

Metodología y Práctica de la Enseñanza

FAMAF – U.N.C.

INFORME FINAL

Título: UN ABORDAJE DE LA GEOMETRÍA CON CONSTRUCCIONES Y TECNOLOGÍAS.

Autores: Díaz Hugo Sebastián, Palomeque Jorge Luis.

Profesora supervisora de práctica: Dipierri, Iris Carolina.

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 24-11-2016



Un abordaje de la Geometría con Construcciones y Tecnologías. Por Díaz, Hugo Sebastián. Palomeque, Jorge Luis. Se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-No comercial-SinDerivadas 2.5 Argentina](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/argentina/).

Clasificación:

97G40 Mathematical Education - Geometry

Palabras claves: Figuras Planas – Polígonos – Triángulos – Construcciones

– Propiedades – Registro – Representaciones Semióticas

Resumen:

El presente informe describe la experiencia de práctica profesional realizada por los autores en dos cursos de 1° año del Nivel Secundario de una institución pública de gestión privada. El contenido matemático abordado en dichas prácticas fue Geometría, a través de actividades lúdicas, de exploración y construcción con software dinámico. Se incluye una breve descripción del colegio y los estudiantes, la planificación propuesta y la implementada en el aula, como así también la evaluación efectuada y sus resultados.

Finalmente, se analiza **el papel fundamental de las representaciones semióticas en matemática** a partir de diferentes perspectivas teóricas en educación matemática. Se presentan conclusiones y reflexiones personales respecto al trabajo realizado.

Abstract:

The formless present describes the experience of professional practice realized by the authors in two courses of 1 ° year of the High School of a public institution of private management. The mathematical content addressed in these practices was Geometry, through play activities, exploration and construction with dynamic software. It includes a brief description of the school and students, the proposed and implemented planning in the classroom, as well as the evaluation and results.

Finally, we analyze **the fundamental role of semiotic representations in mathematics** from different theoretical perspectives in mathematical education. Conclusions and personal reflections regarding the work done.

El objetivo principal de la educación es crear personas capaces de hacer cosas nuevas, y no solamente repetir lo que otras generaciones hicieron.

Jean Piaget.

ÍNDICE

PREFACIO	8
1. INTRODUCCIÓN	9
1.1 ACERCA DE LA INSTITUCIÓN	9
1.2 LOS CURSOS	12
1.3 RECURSOS	14
1.4 ESTILO DE LA CLASE DE MATEMÁTICA	14
2. DISEÑO DE LA PRÁCTICA E IMPLEMENTACIÓN EN AULA	16
2.1 CONTENIDOS PREVIOS AL INICIO DE LAS PRÁCTICAS DESARROLLADOS POR LA DOCENTE	16
2.2 PLANIFICACIÓN	17
2.2.1 EXPECTATIVAS DE LOGRO:	17
2.2.2 SELECCIÓN DE CONTENIDOS	17
2.2.3 ORGANIZACIÓN Y SECUENCIACIÓN DE LOS CONTENIDOS	18
2.2.4 SELECCIÓN DE RECURSOS Y MATERIALES	21
2.2.5 ORGANIZACIÓN DEL ESCENARIO ÁULICO	23
2.2.6 PARTICIPACIÓN DE LOS ALUMNOS	23
2.3 IMPLEMENTACIÓN DE LAS PRÁCTICAS	23
2.3.1 CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES PREVISTAS	23
2.3.2 ACTIVIDADES PROPUESTAS	26
3. ACERCA DE LA EVALUACIÓN	67
4. EL PAPEL FUNDAMENTAL DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN MATEMÁTICA	75
4.1 INTRODUCCIÓN	75
4.2 LA METODOLOGÍA DE TRABAJO DE NUESTRAS PRÁCTICAS	76
4.3 ORIGEN DE LAS ACTIVIDADES	76
4.4 CARACTERÍSTICAS DE LAS ACTIVIDADES	77
5. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES PERSONALES	98
6. BIBLIOGRAFÍA	100
7. ANEXOS	101
7.1 ANEXO A: PLANIFICACIÓN ANUAL DE LA DOCENTE TUTORA	101
7.2 ANEXO B: TABLA: DIVERSAS RAZAS DE PERROS	102
7.3 ANEXO C: RÚBRICAS	103
7.4 ANEXO D: ACTIVIDADES PAUTADAS EN LA PLANIFICACIÓN PREVIA QUE NO FUERON IMPLEMENTADAS	107
7.5 ANEXO E: IMÁGENES PARA LA ACTIVIDAD 9	108

NOTA: Adjuntamos al informe un CD que contiene un applet realizado en GeoGebra para la propiedad: *Suma de ángulos interiores de un triángulo.*

PREFACIO

El presente informe tiene el objetivo de transmitir las experiencias de las prácticas docentes realizadas en dos divisiones de primer año de un colegio público de gestión privada de la ciudad de Córdoba. Estas prácticas profesionales se realizaron en el marco de la materia Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza (MOPE) correspondiente al último año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FaMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC). MOPE se presenta como un espacio de formación que apunta al desarrollo de futuros profesores que, en el marco de sus prácticas docentes, llevan a cabo sus actividades junto a un par pedagógico, reflexionando sobre el papel sociocultural de su tarea. Es en este sentido que la práctica cuenta con el acompañamiento tanto de la profesora tutora (docente a cargo del curso donde se desarrollan las prácticas) como de la profesora supervisora (docente de MOPE) a lo largo de todo el proceso.

El informe está compuesto por cinco secciones. La introducción describe aspectos generales de la institución, su infraestructura y las dinámicas sociales que se establecen en este contexto escolar particular.

La segunda sección detalla las actividades llevadas a cabo en el marco de las prácticas, su planificación, implementación y modificación en función de los emergentes. En primera instancia se describen actividades diagnósticas, lúdicas y de exploración, que sirvieron para institucionalizar propiedades y nociones. Estos conceptos fueron recuperados y empleados en las actividades siguientes a través de construcciones geométricas con software dinámico.

Una tercera sección que detalla el tipo de evaluación que se implementó además de los resultados obtenidos por los estudiantes.

En la cuarta sección, se analiza un aspecto particular de las prácticas que consideramos como problemática relevante para ser estudiada desde algunas perspectivas teóricas existentes en relación con la temática.

Por último, en la quinta sección, se realizan las reflexiones finales en torno a la problemática abordada en la sección anterior, como así también sobre aspectos más generales de nuestras prácticas docentes.

1. INTRODUCCIÓN

1.1 Acerca de la institución

En 1954 impulsadas por una gran vocación docente y artística, la fundadora junto con su colaboradora sobrina, deciden dar inicio a esta institución. El colegio, al comienzo funcionaba en una casa de familia, cuya infraestructura edilicia correspondía a los modelos tipo de los años 20; una gran puerta de entrada, un hall con extensiones hacia los costados y pisos de madera. En sus orígenes asistían sólo alumnas mujeres en el nivel secundario y era mixto para el nivel primario. Al pasar los años, la infraestructura de la institución debió ser expandida y modernizada con el objetivo de poder albergar al creciente número de alumnos. En 1990 ingresaron los primeros varones al nivel secundario y, en el mismo año, comenzó a funcionar el turno completo de la tarde comprendiendo los tres niveles: Inicial, Primario y Secundario.

En el año 2000, las modalidades de Bachiller y Perito Mercantil fueron sustituidas por las de *Economía y Gestión de las Organizaciones* y la de *Humanidades – Ciencias Sociales*, conformando así el ciclo orientado del nivel secundario. Años más tarde se abre otra división de primaria y se incorpora la sala de 3 años en ambos turnos.

La institución tiene como objetivos generales:¹

- Contribuir al desarrollo global del individuo que aprende, brindándole la posibilidad de transformar y operar sobre el medio al que pertenece.
- Brindar aprendizajes socialmente significativos.
- Despertar sensibilidad y respeto a la vida humana, y a los seres vivos en general.
- Desarrollar amplitud de pensamiento y pensamiento divergente.
- Incentivar el interés por el uso del razonamiento lógico y creativo para plantear y resolver problemas del mundo.
- Buscar la trascendencia a partir del interés por descubrir el sentido de la vida, de la justicia y solidaridad, actitudes de servicio, compromiso en defensa de los derechos humanos, de los más débiles, de la paz y de la vida.

El nivel secundario se encuentra dividido en dos ciclos de tres años de duración cada uno, el ciclo básico que comprende 1°, 2° y 3° año, y el ciclo orientado que corresponde al 4°, 5° y 6° año donde se disponen, como se dijo anteriormente, de las especialidades de *Economía y Gestión de las Organizaciones* y *Humanidades – Ciencias Sociales*.

Los alumnos de los tres niveles asisten simultáneamente a clases en el mismo edificio. Cabe aclarar que los distintos niveles se encuentran en diferentes sectores. El nivel inicial cuenta con tres aulas ubicadas en un pabellón diferenciado en cercanías al patio; el nivel primario posee seis aulas ubicadas en el primer piso del edificio y, por último, el nivel secundario tiene a su disposición seis aulas distribuidas en el segundo piso, una en planta baja y cinco en la parte externa del edificio alrededor del patio. Estos dos últimos niveles, secundario y primario, se

¹ Información obtenida de la página web de la institución. No se otorga la información de esta fuente para preservar la identidad de la institución y de la docente a cargo de los cursos donde se realizaron las prácticas.

conectan a través de dos escaleras ubicadas en el hall central del edificio, siendo cada una de ellas exclusiva para cada nivel. Todas las aulas tienen calefacción, iluminación artificial y natural, y ventilación. Además de esta separación en cuanto a la distribución de aulas, los ingresos y recreos también son diferenciados, para evitar que alumnos de diferentes niveles se superpongan en horarios de entrada/salida y recreación.

La institución cuenta con una biblioteca que posee una sala de estudio y una computadora de escritorio con acceso a Internet. El gabinete de Informática está equipado con 16 computadoras de escritorio con acceso a internet, pizarra de fibra y proyector. El colegio posee un gimnasio cubierto poli funcional donde se pueden observar arcos de futbol, aros de básquet y también parantes² para el armado de canchas de vóley. Además de disponer de estos recursos para realizar diversas actividades deportivas se puede presenciar afiches situados en sus paredes donde se tratan temáticas como “salud alimenticia”, “la importancia del agua en el organismo” y diversos trabajos realizados por los alumnos destacando una buena alimentación como factor esencial de una vida saludable. La institución dispone de un salón de usos múltiples (SUM), Kiosco y fotocopidora, laboratorio de físico-química, pequeña sala de arte, sala y baño de profesores, salas de preceptoría, secretaría de nivel secundario, dirección y baños para cada nivel, y área administrativa (ver *Imagen 1*). Cuenta también con una sala de poesía que recupera el material de estudio, obras y trabajos de las primeras generaciones que transitaron por la institución. Posee además un gabinete de psicopedagogía, que funciona de manera permanente y asiste a estudiantes de los tres niveles. El patio es amplio, la mayor parte de su superficie está cubierta por mosaicos, hay una porción de tierra donde los alumnos trabajan una huerta (ver *Imagen 2*)

Además, con el fin de valorar y respetar el patrimonio natural y sociocultural, existen en los pabellones y en las distintas escaleras cestos de basura diferenciados con la finalidad de fomentar el reciclaje.

² Caños que sirven para sostener la red.



Imagen 1: Segundo piso. Aulas del nivel secundario, baño, preceptoría, dirección y vice dirección.



Imagen 2: Patio dela institución.

1.2 Los Cursos

Los cursos donde realizamos nuestras prácticas fueron dos divisiones de primer año con las siguientes características:

1er año “A”: Este curso contaba con 34 alumnos. Poseía la misma cantidad de varones que de mujeres, 17 en cada caso.

1er año “B”: Este curso contaba con 38 alumnos, de los cuales 20 eran mujeres y 18 varones.

Ambos cursos disponían de cinco horas cátedras³ semanales destinadas a la asignatura Matemática, distribuidas de la siguiente manera:

Horarios \ Días		Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:20	8:00			1° A		
8:00	8:40					
8:40	8:50	Recreo				
8:50	9:30		1° B	1° B		
9:30	10:10					
10:10	10:20	Recreo				
10:20	11:00	1° A		1° B		
11:00	11:40					
11:40	11:50	Recreo				
11:50	12:30	1° A				
12:45	13:25					
13:25	14:05					

Ambas aulas contaban con bancos individuales, éstos estaban conformados por mesa y sillas separadas. La distribución de los asientos no era fija, se podía observar que acorde a las asignaturas su disposición variaba para una mayor comodidad en el trabajo áulico. En algunas materias se disponían en filas dobles, pero cada docente sugería las modificaciones que les parecieran pertinentes. La iluminación estaba provista por seis tubos fluorescentes y un par de amplias ventanas ubicadas a un costado de la sala con vista al patio. Estas aulas eran de dimensiones similares y contaban con dos ventiladores de pared y dos calefactores. La pizarra para fibras estaba centrada en una de las paredes de mayor dimensión del curso y al costado de ella había un reloj de agujas. Además, poseían 2 cestos de basura, uno para residuos orgánicos y plásticos y otro para arrojar papeles. En una esquina del aula se ubicaba un armario para guardar elementos de las materias artísticas. En las paredes se observaba afiches con

³ Una hora cátedra corresponde a 40 minutos de trabajo en el aula.

producciones que los estudiantes realizaron en distintas materias. El docente contaba con un escritorio situado en un rincón del aula a un costado de la pizarra (ver *Imagen 3 y 4*).



Imagen 3: Vista parcial del aula.

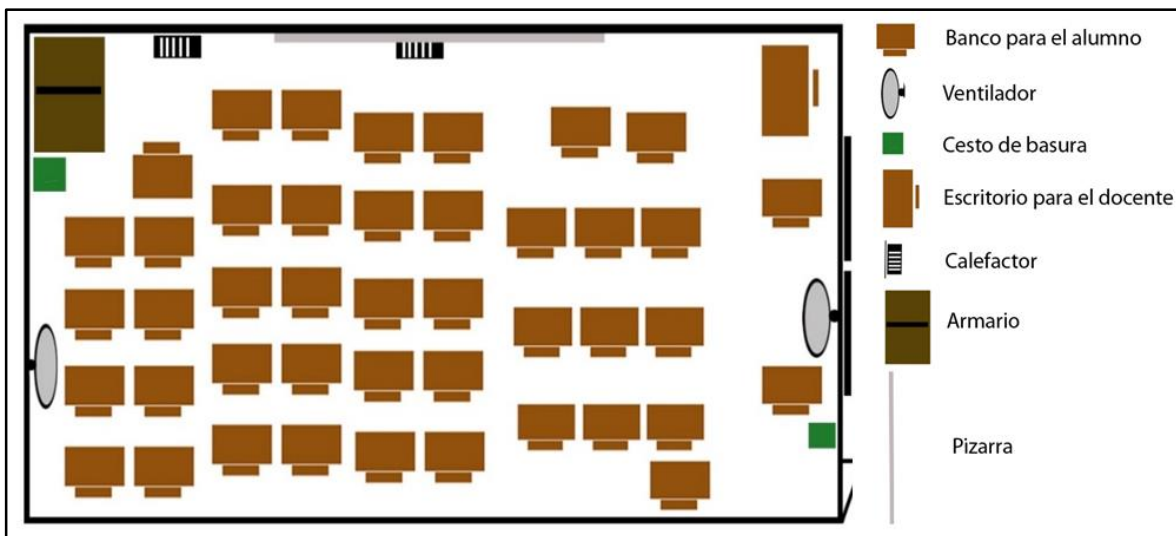


Imagen 4: Croquis. Vista superior del aula. Referencias de los objetos disponibles.

1.3 Recursos

La institución poseía diversos recursos. La biblioteca se encontraba muy bien equipada, disponían de mapas, variados libros, elementos de geometría, tijeras y plasticolas para los alumnos, prolongación para proyectores o equipos de música. Contaba además con el Aula Digital Móvil⁴, conformado por 24 netbooks, proyector, router y una computadora de escritorio. Todos los docentes podían utilizar estos recursos tecnológicos, realizando una reserva con anticipación. La red Wi-Fi estaba en toda la institución pero su uso no estaba habilitado para las aulas, los estudiantes solo podían acceder a internet a través de las computadoras del gabinete o la computadora de biblioteca.

En la vice dirección del nivel secundario había disponibles dos notebooks y dos cañones que debían ser solicitados con previo aviso por los docentes.

El SUM estaba equipado con cañón y equipo de sonido, por lo cual algunas veces solían dictarse clases allí.

En general, todos los docentes usaban la pizarra pero de manera distinta. Además empleaban fotocopias o guías, tanto teóricas como prácticas, que dejaban en fotocopidora. Algunas asignaturas solicitaban material adicional como libros o cuadernillos.

1.4 Estilo de la Clase de Matemática

La relación de los estudiantes con la profesora del curso era muy amena, se tuteaban, pero siempre con respeto y cordialidad. Los alumnos estaban dispuestos por grupos cuyo número de integrantes oscilaba entre tres y cinco. La conformación de los grupos era asignada por la docente de acuerdo a afinidades y potencialidades de los estudiantes para el trabajo en el aula, de manera que respondieran exitosamente frente al trabajo matemático. Cada grupo contaba con un cuaderno para el registro de las producciones grupales y un *vocero* encargado de comunicar las ideas grupales al resto de la clase y de realizar los registros en el cuaderno. El vocero de cada grupo cambiaba semana a semana de manera que todos los integrantes ocupasen este rol.

La docente empleaba algunos minutos del inicio de la clase para realizar un breve repaso de lo abordado la clase anterior y, posterior a ello, explicaba brevemente los conceptos teóricos que se iban a trabajar durante la clase. Cabe aclarar que los temas trabajados por la docente se encontraban en el libro⁵ del que disponían los alumnos. Luego de esto se trabajaba en las actividades prácticas propuestas en el libro y al mismo tiempo, en el caso de surgir dudas, consultaban nuevamente el teórico proporcionado o realizaban preguntas a la docente del curso. Para finalizar la clase, se realizaba una puesta en común sobre las actividades planteadas mediante debates grupales. La profesora solicitaba a alguno de sus alumnos que resolviera en la pizarra un ejercicio y lo explicara luego a sus compañeros.

Cada practicante observó y acompañó, dentro del período de observaciones, un día completo de clase del curso que estaría a su cargo durante las prácticas. Allí, pudimos notar que la participación de los alumnos se daba de igual manera que en la clase de matemática, como así también el trato respetuoso hacia los profesores. La disposición grupal propuesta por la docente

⁴ Proyecto de Igualdad Tecnológica propuesto por la Presidencia de la Nación para el nivel Primario.

⁵ Matemática 7 – Estadística y Probabilidad – Puerto de Palos.

de matemática era recuperada por algunos docentes, mientras otros optaban por el trabajo de manera individual o con una conformación de grupos distinta.

2. DISEÑO DE LA PRÁCTICA E IMPLEMENTACIÓN EN AULA

Para el desarrollo de nuestras prácticas docentes se acordó con la profesora tutora el abordaje de la *UNIDAD N° 4: Elementos Geométricos* y la *UNIDAD N° 5: Geometría*⁶.

UNIDAD N° 4: Elementos geométricos.

Elementos primarios. Punto, Recta y Plano, elementos secundarios: semirrecta, segmento, etc. Rectas paralelas, perpendiculares, oblicuas, mediatrices.

Ángulos: Concepto. Clasificación. Bisectrices

Ángulos determinados por dos rectas, cortados por una transversal.

Sistema sexagesimal.

Resolución de problemas aplicando conceptos anteriores.

UNIDAD N° 5: Geometría.

Figuras Planas: Polígonos: Elementos. Clasificación. Propiedades. Triángulos: Elementos.

Clasificación. Propiedades. Perímetros y áreas.

Realizamos un recorte de contenidos en ambas unidades, seleccionando algunos de ellos para su posterior implementación.

Esta decisión se llevó a cabo tratando de contemplar contenidos propuestos por el Diseño Curricular 2011-2015 del Ciclo Básico de la Educación Secundaria para la Provincia de Córdoba actualmente vigente y la temática asignada para nuestras prácticas, *GEOMETRÍA*. Uno de los propósitos de esta planificación fue trabajar la geometría desde una perspectiva no axiomática, es decir, abordarla con una perspectiva más constructiva.

2.1 Contenidos previos al inicio de las prácticas desarrollados por la docente

La docente tutora, previo al inicio de nuestras prácticas, había desarrollado en ambos cursos contenidos correspondientes a la Unidad N°1 del programa.

UNIDAD N° 1: Números naturales. Revisión

Números Naturales. Significado. Sistemas de numeración posicional y no posicional, ejemplos. Representación en la recta numérica. Orden. Operaciones (Adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación). Propiedades. Ejercicios combinados, problemas. Lenguaje algebraico. Ecuaciones con números naturales. Planteo de ecuaciones y resolución de problemas.

Muchos de estos contenidos no poseen grandes vinculaciones con la temática asignada para nuestras prácticas. Algunas nociones fueron empleadas para trabajar ciertos conceptos. Por ejemplo, hicimos uso de ecuaciones para trabajar con la propiedad de la suma de ángulos interiores de un triángulo; también se empleó el lenguaje algebraico para abordar búsquedas de regularidades de polígonos (cantidad de lados, número de triángulos para su triangulación y suma de sus ángulos interiores). Esto sirvió para vincular nuestras prácticas con lo que los

⁶ Unidades extraídas de la planificación de la docente tutora. Ver más en sección **7.1 Anexo A: Planificación anual de la docente tutora.**

alumnos venían trabajando. Posterior a ellas, la docente hizo una reflexión sobre la temática trabajada por nosotros, para luego poder ensamblarla con los contenidos de geometría que habían quedado pendiente. Nos comunicó que, a través de ecuaciones, iba a seguir desarrollando las nociones de perímetro y área de figuras planas.

2.2 Planificación

2.2.1 Expectativas de logro:

- Identificar Polígonos, distinguir sus elementos y clasificarlos según su número de lados.
- Reconocer polígonos regulares.
- Definir e identificar figuras convexas y cóncavas.
- Recurrir al empleo de elementos geométricos para ampliar y desarrollar el lenguaje matemático y para construir las propiedades geométricas.
- Organizar e interpretar datos en tablas de doble entrada.
- Conjeturar y verificar mediante el uso de un software dinámico la propiedad de la desigualdad triangular y la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo para luego emplearla en la resolución de problemas con triángulos, como así también la producción de argumentaciones para estudio de otras figuras.
- Identificar y clasificar triángulos según sus lados.
- Definir ángulo y clasificarlo según su amplitud.
- Producir y analizar construcciones geométricas, utilizando distintos tipos de tecnologías. Reflexionar sobre las ventajas del empleo del software geométrico dinámico GeoGebra frente a la limitación de las construcciones en papel.
- Identificar propiedades, características y relaciones entre cuadriláteros a los fines de generar protocolos de construcción.
- Desarrollar un texto de carácter narrativo que exponga el protocolo de construcción, empleando lenguaje geométrico pertinente.
- Generar un ambiente de trabajo de tipo colaborativo, donde los estudiantes puedan expresar sus ideas y mostrar una actitud de escucha, silencio y respeto frente a las intervenciones de los demás.

2.2.2 Selección de contenidos

Los contenidos que fueron seleccionados para la implementación de nuestras prácticas son:

- Elementos geométricos: punto, recta y segmento.
- Polígonos. Definición, clasificación y elementos.
- Figuras convexas y cóncavas.
- Ángulo. Definición y clasificación de acuerdo a su amplitud.
- Triángulo. Clasificación de acuerdo a sus lados. Propiedad de la suma de sus ángulos interiores y Desigualdad Triangular. Construcción de triángulos con software geométrico.
- Cuadriláteros. Construcción de cuadriláteros con GeoGebra y exploración de sus propiedades.

2.2.3 Organización y secuenciación de los contenidos

Durante el desarrollo de nuestras prácticas docentes, se pueden distinguir dos etapas. Primero se trabajó con actividades diagnósticas, lúdicas y de exploración para institucionalizar propiedades y nociones sobre polígono, convexidad, regularidad, etc. En una segunda instancia, se trabajó con un software geométrico para la elaboración de diversas construcciones poniendo en juego los contenidos abordados en la primera etapa.

Planificamos el abordaje de los contenidos seleccionados en cinco semanas. A continuación se puede observar la organización y secuenciación general, correspondiente a cada semana, detallando las actividades y contenidos a desarrollar. Es pertinente aclarar que dicha planificación fue pensada para trabajarla en cinco semanas, pero al momento de implementarla se necesitaron seis semanas, debido a imprevistos como feriados, taller docente y jornadas de protesta docente por reclamos salariales que impidieron el desarrollo de lo planificado inicialmente. El cronograma efectivo correspondiente a cada curso se puede observar en la sección **2.3.1 Cronograma de actividades previstas**.

Primera semana

Actividades propuestas para los alumnos	Contenidos y aprendizajes vinculados con las actividades presentados por el docente practicante
Actividad lúdica de carácter diagnóstica donde se les otorgará a los estudiantes una colección de figuras geométricas bidimensionales, poligonales y no poligonales, regulares e irregulares, cóncavas y convexas para el desarrollo de un juego por grupos (Actividad 1).	Puesta en común del juego y las estrategias empleadas por cada grupo para visualizar los contenidos geométricos y el lenguaje matemático que poseen (a partir de este diagnóstico se prevé la formalización e institucionalización de estos contenidos). Definición de polígono.
Situación problemática de desafío elevado y carácter cerrado ⁷ (Actividad 2).	Definición de figuras convexas y no convexas. Discusión acerca de la cantidad de figuras convexas de la Actividad 1 .
Actividad que consiste en completar una tabla con las figuras de la Actividad 1 , representarlas gráficamente, organizar datos referentes a sus características geométricas distintivas y optimizar encabezados (Actividad 3: Primer Trabajo Práctico Evaluable (PTPE)).	Presentación del Primer Trabajo Práctico Evaluable. Reconocer polígonos y propiedades de las figuras geométricas presentadas en la Actividad 1 . Organización de datos. Ajustes de las representaciones gráficas considerando las características geométricas de las figuras.
Observación: La Actividad 3 se iba completando acorde se abordaban las nociones en clase. Las figuras geométricas a representar corresponden a la colección otorgada en la Actividad 1 .	

Segunda semana

Actividades propuestas para los alumnos	Contenidos y aprendizajes vinculados con las actividades presentados por el docente practicante

⁷ Clasificación empleada por Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática.

<p>Actividad que consiste en agrupar de a pares los polígonos de la Actividad 1, acorde a características geométricas comunes (Actividad 4).</p>	<p>Discusión sobre características o cualidades de un polígono regular. Definición de polígono regular.</p>
<p>Tarea para la casa que consiste en clasificar polígonos según su número de lados. Esta actividad se desarrolló tanto con figuras pertenecientes a la colección de la Actividad 1 como con nuevas figuras anexadas. Búsqueda de información en relación a la clasificación de polígonos según su número de lados en diversas fuentes (Actividad 5).</p>	<p>Debate grupal recuperando los aportes realizados en la Actividad 4. Clasificación de polígonos según su número de lados. Nombres. Discusión acerca de la búsqueda de información (internet). Discusión acerca de la pertinencia de encabezados para la tabla del PTPE. Breve explicación del origen de la palabra poli-gono y su etimología.</p>
<p>Actividad para reforzar los contenidos trabajados en clase. Análisis de tres polígonos particulares buscando identificar sus elementos y características (Actividad 6).</p>	<p>Elementos de un polígono. Definición de diagonal. Discusión sobre la existencia o no de diagonales en un triángulo. Discusión sobre las diagonales en polígonos no convexos. Definición de triángulo.</p>
<p>Entrega de fotocopias con nociones teóricas sobre ángulos. Actividad de clasificación de ángulos según su amplitud (Actividad 7).</p>	<p>Definición de ángulo. Notación, elementos y ejemplificación. Clasificación de ángulos según su amplitud.</p>
<p>Actividad de carácter exploratorio y empírico con triángulos para analizar la relación que guardan los ángulos interiores de un triángulo (Actividad 8).</p>	<p>Discusión grupal con la clase, acerca de las particularidades de los triángulos otorgados y de la actividad realizada. Propiedad: Suma de ángulos interiores de un triángulo. Generalización de dicha propiedad con el software GeoGebra a través de un applet manejado por los alumnos.</p>

Tercera semana

Actividades propuestas para los alumnos	Contenidos y aprendizajes vinculados con las actividades presentados por el docente practicante
Taller de GeoGebra: introducción al software a través de la construcción gráfica de objetos de la vida cotidiana (Actividad 9).	Presentación del software GeoGebra. Discusión acerca de las herramientas empleadas para las construcciones.
Actividad de construcción y exploración con GeoGebra (Actividad 10).	Discusión acerca de la importancia del uso de la herramienta compás o circunferencia en las construcciones, para encontrar todos los puntos que equidistan de un punto dado. Noción de lugar geométrico. Discusión sobre la importancia de las construcciones dinámicas y rígidas, es decir, construcciones que mantengan sus propiedades invariantes. Debate grupal sobre la construcción buscando que emerjan características para abordar la desigualdad triangular.
Actividad de construcción y exploración con GeoGebra (Actividad 11 ⁸).	Debate grupal sobre la pertinencia del uso de escalas adecuadas en GeoGebra. Nociones de equidistancia, lugar geométrico e intersección entre figuras.
Actividad que consiste en construir y clasificar triángulos según sus lados. Debate y comparación grupal. Registro del protocolo de construcción de una de las construcciones (Actividad 12).	Clasificación de triángulos: equilátero, isósceles y escaleno. Repaso. Discusión sobre la existencia de las construcciones, construcciones posibles e imposibles, cantidad de construcciones posibles. Primer acercamiento a narrativas de protocolos de construcción geométrica. Se retoma lo trabajado en la actividad 10 sobre la desigualdad triangular y se realiza nuevamente un debate grupal para institucionalización de la desigualdad triangular.
Actividades de exploración, construcción dentro del paradigma del ejercicio ⁹ referidas a triángulos (Actividad 13).	Aplicación de la desigualdad triangular. Discusión sobre la noción de equilátero teniendo en cuenta la noción de isósceles (todo triángulo equilátero es isósceles). Clasificar triángulos según la amplitud de sus ángulos.

⁸ La actividad 11, no se implementó porque se privilegió el tiempo para explotar el debate grupal impulsado por la actividad 10. El lector puede consultarla en la sección **7.3 Anexos D: Actividades pautadas en la planificación previa que no fueron implementadas**.

⁹ Categoría empleada por Skovsmose, O. (2000). Cenários para Investigaçãõ.

Cuarta semana

Actividades propuestas para los alumnos	Contenidos y aprendizajes vinculados con las actividades presentados por el docente practicante
Actividad de exploración de la relación entre los ángulos interiores de un triángulo isósceles a través de recorte o plegado. Registro de las respuestas. Completar la propiedad descubierta. Clasificar el triángulo según sus lados (Actividad 14).	Noción de lado opuesto a un ángulo. Discusión sobre la propiedad de los triángulos isósceles: <i>a lados congruentes se oponen ángulos congruentes</i> . Repaso de la definición de triángulo isósceles.
Actividad que consiste en construcciones de diversos tipos de cuadriláteros con GeoGebra. Determinación del número de construcciones posibles que cumplen con estos requisitos. Elaboración de argumentos para justificar las respuestas y los pasos seguidos en la construcción. Escritura de una narrativa describiendo el protocolo de construcción. Diagrama de una exposición oral (Actividad 15: Segundo Trabajo Práctico Evaluable (STPE)).	Presentación del Segundo Trabajo Práctico Evaluable: Construcciones de cuadriláteros con GeoGebra.

Quinta semana

Actividades propuestas para los alumnos	Contenidos y aprendizajes vinculados con las actividades presentados por el docente practicante
Presentación oral de las construcciones. Entrega de las narrativas y de las construcciones realizadas con GeoGebra.	Institucionalización de propiedades nuevas que emerjan de las construcciones. Aptitudes relacionadas con la exposición oral: <ul style="list-style-type: none"> - Organización de los contenidos. - Distribución de tiempos. - Capacidad de escucha y silencio. - Fluidez en la presentación.

2.2.4 Selección de recursos y materiales

En cuanto a la utilización de recursos y materiales durante nuestras prácticas, se pueden mencionar: figuras planas realizadas con cartulina de diversos colores (ver *Imagen 5*), pizarrón, cuaderno grupal (ver *Imagen 6*) de los alumnos, cuadernos individuales, afiche, triángulo de cartón para exponer en la pizarra, fotocopias con las actividades que se trabajarían en la clase, materiales de librería (cola vinílica, tijera), herramientas geométricas (regla, transportador, compás), celular e internet de sus propios celulares, netbooks, software geométrico (GeoGebra), applet realizados con dicho software y proyector. Cabe aclarar que el uso del proyector se empleó tanto para puestas en común, como así también en la generalización de propiedades de figuras geométricas, a través de applet, y en las exposiciones orales grupales llevadas a cabo en la última clase. En el caso del software geométrico GeoGebra, no sólo los alumnos lo manipularon en las netbooks (ver *Imagen 7*), sino que además muchos consideraron instalar la aplicación en sus celulares y trabajar en las actividades desde este dispositivo.

A continuación se detallan algunas imágenes que ilustran el uso de estos recursos en el aula:



Imagen 5: Figuras geométricas para actividad lúdica.



Imagen 6: Cuaderno de grupo.

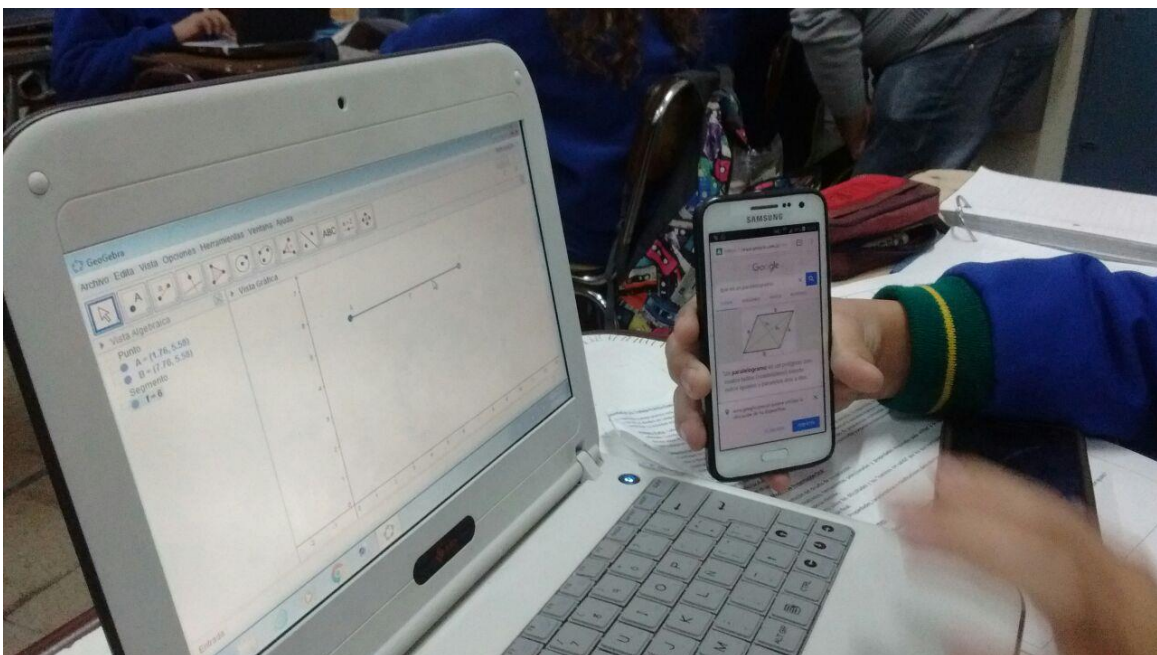


Imagen 7: Construcciones con GeoGebra en netbook. Búsqueda de información a través del celular.

2.2.5 Organización del escenario áulico

Como se mencionó anteriormente en la introducción, los cursos disponían de cinco horas cátedras semanales para Matemática, distribuidas en tres y dos horas cada día para los dos cursos. Esto muchas veces condicionaba el planteo de las actividades, es decir, se tenía en cuenta el tipo de actividad que se pretendía proponer puesto que no es lo mismo que trabajasen una actividad de carácter exploratorio en una clase de 120 minutos interrumpidos por un recreo, que en una clase de 80 minutos.

Desde un primer momento se decidió respetar la modalidad de trabajo desarrollada por la profesora tutora. Las actividades propuestas eran de carácter grupal, fomentando la discusión entre los integrantes del grupo y con otros grupos cercanos. Luego, cuando finalizaban la actividad, la clase trabajaba de manera colectiva, discutiendo y debatiendo las diferentes estrategias puestas en juego por los grupos para la resolución de las actividades. El docente practicante gestionaba estas discusiones recuperando ideas y nociones importantes para luego institucionalizarlas.

La cantidad de alumnos por curso, y el tamaño y las dimensiones del aula no resultaban óptimos para este tipo de dinámica. Por este motivo, algunas veces durante los debates el docente practicante debía estar atento a los laterales del curso, ya que era donde generalmente los alumnos se distraían o no escuchaban los aportes de sus compañeros.

2.2.6 Participación de los alumnos

En cuanto a la participación del grupo, se puede destacar el compromiso y voluntad de los estudiantes en cada una de las clases. La modalidad grupal facilitó el trabajo matemático propuesto con el gran número de alumnos de cada curso. En general, las actividades eran presentadas por el docente, luego los estudiantes la realizaban de manera grupal debatiendo sobre sus posibles resoluciones. A continuación se socializaba lo realizado tratando de mantener un clima ordenado durante el debate. A través de los aportes del grupo-clase, y con las intervenciones pertinentes por parte del docente, se construía el concepto a trabajar registrándolo en la pizarra una vez definido. En el caso de las actividades lúdicas de diagnóstico los alumnos participaban con gran entusiasmo, apropiándose rápidamente del juego propuesto. En la instancia del STPE los grupos se concentraban en su resolución y consultaban a los docentes (profesor practicante, profesor practicante observador, profesora tutora, profesora supervisora) que intervenían orientando el trabajo de cada grupo para que pudieran continuar con las actividades propuestas.

Durante las exposiciones orales grupales, los estudiantes que se encontraban en la ponencia eran los protagonistas en todo momento del trabajo matemático que se llevaba a cabo en el aula. Los expositores socializaban la construcción que se les había asignado, y durante este período tanto los docentes como el resto de la clase podían realizar intervenciones que profundizaban las ideas expuestas.

2.3 IMPLEMENTACIÓN DE LAS PRÁCTICAS

2.3.1 Cronograma de actividades previstas

A continuación se presenta el cronograma de clases implementado en cada uno de los cursos.

1º A

Semana	Nº de clase	Fecha	Contenidos trabajados	Actividades desarrolladas
Primera Semana	1	08/08	Geometría – Características, propiedades y relaciones entre figuras planas. Definición de polígono.	Actividades lúdicas grupales de exploración. Puesta en común para construir la definición de Polígono.
	2	10/08	Definición de recta y segmento. Definición de figura convexa. PTPE (Tabla).	Puesta en común. Actividad de exploración.
Segunda Semana	3	17/08	Polígono regular. Clasificación de polígonos según su número de lados.	Actividades de comparación y búsqueda de características de polígonos.
Tercera Semana	4	22/08	Elementos de un polígono. Triángulos. Definición de ángulo y representación. Suma de ángulos interiores de un triángulo.	Actividades de comparación y búsqueda de características de polígono. Actividad integradora, puesta en común. Actividad de exploración y constatación empírica.
Cuarta Semana	5	29/08	Presentación del software GeoGebra y construcciones geométricas. Repaso nociones circunferencia, elementos de Polígono.	Actividad de exploración del software GeoGebra. Construcciones con GeoGebra. Actividades de exploración.
	6	31/08	Clasificación de triángulos según sus lados. Abordaje de la desigualdad triangular.	Actividades con GeoGebra para explorar y construir los distintos triángulos y la desigualdad triangular.
Quinta Semana	7	05/09	Repaso de nociones abordadas. Refuerzo de la desigualdad triangular. STPE.	Repaso de la desigualdad triangular con puesta en común y registro de preguntas y respuestas. Trabajo de Construcción con software geométrico.
	8	07/09	Concepto de lado opuesto a un ángulo (en un triángulo). STPE.	Actividad empírica de lado opuesto a un ángulo. Trabajo de construcción con software geométrico.
Sexta Semana	9	12/09	STPE.	Trabajo de construcción con software geométrico.
	10	14/09	Polígono, Cuadriláteros, elementos de un polígono, rectas perpendiculares y paralelas, circunferencia, ángulo.	Evaluativo escrito y oral, grupal.

1º B

Semana	Nº de clase	Fecha	Contenidos trabajados	Actividades desarrolladas
Primera Semana	1	09/08	Geometría - Características, propiedades y relaciones entre figuras planas.	Actividades lúdicas grupales de exploración.
	2	10/08	Definición de polígono. Definición de recta y segmento. Definición de figura convexa. PTPE (Tabla).	Puesta en común para construir la definición de Polígono. Listar polígonos. Puesta en común. Actividad de exploración.
Segunda Semana	3	16/08	Polígono regular. Clasificación de polígonos según su número de lados.	Actividades de comparación y búsqueda de características de polígonos.
	4	17/08	Elementos de un polígono. Triángulos. Definición de ángulo y representación. Suma de ángulos interiores de un triángulo.	Actividad integradora, puesta en común. Actividad de exploración y constatación empírica.
Tercera Semana	5	23/08	Presentación del software Geogebra y construcciones geométricas.	Actividad de exploración del software a través de construcciones.
Cuarta Semana	6	30/08	GeoGebra y construcciones. Repaso nociones circunferencia, polígono, elementos de Polígono.	Actividades de exploración.
	7	31/08	Clasificación de triángulos según sus lados. Abordaje de la desigualdad triangular. Concepto de lado opuesto a un ángulo (triángulo).	Actividades con GeoGebra para explorar y construir los distintos triángulos y la desigualdad triangular. Actividad empírica de lado opuesto a un ángulo.
Quinta Semana	8	06/09	Repaso de nociones abordadas. STPE.	Puesta en común con registro de preguntas y respuestas. Trabajo de Construcción con software geométrico.
	9	07/09	STPE.	Trabajo de construcción con software geométrico.
Sexta Semana	10	14/09	Polígono, Cuadriláteros, elementos de un polígono, rectas perpendiculares y paralelas, circunferencia, ángulo, suma de ángulos	Evaluativo escrito y oral, grupal.

			interiores de un triángulo. Diámetro.	
--	--	--	---------------------------------------	--

2.3.2 Actividades propuestas

Gracias a las observaciones realizadas en los cursos, y considerando a la Geometría como un espacio propicio para fomentar otro modo de pensar, decidimos desarrollar nuestras clases en base a actividades que incentiven la exploración y la producción de conocimiento por parte de los estudiantes. De este modo, la preocupación principal giró en torno a

...cómo generar condiciones que permitan a los alumnos involucrarse en la producción de conocimientos geométricos, no solo de aquellos que son reconocidos en el sistema educativo con nombre y apellido sino también de aquellos referidos al tipo de tarea que se despliega, a esa racionalidad propia del trabajo geométrico, pocas veces explicitada, pocas veces reconocida como parte troncal del “saber geometría” (...) (Itzcovich, 2005, p. 12).

En palabras de João Pedro da Ponte (2005), podemos clasificar las actividades planteadas teniendo en cuenta el grado de dificultad (desafío elevado y reducido) o considerando su estructura (de carácter cerrado o abierto). Hicimos hincapié en las tareas de exploración e investigación, es decir, actividades de carácter abierto con desafío reducido y elevado, respectivamente.

Las actividades se presentaban en fotocopias, algunas veces las leíamos los docentes practicantes y otras veces los alumnos, se aclaraban las dudas correspondientes y luego se proporcionaba un tiempo para llevarlas a cabo. Posterior a la resolución de las tareas, se corregían mediante una puesta en común para finalmente realizar un cierre de la actividad e introducir nuevas ideas que permitían abordar la actividad siguiente.

En lo que sigue presentaremos las actividades propuestas y los recursos empleados, acompañando con imágenes que ayuden al lector a comprender lo realizado. Se detallarán con más minuciosidad aquellas actividades que resultaron más sustanciosas para el trabajo matemático.

Con la propuesta de la primera actividad (**Actividad 1**), lúdica y de carácter exploratorio, se buscó reconocer los contenidos geométricos y el lenguaje matemático del que disponían los alumnos. Usamos esta actividad como instrumento de diagnóstico para, en base a ello, ajustar la planificación planteada para el desarrollo de las clases posteriores.

instancia, se reflexionaba mediante una puesta en común sobre qué preguntas hacían referencia a cualidades geométricas de las figuras y cuáles no.

Para la segunda parte de la actividad pretendimos una participación aún más activa por parte de los estudiantes. Implementamos otra modalidad de juego entre los grupos, donde un representante de cada grupo escogía una figura teniendo en cuenta que el equipo contrincante trataría de adivinarla. Posterior a ello, se cruzaba para que sus rivales comiencen a realizarle los interrogantes necesarios para cumplir el objetivo (ver *Imagen 8*). De esta manera, el juego concluyó luego de varias rondas, donde todos los integrantes de cada grupo jugaron por lo menos una vez el papel de representante. Una aclaración pertinente para esta segunda parte es que los alumnos contaban con un límite de cinco preguntas a realizar, y luego de la última debían decidir cuál figura era la que el rival había escogido. La finalidad de restringir el número de preguntas era, por un lado que los estudiantes pudieran reflexionar sobre los interrogantes planteados, y evaluaran su pertinencia para la adivinar la figura, es decir, que fuesen capaces de reflexionar sobre las propiedades geométricas del conjunto de figuras planas y en base a ello preguntar por características geométricas que permitan descartar un gran número de figuras. Por otro lado, este límite permitía que la decisión final estuviese ligada en parte al azar. De esta manera el juego no sancionaba el conocimiento o desconocimiento de los estudiantes. Al final de las cinco preguntas el representante debía mostrarle al grupo la figura que había seleccionado con el objetivo de dar credibilidad al juego.

Un aspecto a destacar era que a medida que los estudiantes realizaban preguntas, íbamos formalizando el vocabulario geométrico empleado. Esto se lograba a través del aporte de sus propios compañeros mediante un debate común.

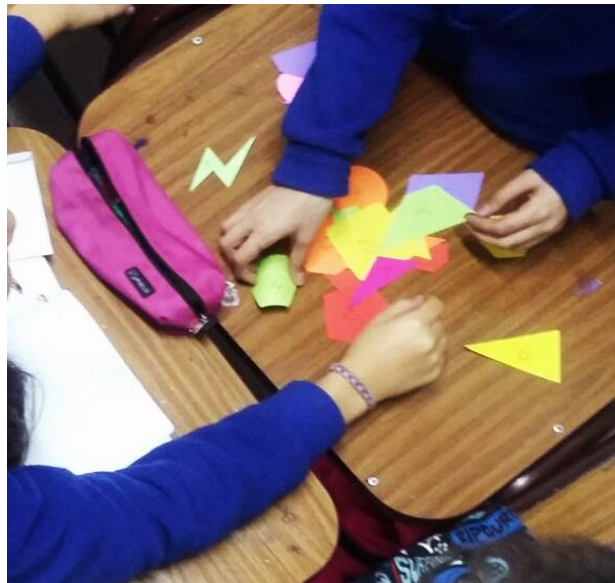


Imagen 8: Actividad lúdica. Manipulación de figuras durante el juego.

Antes de comenzar la **Actividad 2** se introdujeron las nociones de punto, recta y segmento ya que íbamos a precisarlos a lo largo de nuestras prácticas. Les preguntamos que recordaban de esos contenidos, registramos las respuestas en la pizarra y en base a ellos construimos las nociones. En la *Imagen 9* mostramos un registro realizado sobre estos contenidos.

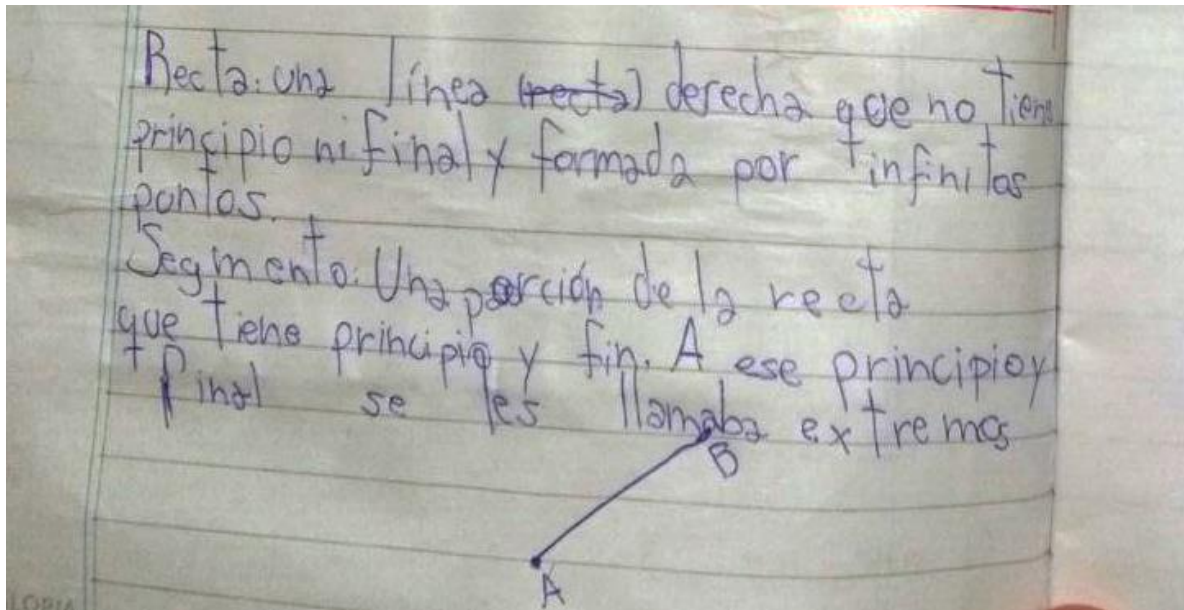


Imagen 9: Registro de un alumno sobre las nociones trabajadas.

Con la **Actividad 2** se buscó introducir las nociones de figura convexa y no convexa.

Actividad 2: "¿Dónde nos mudamos?"

- a) Juan y Pedro piensan mudarse a un campo que comparten. El mismo tiene la forma de la siguiente figura punteada:



Realice tres esquemas del campo. En cada uno de estos esquemas dibuje dónde podrían estar ubicadas las casas de Juan y Pedro. Luego, para cada esquema, dibujen el camino más corto para ir de una casa a la otra. Argumenten porque les parece que es el camino más corto.

b) Si el campo donde pensaban mudarse hubiese tenido la siguiente forma:



Observen que la casa de Juan ya está construida.

¿Se podría ubicar la casa de Pedro en cualquier parte del terreno de manera tal que puedan conectarse por un camino recto? ¿Por qué?

Nuevamente realice tres esquemas de este terreno y en cada esquema dibuje dónde podrían ubicar la casa de Pedro. Dibuje el camino más corto para ir de una casa a la otra. Argumenten sus respuestas.

Esta tarea tuvo como objetivo generar un nuevo criterio de clasificación: *convexidad*. La mayoría de los alumnos coincidieron en afirmar que el camino más corto entre dos puntos era un camino recto. La primera parte de la actividad dio lugar a la discusión entre todos para esa afirmación. Para ello, en algunos casos se plantearon analogías con situaciones de la vida cotidiana como evidencia, en otros casos proponían la opción de medir el camino recto y el camino alternativo dado por una poligonal o curva.

Durante la parte b) de la actividad se presentaron dudas en torno a dónde ubicar la otra casa para que se conectaran por el camino más corto, planteando situaciones de poligonales u optimización (ver *Imagen 10*). Debido a las condiciones del problema, llegaron a la conclusión de que la conexión de un camino recto entre dos puntos dependía también de la figura. Es decir, si la otra casa estaba en una determinada porción de terreno debían recurrir a una poligonal para no invadir el terreno del vecino. Por ello el interrogante *¿Se podría ubicar la casa de Pedro en cualquier parte del terreno de manera tal que puedan conectarse por un camino recto? ¿Por qué?* desafió a los alumnos a elaborar hipótesis para dar respuesta a la situación planteada. Además, los alumnos alcanzaron un pensamiento abstracto que les permitió identificar un

cuantificador universal con la frase *en cualquier parte*, y reconocieron que la existencia de un contraejemplo es suficiente para probar que no se cumple para todos los casos (ver *Imagen 12*)

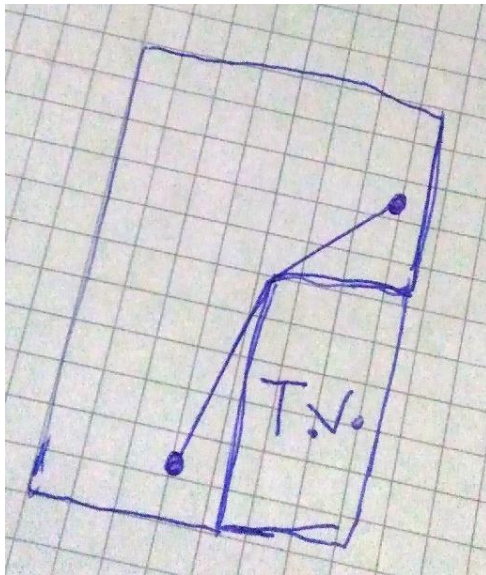


Imagen 10: Optimización de camino poligonal.

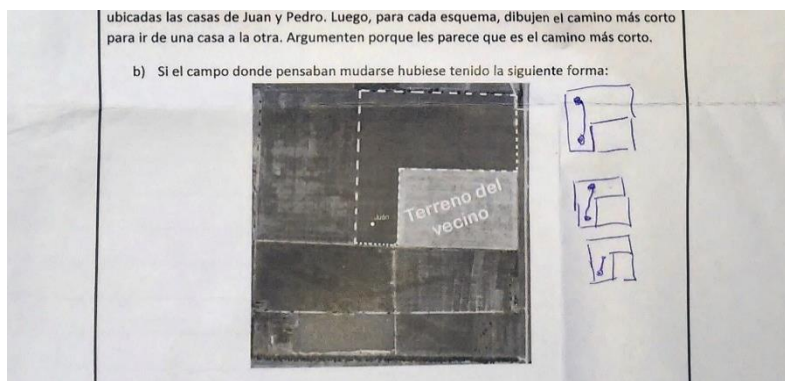
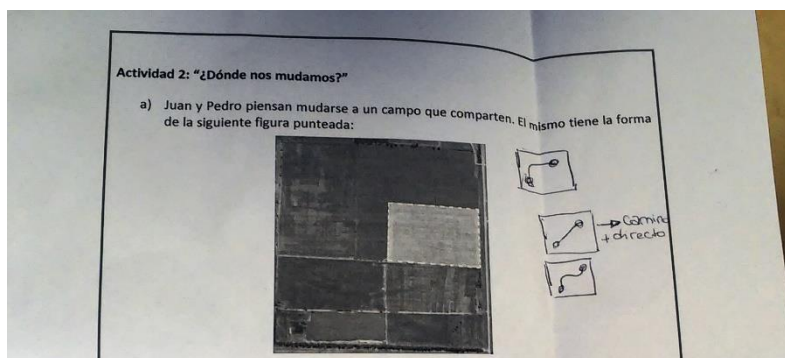


Imagen 11: Registros de posibles caminos a realizar.

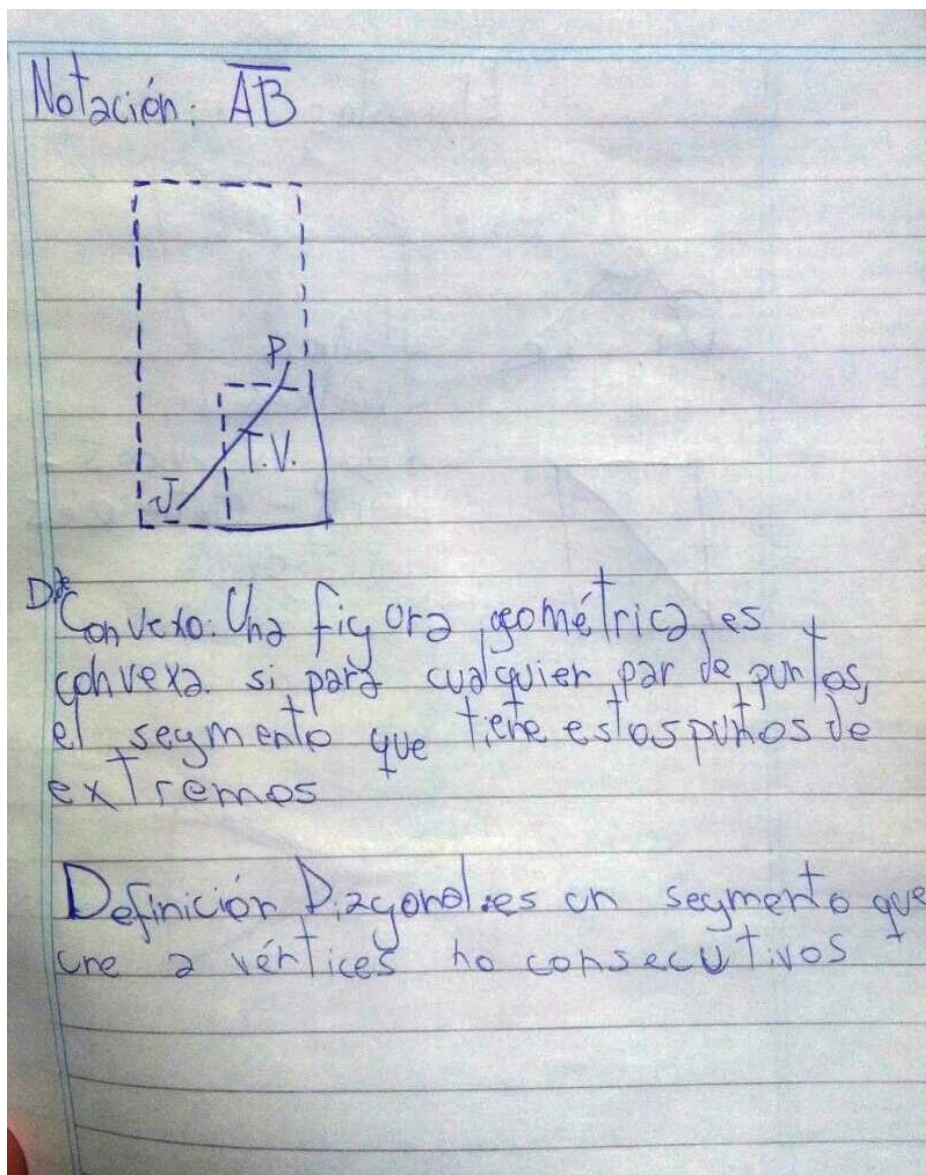


Imagen 12: Registro de un camino que no está contenido en la figura. Definición de convexo.

Concluida la actividad, oralmente se les preguntó si eran capaces de listar aquellas figuras de la **Actividad 1** que cumpliesen con la noción de convexo, esto se hizo para corroborar que hayan comprendido el concepto y para dar lugar a la **Actividad 3** que tenía como finalidad organizar y clasificar dichas figuras en una tabla.

Antes de iniciar con la actividad siguiente les consultamos de qué manera podían organizar datos. Los estudiantes propusieron que esto se podría realizar a través de cuadros, resúmenes, y tabla de datos. Fue entonces cuando presentamos un afiche con una tabla que contenía información de diversas razas de perros. Con este recurso abrimos el debate indagando si reconocían las filas, las columnas, los encabezados, etc. Cabe aclarar que los alumnos disponían

¹⁰ Notar que la definición de convexo está incompleta. *Convexo: una figura geométrica es convexa si para cualquier par de puntos, el segmento que tiene estos puntos de extremos queda dentro de la figura.* En algunas ocasiones los estudiantes dejaban incompleto el registro en sus carpetas por registrarlo solamente en el cuaderno de grupo.

de una fotocopia que poseía la misma información (ver sección **7.2 Anexo B: Tabla: diversas razas de perros.**)

Concluido este breve repaso sobre tabla de datos dimos comienzo a la siguiente actividad.

Actividad 3: Nos organizamos

En la tabla que le otorgamos, teniendo en cuenta la colección de figuras con las que se está trabajando, complete las columnas “Figura” y “Polígono”. En el caso de la columna “Figura” deberán realizar un dibujo de las mismas. Como puede observar, si extiende la tabla, notará que hay columnas y filas vacías. Las mismas se irán completando durante el desarrollo de las siguientes clases. ¿Cómo podrían introducir a la tabla las figuras convexas y no convexas?

Se han dividido en grupos la colección de figuras para cada integrante:

Grupo 1: 1, 12, 26, 20, **2**, 11, 27, 23.

Grupo 2: 21, **7**, 16, 9, 19, 31, 15, 33, **25**.

Grupo 3: 8, 24, 18, 29, 4, **30**, 34, 17, **22**.

Grupo 4: 28, 3, **14**, 32, 10, 5, 13, **6**.

En el caso de haber 5 integrantes por grupo, este se quedará con las que aparecen remarcadas en negrita.

Esta actividad será considerada como parte de una evaluación formativa grupal, por lo que cada integrante será responsable no solo de su nota, sino también de la de sus compañeros.

Por ello, deberá completarla y traerla todas las clases.

Criterios de Evaluación:

- Reconocimiento de Polígonos y propiedades de figuras geométricas.
- Organización de la información en la tabla.
- Ajustes de las representaciones gráficas de acuerdo a las características particulares de cada figura.

El grupo deberá hacer entrega de las tablas completas el día de agosto.

La **Actividad 3 (PTPE)** fue considerada como parte de una evaluación formativa que debía realizarse de manera grupal (esto se profundizará en la sección **3. Acerca de la Evaluación**). Con ella se buscó que los alumnos pudieran reconocer las diversas clasificaciones que se pueden realizar con un conjunto de figuras geométricas (polígono, convexo, polígono regular, clasificación del polígono de acuerdo al número de lados) y además pudieran reconocer las propiedades que estas disponían (tener todos sus lados rectos, tener diagonales, vértices, ángulos, etc.). También se pretendió que los alumnos pudieran organizar la información en la tabla ingresando los encabezados de acuerdo a las distintas categorías de análisis.

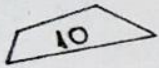
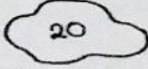
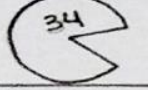
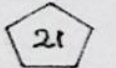
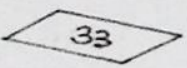
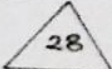
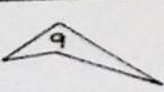
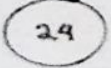








Figura	Polígono	Convexo	Regular	Clasificación según nº de lados.
	SÍ	SÍ	NO	Cuadrilátero
	No	No	_____	_____
	No	No	_____	_____
	SÍ	SÍ	SÍ	Pentágono
	SÍ	SÍ	NO	Cuadrilátero
	SÍ	SÍ	SÍ	triángulo
	SÍ	No	NO	Cuadrilátero
	No	SÍ	_____	_____

Imagen 13: Modelo ideal de tabla elaborado por los practicantes.

En primera instancia se hizo entrega de la fotocopia de la actividad y de la tabla a completar. Se realizó una lectura detallada del enunciado y de los criterios de evaluación que se contemplarían. Posterior a ello se indagó sobre las dudas que podían emerger por parte de los estudiantes. Algunos interrogantes hacían referencia a las columnas vacías que se podían observar en la tabla, se explicó que se pretendía que ellos llenasen los encabezados con los diversos conceptos que clase a clase se iban a ir trabajando. Además consultaban sobre la conformación de los grupos que se observaba en el enunciado de la actividad (Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4). Por un lado, esta denominación resultó ambigua ya que ellos también estaban separados en grupos numerados. Es por ello que se explicó que cada alumno iba a disponer de un grupo de figuras diferentes. Por otro lado, surgió la duda acerca de los números de figuras remarcados en negrita, por lo que presentamos un ejemplo para aclararla.

Por último, recalamos la importancia de ajustar la representación gráfica de las figuras en la tabla. Con esto se buscó que los estudiantes identificaran las cualidades geométricas distintivas de cada figura para poder representarlas.

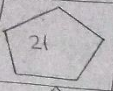
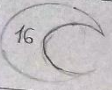

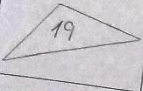
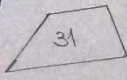

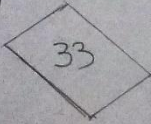

Ferreira Garda Manuela 1º B

Figura	Polígono	Cóncavo	Convexo	Regular	Lados y sus nombres	Diagonales
 2.8	Sí	No	Sí	Sí	Sí Triángulo (3)	No
 3	No	No	Sí	No	No	No
 14	No	No	Sí	No	No (circulo) Elipse	No
 3.2	Sí	Sí	No	No	Sí decaágono (10)	Sí
 16	Sí	No	Sí	No	Sí Cuadrilátero (4)	Sí
 5	Sí	No	Sí	No	Sí Triángulo (3)	No
 13	Sí	No	Sí	No	Sí Cuadrilátero (4)	No
 6 Ajustar representación	Sí	Sí	No	No	Sí decaágono (10)	Sí

Ferrari: sol Aylen Nagales Ferreira Garda Manuela 1º B Franco Magali Damián M. Caedo

Imagen 14: Registro de un alumno. PTPE.

¹¹ Los encabezados de las columnas que figuran en la tabla son: Columna 1: Figura, Columna 2: Polígono, Columna 3: Cóncavo, Columna 4: Convexo, Columna 5: Regular, Columna 6: Lados y sus nombres, Columna 7: Diagonales.

Figura	Polígono	Convexo	Regular	Clasificación Según sus números de lados	Diagonal
	SÍ	SÍ	SÍ	Pentágono	SÍ
	SÍ	SÍ	SÍ	Cuadrilátero	SÍ
	NO	NO	NO		SÍ ^x
	SÍ	NO	NO	Cuadrilátero	SÍ
	SÍ	SÍ	SÍ ^x	Triángulo	SÍ
	SÍ	SÍ	NO	Cuadrilátero	SÍ
	SÍ	SÍ	NO	Pentágono	SÍ
	SÍ	SÍ	NO	Cuadrilátero	SÍ
	SÍ	SÍ	NO	Pentágono	SÍ

Genial!

Imagen 15: Registro de un alumno. PTPE.

¹² Los encabezados de las columnas que figuran en la tabla son: Columna 1: Figura, Columna 2: Polígono, Columna 3: Convexo, Columna 4: Regular, Columna 5: clasificación según sus lados

Con la presentación de la **Actividad 4** se buscó que pudieran abordar un nuevo criterio de clasificación: polígono regular.

Actividad 4: Agrupamos y Argumentamos.

Elijan, de la colección de figuras otorgadas, todos los polígonos. Agrupe de a 2 aquellos que les resulten parecidas. Por lo menos realicen 5 grupos. **En sus cuadernos de grupo registre estos agrupamientos y argumente su elección.**

Esta actividad tuvo como finalidad que a partir de la elección de las figuras se expongan las cualidades de un polígono regular, como así también agrupamientos en base a nociones ya trabajadas, convexidad por ejemplo.

Los alumnos comenzaron a agrupar figuras buscando similitudes. Luego de agruparlas justificaban y registraban porque motivo habían hecho esa selección. Nosotros fuimos preguntando aleatoriamente a los grupos las selecciones que habían hecho y las registramos en la pizarra. Luego, dirigiéndonos a la clase en general, les consultábamos qué criterio emplearon para la agrupación y porqué. Algunos estudiantes realizaban estas selecciones teniendo en cuenta la cantidad de lados, otros considerando la convexidad de la figura, etc. Si bien solicitamos cinco agrupamientos como mínimo, algunos grupos de estudiantes realizaron más colecciones, lo que nos permitió elegir aquellos que ayudaban a construir la noción de regularidad. Por ejemplo, un estudiante comparó el cuadrado con el rectángulo debido a que ambas figuras tienen todos sus ángulos rectos y poseen cuatro lados. En ese momento, realizamos una intervención sobre las diferencias entre estas figuras y los mismos estudiantes advirtieron que el cuadrado tiene además sus lados iguales. A partir de esto, planteamos el siguiente interrogante *¿encuentran otros polígonos que cumplan con esto?* La respuesta de los estudiantes a esta pregunta dio lugar a la noción de regularidad como nuevo criterio de clasificación.

Finalmente se registró en la pizarra y en los cuadernos de grupo la noción que construimos entre todos. En las *Imágenes 16 y 17* se pueden ver algunos registros de agrupamientos y justificaciones.

Concluida la actividad, nuevamente de manera oral se les preguntó si eran capaces de listar aquellas figuras de la **Actividad 1** que cumplieren con la noción de polígono regular. Esto se hizo para corroborar que hayan comprendido el concepto y sirviera de guía para completar la Tabla del PTPE.

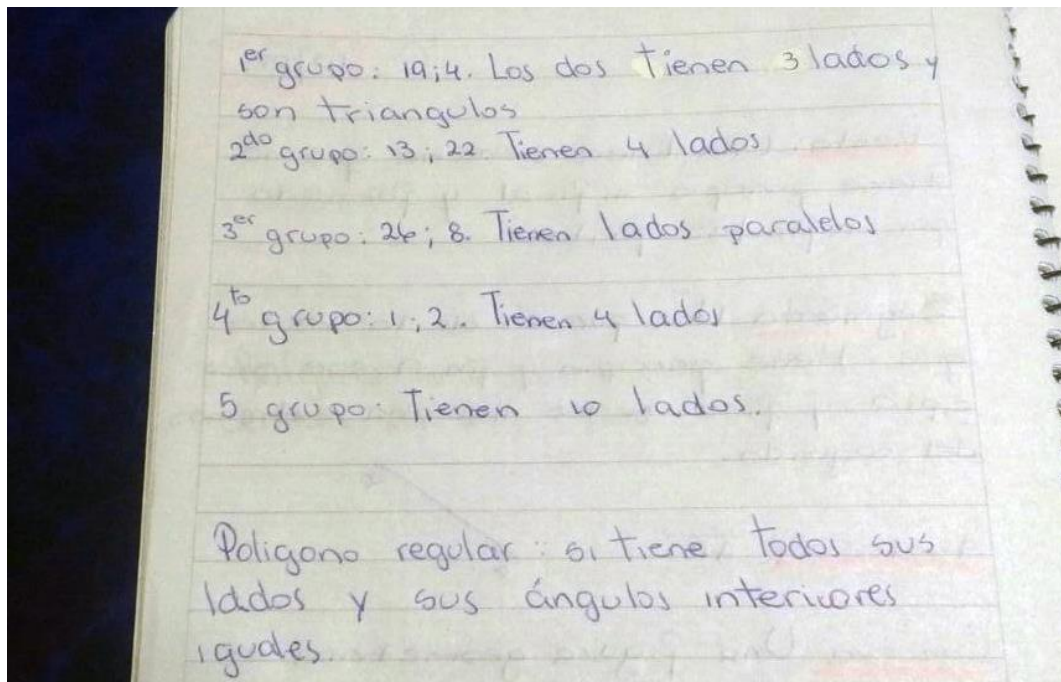


Imagen 16: Registro de agrupaciones de figuras realizadas por estudiantes.

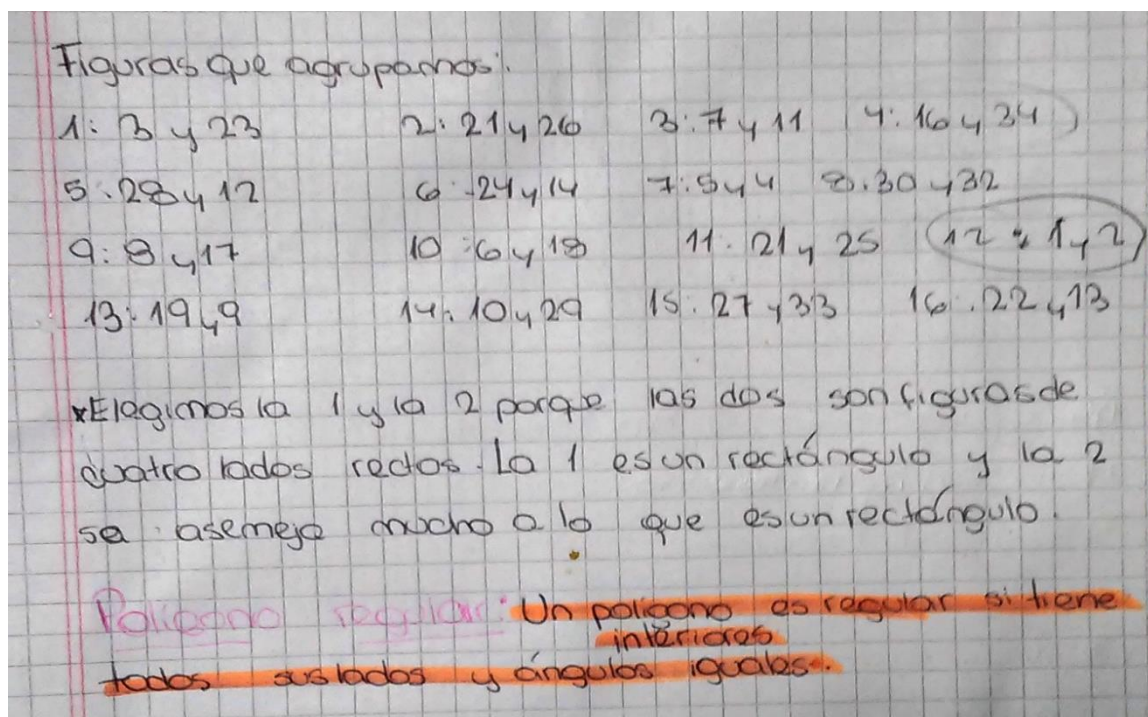


Imagen 17: Registro de agrupaciones de figuras realizadas por estudiantes.

Con la **Actividad 5** se buscó abordar un nuevo criterio de clasificación. Se hizo un repaso de la definición de polígono regular y se solicitaron ejemplos de la colección de figuras utilizada para la actividad lúdica. Luego de las respuestas otorgadas por los estudiantes, se realizó el siguiente interrogante:

Docente (D) – Considerando estas figuras ¿Qué diferencias encuentran?

Alumno (A) – El número de lados.

D – Claro. Entonces podemos nombrar los polígonos según sus lados.

D – Entonces, si tiene tres lados ¿cómo se llama?

A2 – Triángulo.

D – Bien, si tiene cuatro lados ¿cómo se llama?

A1 – Cuadrado.

A2 – Cuadrilátero.

D – Claro, en realidad el polígono de cuatro lados es el cuadrilátero. El cuadrado es un caso particular del cuadrilátero.

Luego de nombrar el triángulo y el cuadrilátero, también mencionaron al pentágono y al hexágono.

Aquí realizamos una breve explicación del origen de la palabra polígono y su etimología, mencionando que la palabra polígono es de origen griego y está formada por dos partes, “poli” que significa muchos y “gono” que significa ángulos.

Actividad 5 (para la casa): Clasificación de Polígonos de acuerdo a su número de lados.

Buscá los nombres de los polígonos de 6, 7, 8, 10, 12 y 20 lados. Una vez hecho esto, completá en la tabla con la que venís trabajando el nombre de los polígonos de la colección de figuras ¿Cómo incorporarías esta clasificación a la tabla?

Tomá registro de donde fue obtenida dicha información.

Al realizar el repaso en la clase siguiente se consultó sobre lo encargado. Las respuestas de los alumnos fueron satisfactorias ya que se pudo institucionalizar el nombre de aquellos polígonos requeridos. Consecuentemente se preguntó a la clase si tuvieron en cuenta incorporar la información a la tabla. La respuesta de los estudiantes fue positiva argumentando que la manera de incorporar esta nueva clasificación era ubicándola en un nuevo encabezado. En algunos grupos había integrantes que anticipaban esta nueva categoría e incluso ya habían completado parte de esta nueva columna.

Por último, un detalle a destacar es que luego de tener registradas en la pizarra las respuestas correctas por parte de la clase, se indagó sobre la fuente informativa que consideraron para realizar la tarea. Esto nos pareció conveniente debido a la diversidad de información que puede encontrarse a través de distintos recursos como libros, internet, etc. Poder seleccionar una fuente fiable no es una tarea fácil, y nos pareció una oportunidad provechosa para que los alumnos puedan reflexionar sobre ello.

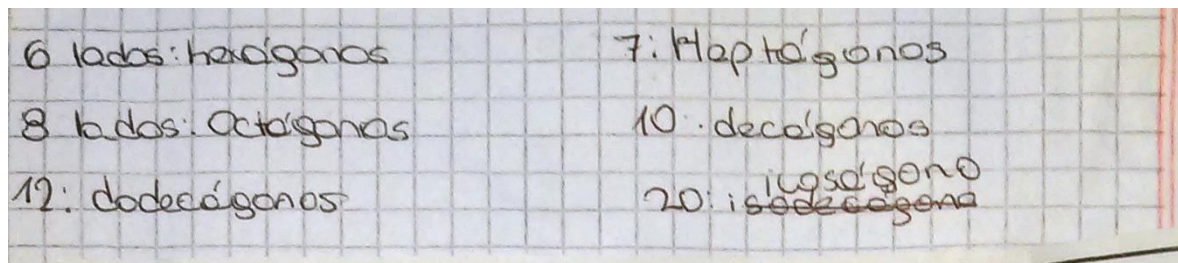
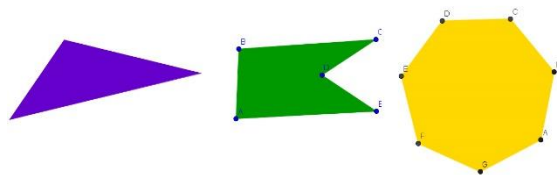


Imagen 18: Clasificación de polígonos de acuerdo a la cantidad de lados. Registro realizado por los estudiantes.

La **Actividad 6** tenía como objetivo identificar los elementos que componen un polígono.

Actividad 6: Elementos de un polígono

Observe las siguientes figuras, y para cada una de ellas responda:



¿Es un polígono? ¿Es convexo? ¿Es regular? Según su número de lados, ¿Cómo se llamaría?

Justifique teniendo en cuenta lo trabajado en clase.

Todos los polígonos poseen elementos que lo caracterizan. ¿Podría identificar algunos de ellos en las figuras?

La idea de esta consigna era reforzar los contenidos abordados anteriormente, y buscar que ellos identifiquen los elementos del polígono en base a la caracterización que realizaron. Decidimos hacer un debate común tomando de los grupos los aportes pertinentes para poder identificar estos elementos, sin olvidar al mismo tiempo de controlar y corregir la actividad entre todos. Esbozamos un cuadrado en la pizarra para que facilitara la comprensión de todos los alumnos en el momento de la socialización. Sin problemas los estudiantes detectaron la mayoría de los elementos, pero tuvimos que guiarlos a través de interrogantes como *¿Encuentran algún segmento además de los lados? ¿Lo podés señalar?* para que identifiquen a la diagonal como otro elemento del polígono. Debido a que les costaba la visualización de este elemento, decidimos trazarlo nosotros. Luego les consultamos *¿esto es un segmento?* Frente a su respuesta afirmativa les preguntamos si reconocían el nombre de este elemento. Como no lo recordaban, nosotros les proporcionamos la noción de diagonal de un polígono, remarcando que era el segmento que tenía por extremos dos vértices no consecutivos.

En este punto, es relevante aclarar que con esta nueva definición se reforzó la noción de convexidad como así también las condiciones necesarias para la existencia de la diagonal, a través de nuevos criterios desarrollados por los propios alumnos.

Algunos de ellos fueron:

Alumno A1 – Para trazar una diagonal el polígono tiene que tener 4 o más lados.

Esto surgió debido a la pregunta *¿un triángulo posee diagonales?* Y apelando a la noción construida anteriormente definieron este nuevo criterio.

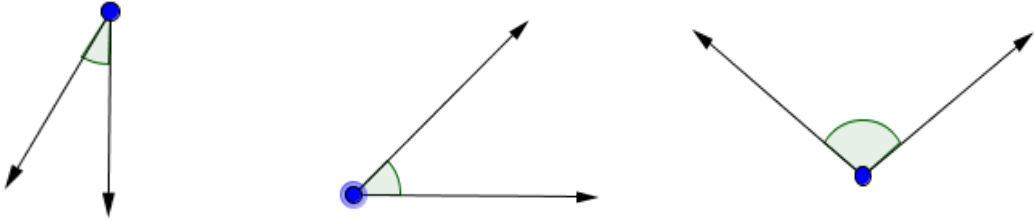
Alumno A2 – Si todas las diagonales quedan dentro del polígono, entonces podemos decir que el polígono es convexo.

Teniendo en cuenta estos aportes observaron además que no existe un triángulo que no sea convexo.

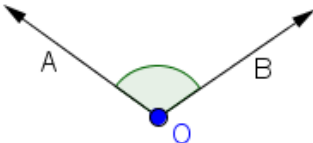
Con la **actividad 7** se buscó hacer un repaso de nociones vistas por los estudiantes años anteriores en relación al contenido ángulos.

Ángulo

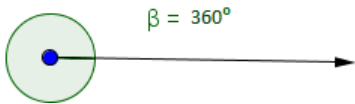
Definición: Un ángulo es la unión de dos semirrectas con el mismo origen. Este origen común es el vértice del ángulo y las semirrectas son los lados del ángulo.



Los ángulos se nombran por letras griegas, tales como: alfa (α), beta (β), gamma (γ), delta (δ), entre otras.

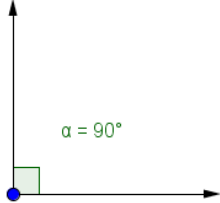
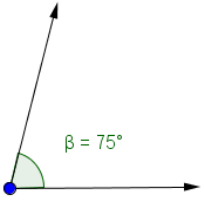
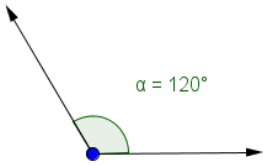
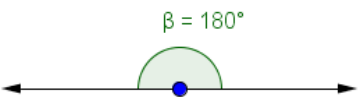
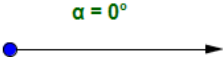


La amplitud de un ángulo puede medirse con un sistema llamado sistema sexagesimal, cuya unidad es el grado ($^\circ$). Un ángulo de giro completo mide 360° .
Existen nombres que los clasifican según su amplitud, ¿Conoces los nombres de algunos?
Registrémoslos en la siguiente actividad:



Actividad 7: Clasificación de Ángulos

Completá la siguiente tabla:

Ángulo Recto	Mide 90°	
.....	Mide menos de 90°	
.....	Mide más de 90°	
.....	Mide 180°	
.....	Mide 0°	

Decidimos proporcionarles un teórico que sirvió como una guía de repaso donde se abordó la definición de ángulo, una notación clásica y la clasificación de acuerdo a su amplitud. En este momento los estudiantes mediante un debate colectivo fueron mencionando los nombres correspondientes a cada ejemplo¹³.

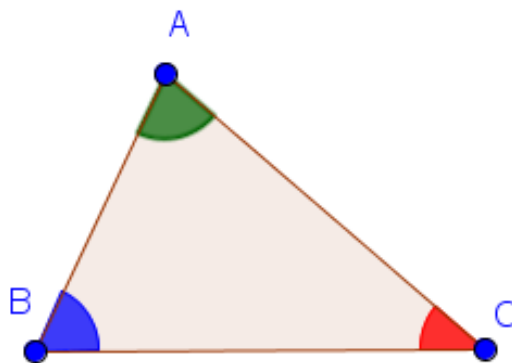
¹³ Esta actividad estaba planificada para que sea elaborada individualmente y luego se socialice.

Consideramos pertinente este repaso de la noción de ángulos ya que íbamos hacer uso de ella en las actividades siguientes.

Con la presentación de la **Actividad 8** se buscó institucionalizar la propiedad de *la suma de los ángulos interiores de un triángulo*.

Actividad 8: ¡Manos a la obra! ¿O manos a los triángulos?

1. Recortá los triángulos que te entregamos. ¿Los 2 triángulos son iguales? ¿Cómo podrías corroborarlo?
2. Pinta sus ángulos interiores, de la siguiente manera:



3. Pegá uno de los triángulos en tu carpeta, y al triángulo restante recortale los ángulos interiores y pegalos sobre un renglón de la hoja, de manera que sus vértices coincidan y las curvas queden arriba del renglón. Tengan cuidado de no superponer los ángulos al pegarlos. Los lados de los mismos deben coincidir.
4. Una vez que termines de pegar los ángulos interiores compará con tus compañeros de grupo y observa: ¿Tienen todos los mismos triángulos? ¿Qué notan de particular?
5. Completemos entre todos la siguiente propiedad:

“La suma de los ángulos interiores de un triángulo es: “

Para realizar esta actividad primero repartimos las fotocopias y el par de triángulos (ver *Imagen 19 y 20*) a cada estudiante. Cabe aclarar que estos dos triángulos eran iguales, pero diferentes a los pares entregados al resto de la clase.

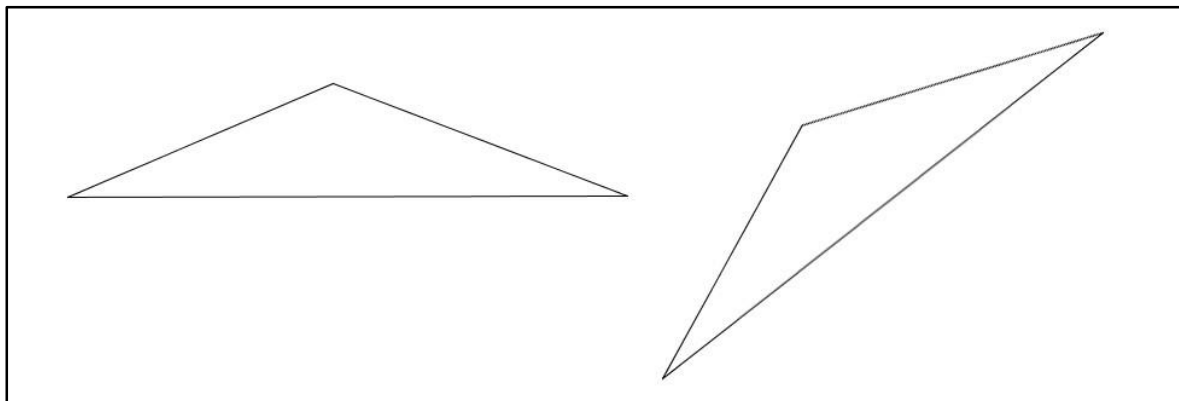


Imagen 19: Un ejemplo de triángulo isósceles entregado a los alumnos para realizar la actividad 8.

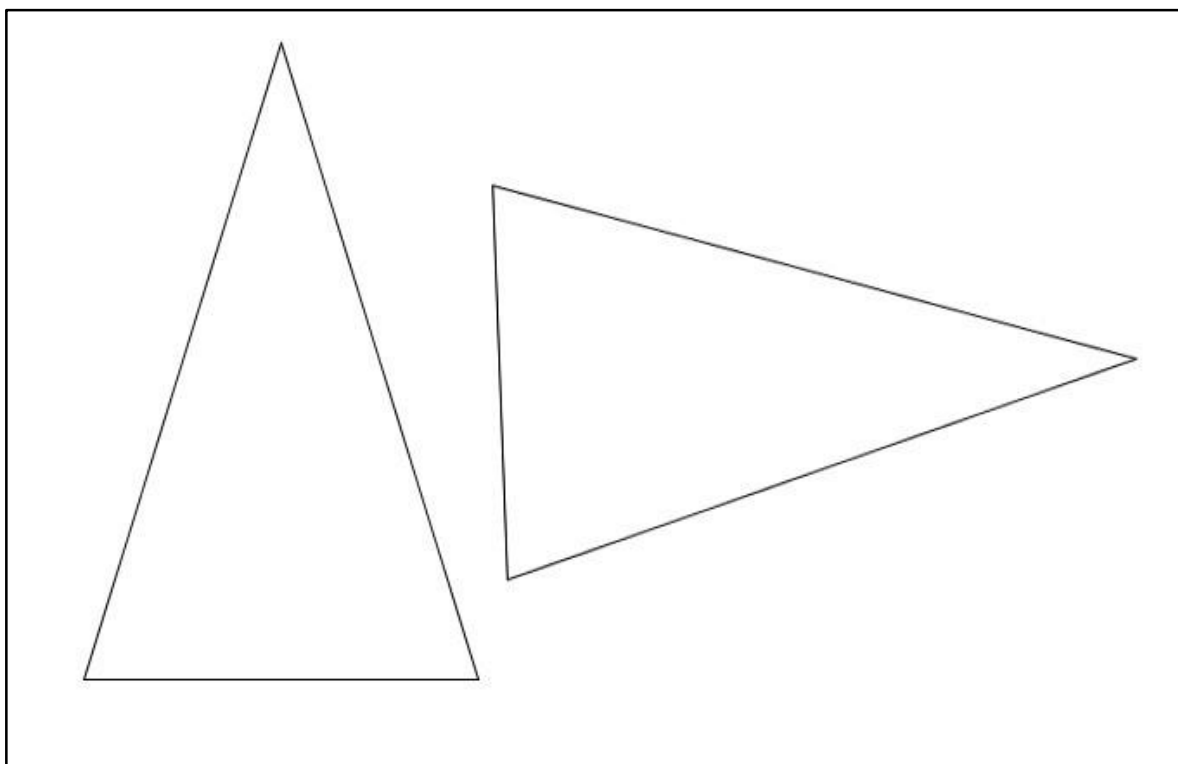


Imagen 20: Un ejemplo de triángulo isósceles entregado a los alumnos para realizar la actividad 8.

Posteriormente leímos detalladamente la consigna y consultamos si había dudas respecto lo que debían hacer. Para ayudar a la comprensión de la tarea, construimos un triángulo de cartón, pintamos sus ángulos interiores como solicitaba la actividad (ver *Imagen 21*) y lo pegamos en la pizarra a modo de guía. Una de las aclaraciones fue que delimitaran los ángulos interiores con curvas y no con un segmento, ya que al momento de cortarlos podían confundirse y no ubicar el vértice del ángulo. Se realizó un debate común en donde cada grupo fue exponiendo sus ideas. Para responder al primer interrogante, los alumnos brindaron propuestas como medir o

superponerlos y ver si coincidían. Empleando estas opciones corroboraron que los dos triángulos eran iguales.

Frente al segundo interrogante, emergieron algunas dificultades que estaban ligadas al ejemplo que proporcionamos como guía. La conformación de nuestro ejemplo era muy ideal, ya que al unir los ángulos interiores como solicitaba la actividad, se formaba una figura similar a un semicírculo. El diseño de este material didáctico fue justamente un problema, ya que los estudiantes no podían reproducir el ejemplo propuesto en la pizarra y, por lo tanto, obstaculizó la concreción de la actividad (ver *Imagen 22*).



Imagen 21: Triángulo de cartón. Ejemplo propuesto como guía para el desarrollo de la actividad.

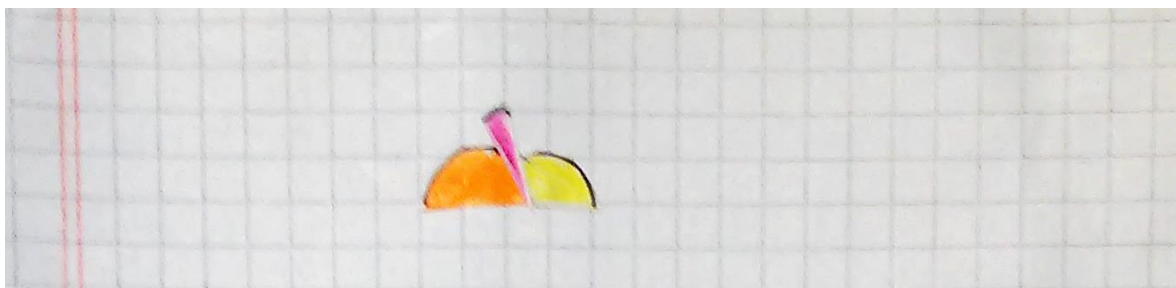


Imagen 22: Registro de un estudiante durante el desarrollo de la actividad.

En algunos casos se fue aclarando grupo por grupo que la unión de estos ángulos interiores conformaba un nuevo ángulo. Entonces decidimos preguntarles a qué ángulo correspondía teniendo en cuenta la clasificación que trabajaron previamente. Posterior a esto supieron como completar la actividad y construir la propiedad buscada, afirmando que el ángulo que se formaba era llano.

A continuación, les consultamos si era suficiente afirmar esa propiedad considerando sólo los distintos triángulos que ellos habían manipulado para la actividad. Ante diversas respuestas decidimos mostrarles un applet realizado por nosotros con GeoGebra, aprovechando este recurso dinámico para generalizar la propiedad. Ellos fueron los protagonistas de esta instancia, no solo por corroborar lo que habían hecho manipulando los triángulos entregados, sino por tener un primer acercamiento al software que emplearíamos a futuro.

Antes de empezar con la segunda parte de nuestras prácticas, las construcciones geométricas, se realizó un taller para presentar el software GeoGebra. Planteamos una situación muy ligada a ellos: *Cuándo te compran un celular, ¿lees el manual antes de comenzar a usarlo? ¿o aprendés mientras lo vas usando?* Bajo esta premisa se presentó el software, con la idea de que los alumnos investiguen y aprendan, planteándose interrogantes como: “¿qué herramienta hace tal cosa?” o “¿cómo hago para que...?” Esta situación, en conjunto con la **Actividad 9**, los invitó a explorar las diversas herramientas e identificar en ellas algunos de los contenidos trabajados anteriormente.

Actividad 9: Explorando aprendemos, aprendemos explorando.

Construir (como crean conveniente) los siguientes objetos:

- Una rueda (de auto, moto o bici, la que ustedes quieran).
- Un portarretrato de madera que tenga una foto de una persona.
- Un helado.

La finalidad de esta actividad era que ellos tuvieran un primer acercamiento al software reconociendo contenidos abordados.

Luego de haber repartido las fotocopias los estudiantes pusieron manos a la obra de inmediato. Estaban entusiasmados con la idea de trabajar de una manera distinta a la que estaban acostumbrados. Las construcciones no presentaron grandes dificultades para ellos, por lo cual comenzaron a investigar y consultar si se podía agregar colores, efectos, textos, etc. Esto nos pareció bastante fructífero ya que en algunos casos éstos podrían ser empleados en actividades siguientes.

En el caso de la segunda construcción solicitada los estudiantes debían realizar un portarretrato que tuviese una foto. Para ello, nosotros dispusimos previamente una carpeta con imágenes de personas que se encontraba ubicada en el escritorio de cada netbook. Así mismo, les aclaramos que tenían la libertad de usar otra imagen si así lo deseaban. A disposición del lector, estas imágenes se encontrarán en la sección **7.4 Anexos E: Imágenes para la actividad 9**.

En las imágenes posteriores se muestra a los alumnos trabajando, así como también el registro de algunas producciones realizadas por ellos. (Ver *Imagen 23 y 24*).

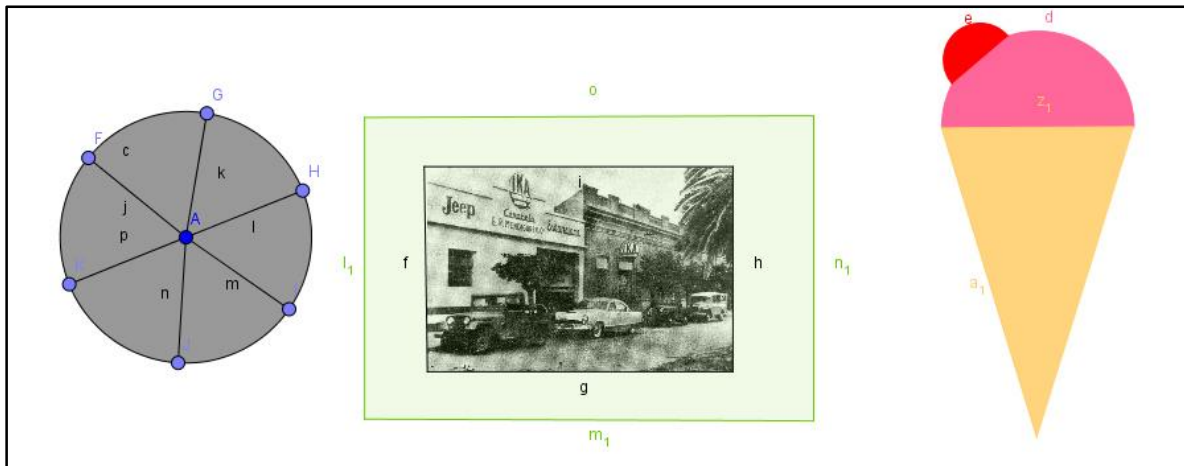


Imagen 23: Captura de pantalla de las construcciones de la actividad 9.



Imagen 24: Alumnos trabajando en las construcciones.

Con la **Actividad 10**, a diferencia de la actividad anterior, se trabajó con el software realizando construcciones, con el fin que emerjan contenidos geométricos para su tratamiento e institucionalización.

Actividad 10: Construimos con GeoGebra

Construir la figura que se describe en este instructivo:

- Trace un segmento AB de 5 cm.
- Con centro en B, trace una circunferencia de 3 cm de radio.
- Marque un punto C sobre el segmento AB, que se encuentre más cerca de B que de A. Trace una circunferencia con centro en A y que pase por C.
- Dibuje un triángulo con vértices en A, B y el punto de intersección¹⁴ de ambas circunferencias. Queda así dibujado el triángulo ABD.

a) ¿Se puede saber, sin medir, cuál es la longitud de cada uno de los lados del triángulo ABD? Justifique.

b) Mueva el punto C, acercándolo o alejándolo de B. ¿Cómo cambia la longitud de los lados del triángulo ABD? Explique.

c) Moviendo el punto C, busquen ubicaciones en las que se formen triángulos y otras en las que no se forme ninguno. ¿Es cierto que para que se formen triángulos, el lado AD debe ser mayor que 2 cm? ¿Por qué?

La finalidad de esta tarea era que a medida que la fueran desarrollando, reconocieran la importancia de realizar construcciones dinámicas de figuras rígidas, es decir, figuras cuyas propiedades se mantuvieran invariantes. Se buscaba también introducir la noción de lugar geométrico a través del uso de circunferencia o compás y, realizar un primer acercamiento para a la desigualdad triangular.

Durante el proceso de construcción surgieron algunos inconvenientes. Por ejemplo, al momento de trazar un segmento AB de 5cm algunos estudiantes no advirtieron el empleo de la herramienta de “segmento de longitud dada”. En su lugar utilizaban la herramienta “segmento”, aproximando la medida deseada a través de los ejes cartesianos. Otra dificultad que se hizo notoria fue cuando debían marcar el punto de intersección de ambas circunferencias. En la mayoría de los casos, realizaban un punto cercano a la intersección de estas, pero al emplear la herramienta “aproximar” se evidenciaba que el punto no pertenecía a la intersección. Es por ello que decidimos mostrarle la herramienta de “intersección” para que pudieran emplearla.

Cuando los estudiantes finalizaron la construcción se propuso un debate común, en donde con distintos aportes de los estudiantes se repasaron las herramientas empleadas.

El inciso (a) no presentó mayor dificultad para la clase. Pudieron responder rápidamente que se podía saber la longitud de dos lados del triángulo, ya que uno era el segmento de 5cm que dio origen a la construcción y otro correspondía a un radio de 3cm de la circunferencia centrada en B. Cabe aclarar que esta no fue la respuesta inmediata. Algunos de los estudiantes emplearon la vista algebraica para responder al interrogante. Mediante un debate con la clase se concluyó que emplear este recurso era medir a través del software, lo cual no cumplía con el enunciado. La segunda pregunta resultó similar a la anterior, puesto que reconocieron que el triángulo disponía de dos lados con longitudes fijas (los que mencionamos en el inciso (a)). El único que variaba era el lado restante, el cual dependía de la ubicación del punto C.

¹⁴ Por cómo se realizaba la construcción esta intersección brindaba dos puntos D y E. Es por ello que decidimos aclararles que si bien se formaban dos triángulos, debían considerar el ABD.

Lo interesante se presentó al momento de socializar el inciso (c). Pudieron advertir que si se acercaba lo suficiente el punto C hacia el punto A el triángulo desaparecía. Al mismo tiempo podían afirmar que si el punto C se acercaba lo suficiente al punto B el triángulo se formaba. El problema se presentó a la hora de justificar los interrogantes de este inciso. Algunos alumnos sostenían que el lado AD debía ser mayor que 2 cm para que se intersequen las circunferencias y con esto afirmaban que se podía construir el triángulo. Al mismo tiempo afirmaban que si el lado AD era menor que 2 cm, dicha construcción no se podía realizar. Nosotros le planteamos qué ocurría si el lado AD medía 2 cm, y frente a esto las respuestas fueron variadas. Por un lado consideraban que las circunferencias no se intersecaban, otros consideraban que si se intersecaban pero lo hacían en un solo punto quedando así los tres puntos alineados (A, B y D). Este resultado se dejó pendiente para ser abordado en la **Actividad 11**; actividad en la que se pretendía trabajar la noción de desigualdad triangular. En la siguiente imagen se puede visualizar la resolución de un grupo de alumnos frente a la **Actividad 10** (ver *Imagen 25*).

Sí, el segmento AD varía según la posición del punto C.
El segmento AB mide 5cm y el segmento BD mide 3cm.

Cambian solo los segmentos AD y BD. El segmento AB no cambia porque es el eje del punto C.

Sí, es cierto. Porque cuando mide más de 2cm, se forma un triángulo.
En cambio, si mide 2cm o menos, el triángulo desaparece. Es decir, el triángulo depende de la intersección.

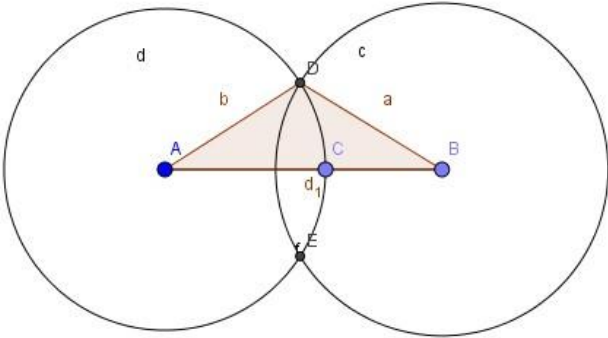


Imagen 25: Captura de pantalla de la producción de un grupo de estudiantes para la actividad 10.

Un aspecto a destacar era que los alumnos luego de responder los interrogantes empleaban la vista algebraica para validar sus argumentos. Disponer de este recurso les fue de gran ayuda, no solo durante esta actividad, sino también para futuras construcciones durante su etapa exploratoria.

La **Actividad 11** consistió en poder clasificar los triángulos de acuerdo a la medida de sus lados.

Actividad 11: Clasificación de triángulos según sus lados

- Construí un triángulo equilátero cuyos lados midan 3 cm.
- Construí un triángulo isósceles cuyos lados midan 4 cm y 2 cm.
- Construí un triángulo escaleno de lados 6 cm y 5 cm.

Cuando termines de construir, debatí con tu compañero de grupo y responde:
En cada caso ¿Cuántos triángulos distintos que cumplan estas condiciones pueden construirse?

Si al triángulo escaleno se le agregara un tercer dato, un lado de 4 cm ¿Cuántos triángulos distintos se podrían construir?

Registra en tu carpeta los pasos que realizaste para la segunda construcción. En caso de que no sea posible construir el triángulo, justifica porque no pudiste hacerlo.

Luego de hacer entrega de la fotocopia un estudiante realizó la lectura de la misma. Al concluir, se consultó si había dudas acerca de a qué se refería con un triángulo equilátero, isósceles o escaleno. Además se pretendió realizar un primer acercamiento a las narrativas de construcción que deberían realizar los alumnos en el STPE.

Durante esta actividad los alumnos trabajaron en las netbooks de manera grupal de a dos integrantes¹⁵, debatiendo sobre las herramientas que resultaban convenientes para realizar la construcción y la posibilidad de llevarlas a cabo, entre otras cuestiones.

Como la tarea estaba relacionada con la actividad anterior, donde se había abordado implícitamente la desigualdad triangular, se planteó el interrogante acerca de la cantidad de soluciones posibles en cada caso. El objetivo de esta pregunta era que hicieran foco en la segunda construcción, ya que si los alumnos realizaban el triángulo isósceles de lados 4cm, 4cm y 2cm, con el interrogante se los invitaría a pensar si era posible realizar la construcción de un triángulo isósceles cuyos lados midan 2cm, 2cm y 4cm. De esta manera se verificó la imposibilidad de la construcción de dicha figura como había ocurrido en la **Actividad 10**, logrando arribar a la propiedad de la Desigualdad Triangular.

En forma conjunta los alumnos respondieron al interrogante sin inconvenientes pudiendo diferenciar las propiedades que caracterizaban cada clasificación.

La *Imagen 26* expone la construcción que se realizó mediante una puesta en común empleando los recursos tecnológicos convenientes, como la notebook, el software GeoGebra y el cañón. En esta instancia los alumnos argumentaban que el triángulo no podría armarse debido a que las circunferencias no se cortaban en más de un punto. Los aportes que surgieron fueron muy fructíferos para abordar la propiedad que se pretendía. Los alumnos argumentaron que como dos segmentos consecutivos quedaban encima de la base del triángulo no se iba a poder armar. Otros aportaban que se necesitaba que el punto de intersección de las circunferencias estuviera más arriba o más debajo del segmento base, y para que esto fuera posible era necesario

¹⁵Los grupos originales se dividieron en sub grupos para una mayor practicidad en el trabajo con las netbooks.

agrandar uno de los radios. Teniendo en cuenta estos argumentos se realizó una reflexión acerca de los datos que nos proporcionaba el enunciado. La conclusión obtenida fue que para poder armar el triángulo alguna de las circunferencias de radio 2cm tenía que ser de un radio mayor. Con este argumento por parte de la clase se institucionalizó la necesidad de que la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo debe ser mayor que la longitud del lado restante para que dicho triángulo pueda construirse.

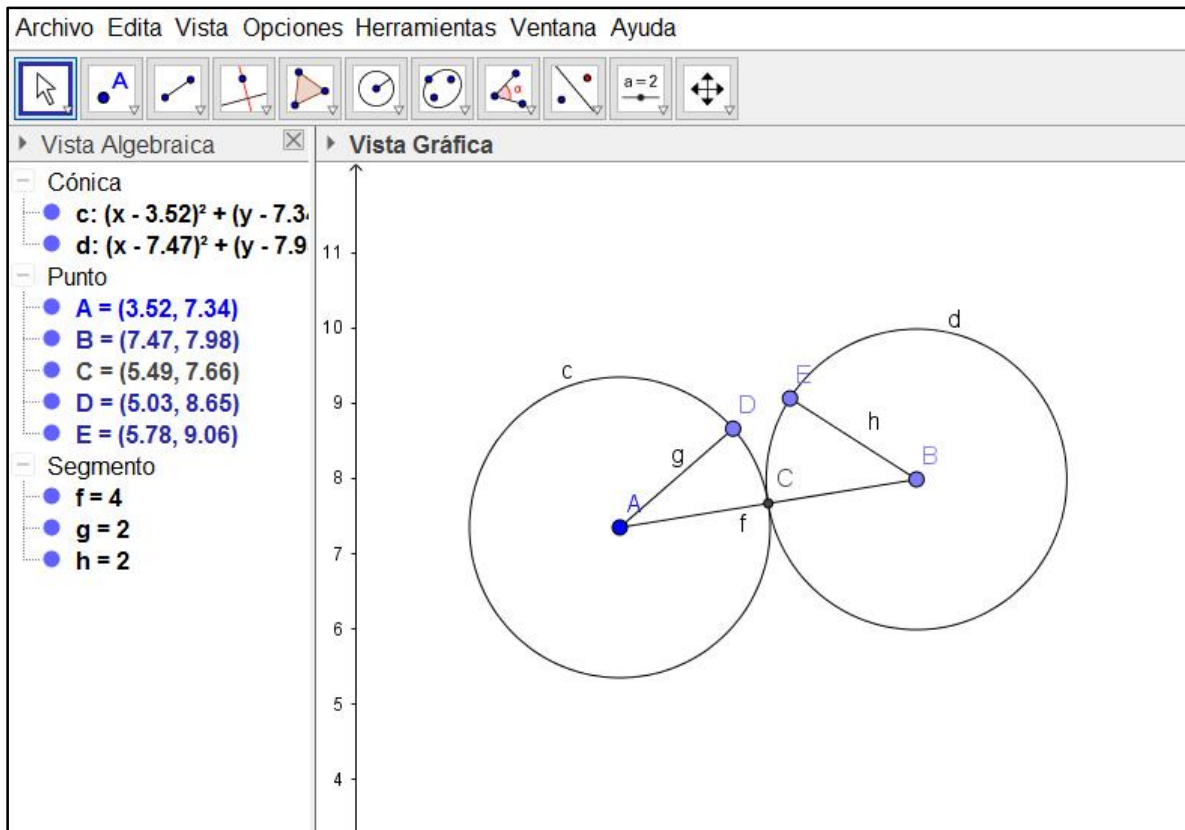


Imagen 26: Abordaje de la desigualdad triangular.

En la *Imagen 27* se puede visualizar un registro de las construcciones realizadas por los estudiantes en la **Actividad 11**.

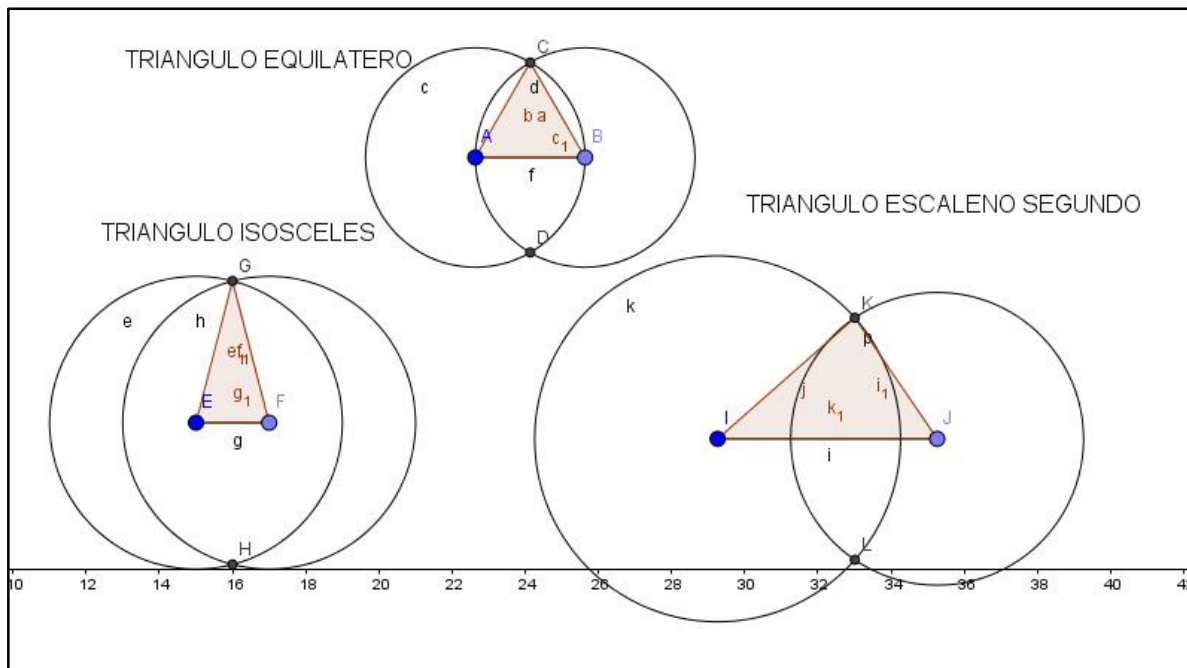


Imagen 27: Registro de las construcciones de la actividad 11.

Por último, se registró en la pizarra la noción de desigualdad triangular (ver *Imagen 28*) y se les solicitó al grupo de clase que tomaran nota en sus carpetas, y en el cuaderno grupal. Les pedimos que realizarán esto porque la actividad siguiente estaba referida a este contenido y debían realizarla en su casa.

16

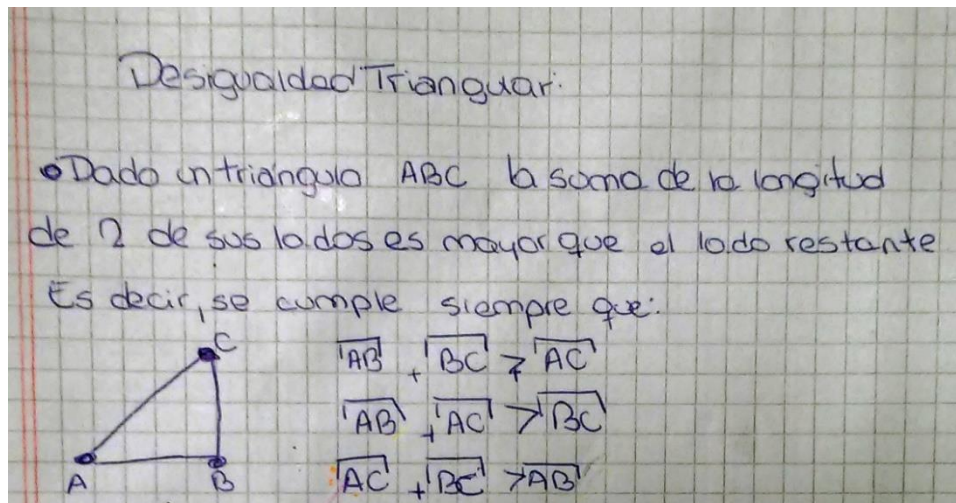


Imagen 28: Registro de la desigualdad triangular realizado por un estudiante en su carpeta.

La presentación de la **Actividad 12** tuvo como objetivo reforzar la noción de desigualdad triangular, suma de ángulos interiores de un triángulo y clasificación de triángulos según la medida de sus lados.

¹⁶ No se contempló el caso de la igualdad debido a que el triángulo degenerado (triángulo de vértices colineales) no se había estudiado.

Actividad 12: Reforzamos y Repasamos

- (a) ¿Se puede construir un triángulo isósceles cuyos lados midan 3 cm y 4 cm? ¿Podés responderlo sin intentar la construcción? ¿cuántos triángulos diferentes cumplen esta condición?
- (b) Si tengo un triángulo escaleno y dos de sus lados miden 8cm y 2cm respectivamente, ¿entre que valores puede estar el tercer lado?
- (c) Bruno dice que todos los triángulos equiláteros son isósceles, pero Pedro dice que está equivocado. ¿Quién tiene razón? justifica tu elección.
- (d) ¿Se puede construir un triángulo con 3 ángulos de 90 grados? ¿Por qué?
- (e) Con los datos que te damos a continuación y sin construir, selecciona aquellos segmentos que te permiten construir un triángulo y justifica tu respuesta.
- 10 cm, 5 cm, 5 cm
 - 10 cm, 7 cm, 5 cm
 - 7 cm, 5 cm, 5 cm
 - 14 cm, 7 cm, 5 cm
 - 5 cm, 5 cm, 5 cm

La finalidad de esta actividad consistió en repasar los contenidos abordados a través de ejercicios de rutina y actividades de exploración. Como la tarea era para realizarla en la casa, se controló en la clase siguiente a través de un debate entre todos, donde cada uno fue realizando distintos aportes. No obstante, no todos los estudiantes habían realizado la tarea, por lo que no pudieron participar activamente de esta puesta en común.

La mayoría de las preguntas no presentaron grandes dificultades para ellos, solo el inciso c) de la actividad debió realizarse con más detenimiento y apelar a las nociones registradas, para así poder responder a la pregunta.

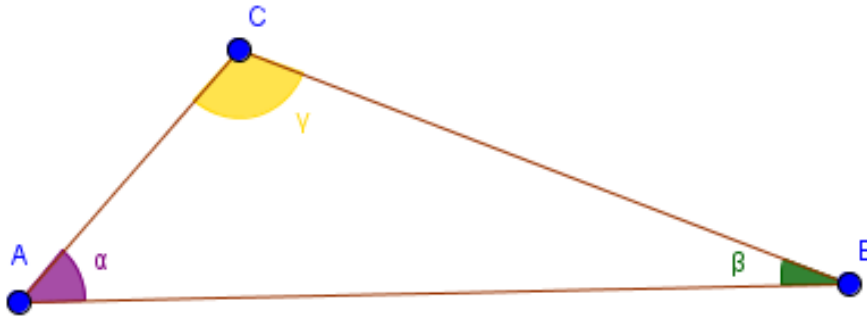
Antes de comenzar con la **Actividad 13** se pretendía realizar previamente la lectura de material teórico con la definición para triángulos de lado opuesto a un ángulo, debido a que iba a necesitarse para el desarrollo de una de las construcciones propuestas posteriormente. Para realizar esta actividad, junto con la fotocopia del enunciado, los estudiantes recibían una hoja con la impresión de un triángulo isósceles, cada estudiante recibía un triángulo diferente.

Actividad 13: Aprendemos propiedades

¿Qué es un lado opuesto a un ángulo?

Definición: En un triángulo ABC un lado se dice opuesto a un ángulo si ese lado no es lado del ángulo.

Como se observa en la figura el lado \overline{AB} es el opuesto al ángulo γ (gamma).



¿Cuál es el lado opuesto al ángulo β ? ¿Y a α ?

¡Muy bien! Ahora a trabajar, con los triángulos que les entregamos, realicen los siguientes pasos:

- Recortá el triángulo por sus bordes.
- ¿El triángulo posee lados iguales? ¿cómo podrías verificarlo? ¿Qué ocurre con los ángulos opuestos a estos lados? ¿cómo podrías verificarlo? Registrá tu respuesta.
- Completa la siguiente propiedad: “En un triángulo los ángulos opuestos a los lados iguales son”

La actividad mediante constatación empírica con distintos triángulos isósceles permitió visualizar una propiedad que estos poseen: *Los ángulos opuestos a los lados iguales, son iguales.* Era importante poder trabajar esta propiedad ya que serviría para argumentar algunas construcciones que se realizarían más adelante en la **Actividad 14**.

Al concluir con la socialización de la definición teórica de lado opuesto a un ángulo se ejemplificó en la pizarra empleando un triángulo de cartón que se utilizó con anterioridad. Esto sirvió para disipar dudas por parte de los estudiantes en cuanto al teórico proporcionado, lo cual facilitó el desarrollo de la actividad.

Luego de recortar los triángulos isósceles entregados, como lo solicitaba la consigna, se interrogó a la clase si poseían lados iguales. En este caso la respuesta resultó afirmativa ya que implementaron, para corroborar dicha igualdad, el plegado de la figura haciendo coincidir dos de sus lados, y en algunos casos emplearon la regla como método de constatación. Consecuentemente se preguntó si ocurría algo similar con los ángulos opuestos a estos lados iguales. El mecanismo de comprobación fue plegar nuevamente las figuras y así se concluyó que estos ángulos eran iguales (ver *Imagen 29*). De esta manera se arribó a la propiedad “En un

triángulo isósceles los ángulos opuestos a los lados iguales son iguales”, registrándola en el último renglón de la actividad.

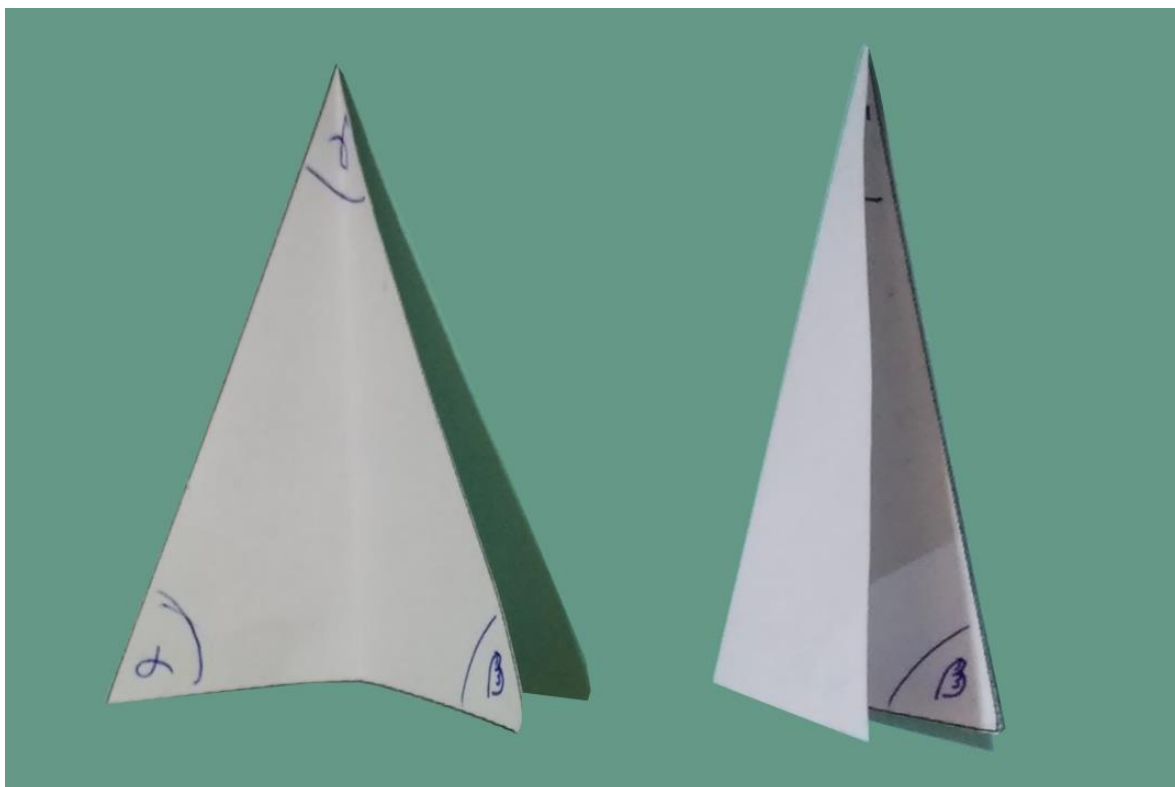


Imagen 29: Registro de plegado de un triángulo isósceles.

La **Actividad 14** correspondió al STPE: *Construcciones de cuadriláteros con GeoGebra*. Este tenía como objetivo explorar e investigar nuevas propiedades geométricas para cuadriláteros, consolidando los conceptos y el uso del lenguaje geométrico en relación a lo que se había estudiado hasta el momento. (Esto se profundizará en la sección **3. Acerca de la Evaluación**)

A continuación agregamos las pautas para llevar a cabo la actividad y posteriormente las construcciones que se plantearon para los alumnos. Cabe aclarar que dichas pautas eran generales para todos los grupos, pero cada uno disponía de una construcción particular.

Actividad 14: Trabajo Práctico Evaluable de Construcciones con GeoGebra

El siguiente trabajo práctico está pensado para llevarse a cabo respetando la conformación de grupos original, pero a su vez se dividirá en subgrupos de a dos alumnos. El trabajo de carácter evaluable corresponde al 50% de la nota final. La actividad está conformada por tres partes:

Primera Parte: Cada subgrupo deberá realizar con el software GeoGebra la construcción geométrica que le fue solicitada. Cuando ambos subgrupos hayan finalizado las construcciones el grupo deberá reunirse para compartir y discutir sobre el proceso llevado adelante por cada subgrupo y contestar las preguntas vinculadas a la construcción que trabajaron.

Segunda Parte: Concluida la primera parte de la actividad, cada grupo deberá escribir una narrativa donde se explique y justifique los pasos realizados para conseguir la construcción solicitada, como así también las dificultades con las que se encontraron durante el proceso de construcción. En la narrativa deberá explicarse también si el trabajo con la construcción permitió llegar a alguna propiedad o característica de la/s figura/s trabajada/s. La narrativa deberá estar acompañada de imágenes que ilustren el proceso de construcción realizado.

Tercera Parte: Consta de una exposición oral grupal, a llevarse a cabo en 20 minutos. La exposición tendrá lugar el día que el profesor le asigne a cada grupo, donde deberán además presentar la narrativa impresa o escrita a mano. Contarán con un proyector, por lo cual pueden preparar algún tipo de presentación multimedia para exponer lo trabajado. Un diagrama que podría servirles para organizar los contenidos y ordenar los tiempos individuales y grupal, podría ser el siguiente:

Diagrama Modelo de Presentación Oral

- Presentación del desafío de construcción.
- Pasos realizados, herramientas seleccionadas y propiedades empleadas para arribar a la construcción, explicando su elección.
- Comentario sobre las dificultades y los “camino sin salida” por los que transitaron antes de conseguir la construcción final.
- Conclusión: Propiedades, características o clasificaciones descubiertas en el proceso de construcción.

Aclaraciones importantes:

- Para la realización de la construcción, la escritura de la narrativa, y la diagramación de la presentación contarán con dos clases (una de 80 minutos y otra de 120 minutos).
- Todos los integrantes del grupo deberán participar de las diferentes instancias del trabajo.

Construcción a realizar:

- 1) Construya un cuadrado ABCD. Marque el punto medio de los segmentos AB, BC, CD y DA, y construya el cuadrilátero que se forma con esos puntos medios. ¿Podría decir que cuadrilátero es? Justifique su respuesta.

Preguntas desafío: ¿Existe una circunferencia que pase por los puntos del cuadrado ABCD?

¿Qué relaciones hay entre el centro de la circunferencia y las diagonales del cuadrado ABCD?

Construcción a realizar:

- 2) Tracen un segmento AB de 3 cm. Marquen su punto medio C y tracen la circunferencia de centro C que pase por A. Marquen un punto D en la circunferencia y tracen la recta DC, luego marquen el punto E en la intersección entre la recta y la circunferencia. Construyan el cuadrilátero ADBE. ¿Es cierto que siempre el cuadrilátero obtenido es un rectángulo? Justifiquen su respuesta.

Preguntas desafío: ¿Las diagonales son iguales siempre? ¿Qué ocurre cuando son perpendiculares?

¿Qué podría decir de los 4 triángulos que se forman con las diagonales? ¿Por qué?

Construcción a realizar:

- 3) Construir un cuadrilátero cuyas diagonales midan 6 cm y se intersequen en sus puntos medios. ¿Podría afirmar que tipo de cuadrilátero es? ¿Por qué?

Preguntas desafío: ¿Qué condiciones debe agregar a las diagonales del cuadrilátero para que éste sea un cuadrado?

Trace los puntos medios de los lados del rectángulo, y construya el cuadrilátero que se forma con dichos puntos. ¿Qué cuadrilátero se forma? ¿Por qué?

Construcción a realizar:

- 4) ¿Es posible construir un cuadrilátero cuya suma de ángulos interiores sea igual a 300° ? ¿Por qué?

Teniendo en cuenta la respuesta al interrogante anterior y lo abordado en clase, completá la siguiente tabla:

Polígonos	Cantidad de lados	Cantidad mínima de triángulos para cubrir un polígono	Suma de ángulos interiores
Triángulo			
Cuadrilátero			
Pentágono			
Dodecágono			
Tetracontágono			

Actividad desafío: Descubrí la regla y completá el polígono $n - \text{ágono}$

$n - \text{ágono}$			
--------------------	--	--	--

Construcción a realizar:

- 5) Construir un paralelogramo en el cual un lado mida 6 cm y otro lado mida 4cm. ¿Habrá un solo paralelogramo que cumpla estas condiciones?

Preguntas desafío: ¿Qué datos se podrían agregar para que su construcción sea única? Trace las diagonales del paralelogramo, ¿Qué puede decir acerca de ellas? ¿Qué sucede cuando son iguales?

Construcción a realizar:

- 6) Dados 3 puntos fijos A, B y C de una circunferencia, ¿Es posible encontrar siempre un punto D de manera que:
- ... ABCD sea rectángulo?
 - ... ABCD sea trapecio?
 - ... ABCD sea rombo?
 - En caso de que no puedan realizar la construcción expliquen por qué. Si la construcción puede realizarse enuncie las condiciones que debe cumplir D para que se pueda formar la figura en cada caso.

Preguntas desafío: ¿Cómo deberían ubicarse los puntos A, B, C para que puedan construirse aquellas figuras que en un principio no pudieron construir?

Construcción a realizar:

- 7) Realizar un rectángulo teniendo en cuenta los datos que se les proporciona en cada caso:
- Uno de sus lados mide 6cm y el otro mide 2cm.
 - Uno de sus lados mide 4cm y una diagonal mide 5 cm.

Preguntas desafío: ¿Qué se podría decir sobre las diagonales? ¿Ocurre en cualquier rectángulo? Considerando el rectángulo realizado en (a), trace los puntos medios de los lados y construya el cuadrilátero que se forma con dichos puntos. ¿Qué cuadrilátero es? Justifique.

Construcción a realizar:

- 8) Construir un paralelogramo en el cual uno de sus lados mida 6cm y uno de sus ángulos mida 30° . ¿Cuántos paralelogramos cumplen esta condición?

Preguntas desafío: Si los datos del enunciado hubieran sido: Construir un paralelogramo en el cual uno de sus lados mida 6cm, uno de los ángulos que se apoya en dicho lado mida 30° y el otro que también se apoya mida 120° ¿Cómo resultaría la construcción? ¿Si conozco uno de los ángulos interiores del paralelogramo, puedo conocerlos a todos? ¿Por qué?

Construcción a realizar:

- 9) Construir un paralelogramo en el cual uno de sus lados mida 7cm, el otro mida 4cm y la diagonal mida 11cm.

Preguntas desafío: ¿Qué medidas debería tomar la diagonal para que el paralelogramo sí se pueda construir? ¿Por qué?

Construcción a realizar:

Construir un cuadrado de lado 4 cm.

Preguntas desafío: ¿Existe un cuadrilátero que tenga todos sus lados iguales y no sea cuadrado?

¿Cómo son sus diagonales? ¿Se cumple para todos los cuadriláteros?

Se trabajó con la misma disposición grupal que tenía la docente tutora, pero con al menos dos netbooks por grupo. Esto se realizó para que los estudiantes pudieran trabajar más cómodos y que todos tuviesen oportunidad de participar del proceso de construcción. Además se esperaba que emergieran estrategias diferentes para la realización de una misma construcción al interior de cada grupo.

Decidimos presentar diez construcciones distintas para que los estudiantes no solo aprendieran lo que habían realizado, sino también aprendieran de las construcciones de sus pares. Si bien las construcciones eran diversas, presentaban conexiones con las de los otros grupos, ya que habían contenidos transversales que se repetían en más de una construcción. Esto no era algo aleatorio, las actividades estaban diagramadas de modo tal que los estudiantes exploraran e investigaran en conjunto con su grupo, pero también se ayudasen colaborativamente con la clase.

En algunos casos la construcción era bastante intuitiva, mientras que lo complicado era la justificación a través de las nociones y propiedades trabajadas; en otros casos era al revés, la construcción era bastante desafiante y la justificación era un poco más simple. Considerando que cada estudiante tiene distintos estilos y formas de aprendizaje, y que uno como docente debe prestar atención a ello, realizamos un análisis de cada grupo acorde a su desempeño durante las clases trabajadas con GeoGebra. En base a este análisis, y teniendo en cuenta la sugerencia de la profesora tutora, se designaron las actividades a construir.

Adoptando la metodología de la docente tutora, cada construcción tenía planteada una *actividad desafío* que estaba relacionada con la construcción a realizar. Si el grupo la completaba de manera correcta se le sumaba un punto (sobre diez), pero sino lo hacía, o no lo resolvía correctamente, no se restaba puntaje. Ellos se sintieron cómodos y entusiasmados con esto, pues les permitía mejorar el resultado obtenido del PTPE y además porque ya estaban acostumbrados a esta manera de trabajar.

Durante la construcción reconocieron propiedades que fueron abordadas previamente como así también aquellas nuevas que emergieron en el proceso. Tuvieron que afrontar diferentes problemas para los cuales era necesaria una solución. Por ejemplo la rigidez de las figuras, la invarianza de las propiedades, la justificación geométrica en base a propiedades, entre otras. En algunos casos fue necesaria, para comprender mejor la construcción, la búsqueda de algunas definiciones geométricas en internet a través de sus celulares. Gracias a que fuimos cuatro los colaboradores¹⁷ y guías de los estudiantes, las dudas que emergieron se iban disipando y ellos pudieron avanzar con las distintas partes de la actividad.

Luego de llevar a cabo la construcción, comenzaron con la elaboración de la narrativa debatiendo entre ellos y guiándose por los criterios de evaluación. Algunos optaron por hacerla a través de lápiz y papel, mientras que otros optaron por un procesador de textos aprovechando

¹⁷ El par pedagógico de docentes practicantes, la profesora tutora y la profesora supervisora.

el uso de las netbooks. Es importante destacar que la manipulación del software GeoGebra ayudó a reforzar el lenguaje geométrico. Esto se debe a que en cada una de las herramientas que usaban figuraba su nombre y una breve descripción.

Concluidas las dos primeras partes de la actividad, designamos los grupos para la exposición oral y su correspondiente día. Esto no presentó gran inconveniente ya que los alumnos estaban entusiasmados con la idea de compartir lo realizado y se ofrecían voluntariamente. En el 1º A fueron cuatro grupos los que expondrían, mientras que en el 1º B eran cinco grupos.

En la planificación original decidimos llevar a cabo esta actividad en el transcurso de las últimas dos semanas de nuestras prácticas docentes. La primera semana estaba destinada a la construcción y elaboración de la narrativa, mientras que para la semana restante se planificó la exposición de las producciones grupales. Por cuestiones ajenas a los practicantes (taller docente, feriado, paro docente) no contamos con el tiempo suficiente para evaluar oralmente a todos los grupos, por lo que se decidió no considerar la exposición oral como parte de la nota. Esto se detallará con más precisión en la sección siguiente.

En las siguientes imágenes se puede visualizar la diversidad de narrativas que se presentaron en la clase, una más sofisticada y otra más acotada (Ver *Imagen 30, 31 y 32*).

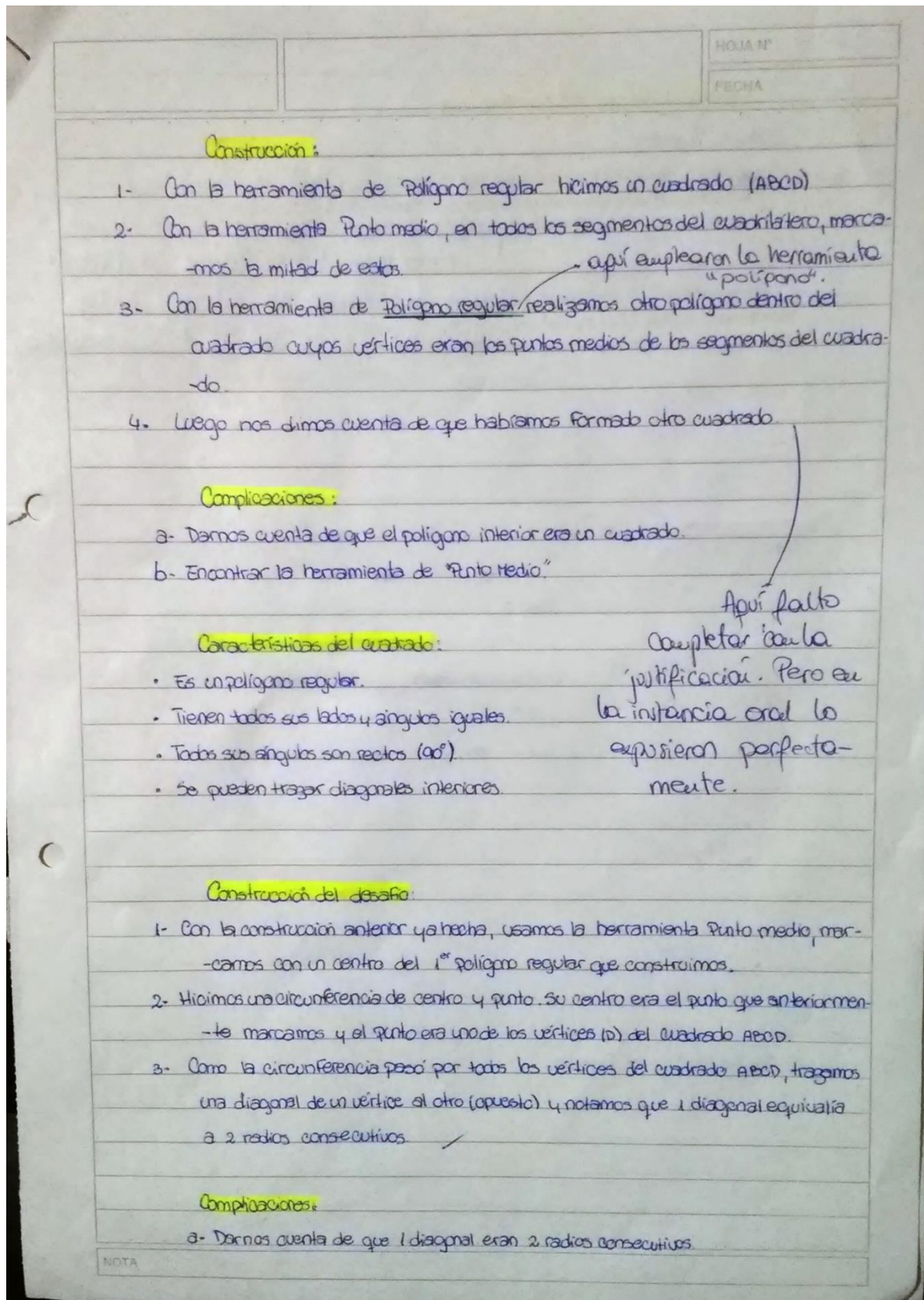


Imagen 30: Narrativa de construcción. Hoja delantera.

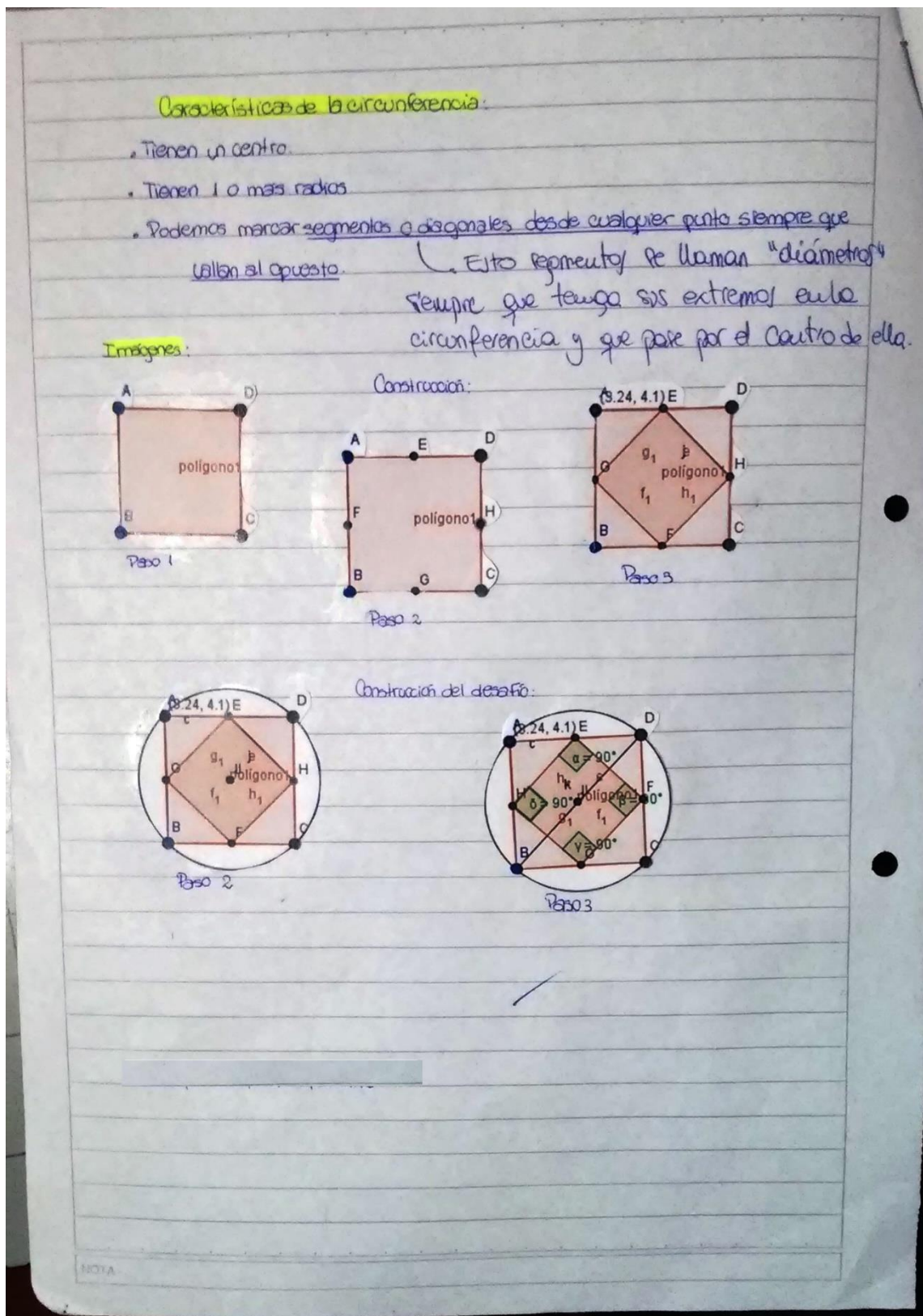


Imagen 31: Narrativa de construcción. Hoja trasera.

Los extremos del segmento recibían el nombre A y B (no el segmento).

NARRATIVA

En el principio insertamos un segmento con longitud dada de **3cm**, llamados **A** y **B**. Sobre el segmento insertamos el punto medio **C**. Le agregamos una circunferencia de centro **C** que pasa por **A**. Marcamos un punto **D** en la circunferencia luego, el punto de intersección **E** que se encuentra entre la circunferencia y la recta. Luego construimos un cuadrilátero uniendo los puntos **ADBE**. Y se formó un rectángulo. ¡Genial!

ay bien!

En unos de los subgrupos (Maga y Manu) tuvimos un problema al unir los puntos porque nos quedaba un triángulo, pero pudimos solucionar el error con el otro subgrupo (Aylen, Mica Darré y Sol)

* Faltó justificar porque se formó un rectángulo.

RESULTADO:

The diagram illustrates the geometric construction. A circle with center C is shown. A horizontal diameter AB is drawn, with C as its midpoint. A point D is marked on the lower part of the circle. A line passing through D intersects the circle at point E on the upper part. The quadrilateral $ADBE$ is formed by connecting these points. The center C is also marked on the line segment AE . Handwritten labels a , b , c , d , e , and f are present near the diagram.

Imagen 32: Narrativa de construcción.

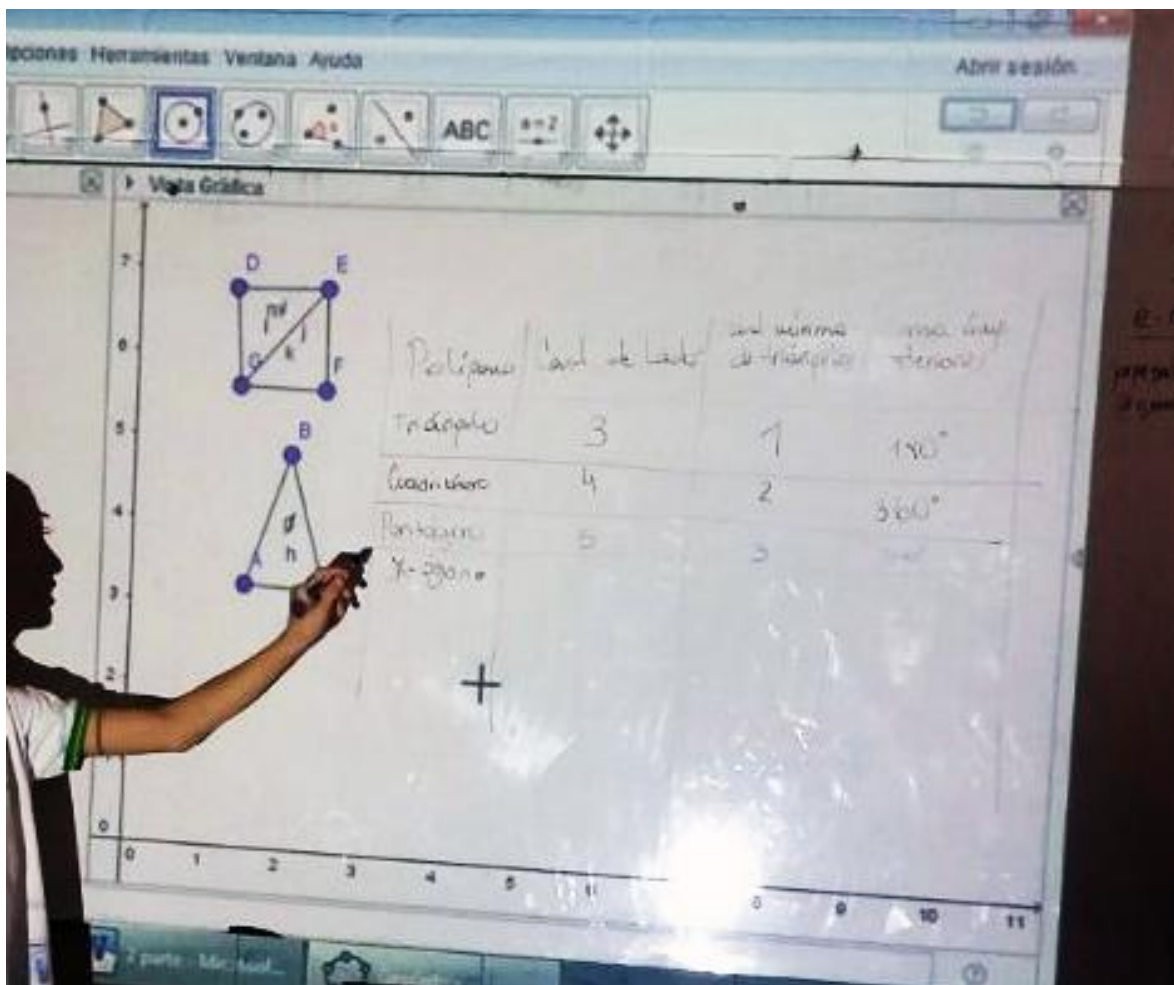


Imagen 33: Exposición oral.

A nivel general, las exposiciones que pudimos ver antes de culminar las prácticas docentes fueron muy buenas y superaron ampliamente nuestras expectativas. En algunos casos eran muy fluidas, y en otros se visualizaba un cierto nerviosismo que obstaculizaba la oralidad. Sin embargo, este percance no les impidió comunicar las ideas geométricas trabajadas al interior del grupo. Se evidenció un gran avance frente al manejo del software GeoGebra, puesto que las exposiciones eran dinámicas y realizaban las construcciones en el momento para guiar a la audiencia por los distintos pasos del protocolo de construcción que habían desarrollado. Además emplearon el proyector y agregaron material de apoyo como Power Point, capturas de pantalla del software, para ilustrar el trabajo realizado.

No obstante, en los casos que consideramos pertinentes, hicimos hincapié en el trabajo de algunas habilidades a mejorar. Por ejemplo la fluidez al exponer, la distribución de tiempos, el lenguaje matemático para nombrar elementos o figuras geométricas, entre otros.

Finalmente, queremos resaltar el trabajo matemático realizado por los estudiantes, como así también su compromiso y participación durante el desarrollo de nuestras prácticas docentes. Desde el primer día mostraron una muy buena predisposición con el equipo practicante; se involucraron con las actividades propuestas a pesar de no estar familiarizado con los recursos que empleaban algunas de ellas. Además, evidenciamos que era un grupo muy solidario y colaborativo. No bastaba con que un integrante del grupo supiera y entendiera qué debía hacer

en cada actividad, sino que transmitían sus saberes a sus compañeros de grupo, como así también al resto de la clase.

3. ACERCA DE LA EVALUACIÓN

Considerando que la evaluación no se refiere solamente a la acreditación, sino que también se tienen en cuenta las producciones de los alumnos durante la incorporación de los aprendizajes, se decidió realizar una **evaluación formativa**¹⁸. Parte de esta evaluación consistía en realizar un seguimiento constante de los alumnos, evaluando sus participaciones, producciones, preguntas y comentarios, lo cual nos brindaba información para ajustar aún más la planificación. Así mismo, un aspecto a resaltar es que el PTPE también posee características de esta clasificación, pues se iba completando a medida que transcurrían las clases e incorporaban los nuevos contenidos.

Concluimos que necesitábamos realizar una **evaluación diagnóstica** para conocer qué sabían los alumnos en relación al tema, cuáles eran los procesos de aprendizaje de este grupo particular de estudiantes, su grado de participación, cómo eran las dinámicas de trabajo grupal, qué les resultaba interesante y en base a esto evaluar el ajuste de la planificación y de ser necesario modificarla. La primera actividad “Adivinando aprendemos” que era de carácter lúdica, tuvo este propósito. Posteriormente se realizaron evaluaciones diagnósticas informales al inicio de cada clase, cuando se realizaba el repaso de los contenidos abordados la clase anterior, para ubicarnos en contexto y comenzar nuevamente a trabajar. En esta instancia los estudiantes cobraban protagonismo y participaban activamente del debate.

Finalmente, para concluir nuestras prácticas docentes, decidimos realizar una **evaluación integradora**. Se propuso el STPE que tenía como intención integrar todas las habilidades y los conocimientos que se habían abordado hasta el momento, ya que era importante hacer uso de ellos para la obtención de un resultado eficaz. No obstante, es necesario aclarar que la realización del trabajo no solo permitía a los estudiantes la puesta en juego de los contenidos aprendidos, sino que debido a su carácter exploratorio e investigativo daba lugar a que emergieran nuevas propiedades o nociones que luego se institucionalizarían con la clase.

El PTPE tiene también rasgos de **evaluación integradora**, pues puede ser propuesto para cerrar una secuencia didáctica y dar comienzo a otra.

Considerando las distintas instancias de evaluación descritas anteriormente, decidimos que la nota final de nuestras prácticas estuviera conformada de la siguiente manera:

- 20% de la nota correspondientes al **compromiso y participación en clase**. En esta instancia consideramos el desempeño de los alumnos en cada clase, establecimos los siguientes criterios de evaluación informados a los estudiantes el primer día de nuestras prácticas docentes:

¹⁸ Recuperado de: <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/Capac%20Nivel%20Secundario/Documento%20Evaluacion%20Secundaria%2021-10-11.pdf>. Último acceso: 09/11/2016.

Criterios de Evaluación

- Trabajó no solo cooperativamente, sino también colaborativamente tanto en el interior del grupo como para el resto de la clase.
- Se comprometió con traer los materiales (carpetas, tablas, útiles, etc.) para el trabajo en clase.
- Realizó preguntas/hizo comentarios.
- Mostró una actitud de escucha y silencio ante las intervenciones del docente o un compañero.

A continuación se pueden visualizar los resultados de las notas correspondientes al compromiso y participación en clase en cada uno de los cursos donde realizamos nuestras prácticas docentes (ver *Imagen 34y 35*).

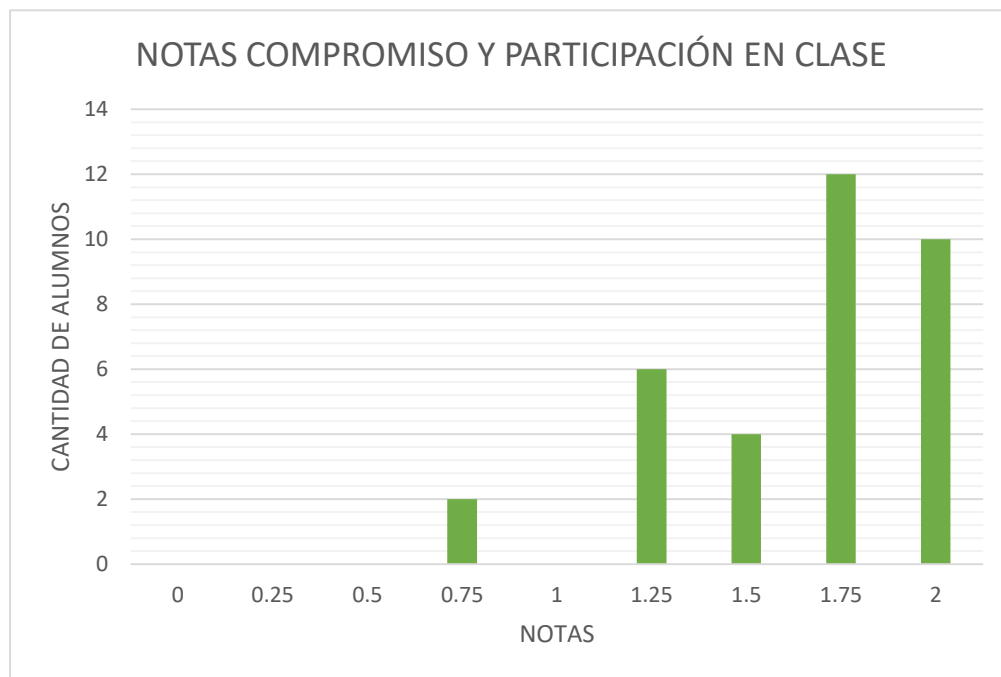


Imagen 34: Notas finales del compromiso y participación en clase para 1º Año A.

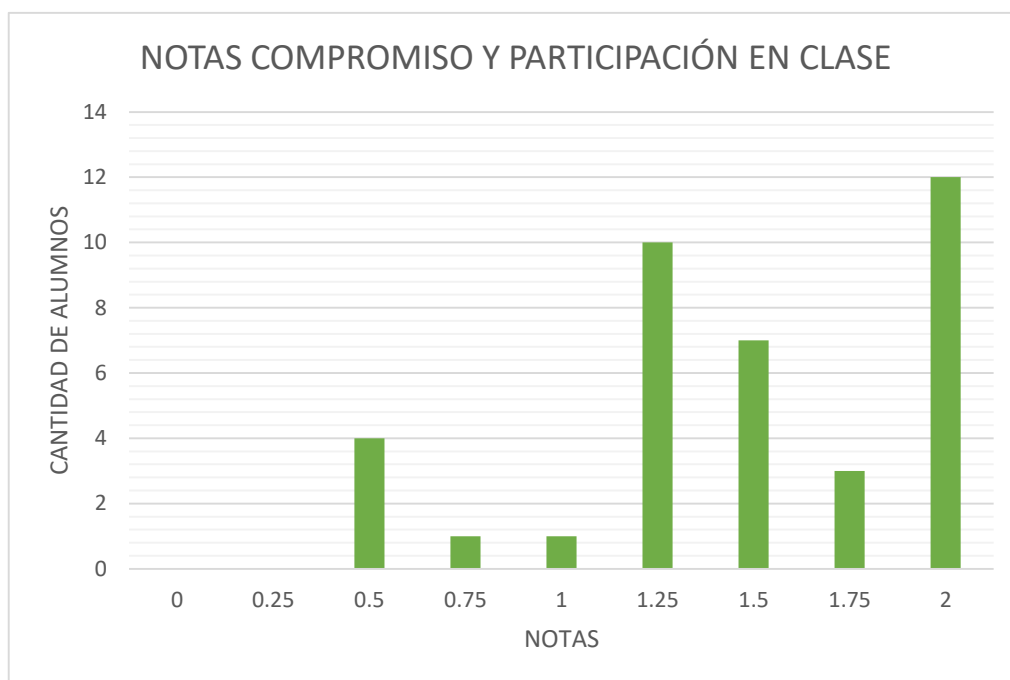


Imagen 35: Notas finales del compromiso y participación en clase para 1º Año B.

- 30% de la nota que corresponden al PTPE. Junto con su presentación se explicaron los criterios de evaluación y se designó la fecha de entrega. Los criterios de evaluación para esta instancia fueron los siguientes:

Criterios de Evaluación

- Reconocimiento de Polígonos y propiedades de figuras geométricas.
- Organización de la información en la tabla.
- Ajustes de las representaciones gráficas de acuerdo a las características particulares de cada figura.

En las siguientes imágenes se pueden observar los resultados de las notas correspondientes al PTPE en cada uno de los cursos (ver *Imagen 36* y *37*).

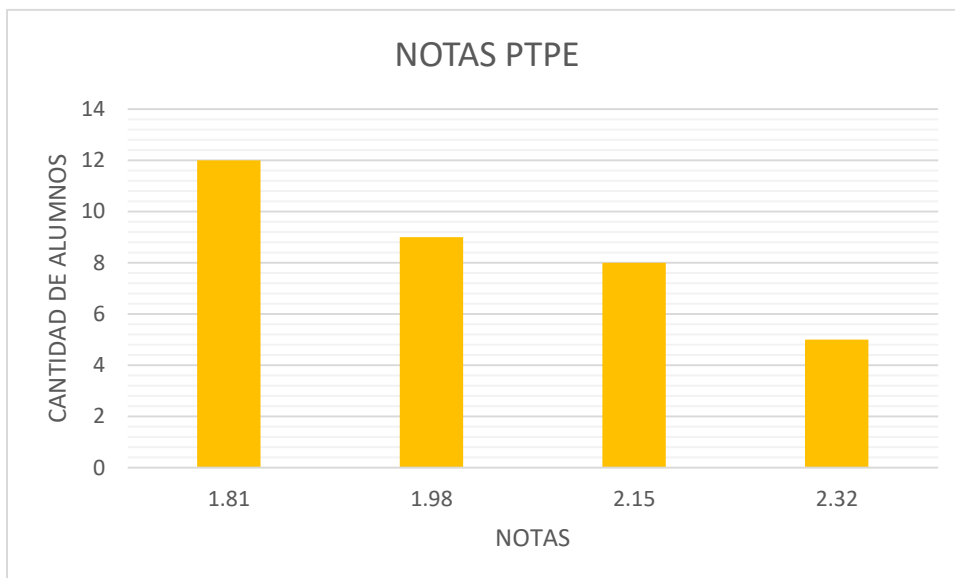


Imagen 36: Notas del PTPE para 1º Año A.

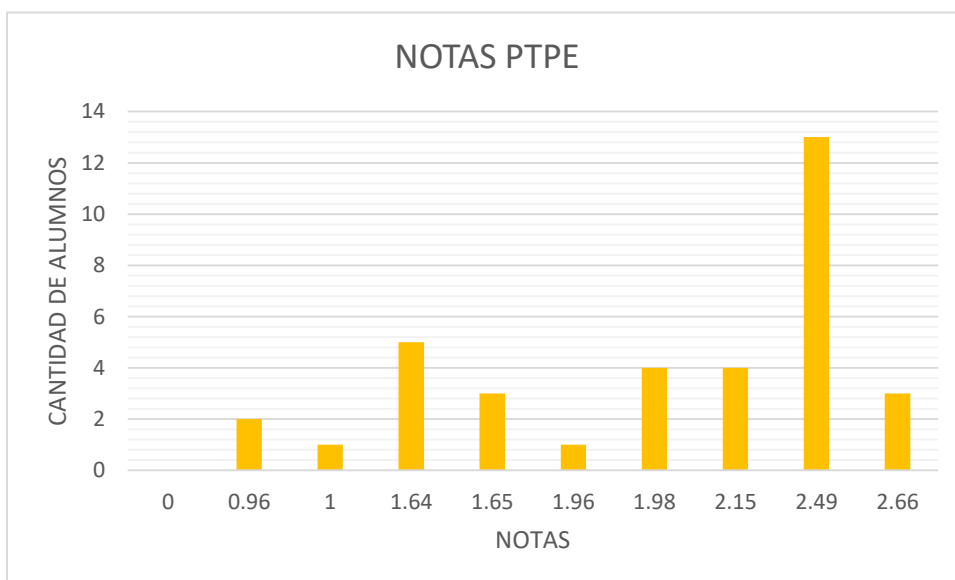


Imagen 37: Notas del PTPE para 1º Año B.

- 50% de la nota correspondientes al STPE. La realización de este trabajo práctico incluía el archivo digital de la construcción asignada trabajada con el software GeoGebra, la redacción de una narrativa que explique tanto el protocolo de construcción realizado como la experiencia del trabajo con este software y una exposición oral para socializar estas producciones. Al realizar la presentación de STPE se planificó la fecha de entrega e instancia oral y se explicaron los criterios de evaluación que se explicitan a continuación:

Criterios de Evaluación

- Empleo del software geométrico para construir figuras que cumplen ciertas propiedades.
- Identificación de propiedades, características y relaciones entre cuadriláteros a los fines de generar protocolos de construcción.
- Elaboración de construcciones de propiedades invariantes, construcciones rígidas, construcciones dinámicas.
- Determinación de la cantidad de figuras que cumplen las propiedades y características enunciadas.
- Respecto a las Narrativas, se evaluará:
 - Claridad en la explicación y justificación de los pasos seguidos para realizar la construcción, así como también de las dificultades afrontadas durante el proceso de construcción.
 - Explicación de propiedades o características de la figura trabajada descubiertas mediante el proceso de construcción, si las hubiera.
 - Correcto uso de la ortografía.
 - Uso del lenguaje matemático para nombrar figuras geométricas, sus elementos, propiedades y características.
 - Empleo de imágenes (captura de pantalla) que ilustren los pasos realizados.
- Respecto a la Exposición oral, se evaluará:
 - Medios y/o materiales de apoyo para la exposición.
 - Optimización del tiempo para el desarrollo del tema y su distribución equitativa entre los expositores.
 - Claridad y fluidez en la exposición, empleando un lenguaje matemático apropiado para nombrar elementos, propiedades y características de las figuras, así como herramientas del software.

A continuación se pueden visualizar los resultados de las notas correspondientes al STPE en cada uno de los cursos (ver *Imagen 38 y 39*).

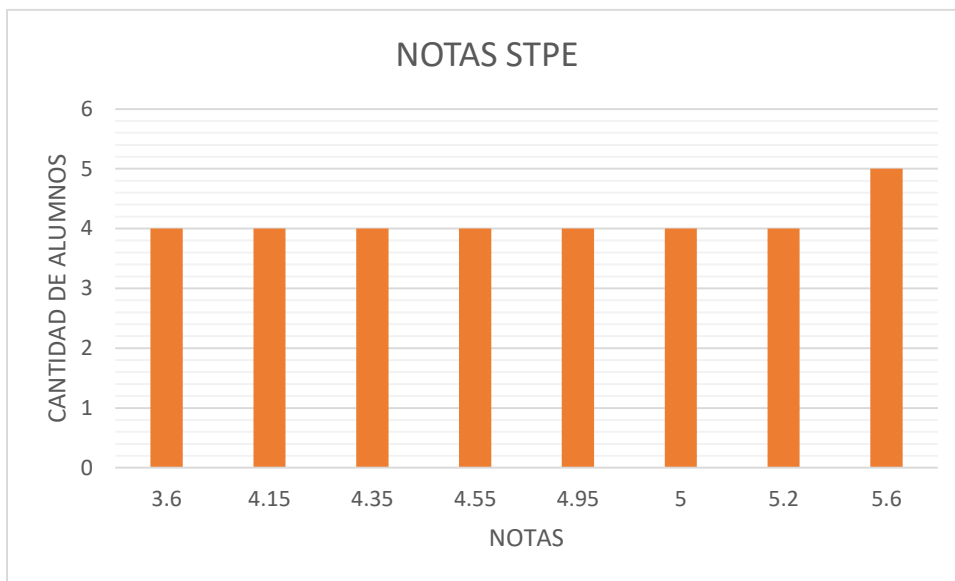


Imagen 38: Notas del STPE para 1º Año A.

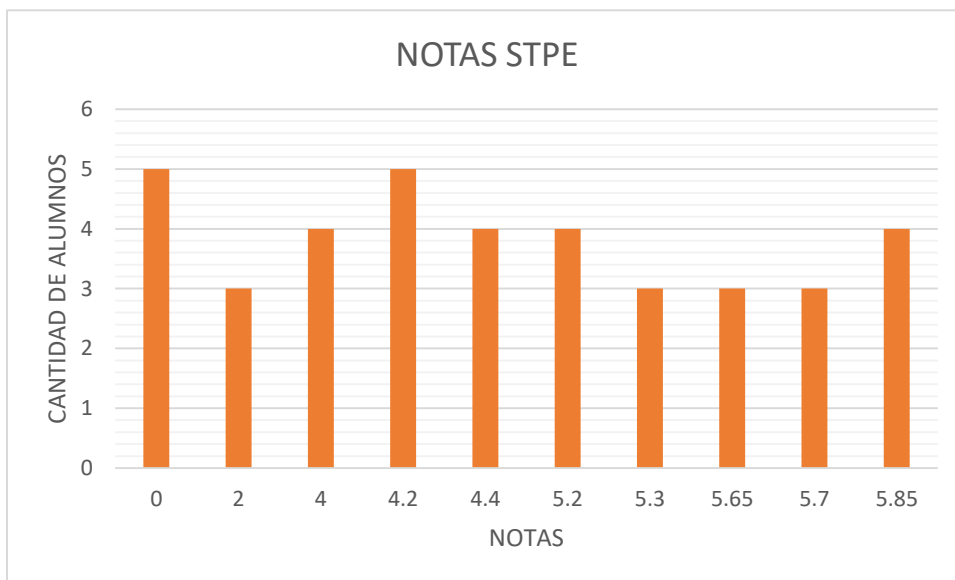


Imagen 39: Notas del STPE para 1º Año B.

En base a estos criterios se diseñaron rúbricas para las diferentes evaluaciones. Estas rúbricas estarán disponibles en la sección **7.2. Anexos C: Rúbricas**.

Por último, en las imágenes siguientes se pueden observar las notas finales para cada uno de los cursos (ver *Imagen 40* y *41*¹⁹).

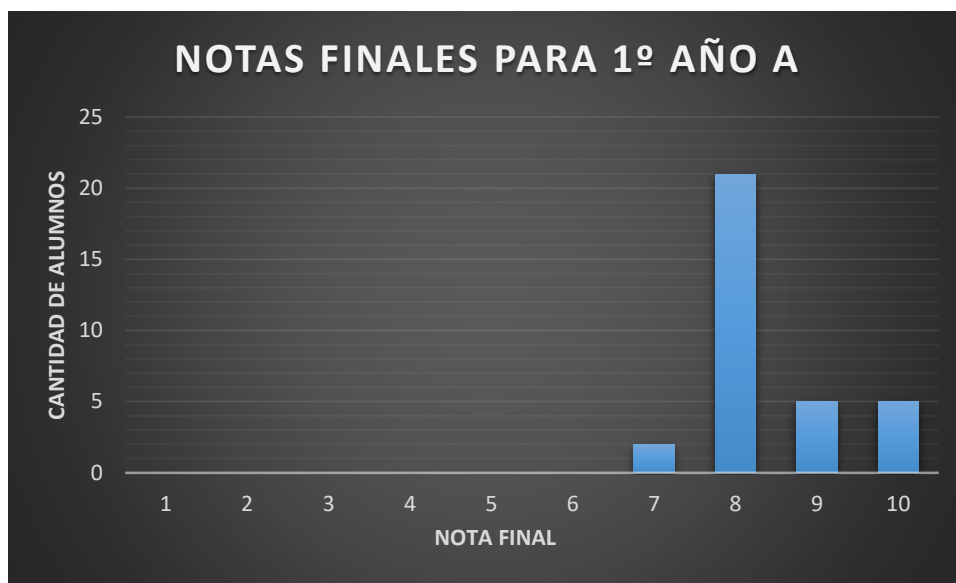


Imagen 40: Notas finales para 1º Año A.



Imagen 41: Notas finales para 1º Año B.

¹⁹ En el 1º A un estudiante iba a ser evaluado por la profesora tutora en las clases siguientes, dado que en el transcurso de las prácticas tuvo que viajar con sus padres al exterior y no pudo realizar el STPE con GeoGebra. En 1º B todos los estudiantes fueron evaluados.

Se puede visualizar en los gráficos expuestos que los resultados que arrojaron las evaluaciones fueron sumamente positivos. En el caso de 1° B, los estudiantes que no entregaron el STPE fueron justamente los que no aprobaron. Aunque se ofreció una prórroga de tres días respecto del plazo de entrega pactado originalmente, y la opción de enviarlo por mail, estos estudiantes no hicieron la entrega. Cabe aclarar que previamente a recibir los trabajos se informó que la nota final de aquellos que entregaron fuera de término iba a ser afectada en el compromiso y la participación en clase. Esto último repercutía tanto en 1° A como en 1° B.

Al momento de corregir los trabajos prácticos, surgieron emergentes que nos llevaron a revisar con mayor minuciosidad los criterios de evaluación propuestos. Entre ellos podemos destacar el gran desafío que implica corregir objetivamente. Un ejemplo de esto es el caso del PTPE donde algunos alumnos entregaron fuera de término. En esta oportunidad les aclaramos que la entrega iba a ser considerada como *nota de compromiso y participación en clase*, pero no iba a repercutir en la nota grupal de la tabla debido al retraso de la entrega.

Otro aspecto que se presentó durante esta instancia fue la exposición oral. Debido a los emergentes que surgieron, como se mencionó anteriormente, tuvimos la oportunidad de presenciar sólo algunas de las exposiciones. Por este motivo, decidimos informarles a los alumnos que esta instancia no conformaría parte de la nota del STPE. De igual modo, se les aclaró que iban a recibir una devolución, y que en clases posteriores a cargo de la profesora tutora, los grupos restantes tendrían la oportunidad de realizar sus exposiciones y compartir sus ideas con el grupo de clase.

Finalmente, creemos que pese a estos emergentes pudimos concretar las correcciones de las evaluaciones de manera exitosa. Al momento de transmitirles las calificaciones individuales y detallar los aspectos a mejorar, notamos conformidad en los estudiantes. Pero además, evidenciamos el entusiasmo que demostraban por todo lo que habían sido capaces de realizar.

En la próxima sección presentamos el análisis de una problemática surgida a partir de nuestras prácticas.

4. EL PAPEL FUNDAMENTAL DE LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN MATEMÁTICA

4.1 Introducción

Antes de realizar nuestras prácticas docentes, pudimos observar la metodología de trabajo de la profesora tutora y el desempeño de los estudiantes. La docente proponía una lectura previa de las actividades a abordar, otorgaba un tiempo a los alumnos para que estos debatieran y propusieran posibles resoluciones, y finalmente planteaba un debate común con la clase con el objeto de afianzar los contenidos que la actividad ponía en juego. Vamos a detenernos un momento aquí para profundizar con más detalle lo realizado por la docente respecto al debate común. Luego de incentivar la resolución de las actividades por grupos, brindaba a los estudiantes un espacio para la discusión en donde cada alumno aportaba sus ideas, en algunos casos erróneos, para finalmente entre todos corregir una actividad o abordar un contenido previsto. Consideramos estos métodos muy valiosos pues despliegan formas de trabajo colaborativo que habilitan aprendizajes más significativos. En términos de Sadovsky (2005), “elaborar conocimiento en colaboración con otros da lugar a un intercambio que permite profundizar las ideas que están en juego en un cierto momento. Decir esto lleva a considerar que es conveniente – porque es de mejor calidad – promover el trabajo en equipo de los alumnos” (p. 61). Así mismo, la autora pone en evidencia la capacidad del docente para tomar las producciones erróneas del alumno y, sin sancionarlas, transformarlas en asunto de trabajo para el colectivo; dando así lugar a un debate que apunta a contenidos que se encuentran en distintos planos (Sadovsky, 2005).

Además de observar que los alumnos se involucraban plenamente en las actividades implementadas se pudo presenciar que **lograban una mayor comprensión de los contenidos abordados cuando variaba la representación**. En palabras de Macías Sánchez (2014),

Una característica propia y específica de las estructuras y conceptos matemáticos es la necesidad de emplear diversas representaciones para asimilarlos y aprehenderlos en toda su complejidad, lo que implica, desde una perspectiva cognitiva, que para la total comprensión de las nociones matemáticas es preciso emplear y coordinar más de un sistema de representación, como han puesto de manifiesto distintos investigadores (pp. 31-32).

Por otro lado, Oviedo y Kanashiro (2012) citando a Raymond Duval (2004) sostienen que:

El aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión. (p. 2)

Consideramos que el aprendizaje en clases de matemáticas no es algo sencillo, por el contrario, hay conceptos que resultan difíciles de aprender por parte de los estudiantes debido a la complejidad que presenta. Teniendo en cuenta esto, y las reflexiones de los autores anteriores, nos preguntamos:

Durante el desarrollo de nuestras prácticas, ¿qué impacto tuvo, respecto a la comprensión de las nociones matemáticas trabajadas, el recurrir a diferentes representaciones semióticas?

En las secciones siguientes, intentando dar respuesta a este interrogante, analizaremos nuestras prácticas y las producciones de los estudiantes buscando identificar cómo la metodología de trabajo y las características de las actividades presentadas contribuyeron al aprendizaje de los contenidos trabajados.

4.2 La metodología de trabajo de nuestras prácticas

Generar un ambiente propicio para un trabajo matemático exploratorio fue desde el comienzo de nuestra planificación una prioridad y un horizonte, es por ello que recuperar la metodología de la docente resultó muy productivo y pertinente durante el desarrollo de nuestras clases. Pensamos realizar un trabajo que tuviera como fin la producción del conocimiento, teniendo como base la participación, el debate y el trabajo colectivo, y por este motivo elaboramos actividades que fuesen desafiantes para los alumnos. Según Sadovsky (2005),

Desafiar a un alumno supone proponerle situaciones que él visualice como complejas pero al mismo tiempo posibles, que le generen una cierta tensión, que lo animen a atreverse, que lo inviten a pensar, a explorar, a poner en juego conocimientos que tiene y probar si son o no útiles para la tarea que tiene entre manos, que lo lleven a conectarse con sus compañeros, a plantear preguntas que le permitan avanzar (p. 13).

Por otro lado, tuvimos en cuenta el Diseño Curricular 2011-2015 del Ciclo Básico de la Educación Secundaria para la Provincia de Córdoba actualmente vigente, que sostiene que “la Matemática se presenta como una actividad de producción, por lo que *hacer matemática* implica dar la posibilidad de crearla, producirla” (p. 35). Así mismo, enfatiza en que “la construcción de conocimientos matemáticos se ve ampliamente favorecida por la resolución de variados problemas, en diversos contextos, e involucrando un “hacer” y un “reflexionar sobre el hacer”” (p. 36) y propone como un trabajo fundamental la gestión del docente en el aula dando lugar a la confrontación, la reflexión y la justificación de lo producido.

De este modo fue que nos propusimos una metodología de trabajo centrada en el aprendizaje exploratorio, donde el estudiante es autónomo y protagonista de su propio proceso de aprendizaje; alejándonos de las propuestas de enseñanza de la matemática tradicional, donde la figura central es la del docente. Sin bien nuestro énfasis estuvo puesto en actividades de tipo exploratorio, en acuerdo con Skovsmose (2000), no consideramos que sea pertinente trabajar solamente en escenarios de investigación abandonando de forma total el trabajo dentro del paradigma del ejercicio. Resulta conveniente moverse por los distintos ambientes de aprendizaje y encontrar un camino para hacerlo, trabajando en conjunto los estudiantes y el docente.

4.3 Origen de las actividades

Durante el desarrollo de la planificación, cuando comenzamos a buscar actividades de carácter exploratorio encontramos un gran número de bibliografía (libros de texto para nivel secundario) y sitios web, en su mayoría, fuertemente centrados en actividades de aplicación de contenidos previamente abordados. Esta no era la propuesta que queríamos hacer, como se mencionó anteriormente, pretendíamos que los estudiantes produzcan conocimiento a partir de resolver problemas, debatir resultados, compartir resoluciones, etc.

Por este motivo, y considerando las sugerencias de las profesoras de MOPE, decidimos elaborar actividades propias adecuándolas a los contenidos que queríamos trabajar. Para ello, tomamos ideas de las actividades propuestas en ciertos textos más pertinentes a este tipo de abordaje: “Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de la construcción a las demostraciones” de

Horacio Itzcovich, “Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB” de Patricia Sadovsky y “Matemática 8” coordinado por Itzcovich, Novembre, Borsani, Carnelli, Lamela.

4.4 Características de las Actividades

Para ubicar al lector en contexto, brindaremos algunas nociones teóricas para comprender el análisis que haremos sobre las distintas representaciones semióticas que emergieron de las actividades.

Entendemos como Semiosis²⁰:

“...cualquier forma de actividad, conducta o proceso que involucre signos, incluyendo la creación de un significado. Es un proceso que se desarrolla en la mente del intérprete; se inicia con la percepción del signo y finaliza con la presencia en su mente del objeto del signo”.

Por lo tanto, como consecuencia de la naturaleza de la semiosis, podemos definir *sistema semiótico* a un sistema que produce, transmite, recibe e interpreta signos de diferentes clases. Según Raymond Duval (1998) citado por Oviedo y Kanashiro (2012), este tipo de sistema puede considerarse un registro de representación siempre que permita tres actividades cognitivas vinculadas a la semiosis:

- 1) La presencia de una representación identificable.
- 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada...
- 3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...”. Es decir con dos tipos de registros disímiles, con diferentes representaciones. (p. 32)

A continuación describiremos aquellas actividades en donde más se evidencia la importancia de la pluralidad de representaciones semióticas.

El **primer bloque** consiste en considerar la **Actividad 1: Adivinando aprendemos**, potenciadora de las actividades siguientes. Esta actividad ofrece una primera evidencia en relación a la importancia del trabajo con diversas representaciones para ayudar a los estudiantes a comprender las nociones matemáticas puesta en juego.

El **segundo bloque** enmarca las actividades de construcciones con GeoGebra, para las cuales se pluralizaron aún más las representaciones, a través de la narrativa y la exposición oral.

Primer bloque

La propuesta de la primera actividad tenía como finalidad realizar una evaluación diagnóstica de los estudiantes (como se detalló en la sección **2.3.2 Actividades propuestas**), pero al mismo tiempo promovió otra cuestión interesante, la ampliación del universo de figuras geométricas conocidas por los alumnos. Esta cuestión se refiere a romper con la colección básica de figuras trabajada en geometría, ofreciendo una gran variedad de figuras entre las cuales, y de manera

²⁰ Definición extraída de la web: <https://es.wikipedia.org/wiki/Semiosis>. Información actualizada (01/11/2016).

intencional, se agregaron figuras icónicas (estrella, pacman, luna, etc.); es decir, dejar de considerar al cuadrado, al rectángulo, al rombo, al círculo, etc. como las únicas figuras geométricas. No obstante, los estudiantes asociaban estas figuras geométricas con íconos que representan objetos no matemáticos. En este sentido Gómez Chacón y Escribano (2014) sostienen: en la **visualización icónica** el reconocimiento de lo que se representa se hace por el parecido con el objeto real o por la comparación con un modelo de tipo de formas. En cambio, en la **visualización no icónica**

“se reconocen las formas en virtud de las limitaciones internas de organización que hacen imposible ciertas deformaciones o ciertas aproximaciones, en virtud de deducciones efectuadas discursivamente en función de las propiedades que han sido enunciadas en las definiciones o en los teoremas, o a partir de hipótesis que declaran lo que representa una figura”. (Gómez Chacón, Escribano, 2014, pág. 5)

Consideramos estas visualizaciones como dos interpretaciones diferentes frente a una misma representación semiótica, es decir, que un mismo signo puede admitir distintas visualizaciones. En este sentido, afirmamos que para que los estudiantes puedan realizar un aprendizaje geométrico significativo, teniendo en cuenta la generación de argumentos, propiedades y elementos propios de la disciplina, es común que transiten primero por una visualización icónica para luego abordarla desde la visualización no icónica. Para el aprendizaje de la geometría resulta siempre necesaria algún tipo de representación semiótica de la noción geométrica a abordar.

En nuestro caso, los estudiantes al momento de realizar el juego se toparon con estas dos visualizaciones. Podemos afirmar esto por las distintas preguntas que manifestaban para poder adivinar la figura. Por ejemplo, uno de tantos registros es el siguiente:

Alumno B – Yo profe tengo una pregunta. La figura que usted eligió ¿Está relacionada con algún objeto de la realidad, algún logo o alguna figura que uno conozca?, es decir, ¿está relacionada con algún objeto de la vida cotidiana? ¿Me explico?

Aquí es claro que el alumno realizó una visualización icónica para descartar del universo de figuras geométricas aquellas que no estuvieran relacionadas con algo de la vida cotidiana. Este aporte sirvió luego para ajustar nociones y realizar preguntas más pertinentes teniendo en cuenta características geométricas, pero además, para reconocer que este tipo de figuras pertenecen también al ámbito de la geometría.

Otro ejemplo, para reforzar esta idea es la pregunta *¿Es una figura geométrica?*, la cual apareció en algunos grupos. En este caso, los estudiantes respondían sin dificultad sí o no. Dichas afirmaciones demuestran una serie de concepciones previas respecto a las figuras que forman parte del universo geométrico y aquellas que visualizan icónicamente por compararla con un modelo de tipos de formas.

Durante el juego separaban, agrupaban y comparaban las figuras dejando en evidencia el papel importante que cumplían estas figuras en tanto signos. Las preguntas que se evidenciaron a medida que se resolvía la actividad lúdica fueron cada vez más pertinente y se ajustaron al ámbito geométrico. Con esto, nos referimos a preguntas pistas referentes a las propiedades geométricas de la figura a adivinar.

En concordancia con la perspectiva teórica que se viene analizando, estas preguntas están asociadas a operaciones de visualización no icónica. Posicionarse desde esta perspectiva, les facilitó a los estudiantes el reconocimiento y aprendizaje de las propiedades de los objetos

matemáticos tratados, y de esta manera poder manifestar sus producciones a través de distintas representaciones.

Realizaban representaciones gráficas, escritas, verbales y tomaban registro de estas operaciones para llegar a la meta del juego. Estas mismas representaciones fueron las que se manifestaron durante el desarrollo de las actividades siguientes donde se buscó trabajar las nociones de convexidad, polígono regular, clasificación de polígonos según su número de lados, elementos de un polígono.

Se trabajó también con un nuevo tipo de registro, organización de datos a través de tablas. Este correspondió al PTPE (como se detalló en la sección **2.3.2 Actividades propuestas**) y refirió a la **Actividad 3: Nos organizamos**. Además de reforzar e integrar todos los contenidos abordados, este nuevo tipo de registro permitió sintetizarlos y organizarlos, lo cual posibilitó dos maneras de leer la tabla considerando trabajos cognitivos diferentes. Por un lado, la lectura de las filas ofrecía información en relación a las distintas características que posee cada figura, mientras que la lectura a través de columnas realizaba un criterio de selección dividiendo en colecciones las distintas figuras. La lectura global de la tabla, a su vez habilita la comprensión de que una misma figura puede pertenecer a distintas colecciones, es decir, estas colecciones no son necesariamente disjuntas.

Es importante recalcar el desempeño de comprensión²¹ que efectuaban los alumnos a la hora de enunciar los encabezados de la tabla. Se debe tener en cuenta que no solo basta con entender el concepto que se ha tratado, sino además comprender que éste puede servir como un criterio para discriminar figuras geométricas, es decir, permite armar un conjunto contenido en el universo de figuras que no posee a todas pero que tampoco es un conjunto vacío.

Otro trabajo cognitivo a destacar fue el que se realizó cuando debieron representar gráficamente las figuras. Los estudiantes hicieron un tratamiento de registro semiótico para pasar de un medio manipulable (figuras de cartulina) a la representación gráfica realizada con lápiz y papel. Consideramos que esta tarea no es para nada sencilla debido a que por el tamaño que poseían las figuras, estas no podían ser calcadas en la tabla. Es por ello que existía en el fondo de este tratamiento el concepto de proporcionalidad y semejanza para que las figuras dibujadas se representaran acordes a las figuras materiales originales. Además, al momento de dibujarlas, los alumnos tuvieron que tener presente las cualidades geométricas que poseían para que la representación se ajustara de manera conveniente.

No obstante, es necesario aclarar que jugar con las figuras no es lo mismo que completar la tabla. Los alumnos, durante la actividad lúdica, realizaban distintas preguntas para poder ir descartando aquellas que no cumplían ciertas propiedades y de esta manera poder concluir con la finalidad del juego. En cambio, en la actividad de la tabla, ya disponían de la definición, como registro verbal, y a través de la manipulación de las figuras debían interpretar cuáles cumplían con las definiciones y cuáles no, para luego sistematizar esta información.

Posteriormente con el desarrollo de la **Actividad 8: Manos a la obra ¿o manos a los triángulos?** Surgió otra representación cuando abordamos la propiedad *suma de ángulos interiores de un triángulo*. Ellos debían recortar los ángulos interiores de un triángulo y a través de una serie de pasos guía, unirlos formando un ángulo llano. Hasta aquí se había empleado solo la manipulación, pero a partir de la comparación de lo realizado con el resto de los compañeros, tuvieron que realizar un registro escrito de lo que notaban como particular y novedoso. Esta

²¹ Este término empleado por Perkins (1999) refiere a *saber hacer algo con lo que ya se sabe*.

conversión de registro permitió afianzar esta propiedad, ya que no solo se quedaban con la observación de lo que ocurría con los ángulos recortados, sino que pudieron plasmar esta propiedad empleando un registro verbal escrito.

Consecuentemente, para establecer esta observación como una propiedad general de los triángulos, no bastaba que esta “particularidad” apareciera en los triángulos trabajados en la clase. Con el fin de generalizar la propiedad se presentó un applet realizado con GeoGebra. Este nuevo medio virtual que permite una representación dinámica del concepto que veníamos trabajando, permitió el ingreso a una nuevo tipo de registro semiótico el cual conlleva una nueva representación semiótica: el lenguaje algebraico. Esta nueva representación $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ permitió corroborar algebraicamente, la propiedad abordada. El dinamismo del software nos permitió manipular la representación gráfica y de esta manera ellos vieron que dicha particularidad es una propiedad que ocurre en todos los triángulos, algo que no habría sido posible si las construcciones se realizaban en lápiz y papel. Además, los estudiantes pudieron visualizar en la vista algebraica este nuevo tipo de representación (ver *Imagen 42*).

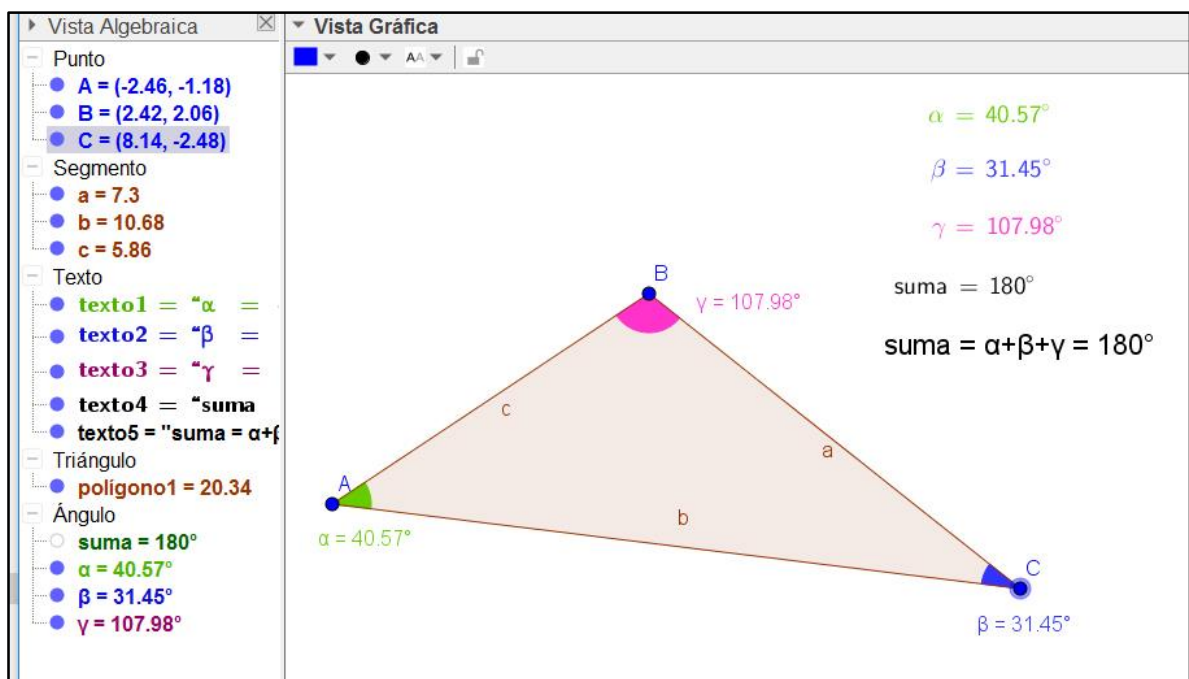


Imagen 42: Applet: Suma de ángulos interiores de un triángulo. Registro gráfico y algebraico.

Antes de comenzar a detallar las actividades enmarcadas en el bloque 2, es necesario aclarar que durante la planificación de todas las actividades desarrolladas no se tuvo presente el marco teórico de representaciones semióticas para elaborarlas. Es decir, nuestro objetivo era planificar actividades para abordar luego los contenidos geométricos seleccionados, y en algunos casos de ser necesario “explicarlo de otra forma” o con “otro método” para que nuestros alumnos pudieran comprenderlos. En un principio, la decisión de transitar por los diferentes registros se dio de manera intuitiva, sin tener en esta instancia una comprensión cabal de lo que este movimiento implicaba en relación al aprendizaje de nuestros estudiantes.

Segundo bloque

En esta segunda parte, el desarrollo de las actividades de construcciones con GeoGebra permitió trabajar con las representaciones antes mencionadas, pero también emergieron nuevas. A medida que iban llevando a cabo diferentes tareas, como la **Actividad 11** (ver *Imagen 43*), se les solicitaba registrar argumentos o los protocolos de construcción empleados (ver *Imagen 44*). Estas actividades tenían que ver con un tipo de argumentación geométrica que resulta muy valiosa en sí misma y fundamental en el aprendizaje geométrico. Debido que hay un tiempo para el proceso de aprendizaje, y como estos tipos de actividades se contemplarían en una instancia evaluativa, se previeron estas tareas con anterioridad al STPE.

Actividad N°11: Clasificación de triángulos según sus lados

- Construí un triángulo equilátero cuyos lados midan 3 cm.
- Construí un triángulo isósceles cuyos lados midan 4 cm y 2 cm.
- Construí un triángulo escaleno de lados 6 cm y 5 cm.

Cuando termines de construir, debatí con tu compañero de grupo y responde:

En cada caso ¿Cuántos triángulos distintos que cumplan estas condiciones pueden construirse?

Si al triángulo escaleno se le agregara un tercer dato, un lado de 4 cm ¿Cuántos triángulos distintos se podrían construir?

Registra en tu carpeta los pasos que realizaste para la segunda construcción. En caso de que no sea posible construir el triángulo, justifica porque no pudiste hacerlo.

Imagen 43: Enunciado de la Actividad.

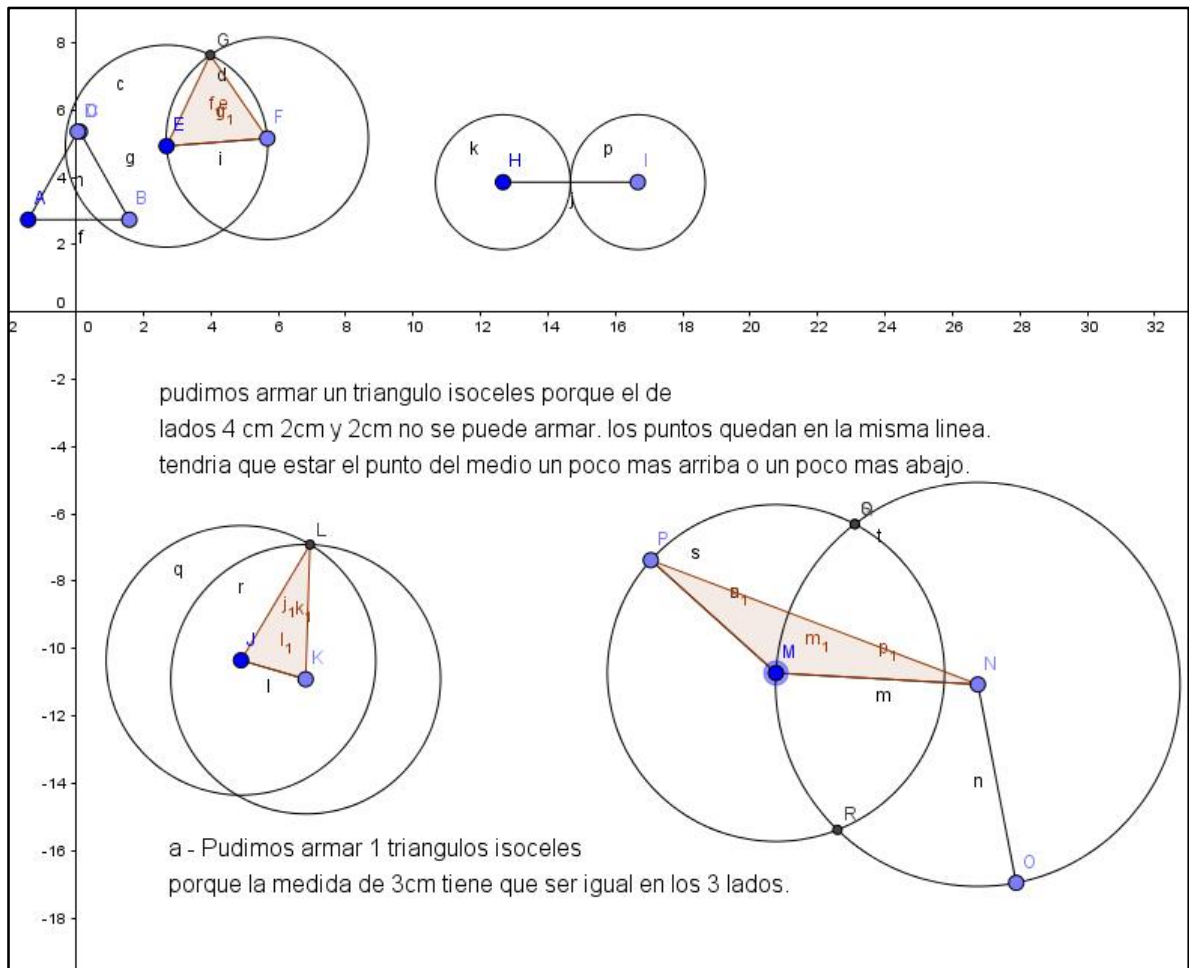


Imagen 44: Resolución gráfica de Actividad 11.

Este primer acercamiento al registro discursivo permitió desarrollar, en los estudiantes, nuevas habilidades. La capacidad de poder reflexionar sobre el hacer y luego poder expresarlo en forma verbal a sus compañeros es una habilidad que todo estudiante debe adquirir, y para ello, se deben generar situaciones propicias que lo avalen.

Para determinadas construcciones, como la expuesta en la **Actividad 10** (ver *Imagen 45*), algunos estudiantes luego de hacer un esquema mental realizaban una representación gráfica a mano alzada, para posteriormente comenzar a construirla con ayuda del software. Al mismo tiempo iban tomando registro de las dudas que tenían y de las respuestas a las consignas propuestas en la actividad (ver *Imagen 46*). Esto fomentó nuevamente el registro discursivo en los estudiantes.

Actividad N°10: "Construimos con GeoGebra"

Construir la figura que se describe en este instructivo:

- Trace un segmento AB de 5 cm.
- Con centro en B, trace una circunferencia de 3 cm de radio.
- Marque un punto C sobre el segmento AB, que se encuentre más cerca de B que de A. Trace una circunferencia con centro en A y que pase por C.
- Dibuje un triángulo con vértices en A, B y el punto de intersección de ambas circunferencias. Queda así dibujado el triángulo ABD.

a) ¿Se puede saber, sin medir, cuál es la longitud de cada uno de los lados del triángulo ABD? Justifique.

b) Mueva el punto C, acercándolo o alejándolo de B. ¿Cómo cambia la longitud de los lados del triángulo ABD? Explique.

c) Moviendo el punto C, busquen ubicaciones en las que se formen triángulos y otras en las que no se forme ninguno. ¿Es cierto que para que se formen triángulos, el lado AD debe ser mayor que 2 cm? ¿Por qué?

Imagen 45: Actividad 10: Enunciado de construcción.

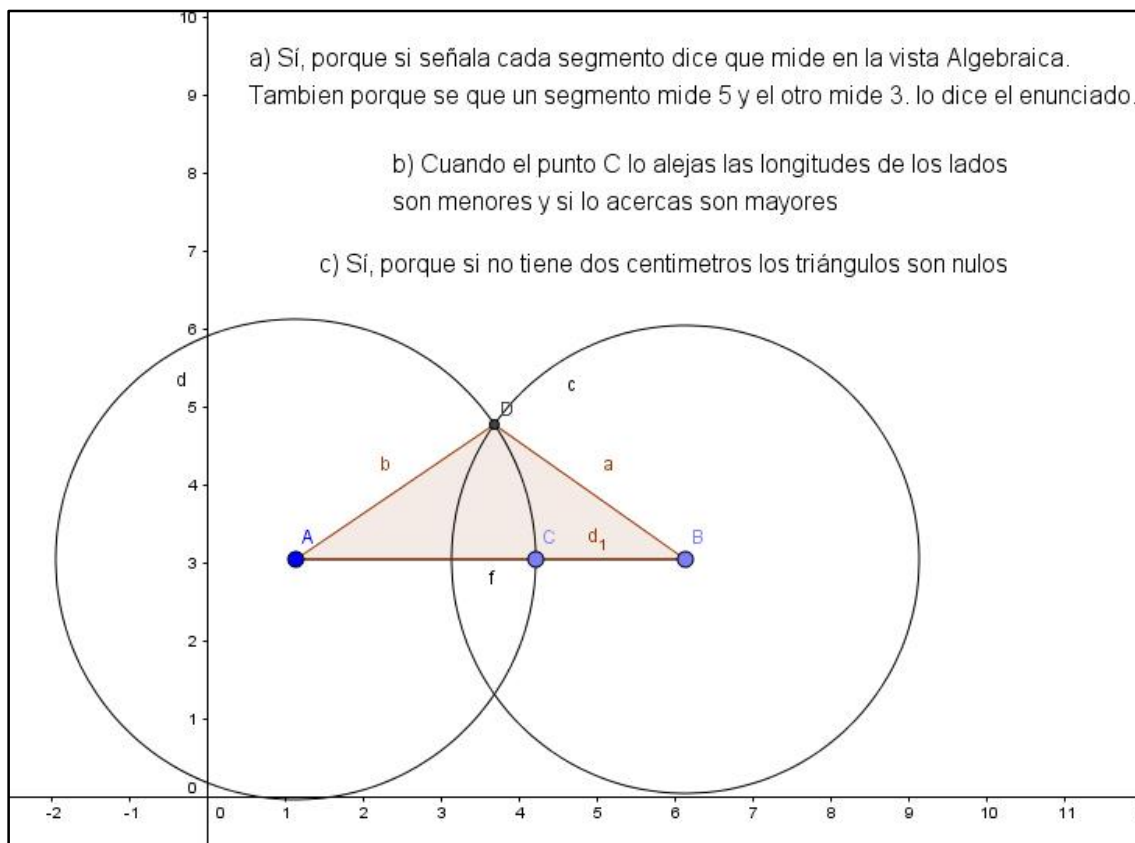


Imagen 46: Resolución gráfica de la Actividad 10.

Finalmente, con la propuesta del STPE buscábamos que los estudiantes, además de realizar las construcciones solicitadas, fuesen capaces de explorar, elaborar conjeturas, producir argumentaciones teniendo como marco teórico lo trabajado hasta el momento. Esta actividad fue la que más diversidad de representaciones semióticas evidenció, algunas eran comunes en las diez construcciones propuestas, mientras que otras eran particulares de cada una. Dado que el trabajo estaba dividido en tres partes, fueron desarrollando actividades cognitivas diferentes en cada instancia y con ello emplearon representaciones acordes para al tipo de trabajo matemático desplegado.

El análisis que haremos de las siguientes construcciones propondrá un estudio de casos que resultan particularmente relevantes en relación a la problemática planteada.

Al finalizar la lectura de la consigna en relación a la construcción asignada, realizaban un esquema mental sobre lo que se les pedía y lo discutían con su sub – grupo. Luego esbozaban una representación gráfica con lápiz y papel, para posteriormente comenzar a construir. Esto fue común en todas las construcciones; en particular durante el desarrollo de la construcción 4 (ver *Imagen 47*). Gracias a la construcción gráfica y a la representación aritmética pudieron responder el interrogante de la construcción (ver *Imagen 48*). Al momento de ir completando la tabla hicieron hincapié en el trabajo aritmético. (Ver *Imagen 49*)

4) ¿Es posible construir un cuadrilátero cuya suma de ángulos interiores sea igual a 300° ? Justifique su respuesta.

Teniendo en cuenta la respuesta al interrogante anterior y lo abordado en clase, completá la siguiente tabla:

Polígonos	Cantidad de lados	Cantidad mínima de triángulos para cubrir un polígono	Suma de ángulos interiores
Triángulo			
Cuadrilátero			
Pentágono			
Dodecágono			
<u>Tetracontágono</u>			

Actividad desafío: Descubrí la regla y completá la tabla anterior para el polígono n – ágono

Polígonos	Cantidad de lados	Cantidad mínima de triángulos para cubrir un polígono	Suma de ángulos interiores
n - ágono			

Imagen 47: Enunciado de la construcción 4 del STPE.

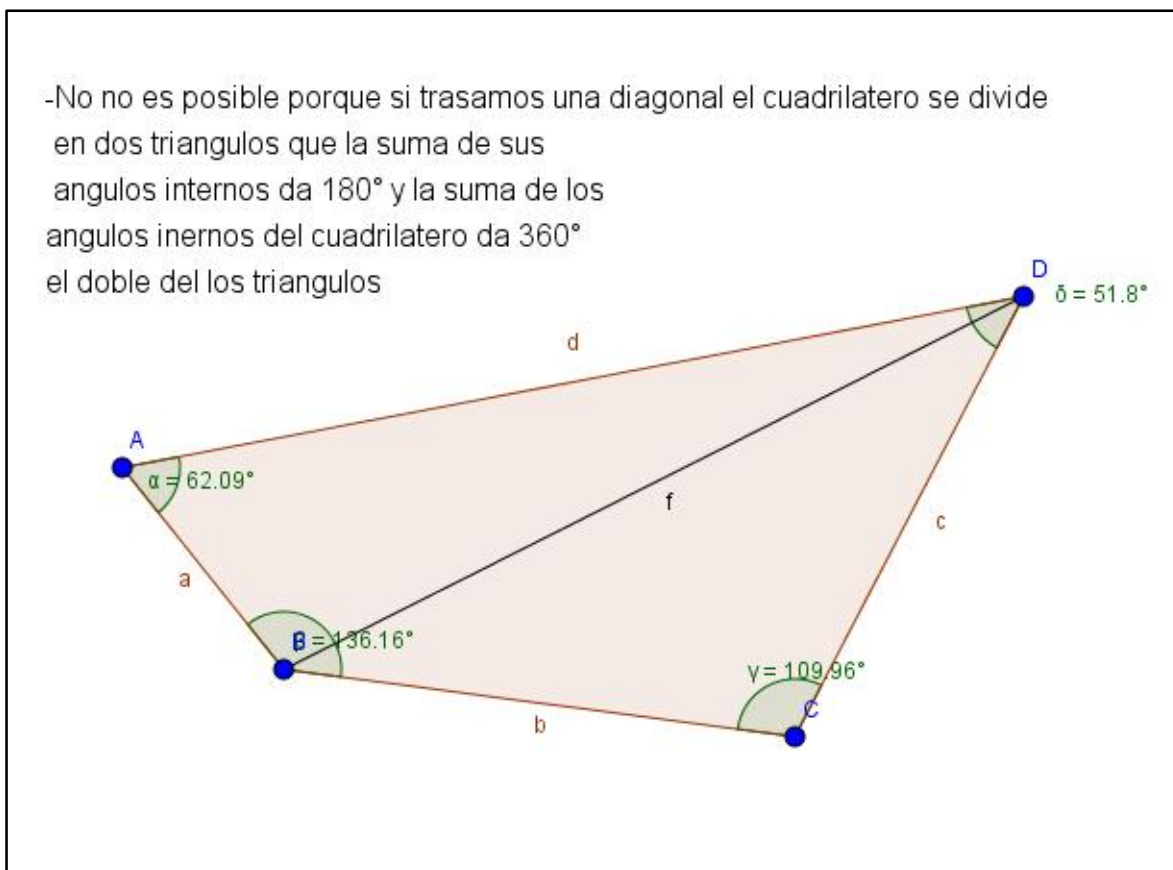


Imagen 48: Resolución gráfica de los estudiantes para la construcción 4 del STPE.

polígonos	Cantidad de lados	Cantidad mínima de triángulos para cubrir un polígono	suma de sus ángulos interiores
triangulo	3	1	180 grados
cuadrilátero	4	2	360 grados
pentágono	5	3	540 grados
dodecágono	12	10	1.800 grados
Tetracontagono	40	38	6.840 grados

Imagen 49: Tabla completa de la construcción 4 del STPE.

Esta evidente y valiosa transformación de registro fue imprescindible para poder llevar a cabo la actividad del desafío, ya que sin este previo trabajo los alumnos no hubieran podido encontrar el patrón de generalidad que se cumple para la suma de ángulos interiores de un polígono. Esta transformación pudo llevarse a cabo al estar articulada con la **Actividad 8**, en donde se arriba a la propiedad de *suma de ángulos interiores de un triángulo*. Los alumnos triangulaban los polígonos que se les solicitaba (realizaban un tratamiento del registro gráfico), y de esta manera observaban que quedaban triángulos en su interior. Los ángulos interiores del triángulo, en algunos casos, coincidían con los ángulos interiores del polígono, y en otros eran una porción de estos. De esta manera, en algunos casos, les bastó con contar los triángulos que aparecían y luego multiplicar esa cantidad por 180° y así obtener el resultado deseado.

El desafío surgió cuando no podían contar los triángulos, como es el caso del polígono n – ágono. En primera instancia confundieron el polígono n – ágono con el polígono que tiene nueve lados (eneágono), por lo cual tuvimos que aclarárselo para disipar esta duda. Posterior a ello se les presentó el siguiente interrogante:

Alumno A – Entonces ¿Cuántos lados tiene este polígono?

En este caso les sugerimos releer el nombre de los polígonos de la tabla y revisen la etimología de la palabra polígono. Luego de que los alumnos recordaran que el nombre de los polígonos se dividía en dos partes, les preguntamos ¿qué hubiera ocurrido si el polígono se llamaba x - ágono? ¿Cuántos lados tendrían este polígono? Ante este interrogante respondieron que tendría x lados. Es importante hacer notar la conversión del registro aritmético al algebraico que se produce en esta etapa.

Además, evidenciamos que asociaban la noción de variable exclusivamente con la letra x . Por otro lado, aunque ellos veían que la x iba variando, en algunos casos la nombraban como incógnita. En este caso tuvimos que aclarar que la x era una variable y no una incógnita como en el contenido de ecuaciones que ellos abordaron previamente. Estas interpretaciones suelen generar problemas a la hora del aprendizaje algebraico.

Luego de identificar la cantidad de lados del polígono del desafío y ayudado por los datos recolectados en la tabla pudieron deducir la cantidad mínima de triángulos que cubrían este polígono. Con esta información, para determinar la suma de sus ángulos interiores, hicieron un razonamiento análogo al que pusieron en práctica cuando resolvieron la tabla (Ver *Imagen 50*).

Desafío:

pentágono	Cantidad de lados	Cantidad mínima de triángulos para cubrir un polígono	Suma de sus ángulos interiores
x – ágono	x	$x - 2$	$(x - 2) \times 180$

Como sabemos los el nombre polígonos se dividen en dos partes por ejemplo el pentágono se divide en pent (cinco) y ágono (ángulo), el x – ágono no dice su cantidad de lados ya que x es incógnita por lo tanto sus lados son x . Para saber la cantidad mínima de triángulos para cubrir un polígono tenemos que recordar de la narrativa de la actividad 2 que decíamos que para saber la cantidad mínima de triángulos que cubren un polígono había que restarle 2 entonces tenemos que hacer $x - 2$. Por ultimo para saber la suma de sus ángulos interiores también tenemos que recordad la información de la narrativa de la actividad 2 que decíamos que había que multiplica la cantidad de triángulos por 180 ya que un triángulo equivale a 180 grados entonces tenemos que hacer $(x - 2) \times 180$.

Imagen 50: Resolución de un grupo de estudiantes de la actividad desafío.

En la construcción 9 (ver *Imagen 51*), donde debían hacer uso de la desigualdad triangular, realizaron también una representación aritmética para poder responder la consigna y asignar los valores que debía tener la diagonal del paralelogramo para poder construirse (Ver *Imagen 52 y 53*)

Construcción a realizar:

- 9) Construir un paralelogramo en el cual uno de sus lados mida 7cm, el otro mida 4cm y la diagonal mida 11cm.

Preguntas desafío:

¿Qué medidas debería tomar la diagonal para realizar la construcción solicitada? ¿Por qué?

Imagen 51: Enunciado de construcción 9 del STPE.

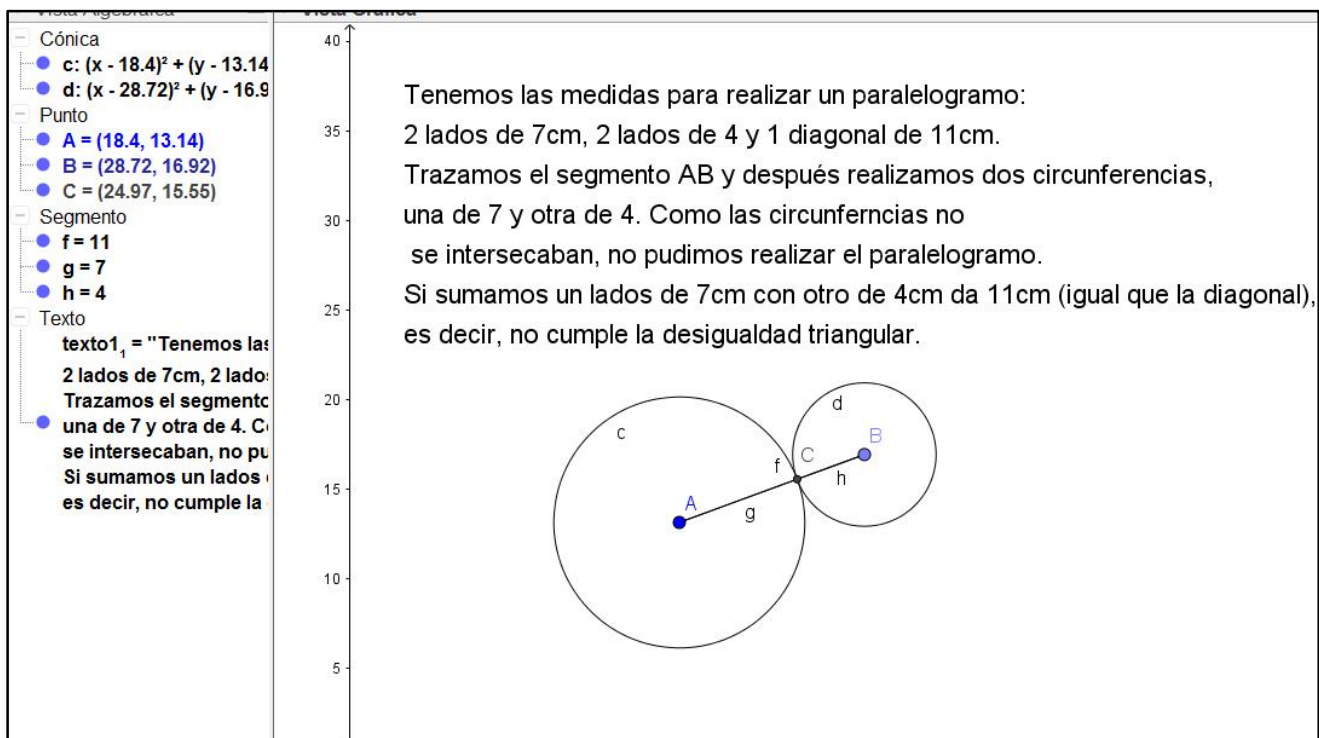


Imagen 52: Registro gráfico y justificación de un grupo de estudiantes para la construcción 9 del STPE.

desafío: la segunda construcción es del desafío. las medidas que debe tener la diagonal son aquellas que se cumpla la desigualdad triangular de esa figura. mayor que 3 y menor que 11. el profe jorge me hizo una pregunta para ayudarme a dar cuenta de esto.

Imagen 53: Justificación de un grupo de estudiantes de la actividad desafío.

Luego de obtener este registro se le interrogó al estudiante si realmente las circunferencias no se intersecaban. Frente a esto respondió que si se intersecaban pero no de manera tal que se pudiera formar un triángulo (el punto de intersección era colineal a los extremos de la diagonal), es decir, que no se intersecaba en dos puntos. Además se les consultó cómo llegaron a los valores que podía tomar la diagonal. Expresaron, que para poder hacerlo, usaron la “reglita” de la desigualdad triangular sumando mentalmente.

Es evidente que en esta parte de la actividad, el moverse por distintas representaciones semióticas (cambiando los registros semióticos) fue de mucha ayuda para responder las consignas y las actividades desafío, permitiéndoles a los estudiantes una mayor aprehensión de lo elaborado.

Concluida la etapa de la construcción, nuevamente se tuvo en cuenta el género discursivo (representación verbal escrita) como actividad complementaria y potenciadora para la comprensión de los conceptos que se han trabajado. Los estudiantes debían tener en cuenta el protocolo de construcción que habían considerado para llevar a cabo la actividad. Nuevamente, el trabajo cognitivo realizado por los estudiantes en esta etapa fue muy valioso. Realizaron una conversión de registro pasando de una representación gráfica, y en algunos casos también algebraica, a una representación verbal escrita. En las siguientes imágenes se pueden visualizar estas conversiones llevadas a cabo a partir de la construcción 8 (ver *Imágenes 54, 55 y 56*).

Construcción a realizar:

- 8) Construir un paralelogramo que tenga un lado de 6cm y un ángulo interior de 30° . ¿Cuántos paralelogramos cumplen esta condición?

Preguntas desafío:

Si los datos del enunciado hubieran sido: Construir un paralelogramo que tenga un lado de 6cm y ángulos interiores de 30° y 120° ¿Cómo resultaría la construcción?

¿Si conozco uno de los ángulos interiores del paralelogramo, puedo conocerlos a todos? ¿Por qué?

Imagen 54: Enunciado de la construcción 8 del STPE.

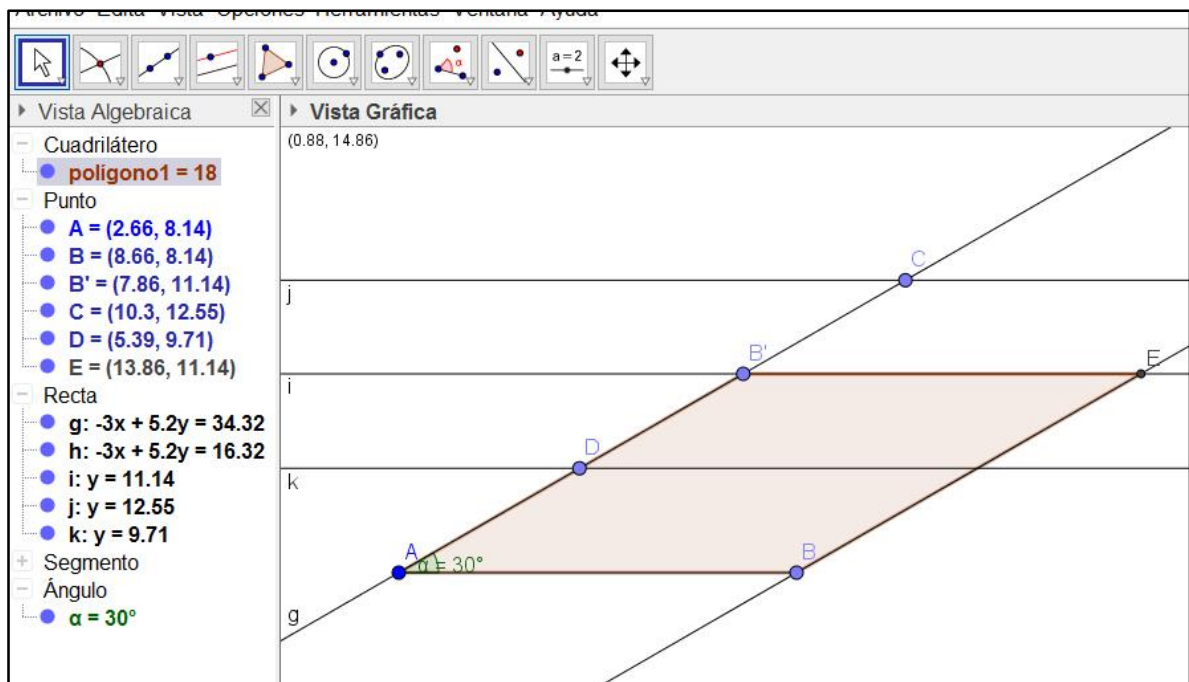


Imagen 55: Resolución de un grupo de estudiantes para la construcción 8.

Comenzamos haciendo el segmento de 6 cm(AB) con la herramienta segmento de longitud dada y teniendo en cuenta este segmento y el punto A, con la herramienta ángulo dada su amplitud hicimos un ángulo de 30°.

Luego construimos una paralela del segmento AB con la herramienta paralelas, haciendo que pase por el punto B1 que nos marcó el ángulo y nos quedaron dos rectas paralelas.

Entonces hicimos una nueva recta con la herramienta para hacer estas que pase por el punto A y por el punto B1, seguido esto con la herramienta paralela construimos la paralela de esta recta.

Marcamos con la herramienta intersección las rectas que nos quedaron sin ningún punto pero interceptadas. Quedandonos así un paralelogramo.

Después de terminar con la construcción con la herramienta polígono marcamos el paralelogramo.

Llegamos a la conclusión de que podemos hacer no sólo uno o dos paralelogramos con los datos si no infinitos ya que al cumplir las dos medidas que nos pide nos queda una tercera que puede ser cualquiera.

Imagen 56: Narrativa de construcción de un grupo de estudiantes. Registro verbal escrito.

Si bien la representación verbal escrita es algo natural para los alumnos, ya que se emplea con frecuencia en otras asignaturas, realizarla en la clase de matemáticas no es para nada sencilla. En la escritura del protocolo de construcción los alumnos deben organizar, secuenciar y sistematizar la información matemática para poder plasmarla en un lenguaje escrito. Es por ello que en esta ocasión, nos pareció pertinente, además, solicitarles escriban las dificultades que se les presentaron con dicha actividad; ya sean estas de orden conceptual, es decir, desconocimiento de nociones geométricas necesarias para realizar la construcción; dificultades técnicas relacionadas al manejo de software GeoGebra; o referentes a problemas al interior del grupo para organizar las tareas y dar solución a la actividad propuestas. Es decir, consideramos que elaborar una narrativa de construcción, agregando además las dificultades sorteadas, les permitiría reflexionar sobre lo que realmente aprendieron a través de la lectura y crítica de su propia escritura.

En este sentido, acordamos con Mussi Pontes (2009) que “los alumnos aprenden leyendo y escribiendo, de modo que una escritura discursiva precisa ser más utilizada, ejercitada y privilegiada por todas las disciplinas escolares” (p. 150).

Para la tercera parte de la actividad se pensó en algo que ya se venía empleando con anterioridad durante nuestras prácticas: trabajar con un registro verbal oral. La diferencia en este caso consistió en las diversas representaciones que se efectuaban dentro del mismo registro. Las capacidades y aptitudes que desarrollaban los alumnos en una exposición oral previamente pautaada eran mucho más potable que en una puesta en común sobre una actividad a desarrollar. Esto se debe a que en la puesta en común no se dispone de una maduración de los conceptos a tratar ni de un orden claro, como el que se desarrolla para una exposición. Así mismo, con esto no queremos desmerecer la actividad cognitiva llevada a cabo durante las puestas en común. La espontaneidad de argumentar, explicar y otorgar una respuesta clara y precisa, forma parte de un entrenamiento que es necesario para llevar adelante una exposición de índole más formal.

Bishop (1999) sostiene que explicar es,

“la actividad que eleva la cognición humana por encima del nivel asociado con la mera experiencia del entorno. Explicar centra la atención en las abstracciones y formalizaciones que se derivan de las otras actividades y, mientras que éstas tienen que ver con la respuesta a preguntas relativamente simples como “¿Cuántos?”, “¿Dónde?”, “¿Cuánto?”, “¿Qué?” y “¿Cómo?”, explicar se ocupa con responder a la compleja pregunta “¿Por qué?””(p. 71).

Para dar sentido a las palabras de Bishop, y con el fin de ilustrar al lector la exposición oral, haremos un análisis moviéndonos por tres exposiciones orales, en donde se evidencia cómo los intercambios que emergen contribuyen a mejorar la comprensión del objeto matemático trabajado.

Durante la exposición oral de la construcción 1 (ver *Imagen 57*), a medida que iban explicando la construcción a realizar, iban construyendo y mencionando las herramientas que empleaban. Expresaron que su dificultad había recaído en justificar que el cuadrilátero interior era un cuadrado.

Construcción a realizar:

- 1) Construya un cuadrado ABCD. Marque el punto medio de los segmentos \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} y \overline{DA} , y construya el cuadrilátero que tiene por vértices a esos puntos. ¿Podría decir qué cuadrilátero es? Justifique su respuesta.

Preguntas desafío: ¿Existe una circunferencia que pase por los vértices del cuadrado ABCD? ¿Qué relaciones hay entre el centro de esta circunferencia y las diagonales del cuadrado ABCD?

Imagen 57: Enunciado de la construcción 1 del STPE.

Una vez concluida con la construcción del cuadrilátero interior (ver *Imagen 58*), comenzaron las preguntas e intercambios, de parte del docente practicante como de los compañeros.

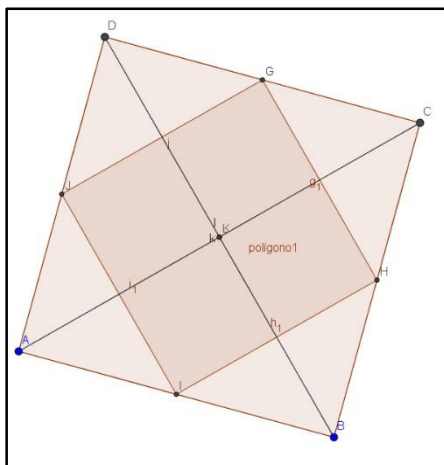


Imagen 58: Resolución gráfica de un grupo de estudiantes de la construcción 1 del STPE.

Haciendo énfasis en la justificación de porqué era un cuadrado el cuadrilátero interior, se les preguntó:

Docentes (D) – Es un cuadrado porque tiene todos sus ángulos rectos, pero ¿qué ocurre con sus lados?

Alumno expositor B – Los lados son iguales porque todos estos triángulos son iguales (los señala).

D - ¿y porque son iguales?

Alumno expositor A – Las bases son iguales porque los isósceles son los mismos, porque el ángulo entre los lados iguales es recto.

D – Muy bien. Y ¿cómo sabemos que el ángulo del interior es recto? (lo señala).

Alumnos expositores – Porque la suma de sus ángulos interiores son 180° .

D – Bien. ¿y qué pasaba con los ángulos opuestos a los lados iguales en un triángulo isósceles?

Otros alumnos – Son iguales. Entonces tengo un recto y dos ángulos de 45° .

Alumno expositor C – Ahhhh. Claro. (Señala en la pizarra). Acá tengo un ángulo recto y como la suma de los ángulos interiores es 180° estos son de 45° porque eran iguales (aquí el alumno se refiere a los ángulos interiores del triángulo isósceles).

Aquí los estudiantes ponen en juego la propiedad de suma de ángulos interiores de un triángulo, para determinar la amplitud de los ángulos interiores congruentes del triángulo isósceles. De esta forma justifican que los ángulos interiores del cuadrilátero interior, formado por la construcción, son rectos, pues cada uno de ellos forma, junto con dos ángulos de 45° de amplitud, un ángulo llano.

Rescatamos este ejemplo puesto que la propiedad emergió nuevamente cuando, en la construcción 4 (ver *Imagen 47*), el estudiante estaba explicando el proceso y los caminos sin salida que transitaron en la producción de esta construcción. Un registro de esta ponencia oral, es una auto - pregunta que ellos se realizan para explicarla.

Alumno expositor B – Fuimos por el camino de que sí se podía construir hasta que dijimos no se puede...pero ¿por qué no se puede? nos preguntamos.

D – ¿Por qué no se puede?

Alumno expositor B – Intentamos hacer el cuadrilátero de 300° con GeoGebra. Construimos un rectángulo y luego lo triangulamos con la herramienta segmento. Como tenemos dos triángulos y la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° , no puede ser de 300° el cuadrilátero sino que la suma de sus ángulos es 360° .

En este momento, uno de los estudiantes del grupo expositor anterior comentó que apareció la misma propiedad que habían usado ellos, la suma de ángulos interiores de un triángulo.

Cabe aclarar que lo construido por los estudiantes era un caso particular. No obstante, puesto que el rectángulo realizado no mantenía sus propiedades invariantes, moviendo uno de los vértices podía generalizarse la propiedad descubierta para la suma de los ángulos interiores de un rectángulo a cualquier cuadrilátero (En la sección **7.5 Anexo F: Narrativa de construcción**, se dispondrá de la narrativa).

Para llegar a esta generalización, fue necesario que el docente practicante preguntara:

D – ¿Cómo podrían probar que se cumple para todos los cuadriláteros?

Alumno expositor B – Moviéndolo profe. (Mueven la construcción a partir de uno de los vértices)

De esta forma, el grupo comprobó que en todos los cuadriláteros la suma de los ángulos interiores es 360° , propiedad que sería recuperada por la construcción 8 que se discute más abajo.

Otro momento a destacar, fue la participación de la clase cuando se completó la tabla solicitada en la construcción 4. A medida que iban nombrando por fila el polígono, iban completando entre todos lo que cada columna solicitaba. Aquí influyó de manera beneficiosa el haber trabajado previamente con tablas en el PTPE, puesto que se evidenciaba en la exposición un buen manejo y una lectura fluida de este tipo de registro.

En la construcción 8 (ver *Imagen 59*) debían realizar un paralelogramo con determinadas características. Durante la exposición se institucionalizó la noción de paralelogramo y las herramientas empleadas de GeoGebra.

8) Construir un paralelogramo que tenga un lado de 6cm y un ángulo interior de 30° . ¿Cuántos paralelogramos cumplen esta condición?

Preguntas desafío:

Si los datos del enunciado hubieran sido: Construir un paralelogramo que tenga un lado de 6cm y ángulos interiores de 30° y 120° ¿Cómo resultaría la construcción?

¿Si conozco uno de los ángulos interiores del paralelogramo, puedo conocerlos a todos? ¿Por qué?

Imagen 59: Enunciado de la construcción 8 del STPE.

Al momento de dar respuesta a la segunda pregunta del desafío, se trabajó considerando el resultado que se obtuvo en la primera pregunta del desafío. Es decir, se consideró que si el ángulo otorgado en el enunciado era de 30° el ángulo “colateral” era de 150° . De esta manera se pudieron conocer los cuatro ángulos de este polígono.

En este momento la profesora supervisora realiza el siguiente interrogante que permitía relacionar esta construcción con la expuesta anteriormente: ¿de qué otra forma se puede saber que la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero da 360° ? ¿Qué pasa si trazamos la diagonal?

Aquí se empleó la herramienta segmento para trazar la diagonal, y de esta manera, se visualizó que en el interior del paralelogramo se formaron dos triángulos cuyos ángulos interiores median 150° , 15° y 15° (ver *Imagen 60*). De esta manera, se arribó nuevamente a esta propiedad que ya había emergido en la construcción 4; en este caso, con valores explícitos que validaron un caso particular.

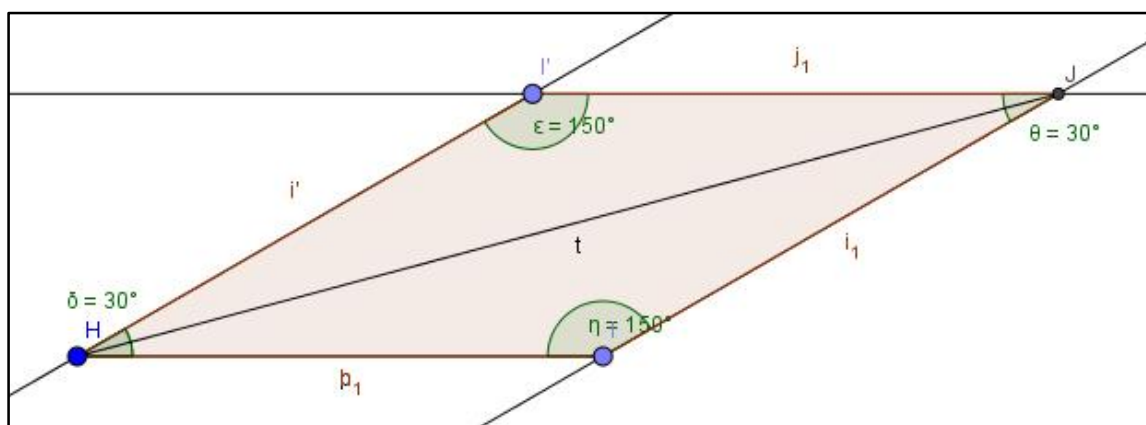


Imagen 60: Resolución de un grupo de estudiantes de la actividad desafío.

Los ejemplos propuestos anteriormente muestran cómo el intercambio de ideas que se producen en estas instancias de exposición oral contribuye a mejorar la comprensión del objeto matemático trabajado. Es por ello, que consideramos necesario que el docente proponga estos

espacios de interacción entre opiniones, promoviendo un diálogo democrático y respetuoso, con la finalidad de desarrollar una habilidad que no solo le será útil en matemáticas, sino que también en otros espacios curriculares y en su vida cotidiana.

En este sentido, Macías Sánchez (2014) citando a Radford (1998) sostiene que:

En definitiva, las representaciones son parte esencial de la estructura conceptual necesaria para poder realizar un análisis de los procesos de comprensión, aprendizaje y asignación de significados que llevan a cabo los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, de ahí su interés didáctico.

Al considerar las potencialidades didácticas que se logran al transitar por los distintos tipos de representación semiótica, que efectivamente se llevaron a cabo en esta actividad evaluable, emerge un nuevo e interesante interrogante.

“Además de las transformaciones y tratamientos de registros ¿Existieron otras variables que ayudaron a los alumnos en el proceso de aprendizaje de los conceptos trabajados?”

Es claro que esta pregunta es demasiado amplia para poder ser respondida y justificada en su totalidad. Por un lado, el trabajo colectivo mediante las intervenciones de los estudiantes ayudó a crear un clima de debate que fomentaba la construcción del conocimiento involucrando a los alumnos en dicha tarea. Por otro, las actividades de carácter exploratorio permitían a los alumnos indagar sobre las propiedades de las figuras geométricas que resultarían necesarias para realizar las construcciones finales. Además, las actividades lúdicas y de constatación empírica permitieron al colectivo experimentar un contacto directo sobre las figuras y los elementos que aparecen en ella.

Pero además de las mencionadas, una variable que no podemos dejar de considerar es el empleo de diversas tecnologías que permitieron un acercamiento a las distintas propiedades geométricas a través de la exploración e indagación. Durante el desarrollo de algunas actividades el recurso tecnológico era la manipulación a través de figuras de cartón o papel, lo que permitió manejarlas, plegarlas y hasta recortarlas para abordar nuevas propiedades. En otras ocasiones volvían al tradicional “lápiz y papel” para realizar un esquema gráfico de sus interpretaciones en relación a la tarea solicitada para luego complementarlo con otro recurso. Pero, en nuestra opinión, el recurso más llamativo para los estudiantes fue el software GeoGebra, que disponían en diversas plataformas como netbooks, tablets o celulares. Pero...

¿Por qué usamos Tecnologías de la información y comunicación (TIC)?

Primeramente, influyó mucho la experiencia personal con este programa durante el transcurso de las materias MOPE y Didáctica de la matemática. Allí tuvimos nuestro primer acercamiento al software y evidenciamos sus potencialidades para el trabajo geométrico.

Consecuentemente, a la hora de planificar, realizamos un análisis exhaustivo sobre lo que propone el Diseño Curricular 2011-2015 del Ciclo Básico de la Educación Secundaria para la Provincia de Córdoba actualmente vigente. Respecto al trabajo con TIC, entre las *propuestas de situaciones de enseñanza* que figuran en las *Orientaciones para la enseñanza* este documento establece que el docente:

Incluirá los programas graficadores como medio para enriquecer la comprensión de problemas, siempre actuando como gestor de la resolución y la reflexión, para evitar caer en el trabajo rutinario con la tecnología. Igualmente en el caso de la computadora, ésta constituye una herramienta fundamental para la enseñanza porque potencia la

representación gráfica, por su rapidez de cálculo y por posibilitar la modelización sin acudir a la forma clásica. (p. 48)

Consideramos que es necesario integrar las tecnologías en contextos educativos, es decir, en acuerdo con Villarreal (2012) que los estudiantes tengan una alfabetización tecnológica promovida en diferentes actividades. Buscando con esto valorar las posibilidades didácticas de las TIC en relación con los objetivos y fines educativos, entendiendo que son un medio que apoyan y ayudan al aprendizaje, pero sin perder de vista que el centro es aprender.

Además, Papert (2001) citado por Villarreal (2012) pone énfasis en que:

...lo que se requiere aquí es un cambio profundo en cómo pensar la educación. Así, la tecnología no es la solución, es sólo la herramienta. Pero mientras la tecnología no produce automáticamente una buena educación, la falta de tecnología garantiza automáticamente una mala educación. (p. 75)

Por estos motivos, y considerando las reflexiones de diversos autores, propusimos un trabajo de pequeños proyectos (construcciones) con GeoGebra, lo cual consideramos una decisión acertada. La implementación de las TIC permitió una mayor simplicidad a la hora de trabajar con las construcciones debido al feedback que proporciona el computador. De manera sencilla e inmediata, gracias al dinamismo del software, pudieron corroborar las propiedades trabajadas en diferentes figuras con mover sólo un elemento de ella y, construir propiedades y nociones teóricas que hasta el momento desconocían.

Para sustentar estas últimas palabras, a continuación, incorporamos una de las reflexiones posteriores a nuestras prácticas realizada por un grupo de estudiantes. En ella se puede apreciar de manera global su experiencia con los docentes practicantes, con el software GeoGebra y sobre el trabajo geométrico (ver *Imagen 61* y *62*).

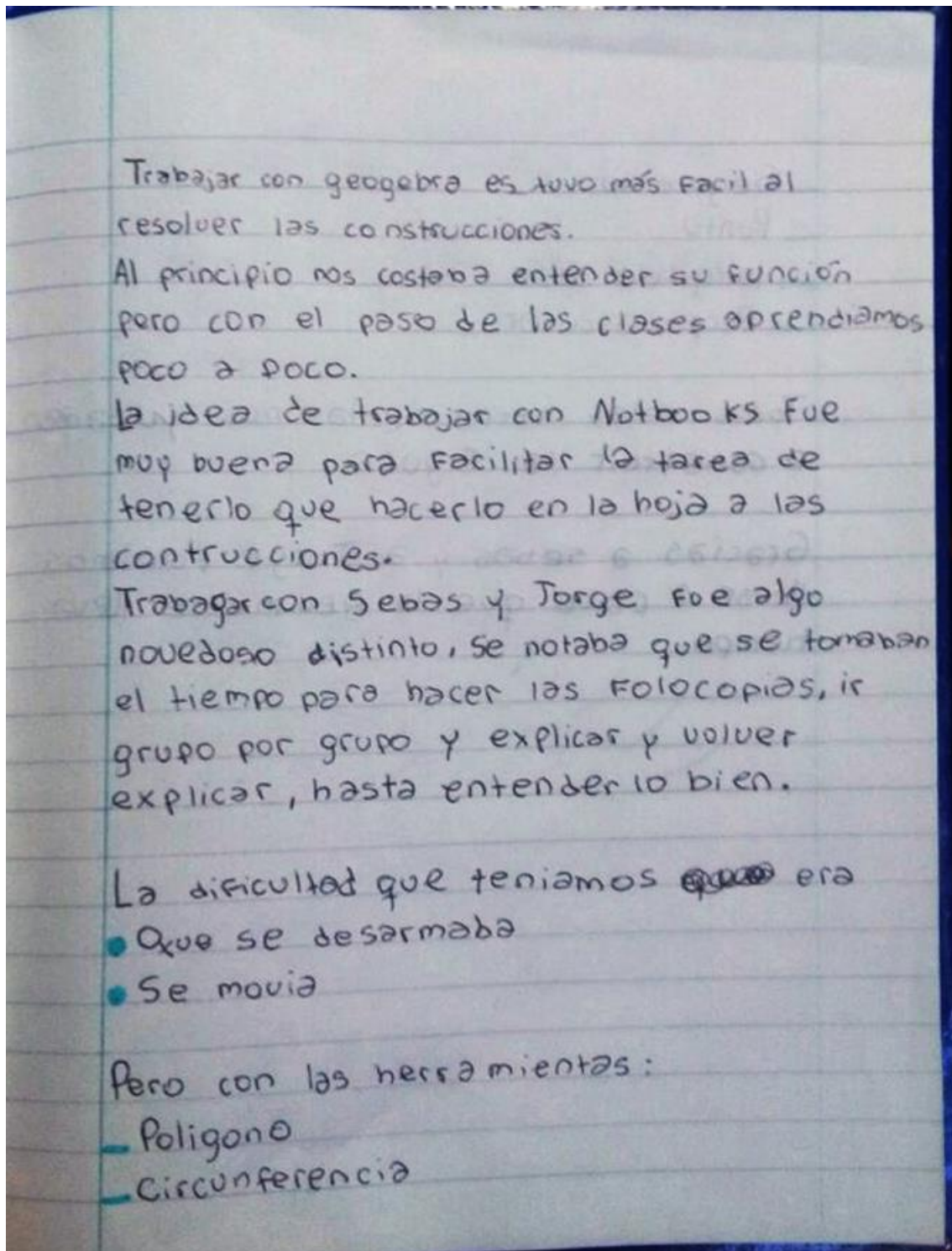


Imagen 61: Reflexiones de un grupo de estudiantes posterior a las prácticas docentes.

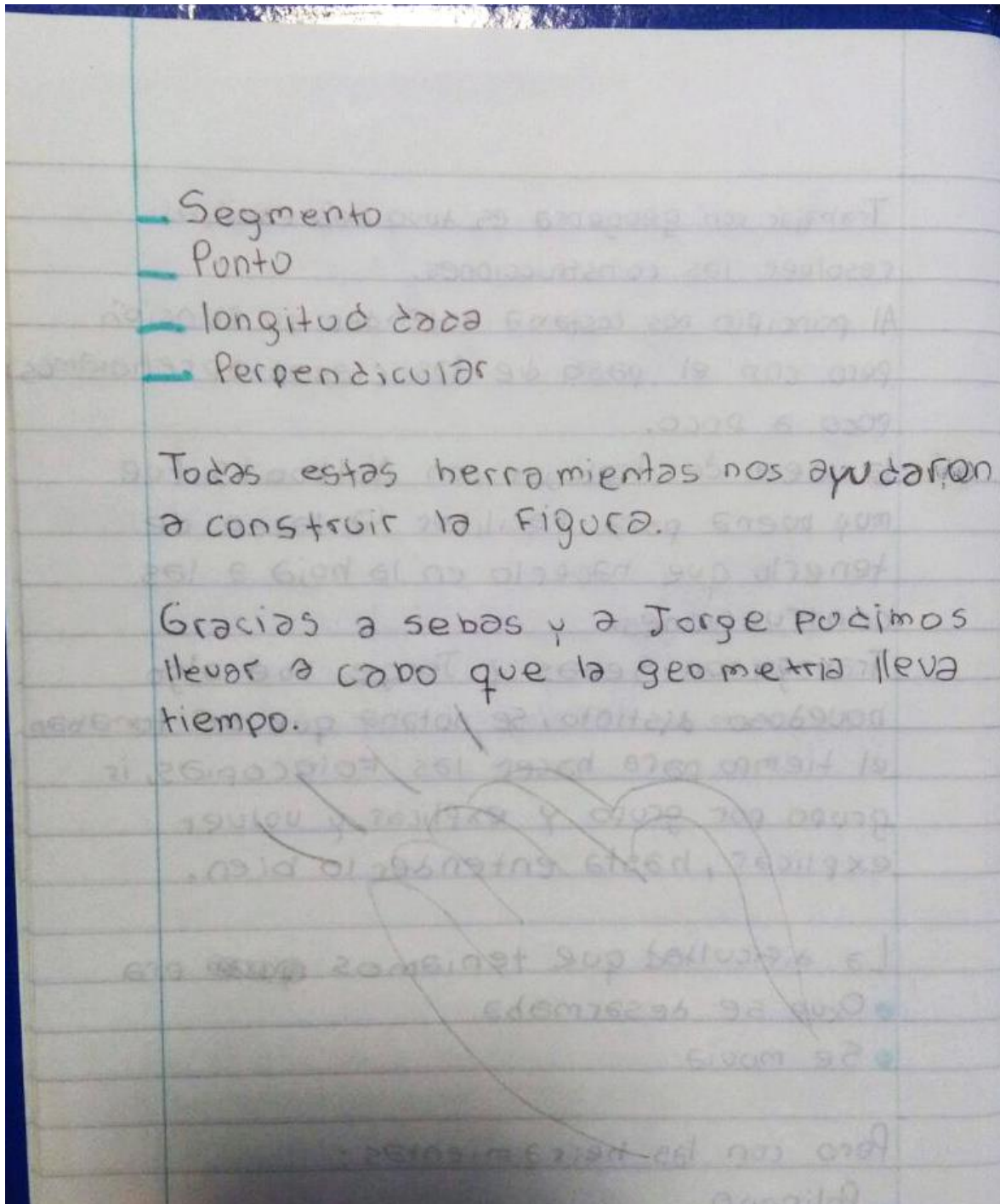


Imagen 62: Reflexiones de un grupo de estudiantes posterior a las prácticas docentes.

5. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES PERSONALES

Como resultado de nuestra primera experiencia como docentes, no queremos dejar de mencionar ciertos aspectos relevantes.

En primer lugar, trabajar con distintos registros semióticos y variadas representaciones es fundamental para el aprendizaje de matemática, pero la mayor dificultad se centra en que esto no es algo natural para los estudiantes. Creemos que una parte importante del trabajo docente en clase de matemática debe centrarse en presentar a sus estudiantes problemas que requieran de diferentes registros semióticos, poniendo en juego conversiones de un registro a otro como así también el tratamiento de las representaciones semióticas al interior de cada tipo registro. Esta actividad no es algo fácil, además está decir que implementarlo con una metodología de trabajo desafiante, con actividades exploratorias e investigativas, demanda un tiempo mayor y ubica al docente en una zona de riesgo (Skovsmose, 2000). En esta zona de incertidumbre el profesor no puede predecir con totalidad los planteos que darán los estudiantes, debido a que la respuesta correcta ya no es única como en los casos tradicionalistas y mecanicistas, sino que resulta de una compleja actividad de exploración, indagación, argumentación y debate que se genera entre los estudiantes. Pero es precisamente aquí donde emergen genuinas posibilidades de aprendizaje significativo.

Si bien se asumen estos riesgos, el docente dispone de una variedad de registros que pueden contribuir a la comprensión del objeto de estudio. Estas diferentes estrategias, diferentes representaciones nos dieron una tranquilidad dentro del riesgo asumido. Tranquilidad, ya que disponíamos de una serie de elementos con los cuales provocar el aprendizaje de los estudiantes, generando así, mayor solvencia sobre los contenidos.

Es necesario que el profesor modere su intervención frente a los procesos de solución y las respuestas de los estudiantes, ya que es más importante que ellos justifiquen dichas soluciones. Es decir, al docente le corresponde gestionar la clase y no impartirla. Es en este sentido que moverse por diversos registros ayuda al docente a guiar y direccionar a sus alumnos hacia lo que se quiere enseñar.

Consideramos que la pluralidad de representaciones supone un beneficio doble en el par docente – alumno, puesto que el docente sumará una herramienta más para enseñar, mientras que para el alumno es una invitación a participar activamente de su propio proceso de aprendizaje. A través de la comparación de representaciones, transformaciones y cambios de registros, puede elaborar desempeños de comprensión evidenciando lo que ha aprendido durante este proceso. Pudimos visualizar esto en nuestras prácticas, y no nos referimos a las calificaciones obtenidas, sino a las justificaciones que realizaron en la exposición oral, en las actividades escritas, en los debates en común, donde iban cambiando de un registro a otro, de una representación a otra, comparando y argumentando.

Por otra parte, compartimos y estamos en acuerdo con Sadovsky (2005) al sostener que: “El momento de la formación es, sin duda, un momento privilegiado, porque aunque se corre con la desventaja de la falta de experiencia, constituye una etapa en la que hay tiempo para la reflexión sobre la enseñanza”. (p. 17)

Las prácticas docentes fueron para nosotros un proceso sumamente positivo y gratificante, no solo nos nutrió a nivel formativo sino también a nivel ético y personal.

Comprendimos lo importante que es el espacio de práctica docente puesto que constituye un escenario ideal para el trabajo en equipo, no solo referido al par pedagógico, sino también al trabajo realizado con la docente tutora y la docente supervisora. Es el primer acercamiento hacia la compleja tarea que implica ser docente, desde el tiempo que demanda planificar cada clase hasta el momento de llevarla a la práctica.

Finalmente, queremos agradecerles a nuestros alumnos de 1° A y 1° B por esta trascendente experiencia, ya que ellos han sido en todo momento los protagonistas del notable trabajo matemático que se efectuó durante las clases.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Bishop, A. (1999) *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Traducción G. Sánchez Berberán. Buenos Aires: Paidós. Traducción de Mathematical enculturation.
- Gómez Chacón, I.; Escribano, J. (2014). *Geometric locus activities in a dynamic geometry system. Non-iconic visualization and instrumental genesis*. Relime. Vol. 17, Nº 4 – II.
- Gvirtz, S.; Palamidessi, M. (2008) *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*, Editorial Aique. Buenos Aires.
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de la construcción a las demostraciones*. Libros del Zorzal: Buenos Aires.
- Itzcovich, H.; Novembre, A.; Borsani, V.; Carnelli, G.; Lamela, C. (2006). *Matemática 8*. Tinta Fresca. Buenos Aires.
- Lucchesi de Carvalho, D.; Conti, C. (2009). *Histórias de colaboração e investigação na prática pedagógica em Matemática*. Alínea: Guanabara.
- Macías Sánchez, J. (2014). *Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje*. *Revista de Investigación Educativa Conect@2*, Vol. 4, Nº 9, pp. 27-57.
- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (2010). *La evaluación de los aprendizajes en secundaria. Documento de apoyo curricular*. Disponible en: <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/Capac%20Nivel%20Secundario/Documento%20Evaluacion%20Secundaria%2021-10-11.pdf>. [Último acceso: 09/11/2016].
- Oviedo, L.; Kanashiro, A. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, pp. 29-36.
- Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. In Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Sadovsky, P. (2001). *Orientaciones didácticas para la enseñanza de la geometría en EGB*. Dirección General de Cultura y Educación, Provincia de Buenos Aires.
- Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal: Buenos Aires.
- Skovsmose, O. (2000). *Escenarios de investigación*. *Revista EMA*, V. 6, n. 1, p. 3-26. . Versión en español.
- Stone Wiske, M. (1999). *La enseñanza para la comprensión*. PAIDÓS. Buenos Aires.
- Villarreal, M. (2012). *Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza* en *Revistas de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC)*.

Páginas web²²

- <https://es.wikipedia.org/wiki/Semiosis>

²² La página web fue consultada por última vez en noviembre de 2016.

7. ANEXOS

7.1 Anexo A: Planificación anual de la docente tutora

APRENDIZAJES Y CONTENIDOS

UNIDAD N° 1: Números naturales. Revisión

Números Naturales. Significado. Sistemas de numeración posicional y no posicional, ejemplos. Representación en la recta numérica. Orden. Operaciones (Adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación). Propiedades. Ejercicios combinados, problemas. Lenguaje algebraico. Ecuaciones con números naturales. Planteo de ecuaciones y resolución de problemas.

UNIDAD N° 2: Números Enteros.

Números Enteros: Significado, número negativo, valor absoluto. Representación en la recta numérica. Operaciones (Adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación) Propiedades. Ejercicios combinados, problemas. Lenguaje algebraico. Ecuaciones con números enteros y naturales. Planteo de ecuaciones y resolución de problemas.

UNIDAD N° 3: Múltiplos y Divisores. (Naturales y Enteros)

Definición. Criterios de divisibilidad. Números primos y compuestos. Factorización. M.C.M. (Mínimo Común Múltiplo) M.C.D. (Máximo Común Divisor). Problemas

UNIDAD N° 4: Elementos geométricos.

Elementos primarios. Punto, Recta y Plano, elementos secundarios: semirrecta, segmento, etc. Rectas paralelas, perpendiculares, oblicuas, mediatrices.

Ángulos: Concepto. Clasificación. Bisectrices

Ángulos determinados por dos rectas cortados por una transversal.

Sistema sexagesimal.

Resolución de problemas aplicando conceptos anteriores.

UNIDAD N° 5: Geometría.

Figuras Planas: Polígonos: Elementos. Clasificación. Propiedades. Triángulos: Elementos. Clasificación. Propiedades. Perímetros y áreas.

UNIDAD N° 6: Razones y Proporciones.

Razones y proporciones. Definición. Proporcionalidad directa e inversa. Regla de tres. Introducción a funciones: representación de puntos en los ejes cartesianos. Interpretación de gráficos simples.

BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA

Matemática 7 (en estudio). Editorial Puerto de Palos. Buenos Aires. 2005

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

Cuadernillo 7. Editorial AIQUE
Matemática 7. Editorial Santillana
Matemática 7. Editorial AZ

7.2 Anexo B: Tabla: diversas razas de perros

Recurso empleado para abrir el debate y repasar nociones de lectura y organización de tablas.

	Nombre	Peso	Altura	Cola	Cuello
	Peke	80 kg	85 cm	25 cm	45 cm
	Sultán	4,5 kg (aprox.)	28 cm	8 cm	21 cm
	Fatiga	15 kg	60 cm	23 cm	30 cm
	Temible	1,8 kg (aprox.)	16 cm	4 cm	10 cm
	Calo	9 kg	45 cm	20 cm	28 cm

7.3 Anexo C: Rúbricas

Rúbrica para evaluar el compromiso y participación en clases.

Compromiso y Participación en clase	Siempre	A veces	Nunca
Puntaje de cada uno de los 4 ítems	0,50 puntos	0,25 puntos	0 puntos

Compromiso y Participación en clase	Siempre	A veces	Nunca
a) Trabajó no solo cooperativamente, sino también colaborativamente tanto en el interior del grupo como para el resto de la clase.			
b) Se comprometió con traer los materiales (carpetas, tablas, útiles, etc.) para el trabajo en clase.			
c) Realizó preguntas/hizo comentarios.			
d) Mostró una actitud de escucha y silencio ante las intervenciones del docente o un compañero.			

Rúbrica para evaluar el PTPE.

Criterios para evaluar los contenidos de la tabla				
Contenido	Excelente (3 puntos)	Bueno (2 puntos)	Satisfactorio (1 punto)	Necesita mejoras (0 punto)
Representación Gráfica de las Figuras	Ajustó la representación acorde a las características geométricas de las figuras (0,50 puntos)	Ajustó algunas representaciones acorde a las características geométricas de las figuras (0,33 puntos)	Ajustó las representaciones *mínimas acorde a las características geométricas de las figuras (0,16 puntos)	No ajustó las representaciones acorde a las características geométricas de las figuras (0 puntos)
Polígonos	**Identificaron los 26 (0,50 puntos)	Identificaron entre 25-18 (0,33 puntos)	Identificaron entre 17-10 (0,16 puntos)	Identificaron entre 9-0 (0 puntos)
Figuras Convexas	***Identificaron 25 (0,50 puntos)	Identificaron entre 24-18 (0,33 puntos)	Identificaron entre 17-11 (0,16 puntos)	Identificaron entre 10-0 (0 puntos)
Polígonos Regulares	Identificaron correctamente 5 (0,50 puntos)	Identificaron 4 (0,33 puntos)	Identificaron 3 (0,16 puntos)	Identificaron 2-0 (0 puntos)
Clasificación según números de lados	5 triángulos, 10 cuadriláteros, 4 pentágonos, 3 hexágonos, 2 octógonos, 2 decágonos (0,50 puntos)	Clasificaron correctamente entre 25-18 (0,33 puntos)	Clasificaron correctamente entre 17-10 (0,16 puntos)	Clasificaron correctamente entre 9-0 (0 puntos)
Organización de datos / Encabezados	Organizó los datos correctamente y Optimizó todos los ****encabezados (0,50 puntos)	Organizó algunos datos correctamente y Optimizó todos los encabezados (0,33 puntos)	Organizó algunos datos correctamente y Optimizó al menos 1 encabezado (0,16 puntos)	Organizó los datos erróneamente y No optimizó encabezados (0 puntos)

Algunas consideraciones:

*Consideraremos 16 como representaciones mínimas, salvo en los grupos de 3 integrantes que se considerarán 10 representaciones como mínimo.

**El hecho que identifiquen 26 polígonos por ejemplo, es la forma correcta. Se considerará erróneo si identifica 29 polígonos, al valor correcto se le restará la cantidad errónea y se ubicará en la columna correspondiente. Por ejemplo: $26 - 3 = 23$. Se ubica en la segunda columna.

*** La consideración será similar a la aplicada para **.

****Algunas características, como "convexo" por ejemplo, pueden introducirse en el encabezado para no tener que ponerla en cada entrada y dejar así la tabla más limpia.

Rúbrica para evaluar las construcciones del STPE.

Rúbrica para evaluar construcciones			
Categorías/ puntaje	0.50 puntos	0.35 puntos	0.25 puntos
a) Empleo del software geométrico para construir figuras que cumplen ciertas propiedades.	Construcción de las figuras que cumplen las propiedades a través del software.	----- -----	----- -----
b) Identificación de propiedades, características y relaciones entre cuadriláteros a los fines de generar protocolos de construcción.	Identifica todas las propiedades, características y relaciones entre cuadriláteros necesarios para la construcción.	Identifica la mayoría de las propiedades, características y relaciones entre los cuadriláteros necesarios para la construcción.	Identifica pocas propiedades, características y relaciones entre los cuadriláteros necesarios para la construcción.
c) Elaboración de construcciones de propiedades invariantes, construcciones rígidas, construcciones dinámicas.	La construcción conserva la rigidez de las figuras y mantiene las propiedades requeridas invariantes. (**)	Mantiene invariante sólo algunas propiedades, pero conserva la rigidez. (**)	La construcción no mantiene invariantes las propiedades requeridas.
d) Elaboración de construcciones que se ajustan a las características del enunciado. (*)	La totalidad de las figuras elaboradas se ajustan a las características del enunciado.	Contempla algunas figuras que cumplen con las características del enunciado.	La construcción no se ajusta a las características del enunciado.

Aclaraciones: En este caso (*) se contempla lo siguiente: La cantidad de posibilidades para realizar la construcción que cumplan con los requisitos solicitados. Es decir, únicas o infinitas.

(**) Aquí se contemplará en que caso es conveniente que la figura no sea rígida, pero si mantenga sus propiedades invariantes.

Rúbricas para evaluar la Narrativa

Rúbrica para evaluar la Narrativa				
Categorías	Excelente	Muy bueno	Bueno	Necesita mejoras
Uso del lenguaje matemático.	Emplea un excelente uso del lenguaje matemático nombrando con propiedad todas las figuras geométricas empleadas en la construcción, así como también sus elementos, propiedades y características a lo largo del texto. (0.90 puntos)	Emplea un muy buen uso del lenguaje matemático nombrando con propiedad la mayoría de las figuras geométricas empleadas en la construcción, sus elementos, propiedades y características a lo largo del texto. (0.75 puntos)	Emplea un buen uso del lenguaje matemático nombrando con propiedad algunas de las figuras geométricas empleadas en la construcción, algunos de sus elementos, propiedades y características a lo largo del texto. (0.55 puntos)	El uso del lenguaje matemático es mínimo. Nombrar con propiedad muy pocas figuras geométricas empleadas en la construcción, como así también sus elementos, propiedades y características a lo largo del texto. (0.35 puntos)
Claridad en la redacción de la narrativa.	Se evidencia una redacción clara de la narrativa. (0.20 puntos)	La mayor parte de la redacción es clara. (0.15 puntos)	La redacción que realiza es poco clara. (0.10 puntos)	No es claro en la redacción, se evidencian contradicciones e incoherencias. (0.05 puntos)
Explicación de los pasos realizados para la construcción.	Explica correctamente todos los pasos realizados para la construcción. En la redacción respeta el orden en que estos pasos se dan dentro del protocolo de construcción (0.25 puntos)	La mayor parte de la explicación de los pasos realizados es correcta. Confunde el nombre de algunas herramientas u omite algunos de los pasos empleados. (0.20 puntos)	Es poco claro en las explicaciones de los pasos realizados u omite muchos de ellos. Altera parcialmente el orden de los pasos del protocolo de construcción realizado (0.15 puntos)	Explica escasos pasos realizados y de manera poco clara. Altera el orden de los pasos del protocolo de construcción realizado (0.10 puntos)
Justificación de los pasos.	Justifica adecuadamente todos los pasos realizados para la construcción. (0.25 puntos)	Justifica la mayor parte de los pasos realizados para la construcción (0.20 puntos)	Justifica pocos pasos realizados para la construcción. (0.15 puntos)	No justifica demasiado los pasos realizados. (0.10 puntos)
Comentarios de las dificultades que se les presentaron.	Agrega las dificultades que se le presentaron. (0.20 puntos)	----- -----	----- -----	No agrega las dificultades que se les presentaron. (0 puntos)

Aclaración: La ortografía será corregida pero no afectará el puntaje de la narrativa.

Explicación de propiedades o características de la figura trabajada descubiertas mediante el proceso de construcción.	Identifica y explica claramente las propiedades o características. (0.90 puntos)	Identifica y no explica claramente las propiedades o características. (0.60 puntos)		No identifica propiedades o características. (0 puntos)
Empleos de imágenes (captura de pantalla) que ilustren los pasos realizados.	Las imágenes que agrega crean un ambiente que refuerza el protocolo de construcción. (0.30 puntos)	----- -----	----- -----	No emplea imágenes para ilustrar el protocolo de construcción, o bien las imágenes que agrega no se relacionan con el contenido narrado. (0 puntos)

7.4 Anexo D: Actividades pautadas en la planificación previa que no fueron implementadas

- 1) Iván vive a 100 m del árbol más viejo de todo el bosque y cerca de la casa del guardabosque:
 - a) Su amigo José decide mudarse al bosque a 200 m de distancia de la casa de Iván. Construye con GeoGebra todos los lugares posibles que tiene José para construir su casa.
 - b) José decide construir su casa a 200 m de la casa de Iván, de tal modo que la casa de Iván, la suya y la casa del guardabosque queden sobre una misma línea. Con esta información, decide el lugar de emplazamiento de la casa de José.
 - c) Tiempo después que José se instala en su casa, un tercer amigo llamado Pablo decide mudarse al mismo bosque y quiere que su casa diste 200 m de la casa de Iván y 200 m de la casa de José, es decir que las tres casas queden equidistantes. ¿En cuántos lugares puede asentar su casa Pablo?

7.5 Anexo E: Imágenes para la actividad 9

(Imágenes extraídas de:

https://www.google.com.ar/search?q=personas&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjerLaHrZzQAhWMipAKHQyAToQ_AUICCG&biw=1600&bih=770, 20/08/2016).






7.6 Anexo F: Narrativa de construcción

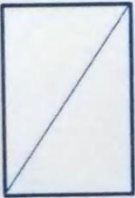
NARRATIVA

Para responder esta pregunta utilizamos solo 2 herramientas del llamado programa "geogebra" estas herramientas son "segmento de longitud dada" y "polígono".

Para poder explicar hicimos un cuadrilátero. Primero con la herramienta "segmento de longitud dada", que, al seleccionarla, acto seguido hicimos clic en cualquier lugar de la planilla, y le ordenamos al programa que cree un segmento de 5 cm, luego hicimos lo mismo, pero la diferencia es que este segundo segmento lo creamos un poco más arriba del anterior. Luego, escogimos la herramienta "polígono", y le ordenamos que una los 4 puntos, para formar un cuadrilátero en forma de rectángulo. Que quedo de esta manera:



Luego al rectángulo, lo triangulamos, la triangulación tiene que ver con partir formas geométricas a la mitad para encontrar sus triángulos interiores, y al triangular al rectángulo, quedó esta forma:



Como se muestra en la imagen, tenemos 2 triángulos. La suma de los ángulos de un triángulo es equivalente a 180 grados, y como tenemos 2 triángulos debemos sumar 180 grados + 180 grados, que es equivalente a 360 grados, esto nos da a saber que no existe ningún cuadrilátero que sus ángulos sean mayores o menores a 360, por lo que no existe un cuadrilátero de 300 grados.

En el caso particular de un rectángulo la triangulación divide la figura a la mitad. ¿ocurre lo mismo con un pentágono, o un hexágono?

→ No existe un cuadrilátero cuyo suma de sus ángulos interiores sea igual a 300°.

¡ Muy bien la conclusión!

¿ Era necesaria esta herramienta? Se podría haber usado la herr. polígono directamente

