Metodología y Práctica de la Enseñanza
FAMAF – U.N.C.

INFORME FINAL

Título: Introducción al álgebra a través de la generalización.
Autores: Luna, Violeta – Velasco, Francisco Luis
Profesor Supervisor de Práctica: Gerez Cuevas, José Nicolás
Carrera: Profesorado en Matemática
Fecha: 23 de noviembre de 2016

Luna, Violeta – Velasco, Francisco Luis

Clasificación:

97 Mathematical Education
97H20 Elementary Algebra

Palabras claves:

Álgebra. Generalización. Búsqueda de regularidades. Expresiones algebraicas. Polinomios.

Resumen

El presente informe constituye una descripción y reflexión de las prácticas docentes llevadas a cabo en dos cursos de cuartos años de una institución pública de gestión estatal. El mismo detalla la propuesta de enseñanza desarrollada, por un lado, para una vía de introducción al álgebra por medio de la generalización y búsqueda de regularidades; y, por otro lado, para la introducción al tema polinomios y operaciones con polinomios. Se desarrolla también una breve descripción del escenario donde se llevaron a cabo las prácticas, la planificación y lo que se llevó a cabo en el aula, las evaluaciones desarrolladas y los resultados obtenidos en ellas. Asimismo se analiza, desde una perspectiva teórica, una problemática percibida en las observaciones anteriores, que atravesó la propia experiencia: *Dificultades que afrontaron estudiantes de cuarto año en la construcción de sentido sobre el álgebra, en el marco de una experiencia de introducción mediante la generalización.*

Abstract

The present report constitutes a description and reflection of the teaching practices carried out in two fourth year classrooms of a public institution of state management. This report details the teaching proposal developed, on one hand, as a way of introduction to algebra by means of the generalization and search of regularities; and, on the other hand, for the introduction to polynomials and operations with polynomials. Is developed, also, a brief description of the scene where the practices were carried out, the planning were carried out and what was carried out in the classroom, the developed evaluations and the results obtained in them. Likewise it is analyzed, from a theoretical perspective, a problematic perceived during the previous observations, which crossed the own experience: *Difficulties faced by students of fourth year in the construction of sense on the algebra, in the frame of an experience of introduction by means of the generalization.*

Índice

Prefacio

El siguiente informe tiene el objetivo de comunicar la experiencia desarrollada en nuestras prácticas profesionales docentes y analizarla a través del estudio de una problemática definida a partir de ella, como así también rescatar todos aquellos aportes que pueden ser de utilidad para otros docentes o futuros docentes, recuperando y compartiendo nuestras experiencias vividas y reflexiones personales.

Las prácticas fueron realizadas en dos divisiones de cuarto año de un colegio público de gestión estatal de la ciudad de Córdoba, en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza (MOPE) correspondiente al último año del Profesorado de Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC).

Este trabajo se estructura en 4 secciones. La introducción presenta una descripción general de la institución, su infraestructura y las dinámicas sociales que se establecen en el contexto escolar. Esta información se obtuvo de las observaciones que realizamos en una instancia previa al inicio de las prácticas.

La segunda sección detalla las actividades llevadas a cabo en el marco de las prácticas, su planificación, implementación y modificación en función de los emergentes, como así también los tipos y criterios de evaluación que se implementaron.

En una tercera sección, se analiza un aspecto particular de las prácticas que delimitamos como una problemática relevante.

Por último, en la cuarta sección, se realizan las reflexiones finales en torno a la problemática abordada en la sección 3, y también una breve reflexión sobre nuestras prácticas en general.

1. Introducción

En este capítulo realizamos, en primer lugar, una descripción de la institución en la que llevamos a cabo nuestras prácticas profesionales docentes. Así, presentamos algunas características generales como la infraestructura de la escuela, el tipo de gestión y las orientaciones con las que cuenta. En la segunda y tercera sección presentamos las características más particulares relacionadas con el interior de la institución que afectaron directamente a nuestras prácticas: los cursos donde trabajamos, los medios utilizados en el aula y la organización del escenario. Por último, realizamos una síntesis de las observaciones previas a la planificación en función del estilo del trabajo matemático.

1.1 Caracterización de la institución

Nuestras prácticas profesionales se desarrollaron en un colegio público de gestión estatal cercano al casco céntrico de la ciudad capital de la provincia de Córdoba, Argentina. Su arquitectura presenta un estilo neo-renacentista evidenciado por sus cuantiosos ventanales, sus arcos coronando las aberturas y sus numerosas escaleras.

El colegio es amplio y está distribuida en planta baja, dos pisos y un subsuelo. Además de las aulas, cuenta con numerosos espacios como: una biblioteca, diferentes laboratorios (de computación, química, biología), un gimnasio cubierto, pileta climatizada, gabinete psicopedagógico, salón de actos y usos múltiples, museo, librería y cantina, entre otros.

Esta institución cuenta con Nivel Inicial, Nivel Primario, Nivel Secundario con orientación en Ciencias Sociales y Humanidades, Ciencias Naturales y Educación Física y Nivel Superior con profesorados de Educación Inicial y Educación Media.

Una cuestión para destacar es la política institucional del colegio para abordar pedagógicamente diferentes problemáticas sociales que, en gran parte, atraviesan a los estudiantes. Durante las observaciones y a lo largo de nuestras prácticas, fuimos testigos de: charlas/debate sobre violencia de género, jornadas artísticas y deportivas coordinadas por el CAJ[1] o del permiso del colegio para que los alumnos asistan a la sentencia de la Mega Causa La Perla-Campo de la Ribera, como así también intervenciones y acciones promoviendo el reciclaje y el cuidado del medio ambiente.

[1] Los Centros de Actividades Juveniles es un programa nacional de extensión educativa.

1.2 Información de los cursos y recursos disponibles

Los cursos en los cuales se realizaron nuestras prácticas fueron 4to A y 4to B con orientación en Ciencias Sociales y Humanidades. Ambos cursos, como lo establece el diseño curricular tenían una carga horaria de 4 horas semanales de matemática distribuidos en dos días (ver imagen Imagen 1) y contaban con la misma profesora de Matemáticas.

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7:45 a 9:05				4º B	
9:15 a 10:35					4º B
10:45 a 12:05		4º A		4º A	
12:15 a 13:35					

Imagen 1: Horarios de cursado

El **cuarto año A** estaba conformada por 26 alumnos, de los cuales 15 eran mujeres y 11 varones. Las clases eran martes y jueves de 10:45hs a 12:05hs.

El **cuarto año B** contaba con 25 alumnos de los cuales 16 eran mujeres y 9 varones. Las clases eran los días jueves de 7:45hs a 9:05hs y viernes de 9:15hs a 10:35hs.

Ambas aulas eran similares, se ubicaban en el primer piso y tenían la misma disposición. Contaban con: sillas, mesas, ventanas con cortinas que daban a unos de los patios del colegio, armarios, pizarrones, calefactor a gas natural, dos ventiladores de techo y escritorio para docentes, como se ve en la Imagen 2. En ambos cursos solía hacer mucho calor, especialmente en cuarto año A donde pasaba una caldera por adentro de la pared ubicada al fondo del aula.

Se utilizaba un pizarrón a fibra. En una pared del costado había un pizarrón para ser utilizado con tiza pero estaba inhabilitado por la disposición de los bancos. Las mesas eran móviles con capacidad para dos estudiantes y los asientos eran sillas individuales. También se contaba con un módem Wi-Fi y varias tomas corrientes donde los estudiantes habitualmente cargaban la batería de su teléfono celular. Los alumnos de ambos cursos decían contar con la computadora de Conectar Igualdad pero su uso era de acuerdo al docente.

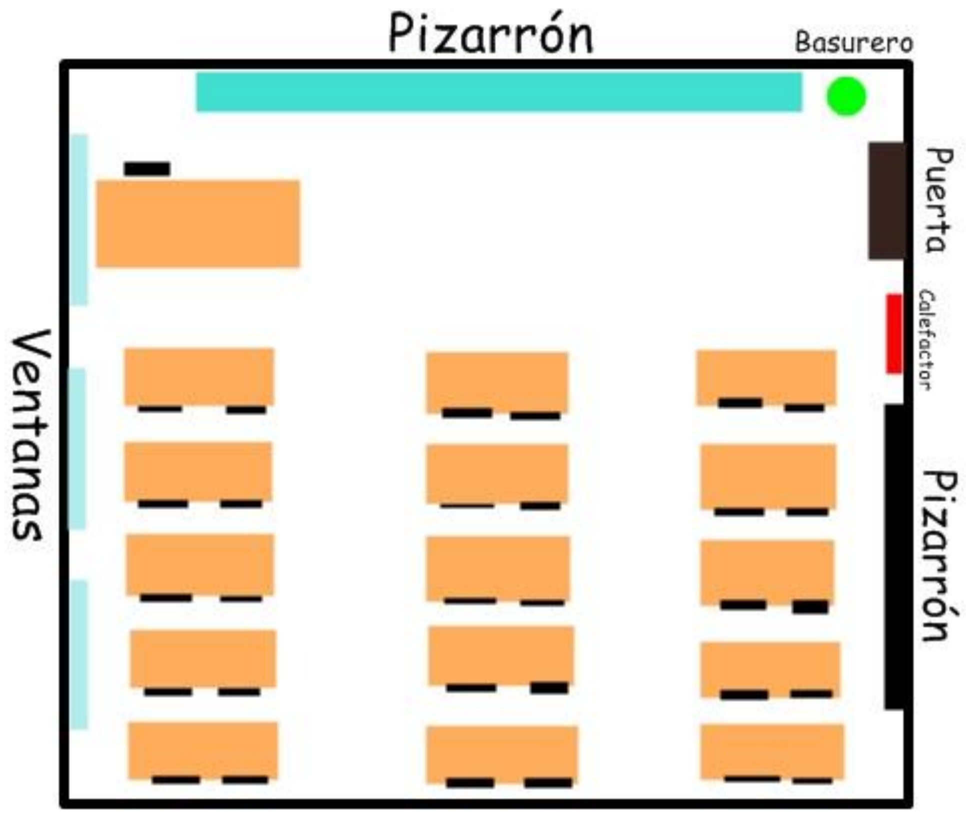


Imagen 2: Disposición de los cursos

1.3 Observaciones previas a las prácticas

Las observaciones fueron llevadas a cabo las dos semanas previas al receso invernal en la cual se incluyó una jornada de día completo de cada curso.

Las materias observadas en el día completo fueron:

- Cuarto año A: Biología, Matemática y Geografía (a cargo de la preceptora en la cual se realizó una tarea asignada por la docente).
- Cuarto año B: Matemática, Lengua, Metodología de la Investigación y Plástica.

En estas observaciones pudimos apreciar el uso de los siguientes recursos:

- Pizarrón, para todas las materias observadas.
- Fotocopias: una novela policial que estaban leyendo en Lengua o material teórico de las materias: Metodología de la Investigación, Geografía y Biología (los docentes dejaban el material en fotocopiadora para que cada chico saque su hoja).
- Carpeta de Plástica tamaño A2

- Carpetas individuales, en su mayoría de tamaño Rivadavia.
- Los alumnos trabajaban de manera individual y grupal.

Pudimos observar que los estudiantes tienen mucha capacidad de adaptación a diferentes propuestas de trabajo de los docentes y, en especial, un gran interés por el trabajo del tipo grupal.

1.3.1 Estilo de trabajo en la clase de Matemática

Las clases observadas de matemática correspondieron al contenido Racionalización de denominadores, diferenciado en tres tipos de casos.

Estas clases en general comenzaban con un ejercicio en el pizarrón: la profesora lo explicaba y lo resolvía indicando los pasos a seguir, mientras retomaba y recordaba conceptos vistos anteriormente. Seguido a esto, dejaba una serie de ejercicios para que los alumnos trabajen individualmente. De acuerdo a los *ambientes de aprendizajes* que plantea Ole Skovsmose (2000), podemos ubicar estas actividades según el tipo de referencia, en un contexto de matemáticas puras y, según la forma de organización de los estudiantes con, en el paradigma del ejercicio. A medida que los alumnos iban avanzando en los ejercicios, recurrían a la docente individualmente para corroborar resultados y/o preguntar dudas.

Algo a destacar, era el interés general de los alumnos por intentar resolver los ejercicios, y la solidaridad de quienes iban terminando, para explicar a sus compañeros. Luego, alguno de los estudiantes pasaba, resolvía el ejercicio en el pizarrón y se lo explicaba al resto del curso. Aquí la profesora era insistente en el hecho de que cada alumno que pasaba, aprenda a explicar de manera apropiada y expresar matemáticamente lo realizado.

Los tiempos empleados por la profesora eran suficientes para que todos pudieran trabajar y comprender las actividades que se les solicitaba, y se percibía preocupación de su parte para que esto pasara. Incluso se invertía un cierto tiempo de la clase en consejos no necesariamente propios de la matemática sino incentivos al estudio en general.

Algo a mencionar que hacen a la realidad del curso, eran las calificaciones de los estudiantes del primer trimestre. En el cuarto B, el 88% contaba con un promedio por debajo de los seis puntos, y de estos, el 77% no alcanzaba los cuatro puntos. Por su parte, en la división A, el 48% estaba desaprobado, y la mitad de estos, aplazados.

1.3.2. La matemática en juego

Como mencionamos anteriormente, el contenido que se trabajó en las clases observadas fue *racionalización de denominadores.* El mismo, estaba dividido en 3 casos:

- Primer Caso: cuando en el denominador hay una raíz cuadrada.
- Segundo Caso: cuando en el denominador hay una raíz enésima.
- Tercer Caso: Cuando en el denominador hay un binomio en el que uno o dos elementos del binomio es una raíz cuadrada.

Uno de los principales inconvenientes que tuvieron los alumnos, que pudimos detectar en estas clases, es el uso de las *letras* en matemática: un tema de importancia en la matemática y que sentimos que deberíamos trabajar luego en nuestras prácticas.

Por ejemplo, en una de las clases los estudiantes trabajaron el siguiente ejercicio correspondiente al segundo caso de racionalización de denominadores:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

Los alumnos demostraban entender el procedimiento, pero el desconcierto fue general cuando la profesora les pidió racionalizar la expresión:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{b}}$$

"¿Por qué con letras profe?". Aquí la profesora recordó que las letras son variables que van a tener algún valor numérico y trajo a colación un ejemplo utilizado en varias otras ocasiones: "*la canasta de frutas*". En el mismo, dibujaba en el pizarrón una canasta con tres bananas y dos peras adentro, las cuales luego se expresaban las bananas con la letra b y las peras con la letra p. Así, los chicos podían expresar la cantidad de bananas como $3b$, o la cantidad de frutas en total como $3b + 2p$.

Otra característica que debemos tener en cuenta es el tiempo áulico. Pudimos observar que en todas las materias en ambos cursos, desde que toca el timbre para dar comienzo a la clase hasta que realmente comienza, pasan, al menos, unos 5 o 10 minutos. Para el cuarto año B que tenía los jueves en el primer módulo el tiempo era mayor debido al izado de la bandera y el saludo de la vice-directora.

Queremos reconocer que poder conocer los cursos y el tipo de tratamiento de la matemática en juego en las aulas nos fue de gran ayuda a la hora de tomar decisiones en cuanto a la planificación, sobre la cual ampliaremos en cuerpo de este informe.

2. Diseño de la práctica e implementación en el aula.

> ***"…..Como los magos, ¿qué hacen ellos con los chicos y también con los adultos? Los cautivan, los desconciertan, suscitan su interés, y ellos se quedan asombrados. La matemática también tienen ese tipo de herramientas, pero lo que creo es que les mostramos la puerta equivocada. No les mostramos la vía correcta para llegar a la matemática, estamos enterrados en demasiados tecnicismos... Imagínense por ejemplo a alguien que nunca hizo una llamada por teléfono, y antes de que empiecen a hacerlo uno le dice: "Bueno, pero tenés que memorizar todas las características de países, ciudades y áreas, y tenés que memorizar la guía telefónica. Una vez que lo sepas, haces tu primera llamada". No. Así no funciona. Si hay algo que la matemática –el matemático– debería hacer es involucrarse y decir: "Paremos un segundo, lo que estamos haciendo está mal". Nadie entra a un restaurante por la cocina. Nadie entra a una casa por el baño. Naturalmente, hay que enseñarles, hay que seducirlos, involucrarlos. ¿Cómo se hace? Hay que mostrarles." Adrián Paenza.***

En este capítulo ubicaremos el tema de nuestras prácticas en la Planificación Anual de los cursos (unidad y contenidos propuestos para trabajar). Presentaremos los contenidos trabajados previamente en el curso y su vinculación con la temática de la práctica. Asimismo referiremos a contenidos posteriores a la práctica que fueron condicionantes de la misma. Presentaremos la planificación elaborada en la cual distinguiremos: Temas, metas, objetivos, expectativas de logro, selección de los contenidos, organización y secuenciación de los mismos, actividades, materiales y recursos, participación de los alumnos, organización del escenario, cronograma previsto, cronograma implementado: fechas, contenidos trabajados, actividades desarrolladas; evaluación, criterios de selección de las actividades y criterios de evaluación. Además, mostraremos los resultados de las evaluaciones en gráficos.

2.1 Planificación anual del curso

En la planificación anual del 2016 de matemática del 4to año (ver Anexo 6.2), elaborada por los docentes de la escuela donde desarrollamos nuestras prácticas, observamos vínculos con el Diseño Curricular de Educación Secundaria (en adelante DCES) vigente de la provincia de Córdoba (MEPC, 2011), tanto en la forma de organizarse como en los contenidos que presenta. La estructura es heredada del DCES y cuenta con las siguientes secciones: Presentación y Fundamentos, Objetivos Generales, Aprendizajes y Contenidos y Estrategias de Enseñanza y Aprendizajes.

En la sección Presentación y Fundamentos se define, al igual que en el DCES, a la matemática como producto cultural y social, y la concepción que hacer matemáticas implica dar la posibilidad de crearla y producirla. Además, en la planificación se hace referencia a un triple papel de la enseñanza de las matemáticas en la educación de los alumnos: un papel formativo básico de las capacidades cognitivas intelectuales que nos aproximan a la realidad, un papel funcional para resolver problemas y un papel instrumental en la elaboración y conocimientos obtenidos en otras áreas.

Este lineamiento tiene la intención de orientar la práctica docente. Forman parte de lo que Gvirtz y Palamidessi (2008, p. 12) definen como "Metas, objetivos o expectativas de logro", es decir las ideas a partir de las cuales se van a llevar a cabo las acciones en el curso de matemática.

En cuanto a los Objetivos generales, una parte de los mismos están presentes textualmente en el DCES. Estos objetivos son:

- Caracterizar los diferentes conjuntos numéricos N, Z, Q, R por sus usos y sus propiedades.
- Analizar las propiedades de las operaciones en los distintos conjuntos numéricos N, Z, Q, R en la resolución de problemas.
- Generar diferentes estrategias de cálculo y estimar resultados al resolver problemas, evaluando la razonabilidad y validez de procedimientos y resultados de acuerdo con el problema.
- Organizar e interpretar datos estadísticos mediante tablas y gráficos, eligiendo la forma más adecuada, y utilizando reflexivamente -cuando sea posible- recursos tecnológicos.
- Interpretar información presentada en forma oral o escrita – textos, gráficos, fórmulas- para resolver problemas.

Los restantes, si bien no están en la sección de Objetivos del DCES, no difieren del mismo, y son algunas de las cosas que se plantean en la sección Orientaciones para la enseñanza y la evaluación en el DCES. Dichos objetivos son:

- Valorar la importancia de la Matemática en la vida diaria, tecnológica, económica actual.
- Observar las regularidades, verificar los resultados, estimar medidas, desarrollar su creatividad, juicio crítico y formación integral, mediante la adquisición y ampliación gradual de conceptos.
- Apreciar la unidad de la Matemática, mostrando seguridad para comunicarse con ella.

- Establecer relaciones entre los contenidos matemáticos y los de otras disciplinas.
- Utilizar el razonamiento para hacer conjeturas, buscar evidencias, desarrollar argumentos y tomar decisiones.

En la sección Aprendizajes y Contenidos de la planificación de la escuela, podemos destacar la presencia de polinomios como objeto de estudio propio. Este objeto matemático se presenta primero como contenido escolar en sí mismo, y luego formando parte de la definición de otros contenidos: operaciones con polinomios, los polinomios en la geometría, factorización de polinomios. Acá hay una diferencia marcada con el DCES donde el objeto polinomio no se encuentra presente como contenido en sí mismo. Sabemos que el objeto polinomio forma parte de los objetos de estudio propios del dominio del álgebra. En este campo, el DCES propone “actividades que propicien la construcción del pensamiento algebraico, contemplando dos aspectos esenciales: como soporte del pensamiento aritmético y como ruptura del mismo” (p 31).

Esto puede ser así tanto por un fuerte peso histórico o tradicional (de la institución o la voluntad de los docentes) de mantener estos contenidos a pesar que el DCES proponga otra vía de acceso al estudio del Álgebra, como por una falta de acompañamiento, a nivel provincial, en la implementación de los cambios del diseño curricular. Nos parece interesante dejar abierta la discusión en este sentido, pero no ahondaremos en ello en estas páginas.

En cuanto a las estrategias de enseñanza, el DCES propone principalmente incluir problemas que propicien el alcance que tiene un determinado concepto, para conocer las limitaciones que el mismo conlleva, presentarle una conexión de los contenidos entre sí e introducir el uso de las TICs.

Por último, en los criterios y formas de evaluación, además de los que recomienda el DCES, la planificación anual del Colegio agrega los siguientes:

- Conducta en trabajos individuales y/o grupales.
- Presentación de trabajos entiempo y forma.
- Evaluación teórico-práctico (oral y escrito).

A nivel general, el DCES establece como una de las prioridades el resolver problemas, unas de las tareas propias del quehacer matemático, pero prestando atención al modo en que se presentan estos problemas. Utilizando la metáfora que introduce a esta sección, “invitando a los alumnos a entrar por el living y no por el baño”. Esto es, con actividades que capten su atención, que los motiven, que se puedan involucrar en la actividad. Dotar de sentido a la actividad matemática.

En cuanto al álgebra, el DCES recomienda contemplar dos dimensiones: la dimensión útil y la dimensión objeto. En la primera se utilizan las expresiones algebraicas como herramientas para resolver problemas, y en la segunda, la expresión constituida es tomada como objeto de estudio matemático.

Según lo expresado en el DCES, las actividades de estudio que se presenten a los alumnos tienen que propiciar la construcción del pensamiento algebraico, contemplando como soporte del pensamiento aritmético y como ruptura del mismo. Las principales rupturas son (DCES, p 31):

- Resolución aritmética oposición resolución algebraica. Se establecen relaciones entre datos e incógnitas y posteriormente se usan procedimientos formales para llegar a la solución (es decir, se realiza un tratamiento independiente del contenido del problema).
- Razonamiento aritmético (se parte de lo conocido hacia lo desconocido) oposición razonamiento algebraico (se parte de lo desconocido hacia lo conocido).
- Cambio de significado de los objetos, como por ejemplo el signo igual en aritmética representa un resultado, mientras que en el álgebra representa una relación de equivalencia.
- En aritmética, las cadenas de números y operaciones son procedimientos que permiten obtener un resultado, mientras que en álgebra las expresiones algebraicas no sólo son herramientas para resolver problemas (aspecto útil del álgebra) sino que además constituyen un objeto de estudio en sí mismas.

Recomienda el DCES también ofrecer problemas donde las ecuaciones resulten indispensables para su resolución, en lugar de problemas que son compatibles con una resolución aritmética donde puede ocurrir que los estudiantes privilegien esta última resolución y se pierda el valor útil del álgebra.

El docente tiene que proponer actividades que permitan construir la noción de *ecuación* a partir de la elaboración de algunos conceptos, como raíz, variable, ecuación equivalente, en lugar de priorizar la ecuación como igualdad numérica (noción de incógnita con número a develar), donde interviene solamente para analizar si un número es solución o no de una ecuación o analizar si dos ecuaciones son equivalentes.

Otras de las intervenciones que el DCES ofrece al docente es plantear problemas que requieran de una generalización: propiedades numéricas, construcción de fórmulas, examinar regularidades, etc. En estos casos, el lenguaje algebraico permite guardar la génesis de una expresión para analizar sus propiedades, oponiéndose a la aritmética en la cual se privilegia la simplificación para facilitar los cálculos. De esta manera, la práctica algebraica permite explicar un cierto resultado general, en lugar de habilitar una práctica rutinaria sin sentido. Estos problemas pueden ser propuestos tal que se modelen matemáticamente para el tratamiento del álgebra. Cabe aclarar que las actividades donde el cálculo algebraico es simplemente formal (actividades del tipo “desarrolle…”, “factorice…”) no están ligadas a un problema a resolver.

2.2 Contenido desarrollado previo al inicio de prácticas

Previo al inicio de nuestras prácticas, tomando como referencia el libro de clases firmado por la docente, la profesora tutora del curso estuvo trabajando principalmente con conjuntos numéricos. Lo visto en ambos cursos fue:

- Números irracionales
- Representación de números Reales en la recta numérica.
- Clasificación de los números Reales.
- Radicales: concepto, propiedades, adición y sustracción.
- Racionalización de denominadores.

2.3 La unidad trabajada

La profesora tutora nos asignó los contenidos correspondientes al bloque temático II "Algebra y Funciones", que era la unidad estipulada en la secuencia de los contenidos a continuación de los temas ya desarrollados. En la misma se detallaban, en la planificación anual de la docente, los siguientes contenidos:

- Producción de argumentaciones acerca la validez del Teorema Fundamental del Álgebra.
- Obtención de expresiones algebraicas equivalentes usando diferentes propiedades.
- Polinomios. Operaciones con polinomios. Los polinomios en la geometría.
- Factorización de polinomios.
- Fracciones algebraicas. Ecuaciones.

En relación a esta unidad la profesora tutora nos pedía principal énfasis en el trabajo con Polinomios, operaciones con polinomios y, en caso de ser posible, la factorización de polinomios. Todo esto realizando un repaso previo de expresiones algebraicas.

En base a esto, vamos a distinguir dos grandes partes en nuestras prácticas: por un lado, actividades orientadas a la generalización y búsqueda de regularidades como una de las vías de entrada al álgebra (En consonancia con lo definido en el DCES). Por otro lado, un trabajo centrado en los polinomios y sus operaciones (que responde a las exigencias de la planificación anual de cuarto año en la institución donde se desarrollaron las prácticas.)

2.4 Actividades propuestas y comentarios sobre las mismas

A continuación presentaremos la planificación previa al comienzo de las prácticas (Tabla 1) y el cronograma real con los contenidos y actividades que se trabajaron en las clases (Tabla 2).

	Planificación
Clase 1	***Generalización. Búsqueda de regularidades. Producción de expresiones algebraicas y fórmulas.*** Actividad: Cuadraditos pintados. Incluye: ➢ Traducción de lenguaje verbal a lenguaje algebraico. ➢ Operaciones con polinomios: suma y resta. ➢ Expresiones equivalentes.
Clase 2	***Trabajo con GeoGebra en laboratorio.*** Actividad: Perímetros del cuadrado y triángulo con lados dependientes Incluye: variables en relación de dependencia, expresiones algebraicas. **NARRATIVA 1**
Clase 3	***Generalización, búsqueda de regularidades y producción de expresiones algebraicas.*** Actividad: Calendario Mágico. Definiciones: Expresión algebraica, monomio, monomios semejantes, polinomio, coeficiente principal, término independiente, grado de un polinomio, raíces.
Clase 4	***Generalización. Búsqueda de regularidades. Producción de expresiones algebraicas y fórmulas.*** Actividad: Números Figurados.
Clase 5	***Operaciones con polinomios: suma y resta. Producto. División de un polinomio por un monomio.*** Actividad: Rompecabezas y Guía de ejercicios.
Clase 6	***Factorización de polinomios:*** ➢ Cuadrado de un binomio. ➢ Cubo de un binomio. ➢ Diferencia de cuadrados. Actividad: Figuras para armar identidades. Cubo con prismas. **NARRATIVA 2**
Clase 7	***Factorización de polinomios:*** ➢ Cuadrado de un binomio. ➢ Cubo de un binomio. ➢ Diferencia de cuadrados.
Clase 8	***Raíces de un polinomio.*** ***División de polinomios.*** ***Regla de Ruffini.***
Clase 9	***Repaso previo a la evaluación.***
Clase 10	***EVALUACIÓN***

Tabla 1: Planificación previa

CUARTO "A"		**CUARTO "B"**	
Clase 1 02/08 (40')	***Generalización. Búsqueda de regularidades. Producción de expresiones algebraicas y fórmulas.*** Actividad: Cuadraditos pintados (Partes 1, 2 y 3).	**Clase 1** 11/08	***Generalización. Búsqueda de regularidades. Producción de expresiones algebraicas y fórmulas.*** Actividad: Cuadraditos pintados. (Partes 1,2 y 3)
Clase 2 04/08	Actividad: Cuadraditos pintados (Partes 3,4 y 5).	**Clase 2** 12/08	Actividad: Cuadraditos pintados. (Partes 3 y 4)
Clase 3 09/08	Actividad: Cuadraditos Pintados (Partes 4 y 5) Teórico: 1ª Parte. Actividad: Traducción de lenguaje coloquial a lenguaje algebraico: Fórmulas Actividad: Calendario Mágico	**Clase 3** 18/08	Teórico: 1ª Parte. Actividad: Traducción de lenguaje coloquial a lenguaje algebraico: Fórmulas
Clase 4 11/08	Actividad: Calendario Mágico Teórico: 2ª Parte Definiciones: Expresión algebraica, monomio, monomios semejantes, polinomio, coeficiente principal, término independiente, grado de un polinomio, raíces.	**Clase 4** 19/08	***Generalización, búsqueda de regularidades y producción de expresiones algebraicas.*** Actividad: Calendario Mágico.
Clase 5 16/08	***Polinomios. Operaciones con polinomios: suma.*** Teórico: 2ª Parte Teórico: 3ª Parte Actividad: ejercicios 1 y 2 guía de actividades	**Clase 5** 25/08	Teórico: 2ª Parte Definiciones: Expresión algebraica, monomio, monomios semejantes, polinomio. **TRABAJO PRÁCTICO**
Clase 6 18/08	***Polinomios. Operaciones con polinomios: suma y resta.*** Teórico: 3ª Parte **TRABAJO PRÁCTICO**	**Clase 6** 26/08	**TRABAJO PRÁCTICO** ***Operaciones con polinomios: suma.*** Teórico: 3º parte Actividad: ejercicios 1 y 4 guía de actividades.

Clase 7 23/08	**TRABAJO PRÁCTICO** ***Polinomios. Operaciones con polinomios: multiplicación.*** Actividad: ejercicios guía de actividades	**Clase 7** 01/09	***Operaciones con polinomios: suma y resta.*** Teórico: 3º parte Actividad: ejercicios guía de actividades.
Clase 8 25/08	***Polinomios. Operaciones con polinomios: suma, resta y multiplicación.*** Actividad: Rompecabezas.	**Clase 8** 08/0 9	***Repaso previo a la evaluación.*** Actividad: Rompecabezas.
Clase 9 30/08	***Repaso previo a la evaluación.***	**Clase 9** 09/09	***Evaluación.***
Clase 10 01/09	***Evaluación.***		

Tabla 2: Cronograma Real de clases

Como mencionamos anteriormente, se puede ver que tanto la planificación como el cronograma real reflejan dos momentos bien diferenciados: el trabajo con la búsqueda de regularidades por un lado y el trabajo con polinomios y sus operaciones por otro.

También podemos observar que el Cuarto Año “B” contó con una clase menos, esto se debió a la imposibilidad de postergar la evaluación por el cierre del segundo trimestre y las actividades del día de los estudiantes.

En el anexo se encuentran con las actividades que se describen a continuación, tal cual como se les entregó a los alumnos.

2.4.1 Actividad 1: "Cuadraditos Pintados"

<u>Cuarto Año "A"</u>

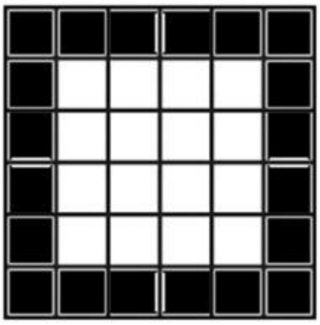
La primera actividad realizada fue la que denominamos "Cuadraditos Pintados[2]". Es importante aclarar que esta clase, por una actividad institucional, comenzó 40 minutos tarde.

El objetivo de esta actividad fue la producción de fórmulas para contar distintas colecciones. La producción de fórmulas es un punto de apoyo para abordar cuestiones constitutivas del lenguaje algebraico.

Como lo indica en la Imagen 3, la actividad fue presentada para ser realizada de forma individual.

<u>Actividad 1</u>

1) Dada la siguiente imagen:



A. ¿Cuántos cuadraditos hay pintados?

B. ¿Cuántos cuadraditos pintados habrá en el borde de un cuadrado similar de 37 cuadraditos de lado?

Imagen 3: Actividad 1 "Cuadraditos pintados"

Figura 3: Actividad 1

[2] Adaptado del libro de Carmen Sessa (2005) "Iniciación al estudio didáctico del Álgebra".

La intención era habilitar el conteo de los cuadrados que hay en el borde de la figura, encontrando una fórmula que permita optimizar el procedimiento en función del aumento del lado del cuadrado.

Esta primera parte cumple la función, por un lado, de saber de qué se trata el problema (ítem A), por el otro, de enfrentar a los estudiantes con los límites de procedimientos simples como el conteo, alentándolos en la búsqueda de alguna generalización.

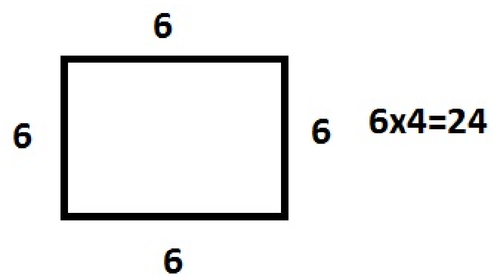
Pasados diez minutos, le solicitamos a un estudiante leer la consigna 2 y que trabajen en grupo.

Estas producciones pueden habilitar a pensar en la fórmula o el análisis para contar otros casos.

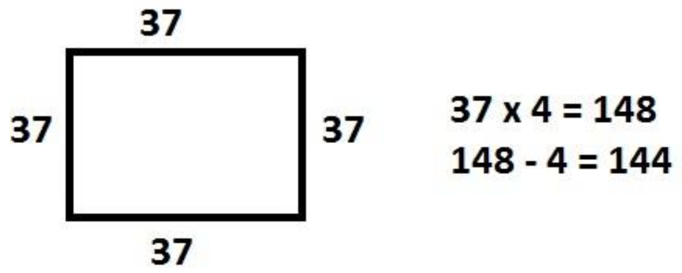
Aquí esperábamos una comparación de las diferentes estrategias y era posible que se pongan en juego criterios informales como la claridad, la sencillez u otros propios de cada grupo.

2) En grupos de 4 integrantes, discutir las soluciones obtenidas y elegir una (o dos) para contarla al resto de sus compañeros. Para ello deberán escribir una breve explicación del método escogido.

Luego de diez minutos de trabajo grupal, realizamos una puesta en común. Pasa primero un estudiante que contó en el ítem A) 24 cuadraditos pintados. En el pizarrón, esbozó el siguiente dibujo:

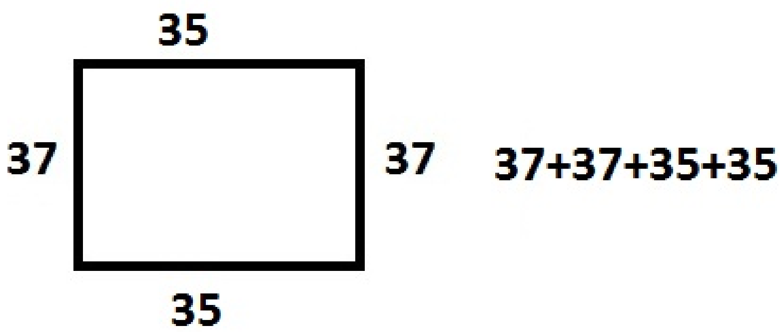


Sus compañeros corrigen esto mostrando que, haciendo el conteo, hay 20 cuadraditos pintados. No hay discusión pública con esta respuesta, y la atención pasa a la parte B, donde había que contar los cuadraditos pintados en un cuadrado similar de 37 cuadraditos de lado. Una alumna pasa y explica, que como hay 37 cuadraditos en cada lado, ellos hicieron $37\ x\ 4$ para saber la cantidad de cuadrados del borde, y luego le restaron 4 de cada esquina.



Aquí, una alumna le dice que no hay que restar, porque el enunciado especifica que tiene 37 cuadraditos en cada lado. Los integrantes que habían pasado defienden su método diciendo que si no restan, suman dos veces cada esquina.

Luego, pasa un estudiante de otro grupo y explica que ellos lo que hicieron fue sumar dos filas completas, es decir de 37 cuadraditos de lado, y dos sin "los bordes", de 35 cuadraditos.



Otra alumna luego pasa y realiza el método que produjeron con su grupo, que fue de tomar cada lado de 36 cuadraditos, y multiplicar por 4.

Por último, antes de comenzar la parte 3 de la actividad, se dejo en el pizarrón, en limpio, los métodos que se habían obtenido y el curso aceptado como válidos:

$$37\ x\ 4 - 4$$
$$37\ x\ 2 + 35\ x\ 2$$
$$36\ x\ 4$$

Esta puesta en común tuvo una duración de 15 minutos.

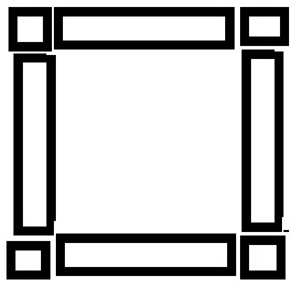
3) Elegir alguno de los métodos que fueron presentados en el pizarrón y escribir una fórmula que lo represente. Ésta fórmula debe servir para calcular los cuadraditos pintados de cualquier cuadrado de lado *n*.

En éste ítem solicitamos a cada grupo la escritura de una fórmula que refleje el método de cálculo que prefieran (puede ser el propio o el de otro grupo). Les pedimos a todos los grupos que utilicen la letra n para la variable, para que fuera más fácil la comparación. Esperábamos una pluralidad de fórmulas correctas y trabajar allí con la noción de expresiones equivalentes.

Entendíamos que ese momento podría generar cierto desconcierto y discusión entre los estudiantes. Algunos pueden pensar que la única solución correcta es la propia, otros suponer que es un problema con más de una respuesta y no pretender relacionarlas y otros tal vez intenten ver de alguna manera que las distintas fórmulas son equivalentes.

Luego de unos minutos de trabajo en cada grupo, una alumna pasa a la pizarra y escribe su fórmula: $n-1+n-1+n-1+n-1$. Con colaboración de sus compañeros, logra escribir esta misma expresión como $(n-1)\ x\ 4$. Con ésto, finaliza la primera clase.

La segunda clase, comenzamos recordando la actividad, y los métodos que se habían obtenido. Proponemos otro método más:



Pasa un alumno a escribir como nos quedaría para el caso del cuadrado de 37 cuadraditos de lado con este nuevo método, y escribe $36\ x\ 4+4$, pero sus compañeros le corrigen para que coloque un 35 en vez de 36, quedando así: $35\ x\ 4+4$.

Se continúa trabajando en la producción de las fórmulas de los métodos que se crearon, y recordando que la fórmula me sirve para calcular cualquier cuadrado, le pedimos que lo hagan para el caso particular de $n=10$.

Se recuerda la que ya se había obtenido la primera clase $(n-1).4$ y se encuentra sin mucha dificultad la fórmula $4n-4$. Hubo dificultades al expresar “35” en función de 37 y a raíz de esto, representarlo en función de n como $(n-2)$. Así obtuvieron la fórmula $n.2+(n-2).2$ y $(n-2).4+4$.

Cada una de las fórmulas obtenidas, cuentan la cantidad de cuadraditos pintados en un cuadrado de n cuadraditos de lado, por eso vamos a decir que estas expresiones son equivalentes. Ésta es una primera apreciación del concepto de equivalencia, que describiremos más en profundidad en clases posteriores.

Al aparecer una fórmula como respuesta a un problema (algo que los estudiantes quizás no estaban acostumbrados) para ayudar a que ellos distingan cuáles son equivalentes entre sí y cuáles no le presentamos la parte 4, la cual contiene una lista de expresiones:

4) ¿Cuáles de las siguientes expresiones son equivalentes a la encontrada? Justificar la respuesta.

- $2n + 2n - 4$
- $4n - 4$
- $5n - 5$
- $2(2n - 2)$
- $4(n \ - 1)$
- $4n - 1$
- $n \ + \ 2\ (n - 2) \ + \ n$
- $2n + 70$

En esta parte, los estudiantes sumaron términos semejantes y distribuyeron cuando era necesario para encontrar las expresiones equivalentes entre sí. Luego de encontrar y discutir estas expresiones, trabajamos con la última parte de la primera actividad.

Esta parte, la realizamos con la intención que los alumnos trabajen con ecuaciones y puedan diferenciar entre expresiones algebraicas equivalentes e igualdad de expresiones para un valor en particular, que es lo que pide hallar el problema en los primeros incisos. Para ello, previmos indagar sobre el significado del 'n' encontrado con referencia al problema original.

También pretendemos que manipulen la fórmula obtenida y percibir así la utilidad que tiene para conocer características de la situación que modeliza, como es el caso de los dos últimos incisos.

5)

A. ¿Para qué valor (o valores) de *n* la expresión *4(n-1)* y la expresión *6n-8* coinciden en el mismo resultado?

B. ¿Para qué valor (o valores) de *n* la expresión *2n + 2(n-2)* y la expresión *3(n+13)* coinciden en el mismo resultado?

C. ¿Existe algún valor posible de *n* para el cual la cantidad de cuadraditos sombreados sea 587?

D. Dos estudiantes contaron los cuadraditos pintados de un cierto cuadrado: uno obtuvo 6592 y otro 6594. ¿Se puede saber cuál de los dos contó bien?

En cuanto a esta actividad, pudimos trabajar solo los primeros dos incisos, y el tiempo no alcanzó para el 5.C y el 5.D. Para la clase número 3, en los primeros diez minutos, decidimos retomar las expresiones encontradas y la parte 4 de la actividad para recuperar las operaciones que habían salido, y la idea de equivalencia que veníamos tratando. Decidimos no retomar a estos últimos dos ítems ya que observamos que contaban con una complejidad elevada no necesaria para los objetivos, e iba a insumir bastante tiempo de clase.

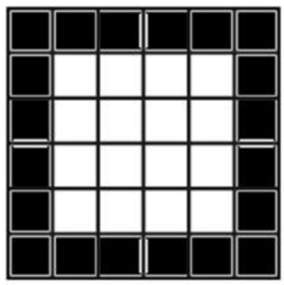
Cuarto Año "B"

Como se puede observar en la grilla, la primera clase del cuarto año B se dio una semana más tarde al comienzo del otro curso. En cuanto a la actividad, presentamos algunos cambios en las consignas para facilitar el trabajo, de acuerdo a lo observado y trabajado en el otro curso.

En la parte 1 de la actividad, agregamos, por un lado, a la descripción que el cuadrado tiene 6 cuadraditos de lado, para ser más explícito y que se entiendan de manera más simple las preguntas. Además, agregamos una nueva pregunta, previa a la del cuadrado de 37 cuadraditos de lado.

Actividad

1) Dado el siguiente cuadrado de 6 cuadraditos de lado:



A. ¿Cuántos cuadraditos hay pintados?
B. ¿Cuántos cuadraditos pintados habrá en un cuadrado similar de 10 cuadraditos de lado?
C. ¿Y en un cuadrado de 37 cuadraditos de lado?

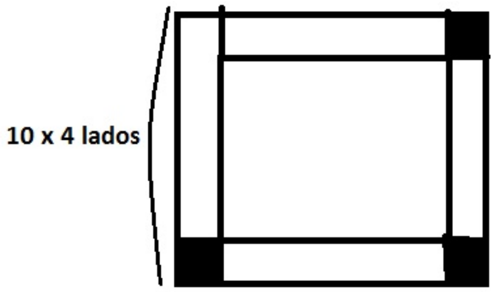
Imagen 4: Actividad 1 Cuadraditos Pintados. Cuarto año B.

Ésta decisión fue para que los alumnos puedan tener más posibilidades de manipular el problema, dibujar tal vez este caso si lo ven necesario, explorarlo, comprenderlo.

Cabe aclarar que esta clase, como todas la de los días jueves, comenzaban de 20 a 25 minutos más tarde porque los estudiantes formaban, izaban la bandera, y escuchaban algunas palabras de la Vice Directora.

El trabajo de las primeras partes fue similar a la del otro curso. A la hora del trabajo grupal y elegir un método para contarla al resto de sus compañeros, los grupos escribieron una explicación y lo dejaron expresado luego en el pizarrón. Estos métodos fueron, (sin contar los que se repitieron):

- *"Decidimos multiplicar los lados por la cantidad de cudraditos y restarle (3) que son los lados que se repiten y no se vuelven a contar"*

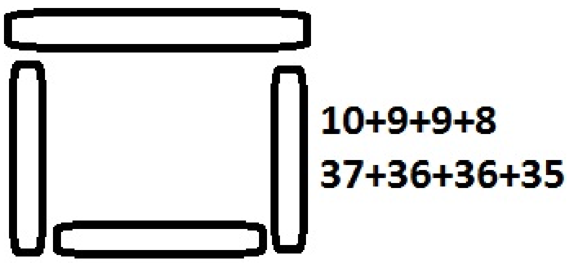


- *"Nosotras usamos la lógica. Primero contamos todos los cuadraditos y luego sumamos la cantidad de cuadrados que faltaban para llegar a la cifra deseada."*

- *"Multiplicamos el número por 4 que serían los lados del cuadrado y le restamos 4 que se refieren a los cuadraditos de las esquinas del cuadrado."*

- *"Sumamos los lados sin contar las esquinas, los multiplicamos y sumamos las esquinas."*

- *(Se explicó este método con un dibujo similar al que se encuentra a continuación)*



Luego de quedar todos los métodos expresados, fuimos retomando cada caso. El primer método causo una fuerte discusión entre los alumnos. Es importante, cuando las actividades abren el juego a los alumnos, que éste se mantenga en un clima de respeto, y recordar que el error es siempre parte del proceso de aprendizaje.

Se preguntará el lector sobre el segundo método: *"Nosotras usamos la lógica. Primero contamos todos los cuadraditos y luego sumamos la cantidad de cuadrados que faltaban para llegar a la cifra deseada."* ¿Cuál es la lógica?, lo mismo nos preguntamos nosotros, e indagando a los estudiantes que idearon ese método, nos explicaban. Realizaron un método recursivo, donde partieron que en el cuadrado de 6 cuadraditos de lado hay 20 cuadraditos pintados. Al pasar al cuadrado con 10 cuadraditos de lado, notaban que a cada lado se le sumaban 4 cuadraditos, entonces les quedaba $20 + 4\ x\ 4$. Por su parte, en el caso n=37, realizaron $20 + 31\ x\ 4$.

Con la puesta en común de los métodos, y la corrección de aquellos que tenían algún error, finalizó la primera clase.

La segunda jornada comenzó 20 minutos tarde por una asamblea docente. Comenzamos retomando los métodos que habían salido. Continuamos con las producciones de las fórmulas. Tuvimos que detenernos un poco en el método recursivo para ayudar a poder expresarlo en una fórmula $20 + (n - 6).4$. Lo analizamos con los alumnos, y llegamos a la conclusión que el método servía, incluso para cuadrados con menos de 6 cuadraditos de lado. Por último, trabajamos con la lista de expresiones (parte 4), identificando expresiones equivalentes entre sí. Un detalle a recordar, es que realizamos una pequeña modificación en el enunciado, para resaltar que eran expresiones equivalentes a la encontrada anteriormente. La pregunta quedó formulada: *"¿Cuáles de las siguientes expresiones son equivalentes **a la encontrada**? Justificar la respuesta."*

Decidimos en este curso, no trabajar con la parte 5.

2.4.2 Actividad: Calendario Mágico

La actividad "Calendario Mágico" fue pensada para desarrollarse en ambos cuartos años con el objetivo de profundizar la generalización y búsqueda de regularidades planteada en la actividad "Cuadraditos Pintados".

Fue prevista para 80 minutos que se desarrollaron (en ambos cursos) dos días distintos. Todas las consignas fueron leídas por algún estudiante y discutidas con todo el grupo para que todos entiendan. De la misma manera, todas las actividades tuvieron su posterior discusión grupal con el soporte del pizarrón donde tanto los alumnos como practicantes plasmamos tanto los cuadrados elegidos con sus respectivas cuentas desarrolladas como las distintas posibilidades de fórmulas y sus desarrollos para generar expresiones equivalentes.

El "Calendario Mágico" fue presentado como un juego con la consigna "Gana quien encuentre el resultado más grande" con el objetivo de dar una motivación externa para la resolución de "la diferencia del producto de las diagonales". Es decir, que de esta manera intentamos resolver la posible pregunta de los alumnos "¿Para qué tenemos que realizar ésta cuenta?" a lo cual responderíamos "para ganar".

El cuadrado enmarcado con rojo es a modo de ejemplo de "cuadrado de lado 2".

El **ítem 1** llevó aproximadamente **10 minutos** en cada curso: desde que comenzamos a leer la consigna hasta que los alumnos terminan de convencerse de que no existe un "cuadrado ganador".

Puede verse que al desarrollar la cuenta propuesta, se obtiene siempre los mismos resultados (7 o -7 si conmuto la resta). Para que los estudiantes puedan responder a porqué pasa esto, colocamos los **ítems 2 y 3** como orientadores: el **ítem 2** propone la producción de una fórmula que luego en el **ítem 3** se simplificará para llegar a que son equivalentes a 7 (o a -7) cualquiera sea el cuadrado marcado en el calendario.

2. Escribir una fórmula que representa el cálculo solicitado en el juego (siendo n el menor número del cuadrado).

3. Encuentren una expresión equivalente aplicando propiedad distributiva y cancelando si es posible

En el **ítem 2**, para orientar la escritura de la fórmula requerida, se hizo referencia a como están ordenados los días en un mes. En ambos cursos se dijo, en determinados momentos, que existía un cuadrado tal que, desarrollando la diferencia del producto de las diagonales, daba 8.

7	8
15	16

Es claro que este cuadrado no corresponde a un calendario, por esto fue escrito en el pizarrón y analizado con el objetivo de ayudar a los alumnos a pensar en la *distancia* que hay entre los días de un mes (diferencia de 7 entre un día y "el de abajo" y diferencia de 1 entre un día y el que le sigue).

Aproximadamente **25 minutos** tomó, en ambos cursos, desde que los estudiantes terminan de convencerse de que no existe un "cuadrado ganador" hasta que se logra escribir a los cuadrados como:

n	n+1
n+7	n+1+7

En ambos cursos fue trabajoso llegar a esta escritura del cuadrado en función de n. Es entendible, ya que se debe al objetivo central de la actividad: que los alumnos puedan generalizar cualquier cuadrado a partir de entender que se respetan las distancias entre números consecutivos y listas de números de 7 en 7.

Para éste momento se habían pensado (y se usaron) distintas preguntas que servían como disparadoras/orientadoras para la producción de conjeturas, por ejemplo: ¿Qué relación tiene un día del mes con el día que se ubica debajo en el calendario?, ¿Qué relación hay entre un número y su consecutivo?

A partir de la escritura de los cuadrados en función de n se relee la consigna del **ítem 2** y trabajan individualmente o en pequeños grupos en la producción de "la" fórmula. (Se puede ver que "la diferencia del producto de las diagonales" puede ser tanto $(n+7)(n+1)-n(n+8)$ como $n(n+8)-\ (n+7)(n+1)$, pero con la propuesta del "resultado más alto" se simplificó el desarrollo al uso de la primera fórmula únicamente.)

2.4.3 Trabajo Práctico

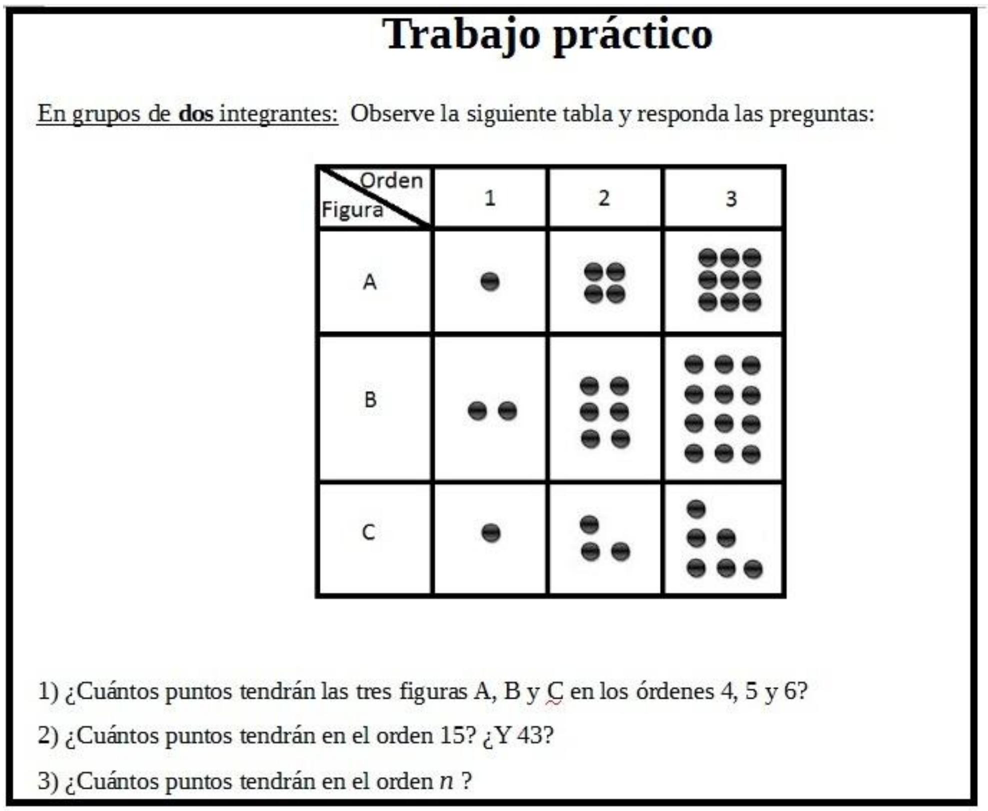
Entre las clases 6 y 7 del cuarto “A” y las clases 5 y 6 del cuarto “B”, realizamos un Trabajo Práctico. El mismo consistía en dos partes bien diferenciadas. La primera parte se trabajo en grupos de dos en el establecimiento. La segunda consistió en un trabajo individual para realizar en sus hogares, con fecha límite de entrega, a realizarse por correo electrónico.

La primera parte del trabajo, consistió sobre una búsqueda de regularidades y preguntas similares a las de la primera actividad de los cuadraditos pintados. En base a este trabajo y lo que surgía de una puesta en común en clases, les pedimos que escriban una descripción retomando y reflexionando sobre lo realizado, en la segunda parte.

El objetivo de esta entrega era que pudieran realizar una reflexión, tanto sobre esta actividad como del desarrollo matemático que veníamos llevando a cabo en las clases anteriores. Consideramos válida cualquier entrega en donde se observe una reflexión, sin importar si llegaron o no a completar todas las consignas.

Cuarto Año “A”

Comenzamos en la segunda mitad de la sexta clase con la primer parte del trabajo práctico. La actividad que les entregamos a los estudiantes fue la siguiente:



Trabajo práctico

En grupos de **dos** integrantes: Observe la siguiente tabla y responda las preguntas:

Orden / Figura	1	2	3
A			
B			
C			

1) ¿Cuántos puntos tendrán las tres figuras A, B y C en los órdenes 4, 5 y 6?

2) ¿Cuántos puntos tendrán en el orden 15? ¿Y 43?

3) ¿Cuántos puntos tendrán en el orden n ?

Durante este tiempo, los estudiantes trabajaron en grupos de dos, intercambiando ideas y estrategias.

La primera mitad de la clase 7 también se destino al trabajo práctico. En el primer cuarto de clase, los estudiantes siguieron en grupos de a dos avanzando con el trabajo, para luego realizar una puesta en común sobre lo que estuvo trabajando cada grupo.

No hubo muchas dificultades en los grupos para encontrar en la figura A la expresión $n.n$ ó n^2. Para el caso de la figura B, algunos expresaban que tenían que multiplicar el número por el consecutivo, pero no sabía como escribirlo. Con la ayuda del curso, se logra escribir la fórmula para el método que se estaba pensando y queda escrito en la pizarra $n\ (n-1)$.
Aquí nos detuvimos un rato en ver para que sirve esa fórmula y si se podía chequear de alguna forma si estaba bien o mal. Recordamos lo que era evaluar una expresión algebraica y que podíamos ver, al menos, si la fórmula encontrada contaba bien los puntitos para los casos que ya conocíamos. Notamos aquí una gran dificultad a nivel general en la utilización de la fórmula una vez hallada.

Para la figura C, los estudiantes no logran llegar a una fórmula. Algunos alumnos descubren que en el orden n, la figura tiene la cantidad de puntitos del orden anterior más n, pero esta forma de pensar hace dificultoso llegar a una fórmula.

Esta primer parte del trabajo práctico finaliza en este momento, y la segunda mitad de la séptima clase continua con otra actividad.

Parte individual: Teniendo en cuenta la actividad anterior **escriba una descripción de no menos de 8 renglones** donde se reflejen las siguientes cuestiones:

Una descripción de la actividad realizada que incluya los procedimientos llevados a cabo.
Una comparación con los procedimientos que desarrollaron los otros grupos.
¿Cuáles fueron los procedimientos que descartó hasta llegar al final?
¿Cuáles fueron los inconvenientes que tuvo? y ¿cómo los resolvió?
¿Cuáles fueron las discusiones que se desarrollaron en su grupo?
¿Qué parecidos encuentra con las actividades que hemos desarrollado anteriormente?
¿Qué conclusiones puede sacar del trabajo realizado?

El objetivo de esta entrega es que puedan realizar una reflexión tanto sobre esta actividad como del desarrollo matemático que venimos llevando a cabo en las clases anteriores. En el caso de no haber podido completar todos los ordenes de las figuras, se considerará igualmente válida cualquier entrega que refleje una reflexión al respecto.
La evaluación integrará: la entrega, la ***producción individual*** de la descripción y el trabajo realizado en las clases.

Cuarto Año B

El trabajo práctico en este curso se desarrollo entre la quinta y sexta clase, con organización similar a la descripta en el otro curso.

Para la primer parte del trabajo, notamos que, al estar todas las figuras en un mismo cuadro, los estudiantes buscaban relacionarlos entre sí y realizaban muchas veces una lectura vertical del cuadro (por los órdenes) y no horizontal trabajando con cada figura por separado.

Para evitar algunas confusiones y facilitar la comprensión de la actividad, decidimos presentárselo a este curso separando las consignas, como se puede observar en el anexo 6.6).

2.4.3.1 Corrección del Trabajo Práctico

El trabajo práctico presentó la primer nota de los estudiantes.

En base a los objetivos que presentamos en el trabajo práctico, diseñamos una grilla de criterios de calificación. La misma contaba con:

- Entrega: 6 (seis) puntos.
- Atraso: 0 (cero) ó -1 (menos uno) puntos. Esto dependía de si la entrega se realizaba dentro del plazo establecido o no.
- Participación: -1 (menos uno), 0 (cero), 1 (uno) ó 2 (dos) puntos.
- Pertinencia: Si responde al menos tres preguntas y realiza alguna reflexión. -1 (menos uno), 0 (cero), 1 (uno) ó 2 (dos) puntos.
- Renglones: -1 (menos uno) si la redacción era de menos de los ocho renglones pedidos, 0 (cero) si contaba con ocho renglones, más de ocho renglones le correspondía 1 (uno), y si ya realizaban un texto elaborado donde sumaban otros recursos, sumaban 2 (dos) puntos.
- Redacción: 0 (cero) puntos si era mala. Si se entendía (aunque sea con esfuerzo), 0.5 (medio punto) y si era una redacción buena, 1 punto.

En cuanto a estos criterios, los resultados obtenidos fueron los siguientes.

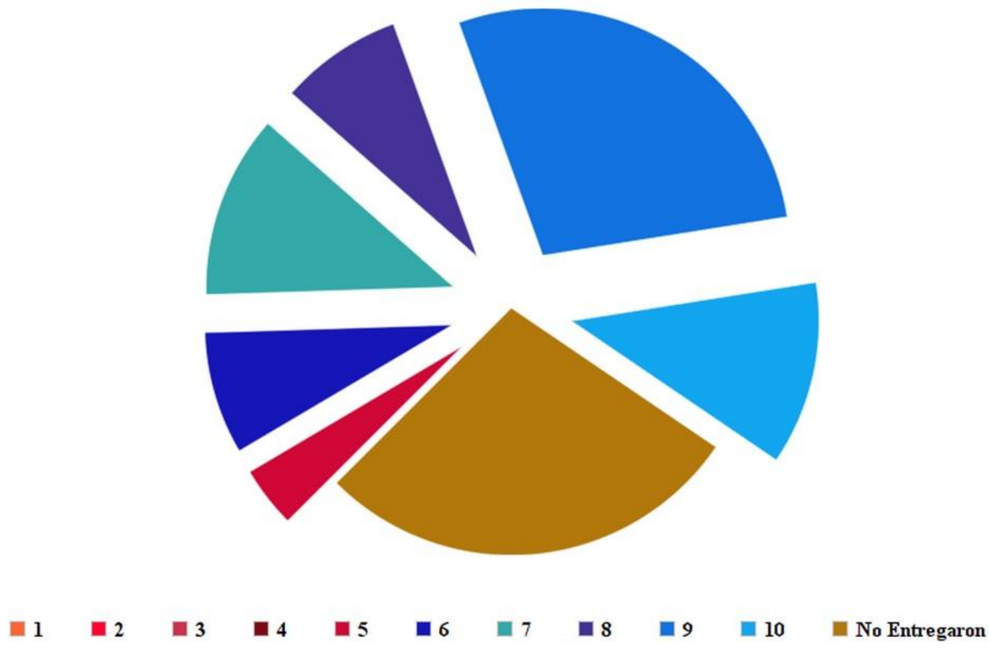


Imagen 5: Notas Trabajo Práctico Cuarto año "A"

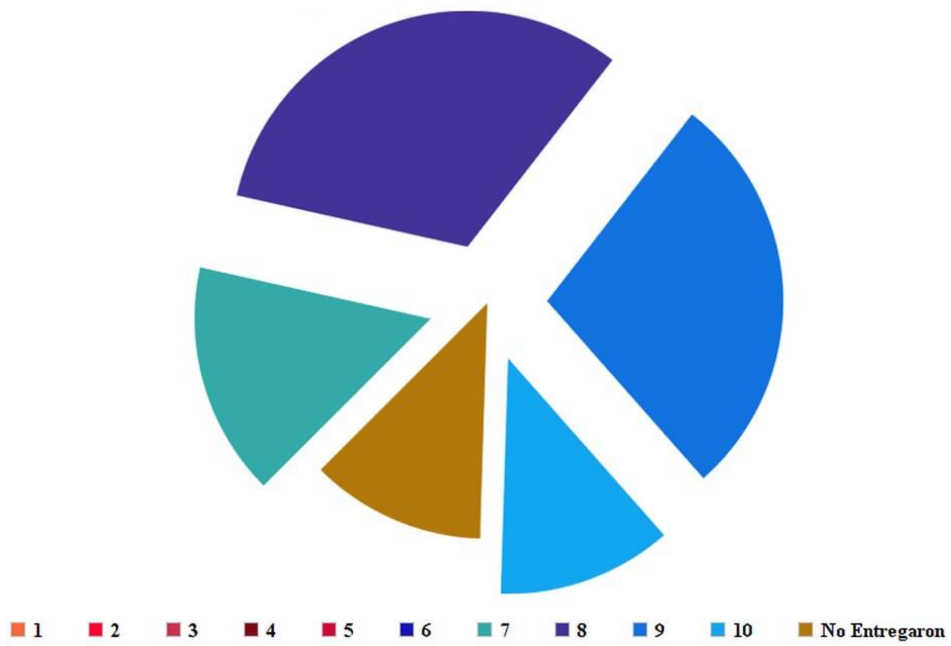


Imagen 6: Notas Trabajo Práctico Cuarto año "B"

2.4.4 Materiales Teóricos

Como observamos en la grilla, a los alumnos se les entregaron materiales teóricos.

Teórico: Primera parte

La primer parte del teórico la desarrollamos en la clase 3. Contenía una breve reseña sobre el álgebra y su lenguaje. También algunos ejemplos para introducir la traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Además contenía unas actividades de traducción al lenguaje algebraico y planteo de ecuaciones, que luego habilitaron a la producción de expresiones en la actividad del Calendario Mágico y el resto de las actividades durante las prácticas.

Actividad:

1. *Escriba en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:*
   a) *La suma de tres números consecutivos.*
   b) *El producto entre un número y su doble.*
   c) *La suma entre el cuadrado de un número y su antecesor.*

2. *Para cuáles números se cumple:*
   a) *La suma entre dos números consecutivos es 345.*
   b) *La suma entre un número y su triple es 560.*

Teórico: Segunda parte

La segunda parte del teórico contenía las definiciones de *expresión algebraica*, *monomio*, *polinomio*, *grado*, *coeficiente principal*, *término independiente, polinomio completo, polinomio ordenado* y *raíz de un polinomio*.

Este teórico fue leído en un primer momento explicando oralmente las definiciones leídas. Así mismo, consideramos que su uso más importante estuvo marcado por las actividades siguientes, donde se usaban estos términos en los enunciados, entonces los alumnos para entender tenían que volver a leer el teórico.

Sostuvimos durante nuestras prácticas la idea de no resolverles a las preguntas de definiciones y que recurran siempre al material que les asignamos. Dicha estrategia estuvo orientada a que los estudiantes aprendieran a usar el material repartido para el momento en que tuviesen que estudiar solos en sus casas, pero también aportó al valor que tenían las hojas para ellos y se vio que comenzaban a cuidarlas y tenerlas a mano en las sucesivas clases.

Lo trabajamos entre las clases cuatro y cinco.

<u>Teórico: Tercera parte</u>

Esta entrega contenía las definiciones de *operaciones con monomios* y sus respectivas *operaciones con polinomios (Suma, Resta, Multiplicación)* con distintos ejemplos. Lo utilizamos desde la sexta clase.

En cuarto año “A” tuvimos una diferencia con la docente quién acostumbra enseñar la suma y la resta con un algoritmo diferente al que presentamos. En el momento de la explicación, la docente interviene y reemplaza un algoritmo por otro. Esto provocó desconcierto entre los alumnos que, sumado a la dificultad propia de la distribución del signo menos en la resta, dificultó el proceso de aprendizaje de esta operación específicamente. La docente proponía ordenar los polinomios “a restar”, completarlos y colocarlos uno encima del otro para realizar las restas entre monomios semejantes. Nosotros habíamos discutido sobre éste algoritmo previamente y habíamos tomado la decisión de enseñar la resta en una misma línea: colocar un polinomio entre paréntesis, el signo menos y luego el otro polinomio también entre paréntesis. Luego distribuir el menos e ir “sumando” los monomios semejantes uno a uno.

Al dorso de este material, se encontraba una guía de ejercicios sobre polinomios y sus operaciones. Por cuestiones de tiempo y prioridades, no trabajamos con todos los ejercicios, sino los que se indican en la tabla 2 del cronograma real de clases.

2.4.5 Actividad: Rompecabezas

En la octava clase de ambos cursos, realizamos la actividad que denominamos “rompecabezas”.

El objetivo fue el trabajo con las operaciones de polinomios:

- Suma, resta y multiplicación para el Cuarto año “A”.
- Suma y resta para el Cuarto Año “B”.

La actividad constaba de nueve piezas rectangulares. En cada pieza había cuatro expresiones polinómicas, algunas desarrolladas y otras con operaciones. Se resolvía colocando juntas las expresiones equivalentes, obteniendo un rectángulo de 3 x 3.

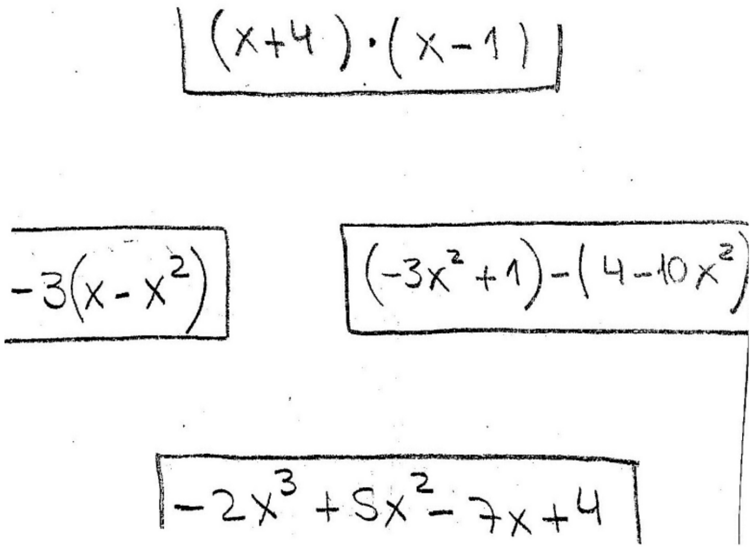


Imagen 7: Pieza Rompecabezas Cuarto Año "A"

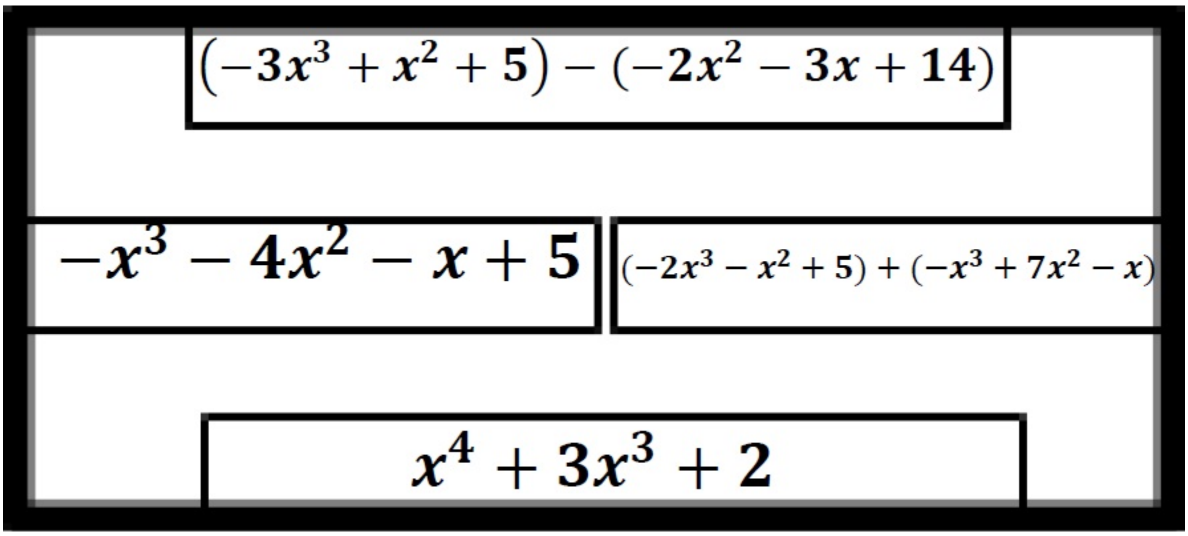


Imagen 8: Pieza Rompecabezas Cuarto Año "B"

2.4.6 Actividades clase de repaso previo a la evaluación

Cuarto Año “A”

La siguiente actividad fue desarrollada en la novena clase, en la cual se llevó a cabo el repaso para la evaluación. Fue escrita en el pizarrón luego de completar el rompecabezas que había quedado inconcluso la clase anterior. La actividad fue resuelta individualmente y expuesta por los alumnos en el pizarrón en aproximadamente 10 minutos.

Escriba en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- El producto de tres números consecutivos
- La diferencia del cuadrado de un número con su antecesor
- La suma de un número y el cubo de su sucesor

Cuarto Año “B”

Por los cambios en el cronograma, la clase de repaso coincidió con la clase donde se realizó la actividad del “Rompecabezas”.

Sin embargo, se trabajó los últimos minutos de la clase con unas actividades, pensando en los ejercicios de la evaluación. La misma consistía en un ejercicio de búsqueda de regularidades y un ejercicio de traducción al lenguaje algebraico (ver anexo 6.13). Este último no se llegó a trabajar en clase.

2.4.7 Evaluación Integradora

La evaluación que realizamos al finalizar las prácticas fue una evaluación integradora con el objetivo de hacer un cierre de lo enseñado y relevar información sobre los aprendizajes de los alumnos para producir la segunda calificación. La evaluación fue escrita e individual y desarrollada en 80 minutos en ambos cuartos años.

Para garantizar el trabajo individual de cada estudiante, diseñamos dos evaluaciones distintas (Tema A y Tema B), y el orden de aparición de las actividades en la evaluación fue aleatorio pero diferente en los dos cursos.

La evaluación constaba de tres partes (Diferenciadas en Tema A y Tema B):

- Un problema de búsqueda de regularidades con producción de fórmula.

- Tres actividades del tipo "traducción al lenguaje algebraico".
- Un rompecabezas de cuatro piezas.

Al comienzo de la evaluación estaban escritos los objetivos, para qué cada alumno sepa que era lo que se estaba evaluando específicamente:

Objetivos:

- Reconocer expresiones algebraicas equivalentes.
- Desarrollar operaciones con polinomios: Suma, Resta y Multiplicación.
- Interpretar el lenguaje coloquial y su traducción al lenguaje algebraico.
- Producir expresiones algebraicas, a partir de la búsqueda de regularidades, para contar colecciones.
- Evaluar expresiones algebraicas.

Criterios de calificación

En base a estos objetivos, diseñamos una grilla de criterios de calificación de cada actividad.
Las evaluaciones tenían un total de 10 puntos.

<u>Actividad 1 (Resolución de un problema):</u>

(Se coloca una calificación general de la actividad: 3 puntos en total)

- <u>3 puntos:</u> Si desarrolla la actividad correctamente.
- <u>2 puntos:</u> Si producía una expresión algebraica coherente con el procedimiento desarrollado, pero no es correcto el procedimiento, pero puede valuarla.
- <u>1 punto:</u> Si realiza un procedimiento incorrecto que no le permite producir una expresión algebraica.
- <u>0,5 puntos:</u> Si realiza cualquier intento de contar, aunque no se vea claramente un procedimiento desarrollado, ni presenta una expresión algebraica.
- <u>0 puntos:</u> Si deja la actividad en blanco

<u>Actividad 2 (Traducción de expresiones al lenguaje algebraico):</u>
(Se coloca una calificación por cada ítem: 3 puntos en total)

- <u>1 punto:</u> Si realiza la actividad correctamente.
- <u>0,5 puntos:</u> No escribe correctamente lo que se pide pero puede expresar algebraicamente "el antecesor de un número", "dos números consecutivos", etc.
- <u>0,2 puntos</u>: si escribe alguna expresión pero no identifica lo detallado anteriormente.
- <u>0 puntos</u>: Si deja la actividad en blanco

Actividad 3 (Rompecabezas):
(Se coloca una calificación por cuenta requerida: En 4to A una suma, una resta, una multiplicación de un monomio por un polinomio y una multiplicación de dos polinomios; en 4to B dos sumas y dos restas: 4,2 puntos en total)

- 1 punto: Si realiza la cuenta correctamente.
- 0,5 puntos: Si realiza la cuenta con errores, pero reconoce distribución del signo menos en la resta y multiplica todos los monomios en las multiplicaciones.
- 0,2 puntos: Si realiza la cuenta con errores y sin reconocer lo detallado anteriormente.
- 0 puntos: Si no realiza esa cuenta.
- 0,2 puntos: Si arma de forma correcta el rompecabezas.

Resultados de la evaluación

En los siguientes gráficos podemos observar en tonalidades de rojo los alumnos reprobados (debajo de 6) y en tonalidades de azul los estudiantes aprobados (arriba de 6 inclusive). El porcentaje en amarillo está determinado por los ausentes.

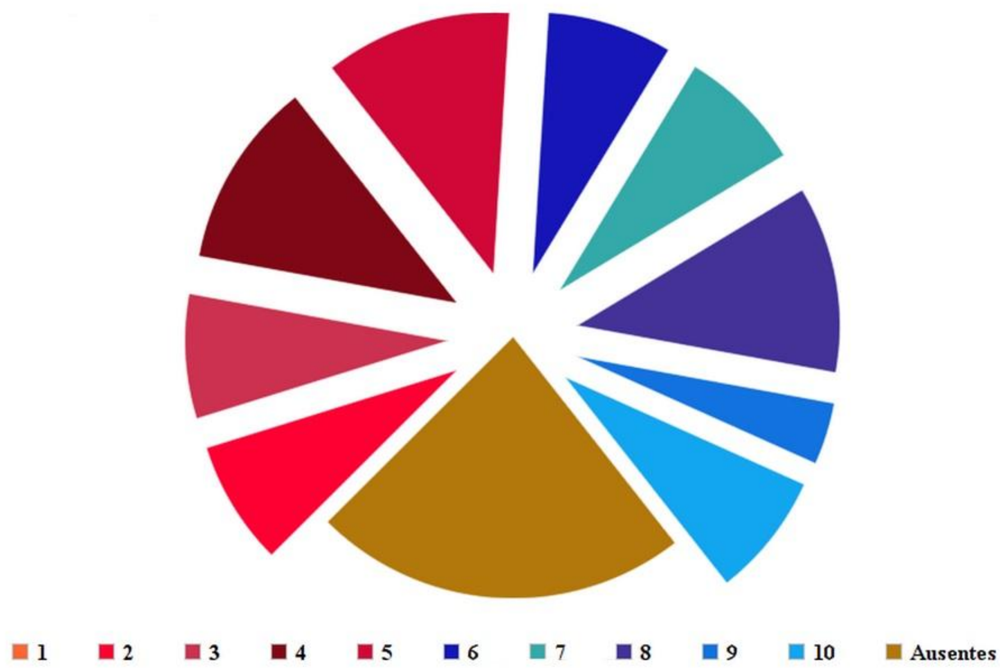


Imagen 9: Notas Cuarto Año "A"

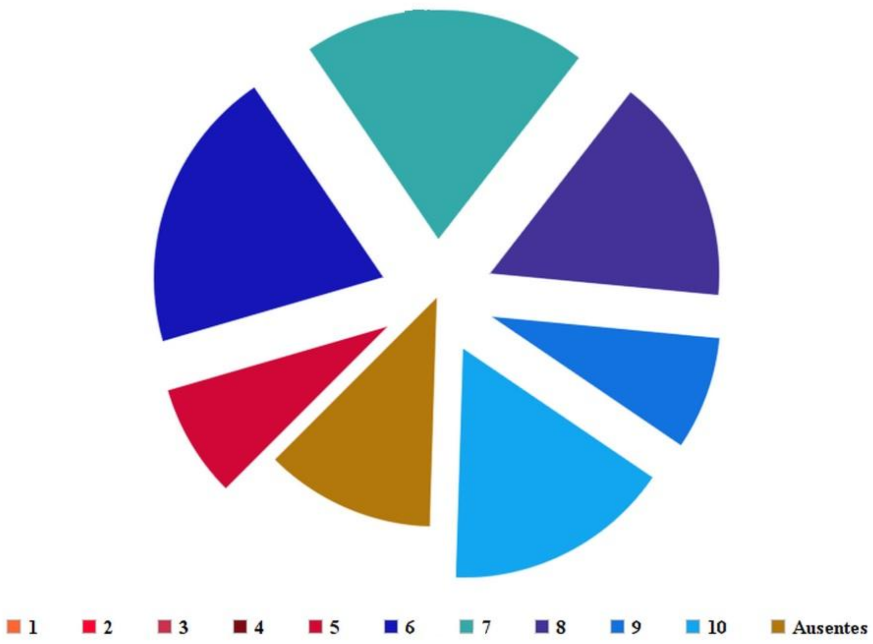


Imagen 10: Notas Cuarto Año "B"

3. Elección y análisis de una problemática

Previo al comienzo de nuestras prácticas, en el período de observación de los cursos asignados, pudimos ver que a medida que se desarrollaban los contenidos específicos de la unidad (racionalización de denominadores) se iban desarrollando en ambos cuartos años diferentes usos de letras en el contexto matemático. Algunos de estos usos no representaban un aspecto diferente al trabajo aritmético; así la expresión *"4a"* se consideraba (en el discurso de la profesora, y de los estudiantes) como 4 "objetos *a*", en lugar de ser concebida la letra *"a"* como representación de una variable. Fue esta observación lo que nos motivó a abordar nuestras prácticas con una idea de introducir el Álgebra a través de la generalización, para darle un sentido a las letras que se estaban usando como objetos no variables y marcar así una diferencia entre la aritmética y el álgebra. Pero nos corresponde ahora preguntarnos ¿cuán fértil fue el terreno establecido para que se desarrollen estas reflexiones?, ¿qué tan lejos llegaron o cuán cerca se quedaron los estudiantes en este camino?, ¿qué sentido lograron construir en torno al uso de las letras?, etc. Por esta razón, desarrollaremos un análisis de nuestras prácticas en relación a la siguiente problemática:

Dificultades que afrontaron estudiantes de cuarto año en la construcción de sentido sobre el álgebra, en el marco de una experiencia de introducción mediante la generalización.

3.1 Primera parte

A raíz del estudio del objeto de enseñanza que nos había sido asignado y con eje en la ruptura del concepto fijo (no variables) de las letras, como mencionamos anteriormente, realizamos varias lecturas en busca de una respuesta a cómo encarar nuestras prácticas. Después de una intensa búsqueda, decidimos adscribir a la perspectiva en relación a las vías de introducción del Álgebra en la escuela que plantea Carmen Sessa en su libro "Iniciación al estudio didáctico del Álgebra: Orígenes y perspectivas" (2005).

Sessa propone una vía de entrada al Álgebra a través de la generalización, mediante actividades de producción de fórmulas en situaciones aritméticas. Entendíamos que habíamos encontrado en las palabras de Sessa la respuesta a cómo desarrollar nuestras prácticas en el contexto dado:

> "Al presentar nosotros la generalización como una posible vía de entrada al álgebra, estamos pensando en esta herramienta como bien adaptada para poder tanto expresar la generalidad como para proveer un mecanismo de validación de conjeturas (...) Estamos pensando en las letras representando números generales o genéricos." (Sessa, 2005, p. 71)

A partir de este planteo de Sessa, definimos una línea de trabajo desde la cual se pudiera sentar las bases de un trabajo algebraico que posibilite sostener la idea de variable en el tratamiento de ecuaciones. Entendemos de las palabras de Sessa, que esta vía de entrada al álgebra abona el terreno para un posterior tratamiento de álgebra superior: "la llegada a las ecuaciones desde la idea de variable (...) pondría en mejores condiciones a los alumnos para atrapar el sentido de ese objeto en toda su riqueza." (2005, p. 72)

Entonces nos preguntamos: ¿de qué hablamos cuando hablamos de la "construcción de sentido" sobre el Álgebra?

En el Diccionario de la Lengua Española de la Real Academia Española[3] las acepciones de la palabra sentido son múltiples y conciernen a diversos dominios: funciones sensoriales, sentimientos, conocimiento, orientación y reconocimiento de la realidad circundante, interpretación, significado y capacidad de entender algo.

Siguiendo a lo expresado por Annick Flükiger en un trabajo sobre la noción de división en la enseñanza, "En el mismo campo de la didáctica de las matemáticas, existe una gran variedad de marcos de interpretación (...) de ciertas teorías del sentido, tomadas de otras disciplinas: la psicología, la lingüística, la semiología." [4] (2000, p. 7). Por lo cual entendemos que limita las acepciones de la palabra *sentido* a dos sinónimos muy usados: "En el lenguaje corriente, existen dos sinónimos de la palabra sentido: dirección y significado." [5] En este trabajo adoptaremos una de estas dos acepciones. Referiremos a la construcción de *sentido* desde el *significado*, como relación de un sujeto con un medio: sintonía entre el significante y el significado (2000, p. 7). Entonces cuando hablamos de construcción de sentido **sobre el álgebra**, focalizaremos en una interrelación entre el uso de las letras y la capacidad de asignarle un significado variable.

Por otro lado nos preguntamos ¿de qué hablamos cuando hablamos de álgebra?

Papini (2002) caracteriza el álgebra como una práctica, una actividad, una manera de abordar problemas. Nos parece interesante la síntesis que realiza de distintos autores en relación a la caracterización del álgebra:

Una *actividad modelizadora* (de Chevallard) que pone en juego diferentes etapas: definición de variables, construcción de un modelo a trabajar y su posterior manipulación matemática; con su *lenguaje simbólico* como herramienta principal (de Drouhard) que incluye no sólo la sintaxis sino también su denotación, su sentido y su interpretación; los instrumentos de pensamiento que se ponen en juego (de Mason) ya que la actividad de generalización resulta el

---

[3] Consultado en el sitio http://dle.rae.es, último acceso el día 20/11/2016.

[4] Todas las citas de esta autora utilizadas en este texto son traducciones nuestras. Cita original: " Dans le champ même de la didactique des mathématiques, existe une grande variété de cadres d'interprétation, (…) de certaines théories du sens empruntées à d'autres disciplines: la psychologie, la linguistique, la sémiologie.

[5] Cita original: " Dans le langage courant, existent deux synonymes du mot sens: direction et signification."

instrumento de pensamiento clave para la matemática en general; y su relación con el dominio de técnicas (de Grugeon) a partir de la elaboración de estrategias de control por parte de los alumnos.

Carolyn Kieran (1992) sostiene que la entrada en el mundo del álgebra, *para quienes vienen del trabajo aritmético*, supone una ruptura cognitiva esencial pues traen consigo las nociones y los enfoques aritméticos. Sostiene que hacer (aprender) álgebra no es simplemente generalizar la aritmética: "Aprender álgebra (...) requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones." (Kieran, 1989, pp. 229-230). Refuerza esta idea retomando un estudio de Küchemann realizado con alumnos entre 13 y 15 años, en el cual se concluye, entre otras cosas, que "la mayoría de los estudiantes tratan a las letras como objetos concretos o las ignoran" (op. Cit., p. 10). Ruiz Munzón, Bosch y Gascón plantean en este sentido que la vinculación del álgebra con lo numérico en los currículos escolares está condicionada por considerar que el estudio de la aritmética debe situarse antes que el estudio del álgebra: "El álgebra escolar se construye en un contexto exclusivamente numérico, a modo de generalización de los cálculos con números…" (2015, p.122) En este sentido retoman a Chevallard (1989) que sostiene que la función principal del álgebra no es la de generalizar la aritmética sino la de modelizar sistemas intra o extra matemáticos.

Kieran (op. cit.) considera una sugerencia de Sfard sobre dos formas fundamentalmente diferentes en las que se pueden concebir las nociones matemáticas abstractas: por un lado *procedimentalmente* (u operacionalmente según Sfard): refiere a las operaciones aritméticas que se hacen sobre números para obtener números. Los objetos sobre los que se opera no son expresiones algebraicas sino el cálculo en su valor numérico en casos específicos. Las operaciones realizadas sobre estos números son cálculos y producen un resultado numérico. Por otro lado *estructuralmente*: refiere a un conjunto de operaciones que se hacen no sobre números sino sobre expresiones algebraicas. Los objetos sobre los que se opera no son cálculos numéricos sino expresiones algebraicas. Además, el resultado es también una expresión algebraica.

En un primer momento sostuvimos que queríamos darle sentido al *uso de las letras* en matemática pero, con el correr de las clases fueron apareciendo diferentes nociones de generalización en el lenguaje cotidiano. Luego, con el estudio de la problemática y viendo las producciones de los alumnos, comenzamos a pensar que en esos determinados momentos de comunicación en lenguaje verbal, se estaba produciendo álgebra en palabras. Un álgebra previa al uso del lenguaje algebraico, pero que ya denotaba que existía una idea de generalización en distintas producciones. Nos planteamos entonces dos interrogantes:

¿La aparición de letras en las expresiones matemáticas garantiza el trabajo algebraico, o depende del uso que se haga de ellas? ¿El trabajo algebraico sólo está habilitado a partir del uso del lenguaje algebraico?

Carmen Sessa sostiene en relación a esto que “decidir si hay o no álgebra cuando aún no hay lenguaje simbólico reduce el problema a una cuestión de *nombre de las cosas* y revela la arbitrariedad de cualquier posición que se tome” (2005, p. 27). Por lo tanto analizaremos en adelante las producciones de los alumnos teniendo en cuenta las distintas formas de escritura en la producción de generalizaciones. Estas formas de escritura son por un lado expresiones algebraicas, a partir las cuales analizaremos su uso con el objetivo de ahondar en relación al primer interrogante; y por otro lado expresiones en lenguaje coloquial en el contexto de generalización, a partir de las cuales se intentará responder el segundo interrogante.

La producción de expresiones algebraicas fue el punto de llegada de varios problemas planteados durante nuestras prácticas, por lo que es válido preguntarse qué valor tendrán las distintas expresiones escritas del lenguaje algebraico y cómo ellas contribuyen a la comprensión y construcción de sentido de dicho lenguaje.

El aprender álgebra es un cambio de pensamiento, que el conjunto de estudiantes puede expresar con sus palabras o con un lenguaje simbólico.

3.2 Segunda parte: Descripción y análisis de producciones de estudiantes

En esta sección analizaremos las respuestas de los estudiantes a partir de las consideraciones teóricas planteadas anteriormente.

Uso del signo igual

Comenzamos nuestro análisis con la primera actividad desarrollada en ambos cursos en el marco de nuestras prácticas: *Cuadraditos Pintados*.

En el ítem 2 se les pidió a los estudiantes que realicen en grupos de 4 una breve explicación del método escogido para contar la cantidad de cuadraditos pintados que tendrá un cuadrado de 37 cuadraditos de lado. Una de las producciones de un grupo de estudiantes refleja la siguiente escritura:

$$37\ x\ 4\ =\ 148\ -\ 4\ =\ 144$$

Más tarde el mismo grupo escribe la siguiente fórmula, para cualquier cuadrado de lado n:

$$n\ x\ a\ = n\ x\ a\ -\ a$$

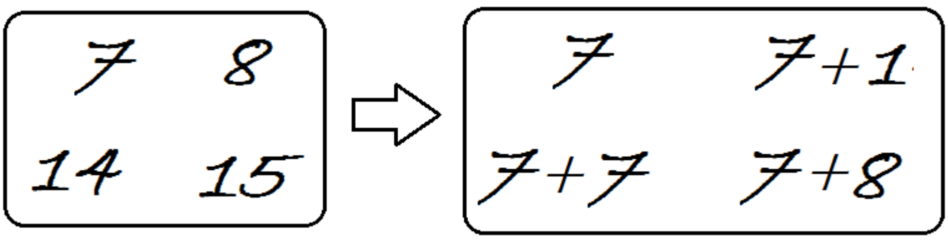
Por un lado, se puede observar una relación direccional, de izquierda a derecha en el uso del signo igual, violando las propiedades simétrica y transitiva. Kieran (1992, p 5) cita a Vergnaud que dice que el énfasis interpretativo que se da en álgebra al signo igual radica en respetar el carácter simétrico y transitivo de la igualdad. Esta escritura se mantiene en la fórmula, parafraseando a Kieran, manifiesta una dificultad en salir de lo procedimental para trabajar en lo estructural. Estos alumnos utilizan el signo igual como un "da…" y por eso la lectura es solamente en un sentido, utilizando el último resultado para una nueva operación, sin poder efectuarlas en una misma expresión.

Uso indistinto de la letra: Variable o no

Se observa también del mismo ejemplo anterior una sobre generalización del uso de las letras. El mismo grupo que escribe $n\,x\,a$ para representar $n\,x\,4$ manifestaba de manera oral que como entendía que les pedíamos que usen letras, no sabía que también podía utilizar números. Es decir, el grupo de estudiantes reconoce oralmente cuál de las dos letras es constante y cuál variable, pero no diferencia el uso de las letras exclusivo para variables (en este contexto, las constantes son números dados). Entra en juego un reconocimiento y diferenciación entre constante y variable, fundamental para el trabajo algebraico.

En el siguiente ejemplo se evidencia de fondo el mismo problema, pero ésta vez se ve que la complicación radica en diferenciar dos números iguales que representan cosas distintas:

En la actividad del calendario mágico se reescribieron los números de un cuadrado, para poder expresarlos en función del menor, de la siguiente manera:



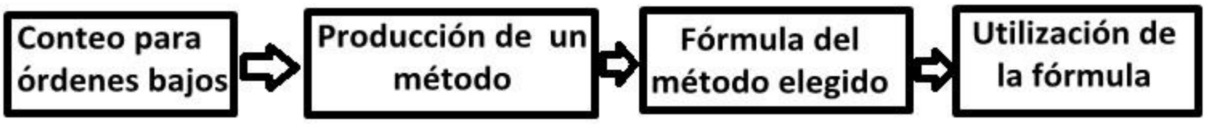
Esta forma de escritura produjo una situación doble. Por un lado facilitó la comprensión, por parte de los alumnos, sobre la dependencia que tienen entre sí los números que forman parte del cuadrado. Pero, por otro lado se generó una discusión alrededor de $7 + 7$: Algunos querían escribirlo como $2\,x\,7$ sin notar que un 7 era el día del mes y el otro denotaba la cantidad de días que tiene una semana. Llevó un trabajo importante que entiendan que, por más que sea el mismo número, un 7 podía variar pero el otro siempre iba a ser constante (aunque se moviese el cuadrado de lugar). De todas maneras, es importante destacar que las discusiones que se generaron demostraron un importante trabajo sobre la regularidad y en ese sentido se desarrollaron, no sólo por nuestra intención sino por iniciativa de los estudiantes que se iban explicando entre ellos a medida que iban descubriendo las relaciones.

Expresiones que contienen variables

Otro estudiante para contar la cantidad de cuadraditos pintados en un cuadrado de 37 cuadraditos de lado realizaba $36\,x\,4$. Pero al momento de escribir la fórmula que cuenta cuadraditos pintados para cualquier cuadrado de lado *"n"*, colocó $n\ x\ 4$ sin tener en cuenta que en dicho caso, *"n"* sería 37. Esto demuestra la dificultad que supone diferenciar una variable con una expresión algebraica que contiene a esa variable. Sessa (2005, p. 109) dice que una de las grandes diferencias entre el tratamiento aritmético y el algebraico es que este último permite "guardar" la traza de las operaciones realizadas en la expresión final de un cálculo. De este modo, se pueden analizar las propiedades del objeto obtenido a partir de la lectura de una expresión. Se puede incentivar la escritura aritmética conservando las operaciones, para que conserven su naturaleza.

¿Qué tan lejos llegaron en el camino que estaban yendo?

Las actividades realizadas en referencia a la vía de entrada al álgebra por la generalización, estaban orientadas para que los alumnos sigan el siguiente esquema:



Algunas de las dificultades que vemos reflejadas en las producciones de los alumnos son las siguientes:

1. Desarrollo de un método que no habilita la producción de una expresión algebraica
2. Desarrollo de un método que refleja verbalmente una expresión algebraica pero hay una ausencia de lenguaje algebraico, ya sea que el método responda correctamente o no al problema planteado.
3. Presencia de fórmula pero ausencia o dificultad en su valuación

Como pudimos ver en el capítulo 2, una de las actividades solicitadas en la evaluación contaba con una secuencia de fósforos, y tres consignas para trabajar, que en ambos temas eran iguales. Recordemos cuál era el enunciado:

Dadas las siguientes figuras:

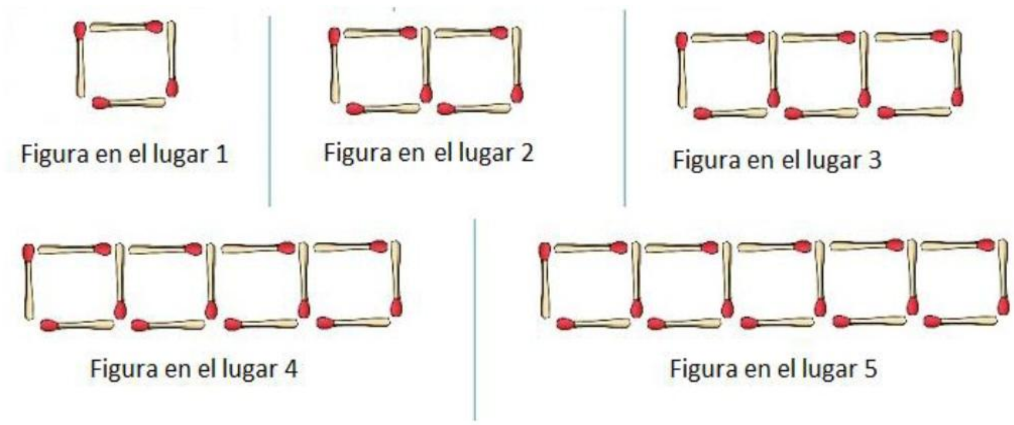


Imagen 11: Tema A

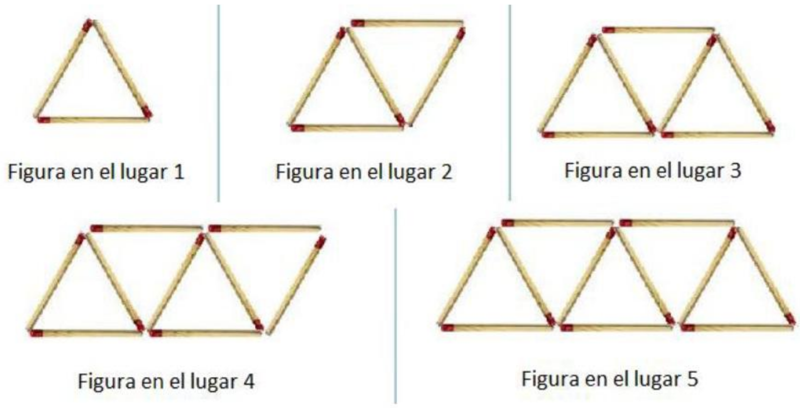


Imagen 12: Tema B

A. *. ¿Cuántos fósforos se necesitarán para construir la figura en el lugar 10 de la secuencia? ¿Y para construir la figura en el lugar 25?*
B. *Escribir una fórmula que sirva para calcular la cantidad de fósforos de la figura en cualquier lugar x*
C. *Calcular (usando la fórmula) la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura en el lugar 350.*

1. Desarrollo de un método que no habilita la producción de una expresión algebraica

La primera producción a analizar (Imagen 13) es la de un estudiante que realiza un esquema de la construcción de cada orden, hasta el 25. Podemos ver aquí que el desarrollo se queda en el conteo aritmético y no refleja una sistematización ni una percepción de generalización. En cambio puede verse cómo el razonamiento todavía está muy pegado al simbolismo gráfico. No le sirve este razonamiento para contar números altos, por lo que el alumno no desarrolla los demás ítems requeridos en la actividad.

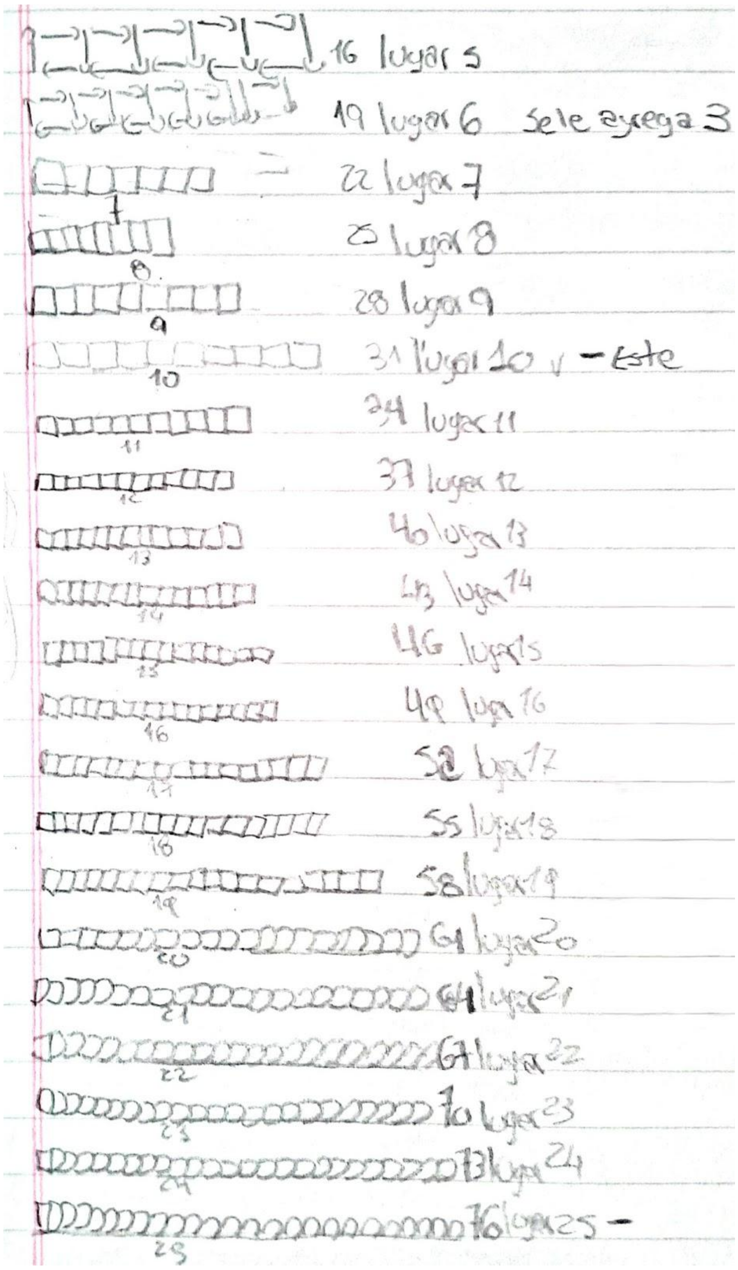
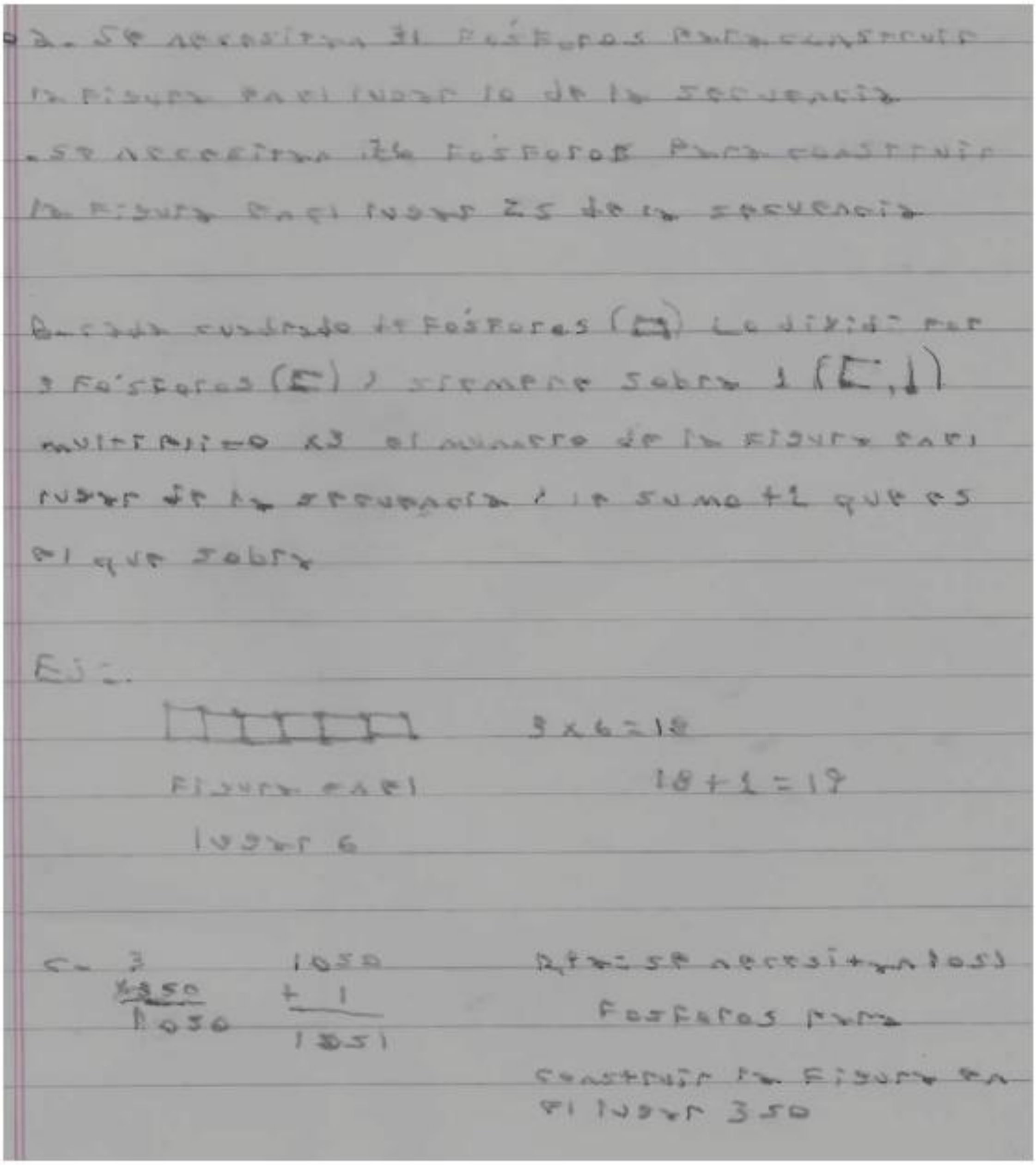


Imagen 13: Producción I

2. Regularidad sin lenguaje algebraico

En esta segunda producción (Imagen 14), el estudiante realiza el desarrollo de un método que refleja verbalmente una regularidad pero hay una ausencia de lenguaje algebraico, ya sea que el método responda correctamente o no al problema planteado.



2- Se necesitan 31 fósforos para construir la figura que ocupa lugar 10 de la secuencia.
Se necesitan 76 fósforos para construir la figura que ocupa lugar 25 de la secuencia.

Cada cuadrado de fósforos lo divido por 3 fósforos y siempre sobra 1 multiplico x3 el número de la figura que ocupa lugar de la secuencia y le sumo +1 que es el que sobra

Ej:

3x6=18
18+1=19
figura que ocupa lugar 6

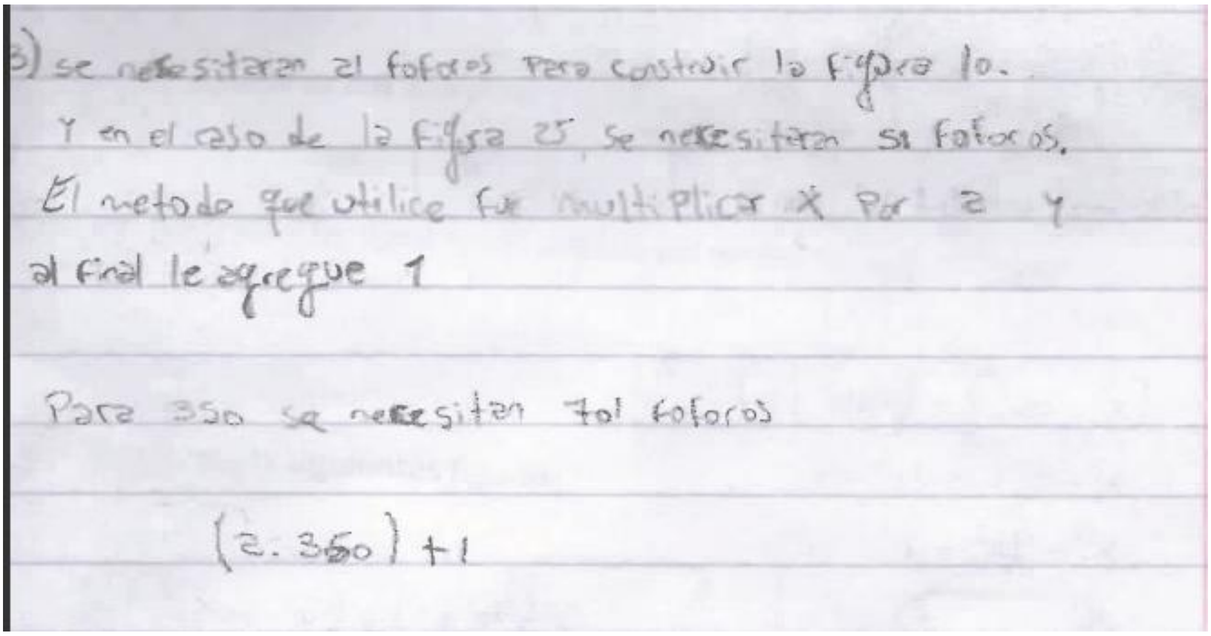
3 x 350 = 1050
1050 + 1 = 1051

Rta: se necesitan 1051 fósforos para construir la figura en el lugar 350

Imagen 14: Producción II

En este caso, el alumno respondió en lenguaje coloquial: “Cada cuadrado de fósforos, lo dividí por 3 fósforos y siempre sobra 1. Multiplico x 3 el número de la figura en el lugar de la secuencia y le sumo +1 qué es el que sobra”. El estudiante no produce una expresión algebraica, pero llega a generalizar.

Una compañera (Imagen 15) también responde en lenguaje coloquial a la consigna: “Se necesitaran 21 foforos para construir la figura 10. Y en el caso de la figura 25, se necesitaran 51 foforos. El método que utilice fue multiplicar x por 2 y al final le agregue 1”.


3) se nesesitaran 21 foforos para constuir la figura 10.
Y en el caso de la figura 25 se nesesitaran 51 foforos.
El metodo que utilice fue multiplicar x por 2 y
al final le agregue 1

Para 350 se nesesitan 701 foforos

(2.350) +1

Imagen 15: Producción III

La diferencia que podemos observar aquí con el ejemplo anterior, es la representación escrita del método. Cuando el alumno anterior realizaba por un lado la multiplicación y luego, al resultado, le sumaba 1, esta estudiante pudo expresarlo en una sola línea como $(2\,.\,350)\,+1$. Interpretamos que esta escritura ayuda a la producción de una fórmula, y entendemos que es un paso importante en el aprendizaje del álgebra.

3. Presencia de fórmula pero ausencia o dificultad en su valuación

En este contexto, destacamos la siguiente producción (Imagen 16), donde un estudiante notó que para armar la figura siguiente de la sucesión, se le deben agregar dos fósforos. Así, recursivamente, llega a encontrar la cantidad necesaria para el orden 10 y el orden 25. Al producir la fórmula, escribe “n+2”, dejando claro que para calcular la cantidad de fósforos, tendrá que agregar dos más a la cantidad anterior, que también es desconocida.

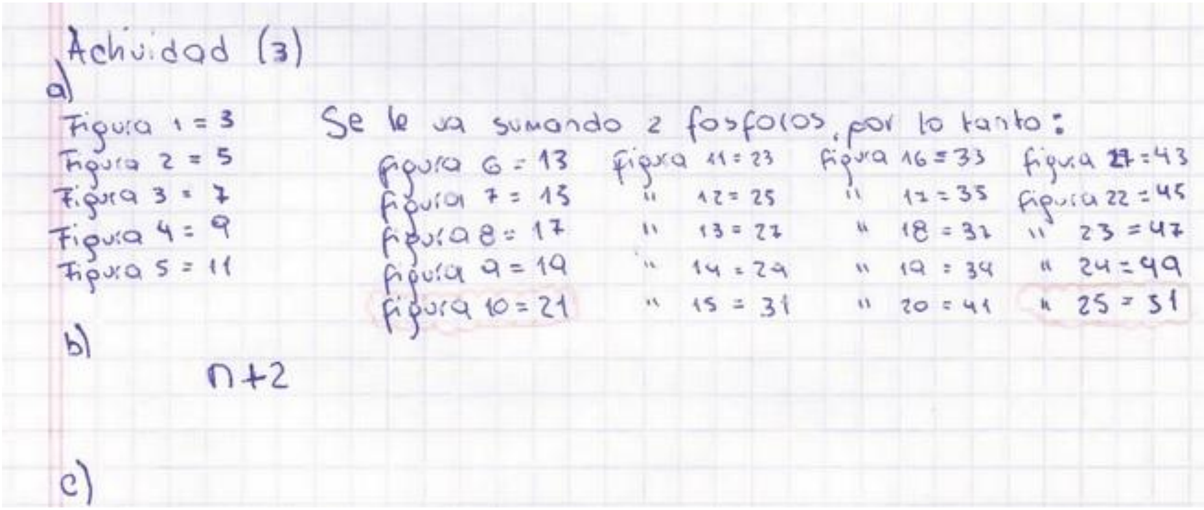
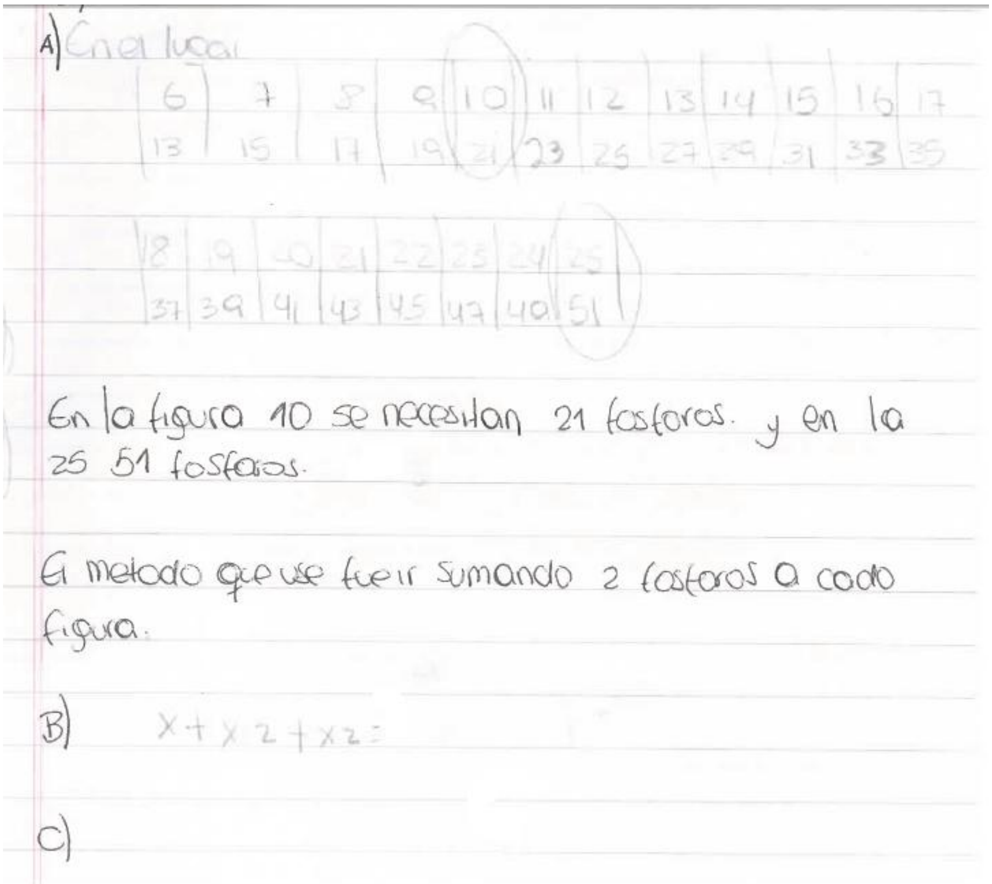


Imagen 16: Producción IV

Otra producción similar es la que se muestra en la Imagen 17, donde el estudiante arma una tabla colocando orden y cantidad de fósforos, hasta la figura 25. Se puede observar aquí un trabajo análogo al anterior. En ambos ejemplos se ve con claridad que encuentran (y demuestran haber encontrado) una regularidad. Identificamos en este punto una dificultad muy importante: si los alumnos encuentran una regularidad que efectivamente sirve para los casos pequeños y no consiguen escribir una expresión algebraica que represente esa regularidad, es posible que abandonen el trabajo. Es posible que tengan una sensación de frustración que les impida volver a empezar desde el principio cambiando el razonamiento: descartando el anterior para buscar una forma que ayude a contar los casos grandes. En este caso, se observa en la “producción de la fórmula” un intento de expresar la sumatoria del método que estaba utilizando: “ir sumando 2 fósforos a cada figura”.

Podemos preguntarnos por la importancia de encontrar el patrón de regularidad en la sucesión, pero hasta qué punto esto favorece por sí sola la producción de una expresión algebraica.



A)

6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
13	15	17	19	21	23	26	27	29	31	33	35

18	19	20	21	22	23	24	25
37	39	41	43	45	47	40	51

En la figura 10 se necesitan 21 fosforos. y en la 25 51 fosforos.

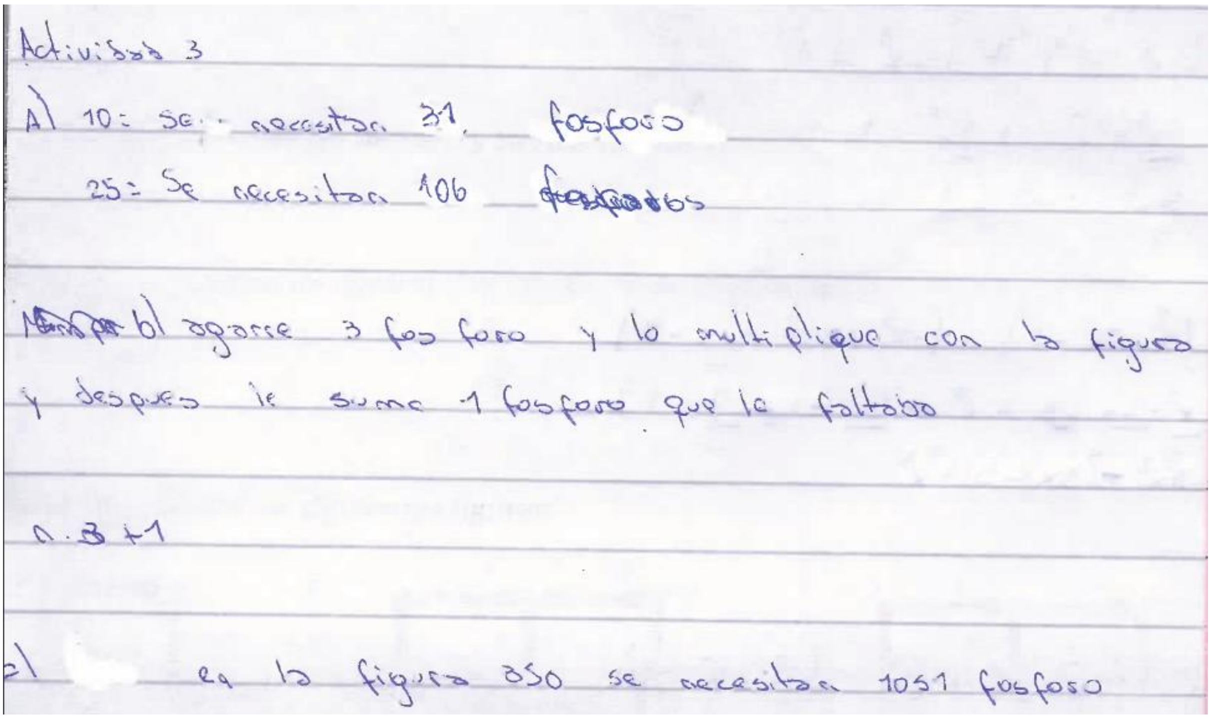
El metodo que use fueir sumando 2 fosforos a cada figura.

B) x + x 2 + x2 =

C)

Imagen 17: Producción V

Aunque en el inciso c se solicita textualmente “calcular usando la fórmula”, en el siguiente ejemplo (Imagen 18), el alumno sólo coloca la respuesta “en la figura 350 se necesitan 1051 fósforos”. El alumno aquí es capaz de generalizar el método a cualquier número que se le pida, pero no refleja la utilización de la expresión algebraica a la que llegó. Así como entendemos que no es un camino simple el ir de casos particulares a uno general, ver lo particular en lo general tampoco es trivial. Papini (2003, p 50), como lo mencionamos anteriormente, reconoce la importancia del lenguaje ya que al hablar, los estudiantes muestran su capacidad de generalizar. Pero ver lo particular en lo general es especializar el álgebra y requiere dejar lo particular para ver “más allá”. Este camino de lo general a lo particular no contó con mucho tiempo de trabajo en nuestras prácticas.



Actividad 3

A) 10: se necesitan 31 fosforo

25: Se necesitan 106 fosforos

b) agarre 3 fosforo y lo multiplique con la figura y despues le sume 1 fosforo que le faltaba

n . 3 + 1

c) en la figura 350 se necesitan 1051 fosforo

Imagen 18: Producción VI

Dejamos, para finalizar, una producción (Imagen 19) que completa el recorrido hasta el final: conteo para órdenes bajos, descripción de un método, producción de una fórmula y su posterior utilización. En este caso, el alumno encuentra los fósforos necesarios para construir los órdenes 10 y 25, con una escritura aritmética que facilita la posterior producción de la fórmula:

$$10\,.\,3 + 1 = 31$$
$$25\,.3 + 1 = 76$$

Realiza también una explicación de cómo hizo para encontrar el método y luego la fórmula: “Yo multiplique la figura en el lugar 5 por 3 y le sume 1 y me daba bien.” Es decir, pensó un método, y lo corroboró en un caso particular que conocía la cantidad necesaria.

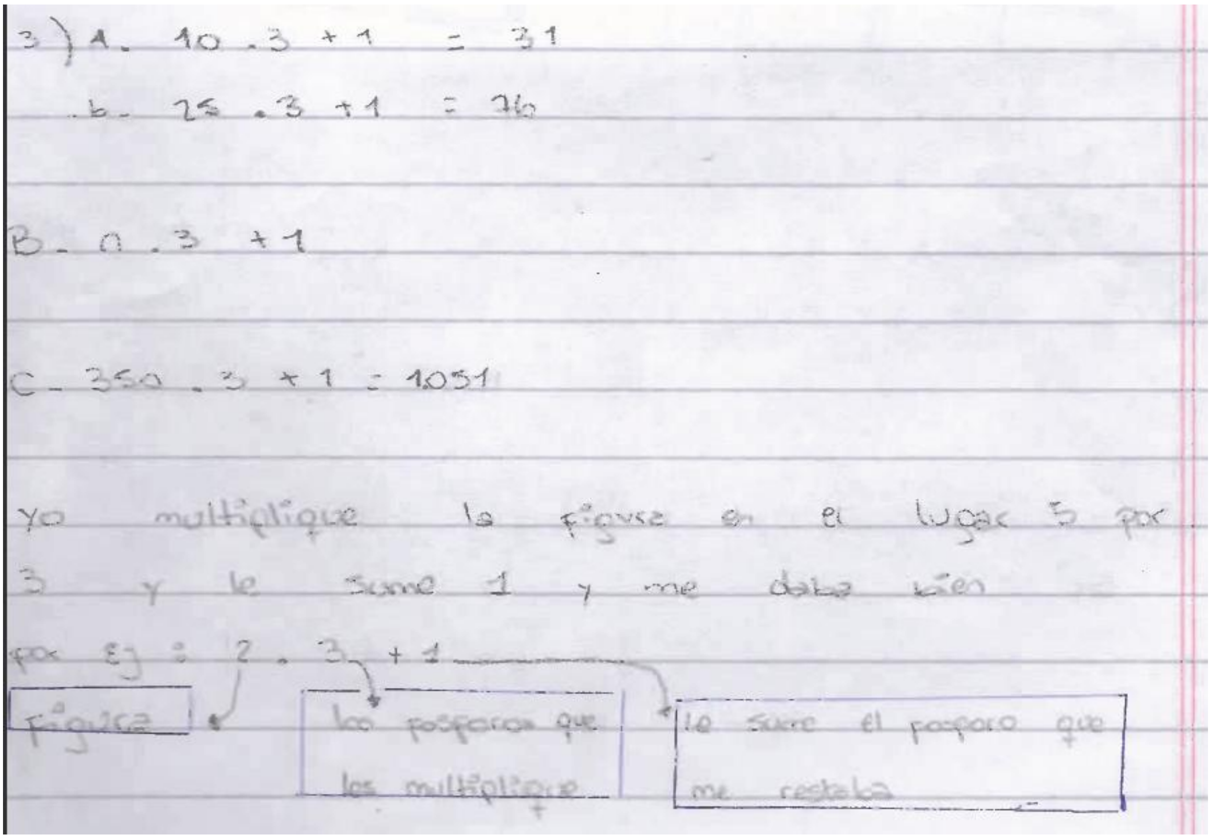


Imagen 19: Producción VII

A modo de conclusión

Entendemos lo que implicó a la humanidad el avance algebraico y la escritura. Por eso, no esperamos que en pocas clases un alumno pueda adquirir la habilidad y la abstracción necesaria para trabajar y escribir algebraicamente lo que se está pensando. Como hemos dicho anteriormente, aprender álgebra significa un cambio de pensamiento que los estudiantes pueden expresar tanto con sus palabras como con un lenguaje simbólico.

Por lo tanto retomamos a manera de conclusión, por un lado, que la aparición de letras en un contexto matemático no garantiza que se esté haciendo álgebra. De lo contrario, efectivamente el álgebra va a depender del sentido que las letras tengan para quién las esté manipulando. Por otro lado, concluimos que el trabajo algebraico no está habilitado únicamente a partir del uso de las letras, sino que va mucho más allá de eso. El trabajo con letras habilita una escritura simbólica que facilita, pero no es exclusiva.

Por último, nos gustaría considerar que, dado el escaso tiempo con el que contamos para trabajar en la construcción de sentido sobre el álgebra, podemos concluir que el trabajo algebraico requiere de mucho más tiempo y mucho más trabajo para ser desarrollado con más plenitud.

4. Reflexiones finales.

En nuestras prácticas hicimos una diferenciación de dos grandes partes: Por un lado planteamos una posible vía de entrada al álgebra con la intención de brindar a los alumnos la posibilidad de construir un sentido sobre el uso de las letras, en un contexto matemático, distinto al de objeto estático. Lo hemos hecho basándonos mayoritariamente en el trabajo realizado por Carmen Sessa (2005) realizando algunas modificaciones. Por otro lado, intentamos cumplir con los requisitos institucionales del objeto a enseñar que nos había sido asignado: Polinomios. Ambas partes tuvieron en nuestras prácticas el mejor lugar que les pudimos dar, pero nos hubiese gustado poder desarrollar con mayor tiempo la primera parte: ahondar en la producción de expresiones algebraicas y en la búsqueda de regularidades como eje central de la introducción al álgebra.

No nos parece un detalle menor que el tema Polinomios ya no figure en el Diseño Curricular vigente como objeto de enseñanza. Nos parece que es interesante dejar abierta la discusión sobre el hecho de que todavía se enseñe como contenido en sí mismo, al menos, en la institución que nos fue asignada.

Por último, nos gustaría retomar algunas conclusiones que nuestros alumnos escribieron en el contexto de la narrativa del trabajo práctico que realizaron. Si bien estas conclusiones no están relacionadas a contenidos específicamente matemáticos, nos produjo una sensación de enorme plenitud al leerlas. Encontramos que no sólo pudimos generar sentido al uso de las letras, sino que también pudimos generar un giro en el entendimiento que tenían ellos sobre lo que una clase de matemática (o las matemáticas en sí mismas) pueden llegar a ser:

> "Es un material en el cual hay que pensar mucho, hacer cálculos y muchas cosas para llegar a una conclusión, algo difícil pero que **nos hace utilizar la cabeza**."
>
> "Las conclusiones que saqué: hay varias formas de resolver algo y sirve mucho **compartir opiniones y preguntar si algo no se entiende**, para ver varias posibilidades de resolverlo."
>
> "La conclusión de todo esto es que **me ayudó a (...) desempeñarme más con mis compañeros y a expresarme mejor** a la hora de explicar las actividades."
>
> "Mi conclusión fue que el trabajo al principio me costó pero **después de lo hablado en clase y las explicaciones** lo pude resolver"
>
> "Creo que esta actividad tiene una finalidad de **fomentar el trabajo en grupo**, también el individualismo con los profesores, es decir, no depender siempre de ellos, sino que **por nuestra propia cuenta podemos resolverlo**, no perfecto porque es un proceso lento. (...) Y por último **poner en juego nuestros conocimientos** para la resolución de estos problemas."

5. Bibliografía

FLÜKIGER, A. (2000). *Genèse expérimentale d'une notion mathématique: la notion de division comme modèle de connaissances numériques*. Tesis doctoral, Universidad de Ginebra, Suiza. Disponible en: http://www.unige.ch/cyberdocuments/theses2000/FluckigerA/these.html (Último acceso 21/11/2016).

GERVÁN, H. (2012) *Introducción al estudio del álgebra. Desarrollo y análisis de una propuesta de enseñanza.* Informe Final M.O.P.E., FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba.

GVIRTZ, S.; PALAMIDESSI, M. (2008). *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*, Buenos Aires: Editorial Aique. Disponible en http://www.unter.org.ar/imagenes/10062.pdf (Último acceso 21/11/2016).

KIERAN, C. (1992). *El aprendizaje y la enseñanza del álgebra escolar.* Traducción inédita de The Learning and Teaching of School Algebra. En Lester, F. (ed.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning, 390-419,* New York: NCTM.

Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. (2011) *Diseño curricular de educación secundaria. Tomo 3: Orientación Ciencias sociales y humanidades. 2012-2015.*

PAPINI, M. (2002) Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 6(1), 41-71.

RUIZ MUNZÓN, N.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. (2015). El problema didáctico del algebra elemental: Un análisis macro-ecológico desde la teoría antropológica de lo didáctico. *REDIMAT*, 4(2), 106-131. doi: 10.17583/redimat.2015.1386.

SADOVSKY, P. (2005)*. Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

SESSA, C. (2005). *Introducción al estudio didáctico del álgebra. Orígenes y perspectivas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

SKOVSMOSE, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/1122/1/70_Skovsmose2000Escenarios_RevEMA.pdf (Último acceso 21/11/2016).

6. 7Anexo

6.1. Programa anual de matemática

PROGRAMA ANUAL DE MATEMÁTICA- 4º AÑO - C.O. - AÑO 2016

BLOQUE TEMÁTICO I

NÚMERO Y OPERACIONES

- Uso y reconocimiento de los números reales, incluidas las diferentes representaciones (fraccionarias y decimales, punto de la recta, porcentaje, irracionales con radicales), y de la proporcionalidad para resolver problemas tales como problemáticas sociales relevantes.
- Uso y análisis de diferentes estrategias de cálculo con números reales, seleccionando y justificando el tipo de cálculo (mental y escrito, exacto y aproximado, con y sin calculadora) y de la forma de expresar los números involucrados, evaluando la razonabilidad del resultado.
- Análisis de las operaciones con diferentes conjuntos numéricos (N, Z, Q, R) desde las propiedades y desde sus usos para resolver problemas.
- Reconocimiento de la insuficiencia de los números reales para expresar todas las raíces de una ecuación como lo indica su grado (por ejemplo, ecuaciones del tipo x2 + 1 = 0).

BLOQUE TEMÁTICO II

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

- Producción de argumentaciones acerca de la validez del Teorema Fundamental del Álgebra
- Obtención de expresiones algebraicas equivalentes usando diferentes propiedades.
- Polinomios. Operaciones con polinomios. Los polinomios en la geometría.
- Factorización de polinomios.
- Fracciones algebraicas. Ecuaciones.

BLOQUE TEMÁTICO III

PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA

- Interpretación de información matemática vinculada con censos (de población, de producción, etc.) evolución de distintas variables, índices e indicadores (entre otros)
- Construcción de gráficos –incluidos gráficos estadísticos- para analizar problemáticas sociales relevantes
- Interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas
- Reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemática

6.2. Planificación anual de Matemática

PLANIFICACIÓN ANUAL DE MATEMÁTICA- 4º AÑO - C.O. - AÑO 2016

PRESENTACIÓN Y FUNDAMENTOS

Matemática es un espacio de formación que favorece una manera particular de pensar, de generar ideas. La Matemática es un producto cultural y social: *producto cultural*, porque emana de la actividad humana y *producto social* porque emerge de la interacción entre personas que pertenecen a una misma comunidad y sus producciones relevantes están condicionadas por las concepciones de la sociedad en la que surgen. Hacer matemática es crear, producir; “es un trabajo del pensamiento, que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en el universo matemático que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran, y se reestructuran sin cesar” (Charlot, 1986, pp. 67, 68).
Concebida de este modo, la Matemática se presenta como una actividad de producción, por lo que *hacer matemática* implica dar la posibilidad de crearla, producirla.
La enseñanza de la matemática desempeña un triple papel en la educación de los alumnos y alumnas:

- Un papel formativo básico de las capacidades cognitivas intelectuales que nos aproximan a la realidad (razonamiento, abstracción, deducción, reflexión y análisis) y nos distancian de ella (creatividad, crítica e imaginación).
- Un papel funcional para resolver problemas, poner de relieve aspectos y relaciones de la realidad no directamente observables, anticipar y predecir sucesos antes que se produzcan.
- Un papel instrumental en la elaboración y conocimientos obtenidos en otras áreas.
- Frente a una opinión bastante generalizada de que la Matemática es algo abstracto y poco práctico, es importante que nuestros alumnos y alumnas descubran su utilidad y puedan convencerse de que ellos son capaces de dominarla.

OBJETIVOS GENERALES

- ❖ Valorar la importancia de la Matemática en la vida diaria, tecnológica, económica actual.
- ❖ Observar las regularidades, verificar los resultados, estimar medidas, desarrollar su creatividad, juicio crítico y formación integral, mediante la adquisición y ampliación gradual de conceptos.
- ❖ Apreciar la unidad de la Matemática, mostrando seguridad para comunicarse con ella.
- ❖ Establecer relaciones entre los contenidos matemáticos y los de otras disciplinas.
- ❖ Utilizar el razonamiento para hacer conjeturas, buscar evidencias, desarrollar argumentos y tomar decisiones.
- ❖ Caracterizar los diferentes conjuntos numéricos (N, Z, Q, R) por sus usos y sus propiedades
- ❖ Analizar las propiedades de las operaciones en los distintos conjuntos numéricos (N, Z, Q, R) en la resolución de problemas
- ❖ Generar diferentes estrategias de cálculo y estimar resultados al resolver problemas, evaluando la razonabilidad y validez de procedimientos y resultados de acuerdo con el problema.
- ❖ Organizar e interpretar datos estadísticos mediante tablas y gráficos, eligiendo la forma más adecuada, y utilizando reflexivamente -cuando sea posible- recursos tecnológicos. Interpretar
- ❖ información presentada en forma oral o escrita – textos, gráficos, fórmulas- para resolver problemas

APRENDIZAJES Y CONTENIDOS

BLOQUE TEMÁTICO I **Eje vertebrador:** **NÚMERO Y OPERACIONES**	**BLOQUE TEMÁTICO II** **Eje vertebrador:** **ÁLGEBRA Y FUNCIONES**	**BLOQUE TEMÁTICO III** **Eje vertebrador:** **PROBABILIDAD Y LA ESTADÍSTICA**
• Uso y reconocimiento de los números reales, incluidas las diferentes representaciones (fraccionarias y decimales, punto de la recta, porcentaje, irracionales con radicales), y de la proporcionalidad para resolver problemas. • Uso y análisis de diferentes estrategias de cálculo con números reales, seleccionando y justificando el tipo de cálculo (mental y escrito, exacto y aproximado, con y sin calculadora) y de la forma de expresar los números involucrados, evaluando la razonabilidad del resultado. • Análisis de las operaciones con diferentes conjuntos numéricos (N, Z, Q,D, R) desde las propiedades y desde sus usos para resolver problemas. • Reconocimiento de la insuficiencia de los números reales para expresar todas las raíces de una ecuación como lo indica su grado (por ejemplo, ecuaciones del tipo x2 + 1 = 0).	• Producción de argumentaciones acerca de la validez del Teorema Fundamental del Álgebra • Obtención de expresiones algebraicas equivalentes usando diferentes propiedades. . • Polinomios. Operaciones con polinomios. Los polinomios en la geometría. • Factorización de polinomios. • Fracciones algebraicas. Ecuaciones.	• Interpretación de información matemática vinculada con censos (de población, de producción, etc.) evolución de distintas variables, índices e indicadores (entre otros) • Construcción de gráficos –incluidos gráficos estadísticos- para analizar problemáticas sociales relevantes • Interpretación y elaboración de información estadística en situaciones problemáticas • Reconocimiento y uso de la probabilidad como un modo de cuantificar la incertidumbre en situaciones problemáticas
FORMATOS CURRICULARES ASIGNATURA- MATERIA	**FORMATOS CURRICULARES** ASIGNATURA- MATERIA	**FORMATOS CURRICULARES** ASIGNATURA- MATERIA

ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE

- Incluirá problemas para propiciar la reflexión acerca del ***alcance de un concepto***, ya que éste cobra sentido a partir de los problemas que permite y de los que no permite resolver; es decir, se espera que el estudiante a propósito de un conjunto de problemas decida en qué casos el conocimiento sobre el que se está trabajando resulta adecuado para resolver el problema y en qué casos no.
- Presentará los contenidos procurando una ***conexión*** entre ellos, de tal manera que los estudiantes conciban la matemática como un todo estructurado, a partir de la construcción de saberes en torno a las necesidades que surjan al resolver problemas intra o extramatemáticos.
- Introducirá en la medida de lo posible la ***utilización de las TIC:***
  - ✓ Incluirá los programas graficadores como medio para enriquecer la comprensión de problemas pues potencian la representación gráfica, la rapidez de cálculo y la modelización sin acudir a la forma clásica. Al respecto es fundamental que el docente sea gestor de la resolución de problemas y de la reflexión sobre los mismos, para evitar caer en el trabajo rutinario con la tecnología y que los estudiantes pierdan de vista la actividad que deben realizar. Se trata de propiciar la concentración en el problema a resolver y no en la mecánica.
  - ✓ Incorporará la calculadora como medio para explorar relaciones matemáticas y para resolver cálculos en problemas más complejos.
  - ✓ Esta herramienta puede favorecer que los estudiantes se centren en el análisis del problema, en los datos presentados o en el tipo de preguntas que se formulan. Introducirá otras tecnologías de la información y comunicación como herramientas de enseñanza para propiciar el aprendizaje de la matemática

CRITERIOS Y FORMAS DE EVALUACIÓN

- Valorar el pensamiento estratégico en la resolución de problemas.
- Desarrollar el uso de lenguaje especifico.
- Interpretar información numérica contenida en tablas y gráficos.
- Entender el uso y significado de fórmulas.
- Usar lenguaje matemático adecuado en forma oral y escrita.
- Reconocer y utilizar en forma pertinente las nociones matemáticas que se requieren para resolver problemas.
- Utilizar formas adecuadas de representación (tablas, gráficos) según el propósito y la particularidad del problema.
- Operar numéricamente y obtener resultados razonables en función de los datos.
- Analizar la razonabilidad de resultados en operaciones.
- Evaluar la razonabilidad de resultados de acuerdo con el problema que se intenta resolver.
- Producir argumentos matemáticos adecuados para justificar procedimientos.
- Vincular los conocimientos matemáticos con los de otras áreas para resolver y comprender fenómenos en estudio.
- Recurrir a modelos funcionales adecuados al problema que se intenta resolver
- *Conducta en trabajos individuales y/o grupales*
- *Presentación de trabajos en tiempo y forma*
- *Evaluación teórico-práctico (oral y escrito)*

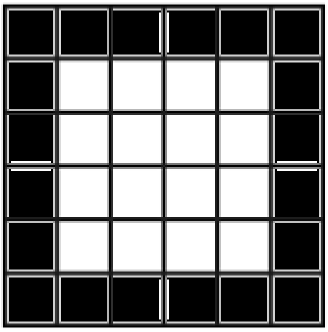
BIBLIOGRAFÍA Y/O WEBGRAFÍA SUGERIDA AL ALUMNO

- FERRARIS,Liliana ; TASSO,Marcela (2006) “Una puerta abierta a la Matemática” Polimodal 1Ed.Comunicarte Cba. Arg.
- PISANO,Juan Pablo (2009) “Logikamente (Tomo 3)” Ediciones Logikamente Bs. As.
- BERIO,Adriana ; COLOMBO,María L.;D’ALBANO,Carina ; SARDELLA,Oscar ; ZAPICO,Irene (2001) “Matemática 1 Activa “ Ed. Puerto de Palos Bs.As . Arg.

6.3. Actividad: “Cuadraditos pintados”

Actividad

1) Dado el siguiente cuadrado de 6 cuadraditos de lado:



A. ¿Cuántos cuadraditos hay pintados?
B. ¿Cuántos cuadraditos pintados habrá en un cuadrado similar de 10 cuadraditos de lado?
C. ¿Y en un cuadrado de 37 cuadraditos de lado?

---

2) En grupos de 4 integrantes, discutir las soluciones obtenidas y elegir una (o dos) para contarla al resto de sus compañeros. Para ello deberán escribir una breve explicación del método escogido.

---

3) Elegir alguno de los métodos que fueron presentados en el pizarrón y escribir una fórmula que lo represente. Ésta fórmula debe servir para calcular los cuadraditos pintados de cualquier cuadrado de lado n.

---

4) ¿Cuáles de las siguientes expresiones son equivalentes a la encontrada? Justificar la respuesta.

- $2n + 2n - 4$
- $4n - 4$
- $5n - 5$
- $2(2n - 2)$
- $4(n \; - 1)$
- $4n - 1$
- $n \; + \; 2 \; (n - 2) \; + \; n$
- $2n + 70$

---

5) A) ¿Para qué valor (o valores) de *n* la expresión *4(n-1)* y la expresión *6n-8* coinciden en el mismo resultado?

B) ¿Para qué valor (o valores) de *n* la expresión *2n + 2(n-2)* y la expresión *3(n+23)* coinciden en el mismo resultado?

C) ¿Existe algún valor posible de *n* para el cual la cantidad de cuadraditos sombreados sea 587?

D) Dos estudiantes contaron los cuadritos pintados de un cierto cuadrado: uno obtuvo 6592 y otro 6594. ¿Se puede saber cuál de los dos contó bien?

6.4. Actividad: Calendario Mágico

Juego: Calendario Mágico

1. De un calendario, elija cuadrados de lado dos y realice la diferencia del producto de las diagonales. Gana quien encuentre el resultado más grande.

AGOSTO 2016

LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO	DOMINGO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

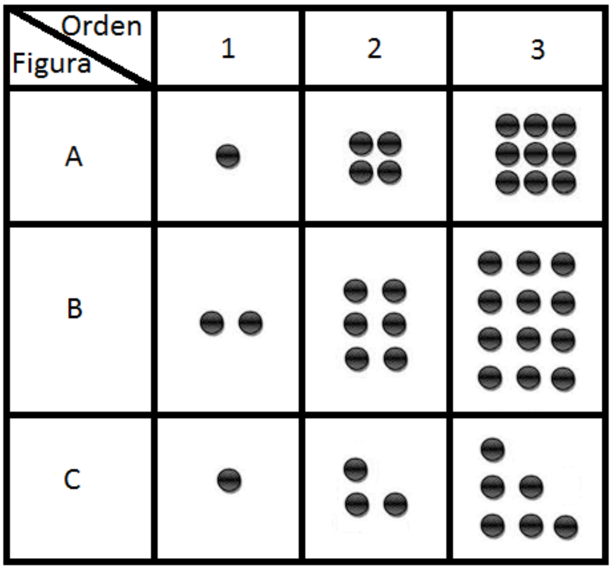
2. Escribir una fórmula que represente el cálculo solicitado en el juego (siendo n el menor número del cuadrado).

3. Encuentren una expresión equivalente aplicando propiedad distributiva y cancelando si es posible

6.5. Trabajo práctico. Cuarto año "A"

Trabajo práctico

<u>En grupos de **dos** integrantes:</u> Observe la siguiente tabla y responda las preguntas:



1) ¿Cuántos puntos tendrán las tres figuras A, B y C en los órdenes 4, 5 y 6?
2) ¿Cuántos puntos tendrán en el orden 15? ¿Y 43?
3) ¿Cuántos puntos tendrán en el orden n ?

<u>Parte individual</u>: Teniendo en cuenta la actividad **anterior escriba una descripción de no menos de 8 renglones** donde se reflejen las siguientes cuestiones:

Una descripción de la actividad realizada que incluya los procedimientos llevados a cabo. Una comparación con los procedimientos que desarrollaron los otros grupos. ¿Cuáles fueron los procedimientos que descartó hasta llegar al final? ¿Cuáles fueron los inconvenientes que tuvo? y ¿cómo los resolvió? ¿Cuáles fueron las discusiones que se desarrollaron en su grupo? ¿Qué parecidos encuentra con las actividades que hemos desarrollado anteriormente?¿Qué conclusiones puede sacar del trabajo realizado

El objetivo de esta entrega es que puedan realizar una reflexión tanto sobre esta actividad como del desarrollo matemático que venimos llevando a cabo en las clases anteriores. En el caso de no haber podido completar todos los órdenes de las figuras, se considerará igualmente válida cualquier entrega que refleje una reflexión al respecto.

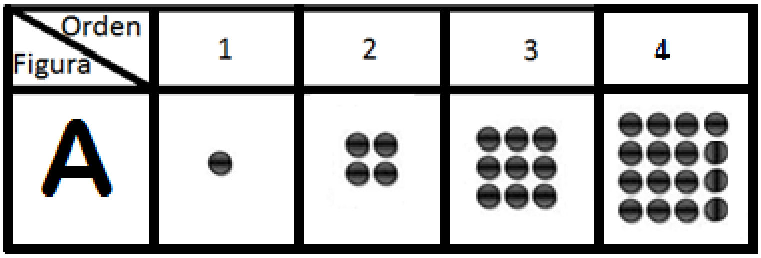
La evaluación integrará: la entrega, la producción individual de la descripción y el trabajo realizado en las clases

6.6. Trabajo práctico. Cuarto año "B"

Trabajo Práctico

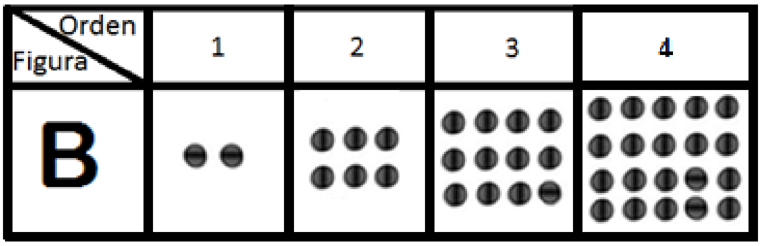
En grupos de **dos** integrantes, observen las siguientes tablas, y respondan las preguntas:

1.



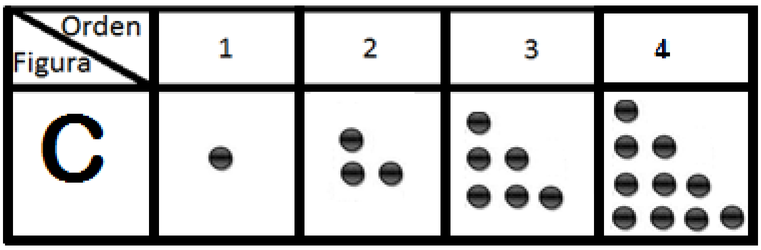
a. ¿Cuántos puntos tendrá la figura A en los órdenes 5 y 6?
b. ¿Cuántos puntos tendrá en el orden 15? ¿Y 43?
c. Escriba una fórmula que sirva para calcular la cantidad de puntos de la figura para cualquier orden n.

3.



a. ¿Cuántos puntos tendrá la figura B en los órdenes 5 y 6?
b. ¿Cuántos puntos tendrá en el orden 15? ¿Y 43?
c. Escriba una fórmula que sirva para calcular la cantidad de puntos de la figura para cualquier orden n.

4.



a. ¿Cuántos puntos tendrá la figura C en los órdenes 5 y 6?
b. ¿Cuántos puntos tendrá en el orden 15? ¿Y 43?
c. Escriba una fórmula que sirva para calcular la cantidad de puntos de la figura para cualquier orden n.

<u>**Parte individual:**</u> Teniendo en cuenta la actividad anterior **escriba una descripción de no menos de 8 renglones** donde se reflejen las siguientes cuestiones:

Una descripción de la actividad realizada que incluya los procedimientos llevados a cabo. Una comparación con los procedimientos que desarrollaron los otros grupos. ¿Cuáles fueron los procedimientos que descartó hasta llegar al final? ¿Cuáles fueron los inconvenientes que tuvo? ¿Cómo los resolvió? ¿Cuáles fueron las discusiones que se desarrollaron en su grupo? ¿Qué parecidos encuentra con las actividades que hemos desarrollado anteriormente? ¿Cómo hizo para calcular los puntos en el orden n? ¿Encontró una fórmula? ¿Para qué sirve esa fórmula? ¿Qué conclusiones puede sacar del trabajo realizado?

El objetivo de esta entrega es que puedan realizar una reflexión tanto sobre esta actividad como del desarrollo matemático que venimos llevando a cabo en las clases anteriores. En el caso de no haber podido completar todas las consignas, se considerará igualmente válida cualquier entrega que refleje una reflexión al respecto de hasta dónde llegaron a trabajar.
La evaluación integrará: la entrega, la ***producción individual*** de la descripción y el trabajo realizado en las clases.

La entrega se tendrá que realizar vía mail, a la dirección ……………………………hasta el día <u>LUNES 29 DE AGOSTO</u>, colocando en el asunto "Trabajo Práctico- Nombre y Apellido" (Por ejemplo, "Trabajo Práctico- Juan Pérez"). Pueden, si así lo desean, adjuntar imágenes o fotos, o realizarlo desde un procesador de texto y adjuntarlo al mail (por ejemplo Word).

6.7. Teórico. Primera parte

Expresiones algebraicas. Polinomios

El uso de letras en la resolución de problemas crea un **nuevo lenguaje** en la Matemática, el **lenguaje algebraico**. Cuando usamos letras para representar relaciones aritméticas entramos en la parte de la Matemática llamada **Álgebra**. El Álgebra es una gran herramienta de la Matemática para resolver situaciones que, con la sola aplicación de números no obtendríamos tan fácilmente los resultados.

El lenguaje algebraico es muy útil por dos razones:

- Puede ser utilizado para abreviar y simplificar expresiones largas y complicadas.
- Es un modo adecuado de generalizar muchas expresiones específicas como propiedades o reglas más generales.

Los matemáticos consideran al Álgebra como un conjunto de objetos con reglas que los conectan y/o relacionan. Así, una buena definición de álgebra es la que dice que **“es el idioma de la Matemática”**.

Para resolver problemas matemáticos por medio del álgebra es necesario traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico. ¿Cómo hacemos esto? Veamos los siguientes ejemplos:

- Un número cualquiera puede representarse algebraicamente con una letra, como por ejemplo la letra x.
- El enunciado “un número incrementado en 4” se puede escribir como $x + 4$.
- El doble de un número es $2x$.

En algunos problemas dos números se relacionan de tal manera que a uno de ellos lo podemos *representar* con una variable y al otro número como una *expresión que contiene esa variable*. Por ejemplo: ¿Cómo describir algebraicamente “La suma de dos números consecutivos”? Denotemos con la letra m a un número cualquiera. Su consecutivo lo podemos escribir como $m + 1$, así, la suma de dos números consecutivos es $m + (m + 1)$.

Con el desarrollo del Álgebra se fueron encontrando algoritmos para solucionar determinados problemas de tipo aritmético o geométrico que nosotros conocemos como **fórmulas.** Un algoritmo es un conjunto de procedimientos para resolver problemas de manera automática, realizando solamente una sustitución.

Actividad:

1. Escriba en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

   a) La suma de tres números consecutivos.

   b) El producto entre un número y su doble.

   c) La suma entre el cuadrado de un número y su antecesor.

2. Para cuáles números se cumple:

   a) La suma entre dos números consecutivos es 345.

   b*) La suma entre un número y su triple es 560.*

6.8 Teórico. Segunda parte

DEFINICIÓN: Una **expresión algebraica** es aquella en la que aparecen *variables* (representadas mediante letras) y constantes (números) ligados con las operaciones numéricas usuales.
Ejemplos de expresiones algebraicas son los siguientes:

$$\mathbf{3x + 4y^2} \qquad \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{x}} + \mathbf{3y^{-3}} \qquad \sqrt{\mathbf{2x}} + \mathbf{5}$$

De ahora en más consideramos expresiones algebraicas similares a las del primer ejemplo, en las que no hay variables **ni** en el denominador de una fracción, **ni** dentro de una raíz **ni** con exponentes negativos.

Cuando hablamos de **evaluar** expresiones algebraicas, lo que hacemos es darle un valor específico a la variable y buscar un resultado. Dos expresiones algebraicas son **equivalentes** si evaluadas en cualquier valor específico, ambas dan el mismo resultado.

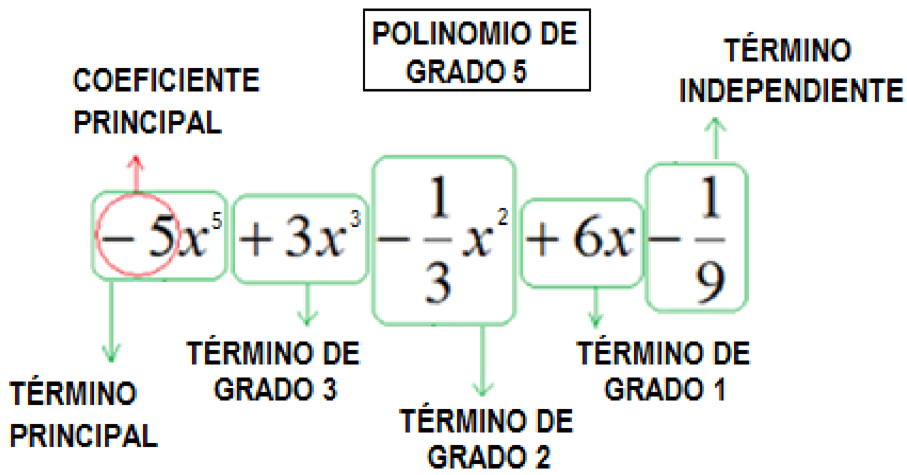
DEFINICIÓN: Las expresiones algebraicas formadas por el producto entre un número cualquiera y una potencia de una variable (con exponente positivo) se denominan **monomios**.
El número que multiplica a la potencia de la variable es el **coeficiente del monomio** y la letra es la **variable**. Por ejemplo, son monomios las expresiones $3x^5$, $-x^7$, $-6m^3$, m, $2b$, etc.

Llamaremos **grado de un monomio** al exponente de la variable: $3x^5$ es un monomio de grado 5.

Dos monomios son **semejantes** si poseen las mismas variables, y éstas están elevadas al mismo exponente. Por ejemplo $-2x^4$ y $\frac{5}{4}x^4$ son semejantes.

DEFINICIÓN: Un **polinomio** es una expresión algebraica que resulta de la suma de uno o más monomios de distinto grado.
Las siguientes expresiones son ejemplos de polinomios:

$$x^5 - 2x^3 + 8 \qquad 3 + 7x^2 \qquad 5m^3 - 3m^2 + m - 10$$



- El **Coeficiente principal** de un polinomio es el número que multiplica a la variable del monomio de mayor grado.
- El **término independiente** de un polinomio es aquel que no tiene ninguna variable.
- El **grado de un polinomio** está dado por el mayor exponente al que está elevada la variable.
- Por ejemplo: el polinomio es de grado 6.
- Diremos que un polinomio está **completo** cuando tiene escritos todos sus términos: desde el término de mayor grado hasta el término independiente.
- Un polinomio se dice **ordenado** si los monomios que lo forman están escritos de mayor a menor grado.

RAICES DE UN POLINOMIO: Diremos que un número *a* es una raíz del polinomio P(x) si el valor numérico de P(x) en *x=a* es igual cero. Por ejemplo, 2 es raíz del polinomio $x^3 - 8$, pues $2^3 - 8 = 0$

6.9 Teórico. Tercera parte

Operaciones con Polinomios

Algunos formas de representar polinomios

$P(x) = x^3 - x^2 + 5$ Polinomio P de variable x

$Q(n) = 3n^5 + 4$ Polinomio Q de variable n

$R(t) = -2t^5 + 4t$ Polinomio R de variable t

Suma de Polinomios

Para sumar polinomios hay que sumar los monomios semejantes.

$\boldsymbol{P(x)} = 4x^3 + 5x^2 - x + 8 \quad \boldsymbol{Q(x)} = x^4 + 3x^3 + 2x - 3$

$P(x) + Q(x) = (4x^3 + 5x^2 - x + 8) + (x^4 + 3x^3 + 2x - 3)$

$\boldsymbol{P(x) + Q(x)} =$

Suma de monomios

$-5n + (-2n) = -7n$

$-5x^3 + 2x^3 = -3x^3$

Resta de Polinomios

Para restar dos polinomios, se suma al minuendo el opuesto del sustraendo

$\boldsymbol{P(x)} = 4x^3 + 5x^2 - x + 8 \quad \boldsymbol{Q(x)} = x^4 + 3x^3 + 2x - 3$

$P(x) - Q(x) = (4x^3 + 5x^2 - x + 8) - (x^4 + 3x^3 + 2x - 3)$

$P(x) - Q(x) = 4x^3 + 5x^2 - x + 8 - x^4 - 3x^3 - 2x + 3$

$\boldsymbol{P(x) - Q(x)} =$

Resta de monomios

$-5n - (-2n) = -3n$

$5x^3 - 3x^3 = 2x^3$

Multiplicación de Polinomios

Para multiplicar dos polinomios $P(x)$ y $Q(x)$ se multiplica cada monomio de $P(x)$ por cada monomio de $Q(x)$ y luego se suman los términos semejantes.

$\boldsymbol{P(x)} = 3x^3 - 2x \qquad \boldsymbol{Q(x)} = 7x^2 - 5$

Multiplicación de monomios

$5x^6 . 3x^2 = 15x^8$

$(-3n^3).(2n^6) = -6n^9$

$(-3y).(-8y^3) = 24y^4$

$P(x).Q(x) = (3x^3 - 2x).(7x^2 - 5)$

$P(x).Q(x) = 3x^3.7x^2 + 3x^3.(-5) + (-2x).7x^2 + (-2x).(-5)$

$P(x).Q(x) = 21x^5 - 15x^3 - 14x^3 + 10x$

$\boldsymbol{P(x).Q(x)} =$

OBSERVACIÓN: en la multiplicación de monomios, ¿Cómo es el grado del resultado con respecto al grado de los factores? ¿Qué sucede en la suma y en la resta?

6.10. Guía de actividades. Polinomios

Actividades

1) ¿Qué polinomios corresponden a esta anotación?

" $Q(x)$ es un polinomio, su coeficiente principal es 9 y su término independiente es -6 ; además, tiene un término de grado 3 con coeficiente $\frac{1}{3}$ "

2) Escribir un análisis similar al ítem 1 con los siguientes polinomios:

a) $P(x)=-7x^5+6x^3+2$

b) $R(m)=\frac{-5}{2}m^6+\frac{3}{5}m^4-m^3-1$

c) $Q(n)=n^2-5n+1$

d) $S(t)=t+1$

3) ¿Cuáles de las siguientes expresiones algebraicas son polinomios?

$$T(u)=90u \qquad Q(v)=\sqrt{5}.v^4+0{,}7v^2-5v \qquad R(m)=6\sqrt{m}+5 \qquad V(x)=2x+5x^{-3}$$

$$P(t)=\frac{2}{5}-5t \qquad Z(x)=2(7x+1) \qquad W(n)=\frac{n+2}{4} \qquad S(y)=\frac{y+2}{y+4} \qquad U(x)=0{,}4x^7+x^2-1$$

4) Teniendo en cuenta los polinomios:

$$P(x)=2x^3+5x^2-x+7 \qquad Q(x)=-5+4x^2-6x-2x^3 \qquad R(x)=x^4-3x$$

a) Calculá: $P(x)+Q(x)$ $\quad P(x)-R(x)$ $\quad 2Q(x)+3R(x)$

b) ¿Será lo mismo evaluar $P(1)$ y $Q(1)$ y luego sumarlos, que primero sumar los polinomios y luego evaluar en 1?

c) ¿Es lo mismo hacer $P(x)-R(x)$ que $R(x)-P(x)$? Explicá tu respuesta.

5) Calculá $P(x).Q(x)$ **en cada caso:**

a) $P(x)=\frac{1}{6}x^4+\frac{2}{3}x^3-4x^2 \quad Q(x)=6x$

b) $P(x)=-8x^2+4x-10 \quad Q(x)=\frac{1}{2}x^2$

c) $P(x)=5x^3+6x^2-12x \quad Q(x)=x-2$

d) $P(x)=-8x+10 \quad Q(x)=\frac{1}{3}x+1$

6) Sean: $P(x)=2x-1 \quad Q(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2+2 \quad R(x)=-2x^2+3$ **calculá:**

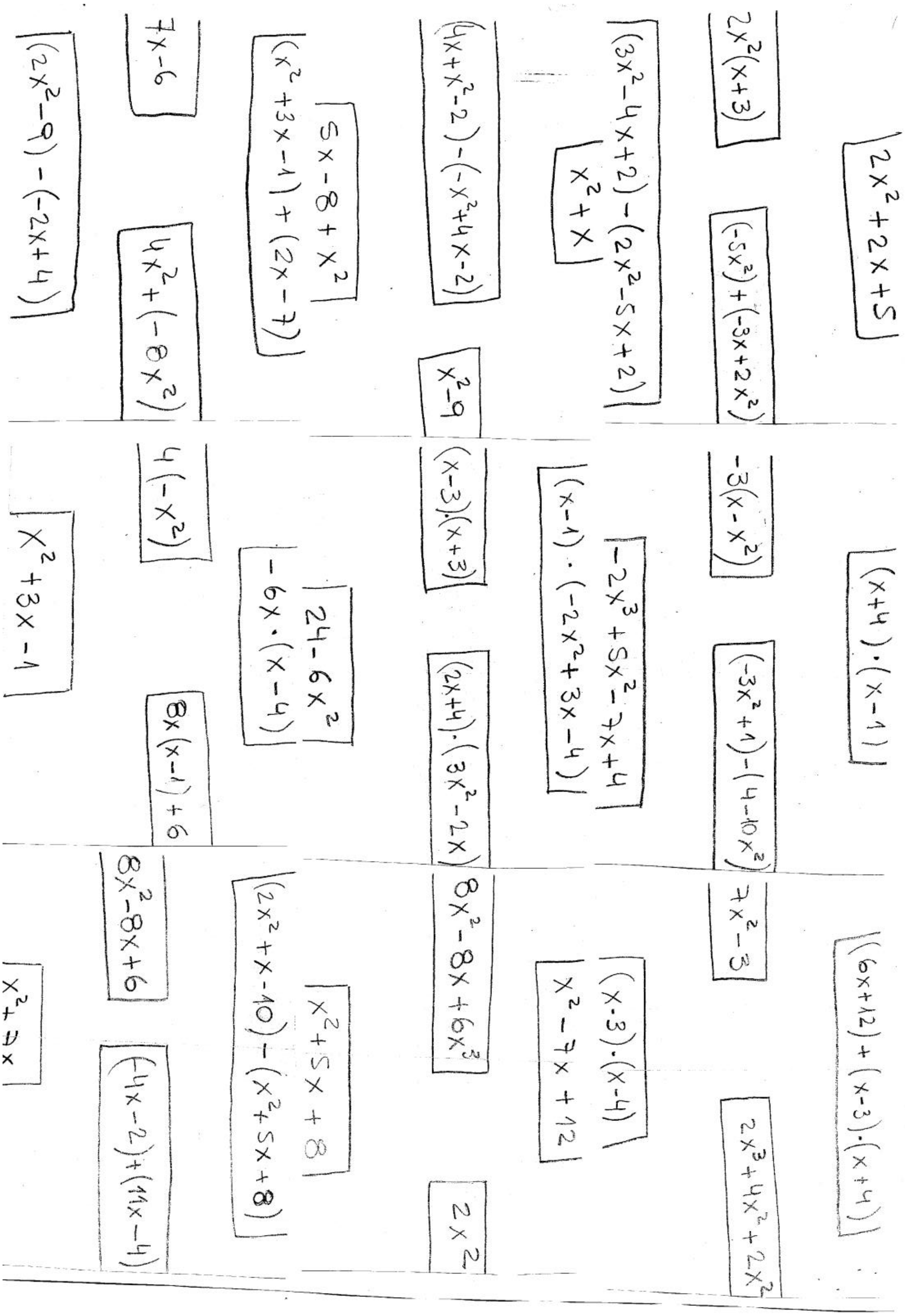
a) $R(x).R(x)$ **b)** $P(x).Q(x)$ **c)** $Q(x)-R(x)$

d) $-R(x).P(x)$ **e)** $-3Q(x).R(x)$ **f)** $-P(x).R(x)$

7) a) Sea $P(x)=2x^3+5x^2-x+7$ **proponé un polinomio** $T(x)$ **que cumpla:** $P(x)+T(x)=0$

b) Sea $Q(x)=-2x^3+4x^2-6x-5$ **proponé un polinomio** $S(x)$ **que cumpla** $Q(x)+S(x)=0$

6.11. Rompecabezas. Cuarto Año "A"



6.12. Rompecabezas. Cuarto Año “B”

$(-x^3 + 3x^2 - 4) - (-2x^3 + 3x - 5)$

$-x^3 - 2x^2 - x + 5$ | $(-2x^3 + x^2 - x + 2) + (x^3 - 5x^2 + 3)$

$x^4 + 3x^3 - 6x - 2$

$(-3x^3 + x^2 + 5) - (-2x^2 - 3x + 14)$

$-x^3 - 4x^2 - x + 5$ | $(-2x^3 - x^2 + 5) + (-x^3 + 7x^2 - x)$

$x^4 + 3x^3 + 2$

$(2x^3 + x^2 + 10) - (7x^3 + 2x^2 - 9)$

$-3x^3 + 6x^2 - x + 5$ | $(x^3 - 3x^2 + 5) + (-2x^3 + x^2 - x)$

$-x^4 + x^3 - 6x + 2$

$(x^4 - 3x + 5) - (-3x^3 + 3x + 7)$

$7x^3 - x^2 + 5$ | $(x^4 - 3x^2 - 2) + (x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 7)$

$x^3 - 4x^2 + 11x - 8$

$(2x^3 - 3x + 2) - (-x^4 - x^3 - 3x)$

$2x^4 - 7x^3 - x^2 + 5$ | $(-x^4 + 5x^2) + (2x^4 + 5x^3 - 6x^2 + 5)$

$x^3 + 4x^2 + 14x$

$(3x^3 + 2x - 3) - (x^4 + 2x^3 + 8x - 5)$

$x^4 + 5x^3 - x^2 + 5$ | $(x^4 - x^2 + 3) + (-x^4 + 7x^3 + 2)$

$x^3 + 2x^2 + 6x - 6$

$(-x^3 + 5x - 4) - (-2x^3 + 4x^2 + 9x + 4)$

$-2x^2 + x + 1$ | $(-x^2 + x + 3) + (3x^2 - 2)$

$x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

$(3x^2 + 10x - 3) - (-x^3 - x^2 - 4x - 3)$

$2x^2 + x + 1$ | $(3x^2 - x) + (-2x^2 + 1)$

$-3x^3 + 3x^2 + 3x - 9$

$(x^3 + 7x^2 - x + 5) - (5x^2 - 7x + 11)$

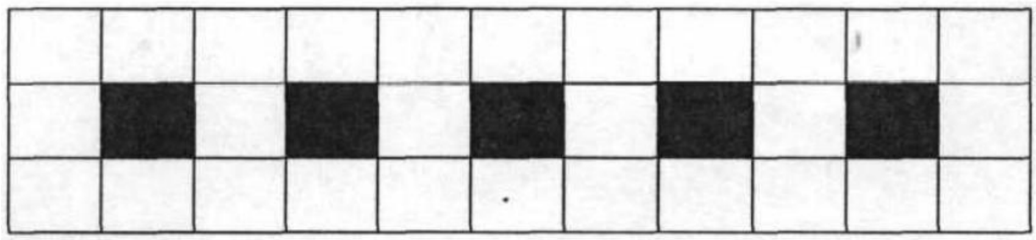
$x^2 - x + 1$ | $(x^2 - x + 1) + (-3x^2 + 2x)$

$-5x^3 - x^2 + 19$

6.13. Actividades. Clase de Repaso

Actividad

1. Para realizar una separación, se colocan en línea canteros cuadrados rodeados de baldosas de la misma forma como indica el dibujo:



A. ¿Cuántas baldosas se necesitarán si se colocan 5 canteros? ¿Y si se colocan 30 canteros?

B. Escribir una fórmula que sirva para calcular la cantidad de baldosas para una cantidad x de canteros.

C. Calcular, usando la fórmula, cuántas baldosas se necesitarán si se desean colocar 250 canteros.

2. Escriba algebraicamente las siguientes expresiones:

a) La suma del cuadrado de un número con su anterior.

b) La diferencia de un número con el cuadrado de su consecutivo.

c) El producto entre el un número y su raíz cuadrada.

6.14. Evaluación. Cuarto año “A”. Tema A

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

4º Año “A” - Jueves 01 Septiembre 2016 - **TEMA A**

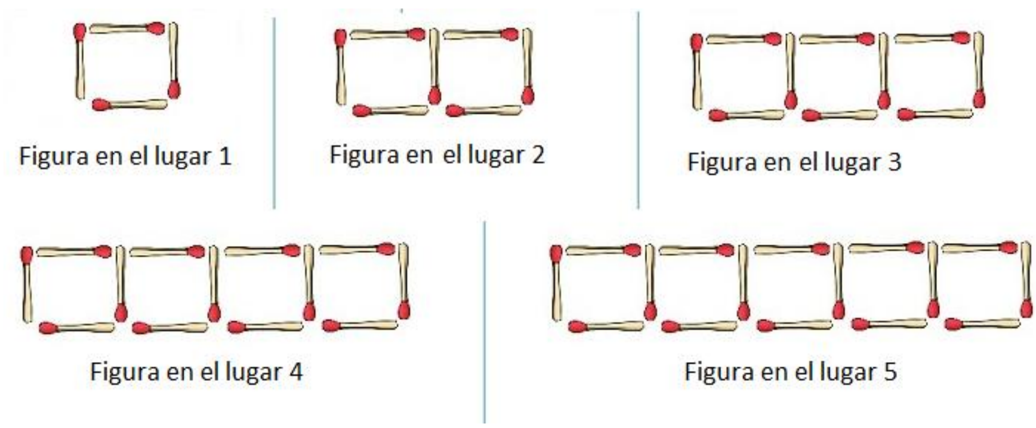
NOMBRE:

	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3	TOTAL
Puntaje				

Objetivos de Evaluación:

• Reconocer expresiones algebraicas equivalentes.
• Desarrollar operaciones con polinomios: Suma y Resta.
• Interpretar el lenguaje coloquial y su traducción al lenguaje algebraico.
• Producir expresiones algebraicas, a partir de la búsqueda de regularidades, para contar colecciones.
• Evaluar expresiones algebraicas.

ACTIVIDAD 1: Dadas las siguientes figuras:



A. ¿Cuántos fósforos se necesitarán para construir la figura en el lugar 10 de la secuencia? ¿Y en el lugar 25? Explique el método que utilizó.

B. Escribir una fórmula que sirva para calcular la cantidad de fósforos de la figura en cualquier lugar x.

C. Calcular (usando la fórmula) la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura en el lugar 350.

Actividad 2: Escriba en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

A. *El producto entre un número y el cuadrado de su sucesor.*

B. *El cuadrado de la suma de dos números consecutivos*.

C. *La diferencia entre un número y su raíz cuadrada.*

Actividad 3: Colocando cada expresión algebraica al lado de su expresión equivalente, arme el rompecabezas con las cuatro piezas que se le entregan. Debe justificar su elección dejando explícitas las diferentes cuentas que realizó.

NOTA: No se considerará rompecabezas armado si no tiene resolución de operaciones que lo justifique. Por el contrario, se pueden considerar como parcialmente correctas resoluciones con errores aunque el rompecabezas no esté completo.

[**PEGUE AQUÍ SU ROMPECABEZAS**]

Rompecabezas evaluación. Cuarto año “A”. Tema A

$$x^2+x-6$$

$$(2x+4)-(3x^2+2x-2) \qquad x^2+6x-6$$

$$(x+2)(x-2)$$

$$x^2-4$$

$$3x^3-3x^2+6x \qquad 2x(3x^2-4x-3)$$

$$(x+3)(x-2)$$

$$(x^2+x-7)+(6x+12)$$

$$6x^3 8x^2-6x \qquad 3x(x^2-x+2)$$

$$7x^2-2x+4$$

$$(-4x^2+2)+(11x^2-2x+2)$$

$$(3x^2+2x-6)-(2x^2-4x) \qquad -3x^2+6$$

$$x^2+7x+5$$

6.15. Evaluación. Cuarto año “A”. Tema B

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

4º Año “A” – Jueves 01 Septiembre 2016 - **TEMA B**

NOMBRE:

	Actividad 1	Actividad 2			Actividad 3	TOTAL
Puntaje						

Objetivos de Evaluación:

- Reconocer expresiones algebraicas equivalentes.
- Desarrollar operaciones con polinomios: Suma y Resta.
- Interpretar el lenguaje coloquial y su traducción al lenguaje algebraico.
- Producir expresiones algebraicas, a partir de la búsqueda de regularidades, para contar colecciones.
- Evaluar expresiones algebraicas.

ACTIVIDAD 1: Dadas las siguientes figuras:

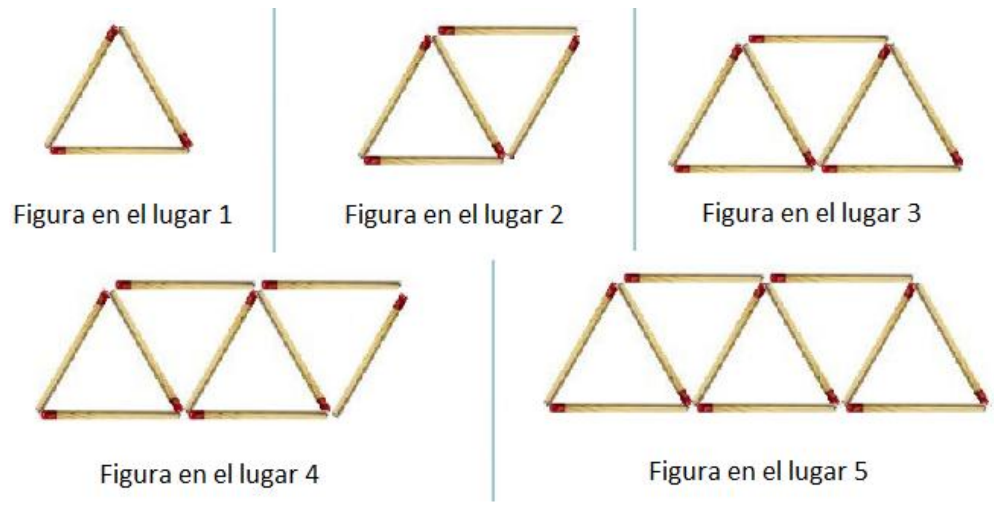


Figura en el lugar 1

Figura en el lugar 2

Figura en el lugar 3

Figura en el lugar 4

Figura en el lugar 5

A. ¿Cuántos fósforos se necesitarán para construir la figura en el lugar 10 de la secuencia? ¿Y en el lugar 25? Explique el método que utilizó.

B. Escribir una fórmula que sirva para calcular la cantidad de fósforos de la figura en cualquier lugar x.

C. Calcular (usando la fórmula) la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura en el lugar 350.

Actividad 2: Escriba en lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

A. *El producto entre un número y el cuadrado de su antecesor.*

B. *El cubo de la suma de dos números consecutivos.*

C. *La diferencia entre un número y el cuadrado del mismo número.*

Actividad 3: Colocando cada expresión algebraica al lado de su expresión equivalente, arme el rompecabezas con las cuatro piezas que se le entregan. Debe justificar su elección dejando explícitas las diferentes cuentas que realizó.

NOTA: No se considerará rompecabezas armado si no tiene resolución de operaciones que lo justifique. Por el contrario, se pueden considerar como parcialmente correctas resoluciones con errores aunque el rompecabezas no esté completo.

[**PEGUE AQUÍ SU ROMPECABEZAS**]

Rompecabezas evaluación. Cuarto año “A”. Tema B

$$(-3x^2+3)+(10x^2-x+1)$$

$$(4x^2+x-7)-(x^2-3x) \qquad -4x^2-x+7$$

$$2x^2+7x+7$$

$$(2x^2+2x-5)+(5x+12)$$

$$4x^3-6x^2-4x \qquad 4x(x^2-x+2)$$

$$7x^2-x+4$$

$$x^2-x-6$$

$$4x^3-4x^2+8x \qquad 2x(2x^2-3x-2)$$

$$(2+x)(2-x)$$

$$4-x^2$$

$$(x+3)-(4x^2+2x-4) \qquad 3x^2+4x-7$$

$$(x-3)(x+2)$$

6.16 Evaluación. Cuarto año "B". Tema A

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

4º Año "B" - Viernes 9 Septiembre 2016 - **TEMA A**

NOMBRE:

	Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3	TOTAL
Puntaje				

Objetivos de Evaluación:

- Reconocer expresiones algebraicas equivalentes.
- Desarrollar operaciones con polinomios: Suma y Resta.
- Interpretar el lenguaje coloquial y su traducción al lenguaje algebraico.
- Producir expresiones algebraicas, a partir de la búsqueda de regularidades, para contar colecciones.
- Evaluar expresiones algebraicas.

Actividad 1: Colocando cada expresión algebraica al lado de su expresión equivalente, arme el rompecabezas con las cuatro piezas que se le entregan. Debe justificar su elección dejando explícitas las diferentes cuentas que realizó.

NOTA: No se considerará rompecabezas armado si no tiene resolución de operaciones que lo justifique. Por el contrario, se pueden considerar como parcialmente correctas resoluciones con errores aunque el rompecabezas no esté completo.

[**PEGUE AQUÍ SU ROMPECABEZAS**]

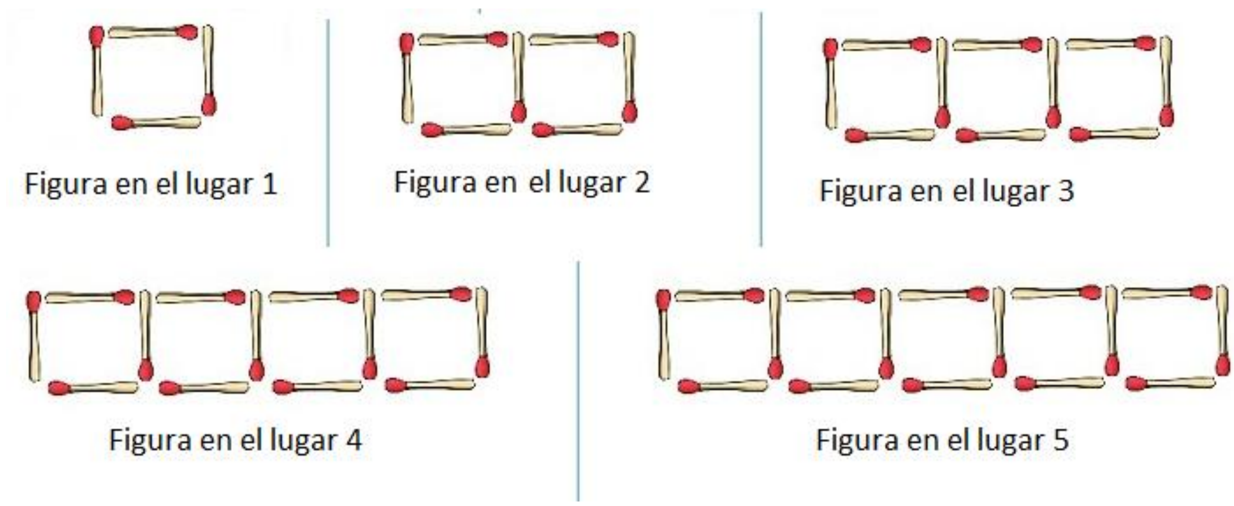
<u>Actividad 2</u>: Escriba algebraicamente las siguientes expresiones:

D. *El cuadrado de la suma de dos números consecutivos*.

E. *La diferencia entre un número y su raíz cuadrada.*

F. *El producto entre un número y el cuadrado de su sucesor.*

ACTIVIDAD 3: Dadas las siguientes figuras:



A. ¿Cuántos fósforos se necesitarán para construir la figura en el lugar 10 de la secuencia? ¿Y en el lugar 25? Explique el método que utilizó.

B. Escribir una fórmula que sirva para calcular la cantidad de fósforos de la figura en cualquier lugar x.

C. Calcular (usando la fórmula) la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura en el lugar 350

Rompecabezas evaluación. Cuarto año “B”. Tema A

$(-2x^2+3x-4)-(x^3+x^2-5)$

$5x^3-x^2+1$

$(4x^3-2x^2+1)+(-x^3+3x^2)$

x^3-x^2-3

$(x^2-2x-3)-(-x^3+2x^2+5x-7)$

$3x^3+x^2+1$

$(7x^3-x^2)+(-2x^3+1)$

$-x^3+3x^2+x-3$

$(4x^2-3)-(-x^3+5x^2)$

$5x^3+2x^2+1$

$(4x^3-x^2+1)+(x^3+x^2)$

$-x^3-3x^2+3x+1$

$(x^2+x-3)-(x^3-2x^2)$

$5x^3+1$

$(x^3-x^2)+(4x^3+3x^2+1)$

x^3-x^2+3x+4

6.17 Evaluación. Cuarto año "B". Tema B

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

4º Año "B" - Viernes 9 Septiembre 2016 - **TEMA B**

NOMBRE:

<table>
<tr><td></td><td>Actividad 1</td><td colspan="3">Actividad 2</td><td>Actividad 3</td><td>TOTAL</td></tr>
<tr><td>Puntaje</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Objetivos de Evaluación:

- Reconocer expresiones algebraicas equivalentes.
- Desarrollar operaciones con polinomios: Suma y Resta.
- Interpretar el lenguaje coloquial y su traducción al lenguaje algebraico.
- Producir expresiones algebraicas, a partir de la búsqueda de regularidades, para contar colecciones.
- Evaluar expresiones algebraicas.

Actividad 1: Colocando cada expresión algebraica al lado de su expresión equivalente, arme el rompecabezas con las cuatro piezas que se le entregan. Debe justificar su elección dejando explícitas las diferentes cuentas que realizó.

NOTA: No se considerará rompecabezas armado si no tiene resolución de operaciones que lo justifique. Por el contrario, se pueden considerar como parcialmente correctas resoluciones con errores aunque el rompecabezas no esté completo.

[PEGUE AQUÍ SU ROMPECABEZAS]

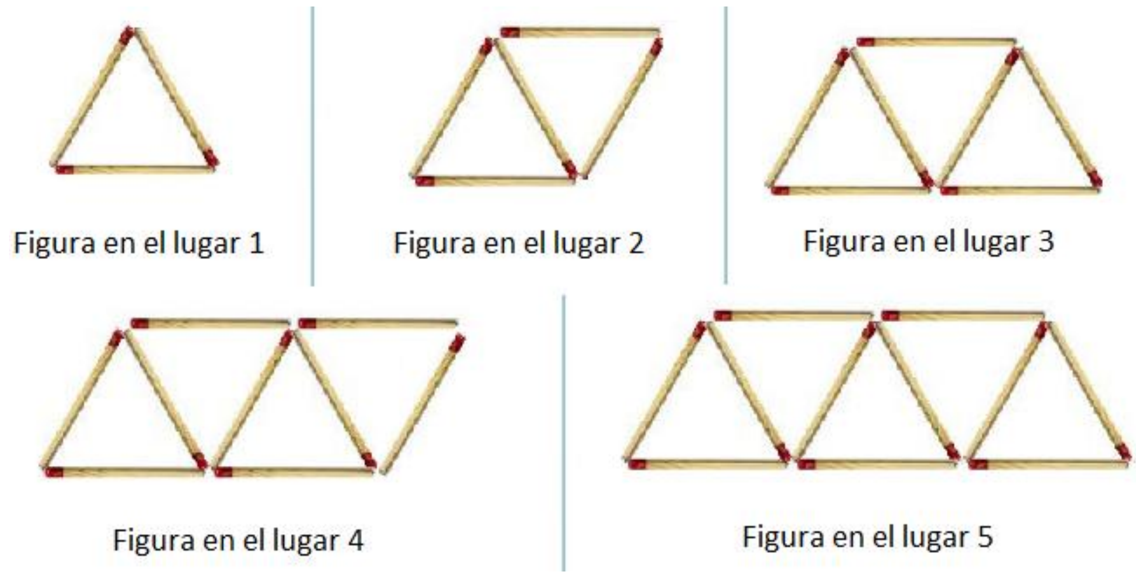
Actividad 2: Escriba algebraicamente las siguientes expresiones:

D. *El producto entre un número y el cuadrado de su antecesor.*

E. *El cubo de la suma de dos números consecutivos.*

F. *La diferencia entre un número y el cuadrado del mismo número.*

ACTIVIDAD 3: Dadas las siguientes figuras:



D. ¿Cuántos fósforos se necesitarán para construir la figura en el lugar 10 de la secuencia? ¿Y en el lugar 25? Explique el método que utilizó.

E. Escribir una fórmula que sirva para calcular la cantidad de fósforos de la figura en cualquier lugar x.

F. Calcular (usando la fórmula) la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura en el lugar 350.

Rompecabezas evaluación. Cuarto año “B”. Tema B

$(-3x^2 + x - 2) - (x^3 - x^2 + 5)$

$x^3 - x^2 + 1$ | $(2x^3 - 5x^2 + 2) + (-x^3 + 2x^2)$

$x^3 - 5x^2 + 4$

$(2x^2 - x + 3) - (-x^3 + 6x^2 - 2x)$

$x^3 - 3x^2 + 2$ | $(5x^3 - x^2) + (-4x^3 + 1)$

$x^3 + 9x^2 - 4$

$(2x^2 + 4) - (-x^3 + 7x^2)$

$-x^3 + x^2 + 1$ | $(x^3 + 2x^2) + (-2x^3 + x^2 + 2)$

$-x^3 - 2x^2 + x - 7$

$(x^3 - 2x^2) - (-11x^2 + 4)$

$-x^3 + 3x^2 + 2$ | $(7x^2 + 1) + (-x^3 - 6x^2)$

$x^3 - 4x^2 + x + 3$