la ecuación de transferencia radiativa. Partiendo de esta necesidad se presenta un método para el cálculo del mismo y se estudia la aproximación de Rayleigh (que como se verá, será válida para el caso de gotas de agua de nube). Así también, se describe brevemente el funcionamiento del modelo *RTM* propuesto en este trabajo.

En el capítulo *II* se presentan los resultados obtenidos a partir de los programas elaborados teniendo en cuenta el marco teórico dado en el capítulo *I*. Se calculan los coeficientes de extinción para las gotas de agua de nube y lluvia. A posteriori se implementan estos coeficientes al modelo *RTM*. De esta manera se obtiene un modelo de transferencia radiativa aplicable a nubes estratiformes (*RTM_C*). En la sección *II.6* se considera la forma geométrica de la nube, la cual se modela mediante cilindros. Se divide el píxel en pequeños diferenciales de área, y se promedian las contribuciones de los rayos que parten de cada diferencial de área a la temperatura de brillo que mide el sensor. A partir de los programas creados se hace un estudio de la sensibilidad de los mismos respecto al tamaño del grillado, de la posición de la nube dentro del píxel y se estudia el modelo geométrico en el cual se fija el ángulo de observación dentro del píxel. En la sección siguiente al estudio de las sensibilidades se realiza una comparación del modelo de estrato con el geométrico.

En el apartado conclusiones se mencionan los resultados obtenidos a partir del presente trabajo, comentándose los mismos.

Por último, en el apartado Propuestas de Trabajo, se proponen algunas tareas a realizar a los fines de mejorar y verificar los modelos creados.

Capítulo I: Marco Teórico

I.1) Principios y Leyes de la Radiación Electromagnética

El desarrollo del presente capítulo está basado en los conceptos del capítulo 4, vol. 1 del libro de Fawwaz Ulaby et. al. (1981) .

La radiación electromagnética es una combinación de ondas electromagnéticas, que se propagan a través del espacio transportando energía de un lugar a otro (Wikipedia, 2010). Cada onda está caracterizada por su frecuencia, amplitud y longitud de onda (Fig. 1).

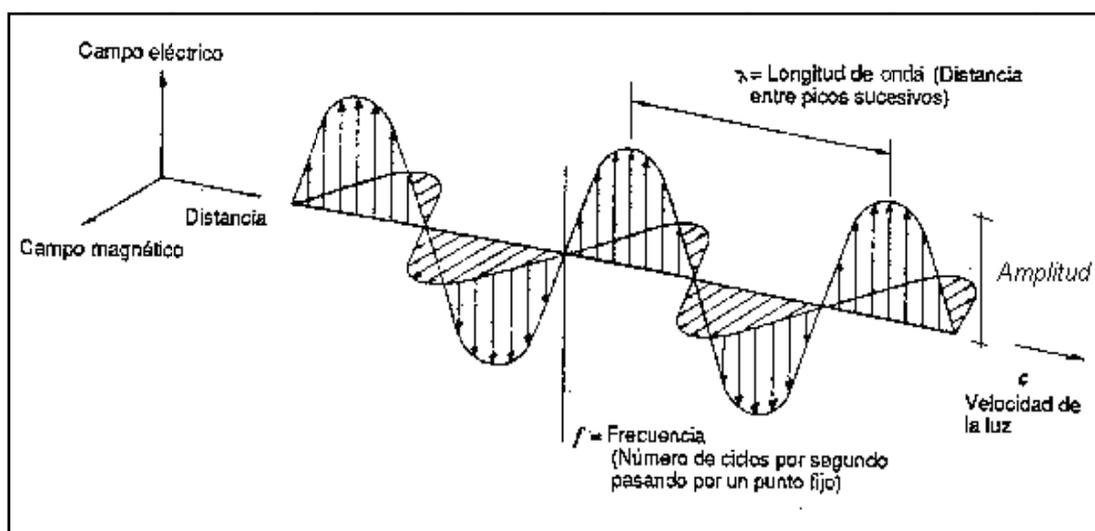


Figura 1: Descripción de las características de la onda electromagnética (FAO, 2010)

La energía de una onda electromagnética E (energía de fotón), está dada por la ecuación de Planck, a saber:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf \quad (1)$$

donde h es la constante de Planck, c la velocidad de la luz, f la frecuencia y λ la longitud de onda de la radiación.

Por medio de la anterior relación entre la energía de una onda y su longitud, se establecen una serie de bandas, donde la radiación electromagnética manifiesta un

comportamiento similar. A la agrupación de estas bandas se la denomina el espectro electromagnético. En la Figura 2 se muestra dicho espectro (Galeon, 2010).

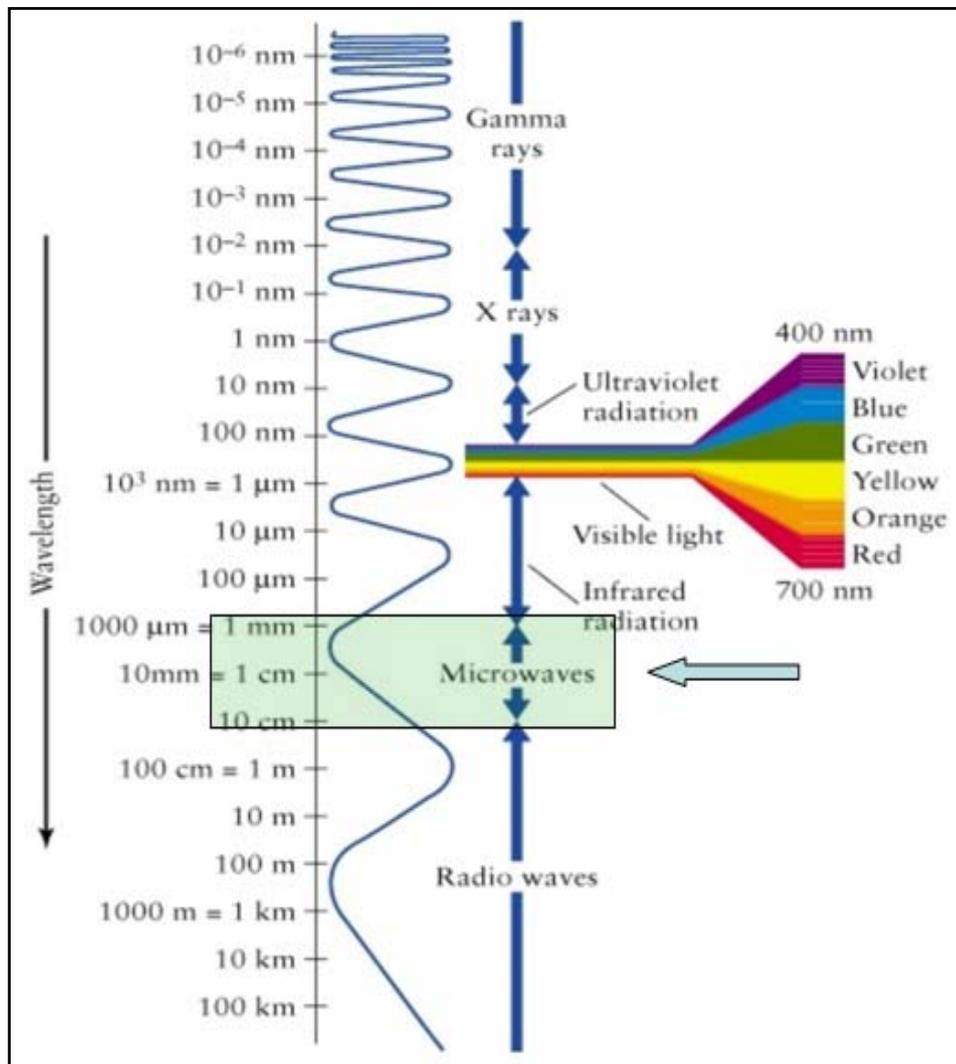


Figura 2: Bandas del Espectro Electromagnético

Como se puede observar, el espectro comprende desde las longitudes de onda más cortas (rayos gama, rayos X) hasta las kilométricas (tele-comunicaciones).

Tal como lo ilustra la Figura 2 las microondas abarcan longitudes de onda que van desde el milímetro hasta los 10cm aproximadamente.

Las longitudes de onda correspondientes a las frecuencias de 23.8 y 36.5 GHz son 1.26 y 0.82cm respectivamente; por lo tanto, pertenecen a la región de microondas.

I.1.1) Origen de la Radiación Electromagnética

El desarrollo de la presente sección está basado en los conceptos del capítulo 4, vol. 1 del libro de Ulaby et. al. (1981).

Todos los cuerpos tienen la capacidad de absorber, emitir y dispersar energía. La emisión de un cuerpo cualquiera es tan compleja, que es totalmente imposible predecirla partiendo de principios básicos. Por tanto, es conveniente considerar el comportamiento de cuerpos que tenga propiedades sencillas. Uno de estos cuerpos tiene un número infinito de niveles de energía permitidos, a este se le denomina cuerpo negro. Esto es así, porque al tener infinitos niveles de energía permitidos, la radiación electromagnética de cualquier frecuencia que incida sobre él, es absorbida (Emisión de la Radiación, 2010). Max Planck estableció que un cuerpo negro emite uniformemente en todas las direcciones un brillo espectral B_{fB} (energía por unidad de área, tiempo, ángulo sólido e intervalo de longitud de frecuencia), dado por la siguiente ecuación:

$$B_{fB}(f, T) df = \frac{2hf^3}{c^2 \{e^{hf/k_B T} - 1\}} df \quad (2)$$

donde k_B es la constante de Boltzman, f la frecuencia, T la temperatura física del cuerpo negro y df es el diferencial de frecuencia. El subíndice B se refiere al cuerpo negro. $B_{fB}(f, T)df$ es el flujo de energía por unidad de ángulo sólido que libera el cuerpo entre f y $f+df$.

Haciendo en (2) el cambio de variable $f=c/\lambda$ se obtiene:

$$B_{fB}(f, T) df = B_{\lambda B}(\lambda, T) d\lambda \quad (3)$$

con:

$$B_{\lambda B}(\lambda, T) d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left\{ e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1 \right\}} d\lambda \quad (4)$$

En la Figura 3 se muestra un gráfico de la función $B_{\lambda B}$.

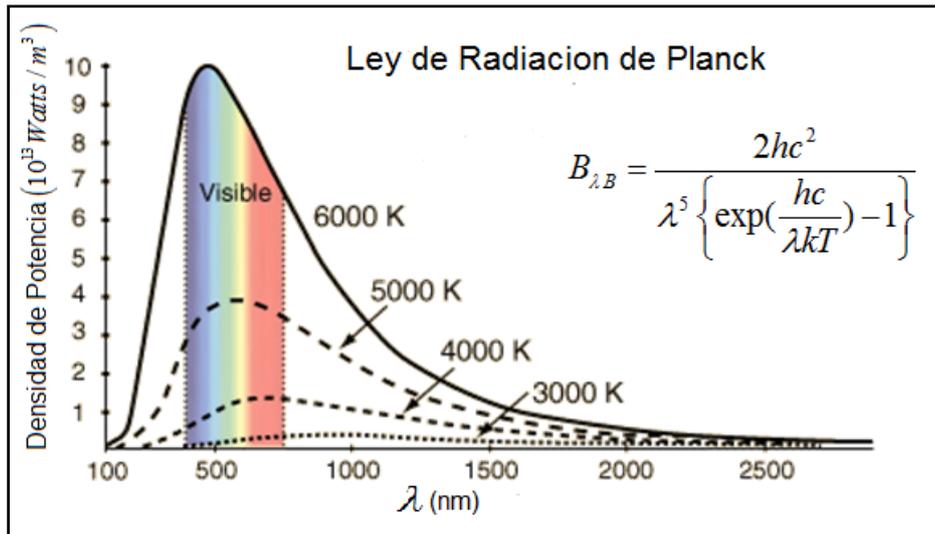


Figura 3: Emitancia de cuerpo negro en función de la frecuencia.

A partir de la ley de Planck (4) puede calcularse la longitud de onda en la cual se produce la máxima emisión del cuerpo negro en función de su temperatura. Esta es la llamada “Ley de desplazamiento de Wien” (Ulaby et. al., 1981):

$$\lambda_{m\acute{a}x} = \frac{2,898}{T} \mu m^{\circ} K \quad (5)$$

Integrando el brillo espectral del cuerpo negro para todas las frecuencias y en todo el ángulo sólido, se calcula el flujo total de energía irradiada (I); obteniéndose la “Ley de Stefan-Boltzman” (Ulaby et. al., 1981):

$$I = \sigma_{SB} T^4 \quad (6)$$

donde σ_{SB} es la constante de Stefan-Boltzman.

En la Figura 4 se muestra el brillo espectral a longitudes de onda largas.

En la región de frecuencias bajas el argumento de la función exponencial que aparece en (2) $hf/(k_B T)$ es próximo a cero (en el presente trabajo el máximo valor es 5.53×10^{-3} para la frecuencia de $36.5 GHz$). Por esta razón; al hacer un desarrollo en Taylor, y al retener los dos primeros términos, resulta la siguiente expresión para B_{fB} :

$$B_{fB} = \frac{2f^2 k_B T}{c^2} = \frac{2k_B T}{\lambda^2} \quad (7)$$

Esta es la llamada aproximación de Rayleigh-Jeans (Ulaby et. al., 1981).

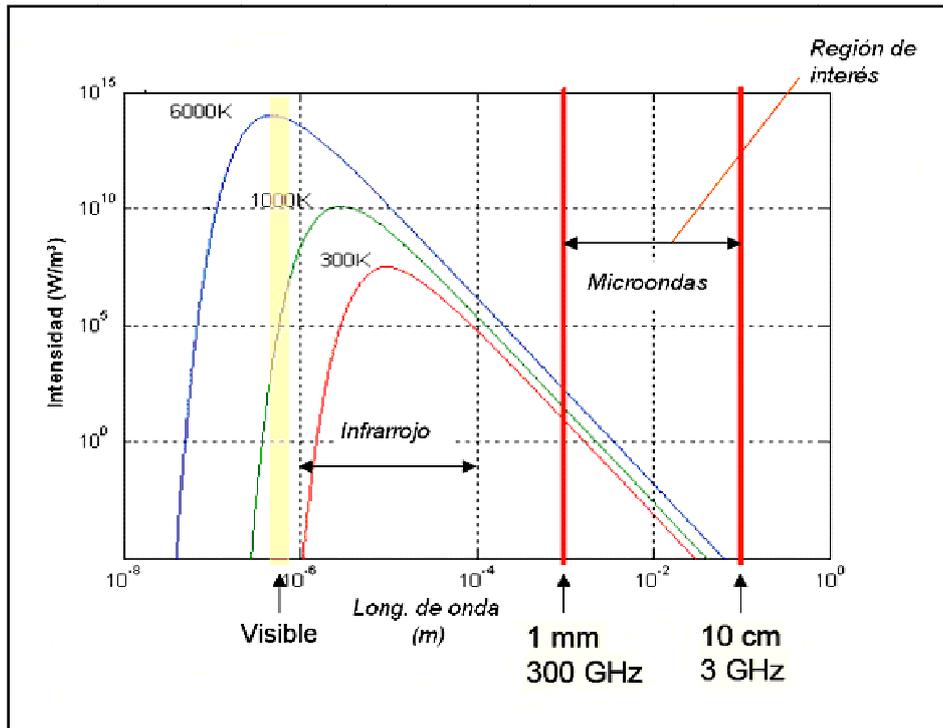


Figura 4: Emitancia vs longitud de onda; ambas en escala logarítmica.

Como anteriormente se mencionó un cuerpo negro es un ente ideal. Todos los cuerpos que se encuentran en la naturaleza emiten menos energía que un cuerpo negro a una dada temperatura. A estos cuerpos se los denomina cuerpos grises debido a que no absorben toda la energía que llega a ellos. Sin embargo, se puede definir una temperatura, a la que se denominará temperatura de brillo (T_B); la cual será la temperatura que debería tener un cuerpo negro para que su brillo sea igual al del cuerpo gris. De esta manera, para la región de microondas, la temperatura de brillo queda definida por la siguiente ecuación:

$$B_f = \frac{2k_B T_B}{\lambda^2} \rightarrow T_B(\lambda) = \frac{\lambda^2 B_f}{2k_B} \quad (8)$$

donde B_f es el brillo espectral emitido por el cuerpo gris. Por consiguiente, la temperatura de brillo es siempre menor que la temperatura física del cuerpo, y a medida que esta tiende a su temperatura física, el cuerpo gris se vuelve cada vez más opaco (o negro).

El coeficiente de emisión de un cuerpo (ε) está definido como el cociente entre el brillo del cuerpo gris y el de un cuerpo negro a la misma temperatura:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{B_f}{B_{fB}}$$

En particular, para la región de microondas (vale la aproximación de Rayleigh-Jeans), la anterior ecuación se reduce a:

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{T_B(\lambda)}{T}$$

donde T es la temperatura física del cuerpo y T_B su correspondiente temperatura de brillo.

Otro concepto que se va a utilizar, es el coeficiente de reflexión Γ , que se define de la siguiente manera:

$$\Gamma(\lambda) = 1 - \varepsilon(\lambda) \quad (9)$$

Hasta ahora se ha estudiado la radiación electromagnética emitida por los cuerpos. El siguiente paso a investigar, es la interacción de esta radiación con los cuerpos.

I.1.2) Interacción de la Radiación Electromagnética con la Materia

El desarrollo que se presenta a continuación está basado en el Capítulo 2 del libro de Bohren y Huffman (1983).

Uno de los postulados básicos para estudiar dicha interacción son las ecuaciones de Maxwell. A continuación se muestran dichas ecuaciones para campos macroscópicos (SI):

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{D} &= \rho_F \\ \nabla \times \vec{E} + \frac{\delta \vec{B}}{\delta t} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{J}_F + \frac{\delta \vec{D}}{\delta t} \end{aligned} \quad (10)$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico, \mathbf{B} es el campo inducción magnética, \mathbf{D} es el campo desplazamiento eléctrico, \mathbf{H} es el campo magnético, ρ_F es la densidad de cargas libres y \mathbf{J}_F es la densidad de corriente de cargas libres. \mathbf{D} y \mathbf{H} están dados por:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{H} &= \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\end{aligned}\tag{11}$$

donde \mathbf{P} es la polarización eléctrica (promedio de los dipolos eléctricos por unidad de volumen), \mathbf{M} es la magnetización (promedio de los dipolos magnéticos por unidad de volumen), ϵ_0 y μ_0 son la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética respectivamente.

Las ecuaciones (10) y (11) no son suficientes para determinar los campos, es necesario contar con relaciones extras; tales como, las relaciones constitutivas que se exponen a continuación:

$$\begin{aligned}\vec{J}_F &= \sigma \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \\ \vec{P} &= \epsilon_0 \chi_s \vec{E}\end{aligned}$$

donde σ es la conductividad, μ es la permeabilidad magnética y χ_s es la susceptibilidad eléctrica. Cabe decir que estas relaciones no son leyes universales, no son válidas para todos los materiales del universo. Pero si son válidas para ciertos materiales, dentro de los cuales se encuentra el agua.

Suponiendo que en la región de interés: los campos oscilan armónicamente con el tiempo, la permitividad eléctrica ϵ y la permeabilidad magnética μ son constantes, no hay cargas libres, y son válidas las relaciones constitutivas; las ecuaciones de Maxwell se reducen a:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= j\omega\mu\vec{H} \\ \nabla \cdot \vec{H} &= 0 \\ \nabla \times \vec{H} &= -j\omega\epsilon\vec{E}\end{aligned}$$

Y mediante unos pasos algebraicos, se deduce la ecuación de onda vectorial para los campos eléctrico y magnético:

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} &= 0\end{aligned}\quad (12)$$

donde $k = \omega^2 \mu \epsilon$ es el número de onda. Para obtener el campo electromagnético en todo el volumen, se precisa resolver esta ecuación e imponer las condiciones de contorno en las superficies donde hay discontinuidad en ϵ o μ .

Las condiciones de contorno son la conservación de la componente tangencial de los campos magnético y eléctrico:

$$\begin{aligned}[\vec{E}_2(\vec{x}) - \vec{E}_1(\vec{x})] \times \hat{n} &= 0 \\ [\vec{H}_2(\vec{x}) - \vec{H}_1(\vec{x})] \times \hat{n} &= 0\end{aligned}\quad (13)$$

donde \hat{n} es el vector unitario normal a la superficie de discontinuidad y \vec{x} esta evaluado sobre la misma.

Debido a la linealidad de las ecuaciones de Maxwell, la solución general es la superposición de las soluciones particulares que satisfacen (12) y (13).

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \sum_i \vec{E}_i^P \\ \vec{H} &= \sum_i \vec{H}_i^P\end{aligned}\quad (14)$$

donde $(\vec{E}_i^P, \vec{H}_i^P)$ satisfacen (12) y (13).

Teniendo los campos eléctrico y magnético, se puede calcular el vector de poynting (\vec{S}_P):

$$\vec{S}_P = \vec{E} \times \vec{H}\quad (15)$$

Y a partir de dicho vector, se puede calcular la energía W que atraviesa una superficie A (Fig. 5):

$$W = \int_A \vec{S} \cdot \hat{n} dA \quad [Watts]\quad (16)$$

donde \vec{S} es el promedio temporal del vector de Poynting:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*)\quad (17)$$

y $*$ denota el complejo conjugado.

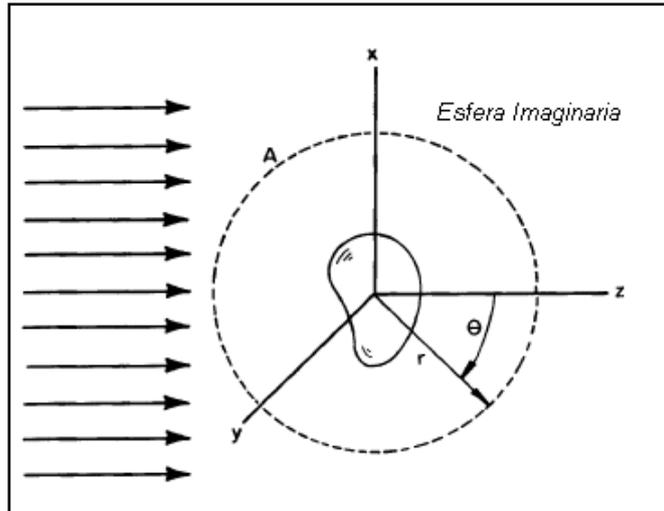


Figura 5: Cálculo de la energía que atraviesa la superficie A

A partir de esta sección se va a denominar vector de Poynting a S , que es el promedio temporal, pues las mediciones reales tienen implícitas dicho promedio.

En la Figura 6 se muestra una partícula sobre la cual incide una onda plana¹ (E_i, H_i) . Dicho campo induce un campo (E_I, H_I) en el interior de la partícula, y un campo (E_s, H_s) fuera de la misma.

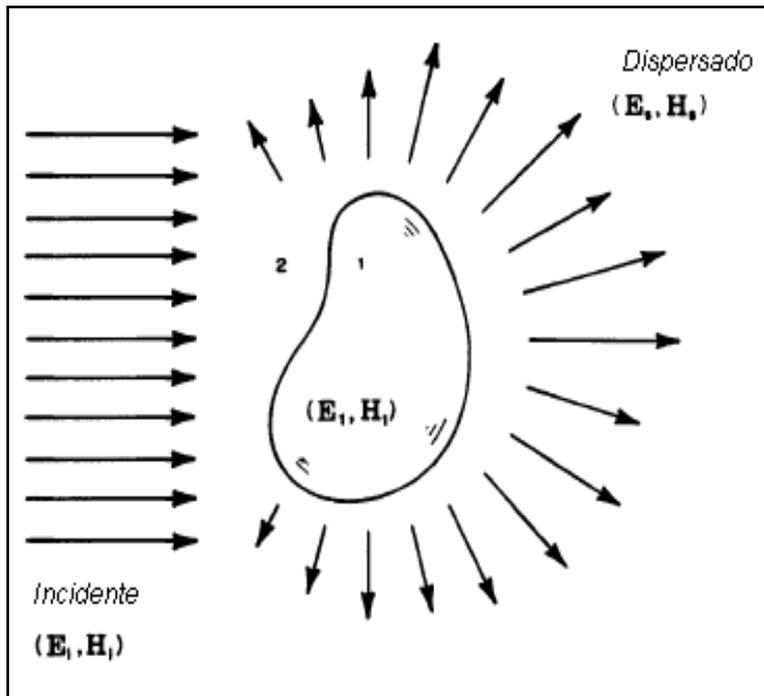


Figura 6: Onda plana (E_i, H_i) , incide sobre una partícula induciendo un campo (E_I, H_I) dentro de la misma y uno (E_s, H_s) fuera de la misma.

¹ Una onda plana es de la forma $C=C_0 \exp(k \cdot r - \omega t)$, donde k es el vector de onda.

Fuera de la partícula el vector de Poynting resulta:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \vec{E}_2 \times \vec{H}_2^* \} = \vec{S}_i + \vec{S}_s + \vec{S}_{ext} \quad (18)$$

donde:

$$\begin{aligned} \vec{S}_i &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\vec{E}_i \times \vec{H}_i^* \right) \\ \vec{S}_s &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\vec{E}_s \times \vec{H}_s^* \right) \\ \vec{S}_{ext} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\vec{E}_i \times \vec{H}_s^* + \vec{E}_s \times \vec{H}_i^* \right) \end{aligned} \quad (19)$$

Escogiendo una superficie que rodee la partícula (Fig. 5), se obtiene que la potencia absorbida por la partícula W_a (aquí se aplica el principio de conservación de la energía), satisface:

$$W_a = W_i - W_s + W_{ext} \quad (20)$$

Debido a que el campo incidente es una onda plana, su flujo es cero ($W_i=0$). De esta manera:

$$W_{ext} = W_a + W_s \quad (21)$$

Se define la sección eficaz de extinción Q_{ext} , absorción Q_a y scattering Q_s , de la siguiente manera:

$$Q_{ext} = \frac{W_{ext}}{I_i}, \quad Q_a = \frac{W_a}{I_i}, \quad Q_s = \frac{W_s}{I_i} \quad (22)$$

donde I_i es el flujo de energía incidente (energía por unidad de área). De esta manera las secciones eficaces tienen unidades de área, y satisfacen la siguiente ecuación por (21):

$$Q_{ext} = Q_a + Q_s \quad (23)$$

Otras magnitudes de interés son las eficiencias de extinción ξ_{ext} , absorción ξ_a y scattering ξ_s , que se definen a continuación:

$$\xi_{ext} = \frac{Q_{ext}}{G}, \quad \xi_a = \frac{Q_a}{G}, \quad \xi_s = \frac{Q_s}{G} \quad (24)$$

donde G es el área proyectada por la partícula en el plano perpendicular al flujo incidente.

Obviamente, por la definición de las eficiencias de extinción y por la validez de la ecuación (23), resulta (Bohren y Huffman, 1983):

$$\xi_{ext} = \xi_a + \xi_s \quad (25)$$

A fin de obtener una expresión para el brillo en función de la posición, surge la necesidad de desarrollar la teoría de transferencia radiativa. Para esto, se va a tener en cuenta la atenuación de un flujo de radiación incidente, y la propia emisión de las partículas que componen un dado volumen.

I.2) Teoría de Transferencia Radiativa

La “Transferencia Radiativa” es la disciplina que describe la emisión, absorción, dispersión y propagación de la radiación electromagnética (Worldlingo, 2010).

En la presente investigación se requiere modelar los flujos radiativos que se muestran en la Figura 7.

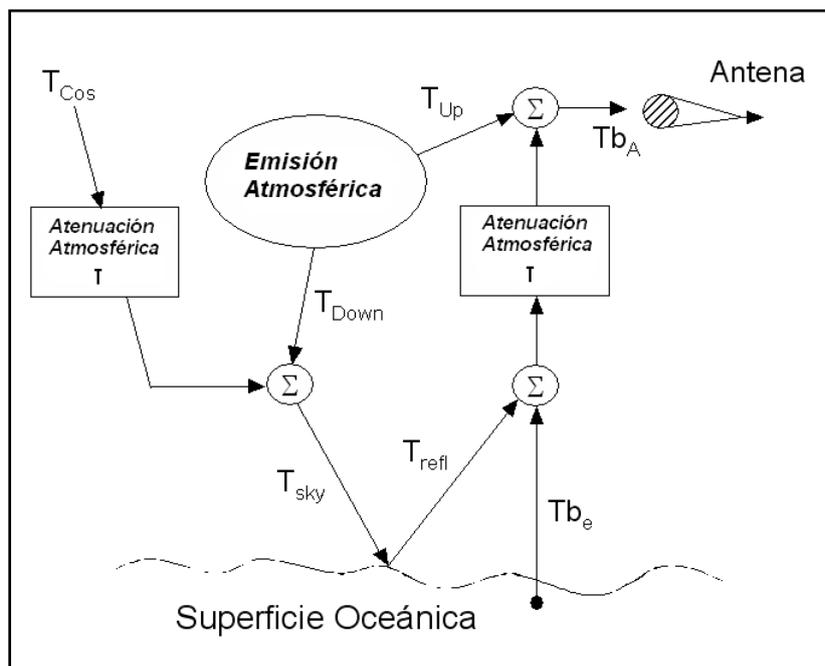


Figura 7: Esquema del proceso radiativo aplicado al sensor MWR.

Por un lado, el cosmos emite radiación T_{cos} , que es atenuada por la atmósfera (τ =coeficiente de atenuación) desde su tope hasta llegar a la superficie oceánica ($\tau \times T_{cos}$); punto en el cual es reflejada (Γ =coeficiente de reflexión) por dicha superficie, como así también, se refleja la radiación descendente emitida por la atmósfera T_{Down} . Se denomina temperatura de brillo cielo T_{sky} a la suma de las temperaturas de brillo:

$$T_{sky} = \tau T_{cos} + T_{Down} \quad (26)$$

De esta manera la expresión para la radiación reflejada T_{refl} es:

$$T_{refl} = \Gamma T_{sky} \quad (27)$$

A ésta radiación reflejada se le suma la propia emisión de la superficie marina Tb_e . Cabe aclarar que la radiación emitida por la superficie marina podría estar polarizada. Esto se debe a la presencia de rugosidad en la superficie marina causada por el viento. Las radiaciones electromagnéticas emitida y reflejada por la superficie marina son atenuadas hasta el tope de atmósfera. A su vez, a la radiación atenuada se le agrega la radiación ascendente emitida por la atmósfera T_{up} . Esta es la radiación que mide el sensor Tb_A .

$$Tb_A = \tau (T_{refl} + Tb_e) + T_{Up} \quad (28)$$

Cabe aclarar que en este esquema no se tiene en cuenta la radiación solar, debido a que las mediciones se realizan por la noche.

La atmósfera está formada por una vasta cantidad de gases y nubes. Pero no todos los gases que la componen participan de manera considerable en el intercambio radiativo en las frecuencias de operación del sensor MWR . Es por ello, que para el presente trabajo, se va a considerar que la atmósfera está compuesta por: oxígeno molecular (O_2), nitrógeno molecular (N_2), vapor de agua, gotas de agua de nube y de lluvia (se diferencian por su tamaño).

Para comprender como interactúan estos elementos con la radiación se precisa resolver la ecuación de transferencia radiativa.

I.2.1) Ecuación de Transferencia Radiativa y su Solución

El desarrollo de esta sección está basado en el Capítulo 4, Sección 7 del libro de Ulaby (Ulaby et. al., 1981).

El brillo B que un cuerpo emite sobre un intervalo pequeño de frecuencia df , esta dado por:

$$dB = B_f df \quad (29)$$

donde B_f es el brillo espectral.

Para estudiar como interactúa este brillo con un cuerpo, se va a dividir al mismo en pequeños elementos de volumen, tal como el ilustrado en la Figura 8, en la cual se muestra un rayo que incide perpendicularmente en una de las caras de un cilindro. Dicho rayo al atravesar el cilindro pierde brillo (energía por unidad de área, tiempo y ángulo sólido), en nuestro caso dB_{ext} . Esta energía perdida, está relacionada con la energía incidente $B(r)$ y la capacidad del material para absorber y dispersar dicha energía. La ecuación que los relaciona es:

$$dB_{ext} = K_{ext} B dr \quad (30)$$

donde K_{ext} se denomina coeficiente de extinción.

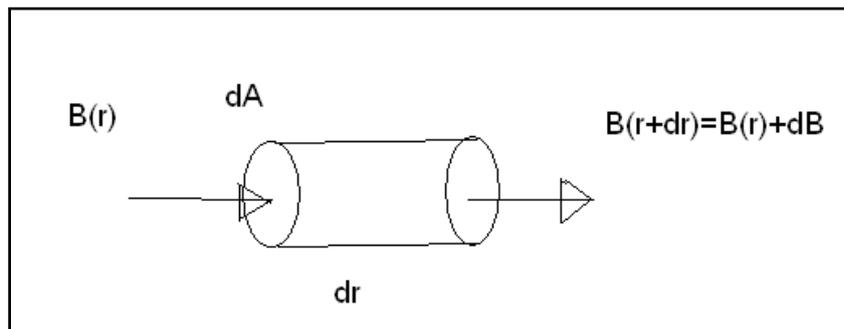


Figura 8: Rayo incide perpendicularmente sobre la cara de un cilindro de área dA y ancho dr .

La energía perdida se puede clasificar en dos tipos diferentes: uno es la energía perdida por absorción, que representa a la energía que es absorbida por el material y transformada en otros tipos de energía, como por ejemplo: calor. La misma está caracterizada por el coeficiente de absorción K_a . El otro tipo de energía perdida se debe al scattering de las partículas presentes dentro del cilindro y está

caracterizada por el coeficiente de scattering K_s . Cuando se dice energía perdida por scattering, se refiere a la energía que es dispersada en otras direcciones, que no sea la de observación. De esta manera, resulta:

$$K_{ext} = K_a + K_s \quad (31)$$

Para calcular la radiación que llega al otro extremo del cilindro, no se debe considerar solamente la radiación incidente. También se debe considerar que este cuerpo se encuentra a una temperatura dada, debido a lo cual, sus moléculas están en movimiento, y por tanto, emiten radiación, como se mencionó en la sección *1.1.1*.

Esta capacidad de emitir que tiene el material depende directamente de cuanto ha absorbido y dispersado de la radiación incidente, tal como lo muestra la siguiente ecuación:

$$dB_{emisión} = K_{ext} J dr \quad (32)$$

donde $dB_{emisión}$ es el brillo emitido, y J es la función fuente efectiva que da cuenta del brillo emitido por el cuerpo en la dirección de observación.

Finalmente el diferencial de energía total (emitido menos lo extinguido) en el extremo $r+dr$, es:

$$dB = K_{ext} dr (J - B) = d\alpha (J - B) \quad (33)$$

con

$$d\alpha = K_{ext} dr \quad (34)$$

el diferencial de camino óptico; y su integral a lo largo de un camino, se denomina la profundidad óptica.

Reescribiendo la ecuación (33) de la siguiente manera:

$$\frac{dB}{d\alpha} + B = J \quad (35)$$

se obtiene la llamada “Ecuación de Transferencia Radiativa (*ETR*)”.

Integrando *ETR*, se obtiene el brillo a lo largo del camino recorrido por el rayo:

$$B(r) = B(0)e^{-\alpha(0,r)} + \int_0^r K_{ext}(r')J(r')e^{-\alpha(r',r)}dr' \quad (36)$$

donde $B(0)$ es el brillo que incide sobre el cuerpo, y la profundidad óptica está dada por:

$$\alpha(r_1, r_2) = \int_{r_1}^{r_2} K_{ext}(r)dr \quad (37)$$

donde r_1 y r_2 son los extremos del camino recorrido por el rayo. Se define el coeficiente de atenuación τ de la siguiente manera:

$$\tau(r_1, r_2) = e^{-\alpha(r_1, r_2)} \quad (38)$$

Reescribiendo (36) en términos de τ , resulta:

$$B(r) = B(0)\tau(0, r) + \int_0^r K_{ext}(r')J(r')\tau(r', r)dr' \quad (39)$$

Para interpretar la solución de la ecuación de transferencia radiativa, se va a hacer referencia a la Figura 9.

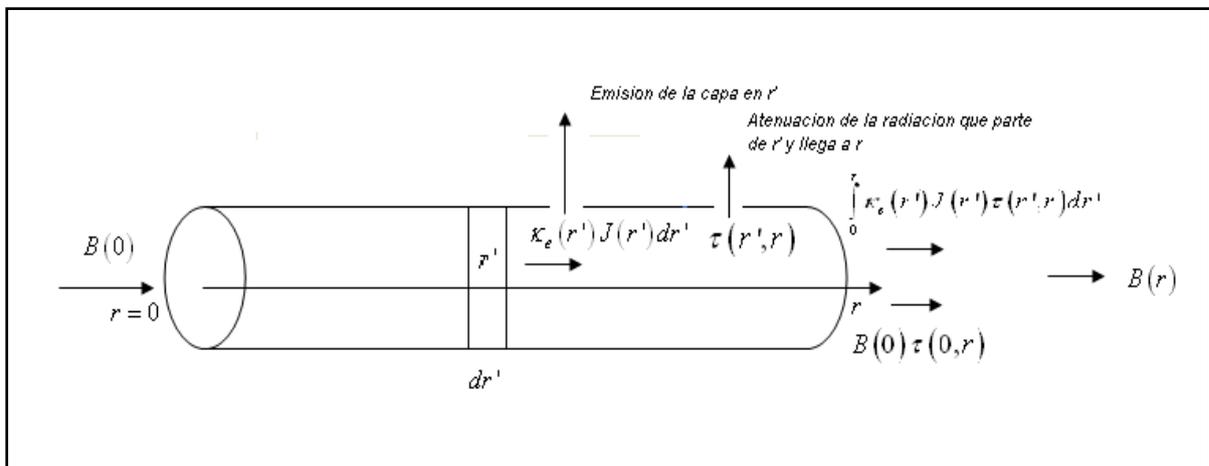


Figura 9: Interpretación de los términos de la solución de ETR.

El primer término de la solución representa la radiación incidente atenuada al atravesar el cilindro. El segundo término, representa la superposición de la radiación emitida por cada capa $K_e(r')J(r')dr'$ de espesor dr' , y posteriormente atenuada por el factor $\tau(r', r)$.

La ley de Kirchhoff establece que bajo condiciones locales de equilibrio térmico, la emisión térmica es igual a la absorción (esta suposición se asume válida

para los distintos componentes atmosféricos), esto lleva a que la función J es isotrópica (no depende del ángulo de observación) y está dada por la ley de radiación de Planck, que a su vez, en la región de microondas por (7) resulta:

$$J(r) = \frac{2k_B}{\lambda^2} T(r) \Delta f \quad (40)$$

donde Δf es el ancho de banda. Reemplazando este resultado en (39) y utilizando la definición de temperatura de brillo (8) se obtiene:

$$T_B(r) = T_B(0) \tau(0, r) + \int_0^r K_{ext}(r') T(r') \tau(r', r) dr' \quad (41)$$

Donde T_B es la temperatura de brillo y T es la temperatura física.

De esta manera, el problema de interacción de la radiación con la materia se ve reducido al cálculo del coeficiente de extinción K_{ext} .

I.3) Radiative Transfer Model (RTM)

Como ya se anticipó en la introducción, *RTM* es un modelo que simula la interacción de la radiación con los gases (O_2 , N_2 y vapor de agua) y la superficie oceánica en la región de microondas. Cabe aclarar que este modelo no considera la refracción de los rayos. El mismo fue creado por *CFRSL* (Central Florida Remote Sensing Lab). *CFRSL* es un laboratorio de investigación dentro de la Escuela de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación en la Universidad de Florida Central en Orlando, dedicado a promover la teleobservación por satélite y las tecnologías de las comunicaciones (CFRSL, 2011).

En la Figura 10 se muestra un esquema del *RTM_C* idóneo que se pretende obtener como uno de los resultados de la presente investigación. Al modelo *RTM_C* se lo puede dividir en dos procesos. Uno, es el proceso que involucra a la atmósfera, al que se llamará “Modelo de Atmósfera”, el otro involucra a la superficie del océano, al que se le llamará “Modelo de Emisión”.

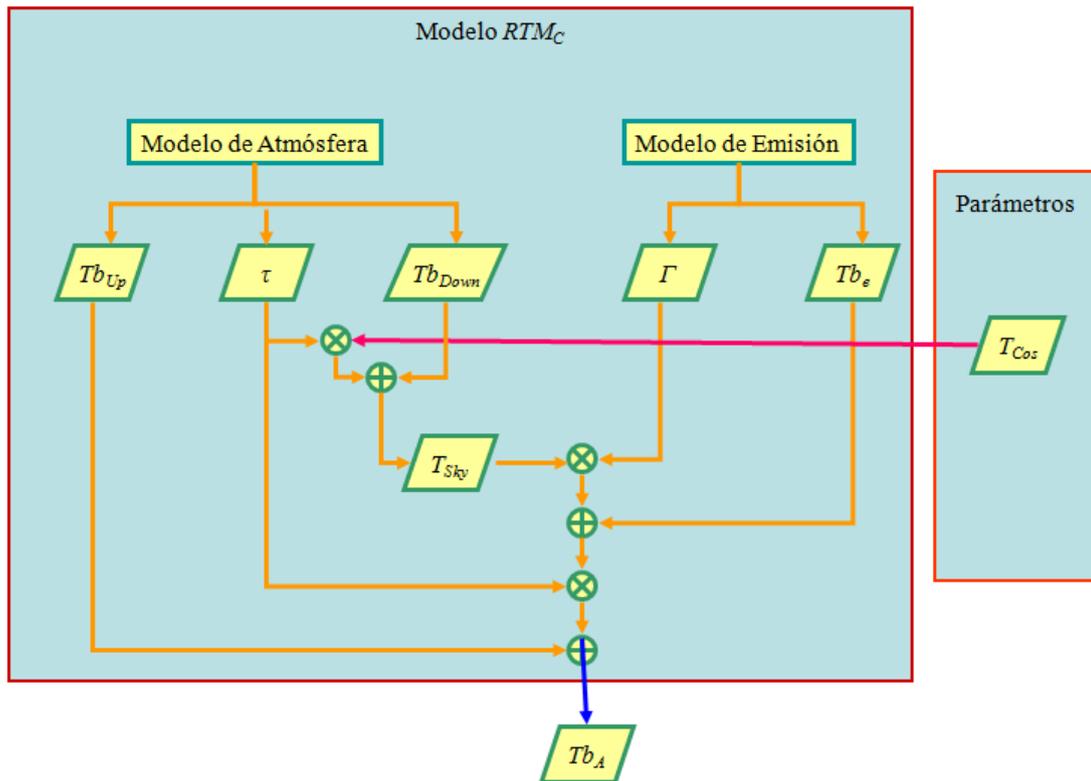


Figura 10: Esquema de la estructura del modelo RTM_C propuesto, donde \times significa multiplicación y $+$ suma.

Básicamente el Modelo de Atmósfera es un proceso que calcula la atenuación total de la atmósfera τ , la temperatura de brillo ascendente T_{Up} y descendente T_{Down} .

El Modelo de Emisión calcula el coeficiente de reflexión Γ y la temperatura de brillo emitida por la superficie del océano Tb_e .

T_{Cos} es la temperatura de brillo cósmica debida a la radiación de fondo, que se considera un parámetro del modelo.

La variable de salida del RTM_C es la temperatura de brillo de antena Tb_A .

A continuación se va a estudiar más en detalle el funcionamiento del modelo de la atmósfera y el de emisión.

En la Figura 11 se muestra el módulo del modelo de la atmósfera. El modelo RTM original creado por *CFRSL* no tiene en cuenta los efectos producidos por las nubes. Las variables propias de las nubes, tales como columna de agua líquida CLW , tasa de lluvia RR , coeficiente de extinción de agua de nube $K_{ext,CLW}$ y lluvia $K_{ext,CLW}$, han sido incorporados al RTM original como consecuencia del presente trabajo (RTM_C). A la izquierda de la figura se ubican las entradas. Estas variables son perfiles, que se obtienen al dividir la atmósfera en capas, para evaluar dichas

variables en el centro de cada capa. En el presente caso los perfiles son de: presión P en Pa (pascales), temperatura T en K (Kelvin), densidad de vapor ρ_{vw} en gr/m^3 , columna de agua líquida CLW en gr/m^2 , tasa de lluvia RR en mm/hr .

En la Figura 12 se muestra el modelo de capas de la atmósfera. Este modelo asigna a cada capa una temperatura, presión, etc. El rango R es la longitud recorrida por el rayo en una dada capa. θ_{in} es el ángulo de observación del radiómetro, Δh es el ancho de cada capa y H_{tot} es la altura total de la atmósfera.

A la derecha de la Figura 11 se muestran los parámetros del modelo (valores fijos) tales como: H_{Tot} que es la altura total de la atmósfera, N el número de capas en que se divide la atmósfera, θ_{in} el ángulo de observación y f la frecuencia del canal considerado. *Extinción* es un proceso que toma las variables de entrada junto con los parámetros y calcula los coeficientes de extinción debido a los distintos elementos para una dada capa, cuya suma es el coeficiente de extinción total $K_{ext,Tot}(j)$ de la j -ésima capa:

$$K_{ext,Tot}(j) = K_{ext,N2}(j) + K_{ext,O2}(j) + K_{ext,wv}(j) + K_{ext,CLW}(j) + K_{ext,RR}(j) \quad (42)$$

A partir del rango de cada capa $R = \Delta h \times \sec(\theta_{in})$ se calcula la profundidad óptica $\alpha(j) = K_{ext,Tot}(j) \times R$, y con esta la atenuación de la j -ésima capa $\tau(j) = e^{-\alpha(j)}$. La atenuación total de la atmósfera τ es el producto de las atenuaciones de cada capa.

$$\tau = \tau(1)\tau(2)\dots\tau(N)$$

donde N es el número de capas.

Para calcular T_{Up} y T_{Down} se divide la integral (41) en una suma sobre todas las capas de la atmósfera:

$$T_{Up} = \sum_{j=1}^N K_{ext,Tot}(j) T(j) \tau(j, N) \quad (43)$$

donde $T(j)$ y $K_{ext,Tot}(j)$ son la temperatura física y el coeficiente de extinción total respectivamente de la j -ésima capa (Fig. 11). $\tau(j, N)$ es la atenuación que sufre la radiación al partir de la j -ésima capa y llegar al extremo superior de la atmósfera. Notar que $\tau(1, N) = \tau$ es el coeficiente de atenuación total de la atmósfera.

De igual manera se puede deducir la ecuación para la temperatura de brillo descendente T_{Down} :

$$T_{Down} = \sum_{j=N}^1 K_{ext,Tot}(j) T(j) \tau(1,j) \quad (44)$$

donde $\tau(1,j)$ es el coeficiente de atenuación al salir de la capa j -ésima y llegar al extremo inferior de la atmósfera.

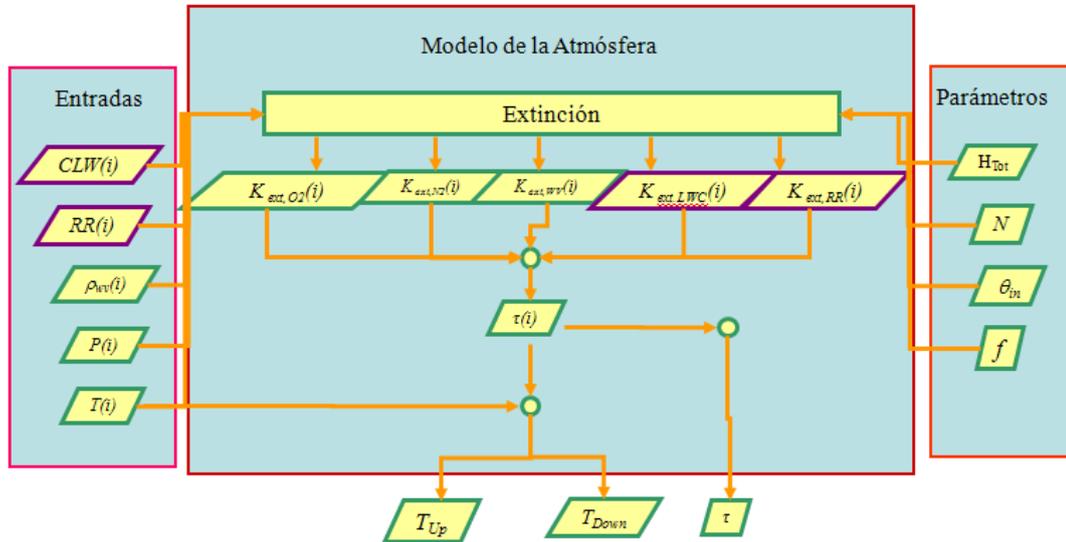


Figura 11: Esquema del funcionamiento del Modelo de la Atmósfera obtenido al agregar el efecto producido por las nubes. Los cuadros con líneas bordo son los módulos que han sido implementados como consecuencia del presente trabajo.

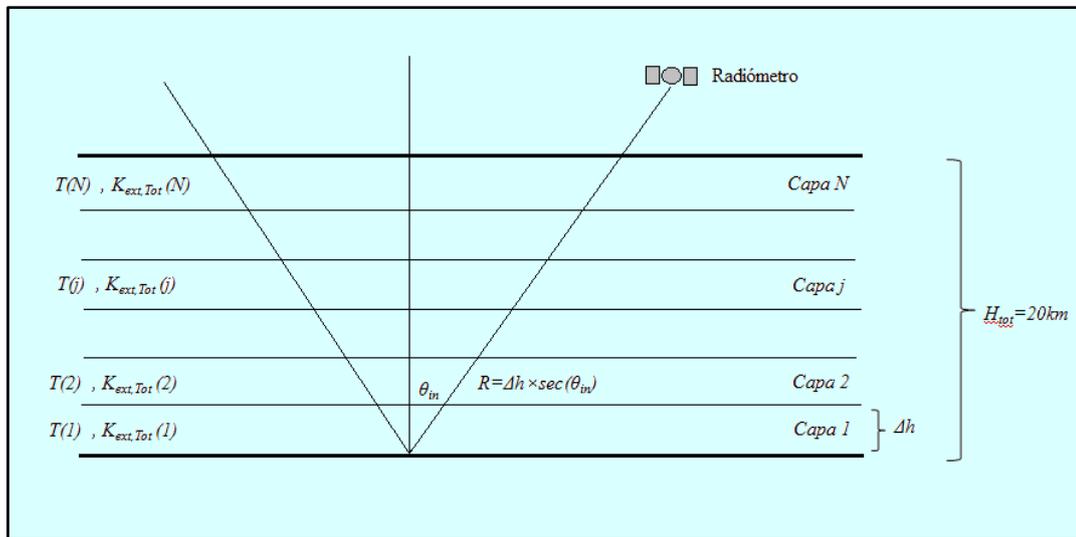


Figura 12: Modelo de capas de la atmósfera. θ_{in} es el ángulo de observación, Δh es el ancho de las capas, H_{tot} es la altura total de la atmósfera, R es el rango, $T(j)$ y $K_{ext,Tot}(j)$ son la temperatura y coeficiente de extinción total respectivamente en la capa j -ésima.

Para el caso del modelo de emisión (Fig. 13) las entradas son: la salinidad Sal en ppt (partes por mil), la velocidad del viento WS en m/s , y la temperatura superficial del mar SST en K . La frecuencia f y el ángulo de observación θ_{in} son

parámetros del modelo. Las salidas de este módulo son: la temperatura de brillo emitida por la superficie oceánica $Tb_e = e * SST$ y el coeficiente de reflexión $\Gamma = 1 - e$.

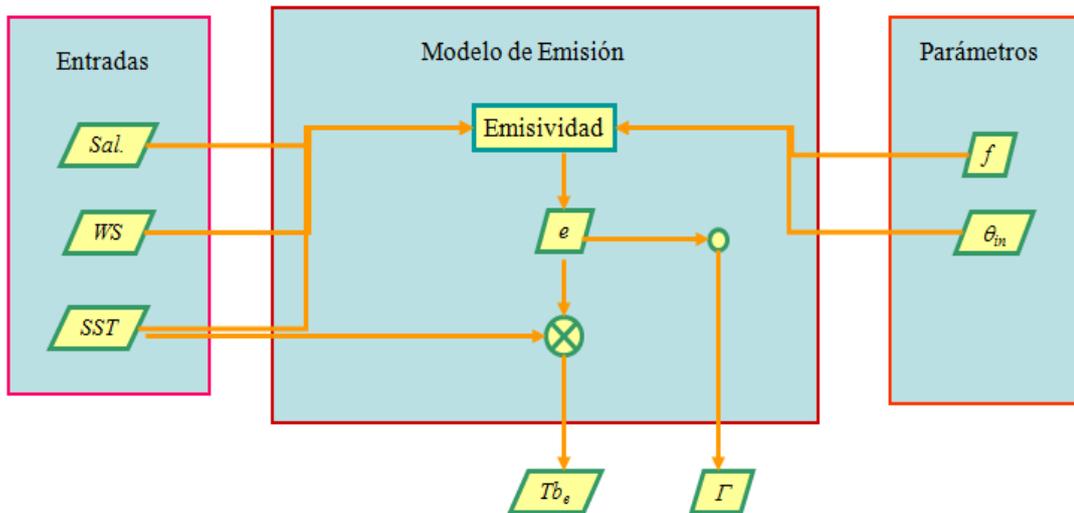


Figura 13: Esquema del Modelo de Emisión, donde × significa multiplicación.

I.4) Coeficiente de Extinción

En esta sección se calcula el coeficiente de extinción K_{ext} para un volumen de gotas arbitrario presente en una nube. Para esto, se va a suponer que las gotas tienen formas esféricas.

En primer lugar se calcula el coeficiente de extinción para una gota y posteriormente para un volumen de gotas.

I.4.1) Coeficiente de Extinción para una Gota

El desarrollo de la presente sección está basado en el Capítulo 4, Sección 1 del libro de Bohren y Huffman (1983).

Para hacer el cálculo del coeficiente de extinción se va a suponer la escena mostrada en la Figura 6 de la sección I.1.2, en la cual incide una onda plana sobre una partícula, en las mismas condiciones que las impuestas en dicha sección. De esta manera para tener el campo electromagnético se debe resolver la ecuación (12), imponiendo las condiciones de contorno (13).

Para tales fines se va a definir un vector \mathbf{M} , de la siguiente manera:

$$\vec{M} = \nabla \times (\vec{C}\psi) \quad (45)$$

donde \mathbf{C} es un vector constante real y ψ una función escalar, ambos arbitrarios.

Mediante una serie de pasos algebraicos, se obtiene:

$$\nabla^2 \vec{M} + k^2 \vec{M} = \nabla \times [\vec{C}(\nabla^2 \psi + k^2 \psi)] \quad (46)$$

con k el número de onda. Es decir, \mathbf{M} satisface la ecuación de onda vectorial, si ψ satisface la ecuación de onda escalar:

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (47)$$

Creando la siguiente función vectorial (\mathbf{N}) a partir de \mathbf{M} :

$$\vec{N} = \frac{\nabla \times \vec{M}}{k} \quad (48)$$

Se puede ver que \mathbf{N} también cumple la ecuación de onda vectorial (12).

Además, la función vectorial \mathbf{N} satisface:

$$\nabla \times \vec{N} = k\vec{M} \quad (49)$$

Es decir, \mathbf{M} y \mathbf{N} cumplen las propiedades de los campos \mathbf{H} y \mathbf{E} .

De esta manera, el problema de resolver la ecuación de onda vectorial se reduce a resolver la ecuación de onda escalar.

La ecuación de onda para la función escalar ψ en coordenadas esféricas (Fig. 14), es:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + k^2 \psi = 0 \quad (50)$$

Planteando el método de separación de variables para las coordenadas r , θ y ϕ , tal como se muestra a continuación:

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (51)$$

resultan las siguientes ecuaciones diferenciales para cada una de las funciones:

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + m^2 \Phi = 0 \quad (52)$$

$$\frac{1}{\sin(\theta)} \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2(\theta)} \right] \Theta = 0 \quad (53)$$

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + [k^2 r^2 - n(n+1)] R = 0 \quad (54)$$

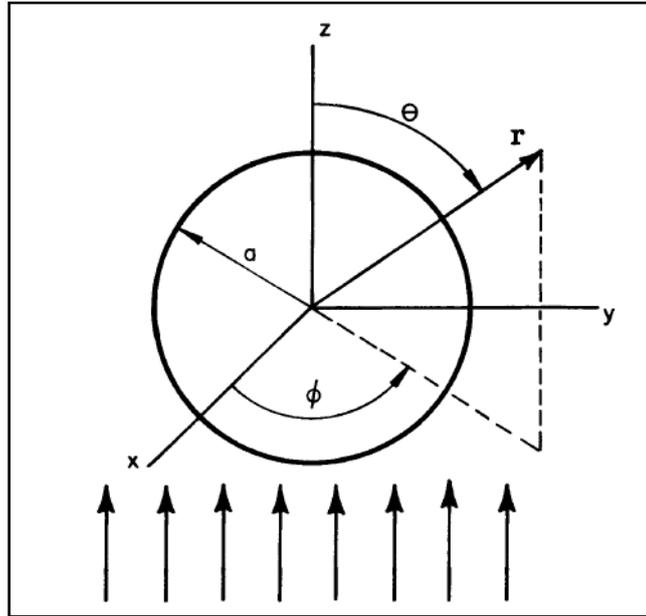


Figura 14: Sistema de coordenadas esférico centrado en la partícula.

La solución de (52) son las funciones trigonométricas:

$$\Phi_e = \cos(m\phi), \quad \Phi_o = \sin(m\phi) \quad (55)$$

con m entero. El subíndice e indica que la función es par y el o indica que es impar.

Las soluciones de (53) son las funciones asociadas de Legendre de primera especie $P_n^m(\cos(\theta))$ de grado n y orden m .

Las soluciones de (54) son las funciones esféricas de Bessel:

$$\begin{aligned} j_n(\rho) &= \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_{n+1/2}(\rho) \\ y_n(\rho) &= \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} Y_{n+1/2}(\rho) \end{aligned} \quad (56)$$

donde $\rho=kr$, J e Y son las funciones de Bessel de primera y segunda especie respectivamente. Las funciones esféricas de Bessel satisfacen las siguientes relaciones de recurrencia:

$$z_{n-1}(\rho) + z_{n+1}(\rho) = \frac{2n+1}{\rho} z_n(\rho) \quad (57)$$

$$(2n+1) \frac{d}{d\rho} z_n(\rho) = n z_{n-1}(\rho) - (n+1) z_{n+1}(\rho) \quad (58)$$

También se pueden obtener otras funciones a partir de estas, como las funciones esféricas de Bessel de tercera especie, o también llamadas funciones de Hankel, que se presentan a continuación:

$$h_n^1(\rho) = j_n(\rho) + iy_n(\rho) \quad (59)$$

$$h_n^2(\rho) = j_n(\rho) - iy_n(\rho) \quad (60)$$

De esta manera la solución de la ecuación de Laplace resulta:

$$\psi_{emn}(\vec{r}) = \cos(m\phi) P_n^m(\cos(\theta)) z_n(kr) \quad (61)$$

$$\psi_{omn}(\vec{r}) = \text{sen}(m\phi) P_n^m(\cos(\theta)) z_n(kr) \quad (62)$$

donde z_n es cualquier combinación lineal de las funciones esféricas de Bessel j_n e y_n .

Por consiguiente, las expresiones para los vectores \mathbf{M} y \mathbf{N} son:

$$\vec{M}_{emn} = \nabla \times (\vec{r} \psi_{emn}), \quad \vec{M}_{omn} = \nabla \times (\vec{r} \psi_{omn}) \quad (63)$$

$$\vec{N}_{emn} = \frac{\nabla \times \vec{M}_{emn}}{k}, \quad \vec{N}_{omn} = \frac{\nabla \times \vec{M}_{omn}}{k} \quad (64)$$

Notar que se tomo el valor de \mathbf{r} para el vector \mathbf{C} , esto se debe a que escogiendo este vector particular, \mathbf{M} es solución de la ecuación de ondas en coordenadas esféricas.

Como los \mathbf{M} , \mathbf{N} dados por las ecuaciones (63) y (64) forman un sistema completo, cualquier solución de la ecuación de onda vectorial se puede expresar como combinación lineal de estos \mathbf{M} , \mathbf{N} . En particular, se puede expandir la función de onda plana incidente (\mathbf{E}_i , \mathbf{H}_i) obteniéndose el siguiente resultado:

$$\vec{E}_i = E_0 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} (\vec{M}_{o1n}^{(1)} - i\vec{N}_{e1n}^{(1)}) \quad (65)$$

$$\vec{H}_i = \frac{-k}{\mu\omega} E_0 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left(\vec{M}_{e1n}^{(1)} + i\vec{N}_{o1n}^{(1)} \right) \quad (66)$$

El supraíndice 1 indica que las funciones radiales utilizadas son las j_n . Para arribar a este resultado se utilizó la ortogonalidad de las funciones vectoriales N y M ; junto con el hecho de que la solución tiene que ser finita en el origen.

Expresando los campos E_I, H_I , dentro de la partícula; los campos dispersados por la misma E_S, H_S e imponiendo las condiciones de contorno mencionadas anteriormente², considerando además que el campo dentro de la esfera tiene que ser finito en el origen, como también que el campo dispersado tiene que ser finito en el infinito, teniendo que representar una onda saliente³, se obtienen las siguientes expresiones para los mismos:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(c_n \vec{M}_{o1n}^{(1)} - i d_n \vec{N}_{e1n}^{(1)} \right) \\ \vec{H}_1 &= \frac{-k_1}{\mu_1 \omega} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(d_n \vec{M}_{e1n}^{(1)} + i c_n \vec{N}_{o1n}^{(1)} \right) \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_s &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i a_n \vec{N}_{e1n}^{(3)} - b_n \vec{M}_{o1n}^{(3)} \right) \\ \vec{H}_s &= \frac{-k}{\mu\omega} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left(i b_n \vec{N}_{o1n}^{(3)} + a_n \vec{M}_{e1n}^{(3)} \right) \end{aligned} \quad (68)$$

donde k_I, μ_I son el número de onda y la permeabilidad magnética dentro de la esfera, y los coeficientes a_n, b_n, c_n, d_n son constantes. El supra índice 3 indica que la función de onda radial es $h_n^{(1)}$.

Teniendo los coeficientes a_n, b_n se puede calcular la energía dispersada W_s y la energía de extinción W_{ext} (16); y dividiendo por el flujo de energía incidente, se obtienen las secciones eficaces de scattering y extinción:

$$Q_s = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left(|a_n|^2 + |b_n|^2 \right) \quad (69)$$

$$Q_{ext} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re} \{ a_n + b_n \} \quad (70)$$

² Las condiciones de contorno, no están impuestas estrictamente hablando, ya que si este fuera el caso obtendríamos todos los coeficientes del desarrollo. Aquí solo se estudia la forma del desarrollo.

³ Las funciones de hankel son finitas en el infinito, pero solo la $h_n^{(1)}$ representa una onda saliente.

Imponiendo las condiciones de contorno ya mencionadas, se obtienen las siguientes expresiones para los coeficientes:

$$c_n = \frac{\mu_1 j_n(\chi) [\chi h_n^{(1)}(\chi)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(\chi) [\chi j_n(\chi)]'}{\mu_1 j_n(m\chi) [\chi h_n^{(1)}(\chi)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(\chi) [m\chi j_n(m\chi)]'} \quad (71)$$

$$d_n = \frac{\mu_1 m j_n(\chi) [\chi h_n^{(1)}(\chi)]' - \mu_1 m h_n^{(1)}(\chi) [\chi j_n(\chi)]'}{\mu m^2 j_n(m\chi) [\chi h_n^{(1)}(\chi)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(\chi) [m\chi j_n(m\chi)]'}$$

$$a_n = \frac{\mu m^2 j_n(m\chi) [\chi j_n(\chi)]' - \mu_1 j_n(\chi) [m\chi j_n(m\chi)]'}{\mu m^2 j_n(m\chi) [\chi h_n^{(1)}(\chi)]' - \mu_1 h_n^{(1)}(\chi) [m\chi j_n(m\chi)]'} \quad (72)$$

$$b_n = \frac{\mu_1 j_n(m\chi) [\chi j_n(\chi)]' - \mu j_n(\chi) [m\chi j_n(m\chi)]'}{\mu_1 j_n(m\chi) [\chi h_n^{(1)}(\chi)]' - \mu h_n^{(1)}(\chi) [m\chi j_n(m\chi)]'}$$

donde el símbolo prima ' indica derivada respecto al argumento que aparece entre paréntesis y:

$$\chi = kr = \frac{2\pi nr}{\lambda}, \quad m = \frac{k_1}{k} = \frac{n_1}{n} \quad (73)$$

donde χ se denomina *parámetro de tamaño*, r es el radio de la partícula, k_1 el número de onda dentro de la partícula, n_1 y n son los índices de refracción de la partícula y del medio que la rodea respectivamente.

La expresión para el índice de refracción de una partícula es $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, donde $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ es la constante dieléctrica, ϵ y ϵ_0 son las permitividades eléctricas de la partícula y del vacío respectivamente, $\mu_r = \mu / \mu_0$ es la permeabilidad relativa, donde μ y μ_0 son las permeabilidades magnéticas de la partícula y del vacío respectivamente. Debido a que las gotas carecen de magnetización $\mu_r = 1$, y a que la constante dieléctrica del aire es $\epsilon_r = 1$, se obtiene la siguiente expresión para el índice de refracción de la gota relativo al medio que la rodea:

$$m = \sqrt{\epsilon_r(T, f)} \quad (74)$$

donde $\epsilon_r(T, f)$ es la constante dieléctrica del agua pura, la cual depende de la temperatura T y la frecuencia f . Esta función está dada en el apéndice A.

Las expresiones (71) y (72) son relativamente complicadas. Sin embargo, introduciendo las funciones de Bessel-Riccati:

$$\psi_n(\rho) = \rho j_n(\rho) \quad , \quad \zeta_n(\rho) = \rho h_n^{(1)}(\rho) \quad (75)$$

donde:

$$\begin{aligned} \zeta_n(\rho) &= \psi_n(\rho) - iX_n(\rho) \\ \text{con } X_n(\rho) &= -\rho y_n(\rho) \end{aligned} \quad (76)$$

con ψ una función real, mientras que ζ es compleja. Asumiendo además, que la permeabilidad de la partícula y del medio son iguales (como es el caso de una gota en la atmósfera, dado que no hay magnetización y por ende $\mu=1$) resultan las siguientes expresiones para los coeficientes del campo de scattering a_n, b_n (Bohren y Huffman, 1983):

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{m\psi_n(m\chi)\psi_n'(\chi) - \psi_n(\chi)\psi_n'(m\chi)}{m\psi_n(m\chi)\zeta_n'(\chi) - \zeta_n(\chi)\psi_n'(m\chi)} \\ b_n &= \frac{\psi_n(m\chi)\psi_n'(\chi) - m\psi_n(\chi)\psi_n'(m\chi)}{\psi_n(m\chi)\zeta_n'(\chi) - m\zeta_n(\chi)\psi_n'(m\chi)} \end{aligned} \quad (77)$$

Sin embargo, esta fórmula para los coeficientes se puede hacer más sencilla. Aden (1951), fue el primero en introducir la derivada logarítmica (D), que se muestra a continuación:

$$D_n(\rho) = \frac{d}{d\rho} \ln(\psi_n(\rho)) \quad (78)$$

De este modo se pueden reescribir las ecuaciones (77) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{[D_n(m\chi) / m + n / \chi] \psi_n(\chi) - \psi_{n-1}(\chi)}{[D_n(m\chi) / m + n / \chi] \zeta_n(\chi) - \zeta_{n-1}(\chi)} \\ b_n &= \frac{[mD_n(m\chi) + n / \chi] \psi_n(\chi) - \psi_{n-1}(\chi)}{[mD_n(m\chi) + n / \chi] \zeta_n(\chi) - \zeta_{n-1}(\chi)} \end{aligned} \quad (79)$$

donde se utilizaron las siguientes fórmulas de recurrencia:

$$\psi_n'(\chi) = \psi_{n-1}(\chi) - \frac{n\psi_n(\chi)}{\chi}, \quad \zeta_n'(\chi) = \zeta_{n-1}(\chi) - \frac{n\zeta_n(\chi)}{\chi} \quad (80)$$

en virtud de (58).

La relación de recurrencia (79) es la que se utiliza en la Sección II.2 para el cálculo del coeficiente de extinción de Mie.

I.4.2) Aproximación de Rayleigh

Utilizando las expresiones de las funciones esféricas de Bessel dadas por Antosiewicz (1964), se pueden obtener los comportamientos asintóticos para $\rho \ll 1$, a saber:

$$\begin{aligned} j_n(\rho) &\approx \frac{\rho^n}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n+1)} \\ y_n &\approx \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{\rho^{n+1}} \end{aligned} \quad (81)$$

Haciendo un desarrollo hasta orden 2 en ρ de las dos primeras funciones ψ y ζ (esta elección se debe a que tienen las menores potencias en ρ), resulta:

$$\begin{aligned} \psi_1(\rho) &\approx \frac{\rho^2}{3} - \frac{\rho^4}{30} \quad , \quad \zeta_1(\rho) \approx \frac{\rho^2}{3} - i \left(\frac{\rho}{2} + \frac{1}{\rho} \right) \\ \psi_2(\rho) &\approx \frac{\rho^3}{15} \quad , \quad \zeta_2(\rho) \approx -\frac{i3}{\rho^2} \end{aligned} \quad (82)$$

Reemplazando estas expresiones en (77) y reteniendo los términos de menor orden, se obtienen las siguientes resultados para los coeficientes $a_1, b_1; a_2, b_2$:

$$\begin{aligned} a_1 &\approx -\frac{i2\chi^3}{3} \left(\frac{m^2-1}{m^2+2} \right) \quad , \quad b_1 \approx -\frac{i\chi^5(m^2-1)}{45} \\ a_2 &\approx -\frac{i\chi^5(m^2-1)}{15(2m^2+3)} \quad , \quad b_2 \approx O(\chi^7) \end{aligned} \quad (83)$$

Se recuerda que la expresión para el parámetro de tamaño es $\chi = 2\pi rn/\lambda$, donde r es el radio de la gota, n el índice de refracción del medio que rodea a la gota. La condición $\rho \ll 1$ equivale a $m\chi \ll 1$, donde m es el índice de refracción de la gota relativo al medio que la rodea. El coeficiente b_2 se considera despreciable debido a que es del orden χ^7 . De esta manera el coeficiente dominante es a_1 ya que tiene la mínima potencia en χ .

Entonces en la región $m\chi \ll 1$ se obtienen, en primera aproximación, las siguientes expresiones para las eficiencias de extinción y scattering:

$$\begin{aligned}\xi_{ext} &= \frac{2}{\chi^2} (3 \operatorname{Re}(a_1 + b_1) + \dots) \approx \frac{2}{\chi^2} 3 \operatorname{Re} \left(-\frac{i2\chi^3}{3} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \right) \\ &\approx 4\chi \operatorname{Im} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \\ \xi_s &= \frac{2}{\chi^2} (3(|a_1|^2 + |b_1|^2) + \dots) \approx \frac{8}{3} \chi^4 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2\end{aligned}\tag{84}$$

Para obtener estos resultados se han utilizado las ecuaciones (24), (69) y (70).

Utilizando la ecuación (84) y (25) se puede deducir que la eficiencia de absorción en la región $m\chi \ll 1$ es igual a la de extinción, siendo:

$$\xi_a \approx \xi_{ext} \approx 4\chi \operatorname{Im} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)\tag{85}$$

Esta es la expresión para la eficiencia de extinción de Rayleigh.

Haciendo uso de (24) y como para una partícula esférica $G = \pi r^2$, se obtiene la siguiente expresión para la sección eficaz de scattering (Bohren y Huffman, 1983):

$$Q_a = \frac{8\pi^2 r^3}{\lambda} \operatorname{Im}(-K(f, T))\tag{86}$$

donde:

$$K(f, T) = \frac{1 - m^2(f, T)}{m^2(f, T) + 2}\tag{87}$$

con $m(f, T)$ dada por (74).

Esta expresión (86) se va a utilizar en la siguiente sección, en donde se calcula el coeficiente de extinción para un volumen de gotas, donde la aproximación de Rayleigh es válida.

I.4.3) Coeficiente de Extinción para un Volumen de Gotas

La presente sección está basada en el Capítulo 5, Secciones 10 y 11, del libro de Ulaby et al. (1981).

La nomenclatura y modelos de las nubes están definidas a partir de varios parámetros, entre los más significantes, se encuentran:

- Columna de agua líquida (CLW^4).
- Distribución de tamaños de las gotas.
- Composición principal (gotas de agua de nube, hielo o lluvia).
- Altura de la base y tope de la nube.

En este trabajo no se van a tener en cuenta los efectos producidos por la parte sólida de las nubes (hielo).

En un volumen arbitrario de partículas esféricas no necesariamente las partículas tienen el mismo radio, más bien hay una distribución de tamaños. Esta función distribución de tamaños $p(r)$ representa la cantidad de partículas de radio r por unidad de volumen e incremento de radio. La integral de esta función es la cantidad de partículas que hay en un volumen unitario (N):

$$N = \int_0^{\infty} p(r) dr \quad (88)$$

De esta manera el valor de una variable f en el volumen unidad f_{tot} es:

$$f_{tot} = \int_0^{\infty} f(r) p(r) dr \quad (89)$$

En el caso particular que f es la sección eficaz de extinción Q_{ext} , se obtiene:

$$K_{ext} = \int_0^{\infty} Q_{ext}(r) p(r) dr \quad (90)$$

donde K_{ext} es el coeficiente de extinción para la distribución $p(r)$; es la sección eficaz total de las partículas por unidad de volumen, sus unidades son inversa de longitud. Rescribiéndolo en términos del parámetro de tamaño χ , resulta:

$$K_{ext} = \frac{\lambda^3}{8\pi^2} \int_0^{\infty} \chi^2 \xi_{ext}(\chi) p(\chi) d\chi \quad (91)$$

donde ξ_{ext} es la eficiencia de extinción.

⁴ Definida por la ecuación (98).

De esta manera, para el cálculo del coeficiente de extinción es necesario la distribución de tamaños $p(r)$.

La distribución de tamaños más sencilla es la monodispersa (conjunto de partículas de un mismo radio). En este caso, dado que $p(r)$ es constante, el coeficiente de extinción resulta:

$$K_{ext} = \frac{\lambda^3}{8\pi^2} \chi^2 \xi_{ext}(\chi) N \quad (92)$$

La distribución de tamaños gamma modificada está dada por la siguiente expresión:

$$p(r) = ar^\alpha e^{-br^\gamma} \quad (93)$$

donde a, b, α, γ son constantes positivas y reales, con α entero. En el caso particular en que $\alpha=0$ y $\gamma=1$, se obtiene la distribución de Marshall y Palmer. Esta distribución se utiliza en la Sección II.2 para el cálculo del coeficiente de extinción de la lluvia.

En el caso que sea válida la aproximación de Rayleigh⁵ se puede emplear la expresión (86), que junto con (90), se obtiene:

$$K_a = \frac{6\pi}{\lambda} \text{Im}(-K) \int_0^\infty p(r) \frac{4\pi}{3} r^3 dr = \frac{6\pi}{\lambda} \text{Im}(-K) V_p \quad (94)$$

donde V_p es la fracción parcial de volumen, y está dada por:

$$V_p = \int_0^\infty \frac{4\pi}{3} r^3 p(r) dr \quad (95)$$

Multiplicando numerador y denominador de (94) por la densidad de agua pura, se obtiene:

$$K_{abs} = \frac{6\pi}{\lambda} \text{Im}(-K) \frac{\rho_L}{\rho_0} \quad (96)$$

con ρ_L la densidad de agua de gotas de nube, y ρ_0 la densidad del agua pura.

De esta manera, se obtiene que el coeficiente de absorción a lo largo de un camino dado $K_{a,T}$, es:

⁵ En particular esto vale para las gotas de agua de nube en las frecuencias de operación del sensor MWR, como se puede ver en la figura 23 de la sección II.2.

$$K_{a,T} = \frac{6\pi \operatorname{Im}(-K)}{\lambda\rho_0} \int_0^H \rho_L(h) dh \quad (97)$$

donde H es la longitud del camino recorrido. Cabe aclarar que $K_{a,T}$ no tiene unidades.

Se define la columna de agua líquida CLW , de la siguiente manera:

$$CLW = 10 \int_0^H \rho_L(h) dh \quad (98)$$

La ventaja de esta expresión es que si se trabaja en el sistema cgs, el factor 10 permite pasar de gr/cm^2 a mm . Es decir, el valor de CLW representaría la altura de la columna de agua, expresada en milímetros; si se condensara toda el agua de una columna con área unitaria. En vista de lo dicho anteriormente el coeficiente de absorción resulta:

$$K_{a,T} = \frac{0.6\pi \operatorname{Im}(-K)}{\lambda\rho_0} CLW = K_{ext,T} \quad (99)$$

Se recuerda que el parámetro $K=K(f,T)$ es función de la temperatura y la frecuencia dado por (87). Por consiguiente, el coeficiente de absorción total no depende de la distribución de tamaños, si no de la columna de agua líquida que tenga la nube.

Capítulo II: Metodología y Resultados

En este capítulo se presentan en forma conjunta los métodos utilizados para la elaboración de los programas y los resultados de los mismos, haciéndose más dinámico y comprensible para el lector.

Cabe mencionar que todos los programas realizados en este capítulo, han sido creados utilizando el lenguaje *IDL*. *IDL* (Interactive Data Language) es un lenguaje de programación realizado por la empresa estadounidense RSINC y utilizado especialmente en los campos de la astronomía y el procesamiento de imágenes médicas (Wikipedia, 2011). La extensión de los archivos ejecutables obtenidos a partir de este lenguaje es *.pro*.

II.1) Eficiencia de Extinción de Rayleigh para una Gota

Se creó un programa para calcular la eficiencia de extinción en la aproximación de Rayleigh, basado en el desarrollo teórico realizado en la Sección *I.4.2*. En la Figura 15 se muestra un grafico de la eficiencia de extinción para un índice de refracción perteneciente a la región de microondas, obtenido a partir de dicho programa.

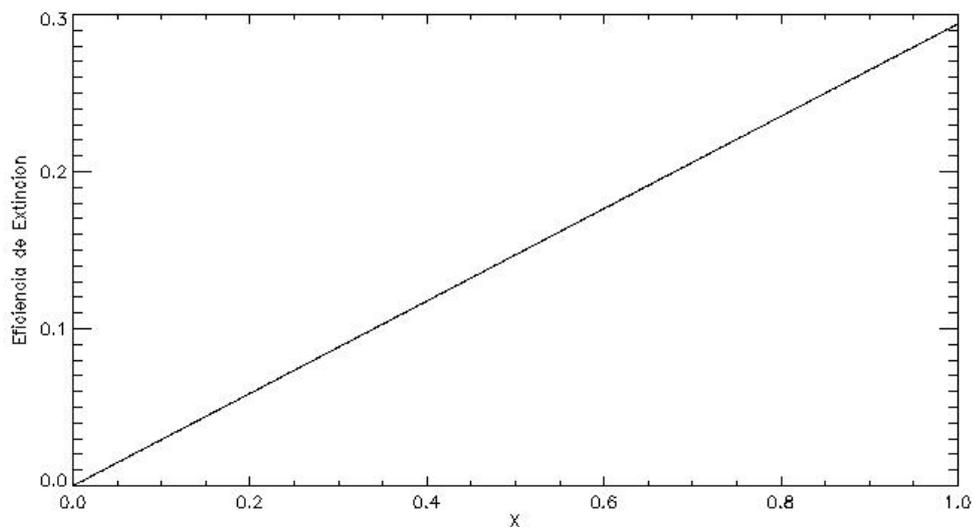


Figura 15: Eficiencia de extinción en función del parámetro de tamaño $\chi=kr$, para un índice de refracción $n=5-3j$.

Cabe aclarar que el coeficiente de extinción calculado por este programa tiene validez en la aproximación de Rayleigh ($\chi \ll 1$). Una condición que debe cumplir el desarrollo exacto del coeficiente de extinción de Mie es que para valores pequeños de $\chi \ll 1$ debe coincidir con el obtenido a partir de dicha aproximación.

II.2) Eficiencia de Extinción de Mie para una Gota

En el Sección I.4.1 se expuso el marco teórico para el cálculo del coeficiente de extinción para una gota, observándose que para calcular las secciones eficaces de scattering y extinción dadas por las ecuaciones (69) y (70) respectivamente, se precisaba resolver las ecuaciones (79) con la ayuda de la derivada logarítmica definida por (78). Esta definición de la derivada logarítmica no se debe tan solo a que las expresiones para los coeficientes a_n y b_n son más sencillas. Otra razón es que la derivada logarítmica satisface la siguiente relación de recurrencia

$$D_{n-1} = \frac{n}{\rho} - \frac{1}{D_n + n/\rho} \quad (100)$$

como consecuencia de las ecuaciones (57) y (58).

Kattar y Plass (1967) demostraron que la serie D_n es numéricamente estable con respecto a una relación de recurrencia descendente. Es decir, si e_n es el error cometido al calcular D_n , entonces el error al calcular D_{n-1} (e_{n-1}) es tal que:

$$|e_{n-1}| \ll |e_n|$$

De esta manera, estimando un valor para D_n , donde n es más grande que el número de términos necesarios para la convergencia de la eficiencia de scattering; se van a obtener mediante la relación de recurrencia descendente derivadas logarítmicas con mayor precisión. Es así, que D_n se calculó por una relación de recurrencia descendente, mientras que para las funciones esféricas de Bessel j_n e y_n se utilizó una relación de recurrencia ascendente.

Debido a que la serie (70) es convergente, se puede truncar después de un número de términos (*NSTOP*). Para esto, se va a utilizar la fórmula publicada por Wiscombe (1967), a saber:

$$NSTOP = N_INT\left(\chi + 4\chi^{\frac{1}{3}} + 2\right) \quad (101)$$

donde $N_INT(x)$ es la función que da el entero más cercano a x .

Se recuerda que la derivada logarítmica se calcula mediante una serie de recurrencia descendente; por lo tanto se necesita un valor inicial D_{NMX} junto con su correspondiente n (NMX), además de esto NMX tiene que ser más grande que $NSTOP$ y $|m\chi|$. Se escoge para NMX el valor tomado por Bohren y Huffman (1983), a saber:

$$NMX = N_INT(\max(NSTOP, |m\chi|) + 15) \quad (102)$$

donde la función $\max(x1, x2)$ da el máximo entre $x1$ y $x2$.

El valor elegido para D_{NMX} es cero:

$$D_{NMX} = 0 + i0 \quad (103)$$

Se realizaron pruebas con distintos valores de D_{NMX} , pero no se encontraron diferencias en los coeficientes de extinción.

Por último, para calcular los coeficientes a_n, b_n se deben determinar las funciones:

$$\begin{aligned} \psi_n &= \rho j_n \\ \zeta_n &= \psi_n - iX_n \end{aligned} \quad (104)$$

Además, ψ_n y ζ_n satisfacen la relación de recurrencia (57) con los siguientes valores iniciales:

$$\begin{aligned} \psi_{-1}(\chi) &= \cos(\chi), & \psi_0(\chi) &= \text{sen}(\chi) \\ X_{-1}(\chi) &= -\text{sen}(\chi), & X_0(\chi) &= \cos(\chi) \end{aligned} \quad (105)$$

En la Figura 16 se muestra la eficiencia de extinción en función de l/λ , para una partícula de radio $r=1\mu m$, calculados mediante el programa desarrollado en *IDL* usando las relaciones de recurrencia precedentes.

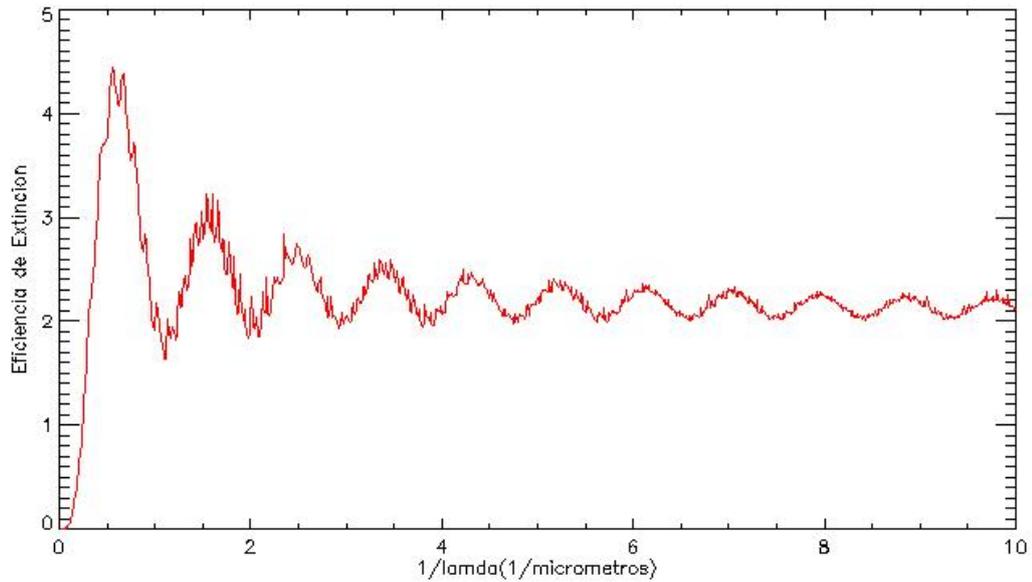


Figura 16: Eficiencia de extinción en función de la inversa de la longitud de onda, para una partícula de radio $1\mu\text{m}$.

Los resultados obtenidos por Bohren y Huffman (1983) se muestran en la Figura 17.

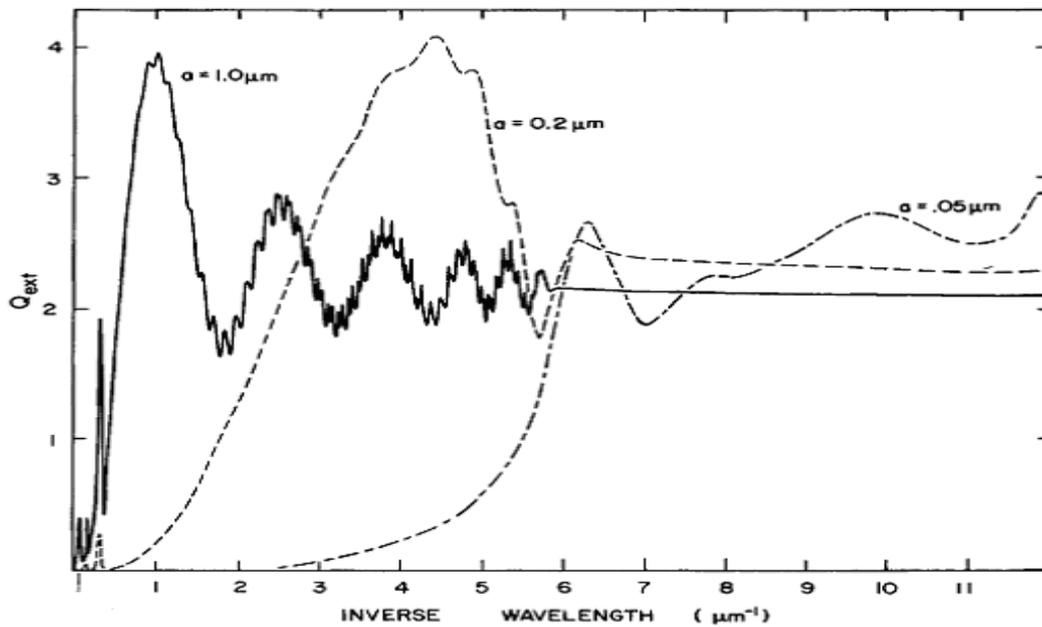


Figura 17: Eficiencia de extinción calculada por Bohren y Huffman para varios radios en función de la inversa de la longitud de onda.

Se puede observar que prácticamente la curva calculada por Bohren y Huffman para una partícula de radio $r=1\mu\text{m}$ es igual a la obtenida por dicho programa. Hay una diferencia de escala (pero no de forma) probablemente debida al índice de refracción, ya que el autor no especifica el valor utilizado para el mismo.

Para verificar los valores obtenidos a partir del programa, se compararon con los resultados obtenidos por Dierdmedjian (1969) para índices de refracción en la región óptica (Tabla 1):

Tabla 1: Comparación entre los resultados obtenidos por el programa realizado para el cálculo de la eficiencia de extinción y los obtenidos por Dierdmedjian

n_{real}	$n_{imaginario}$	χ	$\xi_{ext}(calculada)$	$\xi_{ext}(Dierdmedjian)$
1.212	-0.061	3	1.08408	1.08
1.315	-0.1370	6.5	2.71103	2.71

En las Figuras 18 y 19 se muestran la dependencia de la eficiencia de extinción con el parámetro χ para distintos índices de refracción pertenecientes a la región óptica. En el caso de la Figura 18 el índice de refracción es puramente real, con un valor de $m=1.29$. Mientras que en el caso de la Figura 19 el índice de refracción es complejo con un valor de $m=1.29 - 1.37j$.

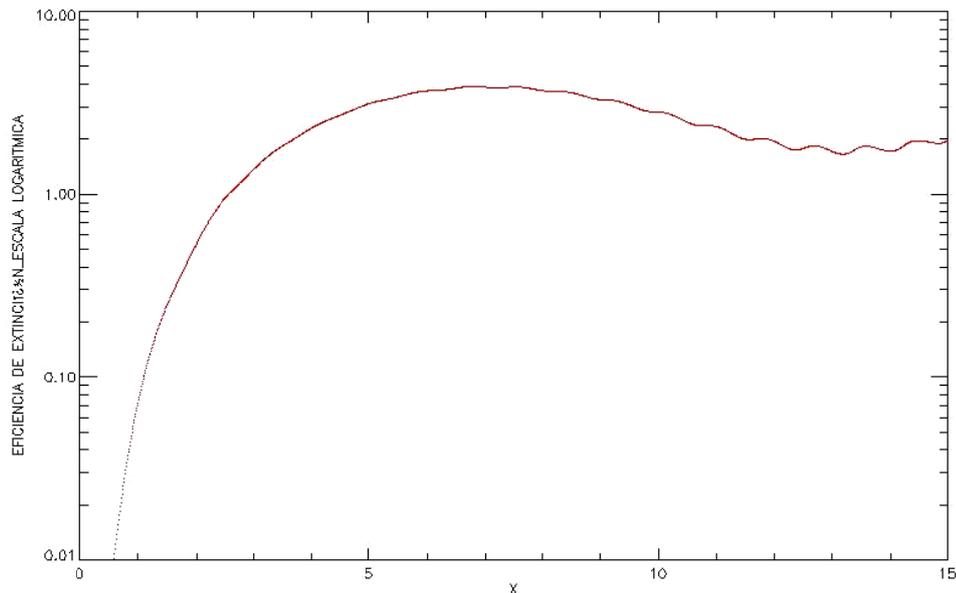


Figura 18: Eficiencia de extinción en escala logarítmica, en función de $\chi=kr$ calculado para un índice de refracción $m=1.29$.

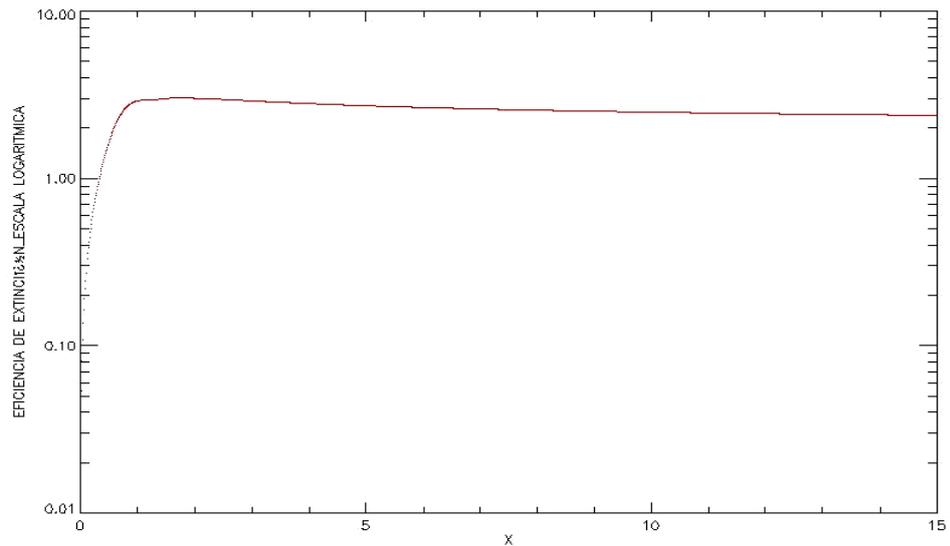


Figura 19: Eficacia de extinción en escala logarítmica, en función de $\chi=kr$ calculado para un índice de refracción $m=1.29 - j1.37$.

Los resultados obtenidos por Dierdmedjian (1969), se muestran en la Figura 20.

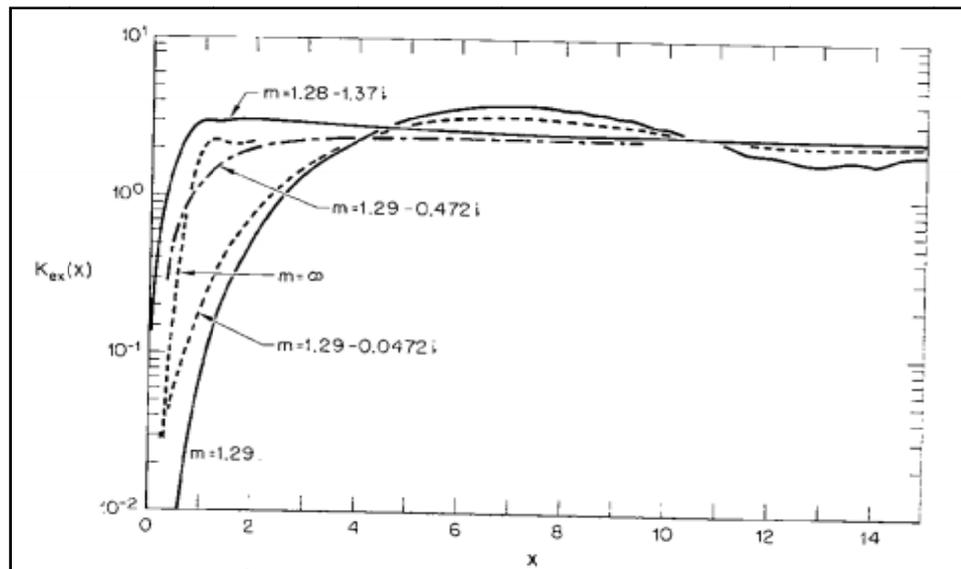


Figura 20: Eficacia de extinción en escala logarítmica, en función de $\chi=kr$ calculado para varios índices de refracción.

Como se puede apreciar, los resultados obtenidos a partir del programa se corresponden con los dados por Dierdmedjian (1969) para los índices de refracción $m=1.29$ y $m=1.29-j1.37$.

A continuación se van a graficar las eficiencias de extinción de Rayleigh y Mie (Fig. 21) con índices de refracción que pertenecen a la región de microondas.

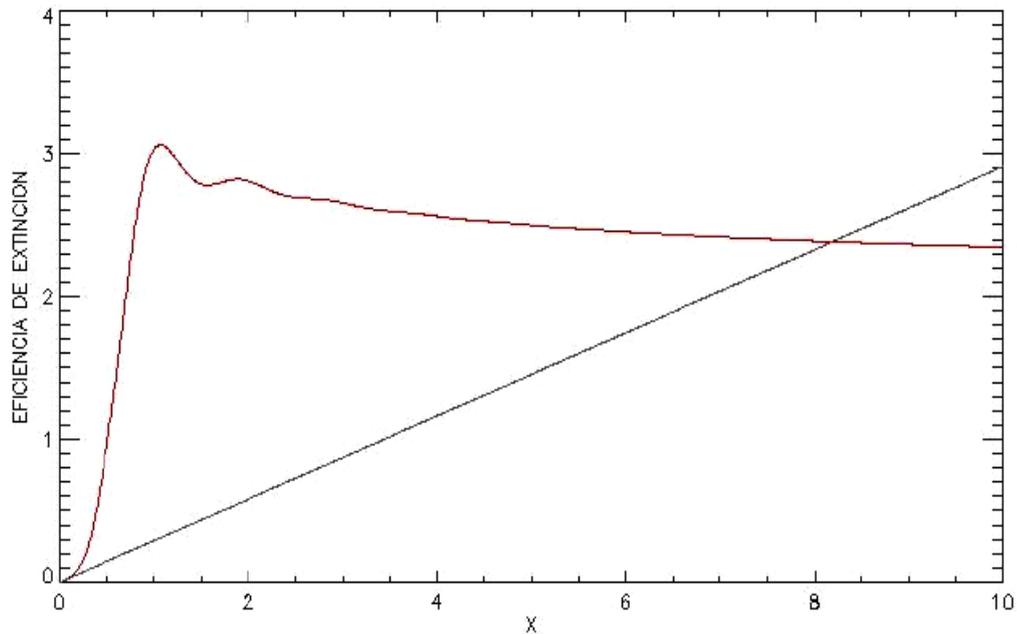


Figura 21: Eficiencia de extinción Rayleigh (gris) vs Mie (rojo) en función de χ , para un índice de refracción $n=5-3j$.

Se considera que el tamaño mínimo de una gota de lluvia es $100\mu m$ aprox. y puede llegar hasta los $6mm$ de diámetro (Blogodisea, 2010). De esta manera, el mínimo valor de χ para la lluvia (canal de $23.8GHz$) es $\chi=0.05$ aprox. En la Figura 22 se muestran las eficiencias de extinción de Rayleigh y Mie para la frecuencia de $23.8GHz$ con índice de refracción relativo $m=5-2.75j$ para estas escalas. Cabe aclarar que se tomo el máximo valor del índice de refracción, calculado a partir de la constante dieléctrica (apéndice A) en el intervalo de frecuencia que va desde los 17 a $37GHz$, y en el intervalo de temperatura que va desde 0 a $20^{\circ}C$, para obtener el máximo apartamiento entre Rayleigh y Mie. Como se puede observarse, el coeficiente de extinción de Mie coincide con el de Rayleigh para valores pequeños de χ , tal como se expreso en la sección anterior.

En la Figura 23 se muestra el error relativo cometido al usar la aproximación de Rayleigh para las frecuencias de 23.8 y $36.5GHz$ del radiómetro MWR e índice de refracción $m=5-2.75j$. En éste gráfico, se puede observar que para una gota de $60\mu m$ el error cometido es del orden del 6% . Debido a que los valores de los radios de las gotas en las nubes no precipitativas van desde $5\mu m$ a $60\mu m$ (Club del Mar, 2010) aproximadamente, el error cometido al utilizar la aproximación de Rayleigh es relativamente pequeño.

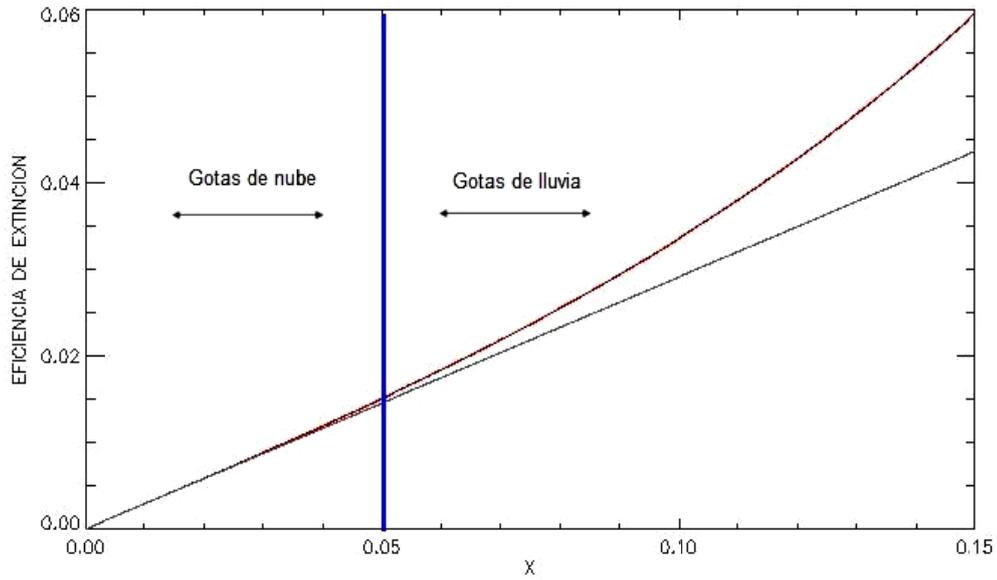


Figura 22: Eficiencia de extinción de Rayleigh (gris) vs Mie (rojo). $\chi=0.05$ es el parámetro de tamaño para una gota de radio $r=100\mu\text{m}$ en presencia de una onda electromagnética con frecuencia $f=23.8\text{GHz}$.

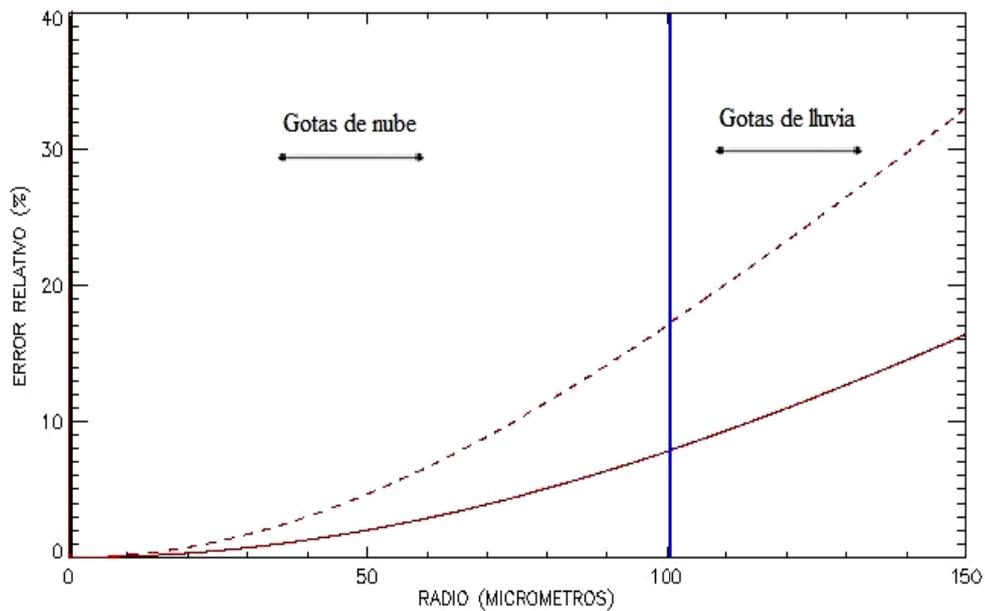


Figura 23: Error relativo máximo al usar la aproximación de Rayleigh para las frecuencias de 23.8GHz (línea continua) y 36.5GHz (línea a trazos).

Debido a lo expuesto anteriormente se puede deducir que la aproximación de Rayleigh resulta adecuada para las gotas de agua de nube, mientras que para las gotas de lluvia hay que utilizar el desarrollo de Mie para el cálculo del coeficiente de extinción.

II.3) Coeficiente de Extinción para Gotas de Agua de Nube

Como se observó en el apartado anterior, los radios de las gotas de nube son a lo máximo, $60\mu m$. Debido a esto, es válido utilizar la aproximación de Rayleigh. Además, en la Sección I.4.3 del marco teórico, se determinó que usando dicha aproximación el coeficiente de extinción (que en esta aproximación es igual al de absorción) solo depende de la columna de agua líquida (Ecuación (99)); y no de la forma en que esta se distribuye para los distintos tamaños de las gotas.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, se elaboró un programa que permite calcular el coeficiente de extinción para un volumen de gotas de nube en función de la columna de agua líquida CLW . A continuación, se muestra un gráfico (Fig. 24) obtenido a partir de dicho programa. En el mismo gráfico se muestra el coeficiente de absorción obtenido por Wentz y Meissner (2000).

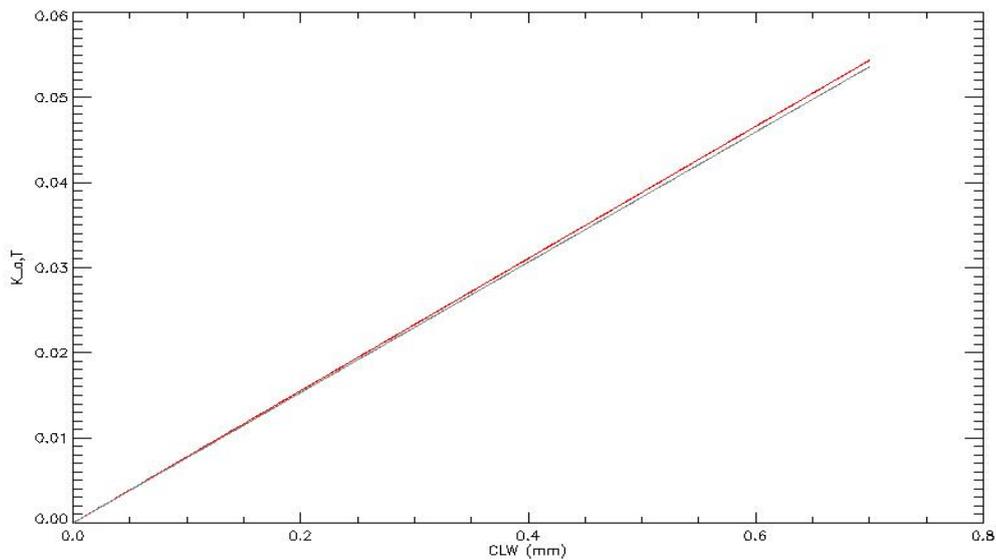


Figura 24: Coeficiente de absorción total $K_{a,T}$ en función de CLW para una temperatura de nube igual a $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ calculado por Wentz y Meissner (gris), y por el programa desarrollado (rojo).

Se puede apreciar que las curvas se solapan. También se observa este solapamiento para el canal de 36.5GHz .

En la Figura 25 se muestra un gráfico de los coeficientes de extinción obtenidos para las dos frecuencias de operación del sensor MWR (23.8 y 36.5GHz). Se puede observar que la absorción es mayor para la frecuencia de 36.5GHz .

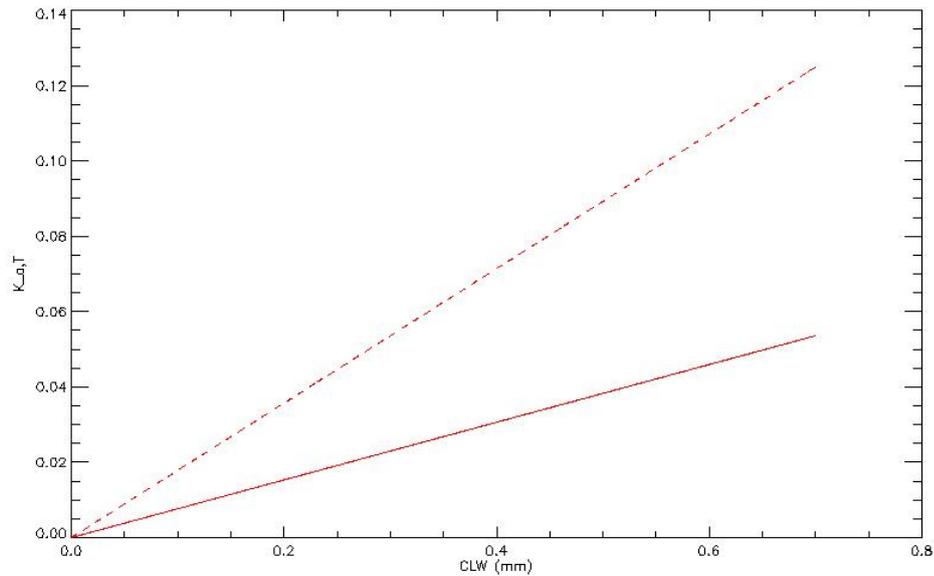


Figura 25: Coeficiente de absorción total $K_{a,T}$ en función de CLW , para las frecuencias de $23.8GHz$ (línea continua) y $36.5GHz$ (línea a trazos).

II.4) Coeficiente de Extinción para Gotas de Lluvia

Como se mencionó en la Sección II.2, el tamaño mínimo para una gota de lluvia es de $100\mu m$ aprox. En la Figura 23 se puede observar que el error cometido al usar la aproximación de Rayleigh para gotas de $100\mu m$ en la frecuencia de $36.5GHz$ es del 20% aprox. En este caso, la precisión de la aproximación es cuestionable, es por esto; que los cálculos de los coeficientes de extinción se harán a partir del desarrollo de Mie.

La distribución que se utilizará para resolver la integral es la de Marshall y Palmer; la cual está basada en las observaciones de Laws y Parsons (Pruppacher y Klett, 1997). La fórmula para esta distribución es:

$$p(D) = N_0 e^{-bD} \quad (106)$$

donde D es el diámetro efectivo de la gota, $N_0 = 8 \times 10^6 / m^4$ y $b = 4100 \times RR^{-0.21}$, RR es la tasa de lluvia expresada en mm/hr y las unidades de b son $1/m$. Vale mencionar que la aplicabilidad de dicha distribución está condicionada para tasas de lluvia menores a $20mm/hr$. Como se mencionó anteriormente a lo largo del trabajo se va a suponer que las gotas son esféricas, por lo tanto, $D = 2r$, donde r es el radio de la gota.

En la Figura 26, se muestra un gráfico de la distribución de tamaños para dos tasas de lluvia, a saber, 5 y 20mm/hr.

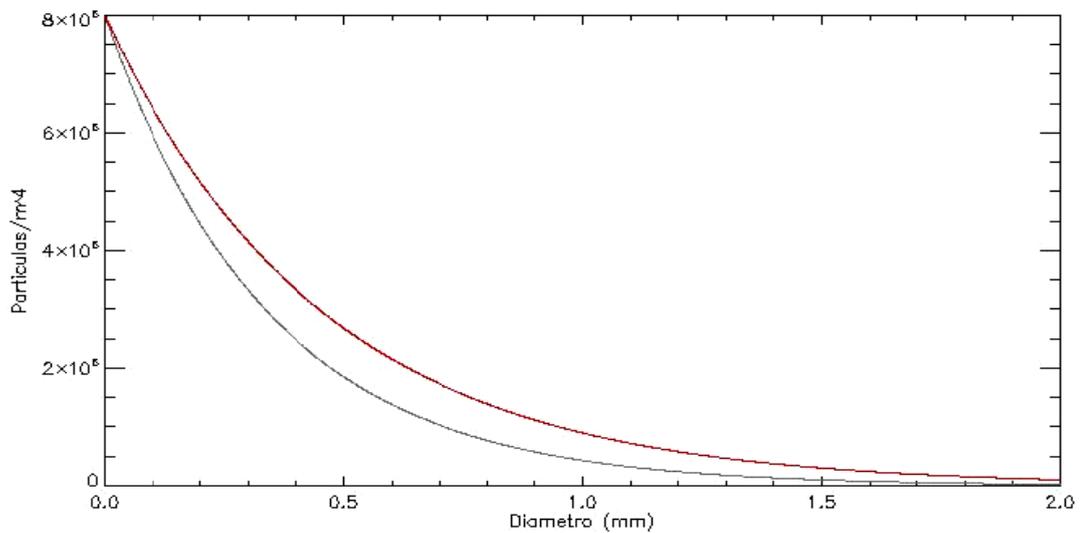


Figura 26: Distribución de Marshall y Palmer en función del diámetro de las gotas para las tasas de lluvia $RR=5\text{mm/hr}$ (gris) y $RR=20\text{mm/hr}$ (rojo).

Se puede apreciar que la función distribución es prácticamente nula para las gotas de 2mm de diámetro. Este valor se va a tomar como el máximo tamaño de las gotas a la hora de calcular la integral (91) del coeficiente de extinción.

Bajo las mencionadas suposiciones se creó un programa para el cálculo del coeficiente de extinción en función de la tasa de lluvia RR . En la Figura 27 se muestra un gráfico del coeficiente de extinción K_{ext} para las dos frecuencias y una temperatura de lluvia $T=10^{\circ}\text{C}$.

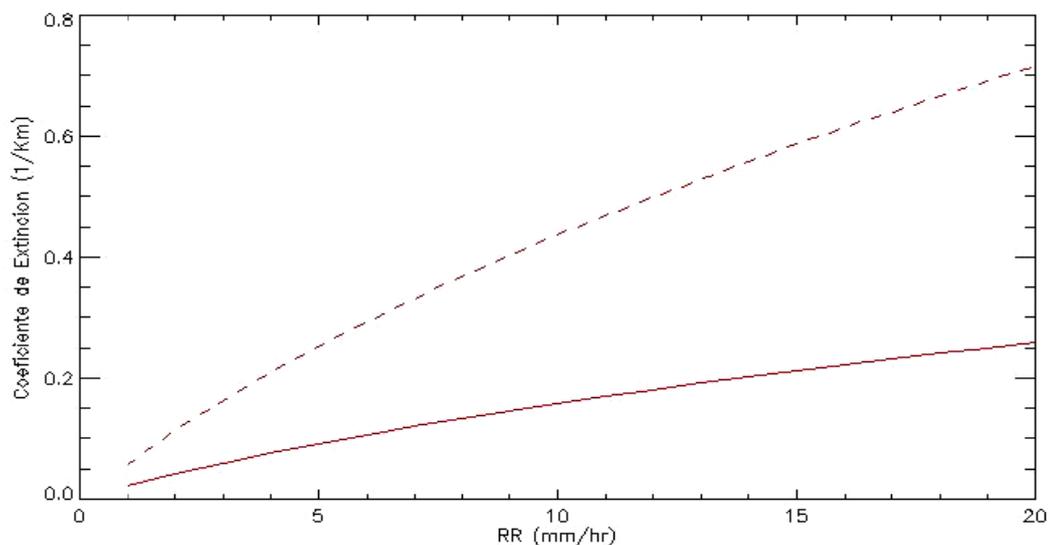


Figura 27: K_{ext} para las frecuencias de 23.8GHz (línea continua) y 36.5GHz (línea a trazos) en función RR .

En la Figura 28 se muestra el gráfico del coeficientes de extinción calculado por Wentz y Meissner (2000) bajo las mismas condiciones de la figura anterior ($T=10^{\circ}\text{C}$).

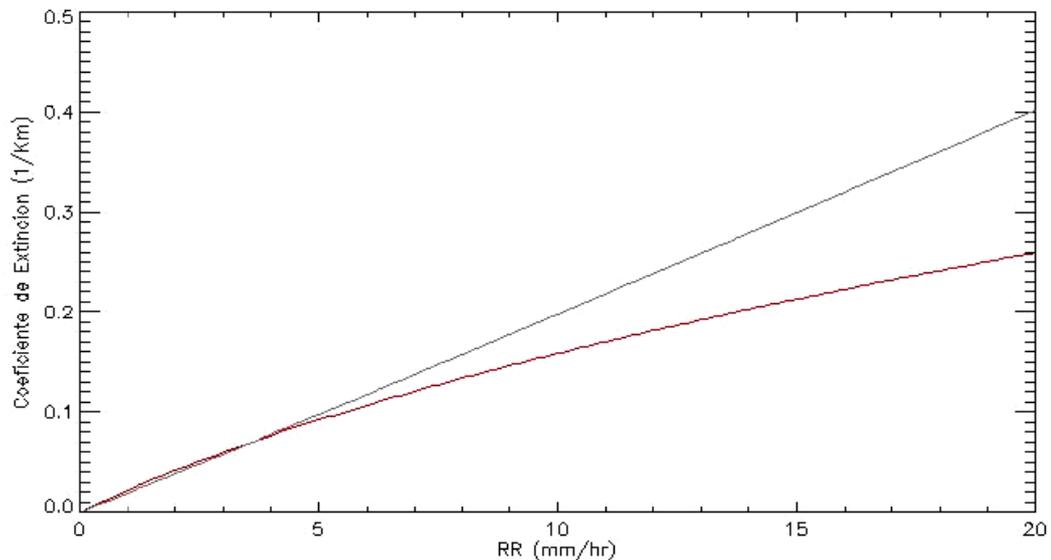


Figura 28: K_{ext} calculado por Wentz y Meissner (gris) y el calculado a partir del programa desarrollado (rojo) en función de RR , para 23.8GHz .

Observando esta figura, se podría pensar que alguno de los coeficientes de extinción está mal calculado. La respuesta correcta es que ninguno de los dos lo está. Lo que sucede es que el rango de aplicabilidad del coeficiente de extinción de Wentz y Meissner es para tasas de lluvia livianas, que según dicho autor, son las menores a los 2mm/hr (Wentz y Meissner, 2000). Este autor hace una regresión lineal (como se puede apreciar en la figura).

II.5) Integración del Modelo de Nubes Estratiformes al RTM

En esta sección, se van a integrar los módulos hechos para el coeficiente de extinción de las gotas de agua de nube y lluvia al programa *RTM* de estratos. Esta integración, se va a hacer suponiendo que la lluvia y las gotas de agua de nube se encuentran en forma de estratos, ocupando el ancho del píxel en forma de capas; tal como lo ilustra la Figura 29.

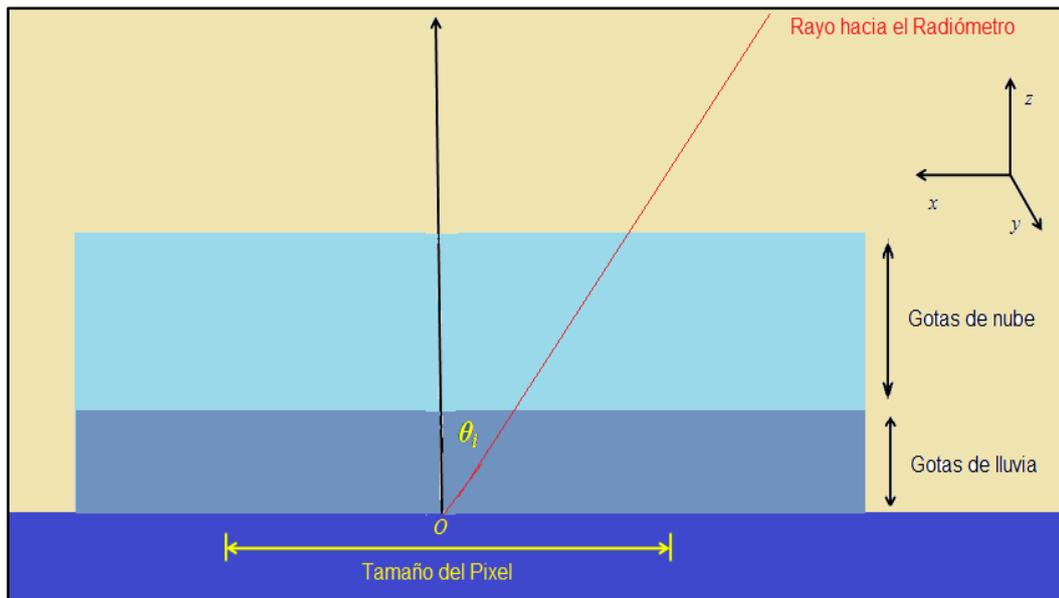


Figura 29: Configuración para el modelo *RTM* de estratos. Se observa que las regiones con lluvia y gotas de agua nube se encuentran a lo largo del píxel. θ_i es el ángulo de observación, *O* el origen.

El lenguaje en el que se encuentra programado *RTM* es *IDL*. Se recuerda que la extensión de los archivos ejecutables obtenidos a partir de *IDL* es *.pro*.

RTM cuenta básicamente con dos procesos: *EIAbegin1.0.pro* y *rtmonepixel.pro*.

EIAbegin1.0.pro se puede dividir en dos partes. La primera, en base a la altura total de la atmósfera H_{tot} , el número de capas N , la humedad relativa H_{rel} , temperatura superficial del mar *SST*, calcula los perfiles de temperatura, presión, densidad de vapor de agua, etc. En la segunda parte se llama a otro proceso para el cálculo de las temperaturas de brillo, el *rtmonepixel.pro*, cuyo funcionamiento se explica a continuación.

rtmonepixel.pro en base a los distintos perfiles elaborados en la primer parte de *EIAbegin1.0.pro*, calcula los coeficientes de extinción de los distintos componentes atmosféricos considerados en este modelo (oxígeno molecular O_2 , nitrógeno molecular N_2 y vapor de agua *WV*) para cada capa de la atmósfera. Posteriormente, calcula la extinción total en cada capa, multiplicando el coeficiente de extinción resultante de la suma de los distintos elementos mencionados anteriormente, por el rango R (Fig. 12, Sección I.3) de la capa. Cabe destacar que el rango depende del ángulo de observación. Seguidamente, en base a los coeficientes

de extinción total para cada capa, calcula las temperaturas de brillo atmosféricas ascendente T_{up} y descendente T_{down} , junto con la atenuación total de la atmósfera τ . Hecho esto, utilizando los valores de la velocidad del viento WS , salinidad del mar sal , temperatura superficial del mar SST , frecuencia f y ángulo de observación θ_{in} , se calculan los coeficientes de emisión de la superficie marina para la polarización vertical e_v y horizontal e_h . Por último, en base a las temperaturas de brillo atmosféricas (T_{up} y T_{down}), la temperatura de brillo cósmica (T_{cos}), al coeficiente de atenuación total de la atmósfera τ , los coeficientes de emisión de la superficie marina (e_v y e_h) y la temperatura superficial del mar SST , se calculan las componentes vertical Tb_v y horizontal Tb_h de las temperaturas de brillo medidas por el sensor.

II.5.1) Integración del Coeficiente de Extinción de Gotas de Agua de Nube al RTM

Para la integración se modificó el proceso *EIAbegin1.0.pro* explicado en la sección anterior. En este proceso se le agregó el perfil de columna de agua líquida CLW definido para cada capa, como así también la altura de la nube H_N . A continuación se modificó el proceso *rtmonepixel.pro* al cual se le agregó el módulo para el cálculo del coeficiente de extinción de las gotas de nube. Realizada dicha integración, se procedió a graficar la temperatura de brillo medida por el sensor en función de CLW . En las Figuras 30 y 31 se muestran las componentes vertical Tb_v y horizontal Tb_h respectivamente, de la temperatura de brillo medida por el sensor para las dos frecuencias. Los cálculos se realizaron para un modelo de atmósfera de $N=100$ capas, con: ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$ y altura de tope de nube $H_N=6km$. Cabe señalar que la base de la nube se encontraba al nivel del mar.

En la Figura 32 se muestra un gráfico de la columna de agua líquida (CLW) obtenida a partir de datos del sensor AMSU (Advanced Microwave Sounding Unit) a bordo del satélite NOAA-18 (NOAA Satellite and Information Service, 2011). Como se puede apreciar, el valor máximo para CLW es de $0.7mm$ aproximadamente, que se corresponde con una nube muy pesada (cumulonimbus). Un valor de $0.2mm$

corresponde a una nube levemente pesada, y a partir de este valor se encuentran las nubes pesadas.

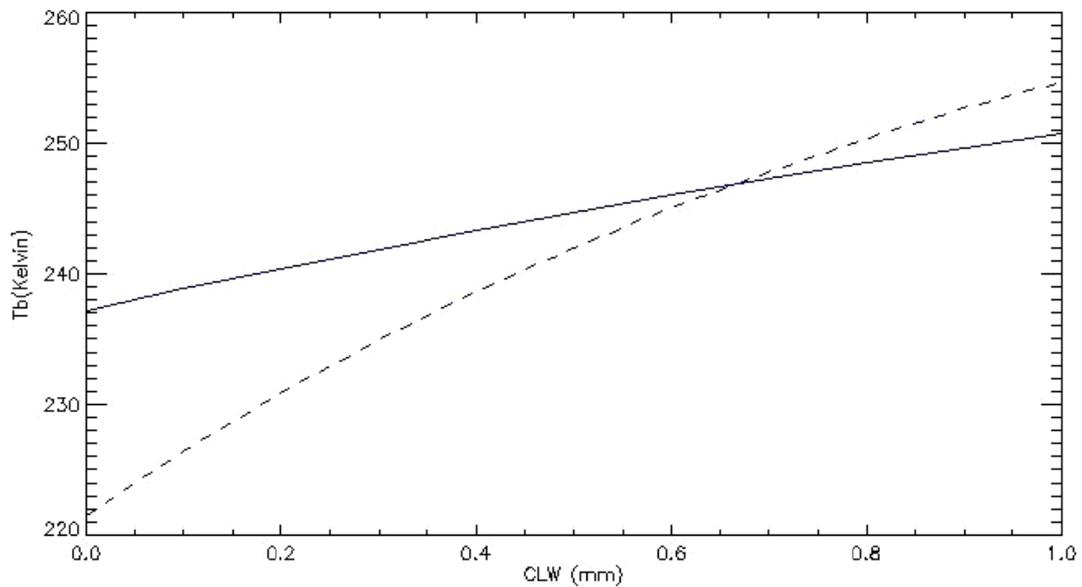


Figura 30: Tb_v en función CLW , calculada para la frecuencia $23.8GHz$ (línea continua) y $36.5GHz$ (línea a trazos).

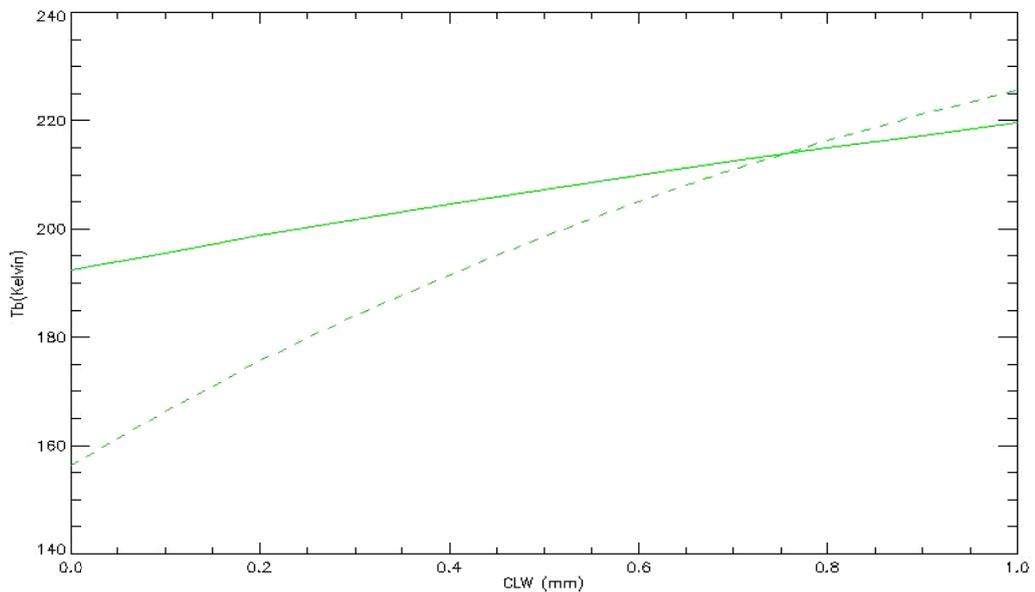


Figura 31: Tb_h en función de CLW , calculada para la frecuencia $23.8GHz$ (línea continua) y $36.5GHz$ (línea a trazos).

Se puede observar de las Figuras 30 y 31, que en ambas se produce un cruce entre las componentes vertical y horizontal para columnas de agua líquida alrededor de los $0.8mm$, que se corresponden con nubes muy pesadas (precipitativas). Esto se debe esencialmente a que para columnas de lluvia pequeñas la temperatura de brillo

del canal correspondiente a los 23.8GHz predomina frente a la correspondiente al canal de 36.5GHz . Esta predominancia se debe a que el vapor de agua tiene una línea de absorción en 22.35GHz . Pero como se puede deducir de la ecuación (99) la absorción de las gotas es mayor para la frecuencia de 36.5GHz , debido a que su longitud de onda es menor. De esta manera, llega el punto en que la absorción de las gotas de agua de nube le gana a la del vapor de agua.

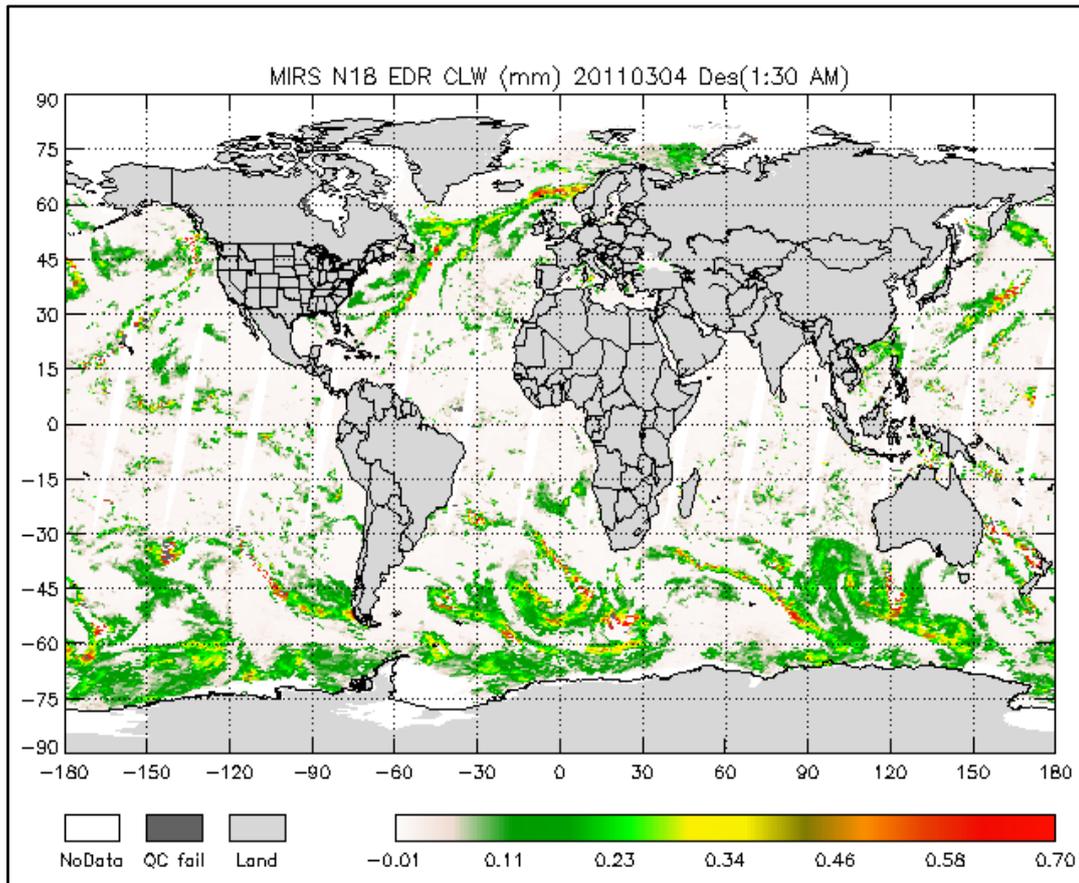


Figura 32: *CLW* obtenida a partir de datos del sensor AMSU a bordo del satélite NOAA-18.

A continuación, en las Figuras 33 y 34, se muestran los gráficos de las temperaturas de brillo ascendente T_{up} y descendente T_{down} respectivamente, para un modelo de atmósfera con 100 capas, donde: $\theta_{in}=55^\circ$, $SST=300\text{K}$, $WS=5\text{m/s}$, $Sal=35\text{ppt}$ y $H_{rel}=60\%$. Nuevamente se puede observar la predominancia de la absorción del vapor de agua a bajas *CLW* y de las gotas de agua de nube para altas *CLW*.

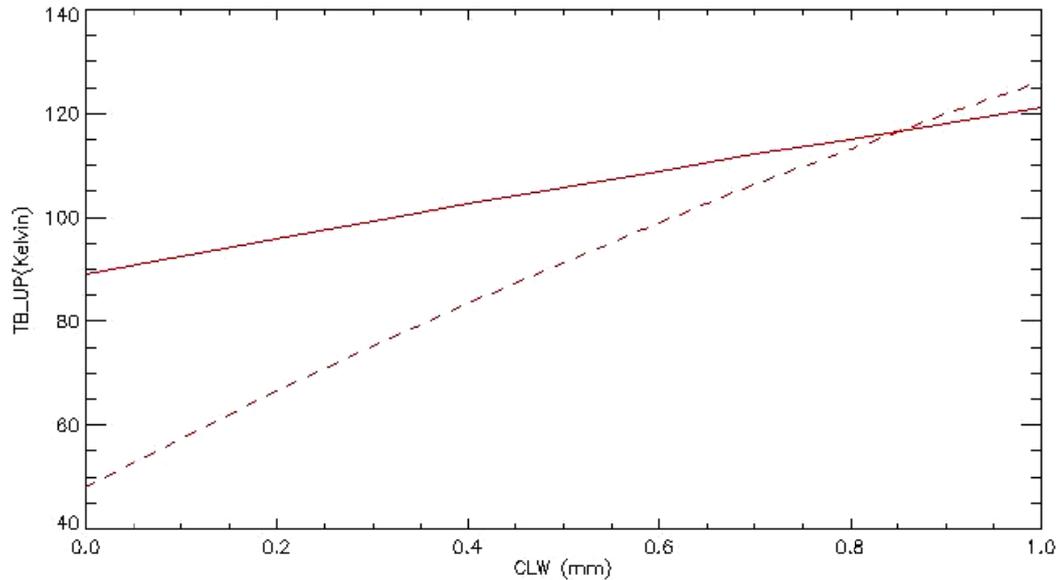


Figura 33: T_{up} calculada para 23.8GHz (línea continua) y 36.5 GHz (línea a trazos), en función de la columna de agua líquida (CLW).

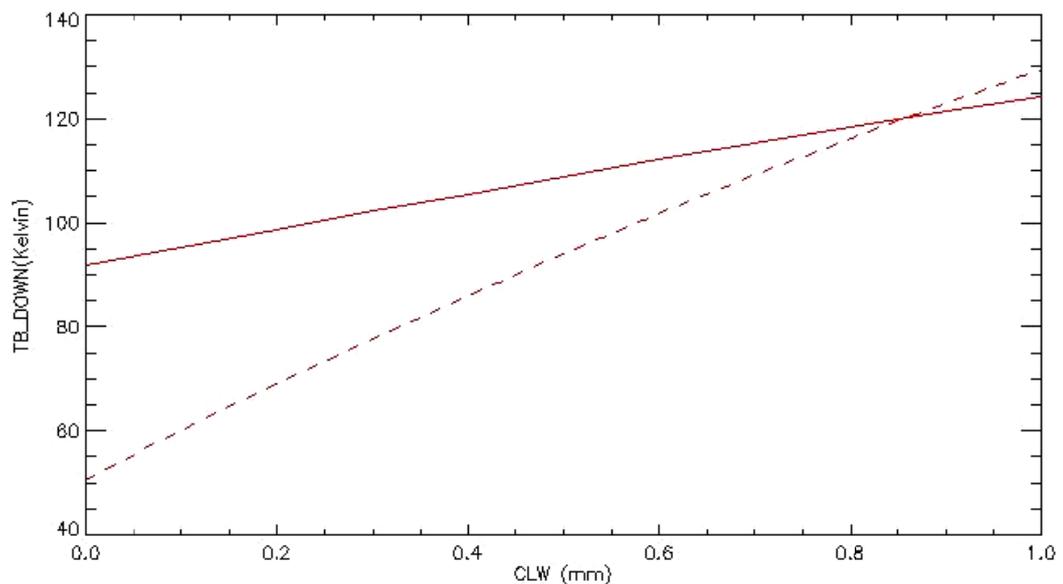


Figura 34: T_{down} calculada para 23.8GHz (línea continua) y 36.5 GHz (línea a trazos), en función de la columna de agua líquida (CLW).

En la Figura 35 se muestra el gráfico de las temperaturas de brillo atmosféricas (ascendente T_{up} y descendente T_{down}) en función de CLW para una misma frecuencia, calculadas bajo las mismas condiciones que las de las Figuras 33 y 34. En esta se puede observar que T_{down} es mayor que T_{up} . Esto es comprensible, debido a que al estar la nube más cerca de la superficie marina, la radiación que emite se atenúa menos que la ascendente, ya que esta tiene que atravesar prácticamente toda la atmósfera.

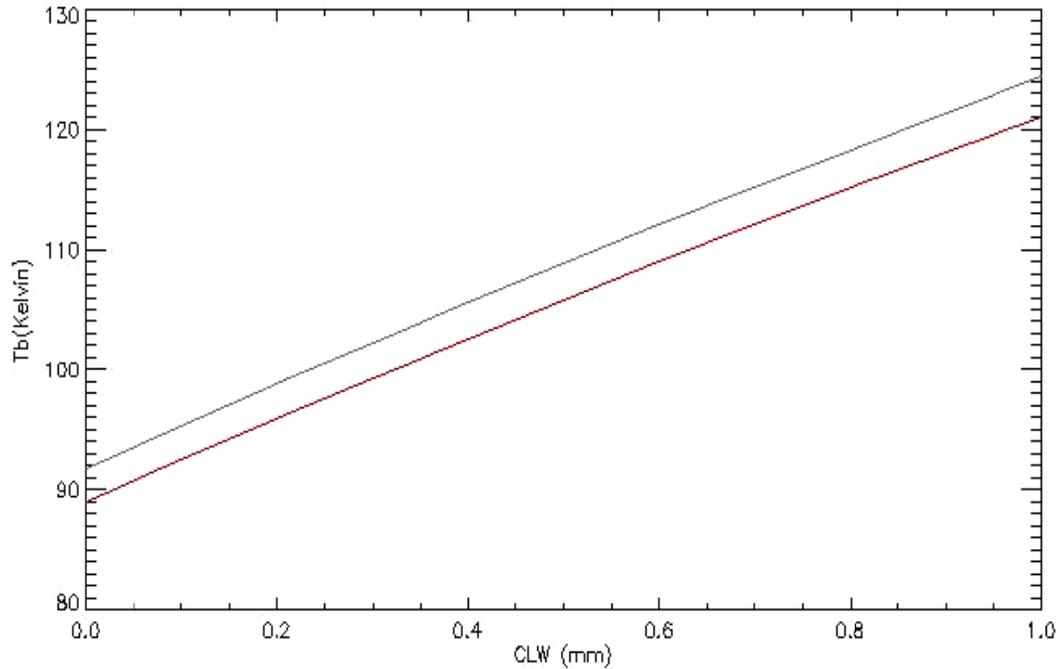


Figura 35: T_{down} (gris) y T_{up} (rojo) calculadas para $23.8GHz$ en función de CLW . En esta figura se puede observar que T_{down} es más grande que T_{up} .

II.5.2) Integración del Coeficiente de Extinción de Gotas de Lluvia al RTM

Al igual que en la sección anterior, se modificó el *EIAbegin1.0.pro* agregándole las variables tasa de lluvia RR y altura de la capa de lluvia H_{LL} . Seguidamente se modificó el proceso *rtmonepixel4.pro* al cual se le agregó el módulo para el cálculo del coeficiente de extinción de gotas de lluvia. Hecha dicha integración, se procedió a graficar las distintas temperaturas de brillo en función de la tasa de lluvia. A continuación, se muestran en las Figuras 36 y 37 las temperaturas de brillo para las frecuencias de 23.8 y $36.5GHz$ respectivamente, para un modelo con $N=100$ capas, donde: ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$ y altura de tope de lluvia $H_{LL}=1km$. Cabe señalar que la base de la lluvia se encontraba al nivel del mar.

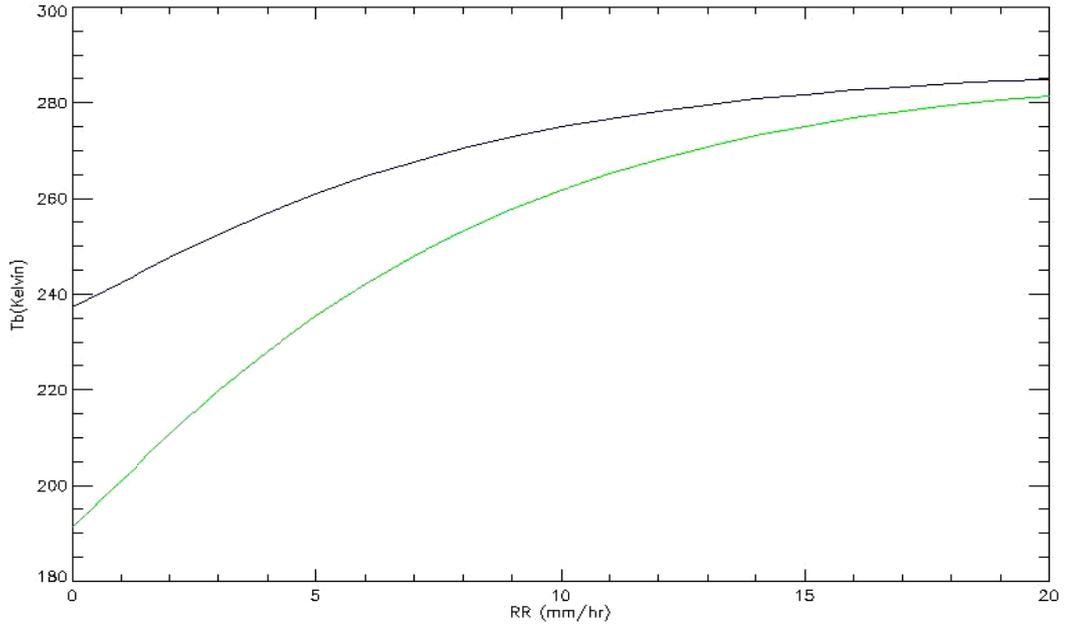


Figura 36: Tb_v (azul) y Tb_h (verde) en función de RR , calculada para la frecuencia $23.8GHz$.

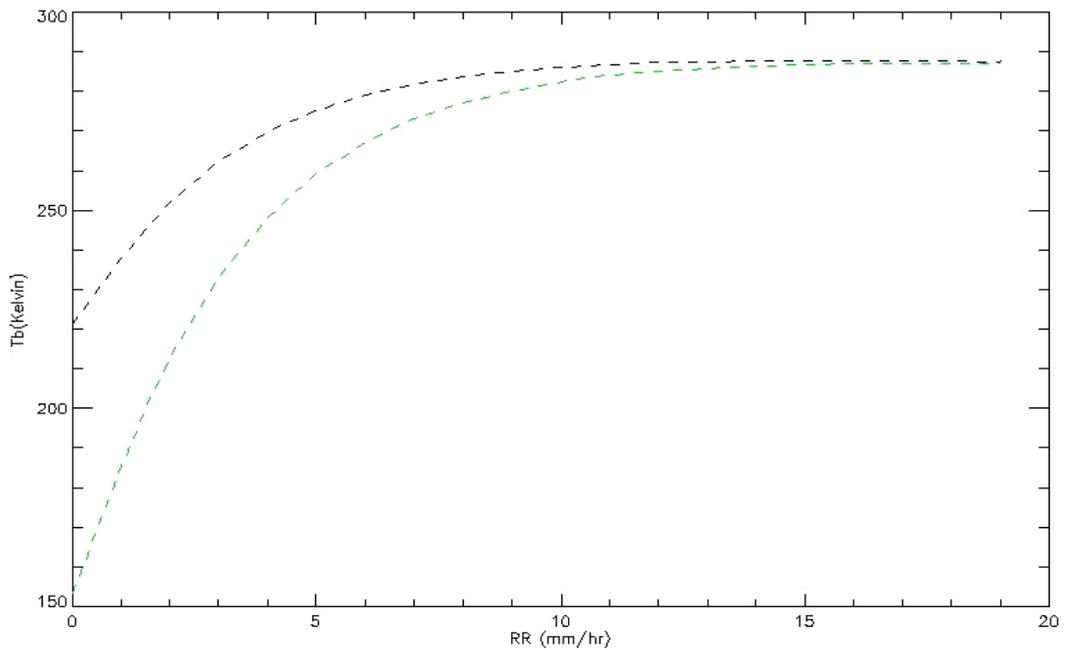


Figura 37: Tb_v (azul) y Tb_h (verde) en función de RR , calculada para la frecuencia $36.5GHz$.

Se puede observar en las anteriores figuras que en ambos casos la temperatura de brillo satura para tasas de lluvia grande, y esta lo hace más rápido para la frecuencia de $36.5GHz$. Que sature más rápido a esta frecuencia es entendible, debido a que su correspondiente longitud de onda es más pequeña; por lo tanto, el rango recorrido por la variable χ es más grande en la integral (91). La razón por la cual se llega a esta saturación es que el cuerpo (lluvia) se vuelve cada

vez más opaco, en el sentido que el camino óptico (α) es cada vez más grande al aumentar la tasa de lluvia. De esta manera su comportamiento tiende al de un cuerpo negro, y su temperatura de brillo tiende a la temperatura física, que en este caso sería una temperatura promedio de la lluvia en las capas que ocupa la misma.

Así también, se puede observar que se pierde la polarización al aumentar la tasa de lluvia. Esto es así porque al aumentar la misma, se incrementa la absorción de las gotas de lluvia, atenuando más la radiación polarizada emitida por la superficie marina. De esta manera, prácticamente, el sensor mide la radiación emitida por las gotitas de lluvia, la cual no está polarizada, debido a que las gotas son esféricas.

En la Figura 38 se muestra un gráfico en donde se compara la componente vertical de la temperatura de brillo Tb_v medida por el sensor para las dos frecuencias (23.8 y 36.5GHz). Los cálculos se hicieron para un modelo con $N=100$, $\theta_{in}=55^\circ$, $SST=300K$, $WS=5m/s$, $Sal=35ppt$, $H_{rel}=60\%$ y $H_{LL}=1km$. Cabe señalar que la base de la lluvia se encontraba al nivel del mar.

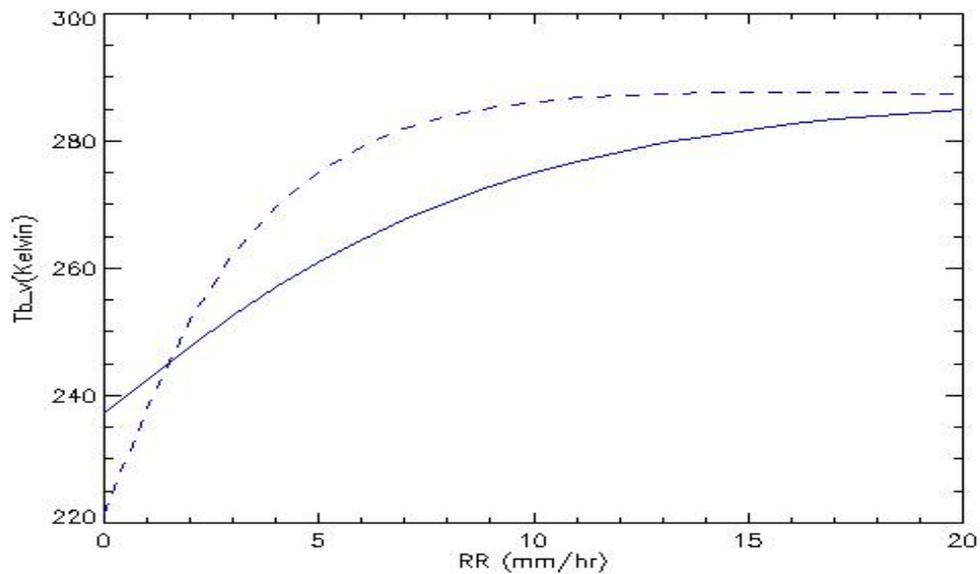


Figura 38: Tb_v para 23.8GHz (línea continua) y 36.5GHz (línea a trazos) en función de RR .

Como se puede observar de esta figura; para lluvias débiles ($RR \leq 2mm/hr$) se ve la predominancia de la temperatura de brillo del canal de 23.8GHz frente al de 36.5GHz. Esto se debe a la línea de absorción del vapor de agua presente en 22.35GHz (como se mencionó en la sección anterior), invirtiéndose esta relación para tasas $RR \geq 2mm/hr$. Además se puede ver que el mejor canal para determinar tasas de

lluvia en función de las temperaturas de brillo es el de $23.8GHz$, debido a que para este canal la curva Tb_v versus RR es más suave.

En la Figura 39, se muestra una gráfica de las temperaturas de brillo atmosféricas para la frecuencia de $23.8GHz$ en función de RR . Los cálculos se realizaron bajo las condiciones de la Figura 38.

Se puede observar que la temperatura de brillo descendente es mayor que la ascendente, por las mismas razones explicadas en la sección precedente.

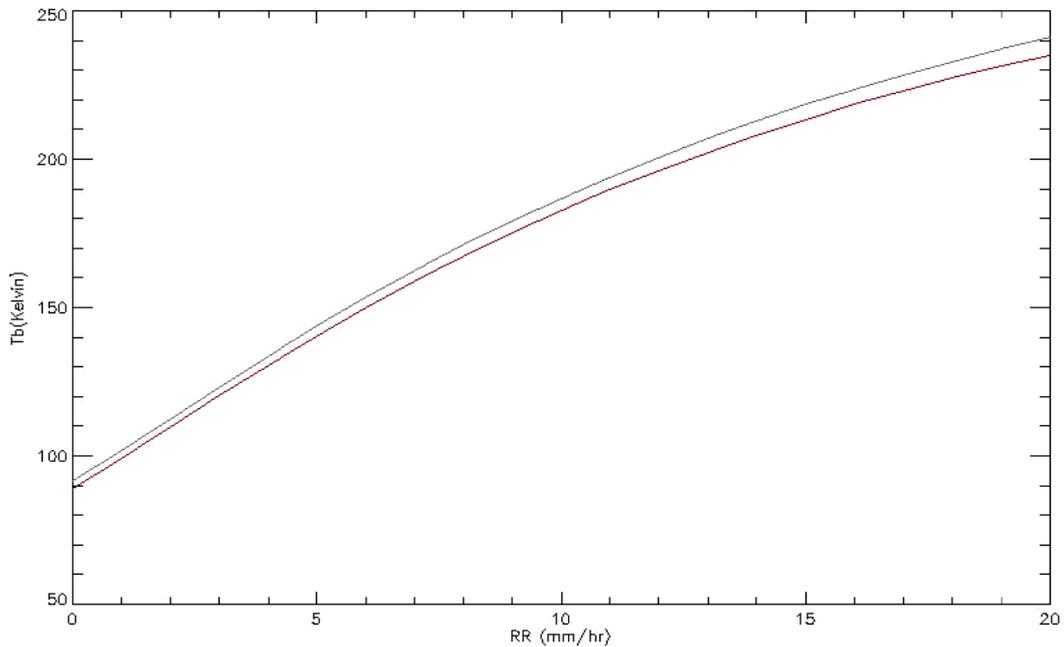


Figura 39: T_{up} (rojo) y T_{down} (gris) en función de RR , calculada para la frecuencia $23.8GHz$.

II.6) Modelo Geométrico de Nube

En la Sección II.5 se mencionó que la integración de los modelos desarrollados para las gotas de agua de nube y de lluvia al RTM se hizo bajo la suposición de que las mismas se distribuían en forma de estratos a lo largo del píxel. Ahora bien, el tamaño de un píxel para el sensor MWR es de $50km \times 50km$ aproximadamente; mientras que el tamaño medio de una nube es menor al mismo, y depende del tipo que se trate. Debido a esto, para procesar las escenas medidas por el radiómetro, se precisa hacer un tratamiento subpíxel. Cuando se dice tratamiento subpíxel, se hace referencia al estudio de configuraciones posibles dentro del píxel,

que a su vez, es el mínimo tamaño que puede discriminar el sensor. Para este fin, se realizó un modelo geométrico para las nubes. Este modelo consiste en representar a las nubes mediante cilindros. Se van a distinguir dos tipos de nubes, a saber: las nubes simples (no precipitativas) y las compuestas (precipitativas). Las nubes simples son aquellas que están formadas básicamente por gotas de agua de nube (radio no mayor a $60\mu m$). A diferencia de estas, las nubes compuestas son aquellas, que como su nombre lo indica, están compuestas por una región con gotas de lluvia y por otra con gotas de agua de nube.

La nube simple se va a representar geoméricamente mediante un cilindro, mientras que la nube compuesta se va a representar por dos cilindros concéntricos, uno con gotas de lluvia y el otro con gotas de agua de nube.

La metodología utilizada consistió, en primer lugar, en hacer un modelo de una nube simple. De esta forma se realizó el modelo para un rayo que partía de un punto arbitrario dentro del píxel. Luego, se realizó un grillado de la superficie, es decir, se dividió la superficie del píxel en diferenciales de área (en el presente trabajo son cuadrados cuya longitud lateral se denomina *longitud de grillado*); partiendo de cada diferencial un rayo; contribuyendo a la temperatura de brillo medida por el sensor. De esta manera se promediaron las temperaturas de brillo de cada rayo. Se siguió la misma metodología para el caso de la nube compuesta, primero se hizo el modelo de un rayo, y luego se hizo una integral sobre la superficie del píxel.

En este trabajo se va a ignorar el efecto de desviación de los rayos debido a la refracción. Esto se justifica con el hecho de que para un rayo que ingresa a una capa uniforme su ángulo de observación no cambia.

A continuación se van a explicar con más detalles el funcionamiento de los modelos de nube simple y compuesta.

II.6.1) Modelo Geométrico de Nube Simple

Los aspectos generales de la metodología utilizada para el desarrollo de los programas se mencionaron en la sección anterior.

En la Figura 41 se muestra una configuración posible para una medición del radiómetro en presencia de una nube cilíndrica de radio R_N , altura de base H_{NB} y altura tope de nube H_N . Se pueden distinguir tres casos posibles:

- El rayo parte de la sombra de la nube ingresando por un lateral de la misma ($R1$).
- El rayo parte de la sombra de la nube ingresando por la base de la misma, pudiendo salir por la tapa del cilindro ($R2$) o por el lateral del mismo ($R3$).
- El rayo parte fuera de la sombra de la nube ($R4$).

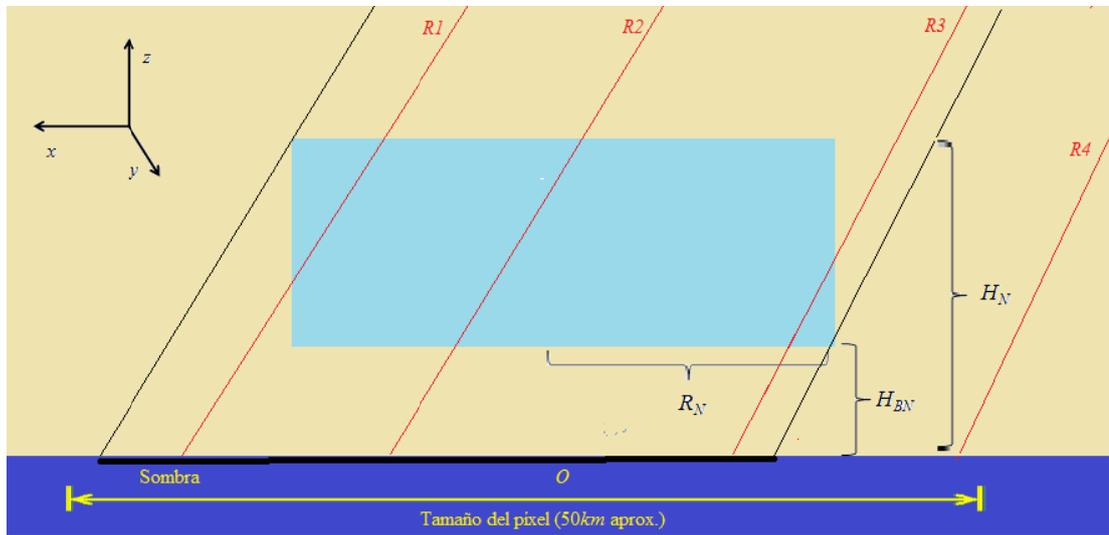


Figura 40: Configuración posible en una medición del radiómetro. Esta figura no está hecha a escalas.

Se parametrizó la recta que parte de un punto de la base con coordenadas $(XB, YB, 0)=r_B$ y termina en el radiómetro, con coordenadas $(-X0, 0, Z0)=r_{Sat}$, de la siguiente manera:

$$\vec{r}(t) = ([-X0, 0, Z0] - [XB, YB, 0])t + [XB, YB, 0] \quad (107)$$

donde el parámetro t varía entre cero y uno. El procedimiento a seguir depende de la región de la cual parte el rayo.

Para el caso b), se elaboró una función ($RAIZ_MENOR$) que encuentra y calcula el menor de los valores del parámetro t entre: el cuya correspondiente

coordenada z es igual a la del tope de la nube (T_H) y cuyo radio polar es igual al radio de la nube (T_R). De esta manera se tienen la coordenada z para la cual el rayo sale de la nube. La coordenada z de ingreso del rayo a la nube es la altura de la base.

Para el caso a), se utilizó la función elaborada en b), la cual calcula T_R . A partir de este valor se obtiene la altura a la cual ingresa el rayo a la nube. Debido a la extensión de la nube y a la posición del satélite ($[-942, 0, 660]km$), se puede ver que para este caso, el rayo sale por el tope de la nube, es decir, la coordenada z para la cual el rayo sale fuera de la nube es la altura de la misma H_N .

De esta manera se obtienen las alturas a las que el rayo ingresa z_{in} y sale z_{out} de la nube.

A continuación se procedió a definir el coeficiente de extinción de las gotas de agua de nube para cada una de las capas en que se dividió la atmósfera de la siguiente manera: en las regiones en que la altura de la capa estaba por debajo de la de ingreso del rayo a la nube, se definió como cero; al igual que para las capas cuya altura se encontraban por encima de la de salida del rayo. El coeficiente de extinción era distinto de cero solo cuando la altura de la capa se encontraba dentro del intervalo (z_{in}, z_{out}) . Para obtener el valor del coeficiente de extinción para estas capas, se evaluó la función dada por la ecuación (99) de la Sección I.4.3 en la temperatura T y columna de agua líquida CLW correspondiente a la capa en cuestión. Es así como se obtuvo el coeficiente de extinción para cada capa debido a las gotas de agua de nube para un rayo.

El otro módulo que se le modificó al RTM, es el correspondiente al cálculo del rango atravesado por un rayo. Esta modificación se debe a que el ángulo de observación varía con la posición dentro del píxel.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente se elaboró un programa que calcula entre otras variables las temperaturas de brillo medidas por el sensor, las emitidas por la atmósfera, el coeficiente de atenuación total de la atmósfera, los coeficientes de emisión del mar para ambas polarizaciones; para un rayo que parte de un punto arbitrario del píxel en el cual se encuentra una nube simple.

Posteriormente se dividió el píxel en diferenciales de área cuadrados, de los cuales partía un rayo que contribuía a las variables mencionadas en el párrafo

anterior. Dichas contribuciones se promediaron para obtener los valores de las variables mencionadas en el párrafo anterior.

En la Figura 42 se muestra un gráfico de la componente vertical de la temperatura de brillo en función de CLW para una nube cuya base se encuentra a nivel del mar $H_{BN}=0km$ (azul) y otra con base $H_{BN}=1km$ (gris), que se obtuvo a partir del programa creado. Los cálculos se realizaron para un modelo con numero de capas $N=100$, altura de tope del cilindro $H_N=5.38km$, radio del cilindro $R_N=10km$, ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad del mar $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$ y longitud de grillado= $700m$.

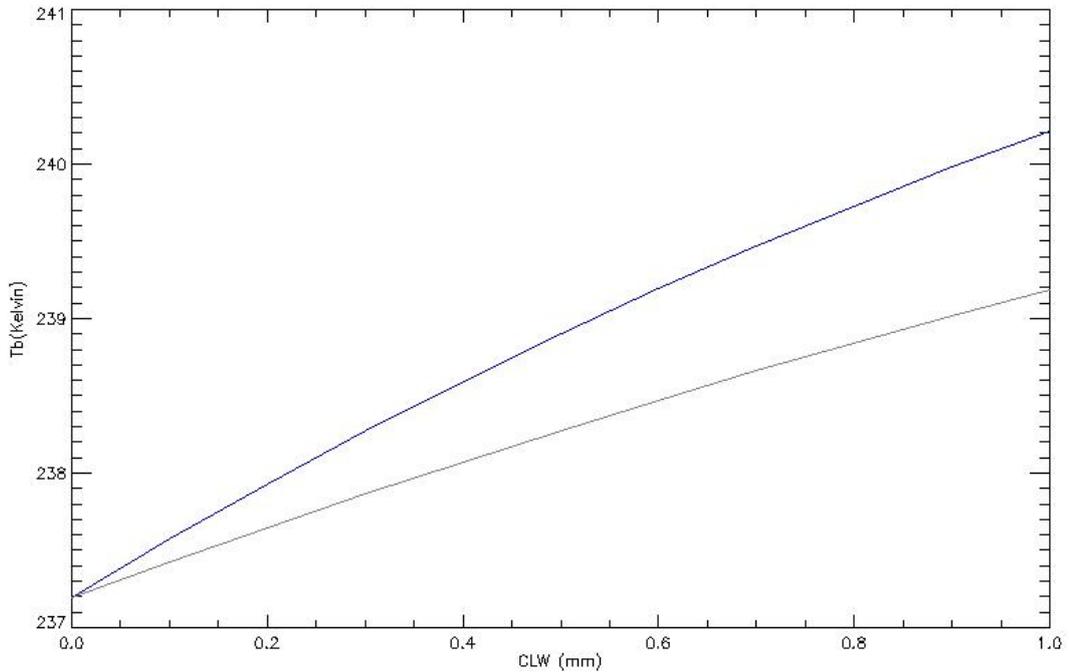


Figura 41: Tb_v para 23.8GHz en función de CLW , calculada a partir del modelo geométrico de nube simple con $H_{NB}=0km$ (azul) y $H_{NB}=1km$ (gris).

Se puede observar de esta figura la poca variabilidad de la temperatura de brillo con CLW (2K aprox.). Esto se debe esencialmente a que la superficie del píxel es mucho mayor que la de la nube, provocando que el promedio de la temperatura de brillo de los rayos que parten de la nube sea pequeño frente al de los rayos que no la interceptan.

A continuación se va a describir el procedimiento utilizado en el caso que dentro del píxel se encuentre una nube precipitativa.

II.6.2) Modelo Geométrico de Nube Compuesta

Como se mencionó en la Sección II.6 la nube compuesta tiene una región con lluvia, la cual se representa por medio de un cilindro de radio R_{LL} y altura H_{LL} que parte de la superficie marina, a este se le llamará cilindro menor. La otra región está compuesta por gotas de agua de nube, la cual se representa por medio de otro cilindro de radio R_N , altura de base H_{NB} y altura de tope H_N , al que se llamará cilindro mayor.

Al igual que en el capítulo anterior se abordará el modelo geométrico de una nube compuesta con el estudio de las posibles trayectorias de un rayo en particular. En la Figura 43 se muestran las distintas trayectorias posibles para un rayo. Básicamente hay cinco casos:

- a) El rayo parte desde la sombra de la nube ingresando al cilindro mayor por su lateral ($R1$) o por la base del mismo ($R2$).
- b) El rayo parte desde la sombra interceptando los dos cilindros en su trayecto ($R3$).
- c) El rayo parte desde el cilindro menor saliendo por su tapa ($R4$) o por su lateral ($R5$).
- d) El rayo parte desde la sombra de la nube con coordenada “x” negativa, saliendo por la tapa de la nube mayor ($R6$) o por el lateral de la misma ($R7$).
- e) El rayo no intercepta la nube compuesta.

De manera similar al caso de la nube simple, se parametrizó el rayo que parte desde un punto arbitrario del píxel (r_B) y llega al radiómetro (r_{sat}) tal como lo establece la ecuación (107).

Para el caso c) se utilizó la función $RAIZ_MENOR$ ya explicada en la sección anterior para encontrar el valor de la coordenada z del rayo al salir de la nube menor (z_{out1}). Si z_{out1} era mayor que H_{NB} , entonces a partir de z_{out1} hasta la altura del cilindro mayor H_N se estaba en presencia de gotas de agua de nube, en caso contrario ($z_{out1} < H_{NB}$) se debía considerar que se tenía gotas de agua de nube desde la altura de la base de la nube mayor H_{NB} . Debido a la posición del satélite y al tamaño de las nubes, el rayo sale por la tapa de la nube mayor ($z=H_N$). Como consecuencia de lo expresado

se tiene lluvia en el intervalo $(0, z_{outl})$ de z , y agua de nube en (z_M, H_N) ; donde z_M es la mayor coordenada z entre z_{outl} y H_N .

El caso b) es especial ya que el rayo atraviesa el cilindro mayor dos veces. Se calculó el valor del parámetro t para el cual el rayo toca a la nube menor (T_{RI}) y su correspondiente coordenada z (z_{outl}). Se observa, que debido a la configuración de la escena (dimensiones de la nube y posición del satélite), el rayo sale del cilindro menor por la tapa del mismo ($z=H_{LL}$). A partir de esta altura el rayo ingresa al cilindro mayor saliendo por la tapa del mismo ($z=H_N$), debido a la anterior observación. Por consiguiente, en el intervalo de z $(0, z_{outl}) \cup (H_{LL}, H_N)$ hay gotas de agua de nube, mientras que en (z_{outl}, H_{LL}) hay gotas de lluvia.

El caso a) es el mismo que el a) de la sección anterior.

El caso d) es igual al b) de la sección anterior.

Así se obtienen (para un rayo) los intervalos de la coordenada z donde hay gotas de agua de nube o lluvia.

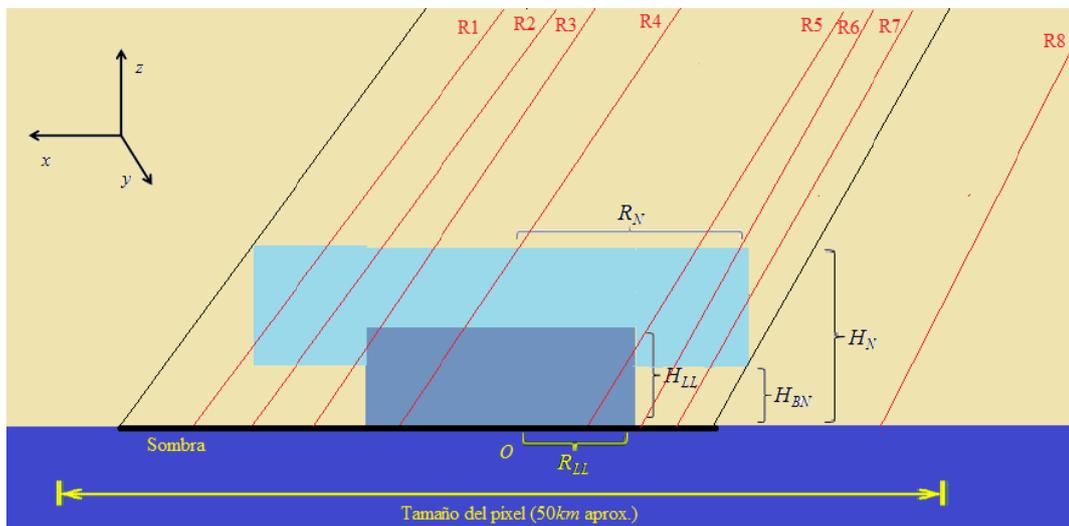


Figura 42: Configuración posible en una medición del radiómetro en presencia de una nube compuesta. O es el origen del sistema de coordenadas. El presente dibujo no está hecho a escalas.

Una vez determinados dichos intervalos, se procedió a definir el coeficiente de extinción para cada capa como se explicó en la sección anterior. En la capa donde había lluvia, se utilizó el programa creado en la Sección II.4 que calcula el coeficiente de extinción de una distribución de gotas en función de la temperatura y tasa de lluvia.

De aquí en más, el procedimiento seguido fue el mismo que en la sección anterior. Se tuvo en cuenta la variación del ángulo de observación con la posición dentro del píxel. Así se obtuvo el RTM para un rayo. Luego se dividió el píxel en diferenciales de área; calculándose la integral, obteniendo los promedios de: temperaturas de brillo medidas por el radiómetro y emitidas por la atmósfera, el coeficiente de transmisión de la atmósfera, los coeficientes de emisión de la superficie marina.

El programa creado generaba dos archivos. Uno mostraba las entradas del programa y el otro las salidas. A continuación, en las Figuras 44 (entradas) y 45 (salidas) se muestran dichos archivos generados en una corrida particular.

En la Figura 46 se muestra el gráfico de la componente vertical de la temperatura de brillo medida por el sensor Tb_v en función de la tasa de lluvia RR , para una nube cuyo cilindro menor parte desde la superficie marina $H_{NB}=0km$ (azul) y otra cuya altura de base es $H_{NB}=1km$ (gris). Las condiciones bajo las cuales se realizaron los cálculos son: número de capas $N=100$, ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$, altura de tope de la nube mayor $H_N=5.38km$, radio de la nube mayor $R_N=10km$, densidad de agua de nube $\rho_L=5 \times 10^{-8} gr/cm^3$ (ρ_L está relacionada con CLW por (98)), altura de tope de la nube menor $H_{LL}=2.31km$, radio de la nube menor $R_{LL}=3km$.

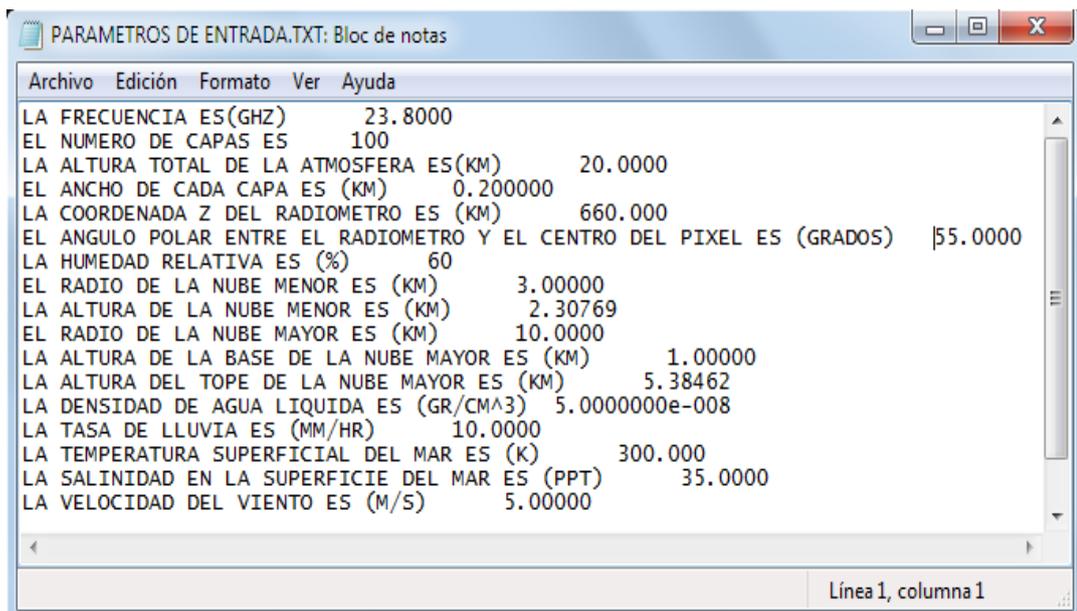


Figura 43: Archivo con los parámetros de entrada de una corrida particular del RTM con el modelo de nube compuesta incluido.

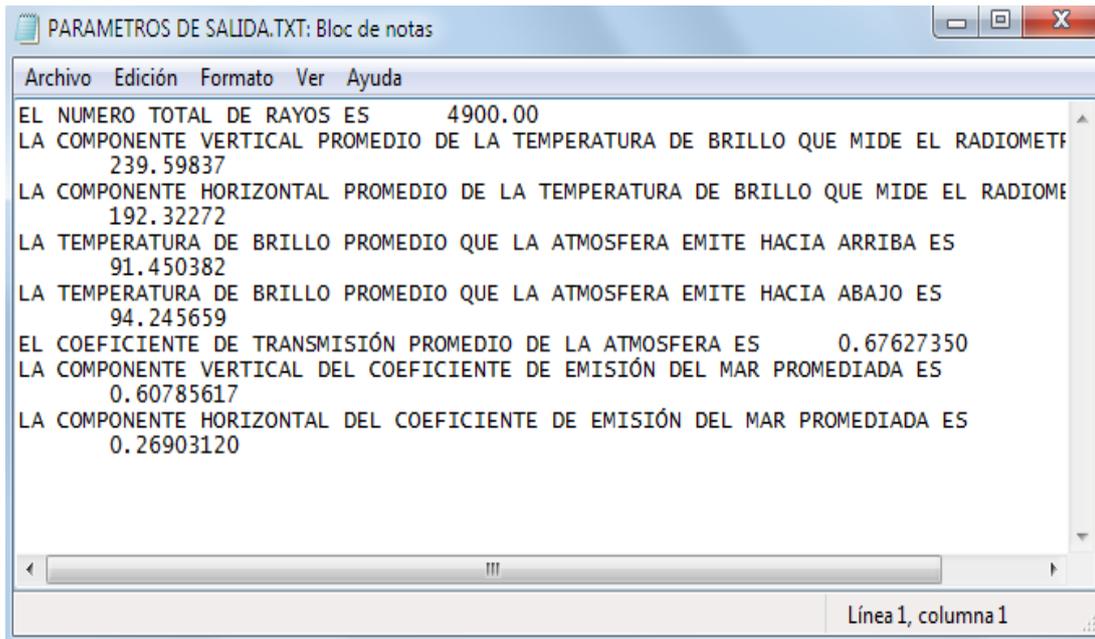


Figura 44: Archivo con los parámetros de salida de una corrida particular del RTM con el modelo de nube compuesta incluido.

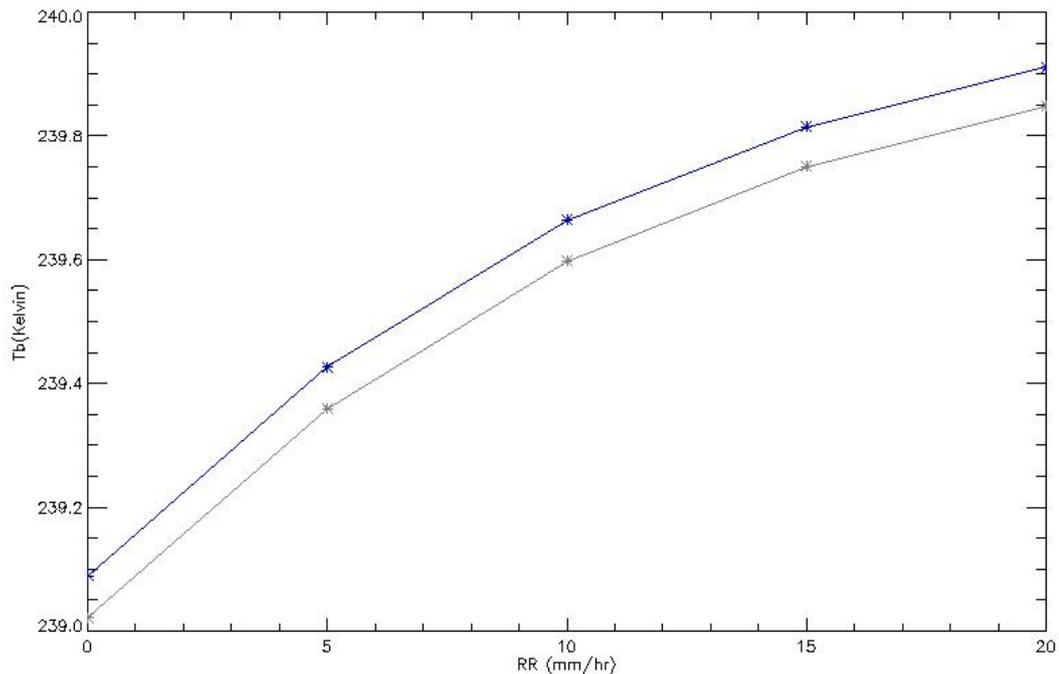


Figura 45: Tb_v en función de RR para la frecuencia de $23.8GHz$, calculada a partir del modelo geométrico de nube compuesta con $H_{NB}=0km$ (azul) y $H_{NB}=1km$ (gris).

Se puede observar en este gráfico (Fig. 46) que la variación de la componente vertical de la temperatura de brillo en el intervalo $[0,20]mm/hr$ es de $1K$ aprox., y que la diferencia entre considerar que la nube mayor parte desde la superficie marina o $1km$ por encima de esta, es despreciable ($0.1K$ aprox.). Esta pequeña variación de

la componente vertical ($1K$ aprox.) también se observa para la componente horizontal, y se debe esencialmente al promedio de la contribución de los rayos que parten del píxel y no tocan la nube. En la Sección II.6.6 se discute este problema más en detalle.

II.6.3) Estudio de la Sensibilidad de los Modelos Geométricos con la Variación del Tamaño del Grillado

Como se mencionó en la Sección II.6, se denomina longitud de grillado a la longitud lateral de los cuadrados en que se divide el píxel (diferenciales de área) para calcular la integral. En esta sección se va a analizar la variación de las temperaturas de brillo medidas por el sensor al cambiar la longitud del grillado. Para esto solo se va a analizar el caso de la nube compuesta, debido a que la columna de lluvia, por su tamaño, es más sensible a la variación del grillado. También se va a suponer que la nube mayor parte de la superficie marina ($H_{NB}=0km$); puesto que la diferencia entre las temperaturas de brillo al considerar que la nube parte desde la superficie marina o a un kilómetro por encima de ella, es despreciable ($1K$) como se observo en la sección anterior.

En la Figuras 47 y 48 se muestran las componentes vertical y horizontal respectivamente de las temperaturas de brillo medidas por el sensor en función de la longitud del grillado. Los cálculos se realizaron bajo las siguientes condiciones: número de capas $N=100$, ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$, altura de tope del cilindro mayor $H_N=5.38km$, radio del cilindro mayor $R_N=10km$, densidad de agua de nube $\rho_L=5 \times 10^{-8} gr/cm^3$ (ρ_L está relacionada con CLW por (98)), altura de tope del cilindro menor $H_{LL}=2.31km$, radio del cilindro menor $R_{LL}=3km$ y tasa de lluvia $RR=8mm/hr$.

Como se puede observar de las Figuras 47 y 48 para una longitud de grillado de $700m$ la variación en la componente vertical de la temperatura de brillo es $0.03K$ aprox., mientras que la variación en la componente horizontal es $0.1K$ aprox. Debido a que el error propio de diseño del sensor MWR es $1K$ aprox., se determinó que este valor de longitud de grillado ($700m$) es un valor óptimo, debido a

que produce errores aceptables considerando los errores propios del instrumento, disminuyendo el tiempo de ejecución del programa creado.

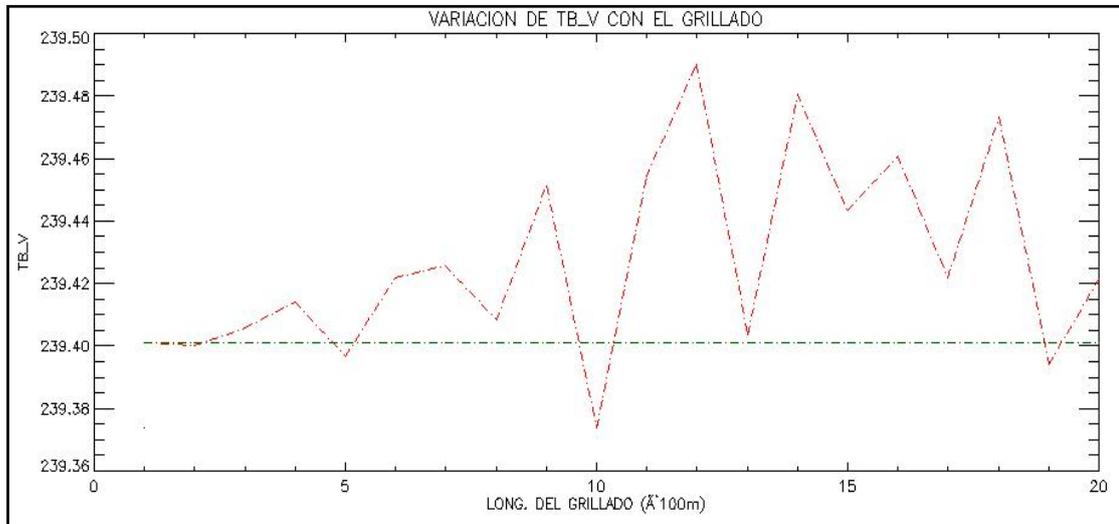


Figura 46: Variación de Tb_v con la longitud del grillado.

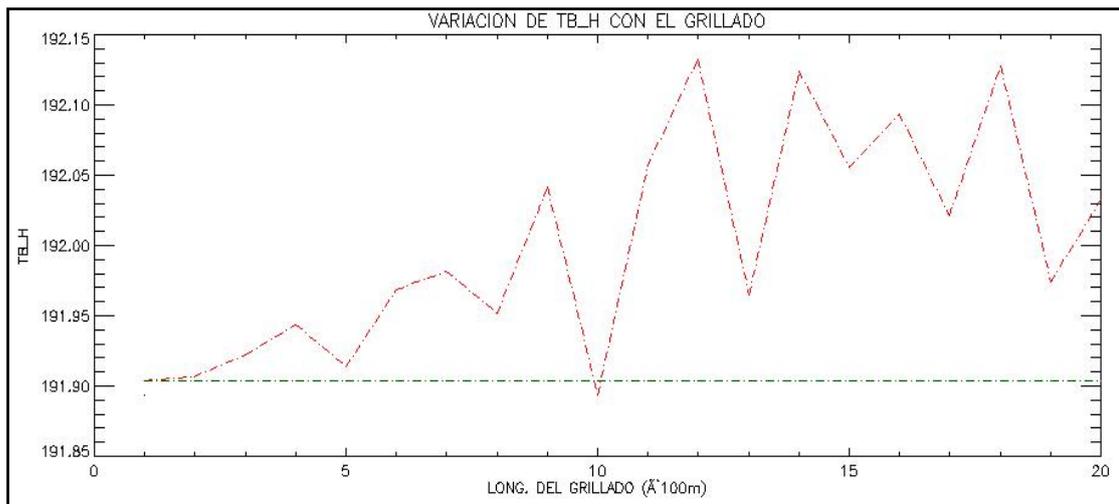


Figura 47: Variación de Tb_h con la longitud del grillado.

II.6.4) Estudio de la Sensibilidad de los Modelos Geométricos con la Variación de la Posición de la Nube dentro del Píxel

En esta sección se estudia la variación de las temperaturas de brillo con la posición de la nube dentro del píxel. Para esto se va a considerar la nube compuesta cuyo cilindro mayor parte de la superficie marina ($H_{NB}=0km$), dado a que es más sensible a la posición dentro del píxel. Esta sensibilidad se debe a que el coeficiente de extinción de la lluvia es mucho mayor que al de gotas de agua de nube. Para

estudiar esta sensibilidad se creó un programa que calcula las temperaturas de brillo medidas por el sensor dependiendo de la posición del centro de la nube. Se posicionó la nube en los extremos y centro del píxel ($50km \times 50km$), tal como lo muestra la Figura 49.

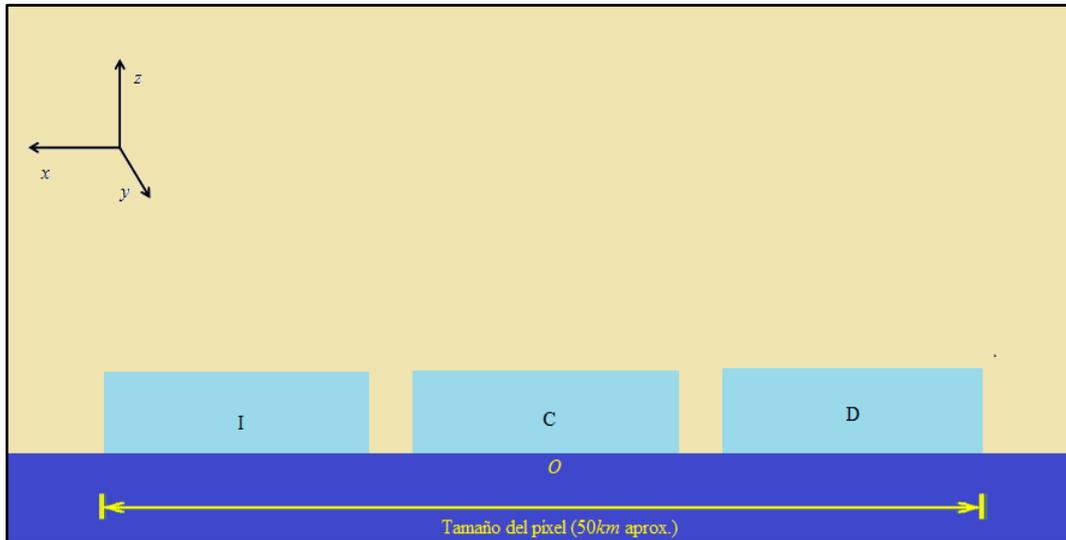


Figura 48: Posiciones simuladas de la nube compuesta. El caso *I* hace referencia a que la nube está a la izquierda, el *C* a que está al centro, y el *D* a que está a la derecha.

Los resultados obtenidos se exponen en la Tabla 2. Las condiciones bajo las cuales se ejecutó el programa son: número de capas $N=100$, ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$, altura de tope del cilindro mayor $H_N=5.38km$, radio del cilindro mayor $R_N=10km$, densidad de agua de nube $\rho_L=5 \times 10^{-8} gr/cm^3$ (ρ_L está relacionada con CLW por (98)), altura de tope del cilindro menor $H_{LL}=2.31km$, radio del cilindro menor $R_{LL}=3km$ y tasa de lluvia $RR=8mm/hr$.

Tabla 2: Temperaturas de brillo obtenidas al variar la posición de la nube dentro del píxel.

	<i>I</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
$Tb_v(K)$	239.180	239.210	239.202
$Tb_h(K)$	191.491	191.532	191.497

Como se puede observar el error cometido al considerar la posición de la nube dentro del píxel es aproximadamente $0.03K$ para Tb_v y $0.04K$ para Tb_h . Este error es despreciable frente al error propio del instrumento MWR ($1K$ aprox.).

II.6.5) Estudio de la Sensibilidad de los Modelos Geométricos al fijar el Ángulo de Observación

Al fijar el ángulo de observación los cálculos se simplifican notablemente. En esta sección se va a asumir que la nube parte de la superficie marina ($H_{NB}=0$). Como se puede apreciar en la Figura 50 los rayos que parten de la sombra del cilindro de lluvia se compensan con los que salen del lateral de la lluvia; permitiendo tratar de la misma forma a todos los rayos que parten de la base de la lluvia. En consecuencia, la temperatura de brillo de los rayos que parten de la base del cilindro de lluvia es proporcional a su área. Haciendo las mismas consideraciones para el cilindro con gotas de agua de nube, se obtiene que la temperatura de brillo es proporcional al área de la base de dicho cilindro.

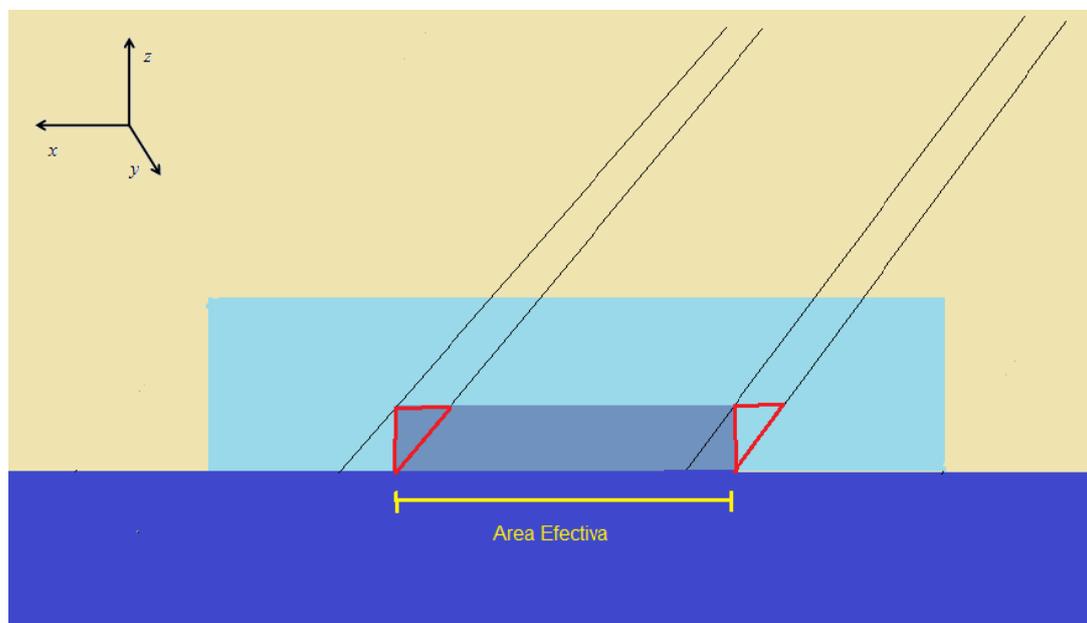


Figura 49: Al fijar el ángulo de observación, los rayos que parten de la sombra de la nube se compensan, resultando la temperatura de brillo proporcional al área de la misma, ya sea para el caso del cilindro de lluvia o el con gotas de agua de nube.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones se elaboró un programa para el cálculo de las temperaturas de brillo. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 3. Las condiciones bajo las cuales se realizaron los cálculos son: número de capas $N=100$, ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$, altura de tope del cilindro mayor $H_N=5.38km$, radio del cilindro mayor $R_N=10km$, densidad de agua de nube $\rho_L=5 \times 10^{-8} gr/cm^3$ (ρ_L está relacionada con CLW por (98)), altura de tope del cilindro menor $H_{LL}=2.31km$, radio del cilindro menor $R_{LL}=3km$ y tasa de lluvia $RR=8mm/hr$.

Tabla 3: Diferencia en las temperaturas de brillo al considerar el modelo RTM con ángulo fijo y variable.

	$Tb_v(K)$	$Tb_h(K)$
RTM (Ángulo Variable)	239.21	191.54
RTM (Ángulo Fijo)	239.41	191.94
<i>Error</i>	0.2	0.4

Se puede observar que el error máximo cometido al calcular las temperaturas de brillo medidas por el sensor es del orden de $0.4K$, el cual se considera medianamente significativo en comparación con el error propio del instrumento MWR ($1K$ aprox.).

II.6.6) Comparación entre los modelos Geométrico y Estrato

En la Sección II.6.2 se mencionó el problema de la variación pequeña de las temperaturas de brillo dadas por el modelo geométrico de nube precipitativa.

Una forma de resolver este problema, sería disminuir el tamaño del píxel, de manera tal que la mayoría de los rayos que reciba el sensor provengan de la nube.

En esta sección se estudian los efectos producidos al reducir el tamaño del píxel del sensor MWR ($50km \times 50km$) a $20km \times 20km$, para una nube compuesta

cuyo cilindro mayor parte desde la superficie marina ($H_{NB}=0km$), tal como lo ilustra la Figura 51.

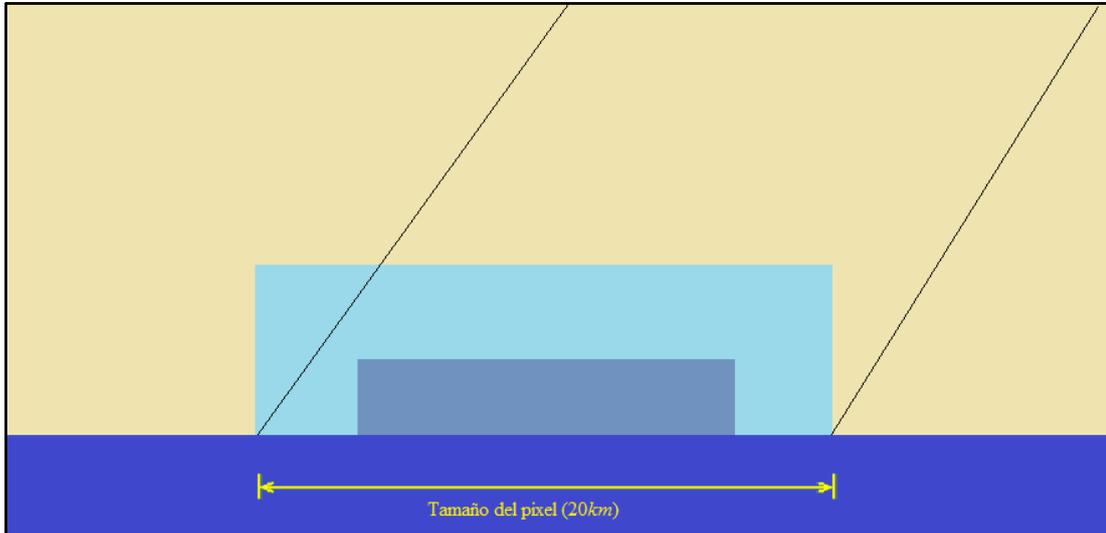


Figura 50: Escena para la cual el tamaño del píxel se reduce a $20km \times 20km$.

A partir del programa desarrollado, se graficó la componente vertical de la temperatura de brillo medida por el sensor Tb_v versus la tasa de precipitación RR (Fig. 52), bajo las condiciones: número de capas $N=100$, ángulo de observación $\theta_{in}=55^\circ$, temperatura superficial del mar $SST=300K$, velocidad del viento $WS=5m/s$, salinidad $Sal=35ppt$, humedad relativa $H_{rel}=60\%$, altura de tope del cilindro mayor $H_N=5.38km$, radio del cilindro mayor $R_N=10km$, densidad de agua de nube $\rho_L=5 \times 10^{-8} gr/cm^3$ (ρ_L está relacionada con CLW por (98)), altura de tope del cilindro menor $H_{LL}=2.31km$, radio del cilindro menor $R_{LL}=3km$ y tasa de lluvia $RR=8mm/hr$.

También, en esta figura, se muestran los resultados obtenidos a partir del modelo de estrato bajo las mismas condiciones, con una altura para la capa de lluvia y de agua de nube igual a las de la columna de lluvia y de gotas de agua de nube del modelo geométrico, respectivamente. Es decir, las capas cuya altura pertenecían al intervalo $(0, H_{LL})$ tenían lluvia, y las que pertenecían al intervalo (H_{LL}, H_N) tenían gotas de agua de nube.

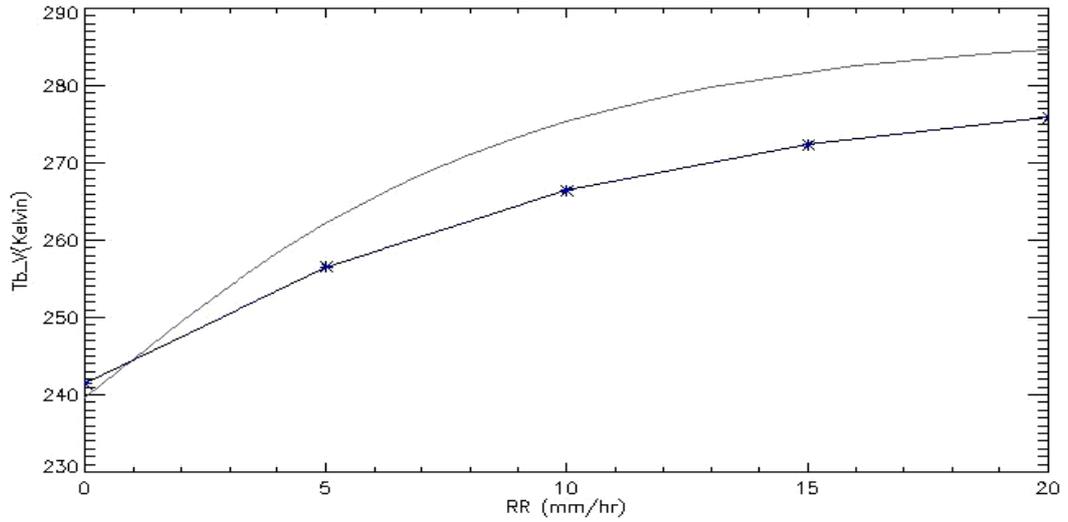


Figura 51: Tb_v para el caso en que el tamaño del píxel es $20km \times 20km$ (azul), y la correspondiente al modelo de estrato (gris)

Entonces, el efecto de disminuir el tamaño del píxel, permite una mayor sensibilidad de las temperaturas de brillo con la tasa de precipitación RR . En el presente caso la variación de Tb_v es de $35K$ aproximadamente en el intervalo de tasas de lluvia $(0,20)mm/hr$.

Conclusiones

En el presente trabajo se elaboraron los códigos que permiten calcular los coeficientes de extinción en la región de Rayleigh y Mie para una partícula. A partir de los mismos, se determinó que para las frecuencias de operación del sensor de microondas pasivo *MWR* era aplicable la aproximación de Rayleigh para gotas de agua de nube, mientras que para las gotas de lluvia era necesario aplicar el desarrollo de Mie para el cálculo del coeficiente de extinción. Asimismo, se logró ampliar el rango de tasas de lluvia en el cálculo del coeficiente de extinción de la lluvia respecto a los encontrados en la bibliografía. Se integraron estos códigos al modelo *RTM* de nubes estratiformes deduciéndose que para el caso de nubes precipitativas la mejor frecuencia para calcular la tasa de precipitación en función de la temperatura de brillo es 23.8GHz .

Se elaboraron los modelos geométricos de las nubes precipitativas y no precipitativas, en los cuales se observó la poca variabilidad de las temperaturas de brillo con los parámetros geofísicos *CLW* y *RR* ($2K$ para $0 \leq CLW \leq 0.7\text{mm}$, $1K$ para $0 \leq RR \leq 20\text{mm/hr}$ aprox.). Concluyéndose que para medir tasas de lluvias es necesario el desarrollo de nuevos modelos o aplicar nuevas técnicas.

Se realizaron estudios para mejorar el tiempo de ejecución de los programas, tales como:

- a) Estudio de la sensibilidad de los modelos geométricos con el tamaño del grillado. A partir del cual se estableció una longitud de 700m para obtener resultados con un error del orden menor a $0.1K$ aprox.
- b) Estudio de la sensibilidad de los modelos geométricos al fijar el ángulo de observación. A partir del mismo se concluyó que el efecto de considerar la variación del ángulo de observación dentro del píxel era despreciable ($0.5K$ aprox.).
- c) Estudio de los modelos geométricos al variar la posición de la nube dentro de un píxel. Se llegó a la conclusión que los efectos (temperaturas de brillo) de considerar la posición de la nube dentro del píxel eran insignificantes ($0.05K$ aprox.).

Propuestas de Trabajo

- Es muy difícil realizar una verificación estricta de los programas de los modelos geométricos de las nubes, ya que para esto es necesario un buen catálogo de nubes marinas (precipitativas y no precipitativas) que permitan determinar los radios y alturas de los cilindros de los modelos geométricos, y de esta manera; comparar las temperaturas de brillo medidas por algún radiómetro, con las calculadas a partir del modelo geométrico para cada tipo de nube marina. Sin embargo, se podría testear el modelo si se redujese el tamaño del píxel al del Windsat⁶, e imponer los valores de RR_{Win} , CLW_{Win} al modelo geométrico, para calcular la temperatura de brillo del modelo geométrico $T_{B,Geom}$ y compararla con las medidas por windsat $T_{B,Win}$.
- Debido a que ciertos tipos de nubes (por ej. los cumulonimbus), tienen una parte sólida (cristales de hielo, graupels, etc.), se piensa realizar estudios para incluir en un futuro el efecto producido por ésta. En especial se tiene interés por los graupels cubiertos por una capa de agua, debido a que en estas frecuencias su efecto podría compararse con el de una gran gota.
- Por lo general las nubes no se presentan aisladas, sino que lo hacen en grupos. Es por esta razón que se propone investigar los efectos producidos en una medición radiométrica por una agrupación de nubes.

⁶ Windsat es un satélite con un radiómetro de microondas pasivo polarimétrico que opera en las frecuencias de 23.8 y 37GHz, con un tamaño de píxel de 25km aprox., dando para cada píxel (entre otras variables) la tasa de precipitación RR_{Win} , la columna de agua líquida CLW_{Win} y las temperaturas de brillo para cada frecuencia y polarización (Gaiser et. al., 2004).

Apéndice A

Constante Dieléctrica del Agua

Para obtener la constante dieléctrica del agua en función de la temperatura y la frecuencia se siguió el desarrollo presentado por Ulaby (1981).

La dependencia con la frecuencia de la constante dieléctrica para el agua pura está dada por la ecuación de Debye, a saber:

$$\epsilon_w = \epsilon_{w\infty} + \frac{\epsilon_{w0} - \epsilon_{w\infty}}{1 + j2\pi f\tau_w}$$

donde ϵ_{w0} es la constante dieléctrica estática, $\epsilon_{w\infty}$ es la constante dieléctrica a frecuencias altas sin alcanzar el límite óptico, τ_w es el tiempo de relajación del agua pura, f es la frecuencia de la onda incidente.

Se toma el valor dado por Lane y Saxton (1952) para la constante dieléctrica a altas frecuencias, a saber:

$$\epsilon_{w\infty} = 4,9$$

Stogryn (1971) obtuvo la siguiente expresión para el tiempo de relajación del agua pura:

$$2\pi f\tau_w = 1,1109 \times 10^{-10} - 3,824 \times 10^{-12} T + 6,938 \times 10^{-14} T^2 - 5,096 \times 10^{-16} T^3$$

donde T es la temperatura física. La expresión en función de la temperatura de la constante dieléctrica estática es:

$$\epsilon_{w0} = 88,045 - 0,4147 T + 6,295 \times 10^{-4} T^2 + 1,075 \times 10^{-5} T^3$$

De esta manera se determinó la dependencia con la temperatura y la frecuencia del agua pura.

A continuación, en la Figura 53, se muestran los resultados obtenidos a partir del programa creado.

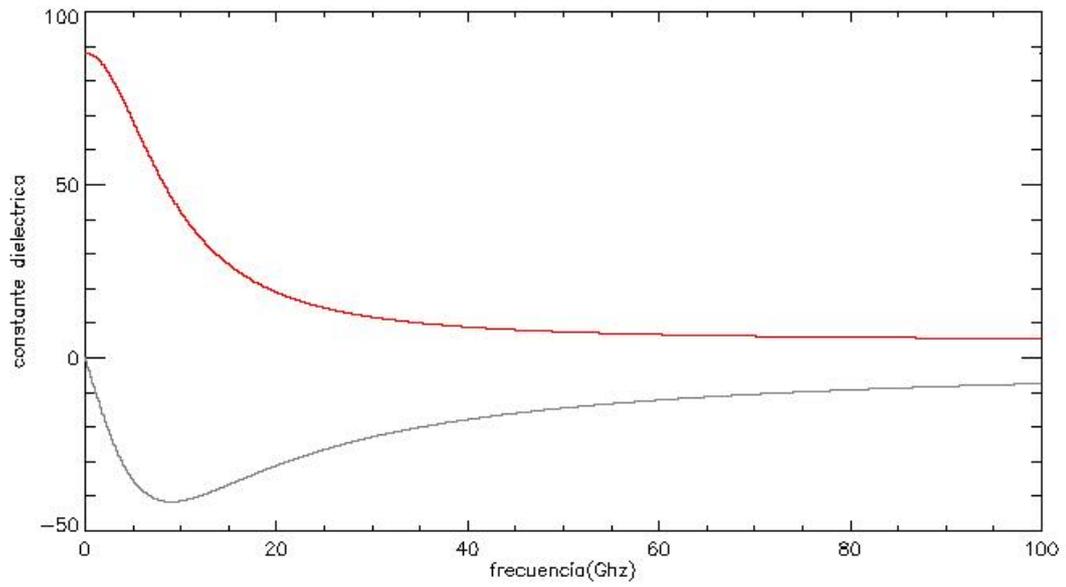


Figura 52: parte real (rojo) e imaginaria (gris) de la constante dieléctrica del agua pura.

Bibliografía

- A. Stogryn. (1971). *Equations for Calculating the Dielectric Constant of Saline Water*.
- Aden, A. L. (1951). Electromagnetic scattering from spheres with sizes comparable to the wavelength. *J. Appl. Phys* , 22, 601-605.
- Antosiewicz, H. A. (1964). *Bessel functions of fractional order*. Washington: National Bureau of Standards.
- Blogodisea. (2010, Octubre). Retrieved from <http://www.blogodisea.com/velocidad-cae-agua-llueve/ciencia>
- Club del Mar. (2010, Octubre). *Club del mar*. Retrieved from <http://www.clubdelamar.org/nubes.htm>
- CONAE. (2010, Octubre). Retrieved from <http://www.conae.gov.ar/instgulich/institutogulich.html>
- Craig F. Bohren, Donald R. Huffman. (1983). *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York: John Wiley & Sons.
- Dierdmedjian, D. (1969). *Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions*. New York: American Elsevier Publishing Company.
- Dr. Linwood Jones. (2011, Marzo). *CFRSL*. Retrieved from <http://www2.cecs.ucf.edu/centers/cfrsl/>
- Emision de la Radiación. (2010, Octubre). Retrieved from <http://html.rincondelvago.com/energia-solar.html>
- FAO. (2010, Octubre). Retrieved from <http://www.fao.org/docrep/003/t0355s/T0355S02.HTM>
- Fawwaz T. Ulaby, Richard K. Moore, Adrian K. Fung. (1981). *Microwave Remote Sensing Active and Passive* (Vol. 2). Norwood: Artech House.
- Fawwaz T. Ulaby, Richard K. Moore, Adrian K. Fung. (1981). *Microwave Remote Sensing Active and Passive* (Vol. 1). Norwood: Artech House.
- Frank J. Wentz y Thomas Meissner. (2000). *AMSR Ocean Algorithm. Remote Sensing Systems* .
- Galeon. (2010, Octubre). *Espectro Electromagnético*. Retrieved from <http://www.galeon.com/termometria/vocabulario.htm>
- Hans R. Pruppacher, James D. Klett. (1997). *Microphysics of Clouds and Precipitations* (2 ed.). Kluwer Academic Publishers.
- J. Lane y J. Saxton. (1952). *Dielectric Dispersion in Pure Polar Liquids at Very High Radio-Frequencies*. Proc. R. Soc. Lond.
- M. Abramowitz y I. A. Stegun. (1964). *Handbook of Mathematical Functions*. Washington: National Bureau of Standards.
- Mundo Descargas. (2010, Octubre). *Emision de la radiacion*. Retrieved from http://www.mundodescargas.com/apuntes-trabajos/tecnologia/decargar_energia-solar.pdf
- NOOA Satellite and Information Service. (2011, Marzo). Retrieved from http://www.osdpd.noaa.gov/data/mirs/mirs_images/n18_clw_asc.png
- Peter W. Gaiser et. al. (2004). The WindSat Spaceborne Polarimetric Microwave.
- Plass, G. W. y Kattawar y G. N. (1967). Electromagnetic scattering from absorbing spheres. *Appl. Op.* , 6, 1377-1382.
- W. J. Wiscombe. (1967). Mie scattering calculations: advances in technique and fast, vector-speed. *National Center for Atmospheric Research* .
- Wikipedia. (2011, Febrero). Retrieved from <http://es.wikipedia.org/wiki/IDL>

Wikipedia. (2010, Octubre). *Wikipedia*. Retrieved 2010, from http://es.wikipedia.org/wiki/Radiaci%C3%B3n_electromagn%C3%A9tica
Worldlingo. (2010, Octubre). *Transferencia radiativa*. Retrieved from http://www.worldlingo.com/ma/enwiki/es/Radiative_transfer

Constantes y Acrónimos

CFRSL = Central Florida Remote Sensing Lab

ETR = Ecuación de Transferencia Radiativa

SI = Sistema Internacional

CLW = Columna de Agua Líquida (*mm*)

RR = Tasa de Lluvia (*mm/hr*)

$h = 6.26 \times 10^{-34} \text{Ws}^2$

$c = 2.99 \times 10^8 \text{m/s}$

$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{Ws}^2/\text{K}$

$\sigma_{SB} = 5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4$