

Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Introducción a función: un abordaje atravesado por las tecnologías digitales y la modelización matemática

Trabajo Final de Prácticas Profesionales Docentes

Acevedo María Luz
Bertorello Ayelén Margarita
Subelza Noelia Soledad

Profesor Supervisor de Prácticas: Gerez Cuevas José Nicolás

Equipo responsable de MyPE: Antunez, Daniela - Coirini Carreras, Araceli - Gerez Cuevas,
José Nicolás - Giménez, Anibal Darío - Smith, Silvina.

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 24-11-2023



Introducción a función: un abordaje atravesado por las tecnologías digitales y la modelización matemática © 2023 por Acevedo María Luz, Bertorello Ayelén Margarita, Subelza Noelia Soledad tiene licencia de [Atribución-No Comercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Clasificación

97 Mathematical Education

97D Education and instruction in mathematics

Palabras Claves

Función, Modelización matemática, GeoGebra, Ambientes de aprendizaje

RESUMEN

En el presente informe se enmarca nuestro proceso de Prácticas Profesionales Docentes, realizado en un tercer año de un colegio público de gestión privada de la Ciudad de Córdoba, Argentina, en el ciclo lectivo 2023. El tema abordado fue “Introducción a Funciones”, adoptando la modalidad presencial. Este trabajo contiene una descripción del proceso de planificación y su correspondiente implementación, el análisis en torno a una problemática específica emergente, y algunas reflexiones finales sobre esta experiencia. Esperamos que este documento sirva de aporte para aquellas personas que vayan a tener una experiencia similar en prácticas futuras.

ABSTRACT

This report frames our Professional Teaching Practices process, carried out in a third year of a privately managed public school in the City of Córdoba, Argentina, in the 2023 school year. The topic addressed was “Introduction to Functions”, adopting the face-to-face modality. This work contains a description of the planning process and its corresponding implementation, the analysis of a specific emerging problem, and some final reflections on this experience. We hope that this document serves as a contribution to those who will have a similar experience in future internships.

Keywords: Function, Mathematical Modeling, GeoGebra, Learning Environments

Enseñar es aprender a escuchar.

María Saleme de Burnichon

Índice

Introducción.....	3
Capítulo I: Contexto.....	4
I.I Sobre la institución.....	4
I.II Sobre los cursos.....	5
I.III Sobre la clase de matemática.....	7
I.IV Sobre la observación de jornada completa.....	9
Capítulo II: Diseño de la Práctica e implementación en el aula.....	11
II.I Planificación anual de la unidad curricular Matemática en la institución.....	11
II.II Elaboración de la propuesta de enseñanza.....	13
II.II.i. Objetivos.....	14
II.II.ii. Selección, organización y secuenciación de los contenidos.....	15
II.II.iii. Cronograma planificado.....	16
II.II.iv. Recursos utilizados.....	19
II.III Las clases.....	20
II.III.i. Semana 1.....	21
II.III.iii. Semana 3.....	40
II.III.iv. Semana 4.....	53
II.III.v. Consideraciones generales sobre la secuencia.....	53
II.IV. Las evaluaciones.....	54
II.IV.i. Decisiones sobre la acreditación de saberes tomadas por la docente del curso.....	54
II.IV.ii. Estrategias de evaluación implementadas a lo largo de la práctica.....	55
II.IV.ii. Análisis crítico de la experiencia de evaluación desarrollada.....	61
Capítulo III: Reflexión y análisis de una problemática de estudio.....	65
III.I Construcción de la problemática.....	65
III.II. Puesta en diálogo de las evidencias con los aportes teóricos.....	67
III.II.i Ambientes de aprendizaje.....	67
III.II.ii Proceso de construcción de conocimiento.....	70
III.II.iii Contextualización y descontextualización.....	72
III.III. Reflexiones y recomendaciones.....	73
Capítulo IV: Reflexiones finales.....	76
Bibliografía.....	78
Anexo.....	79
1. Presentación contenidos teóricos.....	79
2. Proyectos.....	79
2.a Tema 1: Consumo de energía.....	79
2.b Tema 2: Basura de nuestro curso.....	84
2.c Tema 3: Consumo de agua.....	88
3. Actividades de repaso.....	91
4. Evaluaciones.....	94

4.a Evaluación Tema 1.....	94
4.b Evaluación Tema 2.....	98
4.c Evaluación con integración.....	101
4.d Evaluación para faltantes.....	103
5. Reflexión en Padlet.....	106

Introducción

En el presente trabajo, realizaremos un análisis exhaustivo de nuestras Prácticas Profesionales Docentes en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza, dictada en el cuarto año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FaMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC).

En el primer capítulo, describiremos, a modo de introducción y para situar al lector, características de la institución y de los cursos donde llevamos a cabo nuestras prácticas. Para esto, recurriremos a la información recogida en la etapa previa a las prácticas, en donde realizamos observaciones dentro de la institución, en las clases de matemática y de otros espacios curriculares.

Luego, en el segundo capítulo, compararemos lo planificado con lo sucedido en la etapa activa de la práctica profesional, es decir, en las clases, que se llevaron a cabo entre el 24 de julio y el 28 de agosto de 2023. Presentaremos cada una de las actividades trabajadas, y exhibiremos y analizaremos las etapas de acreditación, que consistieron en dos actividades: un trabajo de tipo proyecto y una evaluación.

En el tercer capítulo, abordaremos una problemática emergente a raíz de las prácticas y presentaremos un análisis teórico de la misma. Y por último, encontrarán las reflexiones finales y la bibliografía utilizada.

Capítulo I: Contexto

I.I Sobre la institución

La institución en donde llevamos a cabo nuestro trayecto, es una escuela pública de gestión privada, ubicada en cercanías del centro de la Ciudad de Córdoba. Actualmente, esta institución cuenta con los tres primeros niveles de educación obligatorios, Nivel Inicial, Nivel Primario y Nivel Secundario, ofreciendo la especialidad, en el CO (Ciclo Orientado), de Humanidades con orientación en Ciencias Sociales. Su jornada, desde las 7:30 hasta las 15:30 (para el nivel Secundario), y su formación en educación religiosa, caracterizan significativamente a esta institución.

Destacamos además, que se ofrece un servicio de wifi de acceso libre, y una pizarra digital, un proyector y una computadora fija en cada aula, lo cual da cuenta de la modalidad de trabajo esperada, apostando al uso de las tecnologías digitales en las aulas.

En cuanto a su infraestructura, la institución cuenta con un amplio terreno, de área total de 18.000 m^2 aproximadamente. Existen cuatro pabellones principales de dos y tres plantas, divididos para los diferentes niveles, en donde cada piso es para un año particular, pues hay cuatro divisiones de cada uno. A su vez, todos los pisos están comunicados por galerías externas e internas y escaleras. Particularmente, el ala derecha es la destinada al nivel secundario. Cabe destacar que aproximadamente 6.000 m^2 de este terreno son espacios al aire libre, conformado por jardines, patios, y un estacionamiento.

Además, cuenta con espacios para la práctica deportiva, como canchas al aire libre, un natatorio cubierto, un Espacio Polifuncional, como así también un campo deportivo externo, ubicado a las afueras de la ciudad. Contiene también otros espacios:

- Capilla: como espacio común ubicado en uno de los patios, con el fin de desarrollar las prácticas referidas a la religión, marca fundamental en la institución.
- Gabinete psicopedagógico, que cuenta un psicólogo y un psicopedagogo
- Biblioteca: está un poco apartada de los pabellones de las aulas, por lo que no es tan accesible y poco frecuentada por los/as estudiantes.
- Un laboratorio, una sala de arte para música y plástica, y una sala de computación.
- Oficinas administrativas y directivas.

- Sala de profesores: equipada con una cocina/comedor y un espacio común, con computadoras, mesa, sillas.
- Preceptorías: ubicadas en cada piso de los pabellones, lo que propicia un mayor acceso para los/as estudiantes y cercanía a las aulas; cada una de ellas abarca un año particular.
- Cantina y comedor amplio.
- Librería.

I.II Sobre los cursos

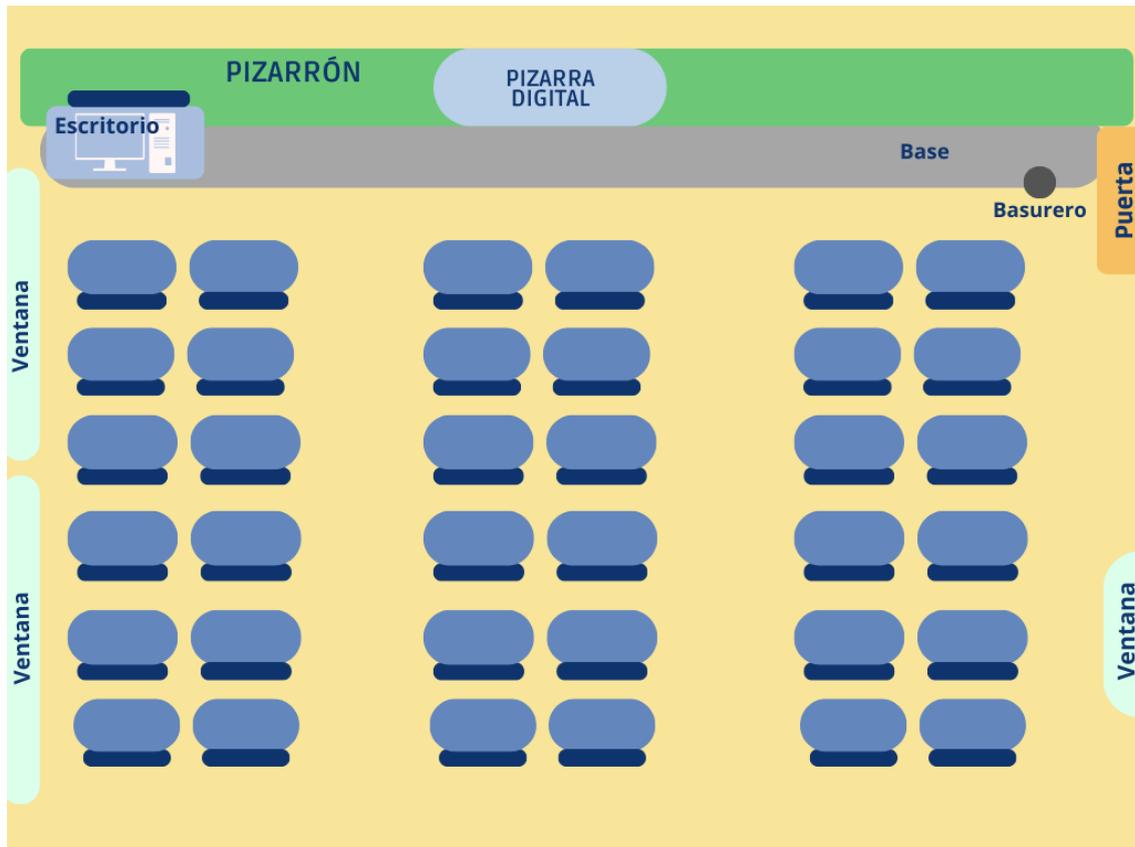
Nuestro proceso de prácticas transcurrió en los cursos: 3^{ero} “A”, 3^{ero} “C” y 3^{ero} “D” . Durante el período de observaciones situadas, observamos que: en 3^{ero} “A” había 25 estudiantes, dentro de los/as cuales son 14 varones y 11 mujeres; en 3^{ero} “C”, 26, entre ellos/as 13 varones y 13 mujeres; y en 3^{ero} “D”, 22 estudiantes, separados en 11 varones y 11 mujeres.

Con respecto a los/las estudiantes, en 3^{ero} “A” nos encontramos con una estudiante en el marco de un proceso de inclusión y adaptación curricular, y otra estudiante con diagnóstico de epilepsia de ausencia¹, dislexia y déficit atencional. La primera de ellas cuenta con una maestra integradora, que no estaba presente en el curso, pero revisaba las actividades con anterioridad por si fuese necesario hacer alguna adaptación. Sin embargo, no fue necesario modificar ninguna de las actividades propuestas, salvo la evaluación final. Además, en el mismo curso, dos estudiantes reciben acompañamiento y seguimiento del Equipo Ocupacional (EO) de la institución. De igual manera, en 3^{ero} “C”, se contaba con un estudiante que recibe acompañamiento del EO, sin embargo no fue necesario hacer una distinción en su trabajo durante las prácticas.

Las aulas de los tres cursos reúnen las mismas características, están provistas de un pizarrón tradicional, una pizarra digital, un proyector, un parlante y una computadora fija, la cual está conectada al proyector y ubicada en el escritorio destinado al/a la profesor/a dispuesto al costado del pizarrón. Estos recursos, por lo general, funcionan adecuadamente, salvo excepciones. Además, poseen amplias ventanas totalmente vidriadas, lo que proporciona mucha iluminación, ventiladores y un aire acondicionado frío/calor para mayor confortabilidad, un podio o una base, a un nivel superior del piso y próxima al pizarrón, la cual no es utilizada con frecuencia por parte de los/as docentes. Es importante mencionar que su puerta es de doble hoja, lo que permite el acceso de una persona en silla de ruedas.

¹ Tipo de convulsión que se caracteriza por breves episodios de alteración del estado de conciencia, perdiendo la mirada o atención durante algunos segundos.

Con respecto a la organización del aula, los bancos son amplios, móviles y separados de su respectiva silla, dispuestos de a dos y acomodados en tres filas separados por un pasillo, por lo que los/as estudiantes pueden ajustar esta distribución como ellos/as quieren, ya que no tienen lugares asignados dentro del curso. En el Esquema 1 puede verse la distribución espacial de las aulas de 3^{ero} “A”, “C” y “D”.



Esquema 1: Distribución espacial de las aulas de 3^{ero} “A”, “C” y “D”.

Destacamos así, que el espacio disponible para las clases era de gran tamaño, lo que permitía un buen desplazamiento, tanto de los/as estudiantes a la hora de formar grupos como de los/as docentes al momento de recorrerla.

Para culminar esta sección, destacamos resumidamente las características particulares de cada curso, que fueron utilizadas en la posterior planificación de las clases:

- 3^{ero} “A”: Es un grupo en el que prima el silencio y al que le cuesta entrar en actividad o ritmo de clase. En su mayoría cumplen con las tareas, son respetuosos/as y compañeros/as.

- 3^{ero} “C”: Es un grupo respetuoso y activamente propuesto a aprender. Está dividido en subgrupos, los cuales no se relacionan fluidamente y no son mixtos. Aunque pueden ser más revolucionarios/as que las demás divisiones, cumplen con las tareas durante las clases y preguntan todas las dudas que surgen.

- 3^{ero} “D”: Es un grupo bastante homogéneo. Le cuesta mucho comenzar a trabajar, hay niveles de conocimientos previos muy dispares, pero trabajan colaborativamente.

I.III Sobre la clase de matemática

Los horarios en los cuales se dictaban las clases de matemática en la semana, pueden verse en el cuadro del Esquema 2. Podemos notar que, en el caso de 3^{ero} “C”, contaban con dos días de clases, mientras que en 3^{ero} “A” y “D” distribuían sus horarios en tres días de la semana.

Comenzamos la etapa de observación de las clases de matemática el día lunes 15 de mayo de 2023 y terminamos el miércoles 24 del mismo mes, en donde para 3^{ero} “A” y “D”, debido a la distribución semanal, se observaron seis días y para la división “C” fueron cuatro días. En esta etapa, observamos particularidades de la clase de matemática. La docente, que es la misma en los tres cursos, al ingresar al aula, realiza el saludo correspondiente, que consiste en esperar a que los/as estudiantes se paren a lado de su banco y realicen silencio, para así saludarlos cordialmente con un “*Buen día chicos/as*”. Durante la clase, si algún/a estudiante no está prestando atención o trabajando, ella misma intenta que se incorpore a lo que está haciendo el resto de la clase, llamando su atención o haciendo una pregunta particular. Si tiene que pedir silencio o llamar la atención, lo hace de manera tranquila. Los/as chicos/as no se sientan en la distribución de bancos habitual, sino que se forman en grupos. Por otro lado, un factor externo a destacar es que, en el transcurso de la mañana, el/la preceptora ingresa al curso para tomar asistencia pasando desapercibida por el curso, no generando interrupciones a menos que necesite dar algún anuncio particular.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
7:30-8:10	3A		3D		3D
8:10-8:50	3A		3D		3D
R	E	C	R	E	O
9:05-9:45	3C			3A	
9:45-10:25	3C			3A	
R	E	C	R	E	O
10:40-11:20					3A
11:20-12:00					
R	E	C	R	E	O
12:35-13:15			3C		
13:15-13:55			3C	3D	
R	E	C	R	E	O
14:10-14:50			3C		
14:50-15:30					

Esquema 2: Horarios de la clase de matemática de 3^{ero} “A”, 3^{ero} “C” y 3^{ero} “D”.

Otra característica significativa de las clases de matemática, que se relaciona con la sección anterior, más particularmente con los recursos tecnológicos de la institución, es que los/as estudiantes hacen un fuerte uso de las tecnologías digitales. Las evidencias que observamos son que el registro general de la clase se lleva a través del aula virtual, tanto de los/as estudiantes como de la docente. El teórico y las actividades se presentan desde el aula virtual, y también las producciones o resoluciones de los/as estudiantes. A su vez, las clases están intervenidas por el uso del celular, tablets, computadoras, el proyector y la pizarra digital.

Durante nuestras observaciones, se estudiaron contenidos del campo de la Estadística, en donde se habían trabajado previamente los conceptos teóricos, y luego se propuso un proyecto para abordar y aplicar dicho contenido. Por eso es que no conocimos el tipo de trabajo habitual en el aula, ya que presenciamos sólo el proceso final del proyecto de modelización², el cual consistió en la creación de un informe y una presentación oral. Para esta instancia, la metodología propuesta por la docente fue que los/as estudiantes formen grupos, elijan un tema de la vida real que pueda ser abordado desde la estadística, siendo ellos/as protagonistas en esta etapa, y luego trabajen en el aula. El papel de la docente fue de guía y acompañante durante todo este proceso.

² Tomando como referencia al autor Blømoj (2021), la Modelización Matemática es un proceso que implica modelar un hecho de la realidad con la matemática, creando un modelo en el cual existe una interrelación entre ciertos objetos matemáticos, y su relación con una situación o fenómeno de naturaleza no matemática.

En cuanto a la relación docente-estudiante, durante el transcurso de observaciones se evidenció un trato cordial y respetuoso, caracterizado por la confianza, lo que hace las clases más amenas y agradables, tanto para los/las estudiantes como para la docente.

I.IV Sobre la observación de jornada completa

Para conocer aún más a los cursos donde realizaríamos las Prácticas Profesionales, realizamos una observación de jornada completa, es decir, observamos a cada uno de los cursos en un día completo en los diferentes espacios curriculares. Debimos comunicar a la institución nuestra presencia en un día particular durante todo el horario escolar, para así informar a los/as demás profesores/as involucrados/as. Finalmente, se destinó el lunes 22 de mayo la observación de jornada completa en el curso 3^{ero} “A” y el 24 de mayo para las otras dos divisiones.

En 3^{ero} “A” se observaron las clases de Matemática, Formación Cristiana, Inglés e Historia. En cuanto a la clase de Matemática, la metodología de trabajo fue como la mencionada anteriormente. En Formación Cristiana, los/as estudiantes realizaron una puesta en común, donde participaron la mayoría de ellos/as, realizaron actividades en grupos de a dos (con su compañero/a de banco) e hicieron uso de las tecnologías en combinación con sus carpetas. En cuanto a la clase de Historia, el trabajo fue muy similar al de los otros espacios curriculares, realizando puesta en común de una tarea, donde los/as estudiantes participaron de forma activa y realizaron trabajos en grupo. Como aspecto general, destacamos que las características del curso se corresponden con las que presentan en las clases de matemática: es un grupo muy calmado, en el que prima el silencio, en su mayoría cumplen con las tareas, son respetuosos/as y compañeros/as.

En 3^{ero} “C”, observamos, además de Matemática, los espacios de Lengua y Literatura, Educación Artística, Inglés y Física, en donde cada uno de ellos tenían sus particularidades. A diferencia de las clases de Matemática, en Lengua y Literatura, los/as estudiantes estaban sentados en las filas propuestas en un principio, en el Esquema 1, y el clima de la clase era totalmente distinto: si bien participan respondiendo a lo que la profé les preguntaba, estaban bastante callados/as, no había ningún tipo de disturbio y la docente estaba sentada al frente del aula; podría decirse que fue una clase de tipo tradicional. En Educación Artística los/as chicos/as de Música y los/as de Plástica en conjunto, desplegaron su creatividad para la creación de un recurso audiovisual *stop motion* para contar una historia. Estaban todos/as dispersos/as en el aula, en los pasillos de la escuela, las escaleras y los patios. En cuanto a

Física, los/as estudiantes trabajaron en guías de ejercicios que tenían pendientes, escribían en sus carpetas y el uso de las tecnologías digitales se vio reflejada en cuentas en una calculadora, el docente estaba en el escritorio al frente, y solo se acercaba a los bancos cuando le consultaban alguna duda. La relación estudiante-docente era distendida, graciosa y amable.

En 3^{er}o “D”, las materias correspondientes al día miércoles eran: Matemática, Geografía, Inglés, Química y Educación Artística. Durante la primera hora del día, la asignatura era Matemática, aquí se continuó con el trabajo comentado en la sección anterior. Luego, se dictó Geografía, y dado que la docente titular se encontraba de licencia, fue el primer día de un nuevo profesor, por lo que la clase consistió en la presentación tanto de los/as estudiantes como del docente, a través de un juego de preguntas y respuestas. Después del horario del almuerzo, ingresaron a la clase de Química, donde en coincidencia con Matemática, estaban trabajando en forma grupal en el aula. En este caso, los grupos fueron armados por la docente, evidenciándose que, en algunos casos, los/as estudiantes no tenían tanta relación entre ellos/as por lo que trabajan de manera individual. Por último, al terminar la jornada, tuvieron Educación Artística, como se comentó antes, se divide en Música y Plástica, por lo tanto cada estudiante del curso, se distribuye de acuerdo a su afición. Ambas secciones trabajaron de formas separadas, distendidas y fuera del aula. Concluimos que, en líneas generales, la observación de jornada completa en esta división se vio caracterizada por el trabajo de los/las estudiantes en forma de grupos, mediados por las tecnologías digitales, en varios casos fuera del aula y de un modo muy alejado a las clases tradicionales que se esperaba presenciar.

Para finalizar, destacamos que observamos en las tres divisiones el espacio curricular Lenguas Extranjeras-Inglés, en donde la organización de los cursos es diferente: hay cuatro niveles (de conocimiento) para cada año, en donde se mezclan las divisiones habituales en diferentes aulas, por lo que en una misma clase de Inglés hay estudiantes de 3^{er}o A, B, C y D. En cuanto a la modalidad de trabajo, los/as estudiantes se distribuyen en forma de U y la docente se ubica en el centro, dirigiendo la clase con el objetivo de que todos/as participen; son distendidas, se habla sólo en inglés y trabajan con tecnologías digitales.

Así es como, con esta introducción, damos cuenta del contexto en el cual se desarrollaron nuestras prácticas profesionales. En el capítulo siguiente, se encontrarán el diseño y la implementación en el aula de la misma.

Capítulo II: Diseño de la Práctica e implementación en el aula

En este capítulo se encontrarán cuatro secciones generales: la planificación anual de la materia en la institución, nuestra planificación de la secuencia didáctica, su implementación en el aula y la etapa de evaluación. En la primera, detallamos la planificación anual propuesta por la docente de la institución, incluyendo los contenidos y aprendizajes a abordar, los recursos a utilizar y el cronograma previsto. En la siguiente, daremos cuenta de la elaboración de nuestra propuesta de enseñanza, destacando: selección, organización y secuenciación de los contenidos, objetivos y expectativas, recursos a utilizar y, por último, el cronograma de nuestras prácticas. En la tercera precisamos lo sucedido en clases, las actividades realizadas y los contenidos teóricos presentados, haciendo una reflexión y comparación con lo planificado. Finalmente, en la cuarta sección exhibimos y analizamos las diferentes etapas de evaluación que se llevaron a cabo en la práctica, indicando las disposiciones institucionales para la acreditación y promoción de la asignatura y un análisis crítico de las mismas.

II.I Planificación anual de la unidad curricular Matemática en la institución

En primer lugar, mostraremos la planificación anual de la docente para tercer año en Matemática, con el fin de contextualizar aún más nuestra experiencia, objetivos propuestos y manera de trabajar. Los contenidos fundamentales se dividen en seis unidades: Conjunto de los números reales, Estadística, Álgebra, Proporcionalidad aritmética y geométrica, Razones trigonométricas, Funciones e Introducción a función lineal. En la Tabla 1, en forma de ejemplo, se detallan: contenidos fundamentales, aprendizajes prioritarios, principales estrategias - actividades y criterios o instrumentos de evaluación, del eje Funciones, tal como lo propone la docente. Además, se especifican los recursos a utilizar, dentro de los cuales se nombran el Aula Virtual, la Pizarra Digital (con el Programa: Active Inspired) y el material digitalizado y generado en las clases.

CONTENIDOS FUNDAMENTALES	APRENDIZAJES PRIORITARIOS	PRINCIPALES ESTRATEGIAS - ACTIVIDADES	CRITERIOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN
FUNCIONES	<ul style="list-style-type: none"> -Interpretación de gráficos y fórmulas que representen variaciones lineales y no lineales en función del problema a resolver. -Análisis del concepto de función y sus características - dominio, imagen, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento, positividad y negatividad, continuidad, máximos y mínimos. -Clasificación de funciones: función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. 	<ul style="list-style-type: none"> -Actividades de distinción y comparación de conceptos. -Actividades de traducción de lenguaje coloquial a lenguaje matemático y viceversa. -Actividades de cálculo que consisten en ejercicios operatorios. -Desarrollo de guías de ejercitación. -Actividades de resolución de problemas que consisten en resolver situaciones problemáticas de su contexto y realidad (ESI). 	<p>CRITERIOS</p> <ul style="list-style-type: none"> -Interpretar relaciones funcionales sencillas dadas en forma de tabla, gráfica, a través de una expresión algebraica o mediante un enunciado, obtiene valores a partir de ellas y extrae conclusiones acerca del fenómeno estudiado. -Reconoce las características básicas de las funciones constantes, lineales y afines en su forma gráfica o algebraica y las representa gráficamente cuando vengan expresadas por un enunciado, una tabla o una expresión algebraica. -Usa de forma precisa el lenguaje matemático para comunicar ideas. Solución ordenada y coherente de ecuaciones.

Tabla 1: Ejemplo de planificación anual de Matemática

En segundo lugar, detallamos en la Tabla 2 el cronograma anual establecido por la docente, en el que, de una forma resumida, se organiza cada contenido y el período de tiempo destinado a su dictado.

Contenidos Fundamentales	Período temporal
CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES	Marzo - Abril
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS	Mayo
ESTADÍSTICA	Junio - Agosto
PROPORCIONALIDAD ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA	Septiembre - Octubre
FUNCIONES	Octubre
FUNCIÓN LINEAL	Noviembre

Tabla 2: Cronograma anual

Cabe aclarar que la docente hizo una modificación en el orden de los contenidos, adelantando las unidades de Función y Función Lineal, con el fin de que durante nuestras prácticas podamos abordar el primero de ellos. Pues el docente a cargo de nuestras prácticas sugirió si podía ser posible dar el tema Introducción a función, por la importancia que implica este.

II.II Elaboración de la propuesta de enseñanza

En esta sección desarrollaremos los objetivos en base a los cuales creamos nuestra planificación, como también los contenidos a trabajar, recursos, cronograma, dificultades y demás aspectos relacionados con nuestra práctica.

A la hora de realizar esta planificación, utilizamos el formato de guion conjetural presentado por Bombini y Labeur (2013). Es un texto en el cual imaginamos cada una de las clases que llevaríamos a cabo. En él, incorporamos un cronograma general, el horario, las actividades con sus respectivos objetivos, forma de registro, las respuestas esperadas y las posibles resoluciones que podrían ocurrir en el aula, las explicaciones previas e intervenciones que realizaríamos para guiar a los/las estudiantes durante la clase.

II.II.i. Objetivos

A nivel general, para elaborar nuestra planificación, comenzamos por esquematizar el tiempo disponible en base a los contenidos a trabajar. Luego, seguimos por un proceso de búsqueda de información de diversas fuentes para establecer las diferentes definiciones y

actividades a realizar en clase. Por último, con todo lo recabado anteriormente, iniciamos la planificación de las actividades que llevaríamos a cabo. Para esto, planteamos los siguientes objetivos generales, relacionando las expectativas de la docente, los conceptos matemáticos involucrados en el tema y nuestras propias expectativas:

- Motivar una participación activa por parte de los/as estudiantes.
- Continuar con el uso significativo de las tecnologías digitales en las clases.
- Generar interés por la matemática, relacionando el tema a trabajar con situaciones del mundo real.
- Crear el sentido de las distintas definiciones antes de institucionalizarse, por medio de actividades introductorias.
- Construir ideas en los/as estudiantes sobre el uso de funciones, tanto en la matemática como en el contexto real.

El tiempo destinado para nuestras prácticas fue de 20 horas cátedra, que al ser implementadas en el Ciclo Básico, según el Diseño Curricular³, son 5 horas cátedra por semana, durante cuatro semanas. Por eso es que, decidimos seccionar nuestro período de clases en esas cuatro semanas, como se ilustra en el Esquema 3. En cada una de ellas, esbozamos los contenidos y el trabajo a realizar.



Esquema 3: Organización resumida de las cuatro semanas de práctica.

Con los objetivos claros y la distribución general de trabajo en el tiempo, comenzamos la selección, organización y secuenciación de los contenidos, que lo detallamos a continuación.

³ Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria 2011-2020 (Tomo 2), elaborado por el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.

II.II.ii. Selección, organización y secuenciación de los contenidos

Para la selección de contenidos nos basamos principalmente en la planificación de la docente, quedando establecidos de la siguiente manera:

- Representación de puntos en el plano cartesiano.
- Interpretación de gráficos y fórmulas que representen variaciones.
- Análisis del concepto de función y sus características - dominio, imagen, puntos de corte con los ejes, crecimiento y decrecimiento, positividad y negatividad, continuidad, máximos y mínimos.
- Clasificación de funciones: función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva.

Retomando el formato del Esquema 3 de las diferentes semanas de trabajo, y con los contenidos anteriores, definimos la siguiente secuenciación a modo de resumen:

Semana 1

Propondríamos cinco actividades destinadas a repasar y afianzar conceptos sobre el plano cartesiano y el análisis de gráficos, como así también las nociones de algunos conceptos relacionados a la función, como variables, tipos de variables, máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de positividad y negatividad, dominio e imagen y puntos de corte con los ejes. A su vez, daríamos una primera aproximación a la definición de función, caracterizándola como una relación entre dos variables. La secuencia de estas actividades, apunta a un proceso de incremento gradual de los conceptos y modos de trabajo.

Semana 2

Apuntaríamos a definir por completo los conceptos vistos en la semana anterior, a partir de la definición concreta de función. Dado que, en la semana 1, dejaríamos institucionalizadas las diferentes nociones vinculadas con estos conceptos, recurriríamos a que los/as estudiantes establezcan una vinculación con lo antes trabajado. Seguido propondremos tres actividades en las que se deban aplicar estos conceptos, apelando a casos particulares, con su posterior puesta en común. Además, presentaríamos el Proyecto, el cual estará definido con la temática

de ESI⁴. El trabajo con el mismo se daría en forma paralela con las demás actividades, y el avance va a depender de la producción de los diferentes grupos.

Semana 3

Daríamos por finalizada la presentación de los contenidos teóricos con: Continuidad de la función y Clasificación: función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Para afianzar estos conceptos, propondríamos una única actividad y realizaríamos su puesta en común. Como así también, continuaremos con el trabajo en el Proyecto, con el objetivo de realizar un avance significativo y darlo por finalizado.

Semana 4

Esta última semana estaría destinada a la etapa de evaluación, en donde se realizarían:

1. Una evaluación sumativa de formato grupal y escrita, que tendrá como objetivos evaluar la interpretación de los conceptos trabajados y la aplicación reflexiva de los mismos en un contexto real, es decir: se espera un trabajo similar al del proyecto.
2. La presentación de lo realizado en el Proyecto, en el formato que hayan elegido cada grupo: presentación oral, vídeo, etc., con el fin de mostrarle a los/as demás compañeros/as el trabajo realizado. También, deberán entregar un documento compartido con las soluciones o aspectos que vayan analizando. Dando así por finalizadas las clases, con la presentación oral de los proyectos y posteriores comentarios generales.

Por último, cabe destacar que lo efectivamente implementado en las prácticas no presentó grandes modificaciones con respecto a lo planificado en cuanto a los contenidos, y daremos cuenta de esto en la sección: Las clases.

II.II.iii. Cronograma planificado

A continuación, presentamos el Esquema 4 el cual organiza de forma general el cronograma planificado de las cuatro semanas, especificando: la cantidad de clases, tiempo, conceptos y nociones a trabajar y actividades a realizar.

⁴Educación Sexual Integral- En el marco de la Ley 26150, se establece que todos/as los/las estudiantes tienen derecho a recibir educación sexual integral en los establecimientos educativos públicos, de gestión estatal y privada de las jurisdicciones nacional y provincial.
Cabe destacar que la temática cambió a Responsabilidad Ambiental, como se explica en la sección II.III.iv.

Tiempo	3ero. A	3ero. C	3ero. D
SEMANA 1 (del 24/07 al 28/07)			
40min	1ERA CLASE	1ERA CLASE	1ERA CLASE
40min	*Presentación *Actividad 1 *Puesta en común de Actividad 1 -Ubicación y representación de puntos en el plano *Actividad 2 -Definiciones: Par ordenado, Sistema de coordenadas cartesianas	*Presentación *Actividad 1 *Puesta en común de Actividad 1 -Ubicación y representación de puntos en el plano *Actividad 2 -Definiciones: Par ordenado, Sistema de coordenadas cartesianas	*Presentación *Actividad 1 *Puesta en común de Actividad 1 -Ubicación y representación de puntos en el plano *Actividad 2 -Definiciones: Par ordenado, Sistema de coordenadas cartesianas
40min	2DA CLASE	2DA CLASE	2DA CLASE
40min	*Actividades 3 y 4 *Puesta en común -Relacionar conceptos de funciones: tipos de variables, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento. -Interpretación de representación en tablas y gráficos. *Actividad 5 *Puesta en común -Continuación: Relacionar conceptos de funciones: tipos de variables, máximos, mínimos, intervalos constantes, de crecimiento y decrecimiento, positividad y negatividad. -Noción de conjuntos, dominio e imagen.	*Actividades 3 y 4 *Puesta en común -Relacionar conceptos de funciones: tipos de variables, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento. -Interpretación de representación en tablas y gráficos. *Actividad 5 *Puesta en común -Continuación: Relacionar conceptos de funciones: tipos de variables, máximos, mínimos, intervalos constantes, de crecimiento y decrecimiento, positividad y negatividad. -Noción de conjuntos, dominio e imagen.	*Actividades 3 y 4 *Puesta en común -Relacionar conceptos de funciones: tipos de variables, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento. -Interpretación de representación en tablas y gráficos. 3ERA CLASE *Actividad 5 *Puesta en común -Continuación: Relacionar conceptos de funciones: tipos de variables, máximos, mínimos, intervalos constantes, de crecimiento y decrecimiento, positividad y negatividad. -Noción de conjuntos, dominio e imagen.. *Puesta en común de lo trabajado. *Definiciones de las nociones de todo lo trabajado con anterioridad. *Participación en el Padlet.
40min	3ERA CLASE	-----	
	*Puesta en común de lo trabajado. *Definiciones de las nociones que se trabajaron en las actividades *Participación en el Padlet.	*Puesta en común de lo trabajado. *Definiciones de las nociones que se trabajaron en las actividades. *Participación en el Padlet.	

SEMANA 2 (del 31/07 al 04/08)			
40min	1ERA CLASE -Breve repaso (10min) *Definición de función, dominio e imagen. -Actividad 6 -Puesta en común -Actividad 7 -Puesta en común	1ERA CLASE -Breve repaso (10min) *Definición de función, dominio e imagen. -Actividad 6 -Puesta en común -Actividad 7 -Puesta en común	1ERA CLASE -Breve repaso (10min) *Definición de función, dominio e imagen. -Actividad 6 -Puesta en común -Actividad 7 -Puesta en común
40min	2DA CLASE *Puntos particulares: máximos, mínimos y cortes con eje (raíz y o.o.) -Ejemplificación con actividades anteriores	2DA CLASE *Puntos particulares: máximos, mínimos y cortes con eje (raíz y o.o.) -Ejemplificación con actividades anteriores	2DA CLASE -Presentación del Proyecto (20 min) -Trabajo con el Proyecto (20 min)
40min	*Intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad. -Ejemplificación con actividades anteriores.	*Intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad. -Ejemplificación con actividades anteriores. -Actividad 8 análisis parcial de la función. -Puesta en común	3ERA CLASE *Puntos particulares: máximos, mínimos y cortes con eje (raíz y o.o.) -Ejemplificación con actividades anteriores *Intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad. -Ejemplificación con actividades anteriores. -Actividad 8 análisis parcial de la función. -Puesta en común -Participación en el padlet (10 min)
40min	3ERA CLASE -Presentación del Proyecto (20 min) -Trabajo con el Proyecto (20 min). -Actividad 8 análisis parcial de la función. -Puesta en común -Participación en el padlet (10 min)	----- -Presentación del Proyecto (20 min) -Trabajo con el Proyecto (20 min) -Participación en el padlet (10 min)	
SEMANA 3 (del 07/08 al 11/08)			
40min	1ERA CLASE *Repaso 10 min. -Presentación del Proyecto (20 min) -Trabajo con el Proyecto (20 min)	1ERA CLASE *Repaso 10 min *Definiciones: Continuidad inyectividad, sobreyectividad y biyectividad. -Actividad 9 -Puesta en común -Trabajo con el Proyecto	1ERA CLASE *Repaso 10 min *Definiciones: Continuidad inyectividad, sobreyectividad y biyectividad. -Actividad 9 -Puesta en común -Trabajo con el Proyecto
40 min	*Definiciones: Continuidad inyectividad, sobreyectividad y biyectividad. -Actividad 9 -Puesta en común -Trabajo con el Proyecto		

40min	2DA CLASE -Trabajo con el proyecto	2DA CLASE -Trabajo con el proyecto -Participación en el padlet.	2DA CLASE -Trabajo con el proyecto
40min			3ERA CLASE -Trabajo con el proyecto -Participación en el padlet.
40 min	3ERA CLASE -Trabajo con el proyecto -Participación en el padlet.		
SEMANA 4 (del 14/08 al 18/08)			
40min	1ERA CLASE *Actividad Integradora/Evaluación (40 min) *Trabajo con el Proyecto (40 min)	1ERA CLASE *Actividad Integradora/Evaluación (40 min) -Trabajo con el proyecto (40 min)	1ERA CLASE *Actividad Integradora/Evaluación (40 min) -Trabajo con el proyecto (40 min)
40min	2DA CLASE -Puesta en común de actividad integradora (40 min)	2DA CLASE *Puesta en común de la actividad integradora (40 min)	2DA CLASE *Puesta en común de la actividad integradora (40 min)
40min	-Presentaciones (40 min)	-Presentaciones (80 min)	3ERA CLASE -Presentaciones
40min	3ERA CLASE -Presentaciones		

Esquema 4: Cronograma planificado de las cuatro semanas de práctica.

II.II.iv. Recursos utilizados

En líneas generales, toda la planificación se vio atravesada por el uso de las tecnologías digitales, en correspondencia con la forma de trabajo de la Docente Tutora y tal como se intentó dar cuenta en el capítulo anterior. Utilizaremos diferentes programas y recursos brindados por las Tecnologías Digitales, como:

- Aula virtual: compartiremos el material teórico y las consignas a trabajar, y los/as estudiantes subirán sus producciones;
- *Google Drive - Documentos de Google*: tendremos una carpeta compartida para cada curso, en donde los/as estudiantes registrarán sus resoluciones;
- Software *GeoGebra*: los/as estudiantes realizarán la mayoría de actividades en este software con diferentes objetivos, como visualizar, generalizar y construir;
- Computadoras, tablets y celulares;

- Proyector, pizarra digital (con el programa *ActivInspire*), parlante: se usará para la presentación de los contenidos teóricos, visualización de las consignas y su respectiva puesta en común;

- Herramienta *Padlet*⁵: esperamos que los/las estudiantes compartan una reflexión semanal y finalmente las presentaciones orales de los proyectos.

Como así también, se utilizarán otros tipos de recursos tradicionales como: pizarrón, tiza, útiles escolares, que complementarán los antes mencionados.

Con esta sección, finalizamos la explicación y especificación de la primera gran etapa de nuestras prácticas: la planificación. De ahora en más, nos centraremos en analizar y reflexionar lo sucedido en las clases, comparando, en algunos casos, con lo planificado en el guion conjetural.

II.III Las clases

A continuación, mencionaremos en esta sección cómo se desarrolló finalmente cada actividad en el aula, mostrando lo planificado y lo efectivamente acontecido en ellas. Para esto, exhibiremos el enunciado presentado a los/las estudiantes, las posibles intervenciones planificadas en el guion conjetural, y haremos uso de los registros⁶ y autorregistros⁷ para mostrar algunas situaciones ocurridas en clase y diversas respuestas de los/las estudiantes. Como así también, agregaremos en paralelo los contenidos teóricos que presentamos en cada semana.

Cabe destacar que este proceso lo describiremos en forma general, sin hacer una distinción entre las diferentes divisiones, ya que, si bien existió un mínimo desfase de tiempo entre ellas, consideramos que las mismas compartían características generales semejantes y se trabajó de forma similar con lo planificado, facilitando así la lectura.

Por último, queremos mencionar que la dinámica de las clases se dio con una practicante a cargo del curso, su par pedagógico, la Docente Tutora y el profesor supervisor. Destacamos

⁵ Padlet (<https://es.padlet.com/>) es una interfaz, con la idea de simular un muro donde los/as estudiantes, suben sus trabajos, tareas y archivos en general. Es una herramienta muy potente para trabajar de manera colaborativa.

⁶ Registro: actividad realizada por una integrante del par pedagógico, con el fin de llevar un registro de observaciones de las clases de la otra practicante.

⁷ Autorregistro: etapa realizada por cada practicante al finalizar cada clase, registrando los hechos concretos y eventuales reflexiones o conclusiones que se hayan elaborado.

que la función del par pedagógico fue, realizar un registro, responder consultas de los/as estudiantes y asistir a la practicante a cargo.

II.III.i. Semana 1

La idea principal de esta semana fue repasar y afianzar conceptos sobre el plano cartesiano y el análisis de gráficos, aproximar la definición de función, caracterizándola como una relación entre dos variables, e introducir las nociones de algunos conceptos vinculados con la misma. Realizamos cuatro actividades y presentamos las diapositivas correspondientes, como se describe a continuación.

En cada curso, comenzamos por presentarnos, comentando nuestro rol dentro de la clase y exponiendo el cronograma del Esquema 3, con el fin de mostrar a los/as estudiantes el tema a desarrollar, el tipo de trabajo que íbamos a realizar, la importancia del aula virtual como primer recurso a utilizar para registro y comunicación, y el tiempo que nos iba a llevar cada actividad. Luego, a modo de diagnóstico, propusimos la Actividad 1.

ACTIVIDAD 1: Puntos en el plano

Objetivos: Ubicar y representar puntos en el plano, establecer la notación de pares ordenados, utilizar el sistema de coordenadas cartesianas e implementar el uso de GeoGebra como herramienta para hacer matemática.

Consigna

ACTIVIDAD 1 : PUNTOS EN EL PLANO

a) En GeoGebra, ubiquen los siguientes puntos en el sistema de ejes de coordenadas cartesianas.

$$A = \left(-9, 4.5\right) \quad B = \left(4.5, 9\right) \quad C = (-4.5, -4.5)$$

b) Ubiquen, en el mismo sistema, un punto **D** que sea el cuarto vértice del cuadrado que se forma con los puntos del inciso anterior, y den sus coordenadas $\rightarrow D = (,)$

Además, dibujen dicho cuadrado con la herramienta Segmento.

c) Ubiquen, en el mismo sistema, 4 puntos tal que cada uno de ellos sea el punto medio de cada lado del cuadrado.

Y den sus coordenadas $\rightarrow E = (,) \quad F = (,) \quad G = (,) \quad H = (,)$

Imagen 1: Consigna Actividad 1.

Lo planificado

Para esta actividad dedicaríamos 10 minutos para que los/las estudiantes la realizaran, y luego 10 minutos de una breve puesta en común. Presentaríamos en la pizarra digital la consigna, comentando que la misma estaría disponible en el aula virtual y un link a la carpeta compartida de Drive, donde cada estudiante subiría su resolución. Este modo de trabajo se adoptaría en todas las actividades siguientes. En la puesta en común, invitaríamos a dos estudiantes a pasar al frente. Uno/a de ellos/as utilizaría la pizarra digital con GeoGebra, y el/la otro/a el pizarrón, donde llevaría el registro de los puntos en cuestión, de cada inciso. Retomaríamos de ser necesario también, alguna de las inquietudes que podrían haber surgido. Como así también, destacaríamos aspectos importantes trabajos en esta actividad como: el nombre de los ejes, el orden de las coordenadas y la intersección entre los ejes.

Además, intervendríamos en cuanto a la utilización de GeoGebra, la representación de puntos en el plano, los números racionales, la noción de punto medio, los ejes y la intersección entre ellos, relacionando los puntos particulares donde alguna de las coordenadas es 0. Y propondríamos diversas resoluciones posibles por parte de los/as estudiantes.

Lo sucedido

Como primera semana de prácticas, fue evidente que los tiempos durante las clases fueron más de los planificados, pues no conocíamos los cursos en su trabajo habitual (como comentamos en la sección de observaciones), tampoco el tiempo estimado para una actividad en el aula. Por eso es que, luego de esta primera clase, reestructuramos los tiempos planificados y las actividades propuestas para las siguientes clases de esa misma semana, y para las próximas.

Ahora bien, la principal dificultad que tuvimos en esta actividad fue el uso del software *GeoGebra*, en el sentido de que no muchos/as estudiantes recordaban haberlo usado, y mucho menos cómo se utilizaba. Hubo muchos inconvenientes para descargar la versión adecuada de la aplicación, el inicio o creación de una cuenta para luego compartir las producciones, la diferencia entre el programa descargado en *iOS* (iPhone y MacBook), *Windows* (computadora y/o tablet) y *Android* (celular y tablet), cómo ingresar puntos y la manera de encontrar las herramientas como *Segmento* o *Punto*. En cuanto al contenido matemático puesto en juego, tuvimos que recordar cómo se representaban los puntos con sus respectivas coordenadas, haciendo la aclaración de que íbamos a utilizar la notación respectiva a *GeoGebra*.

Luego, hicimos la puesta en común, en donde se presentaron las dos formas de resolución: colocar el punto desde la entrada de *GeoGebra* o usar la herramienta *Punto*, lo cual llevó más tiempo del planificado. Más allá de esto, no hubo inconvenientes con esta actividad. Al terminar con el cierre de esta actividad, propusimos la Actividad 2.

ACTIVIDAD 2 - ¿Qué figura es?

Objetivos: Comunicar de forma oral o escrita puntos en el plano, interpretar a través de la escucha puntos en el plano, implementar la notación de pares ordenados, utilizar el sistema de coordenadas cartesianas, continuar con el uso de *GeoGebra* como herramienta para hacer matemática.

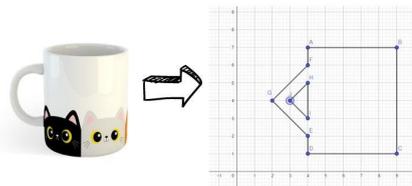
Consigna

Actividad 2: ¿QUÉ FIGURA ES?

1) En grupo, elijan un objeto de la realidad para representar (mediante un dibujo/esquema) en GeoGebra, la cual no debe implicar más de 10 puntos. Para esto, utilicen la herramienta Segmento. Por ejemplo:

Luego, en un Documento de Google incorporen:

- Sus nombres.
- Qué figura eligieron (puede ser una imagen o el nombre).
- Puntos (pares ordenados) que utilizaron.
- Link del archivo de GeoGebra en donde realizaron la actividad.



2) Elijan otro grupo para jugar al **¿Qué figura es?**, en el cual:

- . Le darán pistas al equipo contrincante, pues intentarán adivinar la figura que propusieron, en 10 minutos. Para esto, le brindarán los puntos utilizados y al menos una pista sobre alguno o todos los segmentos (por ejemplo: los segmentos no se cruzan)
- . Cuando el equipo logre adivinar ó, en el caso de que no logre adivinar, se hayan cumplido los 10 minutos, intercambiarán roles y volverán a jugar.

*Nota: Al terminar, agreguen en el mismo archivo del punto anterior: si lograron o no adivinar la figura en el tiempo adecuado, los nombres del equipo con el que trabajaron y el link del archivo de GeoGebra que construyeron. Luego, suban este archivo a la carpeta de Drive que está en el link del aula virtual, así todos/as podemos verlo.

Imagen 2: Consigna Actividad 2.

Lo planificado

Destinaríamos 30 minutos para que los/las estudiantes la realicen, a su vez, dada las características de la actividad, no realizaríamos una puesta en común de la misma. Haríamos intervenciones en cuanto al tipo de figura a elegir, el cuadrante en donde colocarla, las maneras de comunicar las pistas o puntos.

Lo sucedido

Por lo que se comentó antes, dado el poco tiempo disponible para la realización de esta actividad, solo propusimos que los/as estudiantes realizarán el inciso **1)**, que no demandaba demasiado tiempo para su realización y comentamos que el siguiente inciso lo realizarán en la próxima clase. Por esto, los/as estudiantes se organizaron en grupos y a medida que terminaban su trabajo lo subieron al aula.

Al reorganizar la próxima clase, decidimos no continuar con la resolución de la misma, dado que el inciso **2)** implicaba varias instancias como: escribir en una hoja los puntos que el otro grupo dicta y luego introducirlos en el GeoGebra, copiar directamente los puntos cuando son dictados o recibir una hoja con la lista de puntos y luego crearlos en el software. Todo esto conllevaba una mayor cantidad de tiempo y diversos de estos aspectos ya habían sido tratados en la actividad anterior.

Reflexionando sobre esta actividad, creemos que era una propuesta interesante ya que involucra tanto el interés de los/as estudiantes por la propuesta en forma de juego como del trabajo que implica: la comunicación verbal de los puntos y su forma de representación. Es por esto que reformaríamos la consigna para poder realizarla en el aula en un tiempo adecuado.

Luego, para institucionalizar los contenidos matemáticos puestos en juego, realizamos una presentación en la pizarra digital para explicar las nociones de la siguiente manera:

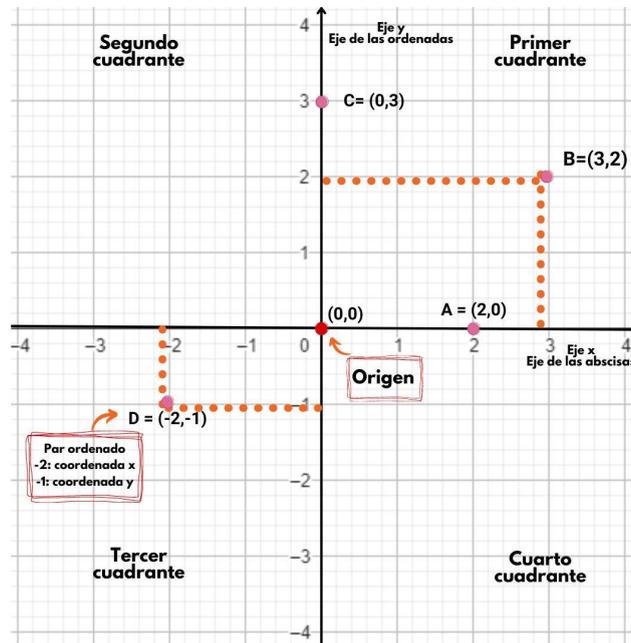
→ **Plano cartesiano**: presentamos un esquema (Esquema 5) como soporte, en la cual indicamos los ejes y sus respectivos nombres, los diferentes cuadrantes, y algunos ejemplos de puntos.

A su vez, presentamos las siguientes nociones:

→ **Sistema de coordenadas cartesianas**: Es un sistema de representación en el que dos rectas numéricas perpendiculares, Eje X y Eje Y, se cortan en un único punto llamado origen de coordenadas (al cual le corresponde el par ordenado $(0,0)$).

→ **Par ordenado**: Son dos números escritos en un orden establecido. Usualmente están representados entre paréntesis y separados por un punto y coma o por una coma, por ejemplo: $(12,5)$; $(-3,0)$. Al primer valor se lo representa con la letra x y al segundo con y.

Para continuar con el surgimiento de las diferentes nociones, propusimos la actividad 3, con el fin de que emerjan relaciones entre variables, vinculadas con el mundo real.



Esquema 5: Plano cartesiano.

ACTIVIDAD 3 - El pronóstico del clima

Objetivos: Extraer datos de un fenómeno real, identificar las variables involucradas en el contexto, trabajar con datos discretos, utilizar tablas para organizar la información y representar datos en *GeoGebra* a partir de diferentes registros.

Consigna

Actividad 3: El pronóstico del clima

Supongamos que el fin de semana quieren escaparse de viaje con sus familias, a cualquier lugar del mundo que elijan. Obviamente, una de las primeras cosas que van a querer saber es la temperatura pronosticada para esos días, para saber qué actividades pueden hacer o si es posible o no viajar este fin de semana. Para esto, un sitio web muy confiable es [Accuweather](https://www.accuweather.com/) (<https://www.accuweather.com/>), ya que tiene una anticipación certera del tiempo para cualquier lugar del mundo en diferentes formatos: por día, por horas, por mes, etc.

Para esta actividad trabajarán en grupos de 2 o 3 estudiantes. Deberán escoger un destino que quieran y averiguar el pronóstico de la temperatura en Accuweather a **cada hora** para algún día del fin de semana. Para esto:

1. Identifiquen las variables puestas en juego, ¿Qué tipo de variables son? ¿La temperatura depende del tiempo? ¿O el tiempo de la temperatura?
2. Registren los datos de las temperaturas desde las 00hs hasta las 23hs, creando una tabla en la que determinen los valores de cada variable.
3. Representen estos datos en el plano cartesiano de GeoGebra.

¿Les gustaría viajar este fin de semana con ese clima?

Imagen 3: Consigna Actividad 3.

Lo planificado

Destinaríamos para esta actividad 20 minutos. Se podría trabajar de forma grupal de dos o tres estudiantes. Realizaríamos una breve puesta en común de la misma, para destacar aspectos importantes, como las variables involucradas y su dependencia, la continuidad de las variables en tensión con los datos discretos obtenidos de la página y las diferentes representaciones de la información. Presentaríamos además como estrategia de resolución la herramienta de *Hojas de Cálculos de GeoGebra*.

Lo sucedido

Previamente a que se comience a trabajar con esta actividad, durante la lectura de la consigna, surge la duda de “¿Qué es una variable?” por parte de los/as estudiantes, algo que no teníamos previsto. Frente a esto, respondimos con una noción intuitiva de que “Es algo que varía”, discutiendo diferentes ejemplos, como el tiempo, la temperatura, la velocidad de un auto. Luego, se comenzó a trabajar. Destinamos 25 minutos para su realización. Un aspecto importante a destacar, es que tuvimos que hacer una intervención para discutir y decidir la dependencia de las variables, pues podía darse cualquiera de las dos opciones de dependencia entre ellas. La mayoría de los/as estudiantes crearon una tabla en *Excel* (pues habían hecho un uso exhaustivo de este software en la unidad Estadística) o en sus carpetas, pasando posteriormente toda esta información a *GeoGebra* en forma de puntos, para graficarlos. Una particularidad en la resolución fue que, en algunos casos, recurrieron a utilizar nociones de Estadística en cuanto a los tipos de variables (continuas o discretas).

Finalmente, destinamos 20 minutos para la puesta en común. Por las características de la actividad, en donde cada grupo de estudiantes tenía resoluciones distintas, decidimos mostrar una resolución propuesta por nosotras, en donde especificamos el destino y la tabla de los valores de las variables. Invitamos a que los/as estudiantes comenten cómo fue su proceso de resolución, hasta llegar a la tabla. Luego, indicamos que un/a estudiante pase a la computadora fija para mostrarle al resto de la clase cómo pasaron de la tabla al gráfico de los datos en *GeoGebra*, utilizando nuestra resolución. En todo ese proceso de puesta en común destacamos los aspectos planificados, como especificamos anteriormente, en diálogo y discusión con los/as estudiantes.

Por último, mostramos el recurso de la *Hoja de Cálculo* disponible en *GeoGebra* como una estrategia de resolución y herramienta para reducir el tiempo de trabajo, teniendo en

cuenta que debían pasar 23 datos en forma de puntos. Cabe aclarar que tuvimos que indicar a algunos/as estudiantes, por cuestiones de tiempo, que podrían graficar menos puntos de los pedidos. No fue tan fructífero como esperamos, pues los/as estudiantes no se vieron involucrados/as con esta estrategia y todos/as exclamaron “Oh, lo hubiéramos sabido antes.”. Por esto, es que creemos necesario presentar esta herramienta antes de comenzar con la actividad, como recurso que pueda ser utilizado en la misma, y que no quede como una mera presentación sin sentido de aplicación.

Para seguir con nuestra secuencia didáctica, continuamos con la actividad 4.

ACTIVIDAD 4 - Rápidos y Furiosos

Objetivos: Continuar con el tratamiento de fenómenos en los que intervienen variables continuas, interpretar el gráfico aplicando la noción de intervalos de crecimiento, decrecimiento y constante, trabajar la noción de dominio e imagen, identificar puntos máximos y mínimos.

Consigna

ACTIVIDAD 4: RÁPIDOS Y FURIOSOS

Al principio de la película de Rápidos y Furiosos 4 (2009), se encuentra la siguiente escena: https://youtu.be/fKR_Dczso6I . Si quisiéramos contarle esta historia a un amigo/a, seguramente no nos acordaríamos de todos los detalles. Por lo que, un posible relato podría ser el siguiente:

Toretto, Letty y sus amigos están persiguiendo a un camión para robar combustible, supongo que a unos 80 km/h. Letty es la encargada de subir al camión y desprender los distintos tanques. Baja del auto en movimiento y se sube al último tanque. Luego de bajar a Letty, Toretto acelera para pasar al camión. Con el objetivo de que Letty pueda realizar su trabajo, Toretto va a la misma velocidad del camión. Luego, como estrategia para ganar tiempo, baja un poco la velocidad. En un momento, el camionero se da cuenta de lo que está pasando, decide acelerar y así empujar el auto de Toretto. Al chocarlo, Toretto da un giro y frena para poder volver a la escena. Al quedar su auto al revés, comienza a ir marcha atrás para alcanzar a Letty. Mientras está tratando de ayudarla con palabras de aliento, observa que hay una curva y que el camionero se tira del camión, pues no llega a frenar para doblar y no caer por el acantilado. Letty se tiró hacia el auto, y Toretto se adelanta hasta la curva. Gira su auto y frena bruscamente delante del camión que viene dando tumbos. Busca la velocidad máxima para pasar por debajo de este, para no chocarlo. Fue impresionante como pasa justo por debajo del camión con fuego, y frena del otro lado para ver cómo explota y cae por el acantilado. ¡No sé cómo lo hizo!

Si quisiéramos, por curiosidad o para explicarle mejor a nuestro/a amigo/a, podríamos modelar la velocidad del auto de Toretto, y crear un gráfico para representarla. Quedaría algo así, si lo hiciéramos en Geogebra: <https://www.geogebra.org/classic/jecrzkek>.

Colóquense en el lugar de su amigo/a y respondan las siguientes dudas que les surgieron después de ver el gráfico:

- ¿Qué representa cada eje?
- ¿Cuánto tarda la persecución hasta que el camión explota?
- ¿Cuándo Toretto gira su auto y frena, ¿Qué pasa con la velocidad?
- ¿Cuál es la velocidad máxima alcanzada por el auto de Toretto? ¿Lo hace más de una vez? ¿En qué momento/s?
- ¿Y la mínima? ¿La alcanza más de una vez? ¿En qué momento/s?
- ¿En qué períodos de tiempo se mantiene constante la velocidad? ¿En cuáles la aumenta? ¿Y en cuáles la disminuye?
- Si la escena siguiera unos segundos más, ¿Podría ser que la velocidad del auto de Toretto esté representado por el siguiente gráfico? ¿Por qué?



Imagen 4: Consigna Actividad 4.

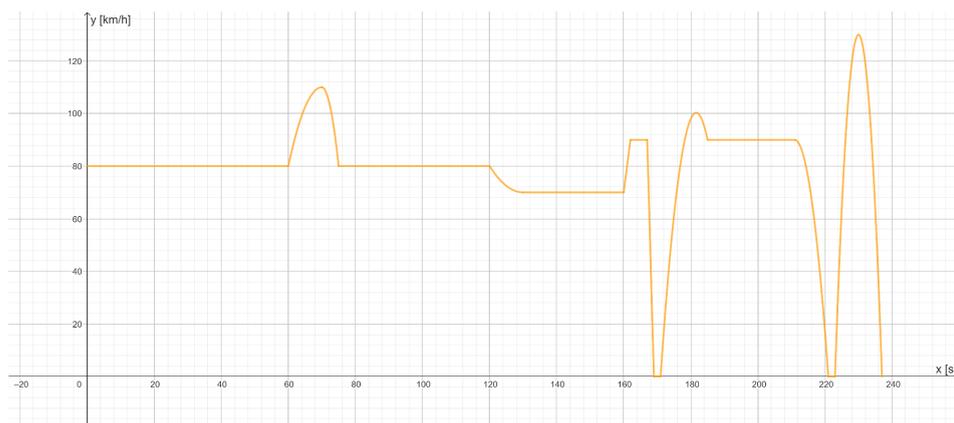


Imagen 5: Archivo de *GeoGebra* de Actividad 4.

Lo planificado

Para esta actividad ocuparíamos 30 minutos, de los cuales 6 minutos serían utilizados para mostrar el video introductorio. Indicaríamos que la misma la podrían realizar con su compañero de banco. La puesta en común se realizaría en los últimos 30 minutos junto a la actividad de cierre de la semana.

Las ayudas e intervenciones que realizaríamos serían en relación a los puntos máximos y mínimos de la función, los intervalos constantes, y los valores del dominio y la imagen, en relación con el contexto.

Lo sucedido

En un principio, presentamos a los/as estudiantes la actividad comentando que visualizaríamos un vídeo de una escena de “Rápidos y Furiosos 4”, lo que generó gran entusiasmo e interés en los/as estudiantes. Indicamos que debían prestar principal atención al auto de Toretto, pues analizaríamos posteriormente su velocidad.

Luego de visualizar el video, leímos la consigna entre todos/as, pues era extensa. Así fue que en grupos de dos, tres y/o cuatro estudiantes, comenzaron a trabajar. Destinamos entre 20 y 30 minutos para su resolución. En esta etapa, fue un trabajo muy complejo el de concatenar los datos del relato con los del gráfico. No emergieron dudas considerables durante la resolución y tampoco en la puesta en común. Para esta última, mostramos el gráfico en Geogebra y entre todos/as debatimos las respuestas de los diferentes incisos.

Al finalizar la puesta en común, destinamos los últimos 20 minutos de la semana para institucionalizar las nociones trabajadas hasta el momento. Las mismas se explicaron

mediante una presentación, la cual encontrarán en el Anexo 1. Primero, dimos una primera noción de función como una relación entre variables. Luego, definimos las siguientes nociones mientras en paralelo las íbamos ejemplificando sobre una actividad⁸ en la pizarra digital:

→ El **máximo** de una función es el valor máximo que puede tomar la variable dependiente.

→ El **mínimo** de una función es el valor mínimo que puede tomar la variable dependiente.

→ **Raíces**: valores de la variable independiente para los cuales la variable dependiente es cero.

- Gráficamente, puede verse como el corte del gráfico con el eje x.

→ **Ordenada al origen (O.O.)**: valores de la variable dependiente en donde la variable independiente es cero. - Gráficamente, puede verse como el corte del gráfico con el eje y.

→ **Conjunto**: es una colección de elementos. Los elementos de un conjunto pueden ser personas, colores, figuras, números.

→ **Dominio**: conjunto de valores que toma la variable independiente (x)

→ **Imagen**: conjunto de valores que toma la variable dependiente (y).

→ **Intervalos**: conjunto de números que cumplen cierta condición (ej: $0 < x < 2$).

Notación: (a ; b), (a ; b], [a ; b) y [a ; b]

→ **Intervalos de crecimiento**: subconjunto del dominio donde los valores de la variable dependiente crecen.

→ **Intervalos de decrecimiento**: subconjunto del dominio donde los valores de la variable dependiente decrecen.

→ **Intervalos de positividad**: subconjunto del dominio donde los valores de la variable son positivos.

→ **Intervalos de negatividad**: subconjunto del dominio donde los valores de la variable dependiente son negativos.

⁸ Este ejemplo era la Actividad 4 de la planificación inicial, la cual decidimos sacar por cuestiones de tiempo y porque reunía objetivos similares a la Actividad 3. Sin embargo, nos pareció pertinente utilizarla como ejemplificación de las nociones, analizando su gráfico. La misma se encontrará en el Anexo 1.

Para finalizar la semana, propusimos a los/as estudiantes que realizarán una pequeña reflexión en el padlet sobre lo trabajado en la semana completando diferentes oraciones, presente en Anexo 5.

II.III.ii. Semana 2

Comenzamos la clase definiendo los conceptos matemáticos trabajados en las nociones vistas en la semana anterior. Para ello, recurrimos a que los/as estudiantes establezcan una vinculación con lo antes trabajado. Seguido propusimos dos actividades en las que se aplicaron estos conceptos, apelando a casos particulares, con su posterior puesta en común.

Así, la primera institucionalización que realizamos fue la definición de Función:

→ **Función:** Llamamos función f del conjunto A al conjunto B a una relación de dependencia en la que a cada elemento “ x ” del conjunto A le corresponde un único elemento “ y ” del conjunto B .

Aquí, por recomendación de la docente en la semana anterior realizamos el siguiente comentario: “La “unicidad” significa que para todas las “ x ” hay una sola “ y ”, o dicho de otro modo a cada valor de “ x ” le corresponde un solo punto en la curva. La “existencia” significa que todas las “ x ” deben corresponderse a un “ y ”, si hay alguna “ x ” que no le corresponde entonces no es función”. Con el fin de destacar estas dos condiciones necesarias de una función. A su vez establecimos su notación de función: “ $f: A \rightarrow B$ ”, $y = f(x)$. Seguido mostramos dos ejemplos, ilustrados en la Imagen 6 donde uno representa un ejemplo de función y el otro no, reflexionando sobre la justificación de por qué es o no función apelando a la definición.

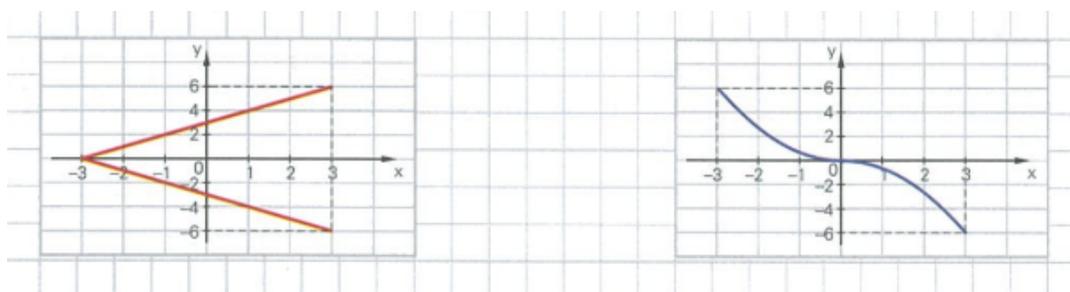


Imagen 6: Ejemplo utilizado en el teórico.

Por último, mostramos un criterio para comprobar si un gráfico se corresponde realmente al de una función, el trazo de una recta vertical⁹. Aclaremos que era una forma de justificar pero era necesario recurrir también a la definición.

Seguido de esto presentamos la definición de dominio:

→ **Dominio**: El conjunto A se llama Dominio de la función $f(x)$ y es el conjunto de todos los valores que toma la variable independiente. Es un subconjunto de la recta real (intervalo). Aclarando que la notación de dominio es: $\text{Dom } f = [a ; b]$, $\text{Dom } f = (a ; b)$, $\text{Dom } f = [a ; b)$ o $\text{Dom } f = (a ; b]$

Análogamente, presentamos la definición de imagen:

→ **Imagen**: El conjunto B se llama la imagen de la función $f(x)$ y es el conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente. Es un subconjunto de la recta real (intervalo) y su respectiva notación como: $\text{Im } f = [c ; d]$, $\text{Im } f = (c ; d)$, $\text{Im } f = [c ; d)$, $\text{Im } f = (c ; d]$.

Además, mencionamos que existen cuatro formas de expresar una función dando en cada una de ellas un ejemplo de la misma situación:

- Enunciado: “A cada número le asociamos su cuadrado.”
- Expresión algebraica: “A cada número le asociamos su cuadrado” $\rightarrow f(x) = x^2$
- Tabla de valores:

x	$y = x^2$
-3	9
-1	1
0	0
0.5	0.25
2	4

⁹ Criterio que permite la visualización rápida y efectiva para decidir si el gráfico es una función, comprobándolo en todo el conjunto del Dominio.

- Gráfico:

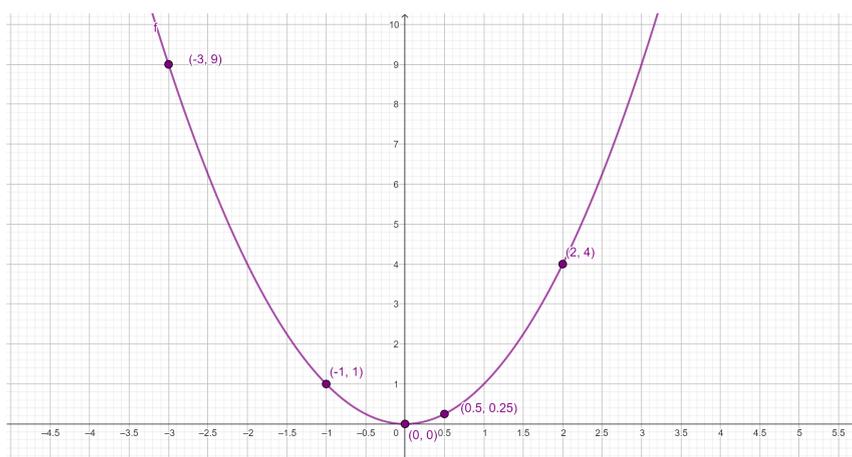


Imagen 7: Gráfico de un ejemplo del teórico.

Luego presentamos la actividad 5 para implementar los conceptos definidos anteriormente.

ACTIVIDAD 5 - ¿Cómo fue el viaje?

Objetivos: Discutir la pertinencia de la definición de función, afianzar los conceptos de dominio e imagen de una función y relacionar las diferentes formas de expresar una función.

Consigna

ACTIVIDAD 5
¿CÓMO FUE EL VIAJE?

Durante el viaje tuvimos que regresar al lugar donde paramos a comer porque mi mamá se olvidó la cartera.

El mío en cambio arranca a toda velocidad, pero en un momento se fundió el motor, así que tuvimos que esperar a la grúa que nos remolcó a casa.

Dos amigos, Alfonso y Margarita, se encuentran en la entrada del concierto de su artista favorito. Como son de diferentes lugares, se comentan cómo fueron sus viajes, pues cada uno/a viajó con su familia desde su respectiva casa.

Imagen 8: Consigna Actividad 5.

ACTIVIDAD

A. INDIQUEN A QUÉ GRÁFICO DE LA FUNCIÓN, QUE RELACIONA EL TIEMPO CON LA DISTANCIA RECORRIDA, LE CORRESPONDE A CADA RELATO.

B. DESCRIBAN EL DOMINIO Y LA IMAGEN DE CADA FUNCIÓN, CON SU RESPECTIVA NOTACIÓN.

C. LOS GRÁFICOS NO SELECCIONADOS, ¿TIENE SENTIDO EN ESTE CONTEXTO? ¿POR QUÉ?

D. CREEN UN BREVE RELATO CON EL GRÁFICO QUE TENGA SENTIDO EN ESTE CONTEXTO, PERO QUE NO SE CORRESPONDE CON EL RELATO DE MARGARITA NI ALFONSO.

Imagen 9: Consigna Actividad 5.

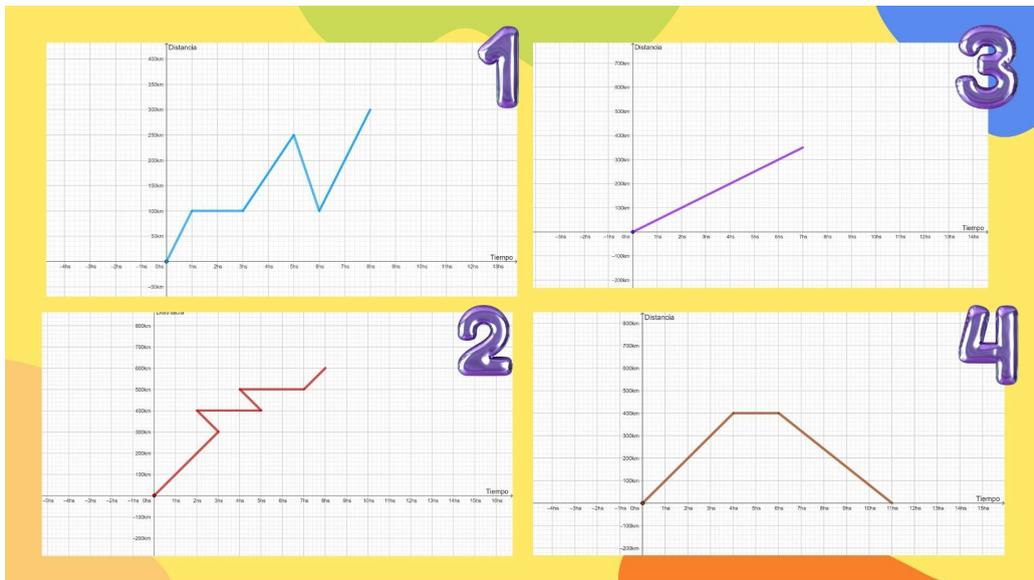


Imagen 10: Consigna Actividad 5.

Lo planificado

En base a los objetivos, destinaríamos 20 minutos para su realización y 15 minutos para su posterior puesta en común, la cual sería una actividad grupal. A su vez, realizaríamos algunas ayudas e intervenciones durante la actividad como:

- Interpretación de los gráficos
- Gráfico que no representa una función
- Justificación de función

- Descripción del dominio y la imagen

En la puesta en común recurriríamos a la utilización de la pizarra digital, donde proyectaríamos una imagen, combinada con el uso del pizarrón. Luego invitaríamos a diferentes estudiantes a pasar a mostrar lo realizado, comentando cómo lo ejecutaron y dieran una justificación. Finalmente, destacaríamos aspectos como: dominio e imagen: notación, intervalos constantes e identificación de gráficos que no representan funciones.

Lo Sucedió

Esta actividad se llevó a cabo en el tiempo establecido y solo se modificó su forma de trabajo, proponiéndola como una actividad individual. Durante su resolución hubo varios inconvenientes como: la comprensión de la consigna, la forma de justificar qué relato se corresponde con cada gráfico, confusión en cuáles variables intervienen y dudas sobre cómo escribir Dominio e Imagen. Además varios/as estudiantes recurrieron a la justificación con la recta vertical, y otros utilizaron la definición de función para decidir cuál representaba el gráfico de una función. Todo esto fue retomado en la puesta en común recurriendo a un archivo generado con el programa *ActivInspire*, trabajado en el pizarra digital, como se muestra en la Imagen 11.

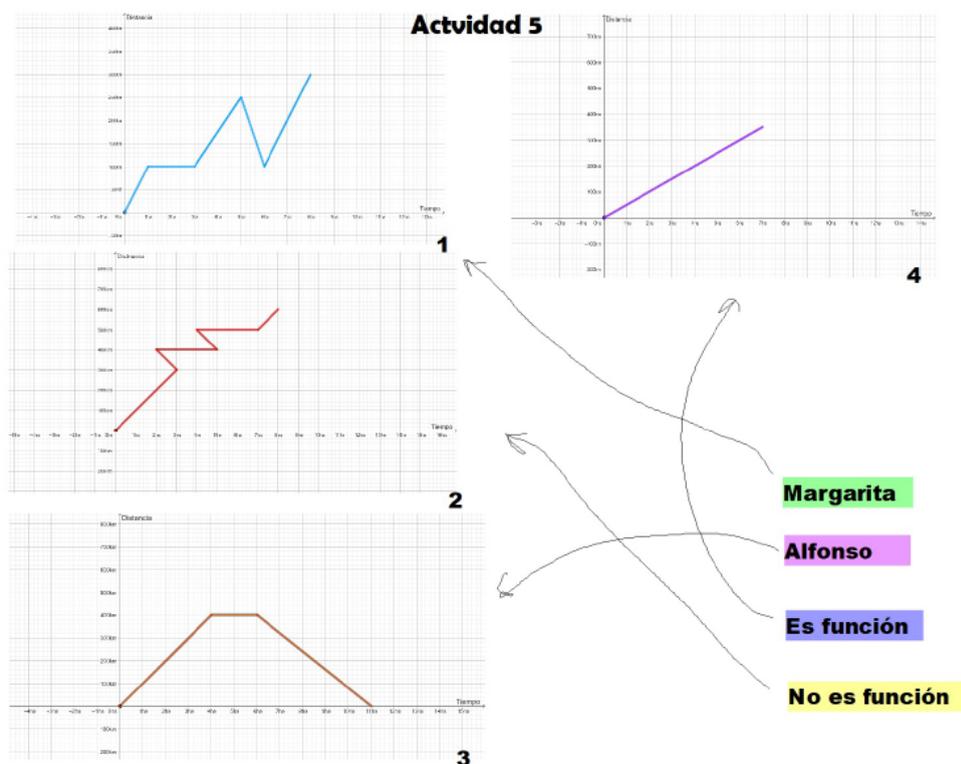


Imagen 11: Puesta en común Actividad 6.

Con el fin de mostrar al lector la manera de justificar, con el contexto, el inciso **c)** y el relato producido para el **d)**, exhibimos la siguiente resolución de un estudiante, en forma de transcripción y su respectiva imagen (Imagen 12):

c) El segundo gráfico no tiene sentido ya que viaja en el tiempo, pero el 3 si [sic] tiene sentido.

d) Gráfico 3: nosotros llegamos al concierto sin complicaciones en tan solo 7 horas.

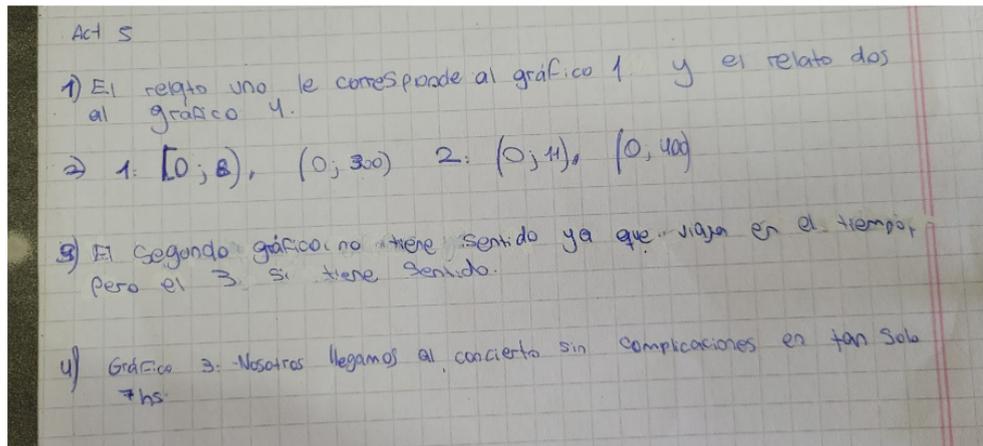


Imagen 12: Resolución de un estudiante.

Con el fin de seguir afianzando lo definido en el teórico, propusimos la siguiente actividad.

ACTIVIDAD 6 - Libro

Objetivos: Implementar la definición de función, afianzar los conceptos de dominio e imagen de una función, verificar lo realizado en la actividad utilizando *GeoGebra* y relacionar las diferentes formas de expresar una función.

Consigna

ACTIVIDAD 6: LIBRO

Bruno decide leer el libro "El multiverso del terror: Atrapados", el cual contiene 144 páginas. Además, según encuestas e informes de investigación, una persona promedio lee entre 30 y 40 páginas por hora. Bruno supone que va a leer 30 páginas por hora, pues le gusta detenerse en los detalles.

Si Bruno quisiera saber cuánto tiempo va a tardar en leer el libro o cuánto tiempo va a tardar en leer 50 páginas, podría construir una función que modele el tiempo a partir de la cantidad de páginas leídas. Para poder llegar a esta función, realicen los siguientes pasos:

- Identifiquen las variables implicadas en la relación.
- Suponiendo que el tiempo (en minutos) depende de la cantidad de páginas leídas, construyan la expresión algebraica de la función.
- Determinen el Dominio e Imagen de la función.

Ayuda: Reflexionen las preguntas ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Las variables pueden ser negativas? ¿En cuánto tiempo terminaría Bruno de leer el libro?

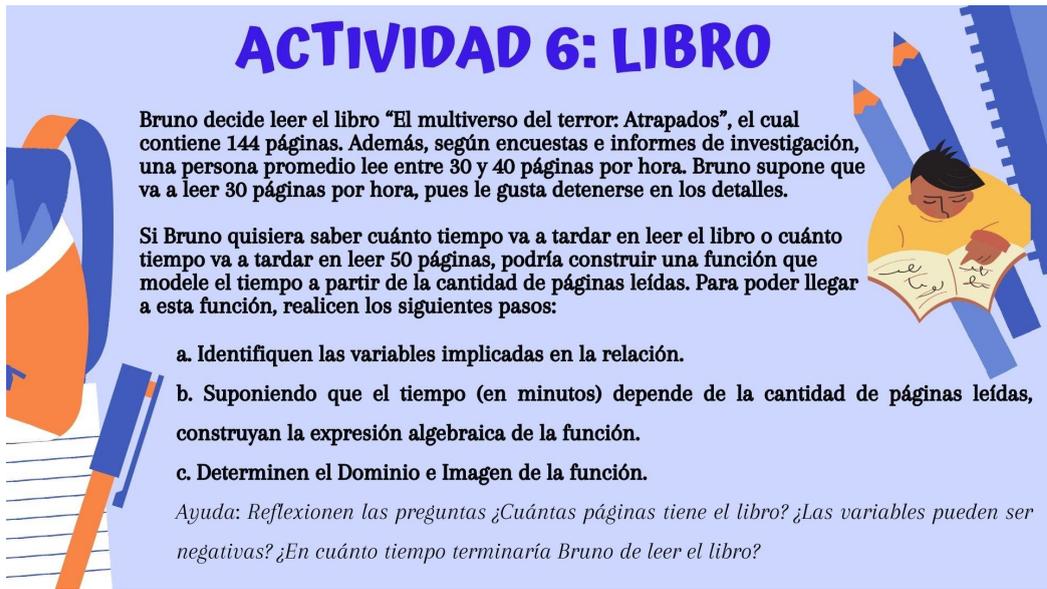


Imagen 13: Consigna Actividad 6.

d. Luego de completar las expresiones:

$$f(18.5) =$$
$$f(100) =$$
$$f(59.25) =$$
$$f(\quad) = 150$$
$$f(\quad) = 288$$

Realicen la siguiente tabla, utilizando la herramienta *Hoja de calculo* de GeoGebra:

X: CANTIDAD DE PÁGINAS LEÍDAS	Y: TIEMPO

e. Grafiquen la función en GeoGebra y, reflexionando, respondan: ¿Los puntos de la tabla pertenecen al gráfico de la función?

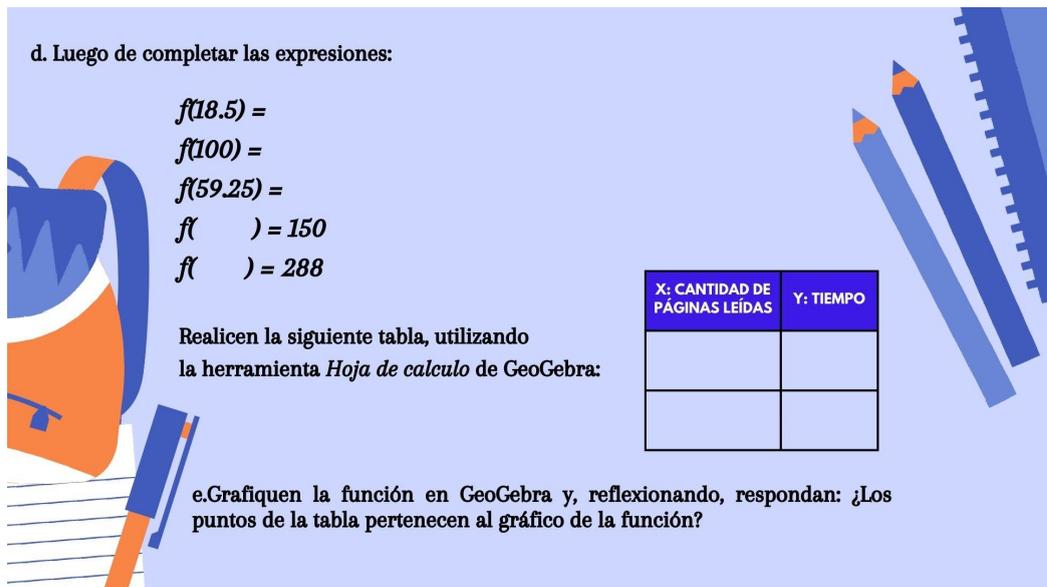


Imagen 14: Consigna Actividad 6..

Lo planificado

El tiempo establecido para la realización de esta actividad sería de 15 minutos, luego apuntaríamos a una breve puesta en común de 10 minutos. Algunas ayudas e intervenciones que creemos serían necesarias realizar serían en torno a:

- Conversión de unidades;
- Variables independiente y dependiente;
- Dominio e Imagen;
- Graficar la función;
- Completar la tabla.
- Construcción de la expresión algebraica

Lo sucedido

Esta actividad llevó más tiempo del establecido para su realización y requirió un cambio en la puesta en común: dividimos la misma en dos partes. Por un lado, compartimos lo resuelto en el inciso a y b, ya que este último fue de gran dificultad para los/as estudiantes. La expresión algebraica fue construida en conjunto, dado que los/as estudiantes no llegaron a una expresión general. Para esto, recurrimos a mostrar una regularidad para luego construir la expresión. Posteriormente, en la segunda parte de la puesta en común, continuamos con los incisos restantes, en donde se hizo un uso relevante de GeoGebra, invitando a un estudiante para graficar dicha función.

Creemos que esta actividad resultó muy compleja para los/as estudiantes ya que la mayoría no pudo construir de forma individual la expresión algebraica. Presentaron dificultades en la interpretación de x como una variable, confundiéndola con una incógnita. Además, fue evidente la incomprensión de la notación $f(x)$, por ejemplo, a la hora de completar $f(18.5)$. Aunque logramos terminar la actividad en la puesta en común, varios/as de los/as estudiantes quedaron con dudas y creemos que no se lograron los objetivos planteados.

Quisiéramos también destacar que emergieron resoluciones muy interesantes, como la que se muestra en la Imagen 15, donde una estudiante realizó diferentes notaciones de dominio, incluyó tablas, construyó un gráfico en su carpeta (sin utilizar GeoGebra) y realizó una observación para comprender la notación $f(x) = y$, que hubiera sido muy interesante compartir con el resto de la clase).

A modo de reflexión final, creemos que es una actividad muy completa e interesante para llevar al aula, pues conlleva un trabajo por parte de los/as estudiantes de construcción de una función, dotándola de sentido. Por eso, pensamos que deberíamos haber destinado el tiempo

necesario, tanto a la planificación de la misma como al trabajo por parte de los/as estudiantes, con el fin de que sea fructífera para ambas partes.

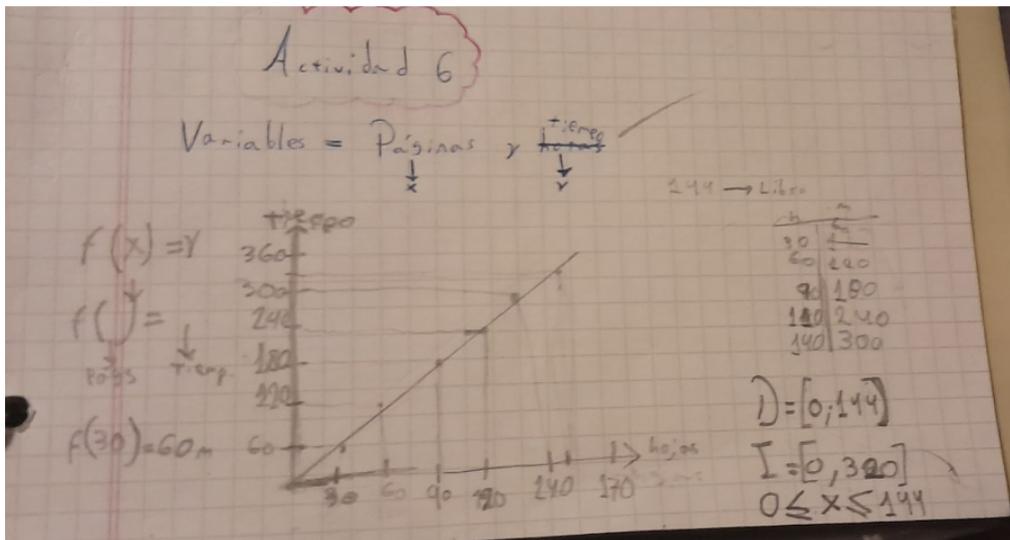


Imagen 15: Resolución de una estudiante.

Luego de esta actividad, para finalizar la semana, definimos los siguientes conceptos teóricos:

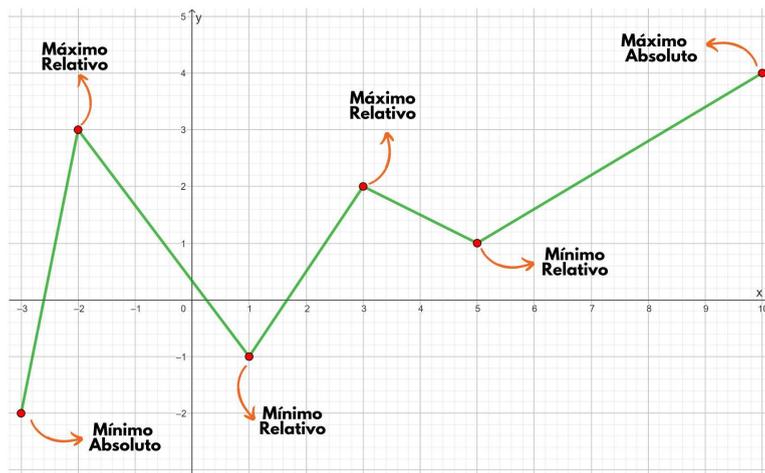
→ **Máximo absoluto de una función:** es el valor máximo que puede tomar la variable dependiente. Es decir, a es un máximo absoluto de la función f si para todo x en el dominio, se cumple que $f(a) \geq f(x)$.

→ **Máximos relativos de una función:** b es un máximo relativo de la función f si existe un intervalo: I en el dominio de f que contiene a b , tal para todo x en I se cumple $f(b) \geq f(x)$.

→ **Mínimo absoluto de una función:** c es el menor valor que puede tomar la variable dependiente. Es decir, c es un mínimo de la función f si para todo x en el dominio, se cumple que $f(c) \leq f(x)$.

→ **Mínimo relativo de una función:** d es un mínimo relativo de la función f si existe un intervalo: I en el dominio de f que contiene a b , tal para todo x en I se cumple $f(d) \leq f(x)$.

Para ejemplificar estos conceptos, decidimos proyectar el siguiente gráfico (Esquema 6)



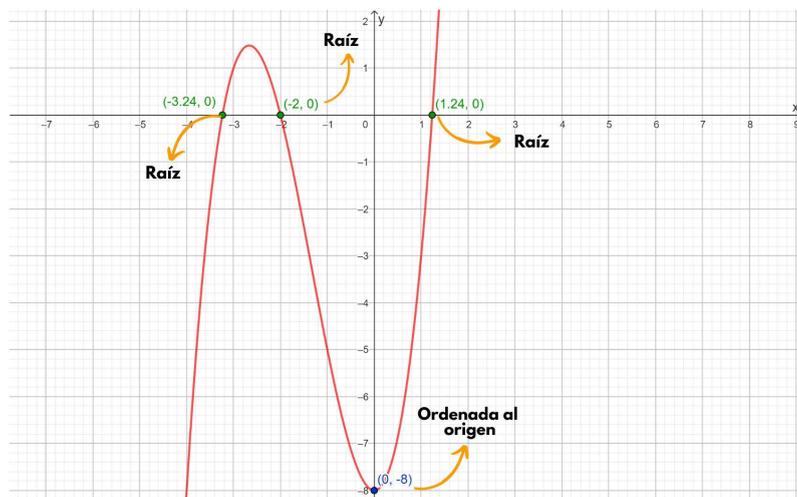
Esquema 6: Ejemplo de máximos y mínimos.

Luego continuamos con las siguientes definiciones:

→ **Raíz de una función:** Valores de la variable independiente para los cuales la variable dependiente es cero. Es decir, r es raíz de una función f si $f(r) = 0$. Destacando su notación como par ordenado : $(r, 0) = (r, f(r))$. Y gráficamente, una raíz es el corte del gráfico de la función con el eje X.

→ **Ordenada al origen de una función (O.O):** Valor de la variable dependiente en donde la variable independiente es cero. Es decir, b es la ordenada al origen de una función si $f(0) = b$. Agregando que: como par ordenado se expresa $(0, b) = (0, f(0))$ y gráficamente, es el corte del gráfico de la función con el eje Y.

A continuación, mostramos el siguiente gráfico (Esquema 7) a modo de ejemplo:



Esquema 7: Ejemplo utilizado en el teórico.

Y por último, definimos los distintos tipos de intervalos como:

→ **Intervalos de positividad:** Subconjunto del dominio donde los valores de la variable dependiente son positivos. Es decir, es el intervalo en donde se cumple que: $f(x) \geq 0$ para todo x en él.

→ **Intervalos de negatividad:** Subconjunto del dominio donde los valores de la variable dependiente son negativos. Es decir, es el intervalo en donde se cumple que: $f(x) < 0$ para todo x en él.

→ **Intervalos constantes:** Subconjunto del dominio donde los valores de la variable dependiente son iguales. Es decir, es el intervalo en donde se cumple que: $f(x) = c$ para todo x en él, con c un número real.

→ **Intervalos de crecimiento:** Subconjunto del dominio en donde los valores de la variable dependiente crecen. Es decir, es el intervalo en donde se cumple que: $f(x) \leq f(x + 1)$ para todo x en él.

→ **Intervalos de decrecimiento:** Subconjunto del dominio en donde los valores de la variable dependiente decrecen. Es decir, es el intervalo en donde se cumple que: $f(x) \geq f(x + 1)$ para todo x en él.

Concluyendo con la presentación de la mayoría de conceptos teóricos finalizamos la semana 2. De esta manera, en la próxima semana, podríamos centrarnos en la clasificación y continuidad de funciones y el comienzo del proyecto.

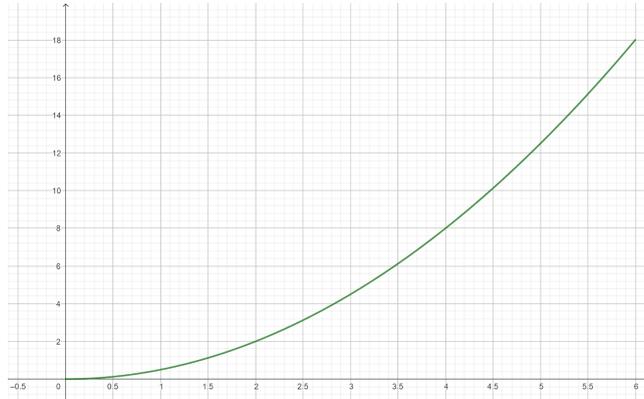
II.III.iii. Semana 3

Daremos por finalizada la presentación de los contenidos teóricos con: Continuidad de la función y su clasificación: función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Para afianzar estos conceptos, propondremos una única actividad y realizaremos su puesta en común. Como así también, presentaremos el Proyecto, destinando un tiempo para su organización y posterior inicio de trabajo.

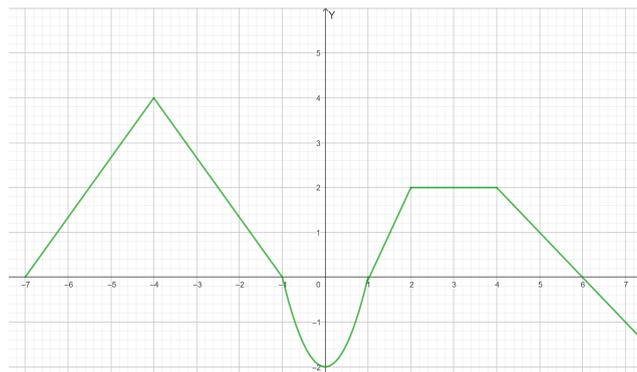
Comenzamos la semana con la presentación de los siguientes contenidos teóricos, siguiendo la misma forma que las semanas anteriores:

Clasificación de funciones

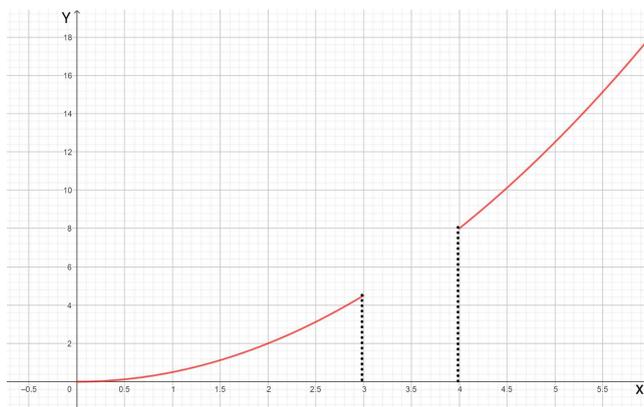
→ **Función Continua:** Una función es continua si su gráfica puede dibujarse de un solo trazo. Ejemplos de funciones continuas (Esquema 8 y 9) y de no continuas (Esquema 10).



Esquema 8: Ejemplo de una función continua.



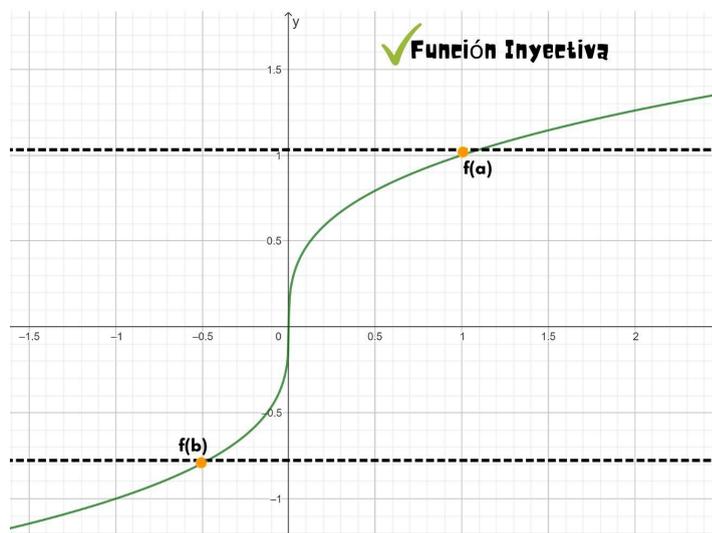
Esquema 9: Ejemplo de una función continua.



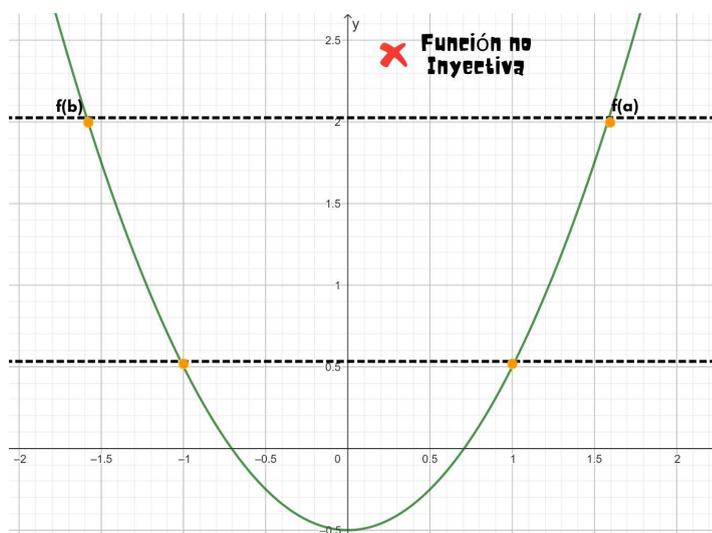
Esquema 10: Ejemplo de una función no continua.

→ **Función Inyectiva**: Una función es inyectiva si cada elemento de su Imagen tiene un único elemento del Dominio al que le corresponde. Es decir, no puede haber, por ejemplo, dos valores de x que vayan al mismo y .

Comentamos además, que simbólicamente, se expresa: “Si $a \neq b$, entonces: $f(a) \neq f(b)$ ”. A su vez, gráficamente, una función es inyectiva si ninguna línea horizontal corta al gráfico de la función más de una vez. Para esto, mostraremos en GeoGebra las funciones: $f(x) = \sqrt[3]{x}$ y $f(x) = x^2$, y trazaremos una recta horizontal que puede trasladarse y haremos la intersección de esta recta con el gráfico de cada función. De esta manera, se puede ir viendo para cada valor de y , cuántos valores de x tiene la función. Ejemplo de una función inyectiva (Esquema 11) y de no inyectiva (Esquema 12).



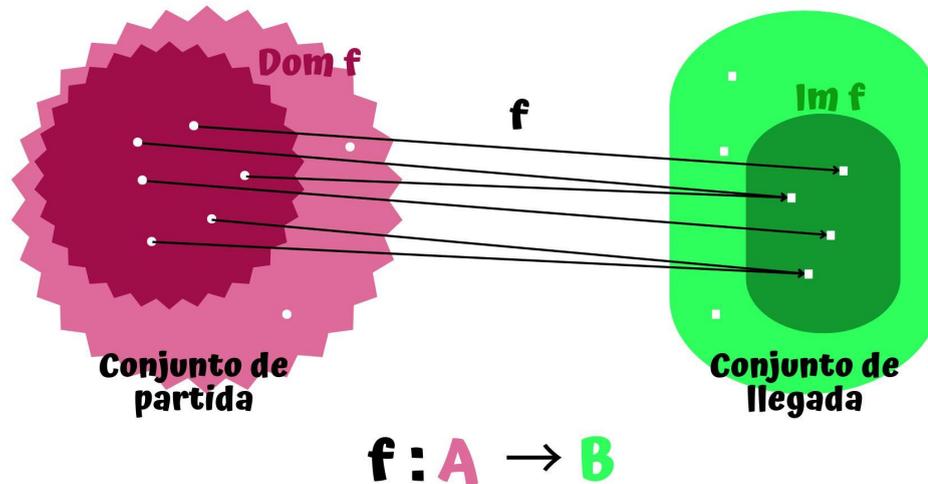
Esquema 11: Ejemplo de una función inyectiva.



Esquema 12: Ejemplo de una función no inyectiva.

→ **Función Sobreyectiva:** una función es sobreyectiva si para todo elemento de la Imagen existe un elemento del Dominio que le corresponde. Es decir, para todo y en $Im f$ existe un x en $Dom f$ que cumple: $y = f(x)$.

Esta definición, al momento de presentarla en clases generó confusiones, dado que no se ajustaba con nuestra definición de función. Pues, al no definir el dominio como un subconjunto de un conjunto mayor, denominado “Conjunto de partida” de la función en la definición conjuntista (Esquema 13), no quedan elementos del Dominio que no se correspondan con algún elemento de la Imagen. Así, las funciones sobreyectivas quedan ambiguas y, por lo tanto, todas son sobreyectivas¹⁰. Por esto, durante la clase varios/as estudiantes hicieron preguntas como: “¿Cual es un ejemplo de un gráfico de una función sobreyectiva?”, a la cual no supimos dar una respuesta que se adecuara con la definición de función que habíamos presentado. Es así que decidimos establecer que “Todas las funciones que trabajaremos serán sobreyectivas” y que su modo de justificación era solamente utilizar la definición de la misma. Destacamos que esta situación produjo desconcierto, ya que no lo habíamos contemplado en la planificación.



Esquema 13: Definición conjuntista.

¹⁰ Cabe aclarar que no nos percatamos, tanto nosotras como los/as docentes tutores/as, de esta ambigüedad durante la planificación, sino que fue durante el transcurso de las clases. Además, por otro lado, la decisión de no sacarla al momento de darnos cuenta de la misma, fue porque la definición de biyectiva hubiera quedado sin sentido alguno.

Con esta aclaración y dejando de un lado el desconcierto de los estudiantes continuamos con la definición de función biyectiva:

→ **Función Biyectiva**: Una función es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva.

Así, dimos por finalizada la presentación de los contenidos teóricos y continuamos la clase realizando una actividad para afianzar estos conceptos y realizamos posteriormente su puesta en común.

ACTIVIDAD 7: Clasificación de Función

Objetivos: Clasificar diferentes funciones a partir de su gráfico, utilizar las definiciones pertinentemente y trabajar con el gráfico de una función.

Consigna

ACTIVIDAD 7:
CLASIFICACIÓN
DE FUNCIÓN

Actividad: Clasifiquen, las siguientes funciones, justificando:

1. Gráfico de una función que parece ser una hipérbola con ramas en los cuadrantes II y III.

2. Gráfico de una función que parece ser una curva cúbica.

3. Gráfico de una función lineal que parece ser $y = x$.

4. Gráfico de una función cuadrática que parece ser $y = -x^2$.

5. Gráfico de una función constante que parece ser $y = 2$.

Imagen 16: Consigna Actividad 7.

Lo planificado

El formato de esta actividad dependería de la preferencia de los/as estudiantes, es decir, podrían realizarla de manera grupal o individual, y tendría 20 minutos de trabajo. Posteriormente, destinaríamos de 10 a 20 minutos para la puesta en común. Para esta actividad, realizaríamos ayudas e intervenciones, teniendo en cuenta las siguientes cuestiones: dominio e imagen, expresión algebraica y clasificación, con su respectiva justificación

Pero, en líneas generales, no esperamos que sea una actividad que implique un gran desafío para los/as estudiantes. A su vez, realizaríamos la puesta en común de manera colectiva, preguntando a los/as estudiantes por los diferentes gráficos, viendo la clasificación de cada uno de ellos y completando una tabla presentada en la pizarra digital.

Lo sucedido

Como fue planificado, esta actividad no generó grandes inconvenientes en los estudiantes y se realizó en el tiempo estimado. Durante la puesta en común, la cual se dio como lo mencionamos anteriormente, mostramos los gráficos y la tabla con el programa ActivInspire (Imagen 17). La tabla fue completada por diferentes estudiantes, un inciso cada uno/a, mientras los/as demás seguían trabajando. Al final, realizamos comentarios generales entre todos/as sobre las resoluciones de la pizarra. En este momento volvieron surgieron algunas dudas en cuanto a la definición y/o justificación de las funciones sobreyectivas.

Actividad 7

Función	Gráfico 1 ✓	Gráfico 2 ✓	Gráfico 3 ✓	Gráfico 4 ✓	Gráfico 5 ✓
Inyectiva	✓	✓	✓	✗	✗
Sobreyectiva	✓	✓	✓	✓	✓
Biyectiva	✓	✓	✓	✗	✗
Continua	✗	✓	✓	✓	✓

Imagen 17: Puesta en común de actividad 7.

De esta manera, damos por finalizada las actividades planificadas y, de ahora en más, nos centraremos en el trabajo con el Proyecto.

Antes de presentar la consigna queremos destacar que el tema que íbamos a abordar era ESI. El cual fue modificado, debido a la poca disponibilidad de datos continuos para trabajar con el contenido función, no es así el caso para trabajar con Estadística. Por eso es que decidimos proponer como eje central la temática de responsabilidad ambiental, definiendo tres subtemas: “Tema 1: Consumo de energía”, “Tema 2: Basura de nuestro curso” y “Tema 3: Consumo de agua”. El motivo de este cambio, además de lo mencionado, es que creímos que este nuevo tema también es relevante para los/as estudiantes desde la conciencia y responsabilidad social y su modelado es más afín con el tema Introducción de funciones.

PROYECTO

Objetivos: Establecer una relación entre la matemática y el mundo real, analizar, interpretar y trabajar datos en diferentes formatos, interpretar gráficos y fórmulas que representen diferentes tipos de variaciones, aplicar y reflexionar sobre la definición de función y sus características y por último distinguir y clasificar la función encontrada.

Consigna

Debido a la extensión de la consigna, la misma se encontrará en Anexo 2. Sin embargo, para una mejor comprensión, exhibimos a continuación un listado de las actividades propuestas en cada uno de los temas:

TEMA 1: Consumo de energía

En base a sus pensamientos o conocimientos sobre el tema: ¿Creen que es necesario reducir su consumo de energía? ¿Por qué?.

Actividades

1) Analicen el consumo energético de una casa promedio. Supongan que se utilizan diariamente 5 artefactos. Los mismos están organizados en la siguiente tabla, con sus correspondientes potencias y horas de uso.

Artefactos	Potencia (kW)	Horas de uso (hs)
Heladera con freezer	0.09	[0;24)
Lavarropa	0.875	[16;20]
Consola de videojuegos	0.12	[13;20] y [22;24)
Televisión	0.4	[9;22]
Microondas	0.64	[6;9] y [18;22]

Utilizando esta información, se generó el siguiente gráfico de la función que representa el consumo de energía en relación a las horas del día:

<https://www.geogebra.org/classic/xdrqv4ep>

Luego de inspeccionar y analizar el gráfico y la tabla, creen un breve informe donde apliquen todos los conceptos vistos en clase sobre Función, a este contexto particular. Recuerden justificar y utilizar la notación matemática adecuada cuando sea necesario.

2) Es momento de calcular su propio consumo de energía. Para esto, seleccionen de sus casas un máximo de 5 artefactos que más utilicen y registren: Cantidad del mismo artefacto con el que cuentan en su casa y horas que se utilizan cada uno de ellos por día.

Una vez recolectada esta información, utilicen el simulador virtual de la empresa provincial de energía de Córdoba EPEC, el cual permite calcular su propio consumo por día aproximado: <https://www.epec.com.ar/tramites/simulador-de-consumo>

3) Para la conclusión:

a) Establezcan relaciones entre el consumo promedio y su propio consumo energético.

b) Dado que el consumo de energía afecta directamente en el medio ambiente, podemos vincularlo con un aspecto fundamental a tener en cuenta: la huella de carbono: <https://huelladeciudades.com/AppHCCali/main.html>. Luego, realicen un pequeño análisis de los resultados. Creen una breve reflexión con la respuesta que dieron a la pregunta inicial y lo que obtuvieron finalmente en el proyecto. ¿Responderían lo mismo?

4) Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

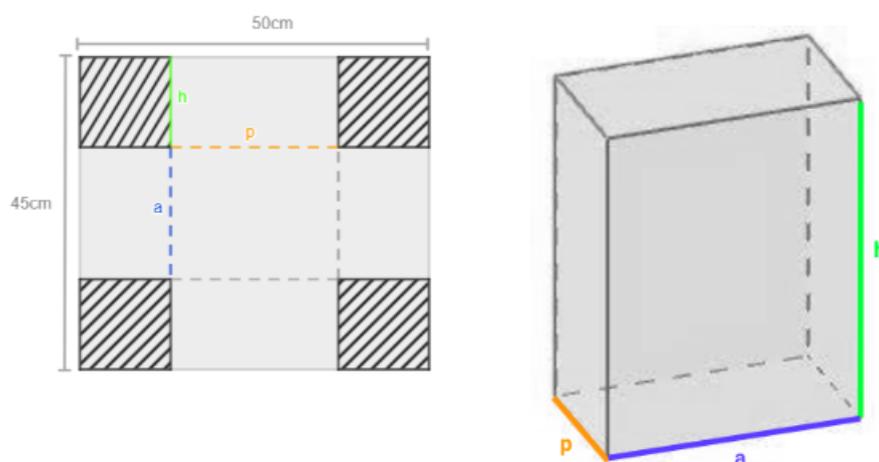
TEMA 2: Basura de nuestro curso

El objetivo de este proyecto, es que calculen la basura que genera su curso sólo con este objeto particular, y así poder dimensionar la cantidad de basura total que se puede llegar a generar.

Antes de comenzar, ¿Creen que es necesario que su curso recicle este tipo de residuos? ¿Por qué?

En un primer momento, para poder entender mejor la situación, supongan que van a fundar una nueva empresa para crear envases similares a los de tetrabrik. Para optimizar el tiempo y los recursos, van a utilizar una misma plancha compuesta por todas las capas necesarias para el envase, para los diferentes tamaños. Es decir, utilizarán una misma plancha para crear envases sin tapa para: 500 ml, 1000 ml, 2000ml, etc.

Esta plancha va a tener 45 cm por 50 cm, como en la imagen, en donde los cuadrados de las esquinas se doblan para adentro y plegando por la línea punteada, se forma la caja:



Para una mejor interpretación, crearon el siguiente archivo de Geogebra:

<https://www.geogebra.org/classic/frvj6nwc>.

Teniendo en cuenta que:

- $1\text{ l} = 1000\text{ ml} = 1000\text{ cm}^3$
- *Volumen de un prisma rectangular:*

$$V = h \cdot a \cdot p \quad \text{donde } h:\text{altura}, a:\text{ancho}, p:\text{profundidad}$$

Construyeron además la siguiente función, para poder calcular las medidas, que relaciona el volumen (en cm^3) del envase con la altura (en cm) del mismo:

$$f(x) = x(45 - 2x)(50 - 2x)$$

Actividades

1) Inspeccionando el archivo de GeoGebra y realizando el gráfico de la función en el mismo archivo, creen un informe que contenga el análisis completo de esta función, aplicando todos los conceptos y contenidos vistos sobre el tema en este contexto particular. Recuerden justificar y utilizar la notación matemática adecuada cuando sea necesaria.

2) Recolecten información sobre cuántos envases tetrabrik se desechan en sus casas en una semana, y el volumen de los mismos (recordar la conversión anterior). Además, consulten a cada uno/a de sus compañeros/as si reciclan o no este tipo de residuo, y calculen el porcentaje de su curso que si lo hace.

3) Para la conclusión:

Teniendo en cuenta el inciso 2), calculen cuánto es el volumen aproximado de residuos que desechará su curso en un año. Busquen un objeto de la realidad que puedan obtener su volumen de alguna manera para poder dimensionar la cantidad de residuo que obtuvieron. Creen una breve reflexión con la respuesta que dieron a la pregunta inicial y lo que obtuvieron finalmente en el proyecto. ¿Responderían lo mismo?

4) Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

TEMA 3: Consumo de agua

En base a sus pensamientos o conocimientos sobre el tema: ¿Creen que es necesario reducir el consumo de agua cuando se duchan? ¿Por qué?.

Actividades

1) Busquen información para responder las siguientes preguntas: ¿Cuánta agua promedio gasta una persona durante el aseo? ¿Cuánto es la cantidad óptima para crear un impacto en la reducción del consumo del agua?

2) Ahora, realizarán su propia investigación para conocer la cantidad de agua gastada durante su ducha. Deberán buscar estrategias para registrar esta información, que posteriormente necesitarán en su trabajo. Tengan en cuenta que, generalmente, abren la llave de agua y esperan unos minutos hasta que la misma salga con la temperatura adecuada para bañarse.

Seguido a esta experiencia, analicen toda la información recolectada y construyan una función que modele esta situación. Luego realicen un breve informe donde apliquen todos los conceptos vistos en clase sobre Función, a este contexto particular. Recuerden justificar cuándo y utilizar la notación matemática adecuada cuando sea necesario.

3) Para su conclusión:

Agreguen una comparación de la información recolectada en los ítems 1) y 2). ¿Qué podrían concluir teniendo en cuenta este análisis? Creen una breve reflexión con la respuesta que dieron a la pregunta inicial y lo que obtuvieron finalmente en el proyecto. ¿Responderían lo mismo?

4) Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

Lo planificado

Destinaríamos 40 minutos para comenzar con el proyecto. En un primer momento, introduciríamos el tema en general, y luego dividiríamos los temas en cada grupo para que

comenzaran a trabajar. Primeramente, pensamos que surgirían dudas en cuanto a las pautas del informe o de la presentación, la conformación de los grupos, intercambios de subtemas y fechas de entrega.. Como así también dudas con respecto al trabajo en sí . Las ayudas e intervenciones que realizaríamos,teniendo en cuenta la heterogeneidad de los subtemas y el trabajo matemático que implicarían, son diversas. Si bien cada uno tendría su particularidad, en general mediaríamos en los siguientes aspectos: pregunta inicial; utilización de datos brindados; identificación de las variables involucradas; gráfico, dominio, imagen, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento, decrecimiento, positividad y negatividad, de la función; clasificación de función; unidades a utilizar, conclusiones.

Lo sucedido

El primer cambio en cuanto a la planificación y lo que realmente sucedió en las clases, fue que el trabajo con el Proyecto ya no se dio de forma paralela a las demás actividades, sino que destinamos lo que quedó de esta semana, y principios de la siguiente, para abocarnos sólo en esta tarea. El motivo principal de esta decisión fue la disponibilidad de tiempo, teniendo en cuenta los cambios realizados en las semanas anteriores.

Ahora bien, para comenzar, presentamos el Proyecto como habíamos planificado, mostrando a los/as estudiantes el tema y subtemas, las pautas de informe y presentación, los objetivos, los criterios de evaluación y recordamos las fechas estimadas de entrega y presentaciones orales. Con respecto a la división de grupos y selección de tema, los estudiantes se organizaron en grupos por afinidad, luego realizamos un sorteo utilizando una ruleta online para distribuir los diferentes temas. Dado la cantidad de estudiantes se conformaron en promedio ocho grupos de tres y cuatros estudiantes, también se presentaron estudiantes que decidieron trabajar de forma individual.

Para comenzar a trabajar, les recomendamos principalmente que lean atentamente cada tema, para así poder resolver dudas que tuvieran al respecto. Luego, que trajeran desde sus casas, si es que el subtema lo requería, la información necesaria para trabajar en clase.

Con este proyecto, queremos aclarar que cambió la dinámica de las clases, donde como docentes pasamos a ser guías y los/as estudiantes cobraron un mayor protagonismo. Así, a lo largo de las clases, la gestión de las mismas consistió en responder consultas particulares y/o grupales, también pedimos que nos muestren los diferentes avances.

Las dudas que surgieron, las expondremos teniendo en cuenta cada subtema, con el objetivo de

- *Tema 1: Consumo de energía.* Las principales dudas fueron: cómo justificar que el gráfico se correspondía con una función, el dominio e imagen de la función, la interpretación de los datos brindados, qué información recolectar, cómo utilizar los diferentes simuladores propuestos y la comprensión de la relación entre los datos de la tabla con el gráfico de la función.

- *Tema 2: Basura de nuestro curso.* Los inconvenientes estuvieron en torno a: cómo graficar la función, la comprensión del simulador propuesto, la determinación del dominio y la imagen con respecto al contexto, como así también los máximos, mínimos, raíces y ordenada al origen (pues estas dos últimas no tenían sentido en este contexto), y la elección de un objeto de la vida real para dimensionar la cantidad de basura generada en su curso.

- *Tema 3: Consumo de agua.* Se presentaron dudas sobre: cómo realizar el experimento, qué variables estaban involucradas, cómo construir la expresión algebraica de la función y la forma de determinar su dominio e imagen en relación al contexto.

Como comentario general, la duda más puntual que manifestaron los/as estudiantes fue: “¿Qué es hacer un análisis completo de una función?”. Además, en las resoluciones de los informes, se hizo evidente una vez más la gran dificultad en la notación de intervalos y su confusión con la notación de punto. Estos aspectos fueron destacados en su posterior corrección y en la presentación.

Para finalizar la semana, presentamos una serie de actividades de repaso ya que la próxima actividad a realizar sería la evaluación sumativa y varios estudiantes estaban ansiosos. A lo largo de la planificación habíamos estipulado una actividad de cierre de semana, para cada una de ella que luego serían publicadas en el Padlet. Por cuestiones de tiempo no pudimos realizar ninguna de las mismas y para darle una utilidad las propusimos como estas actividades de repaso, compartiendolas en el aula virtual. Las consignas de las mismas se encuentran en el Anexo 3. Dejamos abierto un foro en el aula virtual para cualquier consulta y además adjuntamos sus respuestas.

Damos así por finalizada esta semana, con varias tareas pendientes para los/as estudiantes en la continuación del informe del proyecto y su presentación oral.

II.III.iv. Semana 4

Como se comentó en la introducción de la sección II.II.ii., esta última semana la destinamos a la etapa de evaluación. En primer lugar, realizamos la evaluación sumativa la cual será desarrollada en la siguiente sección, en conjunto con su posterior puesta en común. A su vez, destinamos 40 minutos para que los/as estudiantes finalicen con el trabajo del proyecto, tanto con el informe como con la presentación oral.

Queremos destacar que, en esta última semana de prácticas, el colegio tenía organizado una jornada de la “Feria del Libro” ¹¹, donde los diferentes cursos de la institución participaban en la misma. Por lo tanto, nuestro trabajo en el aula se vio afectado por la misma, y tuvimos que extender un día más nuestras prácticas, el cual fue destinado a las presentaciones orales de los diferentes grupos.

De esta manera, llegó el último día. Los/as estudiantes realizaron sus respectivas presentaciones en el formato que creyeron conveniente para poder así plasmar lo trabajado en sus respectivos temas, y comunicar a sus compañeros/as los resultados que obtuvieron. Esta etapa se realizó en 80 minutos, en los cuales cada grupo tenía entre 10 y 15 minutos para presentar y, al finalizar, realizamos preguntas al respecto y comentarios generales. Concluimos esta última clase con un saludo cordial hacia los/as estudiantes, en forma de agradecimiento y despedida de nuestras prácticas.

II.III.v. Consideraciones generales sobre la secuencia

Como reflexión, creemos que en general lo llevado a cabo en las cuatro semanas estuvo caracterizado por actividades poco tradicionales, las cuales en su mayoría involucran un contexto particular de la vida real. Los motivos de esta propuesta fueron nuestros objetivos iniciales y el interés por parte de los/as estudiantes ante estos contextos. En la puesta en práctica en el aula se evidenció que, si bien estuvieron motivados/as por las situaciones propuestas, fue un proceso complejo el de relacionarlas con los conceptos matemáticos trabajados, aspecto que será retomado en el próximo capítulo.

¹¹ La **Feria del Libro Córdoba** es la cita cultural más convocante del interior del país, es un espacio de encuentro y reflexión. Su última edición fue del 5 al 16 de octubre del 2023, y reunió alrededor de 420 actividades y más de 80 stands de librerías.

II.IV. Las evaluaciones

Como parte de la secuencia didáctica presentada, y teniendo en cuenta las decisiones sobre la acreditación de saberes de la docente del curso, propusimos y llevamos a cabo dos evaluaciones sumativas. Una fue realizada de forma individual y otra de manera grupal, cada una con sus particularidades. En las siguientes subsecciones, exhibiremos cada una de ellas, la manera en la que se presentaron en el aula y analizaremos algunos resultados finales.

Cabe aclarar que en nuestros objetivos generales iniciales se encontraba la idea de realizar una evaluación formativa durante todo el período de prácticas, teniendo en cuenta la participación de los/as estudiantes en el aula, registro y trabajo en las clases. Y, si bien estos aspectos fueron tenidos en cuenta implícitamente, no se tomaron formalmente como acreditación de la materia.

II.IV.i. Decisiones sobre la acreditación de saberes tomadas por la docente del curso

En su planificación anual, la docente especifica los siguientes criterios de evaluación, con respecto a la unidad de Función:

- Interpretar relaciones funcionales sencillas dadas en forma de tabla, gráfica, a través de una expresión algebraica o mediante un enunciado.
- Obtener valores a partir de ellas y extraer conclusiones acerca del fenómeno estudiado.
- Reconocer las características básicas de las funciones constantes, lineales y afines en su forma gráfica o algebraica y las representa gráficamente cuando vengan expresadas por un enunciado, una tabla o una expresión algebraica.
- Usar de forma precisa el lenguaje matemático para comunicar ideas.
- Realizar una solución ordenada y coherente de ecuaciones.

Además, especificó los criterios a evaluar para el proyecto de modelización en Estadística:

- Aplicar los contenidos estadísticos, utilizando con precisión el lenguaje simbólico.
- Identificar situaciones potentes de estudio, selecciona con pertinencia la muestra y los elementos de recolección de datos, realiza el procesamiento y análisis de datos recurriendo a

las tablas y parámetros correspondientes, y reflexiona en cuanto a los resultados finales, evaluando la pertinencia del proceso y aplicabilidad de estos.

- Emplear las herramientas tecnológicas, de forma autónoma, realizando cálculos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones mediante simulaciones o recolectando datos.

- Comunicar el estudio estadístico realizado por escrito con un informe y oralmente mediante la exposición a sus compañeros.

Usando estos criterios como guía, definimos los nuestros en cada etapa de evaluación.

II.IV.ii. Estrategias de evaluación implementadas a lo largo de la práctica

Entendemos por evaluación sumativa a aquella que analiza el producto del aprendizaje y mide el conocimiento del alumno a través de una calificación (Gvirtz y Palamidessi, 1998). De esta manera, definimos dos evaluaciones sumativas, una individual y otra grupal.

Evaluación escrita

En la etapa de planificación, habíamos propuesto realizar una evaluación en grupos de a dos estudiantes y a carpeta abierta. La misma, estaba compuesta de una sola actividad, dividida en dos incisos, con los objetivos de evaluar la interpretación de los conceptos trabajados y la aplicación reflexiva de los mismos. Una vez presentada a la docente a cargo del curso y al profesor supervisor, luego de examinarla, realizaron comentarios y sugerencias con respecto a su modalidad de trabajo y la cantidad de actividades. Su motivo principal fue que los/as estudiantes no realizarían un tipo de actividad similar durante las prácticas. Por esta razón, decidimos utilizar la actividad inicial propuesta anexando otra, con características similares a las que se trabajarían en el aula. Esta última, reunía el puntaje necesario para que los/as estudiantes aprobaran la evaluación, en el caso de que no pudieran avanzar en la otra actividad propuesta. Así, la evaluación quedó definida con las siguientes características:

- individual: ya que había una instancia de evaluación grupal en el proyecto;
- a carpeta abierta: pues requería interpretación, reflexión y aplicación de los contenidos teóricos y no solo la memorización de estos;
- escrita;

- y en 80 minutos: para brindarle a los/as estudiantes el tiempo necesario.

Este instrumento de evaluación apuntaba a los siguientes objetivos:

- Analizar, interpretar y trabajar datos en los diferentes formatos de representación de una función.
- Usar apropiadamente la notación matemática.
- Aplicar y reflexionar sobre los conceptos de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Y tenía como criterios de evaluación:

- Interpretación y aplicación de los contenidos de función.
- Utilización con precisión de la notación matemática pertinente.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.

Una vez realizadas todas las modificaciones correspondientes, elaboramos dos temas de evaluación, disponible en Anexo 4a y 4b. los cuales únicamente difieren en los valores y el gráfico, con el objetivo de que no haya inconvenientes a la hora de realizarla, dado la distribución de los bancos. En las mismas, además de las consignas, se encuentran especificados los objetivos y los criterios de evaluación y los puntos generales de cada inciso. En las Imágenes 18, 19, 20 y 21, presentamos a modo de ejemplo las actividades que conformaron la evaluación del Tema 2.

Actividades:

1. (6 puntos) Observa el siguiente gráfico de una función y responde las consignas de análisis que se presentan a continuación:

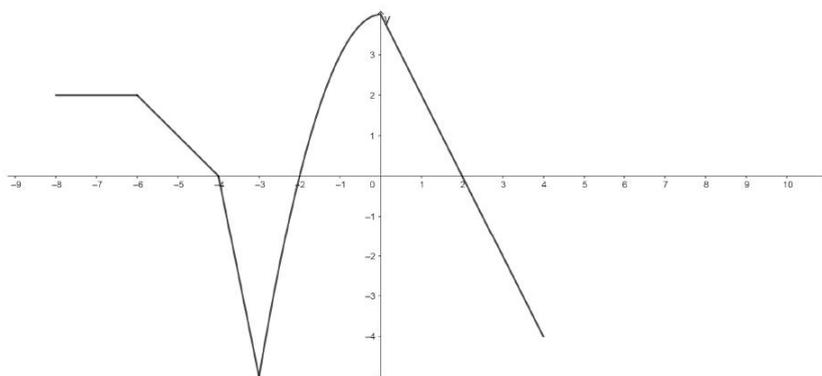


Imagen 18: Evaluación Tema 2.

a) ¿Por qué es una función?

b) Determina:

⇨ Dom $f =$

⇨ Im $f =$

⇨ Raíces:

⇨ Ordenada al Origen:

⇨ Máx relativos:

⇨ Min relativos:

⇨ Máx absoluto:

⇨ Min absoluto:

⇨ Intervalo/s de negatividad:

⇨ Intervalo/s de crecimiento:

⇨ Intervalo/s constantes:

⇨ Intervalo/s de decrecimiento:

⇨ Intervalo/s de positividad:

c) Clasifica la función, justificando.

Imagen 19: Evaluación Tema 2.

2. (4 puntos)

a) Grafica una función que cumpla las siguientes condiciones:

- Es constante en $[-3 ; 0]$
- Mínimo relativo en $(4 , -2)$
- Máximo absoluto en $(5 , 7)$
- $f(- 5) = 0$
- $f(2) = 0$
- $f(7) = 0$
- Intervalo decreciente: $(0 ; 4]$
- Intervalo creciente: $[-8 ; -3]$
- $\text{Dom}f = [-8 ; 7]$

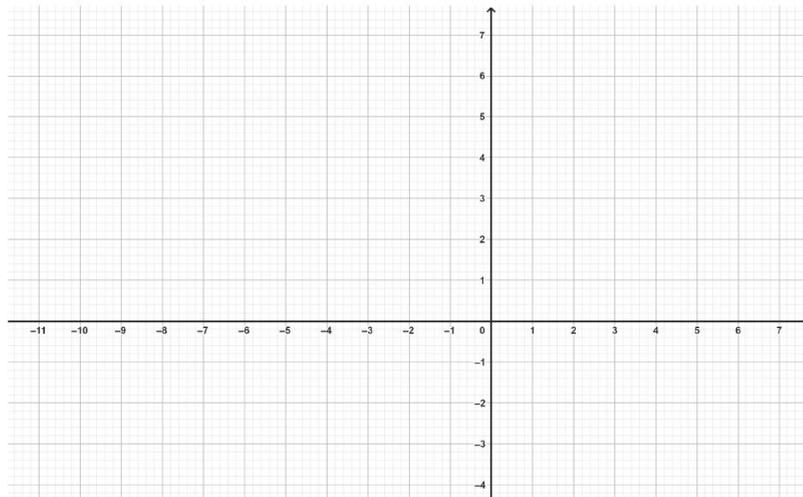


Imagen 20: Evaluación Tema 2.

b) Completen la siguiente tabla, registrando los datos brindados en el ítem anterior y tres valores más:

x	$y = f(x)$

Imagen 21: Evaluación Tema 2.

En este proceso de evaluación, surgieron dos particularidades. Por un lado, fue necesario adaptar la evaluación para la estudiante con un diagnóstico particular, como se especificó en el capítulo 1. Esta adaptación, disponible en Anexo 4c, fue realizada por su maestra integradora, luego de que le enviemos nuestra propuesta. Por otro lado, se contó con estudiantes ausentes en dos divisiones, por lo que, en concordancia con la manera de abordar estas situaciones por parte de la institución, modificamos las consignas, presente en Anexo 4d, y estos/as estudiantes realizaron la evaluación una semana después, mientras los/as demás realizaban su presentación oral de los proyectos.

El comienzo de la cuarta semana de práctica, fue el día destinado para la realización de la evaluación, la cual fue repartida en forma de fotocopias a los/as estudiantes y realizamos comentarios pertinente para comenzar a realizarla.

Durante la implementación, hubo gran cantidad de dudas por parte de los/as estudiantes, las cuales, por un lado, estaban relacionadas a la interpretación de las consignas y conceptos, y, por otro, apuntaban a cómo resolverlas. Muchas de estas, se vieron reflejadas aún en su resolución. Queremos destacar que en esta instancia fue compleja la decisión de cómo intervenir, cuáles dudas responder y cuáles no. Al término de los 80 minutos destinados, todos/as los/as estudiantes terminaron su evaluación.

En la siguiente clase realizamos la puesta en común de esta evaluación, cabe destacar que si bien para este momento aún no habíamos puesto notas, pero si las corregimos significativamente, creímos conveniente resolver entre todos/as en conjunto para detenernos en ciertas particularidades que habíamos observado en sus resoluciones. Las mismas estaban relacionadas con: la notación de puntos e intervalos, el orden en el cual escribir estos últimos, la forma de justificar la clasificación de la función, la manera de ir graficando las diferentes condiciones de la función y cómo completar la tabla. Un error frecuente y significativo que vale la pena destacar es que, en las tres divisiones, en la actividad 2 donde debían construir una función, varios/as estudiantes graficaron una parte de la función como una recta vertical (Imagen 22). Creemos que la causa de este hecho es que los/as estudiantes se centraron en graficar las condiciones dadas y no en analizar las mismas, sin darse cuenta que en realidad no estaban graficando una función. A raíz de esto, en la etapa de corrección, hicimos una observación notable sobre esta confusión, como se ve en la Imagen 22.

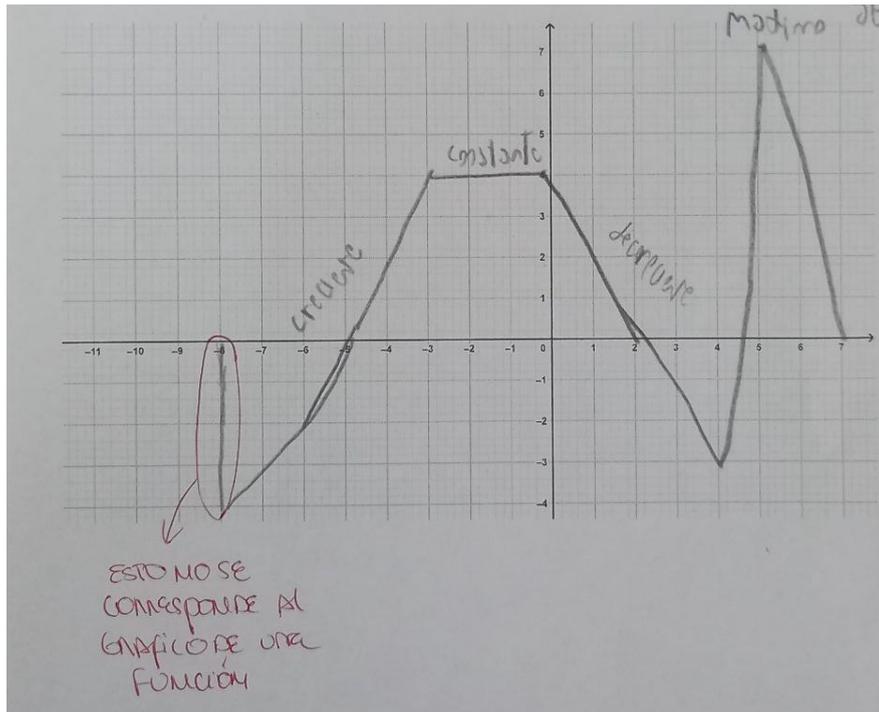


Imagen 22: Resolución de un estudiante.

Proyecto

Para este proceso, realizamos dos instancias evaluativas, una de forma escrita mediante un informe y otra en formato presentación, donde los/as estudiantes decidían el recurso audiovisual que preferían. Como se detalló en la sección anterior, la consigna del proyecto involucró los objetivos, las pautas de informe y presentación, y los criterios de evaluación. Estos últimos consistieron en:

- Aplicación de los contenidos de función, utilizando con precisión el lenguaje simbólico.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.
- Desempeño en el trabajo en grupo.
- Presentación oral: participación significativa y equitativa de los/as integrantes del grupo.
- Buen uso de las Tecnologías Digitales.
- Comunicación de los resultados finales.

El informe fue entregado con la misma modalidad trabajada en las actividades anteriores, lo que nos permitió realizar las correcciones respectivas y así poder comentar pertinentemente a la hora de la presentación de cada grupo. Luego, destinamos la clase siguiente para que

los/as estudiantes puedan llevar a cabo sus respectivas presentaciones, lo que llevó 80 minutos. Al término de cada una de estas, hicimos comentarios y preguntas generales, con el fin de que participen aún más cada integrante del grupo como así también resolver algunas dudas que teníamos de los informes. A su vez, dimos espacio para que los/as demás compañeros/as hicieran comentarios, lo cual no ocurrió en gran medida. Reflexionando, invitamos a los/as lectores a meditar el por qué de esta situación.

II.IV.ii. Análisis crítico de la experiencia de evaluación desarrollada

Creemos que el proceso de corrección de ambas evaluaciones fue muy complejo y difícil a la hora de ser lo más objetivas posible. Por eso es que elaboramos una tabla para la evaluación individual (Tabla 3), para lograr su optimización, definiendo y detallando cuántos puntos vale cada inciso de las dos actividades. Destacamos que dicha tabla permitió la orientación y facilitación de las correcciones.

EVALUACIÓN				
Actividad 1	Total de puntos	a	b	c
	6p	1p: si está bien usada la definición	3p totales - Dado que se dan 13 condiciones $3/13 =$	1p: si no realiza alguna clasificación o justificación
		0,75p: si hay alguna observación	0,23p para cada uno.	2p: si se clasifica y argumenta.
Actividad 2	4p	a	b	
		3p totales - dado que se dan 9 condiciones $3/9 =$ 0,33p para cada uno	1p total - dado que se deben completar 8 valores, $1 / 8 =$ 0,125p para cada valor.	
		2p totales si el gráfico no corresponde al de una función - $2/9 =$ 0,22p para cada uno		

Tabla 3: Tabla con criterios de corrección para la evaluación escrita.

Puede verse a continuación, en la Imagen 23, un gráfico de barra donde se aprecian las notas correspondientes a las tres divisiones en conjunto, que van del 1 al 10, y la cantidad de estudiantes que obtuvieron dichas notas.

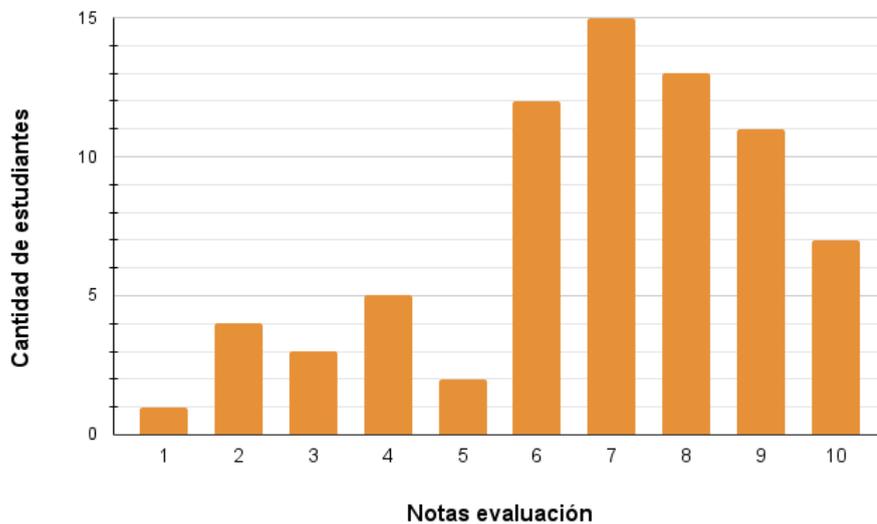


Imagen 23: Distribución de notas de evaluación.

Como reflexión final de esta primera etapa de evaluación, queremos destacar que, si bien se obtuvieron buenas notas, la mayoría de los/as estudiantes realizaron gran parte de las actividades propuestas y que, aunque la segunda consigna se presentó como un nuevo y desafiante escenario de trabajo para ellos/as, lograron resolver de forma significativa.

De manera similar a la corrección de la evaluación escrita, establecimos la distribución de los puntos para la corrección del proyecto, destacando que, si bien fue posible hacer esta división de puntaje (Tabla 4), la objetividad se vio influenciada por cuestiones como: participación de los/as integrantes en la elaboración del informe y la posterior presentación, involucramiento de los/as mismo/as, estructura de ambos formatos y uso de diferentes recursos y herramientas tecnológicas.

PROYECTO				
Informe				
	Total de puntos	1	2	3
Tema 1	8p	4p	1p	3p
Tema 2		4p	2p	2p
Tema 3		2p	5p	1p
Presentación oral				
	Total de puntos	Participación de los integrantes	Construcción de presentación	
Los 3 temas	2p	1p	1p	

Tabla 4: Tabla con criterios de corrección para el proyecto.

Además, anexamos un gráfico de barras (Imagen 24) con las distribución de las notas para las tres divisiones en conjunto.

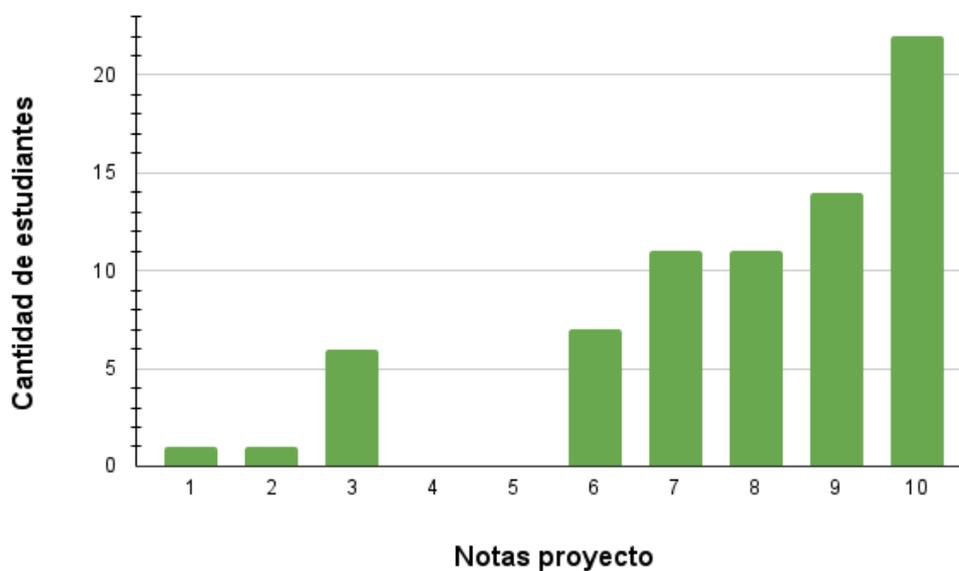


Imagen 24: Distribución de notas del proyecto.

Haciendo un análisis de esta segunda evaluación, creemos que fue evidente cómo se involucraron los/as estudiantes, debido a que estuvieron motivados por el contexto/temática y el tipo de trabajo que implica estar inmersos en un proceso de Modelización Matemática.

Hoy, reflexionando sobre esta vivencia, creemos que hubiera sido pertinente llevar a cabo la aplicación de los resultados y su posterior validación, quedando como recomendación para otras experiencias.

Finalmente, promediamos las notas de ambas evaluaciones y creamos una nota final para cada uno/a de los/as estudiantes, a pedido de la institución. Si bien solo fue una calificación numérica, creemos que la misma reflejó el proceso que cada uno/a de ellos/as realizó a lo largo de estas cuatro semanas, construyendo aprendizajes significativos.

A modo de cierre de capítulo y comienzo del siguiente, agregamos que: a pesar de las diferentes problemáticas presentadas a lo largo del período de prácticas, la cual una de ellas cobrará gran protagonismo en el posterior capítulo, creemos que cumplimos con nuestros objetivos planteados desde el inicio.

Capítulo III: Reflexión y análisis de una problemática de estudio

En este capítulo, abordaremos una problemática particular y trascendente que emergió en la etapa de revisión y reflexión de nuestro período de prácticas. Para esto, situaremos al/a la lector/a en contexto, a través de una introducción y justificación de la elección de dicha problemática. Posteriormente, realizaremos su correspondiente análisis con la ayuda de diferentes aportes teóricos y evidencias de nuestra experiencia, poniéndolos en diálogo con el problema planteado. Y, finalmente, propondremos diferentes conclusiones con el fin de contribuir a futuras prácticas docentes.

III.I Construcción de la problemática

Durante el transcurso de las prácticas y también luego de su finalización, realizamos una reflexión de las diferentes clases y de cada una de las actividades propuestas en la secuencia didáctica y como fueron abordadas en el aula, puntualmente analizando las dificultades que emergieron. Así, fuimos examinando potencialidades e inconvenientes, con el fin de mejorar la propuesta de enseñanza y que pueda ser fructífera en un futuro para otros escenarios.

Observamos, en las últimas clases de la práctica, que algunos/as estudiantes recurrían a ejercicios de rutina (Imagen 24) para repasar previamente a la instancia de evaluación. Los mismos, se encontraban en el aula virtual en la sección de 3^{er} “B”, división a cargo de la Docente Tutora. Frente a esta situación, notamos por primera vez que, desde nuestra planificación, este tipo de tareas, con características de “ejercicios rutinarios”, estuvo presente en una única actividad. Desde ese momento, comenzó a conformarse la idea que dió origen al problema a analizar.

Luego de finalizar la etapa de prácticas, realizando un análisis reflexivo de nuestra experiencia, comenzamos a plantearnos una serie de cuestionamientos en base a las necesidades y obstáculos que presentaron los/as estudiantes a lo largo de las clases, algunas de ellas fueron: ¿Por qué no integramos más ejercicios de rutina en nuestra secuencia de enseñanza? ¿Qué aportan cada una de las actividades propuestas? ¿Y qué faltó en cada una de ellas? ¿Por qué trabajar sobre un contexto real no fue suficiente para afianzar los contenidos matemáticos? ¿Qué contribuyen diferentes autores/as sobre este tipo de situaciones?

ACTIVIDADES: FUNCIONES

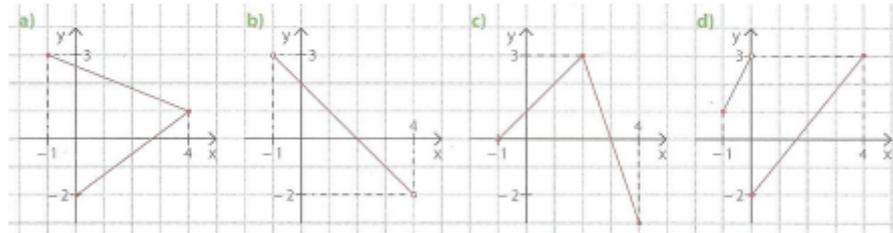
1. Se define $R: A \rightarrow B$ con $A = \{1; 2; 4; 5\}$ y $B = \{0; 1; 3; 5; 7\}$

Indicar si las siguientes relaciones son o no son funciones y justifica la respuesta.

a)	x	y	b)	x	y	c)	x	y	d)	x	y	e)	x	y
	1	0		2	7		1	3		5	1		1	0
	2	1		4	1		2	1		1	1		1	1
	2	3		5	3		5	5		4	1		1	3
	4	5		1	0					2	1		1	5
													1	7

2. Se define $R: A \rightarrow B$ con $A = [-1; 4]$ y $B = [-2; 3]$

Indicar si los siguientes gráficos corresponden o no a funciones y justificar la respuesta.



3. Indicar si las siguientes relaciones, $R: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, son funciones y justifica.

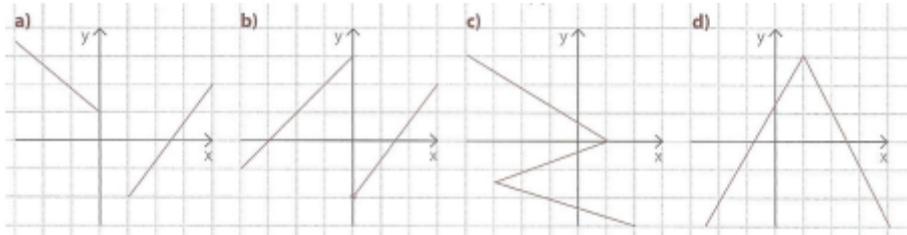


Imagen 24: Ejercicios propuestos en guía de actividades.

Finalmente, a partir de esta serie de preguntas y con la ayuda de los aportes teóricos correspondientes, definimos una problemática particular que engloba todo lo que queremos estudiar: La articulación entre los diferentes *ambientes de aprendizaje* para llevar a los/as estudiantes a establecer de manera autónoma la institucionalización del saber matemático. Para contextualizar y dar fundamentos de la misma, en la siguiente sección, expondremos y explicaremos los contenidos teóricos utilizados, poniéndolos en diálogo con las evidencias de lo sucedido en el aula.

III.II. Puesta en diálogo de las evidencias con los aportes teóricos

III.II.i Ambientes de aprendizaje

En primer lugar, creemos pertinente recurrir a los aportes de Ole Skovsmose (2000) para situar al lector en los conceptos teóricos. El autor, presenta una división de actividades propuestas en el aula de matemática: con respecto a los tipos de referencia y con la forma de organización de la actividad de los/as estudiantes. En cuanto a la referencia, se “(...) incluye el contexto para ubicar un objetivo para la realización de una acción (llevada a cabo por los estudiantes en un salón de clase)” (Skovsmose, 2000, p.9), identificando tres tipos: matemáticas puras, semirrealidad (realidad construida) y situaciones de la vida real. Por otro lado, las formas de organización de la actividad de los/as estudiantes, se dividen en dos: paradigma del ejercicio, en el que se proponen actividades de la enseñanza tradicional, caracterizadas por tareas de rutinas que tienen una y solo una respuesta correcta, donde solo es necesaria la información dada por la consigna; y escenarios de investigación, en donde se plantean actividades en las que se invita a explorar, descubrir y explicar una situación del mundo real, conduciendo a un hacer matemático crítico, dotado de sentido y significado, en donde el/la profesor/a adquiere el papel de supervisor/ra. De esta manera, el autor propone una matriz (Esquema 14) que define seis **ambientes de aprendizaje**.

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Esquema 14: Ambientes de aprendizaje. Fuente: Skovsmose, 2000, p.8

Además, el autor propone que estos límites son un tanto “borrosos” y “amplios”, haciendo alusión a que sus fronteras no son estrictas y las actividades pueden encontrarse más cerca de unos que de otros. Teniendo en cuenta todas las características de este esquema,

realizamos la división de las actividades que propusimos en el aula, lo cual no fue un trabajo fácil, a partir de las siguientes justificaciones:

- **Actividad 1: “Puntos en el plano”** → **Ambiente (1)**: solamente se involucran conceptos matemáticos y tiene una única solución.

- **Actividad 2: “¿Qué figura es?”** → **Ambiente (5)**: la consigna propone situarse en el mundo real para seleccionar un objeto, pero luego éste es aislado y tratado desde lo intramatemático para resolver la tarea, además si bien hay múltiples respuestas moldeadas por el objeto seleccionado, la misma es única en cuanto al trabajo matemático realizado.

- **Actividad 3: “El pronóstico del clima”** → **Ambiente (5)**: es una situación de la vida real, los datos son reales, y se hace un trabajo dentro del paradigma del ejercicio, donde si bien se hace una cierta investigación para la recolección de los datos en una primera instancia, luego se trabaja tradicionalmente.

- **Actividad 4: “Rápidos y furiosos”** → **Ambiente (3)**: posee una realidad construída y en su resolución solo se necesita la información brindada por la consigna, sin tener que investigar o explorar.

- **Actividad 5: “¿Cómo fue el viaje?”** → **Ambiente (3)**: se propone una situación que claramente podría suceder en el mundo real para generar interés en los/as estudiantes, pero es construída, y su resolución requiere del uso puntal de conceptos matemáticos, sin tener que indagar en otros aspectos, donde su solución es única.

- **Actividad 6: “Libro”** → **Ambiente (4)**: si bien se espera una respuesta única, el contexto en el que se plantea condiciona la propuesta y es necesario un proceso de exploración y construcción para explicar un fenómeno de la realidad, con el fin de atribuir un sentido al quehacer matemático.

- **Actividad 7: “Clasificación de función”** → **Ambiente (1)**: para su resolución no es necesario recurrir a la investigación, sino sólo utilizar la clasificación de función como contenido matemático, y no tiene un contexto extramatemático.

- **Proyecto** → **Ambiente (6)**: los temas son extraídos del mundo real y, si bien los contenidos matemáticos a utilizar son limitados, la respuesta no es única y está estrechamente relacionada con el contexto y el trabajo que cada grupo de estudiantes realice; además implica un arduo trabajo por modelar una situación de la vida real y dotar de sentido a la construcción de la matemática.

Quedando como resultado, el siguiente esquema (Esquema 15):

		Formas de organización de la actividad de estudiantes	
		<i>Paradigma del ejercicio</i>	<i>Escenarios de investigación</i>
Tipo de referencia	<i>Matemáticas puras</i>	Act.1: Puntos en el plano Act.7: Clasificación de función	
	<i>Semirrealidad</i>	Act.4: Rápidos y furiosos Act.5: ¿Cómo fue el viaje?	Act. 6: Libro
	<i>Situaciones de la vida real</i>	Act.2: ¿Qué figura es? Act.3: El pronóstico del clima	Proyectos

Esquema 15: División de actividades propuestas en los diferentes ambientes de aprendizaje.

Haciendo un análisis retrospectivo, creemos que la elección de actividades, las cuales tienden al tipo de referencia donde se incluye un contexto particular, se basó en nuestros objetivos generales planteados de un principio (Sección II.II.i.). Éstos, a su vez, se ven influenciados por las características de nuestra formación pedagógica, la cual intenta dar cuenta de la comprensión de los fenómenos asociados a la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, destacando la importancia de la implementación de actividades para contribuir a la construcción de sentido del hacer matemático, basándose en tendencias¹² actuales en la Educación Matemática. Ejemplo de estas pueden ser: el uso de las tecnologías digitales como herramienta didáctica y el trabajo con actividades que involucren a los/as estudiantes de una manera protagónica.

Reflexionamos sobre lo que dice Skovsmose (2000):

No quiero sugerir que un ambiente particular pueda designarse como el representante de los objetivos últimos de la educación matemática, bien sea crítica o no. Más bien, mi propuesta es apoyar una educación matemática que se mueva por los distintos

¹² Las tendencias en la educación matemática pueden entenderse como una respuesta para algún problema, como sugieren D'Ambrosio y Borba (2021).

ambientes presentados en la matriz. En particular, no creo que un objetivo del cambio en la educación matemática deba ser el abandono total de cualquier tipo de ejercicios. Es importante que los estudiantes y el profesor juntos encuentren un camino entre los diferentes ambientes de aprendizaje. La ruta “óptima” no puede determinarse de antemano sino que tiene que decidirse en la interacción entre profesor y estudiantes.(p.17)

Con lo realmente sucedido en nuestra experiencia, deducimos que carecimos, en cierto sentido de dicho movimiento por los diferentes ambientes. Creemos que en nuestra secuencia didáctica faltaron actividades que de cierta manera potenciarán cada uno de los aportes de estos ambientes, contribuyendo a la construcción de un aprendizaje significativo sobre los contenidos matemáticos trabajados.

III.II.ii Proceso de construcción de conocimiento

Ahora bien, si nos posicionamos desde el proceso de construcción de conocimiento de los/as estudiantes, tomamos la idea de Sadovsky (2005):

En algunos ámbitos de la educación matemática hay quienes sostienen que siempre que sea posible la fuente de sentido debe provenir de los contextos extramatemáticos, que son los que realmente le permiten al alumno comprender el funcionamiento de los conceptos. (p.96)

Además, esta autora destaca la importancia de analizar qué papel juega en la producción de conocimiento matemático, el contexto al que se refieren los problemas que se plantean con un propósito de aprendizaje. Por esto es que, reflexionando con nuestra experiencia, podemos afirmar que en la etapa de planificación perseguimos la idea que plantea Sadovsky, pues aplicamos un contexto particular en un 70% de las actividades diseñadas, como se evidencia en el Esquema 6.

Con esto expuesto, nos proponemos plantear una situación en particular retomando la Actividad 4: “Rápidos y furiosos”¹³. En la misma, luego de un breve relato del contexto, se plantearon los siguientes incisos:

- a. *¿Qué representa cada eje?*
- b. *¿Cuánto tarda la persecución hasta que el camión explota?*
- c. *Cuando Toretto gira su auto y frena, ¿Qué pasa con la velocidad?*

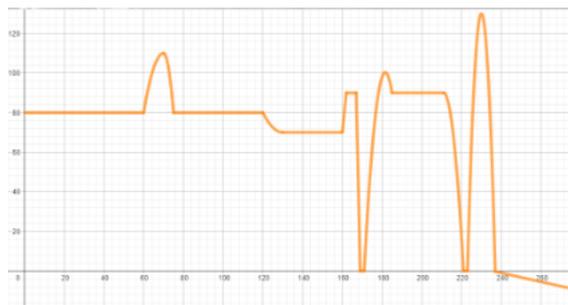
¹³ Para recordar puntualmente la consigna, volver a la sección II.III

d. ¿Cuál es la velocidad máxima alcanzada por el auto de Toretto? ¿Lo hace más de una vez? ¿En qué momento/s?

e. ¿Y la mínima? ¿La alcanza más de una vez? ¿En qué momento/s?

f. ¿En qué períodos de tiempo se mantiene constante la velocidad? ¿En cuáles la aumenta? ¿Y en cuáles la disminuye?

g. Si la escena siguiera unos segundos más, ¿Podría ser que la velocidad del auto de Toretto esté representada por el siguiente gráfico? ¿Por qué?



A su vez, retomamos que algunos de los objetivos a los que apuntábamos eran:

*Interpretar el gráfico aplicando la noción de intervalos de crecimiento, decrecimiento y constante.

*Trabajar la noción de dominio e imagen.

*Identificar puntos máximos y mínimos.

En esta actividad, los/as estudiantes se vieron muy involucrados/as y motivados/as, debido a que la misma presentaba un entorno de su interés. A la hora de su resolución no se presentaron grandes dificultades, ya que para dicho momento los/as estudiantes se remitían al contexto para dar respuesta a cada inciso. Luego, analizando lo sucedido, alertamos también que los conceptos matemáticos que esperábamos que surgieran, no fueron trabajados y/o comprendidos por los/as estudiantes de manera descontextualizada. Por eso es que creemos que nos faltó, como guadoras de la clase, proponer un exhaustivo proceso de descontextualización de los conceptos matemáticos emergentes de dicha actividad, destacando, ya sea durante su resolución o en su posterior puesta en común, los contenidos matemáticos involucrados y así abstraerse de este contexto particular. Lo que posiblemente conlleve a una institucionalización de esos conceptos como saberes matemáticos relevantes y significativos, que podrían ser aplicados en otros contextos y/o actividades.

III.II.iii Contextualización y descontextualización

Poniendo todo esto en diálogo con lo que alude Sadovsky (2005):

Los contextos externos muchas veces aportan aquello que la matemática todavía no puede aportar (porque no se conoce) y justamente ayudan a entender el funcionamiento de un cierto modelo, pero otras veces justamente ocultan aquello que se espera que los alumnos produzcan; en algunos casos permiten controlar la tarea que se realiza y en otros no ofrecen herramientas para ello. Por otro lado, el funcionamiento de un concepto en un cierto contexto no habilita su uso en otro, ya sea este último externo o interno a la matemática. (p.98)

Pudimos entender que nuestra situación no fue un caso particular, sino que ocurre normalmente en el aula, presentándose como un riesgo. Pues las contribuciones de determinados contextos hacia la construcción de sentido, es un proceso complejo y no puede diferenciarse en términos de “sí aportan” o “no aportan” a la comprensión de una determinada actividad y/o situación. Ahora bien, es momento de preguntarnos: ¿Se podría minimizar este riesgo? ¿Por qué no tuvimos presente todo esto en nuestras prácticas?

Para dar indicios de una posible respuesta al primer interrogante, Houle (2016) en su artículo enfatiza la relevancia del estudio de condiciones didácticas favorables a la descontextualización de los conocimientos matemáticos, y da cuenta de dos procesos de enseñanza: la devolución de una situación a-didáctica (contextualización) y la institucionalización de los conocimientos (descontextualización). Y propone que para evitar la ruptura entre las situaciones a-didácticas y la institucionalización, sería necesario que los estudiantes tuvieran un proyecto de descontextualización en el mismo momento de resolver el problema propuesto.

Con todo lo aportado por los/as diferentes autores/as y nuestra reflexión crítica, sentimos que este proceso no fue llevado a cabo en su totalidad en nuestras prácticas, pues, como dimos cuenta anteriormente, creemos que no fue tan evidente el proceso de descontextualización. Pensamos que hubiera sido fructífero y necesario conocer previamente estos aportes, para que el proceso que implica tanto el aprendizaje de los/as estudiantes como la enseñanza en el aula, sea aún más significativo.

Como reflexión final, traemos a colación una afirmación que expone Houle (2016), la cual Skovsmose también concuerda: es imposible saber de antemano cómo van a aprender

cada uno de los estudiantes, cuál es el camino óptimo. Aportando una justificación a la complejidad del proceso de aprendizaje y enseñanza, pero sin dejar de lado la importancia de una reflexión crítica y una predisposición frente a posibles cambios durante la implementación de una secuencia didáctica.

III.III. Reflexiones y recomendaciones

Para dar cierre a este capítulo, nos pareció pertinente retomar afirmaciones brindadas por los/as autores/as que utilizamos para dar la fundamentación teórica y nuestra apreciación, con el objetivo de aportar sugerencias a prácticas futuras. Lo que nos motivó a crear esta sección fue la importancia de la problemática propuesta, la evidencia de su aparición frecuente en el aula y la ausencia de esta temática en nuestra formación docente.

Como primer recomendación, citamos a Skovsmose:

Moverse del paradigma del ejercicio hacia los escenarios de investigación puede contribuir a relegar a las autoridades del salón de clase de matemáticas tradicional y, en cambio, resaltar el papel de los estudiantes como sujetos activos de su propio proceso de aprendizaje. Moverse de la referencia a las matemáticas per se (puras) hacia la referencia a la vida real puede contribuir a ofrecer recursos para la reflexión sobre las matemáticas y sus aplicaciones. (Skovsmose, 2000, p.2).

De esta cita, destacamos esta idea de moverse por los diferentes ambientes de aprendizajes y que no existe un camino óptimo para llevar a cabo en aula, sino que el mismo dependerá del contrato didáctico¹⁴ construido entre los/as estudiantes y el/la docente.

Como segunda recomendación, Houle(2016) propone: La secuencia de enseñanza que hemos elaborado proporciona no solo situaciones a-didácticas, sino también situaciones intermedias, es decir, ejercicios convencionales. Estos ejercicios implican un contexto intramatemático o contextos extramatemáticos que difieren del de la situación a-didáctica. Por lo tanto, tienen como objetivo que los estudiantes utilicen los conocimientos desarrollados en la situación a-didáctica en otras ocasiones. Con esta idea, pensamos que en este proceso de contextualización y descontextualización, son necesarias actividades intermedias para que

¹⁴ Brousseau, define el contrato didáctico como: "El conjunto de comportamientos (específicos de los conocimientos enseñados) del maestro que son esperados por el alumno y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro" (Brousseau; 2015). Puede pensarse también como el conjunto de normas y reglas explícitas e implícitas que tienen lugar tanto dentro del aula como de la institución en general.

los/as estudiantes utilicen los conceptos de matemáticas involucrados en diferentes situaciones.

Por último, como tercera sugerencia, traemos a colación a Sadovsky (2005):

Acá hay otro costado interesante a pensar cuando problematizamos la cuestión de lo contextualizado dentro o fuera de la matemática: proponer problemas que requieren del contexto para ser formulados pero que exigen el abandono del contexto para ser respondidos es un modo de empujar hacia una práctica cada vez más general, asunto que forma parte del sentido de la matemática en la escuela. (p. 112)

En concordancia con esta idea, pensamos que es elemental proponer este tipo de actividades en el aula, ya que poder hacer este paso desde la contextualización, al abandono del mismo para su resolución, implica, como dejamos claro en la sección anterior, un proceso complejo pero necesario para que los/las estudiantes cobren sentido en el que hacer matemático.

Para concluir con estas recomendaciones, no queríamos dejar pasar nuestra apreciación general luego de todo este diálogo entre los aportes teóricos, la problemática y lo que sucedió en el aula. Creemos que, primero, no cambiaríamos las actividades con las que fuimos trabajando sino que encontraríamos la manera de generar una abstracción detallada del contexto y destacar los conceptos matemáticos involucrados. Una manera para realizar este proceso podría ser retomando los contenidos en la puesta en común de cierta actividad, que si bien nosotras lo intentamos no cobraron la relevancia que ameritan. Otra manera posible de abordar este proceso, podría tener lugar en las presentaciones de los contenidos teóricos, recurriendo a las actividades trabajadas reforzando los conceptos matemáticos involucrados en algunas actividades y haciendo evidente que se puede aplicar en otras situaciones.

Por otro lado, sumaríamos actividades intermedias de tipo rutina que permitan afianzar los contenidos trabajados para poder ser aplicados en otras situaciones, y así, de esta manera, poder movernos por los ambientes, encontrando una ruta óptima entre las partes intervinientes. situación, podría ser la siguiente secuencia didáctica:

1. Plantear la Actividad 5: “¿Cómo fue el viaje?”, de la manera en que la propusimos en el aula.

2. Proponer una actividad intermedia, con el objetivo de que los/as estudiantes utilicen diferentes representaciones de la función (algebraica, gráfica y tablas) y se familiaricen con cada una de ellas. Por ejemplo:
3. Actividad: Unir con flechas las expresiones algebraicas de las funciones con los valores (puede ser más de uno) que puede tomar cada una de ellas. Luego, graficar las funciones en GeoGebra y armar una tabla de valores:

$$f(x) = x + 5$$

$$f(2) = 6$$

$$f(x) = 3 * x$$

$$f(25) = 30$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(4) = 16$$

$$f(2.5) = 7.5$$

$$f(3) = 9$$

4. Plantear la Actividad 6 : “Libro”, de forma análoga a la que propusimos en la planificación.

Haciendo un análisis de esta breve secuencia didáctica, pensamos que desde la actividad 5 los/as estudiantes tendrían una primera aproximación al trabajo con función, en un contexto real e interesante. Luego, propondríamos una actividad intermedia en la que se relacionarían las diferentes formas de expresión. Y así, finalmente, presentaríamos la actividad 6, donde esperaríamos que los/as estudiantes, al haber trabajado en una instancia previa con las diferentes representaciones de la función, las carguen de sentido matemático y las identifiquen en problemas futuros, lo que creemos que ayudaría a disminuir la dificultad atravesada en lo realmente sucedido.

En líneas generales, pensamos que el trabajo de análisis realizado en este capítulo nos provee de valiosas herramientas para nuestro futuro ejercicio de la profesión docente, en donde podremos adaptar esta secuencia de enseñanza, con el fin de llevar a cabo con éxito el proceso de enseñanza y aprendizaje que dimos cuenta durante todo el capítulo.

Capítulo IV: Reflexiones finales

En esta última sección, queremos compartir las reflexiones finales acerca de nuestra experiencia docente, resaltando que fue la primera vez que cumplimos el rol de profesoras, con todo lo que esto implica. Por un lado, el tener a cargo un grupo de estudiantes y ser responsables, en un tiempo acotado pero significativo, de su aprendizaje, en particular en un contenido trascendental y relevante en su paso por el nivel secundario. Esto supone tener en cuenta que cada persona aprende de diferente manera, por lo que cada estudiante dentro del aula involucra un desafío. Además, implica aprender hasta dónde involucrarse con las diferentes situaciones que pueden atravesar a los/as estudiantes, poniendo en la balanza nuestra objetividad y subjetividad frente a las mismas, sin perder el foco de nuestro rol dentro del aula.

Por otro, el proceso de planificación, que supone una integración de lo que propone el diseño curricular, nuestros ideales cargados de emociones e ilusiones, como así también la manera de trabajar de la docente tutora, las características de cada curso y la organización y valores perseguidos por la institución. Este proceso, desde su comienzo, implicó desafíos en cuanto a toma de decisiones constantes, teniendo en cuenta que: somos tres personas distintas que íbamos a tener a cargo cursos diferentes y que nuestras prácticas estaban supervisadas por dos docentes (tutora y supervisor). Todo esto implicó un ida y vuelta, antes y durante la etapa de implementación, lo que da cuenta de que la planificación no es estática ni rígida, sino que debe ser revisada y redefinida constantemente, y es fundamental a la hora de estar dentro del aula, por lo que nos será de gran utilidad en un futuro como profesionales.

Y, por último, la etapa de implementación de todo lo planificado, que sin dudas se presentó como un proceso complejo, debido a que, si bien fue una tarea que se pensó deliberadamente y estuvo acompañada del profesor supervisor, a la hora de llevarlo a cabo en el aula, tuvimos la necesidad en diferentes ocasiones de modificar o repensar situaciones durante la marcha. Al igual que la etapa anterior, la implementación implicó diversas tomas de decisiones, en las cuales tomó protagonismo el conocer a los/as estudiantes y a nosotras como docentes frente a ellos/as.

En lo que respecta a la problemática abordada, queremos destacar que, a la hora de revisar los aportes teóricos y otras experiencias de prácticas docentes, nos impactó su aparición frecuente en el aula, pues es algo que desconocíamos. Así concluimos que es

necesario comprender el proceso de construcción del conocimiento frente a un contexto, en relación con los ambientes de aprendizaje, para así poder planificar actividades que favorezcan a dicho proceso y que sea más fructífero para todos/a los/as actores/actrices involucrados/as en la comunidad que se forma en el aula.

Otro aspecto relevante que merece un lugar en estas reflexiones, es el uso de las tecnologías digitales, pues en nuestras prácticas fueron trascendentales. Por un lado, porque la institución las considera relevantes y les brinda un papel protagonista, contando con diversos recursos tecnológicos. Por otro, porque para nosotras es significativo utilizarlas como una herramienta para la enseñanza. Y, por último, porque forman parte de la actualidad de la sociedad. A su vez, al momento de reflexionar sobre la implementación del software *GeoGebra*, pensamos que si bien todas las actividades presentadas implicaban el manejo del mismo, no se le dió el uso que esperábamos desde un principio, donde pretendíamos que las/os estudiantes le den un sentido a sus producciones mediante su empleo.

Para finalizar, queremos agradecer a la Profesora Titular de la Escuela, por darnos el lugar para que desarrollemos nuestras prácticas, destacando además la aceptación y predisposición de los/as estudiantes desde el momento inicial con la etapa de observaciones hasta el fin del proceso de las prácticas, lo cual sin duda contribuyó positivamente en nuestra experiencia. A nuestras/os docentes y compañeras/os de Metodología y Práctica de la Enseñanza, por habernos acompañado y aconsejado durante este período, siempre apostando a que crezcamos como futuras docentes.

Queremos hacer una mención especial al grupo que elegimos para llevar a cabo nuestras prácticas docentes, que hicieron que este proceso largo, agotador y lleno de experiencias y aprendizajes, sea mucho más enriquecedor y llevadero.

Bibliografía

- Blomhøj, M. (2021). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica. *Revista De Educación Matemática*, 23(2).
- Borba, M. (2021). El futuro de la educación matemática a partir del COVID-19: humanos-con-medios o humanos-con-cosas-no-vivientes. *Revista de Educación Matemática*, 36(3), 7-27.
- Brousseau, G. (2015). Fundamentos y métodos de la didáctica. (D. Fregona, & M. Aguilar, Trads.) Córdoba, Argentina.
- Gvirtz, S., & Palamidessi, M. (1998). El ABC de la tarea docente: curriculum y enseñanza (Primera ed.). Buenos Aires: Aique Grupo Editor S.A.
- Houle, V. (2016). Étude de conditions didactiques favorables à la décontextualisation des connaissances mathématiques. Estudio de condiciones didácticas favorables a la descontextualización de los conocimientos matemáticos. (Trad. de cátedra).
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba (2011). Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2020.
- Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26.

Anexo

1. Presentación contenidos teóricos



Para visualizar la presentación completa de los contenidos teóricos que fue utilizada en clase, dejamos disponible su dirección web: [Presentación contenidos teóricos](#).

2. Proyectos

2.a Tema 1: Consumo de energía

Introducción

En un principio, introduciremos el tema general: **Responsabilidad ambiental**. Para esto, mostraremos un video: <https://youtu.be/XLx3jOYaVds>, y comentaremos:

*“La **responsabilidad ambiental** implica comprender y reducir el impacto negativo que nuestras acciones tienen en el medio ambiente. Las modelizaciones matemáticas, es decir el proceso que implica modelar un hecho de la realidad con la matemática, nos permitirán investigar y comprender mejor, en este caso, los problemas ambientales. Al utilizar la matemática, podemos analizar datos y tomar decisiones más responsables.*

Por esto es que trabajaremos sobre un proyecto que tiene como eje central la responsabilidad ambiental, en el cual aplicaremos todos los conocimientos y conceptos aprendidos sobre función.”

Además, dado que la actividad se realizará en forma grupal, les pediremos que se organicen en grupos de no más de cuatro integrantes. Luego, comunicaremos que los subtemas serán: **consumo de energía, desechos de nuestro curso y consumo de agua**. Otorgamos un tema a cada grupo. La distribución de los mismos, será por sorteo, dando la posibilidad de que se intercambien los temas según su interés. Debido a la cantidad de grupos y subtemas, esperamos que la división sea equitativa.

En el tiempo restante de la clase, propondremos que se reúnan con sus grupos y comiencen a leer las consignas, comprender el tema y consulten las dudas que emergen.

La actividad estará disponible en el aula virtual e incluirá la introducción general (con objetivos, criterios de evaluación y pautas del informe/presentación), y la consigna de cada subtema:

Objetivos

- Establecer una relación entre la matemática y el mundo real.
- Analizar, interpretar y trabajar datos en diferentes formatos.
- Interpretar gráficos y fórmulas que representen diferentes tipos de variaciones.
- Aplicar y reflexionar sobre la definición de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Criterios de evaluación

- Aplicación de los contenidos de función, utilizando con precisión el lenguaje simbólico.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.
- Desempeño en el trabajo en grupo.
- Presentación oral: participación significativa y equitativa de los/as integrantes del grupo.
- Buen uso de las Tecnologías Digitales.
- Comunicación de los resultados finales.

Pautas de informe

Para este proyecto deberán redactar un informe, el cual deberá contener, al menos, las siguientes secciones incluyendo:

- **Carátula**
 - Un nombre que elijan para su proyecto

- Nombres de los/as integrantes del grupo
- **Introducción**
 - Una breve introducción, no más que un párrafo, del tema y la respuesta de la primera pregunta realizada
- **Desarrollo**
 - Todo el análisis realizado
- **Conclusión**
 - La información que seleccionaron como relevante para compartir, teniendo en cuenta las recomendaciones. En este punto cobra importancia las investigaciones que realizaron. Por eso deberán decidir si es necesario compartir la experiencia de cada integrante del grupo o seleccionar la que crean conveniente.

Pautas de presentación

Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

Consignas

I) CONSUMO DE ENERGÍA

Antes de comenzar, vean el siguiente vídeo: <https://youtu.be/3vPhjaqv74Q>



En nuestra sociedad, el consumo de energía se ha convertido en una necesidad básica para el bienestar humano y su desarrollo en general. Sin embargo, es fundamental comprender que la forma en que obtenemos y utilizamos la energía puede tener un impacto significativo en el medio ambiente.

Una forma de responsabilizarnos puede ser dimensionar nuestro uso eléctrico, es por ello que podemos medir el consumo de energía en nuestras casas, en función del tiempo utilizado y ser conscientes de nuestro uso energético.

En base a sus pensamientos o conocimientos sobre el tema: **¿Creen que es necesario reducir su consumo de energía? ¿Por qué?**

Ahora bien, ¿Cómo se calcula el consumo energético?

Para tener una idea general, primero vean el siguiente video:

<https://youtu.be/U30-aPeGUno>

Entonces, para calcular la energía consumida se utiliza la siguiente fórmula:

$$\text{Consumo} = \text{Potencia} \times \text{tiempo},$$

en donde: el consumo se mide en kilovatios por hora (kWhs), la potencia en vatios (W) y el tiempo en horas (hs).

***Potencia**: es una medida de la cantidad de energía que consumen o utilizan para llevar a cabo sus funciones los electrodomésticos. Se mide en vatios (W) y generalmente se indica en la etiqueta del electrodoméstico. La potencia es una medida de la rapidez con la que un dispositivo convierte la energía eléctrica en otras formas de energía, como calor, luz o movimiento.

Veamos un ejemplo de esto: Si consideramos un Aire acondicionado frío/calor que se utiliza 10 hs por día se puede calcular su consumo de la siguiente manera:

$$1,613 \text{ kw} \times 10\text{hs} = 16,13 \text{ kWhs}$$

1) Analicen el consumo energético de una casa promedio. Supongan que se utilizan diariamente 5 artefactos. Los mismos están organizados en la siguiente tabla, con sus correspondientes potencias y horas de uso.

Artefactos	Potencia (kW)	Horas de uso (hs)
Heladera con freezer	0.09	[0,24)
Lavarropa	0.875	[16;18] y [18;20]
Consola de videojuegos	0.12	[13;16] , [16;18] , [18;20] y [22;24)
Televisión	0.4	[9;13] , [13;16] , [16;18] , [18;20] y [20;22]
Microondas	0.64	[6;9] , [18;20] y [20;22]

Utilizando esta información, se generó el siguiente gráfico de la función que representa el consumo de energía en relación a las horas del día:

<https://www.geogebra.org/classic/xdrqv4ep>

Luego de inspeccionar y analizar el gráfico y la tabla, creen un breve informe donde apliquen todos los conceptos vistos en clase sobre Función, a este contexto particular. Recuerden justificar y utilizar la notación matemática adecuada cuando sea necesario.

2) Es momento de calcular su propio consumo de energía. Para esto, seleccionen de sus casas un máximo de 5 artefactos que más utilicen y registren:

- Cantidad del mismo artefacto con el que cuentan en su casa.
- Horas que se utilizan cada uno de ellos por día.

Una vez recolectada esta información, utilicen el simulador virtual de la empresa provincial de energía de Córdoba EPEC, el cual permite calcular su propio consumo por día aproximado:

<https://www.epec.com.ar/tramites/simulador-de-consumo>

Este simulador determina el consumo de energía, tanto en kWh como en pesos, en base a los artefactos que se utilizan, ingresando la cantidad y horas de uso diario de cada uno.

3) Para la conclusión:

- a. Establezcan relaciones entre el consumo promedio y su propio consumo energético.
- b. Dado que el consumo de energía afecta directamente en el medio ambiente, podemos vincularlo con un aspecto fundamental a tener en cuenta: **la huella de carbono.**

¿Qué es la huella de carbono?

La huella de carbono es una medida de la cantidad de emisiones de gases de efecto invernadero que se liberan directa o indirectamente debido a las actividades humanas. Estas emisiones afectan al ambiente y contribuyen al cambio climático. Se estima que cada habitante del planeta genera una media de casi 4 toneladas anuales de CO₂. El objetivo es que la huella de carbono personal se reduzca a menos de 2 toneladas anuales.

Un factor importante en esta emisión es el consumo de energía. Con toda la información recolectada anteriormente, calculen su huella de carbono utilizando la siguiente calculadora virtual:

<https://huelladeciudades.com/AppHCCali/main.html>

Luego, realicen un pequeño análisis de los resultados.

- c. Creen una breve reflexión con la respuesta que dieron a la pregunta inicial y lo que obtuvieron finalmente en el proyecto. ¿Responderían lo mismo?

4) Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

2.b Tema 2: Basura de nuestro curso

Introducción

En un principio, introduciremos el tema general: **Responsabilidad ambiental**. Para esto, mostraremos un video: <https://youtu.be/XLx3jOYaVds>, y comentaremos:

*“La **responsabilidad ambiental** implica comprender y reducir el impacto negativo que nuestras acciones tienen en el medio ambiente. Las modelizaciones matemáticas, es decir el proceso que implica modelar un hecho de la realidad con la matemática, nos permitirán investigar y comprender mejor, en este caso, los problemas ambientales. Al utilizar la matemática, podemos analizar datos y tomar decisiones más responsables.*

Por esto es que trabajaremos sobre un proyecto que tiene como eje central la responsabilidad ambiental, en el cual aplicaremos todos los conocimientos y conceptos aprendidos sobre función.”

Además, dado que la actividad se realizará en forma grupal, les pediremos que se organicen en grupos de no más de cuatro integrantes. Luego, comunicaremos que los subtemas serán: **consumo de energía, desechos de nuestro curso y consumo de agua**. Otorgamos un tema a cada grupo. La distribución de los mismos, será por sorteo, dando la posibilidad de que se intercambien los temas según su interés. Debido a la cantidad de grupos y subtemas, esperamos que la división sea equitativa.

En el tiempo restante de la clase, propondremos que se reúnan con sus grupos y comiencen a leer las consignas, comprender el tema y consulten las dudas que emergen.

La actividad estará disponible en el aula virtual e incluirá la introducción general (con objetivos, criterios de evaluación y pautas del informe/presentación), y la consigna de cada subtema:

Objetivos

- Establecer una relación entre la matemática y el mundo real.
- Analizar, interpretar y trabajar datos en diferentes formatos.
- Interpretar gráficos y fórmulas que representen diferentes tipos de variaciones.
- Aplicar y reflexionar sobre la definición de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Criterios de evaluación

- Aplicación de los contenidos de función, utilizando con precisión el lenguaje simbólico.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.
- Desempeño en el trabajo en grupo.
- Presentación oral: participación significativa y equitativa de los/as integrantes del grupo.
- Buen uso de las Tecnologías Digitales.
- Comunicación de los resultados finales.

Pautas de informe

Para este proyecto deberán redactar un informe, el cual deberá contener, al menos, las siguientes secciones incluyendo:

- **Carátula**
 - Un nombre que elijan para su proyecto
 - Nombres de los/as integrantes del grupo
- **Introducción**
 - Una breve introducción, no más que un párrafo, del tema y la respuesta de la primera pregunta realizada
- **Desarrollo**
 - Todo el análisis realizado
- **Conclusión**
 - La información que seleccionaron como relevante para compartir, teniendo en cuenta las recomendaciones. En este punto cobra importancia las investigaciones que realizaron. Por eso deberán decidir si es necesario compartir la experiencia de cada integrante del grupo o seleccionar la que crean conveniente.

Pautas de presentación

Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia

para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

Consignas

II) BASURA DE NUESTRO CURSO

A nivel mundial, se producen aproximadamente 180 mil millones envases tetra bricks cada año. ¿Sabían que cada uno de ellos tarda 30 años en degradarse? Esto significa que, si no se reciclan adecuadamente, terminarán acumulándose en vertederos y contaminando excesivamente el medio ambiente. Antes de seguir, veamos un poco más de información sobre esto envases:

***Tetra Brik** es el nombre comercial del envase de cartón producido por la empresa sueca Tetra Pak. Este envase está compuesto por seis capas que evitan el contacto de los alimentos con el medio externo, y así mantener sus propiedades. Estas seis capas están compuestas de diferentes materiales:*

Papel (cartón) → 75%

Polietileno (plástico) → 20%

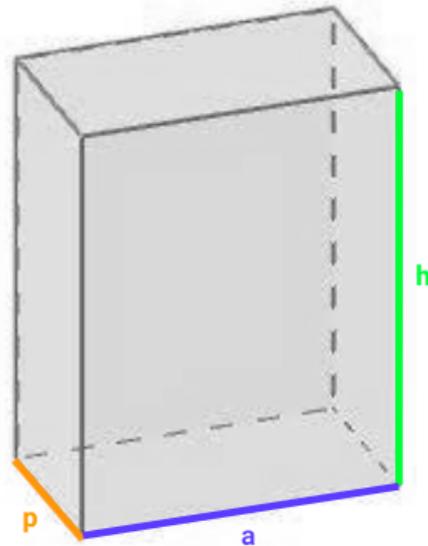
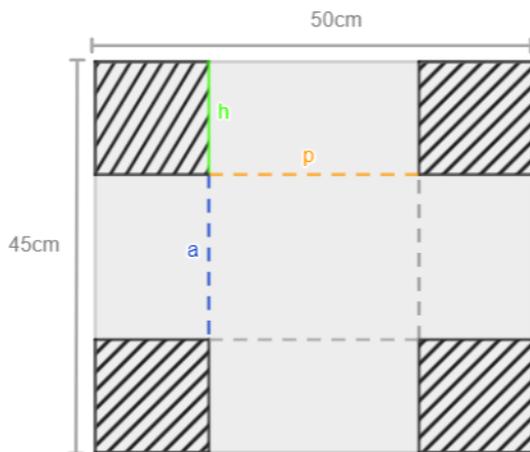
Aluminio → 5%



El objetivo de este proyecto, es que calculen la basura que genera su curso sólo con este objeto particular, y así poder dimensionar la cantidad de basura total que se puede llegar a generar. Antes de comenzar, **¿Creen que es necesario que su curso recicle este tipo de residuos? ¿Por qué?**

En un primer momento, para poder entender mejor la situación, supongan que van a fundar una nueva empresa para crear envases similares a los de tetrabrik. Para optimizar el tiempo y los recursos, van a utilizar una misma plancha compuesta por todas las capas necesarias para el envase, para los diferentes tamaños. Es decir, utilizarán una misma plancha para crear envases sin tapa para: 500 ml, 1000 ml, 2000ml, etc.

Esta plancha va a tener 45 cm por 50 cm, como en la imagen, en donde los cuadrados de las esquinas se doblan para adentro y plegando por la línea punteada, se forma la caja:



Para una mejor interpretación, crearon el siguiente archivo de Geogebra: <https://www.geogebra.org/classic/frvj6nwc>.

Teniendo en cuenta que:

- $1 l = 1000 ml = 1000 cm^3$
- Volumen de un prisma rectangular:

$$V = h \cdot a \cdot p \quad \text{donde } h:\text{altura, } a:\text{ancho, } p:\text{profundidad}$$

Construyeron además la siguiente función, para poder calcular las medidas, que relaciona el volumen (en cm^3) del envase con la altura (en cm) del mismo:

$$f(x) = x(45 - 2x)(50 - 2x)$$

1) Inspeccionando el archivo de GeoGebra y realizando el gráfico de la función en el mismo archivo, creen un informe que contenga el análisis completo de esta función, aplicando todos los conceptos y contenidos vistos sobre el tema en este contexto particular. Recuerden justificar y utilizar la notación matemática adecuada cuando sea necesaria.

2) Recolecten información sobre cuántos envases tetrabrik se desechan en sus casas en una semana, y el volumen de los mismos (recordar la conversión anterior). Además, consulten a cada uno/a de sus compañeros/as si reciclan o no este tipo de residuo, y calculen el porcentaje de su curso que si lo hace.

3) Para la conclusión:

- Teniendo en cuenta el inciso **2)**, calculen cuánto es el volumen aproximado de residuos que desechará su curso en un año.

- b. Busquen un objeto de la realidad que puedan obtener su volumen de alguna manera para poder dimensionar la cantidad de residuo que obtuvieron.
- c. Creen una breve reflexión con la respuesta que dieron a la pregunta inicial y lo que obtuvieron finalmente en el proyecto. ¿Responderían lo mismo?

4) Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

2.c Tema 3: Consumo de agua

Introducción

En un principio, introduciremos el tema general: **Responsabilidad ambiental**. Para esto, mostraremos un video: <https://youtu.be/XLx3jOYaVds>, y comentaremos:

*“La **responsabilidad ambiental** implica comprender y reducir el impacto negativo que nuestras acciones tienen en el medio ambiente. Las modelizaciones matemáticas, es decir el proceso que implica modelar un hecho de la realidad con la matemática, nos permitirán investigar y comprender mejor, en este caso, los problemas ambientales. Al utilizar la matemática, podemos analizar datos y tomar decisiones más responsables.*

Por esto es que trabajaremos sobre un proyecto que tiene como eje central la responsabilidad ambiental, en el cual aplicaremos todos los conocimientos y conceptos aprendidos sobre función.”

Además, dado que la actividad se realizará en forma grupal, les pediremos que se organicen en grupos de no más de cuatro integrantes. Luego, comunicaremos que los subtemas serán: **consumo de energía, desechos de nuestro curso y consumo de agua**. Otorgamos un tema a cada grupo. La distribución de los mismos, será por sorteo, dando la posibilidad de que se intercambien los temas según su interés. Debido a la cantidad de grupos y subtemas, esperamos que la división sea equitativa.

En el tiempo restante de la clase, propondremos que se reúnan con sus grupos y comiencen a leer las consignas, comprender el tema y consulten las dudas que emergen.

La actividad estará disponible en el aula virtual e incluirá la introducción general (con objetivos, criterios de evaluación y pautas del informe/presentación), y la consigna de cada subtema:

Objetivos

- Establecer una relación entre la matemática y el mundo real.
- Analizar, interpretar y trabajar datos en diferentes formatos.
- Interpretar gráficos y fórmulas que representen diferentes tipos de variaciones.
- Aplicar y reflexionar sobre la definición de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Criterios de evaluación

- Aplicación de los contenidos de función, utilizando con precisión el lenguaje simbólico.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.
- Desempeño en el trabajo en grupo.
- Presentación oral: participación significativa y equitativa de los/as integrantes del grupo.
- Buen uso de las Tecnologías Digitales.
- Comunicación de los resultados finales.

Pautas de informe

Para este proyecto deberán redactar un informe, el cual deberá contener, al menos, las siguientes secciones incluyendo:

- **Carátula**
 - Un nombre que elijan para su proyecto
 - Nombres de los/as integrantes del grupo
- **Introducción**
 - Una breve introducción, no más que un párrafo, del tema y la respuesta de la primera pregunta realizada
- **Desarrollo**
 - Todo el análisis realizado
- **Conclusión**
 - La información que seleccionaron como relevante para compartir, teniendo en cuenta las recomendaciones. En este punto cobra importancia las

investigaciones que realizaron. Por eso deberán decidir si es necesario compartir la experiencia de cada integrante del grupo o seleccionar la que crean conveniente.

Pautas de presentación

Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

Consignas



III) Consumo del agua.

Tres cuartas partes de nuestro planeta están formadas por agua, sin embargo muy poca es potable: el 97% del agua de la tierra es salada, el 3% es dulce, y de este porcentaje sólo el 0,025% es potable.

Como ven, la cantidad de agua potable es muy pequeña y, además, se reduce cada año debido a la contaminación y su uso. ¿Saben cuántos litros de agua desperdiciamos mientras nos cepillamos los dientes? 2 litros por minuto. ¿Y una canilla goteando? 20 litros de agua por día.

Dimensionando la cantidad de agua disponible, debemos buscar reducir su consumo en casa. No se habla de grandes cambios, sino, por ejemplo, pequeñas modificaciones en los hábitos de higiene. La ducha es uno de los lugares donde, con un poco de atención, podremos reducir nuestro impacto, y así aportar nuestro granito de arena al cuidado del medio ambiente.

En base a sus pensamientos o conocimientos sobre el tema: **¿Creen que es necesario reducir el consumo de agua cuando se duchan? ¿Por qué?**

1) Busquen información para responder las siguientes preguntas: ¿Cuánta agua promedio gasta una persona durante el aseo? ¿Cuánto es la cantidad óptima para crear un impacto en la reducción del consumo del agua?

2) Ahora, realizarán su propia investigación para conocer la cantidad de agua gastada durante su ducha. Deberán buscar estrategias para registrar esta información, que posteriormente necesitarán en su trabajo. Tengan en cuenta que, generalmente, abren la llave de agua y esperan unos minutos hasta que la misma salga con la temperatura adecuada para bañarse.

Seguido a esta experiencia, analicen toda la información recolectada y construyan una función que modele esta situación. Luego realicen un breve informe donde apliquen todos los conceptos vistos en clase sobre Función, a este contexto particular. Recuerden justificar cuándo y utilizar la notación matemática adecuada cuando sea necesario.

3) Para su conclusión:

- a. Agreguen una comparación de la información recolectada en los ítems 1) y 2). ¿Qué podrían concluir teniendo en cuenta este análisis?
- b. Creen una breve reflexión con la respuesta que dieron a la pregunta inicial y lo que obtuvieron finalmente en el proyecto. ¿Responderían lo mismo?

4) Para presentar el trabajo a sus compañeros/as, deberán crear algún recurso visual o audiovisual que prefieran, que no exceda los 10 minutos, en el cual mostrarán datos, hipótesis, conclusiones o lo que crean importante mostrarle al curso. Deberán buscar la mejor estrategia para que los/as demás dimensionen la problemática que trabajaron y se genere una concientización sobre la responsabilidad ambiental.

3. Actividades de repaso

1. Consigna:

Completen con todos los datos obtenidos en las actividades 3 y 4:

	ACTIVIDAD 3	ACTIVIDAD 4
Variables		
Máximos		
Mínimos		

Intersección con el eje X		
Intersección con el eje Y		
Dominio		
Imagen		
Intervalos de crecimiento		
Intervalos de decrecimiento		
Intervalos de positividad		
Intervalos de negatividad		

2. Consigna:

Completen con todos los conceptos trabajados en clase:

- Llamamos función **f** del conjunto A al conjunto B a una **...relación.....** de dependencia en la que **...a cada elemento.....** “x” de A le corresponde un **...único.....** elemento “y” de B.
- a es un **...máximo.....** la función f si para todo x en el dominio, se cumple que $f(a) \geq f(x)$
- Mínimo absoluto de una función: b es un mínimo absoluto de la función f si para todo x en el dominio, **.....f(c)<f(x).....**
- El punto (25,0) lo llamamos **...raíz.....**
- A = (0, f(0)) es **...ordenada al origen.....**
- Si la función siempre toma el mismo valor para cualquier variable independiente se llama **...constante.....**
- [a ; b] es un intervalo de positividad de una función f si **.....f(x)>0.....**
- [c ; d] es un intervalo de negatividad de una función f si **.....f(x)<0.....**

- $[a ; b]$ es un intervalo de**crecimiento**..... de una función f si se cumple que: $f(x) \leq f(x + 1)$ para todo x en él.
- $[a ; b]$ es un intervalo de decrecimiento de una función f si ... **$f(x) < f(x+1)$**

3. Consigna:

Cada caja superior contiene diferentes gráficas, definiciones o expresiones estas se deben unir con su correspondiente concepto. Notar que, una caja puede relacionarse con más de un concepto.

The image shows a matching exercise with five boxes at the top and five labels at the bottom. The boxes contain:

- Box 1: A mapping diagram from set A to set B. Set A contains elements 1, 2, 3, 4 and set B contains elements a, b, c, d. Red arrows show mappings: 1 to a, 2 to b, 3 to c, and 4 to d.
- Box 2: A graph of a linear function on a Cartesian coordinate system, showing a straight line with a positive slope.
- Box 3: A graph of a step function on a Cartesian coordinate system, showing a series of horizontal segments at different heights.
- Box 4: A text definition: "f(x) es tal que para todo elemento de la Imagen existe un elemento del Dominio que le corresponde".
- Box 5: The equation $y=3x-1$ with a search icon.

The labels at the bottom are:

- FUNCIÓN BIYECTIVA
- FUNCIÓN CONTINUA
- FUNCIÓN SOBREYECTIVA
- FUNCIÓN INYECTIVA
- FUNCIÓN NO CONTINUA

4. Evaluaciones

4.a Evaluación Tema 1

TEMA 1

Evaluación - Actividad integradora

Nombre y apellido:

Curso y división:

Objetivos

- Analizar, interpretar y trabajar datos en los diferentes formatos de representación de una función.
- Usar apropiadamente la notación matemática.
- Aplicar y reflexionar sobre los conceptos de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Criterios de evaluación

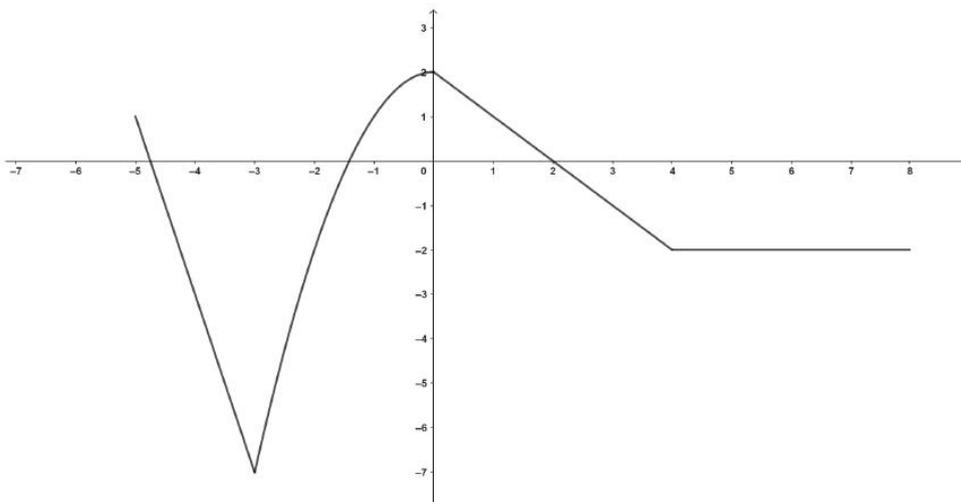
- Interpretación y aplicación de los contenidos de función.
- Utilización con precisión de la notación matemática pertinente.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.

Para esta actividad evaluativa pueden utilizar sus carpetas, aula virtual o el material/herramienta que crean necesario. Recuerden justificar sus respuestas.

¡Éxitos! :)

Actividades:

1. (6 puntos) Observa el siguiente gráfico de una función y responde las consignas de análisis que se presentan a continuación:



a) ¿Por qué es una función?

b) Determina:

☆ Dom $f =$

☆ Im $f =$

☆ Raíces:

☆ Ordenada al Origen:

☆ Máx relativos:

☆ Min relativos:

☆ Máx absoluto:

☆ Min absoluto:

☆ Intervalo/s de negatividad:

☆ Intervalo/s de positividad:

☆ Intervalo/s de crecimiento:

☆ Intervalo/s de decrecimiento:

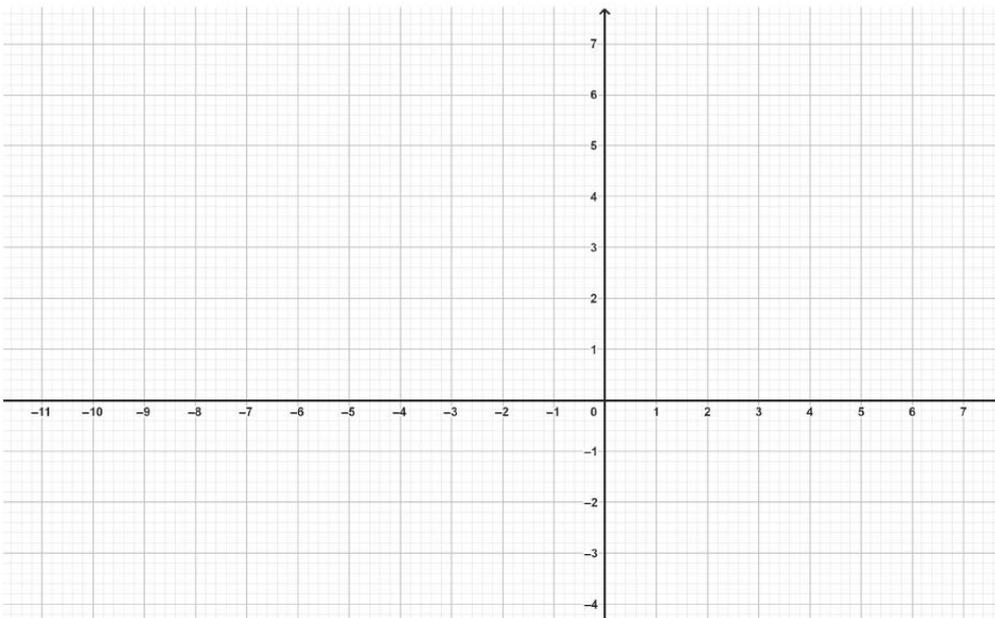
☆ Intervalo/s constantes:

c) Clasifica la función, justificando.

2. (4 puntos)

a) Grafica una función que cumpla las siguientes condiciones:

- Es constante en $[-5 ; -2]$
- Mínimo relativo en $(2 , -2)$
- Máximo absoluto en $(3 , 7)$
- $f(-7) = 0$
- $f(0) = 0$
- $f(5) = 0$
- Intervalo decreciente: $(-2 ; 2]$
- Intervalo creciente: $[-10 ; -5]$
- $\text{Dom}f = [-10 ; 5]$



b) Completen la siguiente tabla, registrando los datos brindados en el ítem anterior y tres valores más:

x	$y = f(x)$

4.b Evaluación Tema 2

TEMA 2

Evaluación - Actividad integradora

Nombre y apellido:

Curso y división:

Objetivos

- Analizar, interpretar y trabajar datos en los diferentes formatos de representación de una función.
- Usar apropiadamente la notación matemática.
- Aplicar y reflexionar sobre los conceptos de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Criterios de evaluación

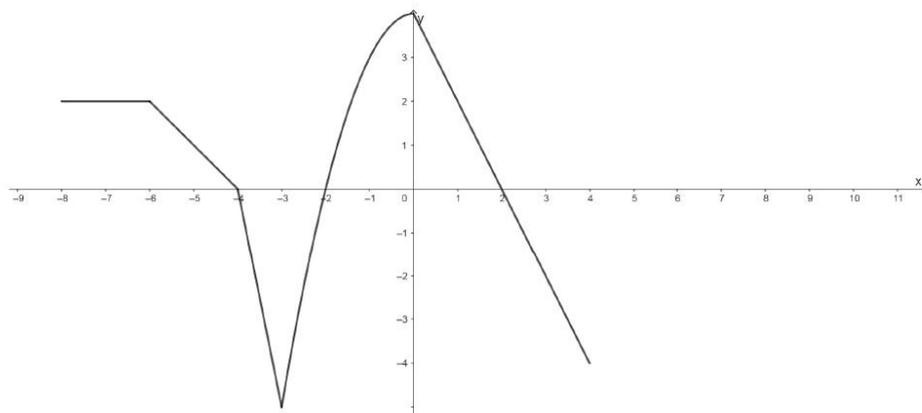
- Interpretación y aplicación de los contenidos de función.
- Utilización con precisión de la notación matemática pertinente.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.

Para esta actividad evaluativa pueden utilizar sus carpetas, aula virtual o el material/herramienta que crean necesario. Recuerden justificar sus respuestas.

¡Éxitos! :)

Actividades:

1. (6 puntos) Observa el siguiente gráfico de una función y responde las consignas de análisis que se presentan a continuación:



2. (4 puntos)

a) Grafica una función que cumpla las siguientes condiciones:

→ Es constante en $[-3 ; 0]$

→ Mínimo relativo en $(4 , -2)$

→ Máximo absoluto en $(5 , 7)$

→ $f(- 5) = 0$

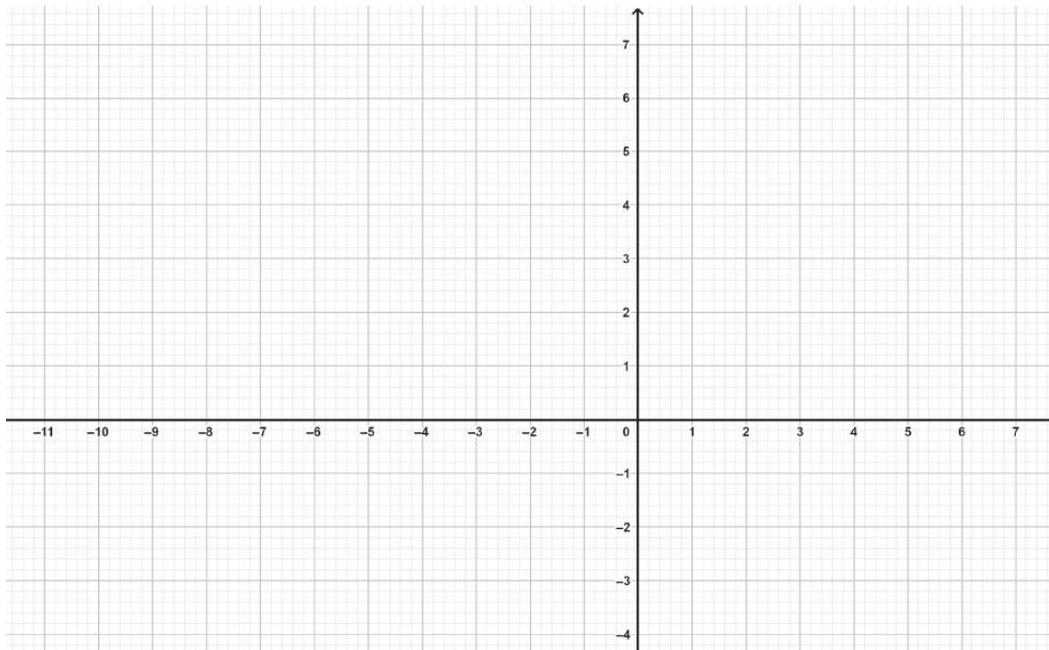
→ $f(2) = 0$

→ $f(7) = 0$

→ Intervalo decreciente: $(0 ; 4]$

→ Intervalo creciente: $[-8 ; -3]$

→ $\text{Dom}f = [-8 ; 7]$



b) Completen la siguiente tabla, registrando los datos brindados en el ítem anterior y tres valores más:

x	$y = f(x)$

4.c Evaluación con integración

Evaluación de Matemática

1) Responde con mucha atención las siguientes preguntas:

A) ¿Qué es un sistema de coordenadas cartesianas?

B) ¿Qué entiendes por “par ordenado”? Explica con tus palabras.

C) ¿Qué es un intervalo? ¿Cuál es su condición?

D) Nombra los 5 intervalos con los que trabajamos en clases.

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

2) Uní con flecha los conceptos que se presentan a continuación.

MINIMO DE FUNCIONES

MÍNIMO
ABSOLUTO

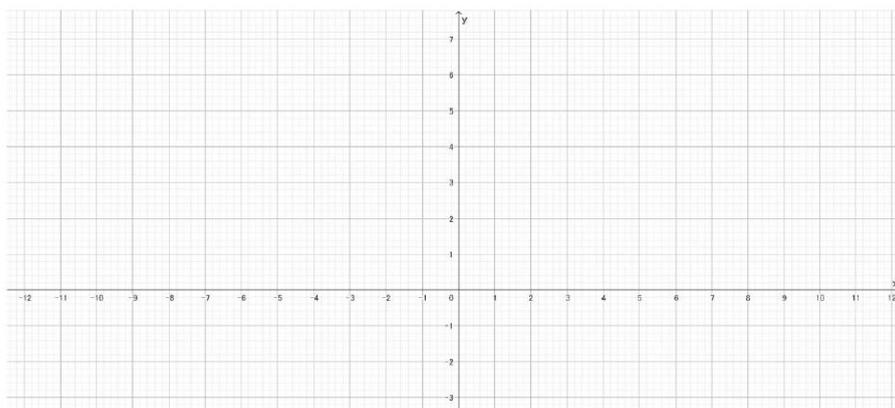
Es el valor más chico en un
intervalo de la función.

MÍNIMO
RELATIVO

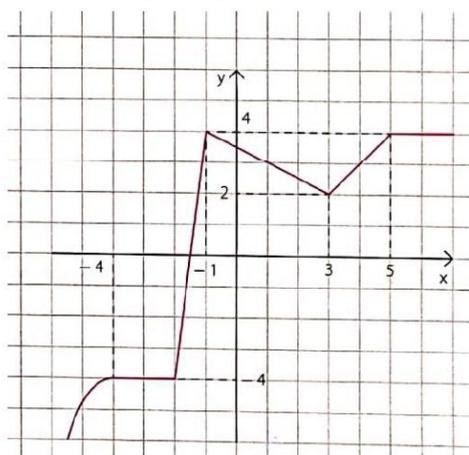
Es el valor más chico de toda
la función.

3) Grafica una función que cumpla las siguientes condiciones:

- Es constante en $[-5;-2]$
- Intervalo decreciente $[-2;2]$
- Intervalo creciente $[-10;-5]$



4) Observar el gráfico y escribir:



- A) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- B) El o los intervalos donde es constante.
- C) El o los puntos máximos y/o mínimos relativos.

4.d Evaluación para faltantes

Evaluación - Actividad integradora

Nombre y apellido:

Curso y división:

Objetivos

- Analizar, interpretar y trabajar datos en los diferentes formatos de representación de una función.
- Usar apropiadamente la notación matemática.
- Aplicar y reflexionar sobre los conceptos de función y sus características.
- Distinguir y clasificar la función encontrada.

Criterios de evaluación

- Interpretación y aplicación de los contenidos de función.
- Utilización con precisión de la notación matemática pertinente.
- Justificación adecuada al contexto y lo trabajado en clase.

Para esta actividad evaluativa pueden utilizar sus carpetas, aula virtual o el material/herramienta que crean necesario. Recuerden justificar sus respuestas.

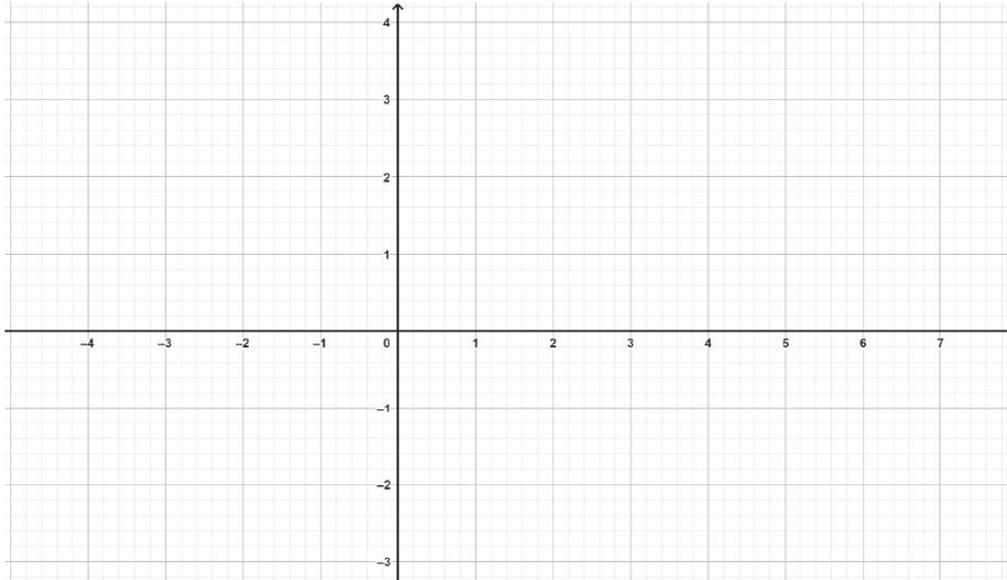
¡Éxitos! :)

Actividades:

1. (4 puntos)

a. Grafique una función que cumpla con las siguientes condiciones:

- Raíces: 5, -2.5 , 2
- Intervalos de Positividad: [-3 ; 2]
- Intervalos de Crecimiento: [-2.5 ; -1) , [3 ; 5]
- Intervalos de Constante: [-1 ; 1]
- Dom $f = [-3 ; 6]$
- $f(0.5) = 4$
- Mín absoluto: -3 , que se da en 3.



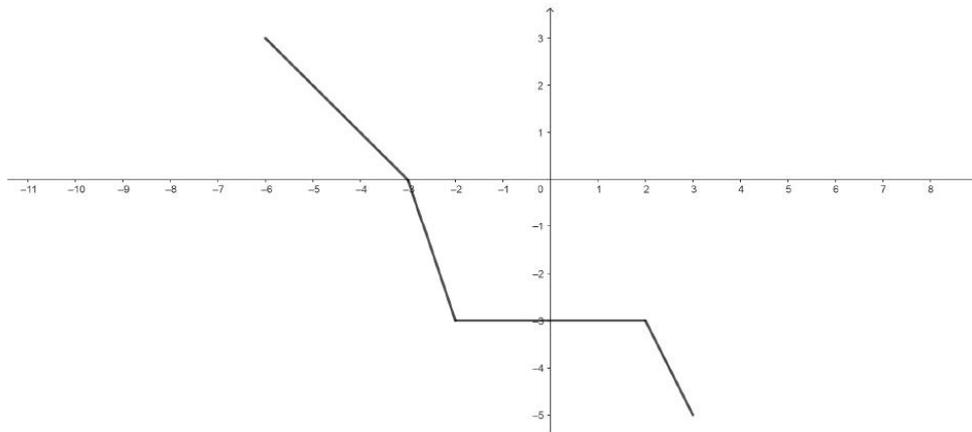
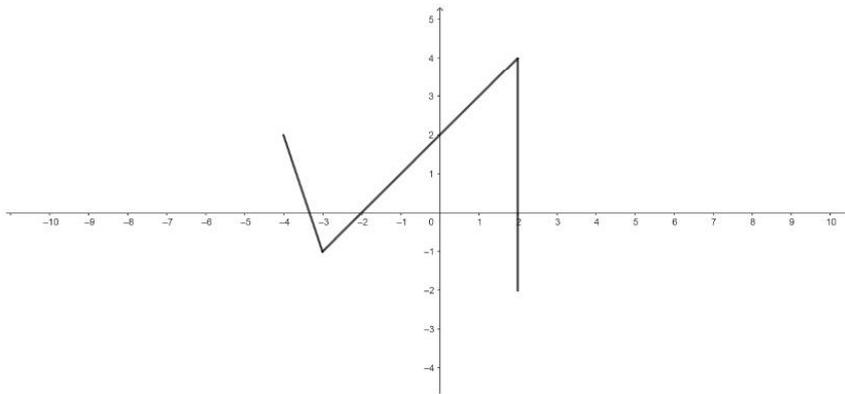
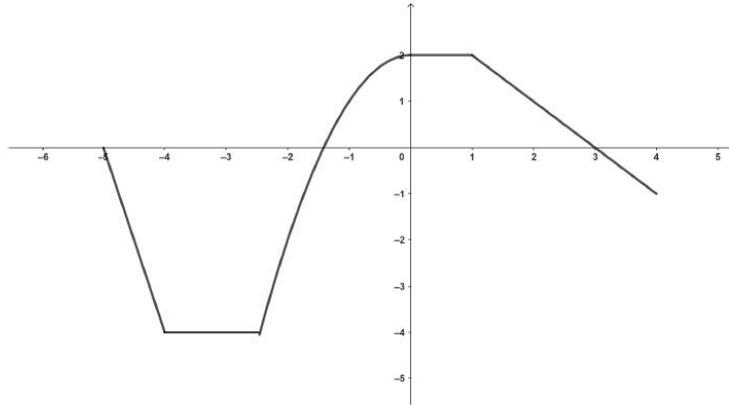
b) En tu función, ¿Podría pasar que..

- la ordenada al origen sea -2 ? ¿Por qué?

- un mín absoluto sea -2 ? ¿Por qué?

- $f(4) = -1$ y $f(4) = 3$? ¿Por qué?

2. (6 puntos) Observa los siguientes gráficos:



a. Determina cuál/es representa/n una función y cuál/es no, justificando.

b. Elija una función y realiza un análisis completo de la misma, recordando: Domf, Imgf, puntos/valores particulares, intervalos, clasificación. No olvides justificar.

5. Reflexión en Padlet

REFLEXION

Me gustó _____

No me quedó tan claro _____

No me gustó _____

No entendí _____

Me gustaría _____

Aprendí que _____

Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Trabajo Final de Prácticas de *Metodología y Práctica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.