

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y
NATURALES



APLICACIÓN DEL MÉTODO DE BALANCE
ENERGÉTICO PARA EL CÁLCULO DEL
AMORTIGUAMIENTO EN LÍNEAS AÉREAS DE
TRANSMISIÓN

ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

FRANCO MARTÍN COLMAN MENDOZA
PATRICIO CORTONA RUFFINO

Córdoba, Argentina

2017

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y
NATURALES



APLICACIÓN DEL MÉTODO DE BALANCE
ENERGÉTICO PARA EL CÁLCULO DEL
AMORTIGUAMIENTO EN LÍNEAS AÉREAS DE
TRANSMISIÓN

ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

FRANCO MARTÍN COLMAN MENDOZA
PATRICIO CORTONA RUFFINO

Trabajo de grado para obtener el título de:
Ingeniero Mecánico

Director: Dr. Ing. Marcelo Alejandro Ceballos
Co-Director: Dr. Ing. José Enrique Stuardi

Córdoba, Argentina

2017

Prólogo

Las vibraciones eólicas son vibraciones inducidas por el viento debido al fenómeno de desprendimiento de vórtices, que son capaces de causar daños por fatiga reduciendo la vida útil de las líneas aéreas de transmisión.

Los absorbedores tipo Stockbridge son los dispositivos más utilizados para contrarrestar tales efectos.

Estas vibraciones son frecuentemente estimadas en la práctica aplicando el Método de Balance Energético. Éste se basa en una ecuación algebraica no lineal de equilibrio de potencia entre: la fuerza aerodinámica introducida en el sistema (para una velocidad dada del viento), la potencia disipada por el/los absorbedor/es de vibraciones y la potencia disipada debido al auto-amortiguamiento del propio conductor.

Para estimar la potencia disipada por el absorbedor, se realizan ensayos de laboratorios basados en la Norma UNE-EN 61897 y la Norma IEEE Std 664-1993.

En este contexto, este Proyecto Integrador pretende estudiar el desempeño de este tipo de absorbedores, ya que los mismos están diseñados para minimizar los efectos negativos de las vibraciones eólicas y prolongar la vida útil de las líneas aéreas de transmisión.

Resumen

Este Proyecto Integrador se realizó con el objetivo de implementar el Método del Balance Energético para determinar el amortiguamiento en líneas de transmisión eléctrica. Para ello, se realizaron ensayos de Caracterización y Eficiencia en el Laboratorio de Estructuras de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, utilizando distintos métodos descritos en las Normas IEEE Std 664-1993 y UNE EN 61897.

Una vez finalizados estos ensayos, se procedió a la programación de códigos en el entorno MATLAB para lograr la lectura y análisis de los datos obtenidos en estos ensayos.

Finalmente, se realizó un análisis de capacidad de disipación de energía de los absorbedores tipo Stockbridge mediante el Método del Balance Energético, el cual consiste en una ecuación algebraica no lineal que integra: la potencia proyectada por el viento, la potencia disipada por el conductor y la potencia disipada por el absorbedor. Se determinó la amplitud de equilibrio energético para la cual esta ecuación se satisface para cada frecuencia dentro del rango de estudio.

Agradecimientos

A quienes nos permitieron materializar este Proyecto, nuestros directores, el Dr. Ing. Marcelo Alejandro Ceballos y el Dr. Ing. José Enrique Stuardi, por brindarnos sus conocimientos, tiempo y constante motivación.

A nuestras familias, que gracias a su apoyo incondicional hoy es posible finalizar una etapa de nuestras vidas.

*Esto se lo dedicamos a todos ustedes.
Gracias.*

Lista de Figuras

3.1	Vibraciones inducidas por el viento	5
3.2	Linea cubierta con hielo	6
3.3	Fuerzas actuantes en un conductor bajo efectos del viento	6
3.4	Daños en torres de transmision aéreas	7
3.5	Falla debido a fatiga en el punto de amarre del absorbedor	8
3.6	Falla de la capa externa, debido a niveles de esfuerzos de flexión excesivos .	8
3.7	Formación del desprendimiento de vórtices	9
3.8	Absorbedor Stockbridge típico	11
3.9	Cable mensajero	11
3.10	Modelo mecánico simplificado del absorbedor Stockbridge	12
3.11	Modos de vibrar absorbedor simétrico	13
3.12	Modos de vibrar absorbedor asimétrico	13
4.1	Bancos de ensayos	17
4.2	Posición de nodo y antinodo	20
5.1	Configuración del banco de ensayo	24
5.2	Conjunto excitador-absorbedor	25
5.3	Razón Fuerza/Aceleración vs Frecuencia	26
5.4	Impedancia Mecánica vs Frecuencia	27
5.5	Ángulo de Fase (entre Fuerza y Velocidad) vs Frecuencia	27
5.6	Potencia Disipada vs Frecuencia	28
5.7	Configuración del banco de ensayo	29
5.8	Mordaza	30
5.9	Vista en planta bloque de tensado	31
5.10	Vista en planta bloque terminal	31
5.11	Conjunto excitador-conductor montado	32
5.12	Bloque de tensado montado	33
5.13	Bloque terminal montado	33
5.14	Acelerómetros colocados en el antinodo y nodo, respectivamente	36
5.15	Amortiguador montado en el conductor a la distancia calculada l_{ideal}	36
5.16	Potencia disipada ISWR Method	38
5.17	Potencia disipada Power Method	38
5.18	Potencia disipada Self-Damping method	39
6.1	Modelo de vibración de una línea de transmisión aérea con un absorbedor tipo Stockbridge	42
6.2	Función de potencia reducida respecto a la amplitud relativa	44
6.3	Tensión de flexión vs distancia grapa de sujeción	49

6.4	Esquema de amplitud de flexión Y_b y de la amplitud de desplazamiento A del conductor	50
6.5	Curvas de Potencia Ensayada vs Potencia Inducida por el Viento	52
6.6	Eficiencia Ensayada vs Curva 25% Eficiencia	53
6.7	Amplitud vs Frecuencia	54
6.8	Deformación por Flexión vs Frecuencia	54
6.9	Tensión de Flexión vs Frecuencia	55
A.1	Referencias de coordenadas	63
A.2	Impedancia Mecánica vs Frecuencia	66
A.3	Ángulo de Fase (Fuerza y Velocidad) vs Frecuencia	67
A.4	Potencia Disipada vs Frecuencia	68
A.5	Discretización del conductor	68
A.6	Potencia disipada Power Method	70
A.7	Potencia disipada ISWR Method	71
A.8	Comparación Power Method	71
A.9	Comparación ISWR Method	72

Lista de Tablas

5.1	Frecuencias naturales del conductor	35
6.1	Valores de los exponentes l, m y n obtenidos experimentalmente	46
6.2	Propiedades conductor ACSR 300/50	47
A.1	Parámetros ajustados para el modelado del absorbedor	64

Lista de Símbolos

Latinos

a	Amplitud nodo
A	Amplitud de vibración máxima al centro del vano
(A/D)	Amplitud relativa
c_w	Velocidad de onda
D	Diámetro del conductor
EI	Rigidez flexional
f	Frecuencia sintonizable
F	Fuerza medida en la grapa de sujeción
F_0	Fuerza excitatriz
$fnc(A/D)$	Función de potencia reducida
k	Número de onda
K	Factor de proporcionalidad
k_a	Rigidez del absorbedor
k_c	Rigidez del cable
l	Exponente de amplitud
l_{ideal}	Distancia desde la grapa de sujeción al absorbedor
L	Longitud del vano
m	Masa por unidad de longitud del conductor

m	Exponente de tensión del conductor
m_a	Masa del absorbedor
m_c	Masa del cable
n	Número de semi-ondas
p	Parámetro de rigidez a la flexión
P_C	Potencia disipada por el conductor debido al auto-amortiguamiento
P_D	Potencia disipada por el absorbedor
P_W	Potencia de las fuerzas aerodinámicas
$\frac{r}{l}$	Radio de giro
Re	Número de Reynolds
St	Número de Strouhal
T	Tensión del conductor
u	Desplazamiento transversal del conductor
U	Amplitud de desplazamiento del cable
V	Velocidad del viento
V_a	Velocidad del antinodo
V_s	Velocidad medida en la grapa de sujeción
x_b	Distancia desde la abrazadera al punto de medición
Y_0	Amplitud antinodo
Y_b	Amplitud de flexión pico a pico del conductor
Z	Impedancia mecánica

Griegos

α	Ángulo de fase entre fuerza y velocidad
ε_b	Deformación por flexión calculada a la distancia x_b
θ_V	Ángulo entre fuerza y velocidad
λ	Longitud de onda
σ_b	Tensión por flexión calculada a la distancia x_b
ϕ	Parámetro que representa la deformación por corte
ω	Frecuencia excitatriz absorbedor
ω_a	Frecuencia del absorbedor
ω_c	Frecuencia del cable

Matrices

$[c]$	Matriz de amortiguamiento
$[k]$	Matriz de rigidez
$[k_E]$	Matriz de rigidez estática
$[k_G]$	Matriz de rigidez geométrica
$[m]$	Matriz de masa
$[m_{concentrada}]$	Matriz de masa concentrada
$[m_{consistente}]$	Matriz de masa consistente
$[P]$	Vector carga

Abreviaturas

<i>FR</i>	Force Response Method
<i>ISWR</i>	Inverse Standing Wave Ratio
<i>MBE</i>	Método del Balance Energético
<i>PT</i>	Power Method
<i>RBS</i>	Rated Breaking Strength
<i>SD</i>	Self-Damping Method

Tabla de Contenido

Prólogo	i
Resumen	iii
Agradecimientos	v
1 Introducción	1
1.1 Esquema Breve	2
2 Objetivos	3
3 Vibraciones en Conductores	5
3.1 Fenómenos de Vibraciones Inducidas	5
3.1.1 Galloping	6
3.1.2 Vibraciones Eólicas	7
3.2 Absorbedores en Líneas Aéreas de Transmisión	10
3.2.1 Absorbedores tipo Stockbridge	10
4 Ensayos de Laboratorio	15
4.1 Ensayo de Caracterización	15
4.1.1 Procedimiento	15
4.2 Ensayo de Eficiencia	16
4.2.1 Procedimiento	17
4.2.2 Power Method	18
4.2.3 ISWR Method	19
4.2.4 Self-Damping Method	20
5 E. de L. Implementación y Resultados	23
5.1 Ensayo de Caracterización	23
5.1.1 Configuración del Banco de Ensayo	23
5.1.2 Equipos de Medición	24
5.1.3 Desarrollo del Método	24
5.1.4 Resultados	26
5.2 Ensayo de Eficiencia	29
5.2.1 Configuración del Banco de Ensayo	29
5.2.2 Armado del Banco de Ensayo	32
5.2.3 Determinación de las Frecuencias Naturales	33
5.2.4 Equipos de Medición	35
5.2.5 Desarrollo de los Métodos	36

5.2.6	Resultados	37
6	Método del Balance Energético	41
6.1	Introducción	41
6.2	Método del Balance Energético	43
6.2.1	Potencia Eólica Introducida en el Sistema	43
6.2.2	Potencia Disipada por el Conductor debido a su Propio Amortiguamiento	46
6.2.3	Potencia Disipada por el Absorbedor de Vibraciones	47
6.2.4	Deformación Debido a la Amplitud de Flexión	48
6.3	Desarrollo	50
6.3.1	Método 1	50
6.3.2	Método 2	51
6.3.3	Método 3	51
6.4	Resultados	51
6.4.1	Método 1	52
6.4.2	Método 2	52
6.4.3	Método 3	53
7	Conclusiones	57
A	Modelado Numérico	59
A.1	Introducción	59
A.1.1	Ecuación Rectora	59
A.1.2	Matriz de Rigidez	60
A.1.3	Matriz de Masa	61
A.2	Modelado del absorbedor tipo Stockbridge	62
A.2.1	Matriz de Rigidez	64
A.2.2	Matriz de Masa	65
A.2.3	Análisis de Resultados	66
A.3	Modelado Conductor-Absorbedor	68
A.3.1	Matriz de Rigidez	69
A.3.2	Matriz de Masa	69
A.3.3	Análisis de Resultados	69
B	Códigos de Programación	73

Capítulo 1

Introducción

En el presente trabajo se evalúa el nivel de vibraciones en líneas aéreas de transmisión de potencia mediante el *Método del Balance Energético* con la ayuda de las Normas UNE EN 61897 [3] y IEEE Std 664-1993 [4]. Este método consiste en un balance de potencias, entre: *la potencia que entra al sistema (suministrada por el viento)*, *la potencia disipada por el absorbedor de vibraciones* y *la potencia disipada por auto-amortiguamiento del propio conductor*.

Para esto, se realizaron ensayos de laboratorio de Caracterización y Eficiencia a un absorbedor de vibraciones tipo Stockbridge, aplicando los métodos energéticos descritos en las Normas antes mencionadas. El objetivo de estos ensayos consiste, en el caso del ensayo de Caracterización, en determinar la impedancia mecánica del absorbedor, el cual, es un parámetro característico de este tipo de absorbedores. Mientras que, para el ensayo de Eficiencia, el objetivo se centra en determinar la potencia disipada mediante dos métodos distintos, que se detallarán más adelante, para luego poder compararlas con la potencia de entrada del viento, la cual es calculada por fórmulas empíricas.

Debido a que las líneas de transmisión aéreas están expuestas a varios tipos de fenómenos naturales, su vida útil puede verse afectada considerablemente. La acción del viento es uno de estos fenómenos que bajo ciertas condiciones, puede causar distintos tipos de fenómenos vibracionales como: *vibraciones eólicas o de Karman*, *oscilaciones inducidas por la estela* y *galloping* [14].

Las vibraciones eólicas son el fenómeno más peligroso, ya que sus amplitudes de vibración son prácticamente imperceptibles a la vista y en poco tiempo alcanzan un alto número de ciclos, pudiendo derivar en fallas por fatiga del conductor. Los absorbedores tipo Stockbridge, son muy utilizados para combatir este fenómeno, debido a su capacidad de disipar las vibraciones en un amplio espectro de frecuencias. Esta fue la razón por la que estos tipos de absorbedores fueron los elegidos para llevar a cabo los ensayos de laboratorio y, posteriormente, comparar los resultados obtenidos con la potencia que ingresa al sistema por el viento en el balance energético.

1.1 Esquema Breve

A continuación, se hace una descripción breve de los contenidos de cada capítulo:

Capítulo 2: se toma conocimiento sobre la necesidad de aplicación del método en que se basa este Proyecto y se exponen los objetivos a cumplir en el desarrollo del mismo.

Capítulo 3: en este capítulo se proporciona la literatura existente relacionada con los distintos tipos de fenómenos de vibraciones inducidas por el viento. Por último, se introduce a los absorbedores de vibraciones tipo Stockbridge.

Capítulo 4: se discuten los procedimientos para la aplicación de ensayos de laboratorio (Force Response Method, Power Method, Inverse Standing Wave Ratio Method y Self-Damping Method) de acuerdo con las Normas IEEE Std 664-1993 [4] y IEEE Std 563-1978 [23]. El fin de realizar estos ensayos de laboratorio es proporcionar parámetros útiles para la aplicación del Método del Balance Energético, en el cual se basa este proyecto.

Capítulo 5: se implementan los métodos descritos en el capítulo 4. Para esto, se diseñan y ejecutan modificaciones al dispositivo de ensayo disponible en el Laboratorio de Estructuras. Se calculan las frecuencias naturales del conductor, la ubicación del absorbedor y masa aparente. Por último, se desarrolla la programación de códigos mediante el software MATLAB para el análisis y lectura de los datos obtenidos en los mismos.

Capítulo 6: se presenta el Método de Balance de Energético. Se discute con más detalle las limitaciones y los enfoques existentes para la potencia introducida por el viento en el sistema, la potencia disipada por el auto-amortiguamiento del conductor y la potencia disipada por el absorbedor Stockbridge. Se proporcionan también, gráficas obtenidas mediante la programación de un código el cual permite determinar las distintas amplitudes que satisfacen dicho balance para el rango de frecuencias estudiado.

Finalmente, en el Capítulo 8, se analiza y se brindan distintos puntos de vista, concluyendo así con el Proyecto Integrador.

En adición, en el Apéndice A, se presenta una alternativa para el cálculo de la disipación de potencia de un absorbedor tipo Stockbridge. Para esto, se modela el mismo mediante el Método de Elementos Finitos. Por otro lado, se comparan los resultados de disipación de potencia obtenidos en el capítulo 5 con los obtenidos en este apéndice.

Capítulo 2

Objetivos

La finalidad de este Proyecto es desarrollar ingenierilmente un código programado que facilite la toma de decisiones para ciertos fabricantes, proyectistas o consultores, en la implementación de este tipo de absorbedores de vibraciones en líneas aéreas de transmisión.

Específicamente, los objetivos son:

- Implementación de ensayos de laboratorio para la obtención de parámetros característicos de los absorbedores para su posterior uso en el Método del Balance Energético. Los parámetros a determinar serán, en un caso, impedancia mecánica y para otro caso, la potencia disipada según los métodos energéticos establecidos en la Norma IEEE Std 664-1993 [4].
- Desarrollar un código en MATLAB implementando el Método de Balance Energético para la obtención de deformaciones específicas (o tensiones) con el fin de establecer si la correspondiente línea de transmisión soportará la potencia de entrada del viento con respecto a las sollicitaciones de fatiga producidas por la acción del viento.

Capítulo 3

Vibraciones en Conductores

En este capítulo se proporciona un resumen de la literatura existente relacionada con los distintos tipos de fenómenos de vibraciones inducidas por el viento.

Por último, se presentan las principales características de los absorbedores de vibraciones tipo Stockbridge.

3.1 Fenómenos de Vibraciones Inducidas

Las líneas de transmisión de potencia, al ser estructuras desprotegidas, están expuestas a flujos de viento que inducen vibraciones que afectan su seguridad y vida útil. Se pueden distinguir distintos fenómenos que varían en visibilidad e intensidad de acuerdo a la frecuencia con la que son excitados:

- *Galloping* considerado un movimiento de baja-frecuencia y alta-amplitud. Es considerado como *Vibraciones Inducidas por el Flujo* y de baja frecuencia [14].
- *Vibraciones Eólicas* son movimientos de altas-frecuencias y bajas-amplitudes.

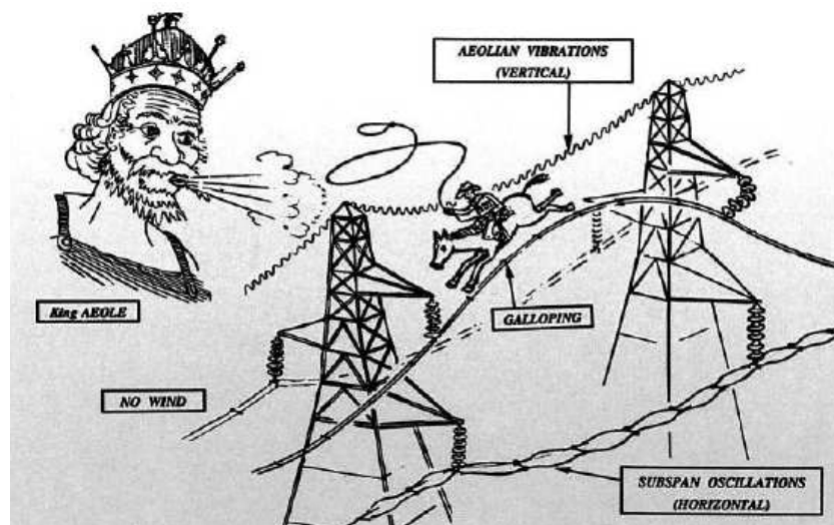


Figure 3.1: Vibraciones inducidas por el viento [8]

A continuación se introduce brevemente cada una de ellas.

3.1.1 Galloping

El Galloping ocurre tanto en conductores unifilares como en multifilares generalmente cuando están cubiertos de hielo, como se muestra en la figura 3.2. Este fenómeno genera amplitudes del orden de la flecha del conductor y pueden derivar en descargas eléctricas o choques de los conductores.



Figure 3.2: Línea cubierta con hielo

Tiene su origen en una modificación de las características aerodinámicas del conductor, ya que al estar recubierto de hielo, se modifica su forma cilíndrica original. Es por esto que el conductor experimenta un desplazamiento vertical combinado con un giro axial, causando así, una oscilación periódica, como se muestra en la figura 3.3.

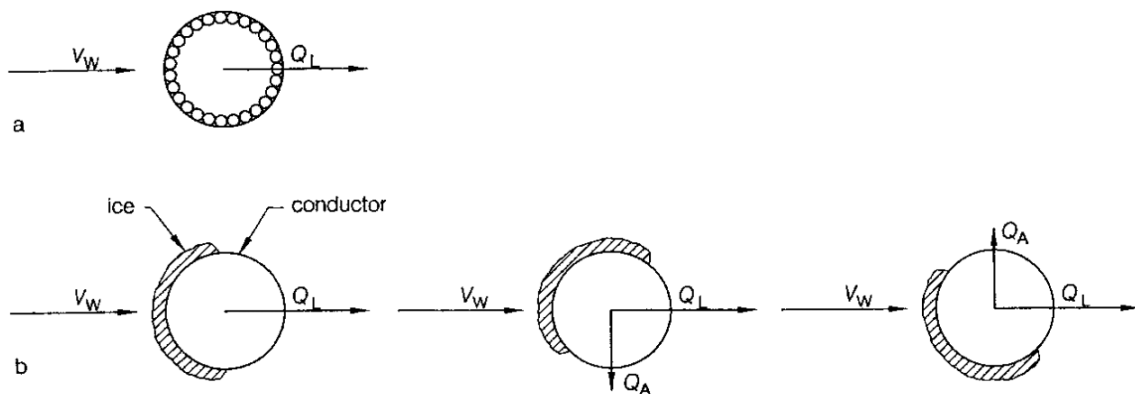
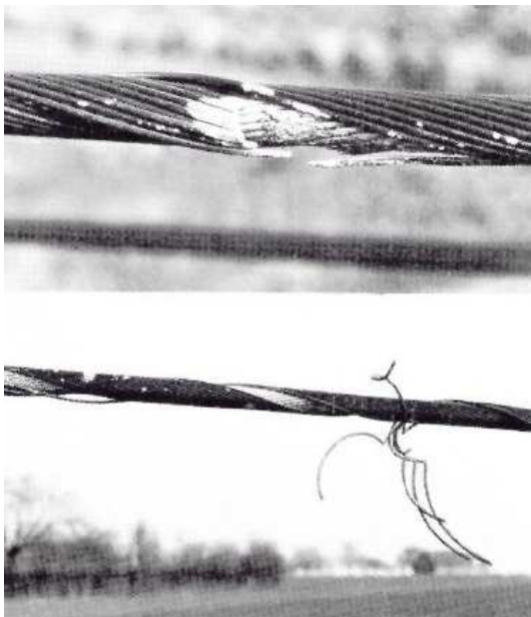


Figure 3.3: Fuerzas actuantes en un conductor bajo efectos del viento [15]

Las velocidades excitatrices del viento varían entre 6 a 25 m/s y, como regla general, resulta en el primer modo de excitación, o en modos naturales más altos, donde al menos un modo de oscilación se presenta a lo largo del vano. Las frecuencias de oscilación son bajas, menores a 1 Hz.

Este fenómeno tiene un gran impacto en el diseño de las líneas aéreas e influye sobre las cargas a las que se someten las torres. También, puede dañar las torres con sus amplitudes severas como se muestra en la figura 3.4.

Las consecuencias del Galloping también pueden ser minimizadas mediante un ajuste del diseño de las torres. Las amplitudes máximas debido a este fenómeno dependen principalmente de la flecha dentro del vano. En un principio, es posible seleccionar las distancias del conductor a las torres para que este no cause descargas eléctricas. Sin embargo, esto significa una gran ampliación de la parte superior de la torre, lo que deriva en un incremento en los costos de la misma.



(a) Hilos rotos por cortocircuito provocado por Galloping [8]



(b) Daños caóticos debido al Galloping

Figure 3.4: Daños en torres de transmisión aéreas [22]

3.1.2 Vibraciones Eólicas

La *Vibración Eólica* es uno de los problemas más importantes ya que representa la principal causa de fallo por fatiga de hilos de los conductores o de elementos asociados con el soporte, el uso y la protección del conductor [15]. Las vibraciones eólicas ocurren cuando, sobre un conductor, incide un flujo de viento con una velocidad de 1 a 7 m/s (flujo laminar generalmente).

Las vibraciones eólicas crean tensiones dinámicas de flexión en el conductor, que causan el fallo por fatiga de los hilos en los puntos de apoyo cuando el límite de resistencia es superado. La tensión en el conductor es mucho más alta en la vecindad de la *grapa de suspensión* respecto a otras zonas a lo largo del vano. Es por esto que las soluciones o métodos de protección deben empezar en los puntos de suspensión, teniendo como objetivo mantener las tensiones lo más bajas posibles en esos puntos. Aun así, si ocurren vibraciones intensas durante un período de una hora por día, en solo un año, se alcanzarán entre 10^7 y 10^8 ciclos de vibración.

El tiempo de falla por fatiga de los hilos, depende de la magnitud de las tensiones de flexión y del número de ciclos que exceden el límite de resistencia de los hilos. En las

figuras 3.5 y 3.6 se observan fallas típicas debido al fenómeno de fatiga en los hilos del conductor.

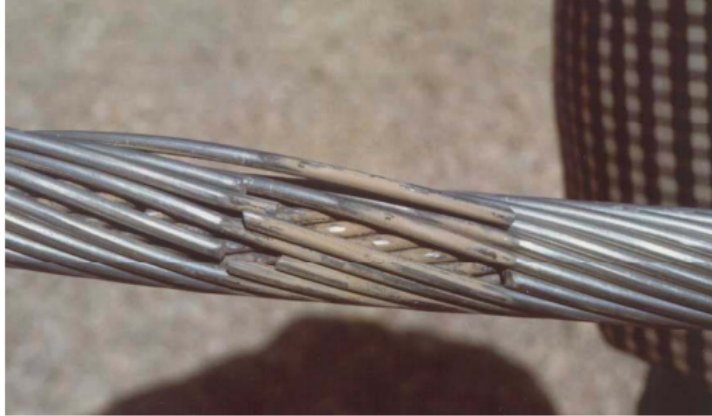


Figure 3.5: Falla debido a fatiga en el punto de amarre del absorbedor [9]



Figure 3.6: Falla de la capa externa, debido a niveles de esfuerzos de flexión excesivos [9]

Formación del Desprendimiento de Vórtices

Cuando un flujo de aire incide sobre un conductor, éste se acelera para rodear el mismo y luego se separa detrás de él. Esta separación es debido a que, en la cara opuesta a la que incide el flujo de viento, se genera una zona de baja presión y, esta diferencia de presión, hace que el flujo se desprenda y tienda a moverse hacia esta zona de vacío. Este fenómeno se denomina *Desprendimiento de Vórtices* y crea una diferencia de presión alternada la cual hace que el conductor se mueva hacia arriba y abajo en dirección perpendicular al flujo de viento que incide sobre el conductor.

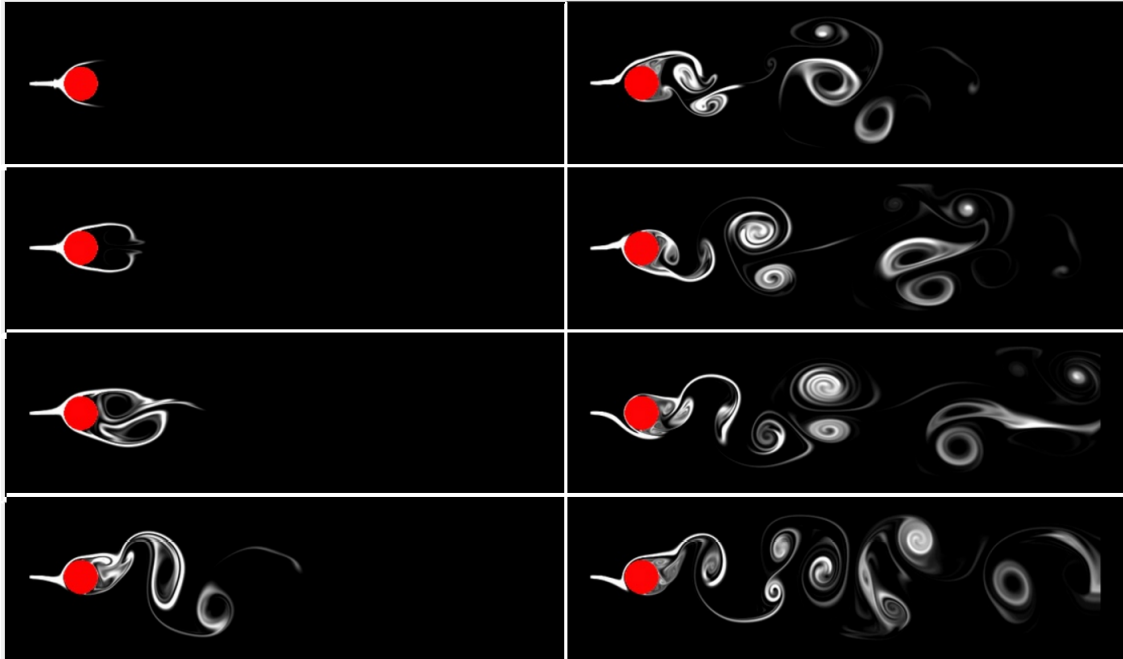


Figure 3.7: Formación del desprendimiento de vórtices [5]

En la figura 3.7 se muestran ejemplos de desprendimientos de vórtices para distintos tipos de flujos dependiendo del número de Reynolds.

Strouhal determinó que existe una relación entre la velocidad del flujo de viento incidente y la frecuencia de desprendimiento de vórtices expresándola de la siguiente manera:

$$f = St \frac{V}{D} \quad (3.1)$$

Donde

f : frecuencia de desprendimiento de Vórtices [Hz].

V : velocidad del flujo de viento [m/s].

D : diámetro del conductor o cuerpo cilíndrico [m].

St : número de Strouhal [$St = 0.18 - 0.22$].

En principio, el *Número de Strouhal* depende del *Número de Reynolds*. Solo para Reynolds entre 500 y 20000, ocurren desprendimientos de vórtices definidos en el conductor y generan vibraciones.

Para el caso de conductores vibrando, el desprendimiento de vórtices será controlado por el *proceso vibratorio*. Al ser una estructura esbelta en la dirección longitudinal, el conductor, alberga un espectro muy denso de frecuencias naturales y, debido a esto, la frecuencia excitatriz de desprendimiento de vórtices siempre se encontrará cerca de una frecuencia natural del conductor. Esto explica porque las condiciones de resonancia no son afectadas por la variación de velocidad del viento. También el peso del conductor influye ya que, conductores de menor peso comparado con su diámetro, alcanzan más rápido condiciones estacionarias de vibración que los conductores pesados.

Por otro lado, puede existir el *fenómeno de batido*. Este tiene origen cuando la velocidad del viento varía a lo largo de un vano [14].

3.2 Absorbedores en Líneas Aéreas de Transmisión

De lo explicado anteriormente, las vibraciones eólicas suponen definidas consecuencias sobre la resistencia de los conductores, siendo la fatiga por vibración el efecto más peligroso sobre ellos (descrito en la sección 3.1.3 *Vibraciones Eólicas*), capaces incluso de ocasionar la rotura y consecuente la caída del conductor. Es por ello necesario emplear un sistema de amortiguamiento en las líneas de transmisión que se encargue de disipar la energía de las vibraciones eólicas. Dicho sistema, debe ser dimensionado de acuerdo con un estudio que relacione las frecuencias típicas de oscilación de los conductores con respecto a los vanos promedios de líneas de transmisión, los vientos y las condiciones climatológicas de la zona de trabajo y demás variables de interés.

Existen varios tipos de amortiguadores diseñados para aplicarse en líneas de transmisión. En este Proyecto, se tratará los absorbedores de vibraciones tipo Stockbridge, los cuales son utilizados para minimizar principalmente el fenómeno de *Vibraciones Eólicas* [17].

3.2.1 Absorbedores tipo Stockbridge

El *Absorbedor de Vibraciones tipo Stockbridge* fue inventado en 1920 por George H. Stockbridge, quien era un ingeniero de Southern California Edison. Stockbridge inicialmente desarrolló un cable corto (75 cm) con una masa de hormigón fija en cada extremo. Este dispositivo continuó desarrollándose y mejorándose hasta alcanzar a perfeccionarlo en el modelo que hoy se conoce como absorbedor simétrico Stockbridge ampliamente utilizado [26].

Un absorbedor tipo Stockbridge consiste en un trozo de cable de acero preformado que lleva en sus extremos contrapesos iguales, y que puede sujetarse al conductor mediante una grapa fijada en la mitad del cable preformado. Dicho cable, conocido como cable mensajero actúa como resorte, en tanto que sus dos masas le permite sintonizar con dos frecuencias de vibración o frecuencias resonantes.

Todo movimiento del conductor en el punto de sujeción del absorbedor originará movimientos relativos de los contrapesos y, el rozamiento entre los hilos del cable, disipará energía [18]. En la figura 3.8 se muestra un típico absorbedor Stockbridge.

Cuando el absorbedor se coloca en un conductor, las vibraciones pasan a través de la grapa y llegan a los contrapesos. El movimiento de los contrapesos produce el efecto amortiguador que proviene fundamentalmente de las fuerzas en contrafase de los absorbedores dinámicos. A su vez, cuando los hilos individuales que componen el cable mensajero se frotan entre sí, estos disipan energía, generando así un amortiguamiento por fricción seca.

En los primeros diseños, el cable mensajero estaba compuesto de 7 hilos de alambre individuales, pero una vez notada la importancia del mismo en la capacidad de disipación de energía, se continuó con diseños modernos compuestos de 19 hilos de alambre individuales [22].

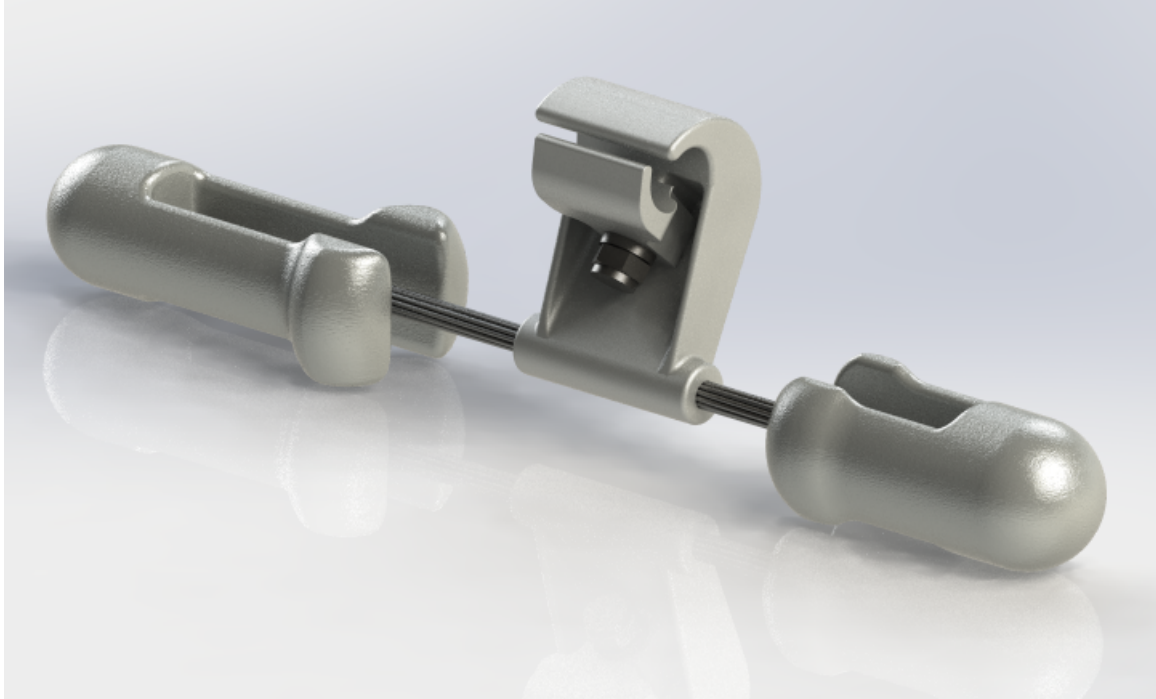
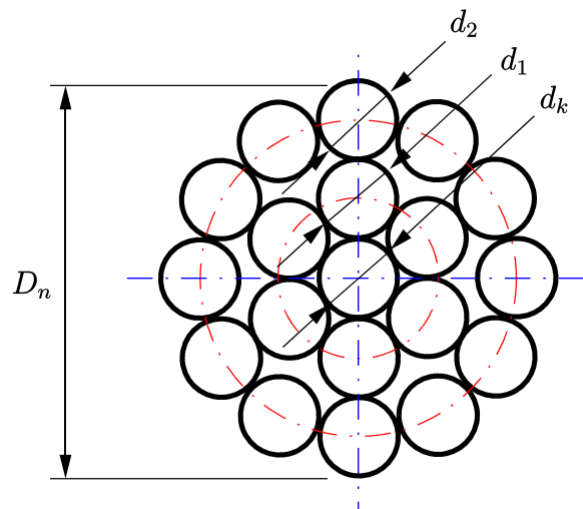


Figure 3.8: Absorbedor Stockbridge típico



(a) Cable mensajero



(b) Sección cable mensajero

Figure 3.9: Cable mensajero [22]

Es posible representar aproximadamente el principio de funcionamiento del absorbedor Stockbridge mediante un sistema masa-resorte-amortiguador. Para simplificar el análisis se desprecia el amortiguamiento. En la figura 3.10 se muestra el modelo mecánico.

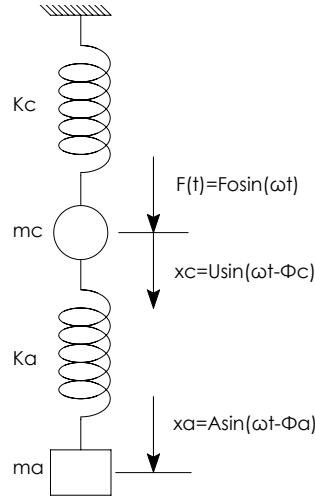


Figure 3.10: Modelo mecánico simplificado del absorbedor tipo Stockbridge [18]

La teoría de las vibraciones demuestra que en presencia de movimiento armónico [6], las ecuaciones de las amplitudes U y A resultan:

$$\frac{U}{F_0} = \frac{1 - (\omega/\omega_a)^2}{[1 + (k_a/k_c) - (\omega/\omega_a)^2] [1 - (\omega/\omega_a)^2] - k_a/k_c} \quad (3.2)$$

$$\frac{A}{F_0} = \frac{1}{[1 + (k_a/k_c) - (\omega/\omega_a)^2] [1 - (\omega/\omega_a)^2] k_a/k_c} \quad (3.3)$$

Donde

U : movimiento del cable.

A : amplitud masa del absorbedor.

$$\omega_c = \sqrt[2]{\frac{k_c}{m_c}} : \text{Frecuencia del Cable.} \quad (3.4)$$

k_c : rigidez del cable.

m_c : masa del cable.

$$\omega_a = \sqrt[2]{\frac{k_a}{m_a}} : \text{Frecuencia del Absorbedor.} \quad (3.5)$$

k_a : rigidez del absorbedor.

m_a : masa del absorbedor.

La ecuación 3.2 muestra que para $\omega_a = \omega$ (condición de resonancia) se obtiene:

$$\frac{U}{F_0} = 0 \quad (3.6)$$

Con lo cual $U = 0$, es decir, el movimiento del cable se anula.

Por otro lado, la ecuación 3.3 para la misma condición ($\omega_a = \omega$), establece:

$$\frac{A}{F_0/k_c} = \frac{1}{-k_a/k_c} \quad (3.7)$$

Es decir, para la condición de resonancia, la masa del absorbedor tiene una amplitud $A = F_0/k_a$ y ejerce una fuerza $k_a A$ igual y contraria a la fuerza de excitación F_0 que anula el movimiento U del cable.

En la actualidad existen dos tipos de absorbedores Stockbridge:

- Absorbedores Simétricos (de masas iguales).
- Absorbedores Asimétricos (de masas y geometrías distintas).

En el caso de los simétricos, los dos contrapesos tienen masas y momentos de inercia iguales, fijados a igual distancia. Esto resulta en dos frecuencias resonantes y dos modos de vibrar como se observa en la figura 3.11 [18].

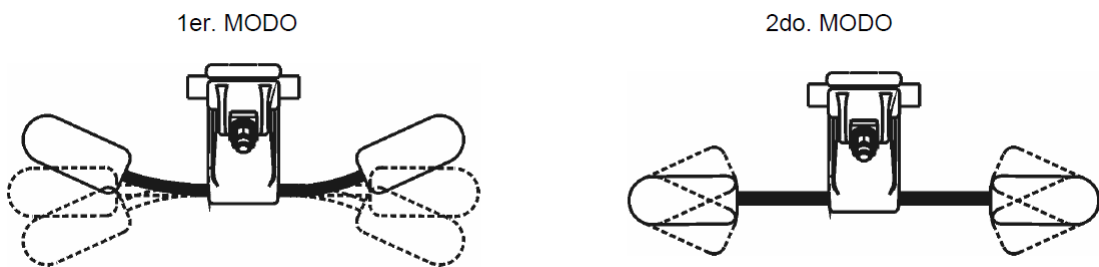


Figure 3.11: Modos de vibrar amortiguador simétrico [18]

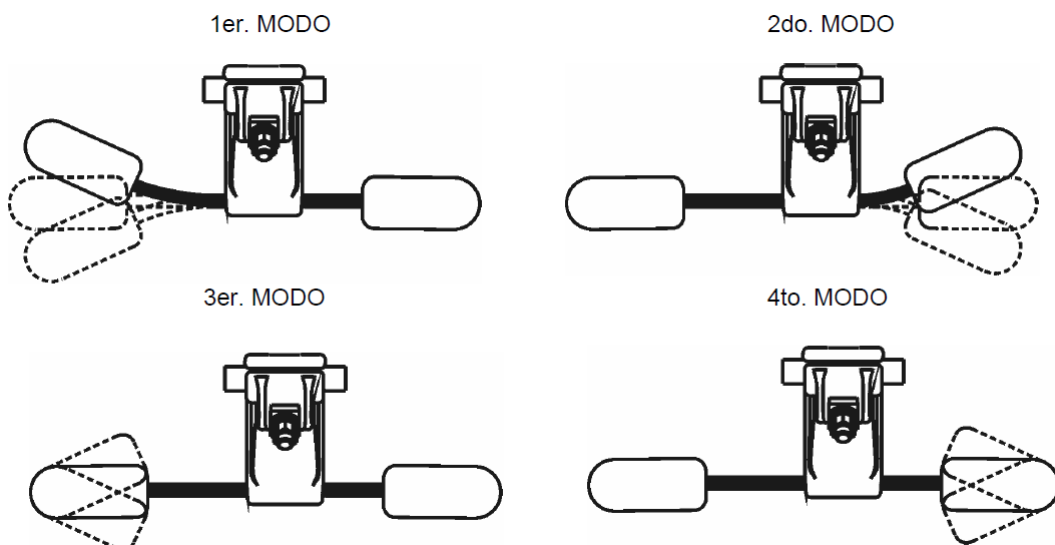


Figure 3.12: Modos de vibrar amortiguador asimétrico [18]

En cambio, los absorbedores asimétricos, representan una mejora del diseño original ya que, en este caso, el número de frecuencias resonantes aumenta a cuatro, como se muestra en la figura 3.12. Esto se logra utilizando contrapesos desiguales fijados sobre longitudes de cable mensajero también desiguales.

Debido al número de frecuencias resonantes, es común usar la designación de 4R para los absorbedores asimétricos y 2R para los absorbedores simétricos [18].

Capítulo 4

Ensayos de Laboratorio

En este capítulo se discuten los procedimientos para la aplicación de ensayos de laboratorio. Estos están divididos en dos grupos: los *Ensayos de Caracterización* (donde se aplica el Force Response Method) y *Ensayos de Eficiencia* (donde se aplican Power Method, Inverse Standing Wave Ratio Method y Self-Damping Method) de acuerdo con las Normas IEEE Std 664-1993 [4], IEEE Std 563-1978 [23] y UNE-EN 61897 [3].

El objetivo de estos ensayos de laboratorio es proporcionar parámetros necesarios para la aplicación del *Método del Balance Energético*, método en el cual se basa este proyecto.

4.1 Ensayo de Caracterización

El objetivo de este ensayo consiste en realizar un barrido en frecuencia para obtener las curvas de impedancia mecánica en el punto de sujeción del absorbedor con el conductor eléctrico. El método Force Response (FR) permite además durante este ensayo determinar la potencia disipada por el absorbedor en función de la fuerza y la velocidad ejercida (y medida) sobre el mismo, montado directamente en un excitador dinámico

4.1.1 Procedimiento

Antes de comenzar con el ensayo, la Norma IEEE Std 664-1993 [4] recomienda calibrar los transductores que se utilizan en el mismo con el uso de una masa rígida. Este ensayo preliminar “en vacío” permite determinar las correcciones necesarias sobre los parámetros experimentales medidos por los transductores en función de la frecuencia.

De acuerdo con la Norma UNE-EN 61897 [3] el absorbedor se fija, por medio de la grapa de sujeción, a un excitador controlado por un oscilador sinusoidal, cuya señal de salida es variable en frecuencia y amplitud. Este excitador debe ser capaz de barrer el rango de frecuencias correspondiente al espectro de velocidad de viento de 1-7 m/s.

Por otro lado, se debe establecer una velocidad de 100 mm/s en la grapa de sujeción. Este valor, debe mantenerse constante a través del rango de frecuencia prescrito. Se pueden realizar ensayos adicionales a otras velocidades (200 mm/s, 300 mm/s, etc.) para proporcionar un mayor espectro de resultados, teniendo en cuenta el reconocido comportamiento no-lineal de los absorbedores.

Adicionalmente, la velocidad de barrido debe ser adecuada y debe establecerse de manera tal que la vibración del absorbedor alcance un estado en régimen, de esta forma, la respuesta no sufre mucha distorsión por la velocidad de barrido. Los límites de frecuencia

superior e inferior se calculan utilizando el diámetro del conductor para que sea representativo de la aplicación del absorbedor.

Para el cálculo de la potencia disipada por el absorbedor, se utiliza la ecuación 4.1 de la Norma IEEE Std 664-1993 [4], para lo cual es necesario medir y registrar la señal de velocidad, fuerza, y el ángulo de fase entre la señal de fuerza y velocidad a lo largo de todo el espectro de frecuencias.

$$P_D = \frac{1}{2}(FV_s) \cos \theta_V \quad (4.1)$$

donde

P_D : potencia disipada por el absorbedor [W].

F : fuerza medida en la grapa de sujeción [N].

V_s : velocidad medida en la grapa de sujeción [m/s].

θ_V ángulo de fase medido entre la señal de fuerza y velocidad [°].

La Norma UNE-EN 61897 [3] recomienda que los resultados de este ensayo sean representados mediante los siguientes gráficos:

- Impedancia del absorbedor Z (cociente entre la fuerza y la velocidad en la grapa del amortiguador) con respecto a la frecuencia;
- Ángulo de fase θ_V entre la señal de fuerza y la señal de velocidad en la grapa del amortiguador con respecto a la frecuencia;
- Potencia disipada por el amortiguador P_D , con respecto a la frecuencia.

4.2 Ensayo de Eficiencia

En el cálculo de la eficiencia de los absorbedores de vibración, se siguen los lineamientos de las Normas IEEE Std 664-1993 [4] y IEEE Std 563-1978 [23]. En ésta sección se describen los métodos que recomiendan estas normas para llevar a cabo estos ensayos, los cuales son:

- *Power Test Method (PT)*.
- *Inverse Standing Wave Ratio Method (ISWR)*.
- *Self-Damping Method (SD)*.

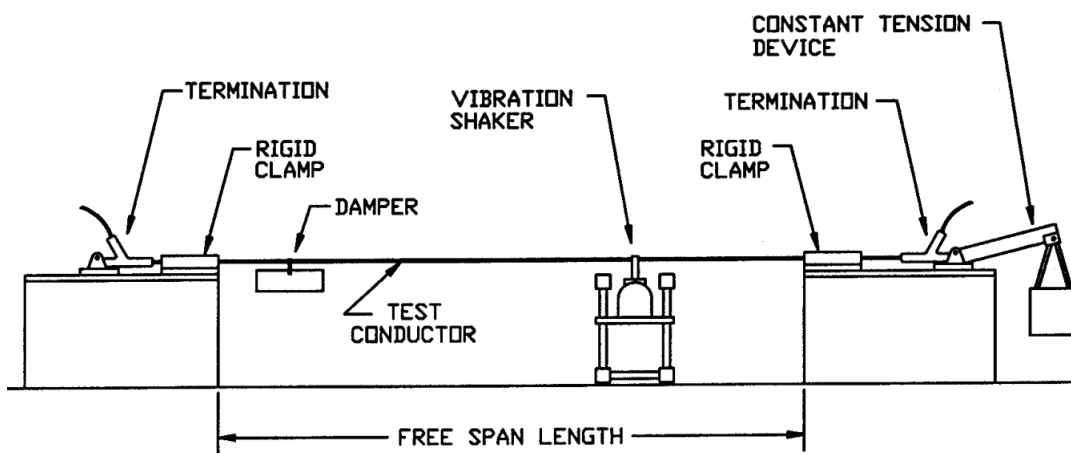
De ahora en más nos referiremos a ellos mediante sus abreviaturas, salvo que se aclare lo contrario.

El enfoque ingenieril para el control de las vibraciones de líneas aéreas consiste en comparar las características totales de disipación de potencia de los absorbedores de vibraciones y del propio conductor con el aporte de energía eólica proyectada en el vano del conductor. La diferencia entre el aporte de energía eólica y el auto-amortiguamiento

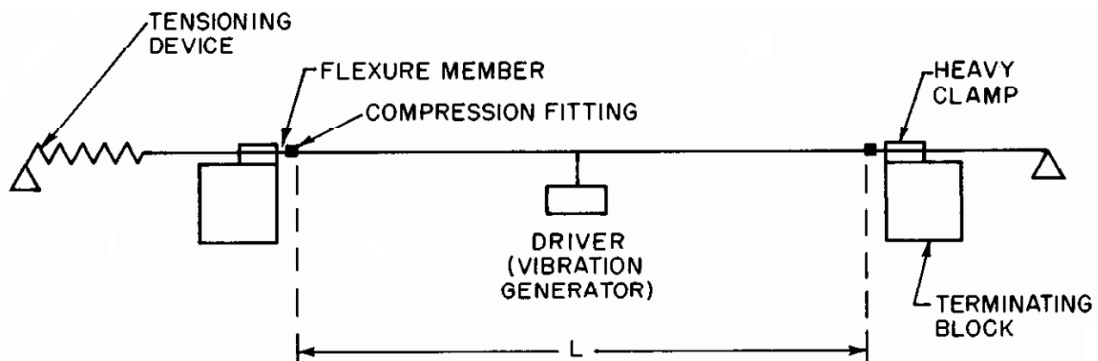
del conductor representa la cantidad de energía que idealmente disipa el absorbedor de vibración para un vano del conductor, una frecuencia y un nivel de excitación dados (este último considerando que el amortiguamiento que produce el cable mensajero suele presentar un marcado comportamiento no-lineal en función de la amplitud de las vibraciones).

4.2.1 Procedimiento

En la figura 4.1(a) se muestra un banco de ensayo típico, utilizado para llevar a cabo los métodos *PT* y *ISWR*, mientras que en la figura 4.1(b) se observa un banco tipo para el caso del método *SD*. La diferencia radica en que, en el primer caso, se monta un absorbedor sobre el conductor y en el segundo, se realiza el ensayo sin absorbedor montado.



(a) Banco tipo para métodos *PT* y *ISWR* [4]



(b) Banco típico para método *SD* [23]

Figure 4.1: Bancos de ensayos

De acuerdo a la Norma IEEE Std 664-1993 [4], los anclajes rígidos en los extremos, no deben ser usados para mantener la tensión del conductor. Su principal función es impedir la disipación de energía en los extremos del mismo.

Por otro lado, el dispositivo encargado de mantener la tensión constante, puede apoyarse sobre bloques de madera u hormigón a fin de evitar oscilaciones del mismo.

También se recomienda que, la carga axial del conductor durante el ensayo, debe ser representativa en función de las cargas normales en el conductor. Un nivel de tensión del 25% de la tensión de rotura del conductor (*RBS*) es recomendable. En el caso de no

alcanzar este nivel de tensión debe realizarse método *SD*, ensayo que se realiza basándose en la Norma IEEE Std 563-1978 [23]. Superado o no el nivel de tensión del 25% *RBS*, la misma, debe mantenerse entre $\pm 0.5\%$ *RBS*.

Por otra parte, es importante controlar las amplitudes de las oscilaciones a través de la velocidad del segundo antinodo, a partir del extremo donde se ubica el absorbedor. Esta velocidad debe fijarse en 200 mm/s (también es posible utilizar velocidades de 100 mm/s y 300 mm/s). De esta forma, los desplazamientos de las oscilaciones dependen de la frecuencia excitatriz (un aumento de la frecuencia implica una reducción de las amplitudes en términos de desplazamientos).

En adición, esta Norma también recomienda que las frecuencias excitatrices tienen que cubrir el espectro correspondiente al rango de velocidades del viento de 1-7 m/s. Se establece un mínimo de 10 frecuencias excitatrices. Las que se determinan considerado al conductor como una *cuerda ideal*, mediante la ecuación 4.2.

$$f = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m_L}} \quad (4.2)$$

donde

f : frecuencia natural [*Hz*].

n : número de loops en el vano.

L : longitud del vano [*m*].

T : tensión del conductor [*N*].

m_L : masa por unidad de longitud [*kg/m*].

Al agregar el absorbedor y el excitador dinámico en el vano, se modificarán los modos de vibrar, y consecuentemente, las frecuencias naturales. Sin embargo, la ecuación 4.2 provee un buen punto de inicio para encontrar las frecuencias de resonancia del conductor.

4.2.2 Power Method

Este método determina las características de disipación de un absorbedor, midiendo la fuerza y velocidad impartida en el vano ensayado, en el punto de unión con el excitador.

Para su aplicación, la Norma IEEE 664-1993 [4] define el siguiente procedimiento:

1. Establecer la resonancia del vano empezando en la primer armónica sintonizable dentro del rango de frecuencias calculado (mínimo de 3 bucles completos).
2. Localizar el primer antinodo libre dentro del vano (Ver figura 4.2).
3. Ajustar la velocidad antinodal al nivel prescrito (200 mm/s) y registrar este valor.
4. Registrar la fuerza y velocidad impuesta junto con su ángulo de fase diferencial en el excitador.

5. Medir y registrar la longitud del bucle y la amplitud en la grapa de sujeción del absorbedor.
6. Proceder a la siguiente frecuencia armónica sintonizable.
7. Continuar este procedimiento hasta que se alcance la ultima frecuencia sintonizable calculada.
8. Repetir este procedimiento para todas las muestras a ensayar.

Luego, la potencia del absorbedor ensayado se determina mediante la ecuación 4.3.

$$P_D = \frac{1}{2}(FV_s) \cos \theta_V \quad (4.3)$$

donde

P_D : potencia disipada por el absorbedor [W].

F : fuerza medida en el vibrador [N].

V_s : velocidad medida en el vibrador [m/s].

θ_V : ángulo de fase entre la señal de fuerza y velocidad [°].

4.2.3 ISWR Method

Este método determina las características de potencia de disipación de un amortiguador midiendo las amplitudes nodales y antinodales, a lo largo del vano ensayado, para cada armónica sintonizable.

Para su aplicación, la Norma IEEE 664-1993 [4] define el siguiente procedimiento:

1. Establecer la resonancia del vano, empezando por la primer armónica sintonizable, dentro del rango de frecuencias anteriormente calculado (mínimo de 3 bucles completos).
2. Localizar el primero antinodo y el primer nodo libre desde el amortiguador dentro del vano (ver figura 4.2).
3. Ajustar la velocidad antinodal al nivel prescrito (200 mm/s) y registrar este valor y si correspondiente amplitud.
4. Medir y registrar la amplitud nodal.
5. Medir y registrar la longitud del bucle y la amplitud en la grapa de sujeción del absorbedor.
6. Proceder a la siguiente frecuencia armónica sintonizable.
7. Continuar este procedimiento hasta que se alcance la ultima frecuencia sintonizable calculada.

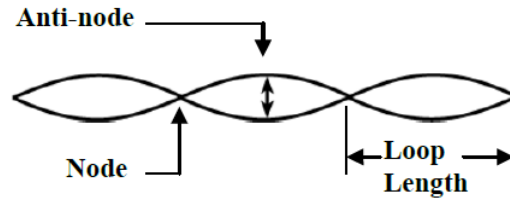


Figure 4.2: Posición de nodo y antinodo

8. Repetir este procedimiento para todas las muestras a ensayar.

La potencia del absorbedor ensayado, se determina mediante la ecuación 4.4

$$P_D = \sqrt{Tm_L} \frac{V_a^2}{2} \left| \frac{a}{Y_0} \right| \quad (4.4)$$

donde

P_D : potencia disipada por el absorbedor [W].

T : tensión del conductor [N].

m_L : masa por unidad de longitud del conductor [kg/m].

V_a : velocidad medida en el antinodo [m/s].

a : amplitud medida en el nodo [m].

Y_0 : amplitud medida en el antinodo [m].

4.2.4 Self-Damping Method

Este método determina las características de disipación del conductor, mediante el registro y medición de las amplitudes nodales y antinodales, en el vano ensayado para cada armónica sintonizable calculada.

El procedimiento para llevar a cabo este ensayo, según la Norma IEEE Std 563-1978 [23], es el mismo que el descrito en la sección 4.2.2 y 4.2.3 con la excepción que el absorbedor no está montado en el conductor.

La potencia disipada por el conductor se determina mediante la ecuación 4.5.

$$P_C = \sqrt{Tm_L} \frac{V_a^2}{2} \left| \frac{a}{Y_0} \right| \quad (4.5)$$

donde

P_C : potencia disipada por el conductor [W].

T : tensión del conductor [N].

m_L : masa por unidad de longitud del conductor [kg/m].

V_a : velocidad medida en el antinodo [m/s].

a : amplitud medida en el nodo [m].

Y_0 : amplitud medida en el antinodo [m].

Capítulo 5

Ensayos de Laboratorio - Implementación y Resultados

En este capítulo se implementan los métodos descritos en el Capítulo 4. Para lo cual, fue necesario rediseñar y modificar el dispositivo de ensayo disponible en el Laboratorio de Estructuras.

Se realizan cálculos para la determinar las frecuencias naturales del conductor, ubicación del absorbedor y masa aparente.

Por último, se desarrolla la programación de códigos mediante el software MATLAB para la lectura y posterior análisis de los datos obtenidos en los mismos.

5.1 Ensayo de Caracterización

Como se mencionó anteriormente, este ensayo consiste en realizar un barrido en frecuencia desde 0 a 50 Hz, con un incremento de 0.1 Hz/s, obteniéndose las curvas de impedancia mecánica en el punto de sujeción del absorbedor con el conductor. Este parámetro luego será utilizado durante la aplicación del Método del Balance Energético en el siguiente Capítulo.

Para llevar a cabo este método de acuerdo con la Norma IEEE Std 664-1993 [4], es recomendable utilizar un excitador dinámico capaz de variar en frecuencia y amplitud. El excitador utilizado, era capaz de variar la frecuencia pero no así la amplitud, lo cual implicó que para ciertas frecuencias, no se cumpliera estrictamente con la velocidad de 200 mm/s estipulada para la grapa de sujeción.

5.1.1 Configuración del Banco de Ensayo

Para el desarrollo del método, se configuró el banco de ensayo como se muestra en la figura 5.1. Con esta disposición se logró que el desplazamiento impuesto por el excitador fuera puramente vertical.

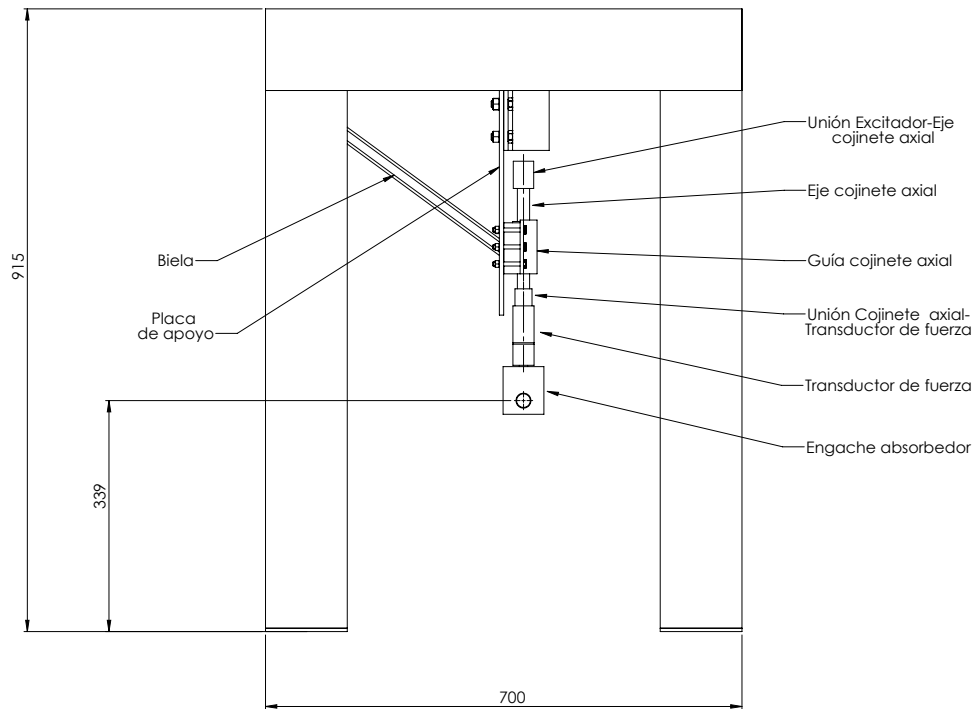


Figure 5.1: Configuración del banco de ensayo

5.1.2 Equipos de Medición

Al momento de realizar las mediciones, el control de la amplitud de vibración impuesta por el excitador fue realizado utilizando un acelerómetro *HBM* (Hottinger Baldwin Messtechnik) modelo B12/500.

Para realizar las mediciones de fuerza ejercida por el excitador, se utilizó un transductor de fuerza S9M/10kN.

Por último, para registrar las mediciones que se realizaron con el acelerómetro y el transductor de fuerza, se hizo uso de un amplificador/acondicionador marca *HBM* modelo SPIDER-8.

En la figura 5.2 es posible apreciar el acelerómetro fijado sobre la grapa del absorbedor y el transductor de fuerza.

5.1.3 Desarrollo del Método

Antes de dar comienzo con el ensayo, como se mencionó en la sección 4.1, se debía calibrar los dispositivos utilizados. Esta calibración se realizó mediante un barrido en frecuencia desde 0 a 50 Hz, denominado barrido en vacío, utilizando la configuración del excitador provista en la sección 5.1.1, pero sin montar el absorbedor.

De esta forma fue posible verificar, en primera instancia, que la masa que se encontraba por debajo del transductor de fuerza fuera puramente real asegurándose de esta forma que el acelerómetro y el transductor de fuerza estuvieran en fase. Por otro lado, se realizó este barrido en vacío para determinar la porción de masa del transductor de fuerza que aporta al sistema durante el ensayo.

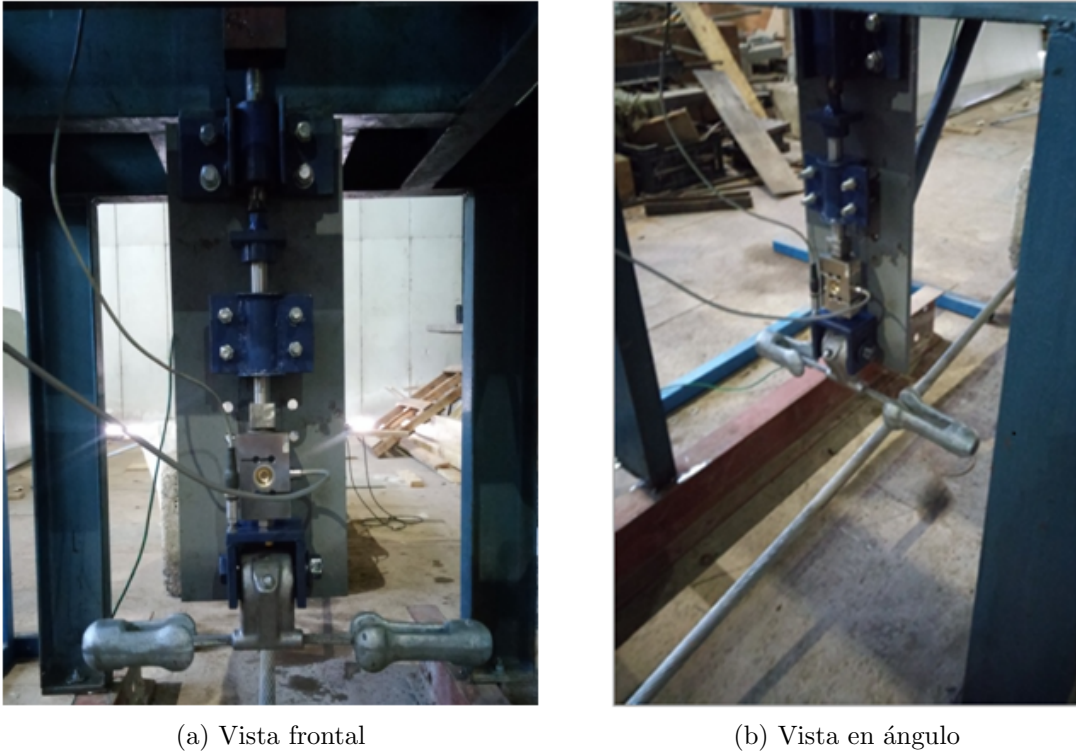


Figure 5.2: Conjunto excitador-absorbedor

Registradas las mediciones de este barrido en vacío, se realizó la programación de un código en MATLAB cuya finalidad era interpretar las mismas. En la figura 5.3 es posible verificar por un lado que el acelerómetro y el transductor de fuerza estaban en fase y por otro lado, determinar con exactitud la masa del transductor de fuerza que interactuaba en el ensayo, la cual fue igual a $m_{aparente} = 1.552$ kg.

Una vez finalizadas las mediciones del barrido sin el absorbedor, se dio inicio al ensayo para obtener los parámetros característicos del mismo. Se procedió al montaje del absorbedor, a la grapa de sujeción para luego realizar un barrido en frecuencias como se menciona en la sección 5.1. Este procedimiento se repitió en 3 (tres) absorbedores distintos.

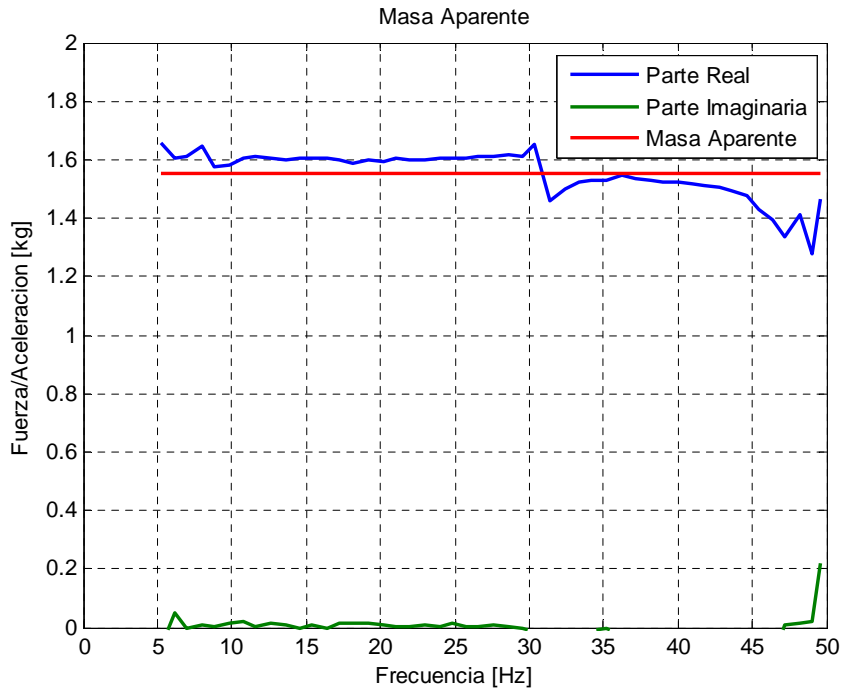


Figure 5.3: Razón Fuerza/Aceleración vs Frecuencia

5.1.4 Resultados

Finalizadas y registradas las mediciones entregadas por el acelerómetro y el transductor de fuerza de los diferentes especímenes, se prosiguió con la programación de un código en MATLAB para la interpretación y el análisis de estas mediciones. Este código se encuentra en el Apéndice B dentro de un CD.

Un punto importante para la programación de dicho código fue tener en cuenta que a la fuerza medida por el transductor de fuerza, se le debía restar la masa aparente multiplicada por la aceleración medida por el acelerómetro, de forma tal de obtener la fuerza real ejercida sobre el espécimen ensayado, es decir:

$$F_D = F_{FR} - m_{aparente}A_{FR} \quad (5.1)$$

Donde

F_D : fuerza ejercida al espécimen ensayado.

F_{FR} : fuerza medida por la celda de carga mediante el método FR .

$m_{aparente}$: masa aparente calculada.

A_{FR} : aceleración medida por el acelerómetro mediante el método FR .

A continuación, se muestran los resultados obtenidos del código programado en MATLAB para el método FR y se realiza un análisis de los mismos teniendo en cuenta las recomendaciones dadas en la sección 4.1.

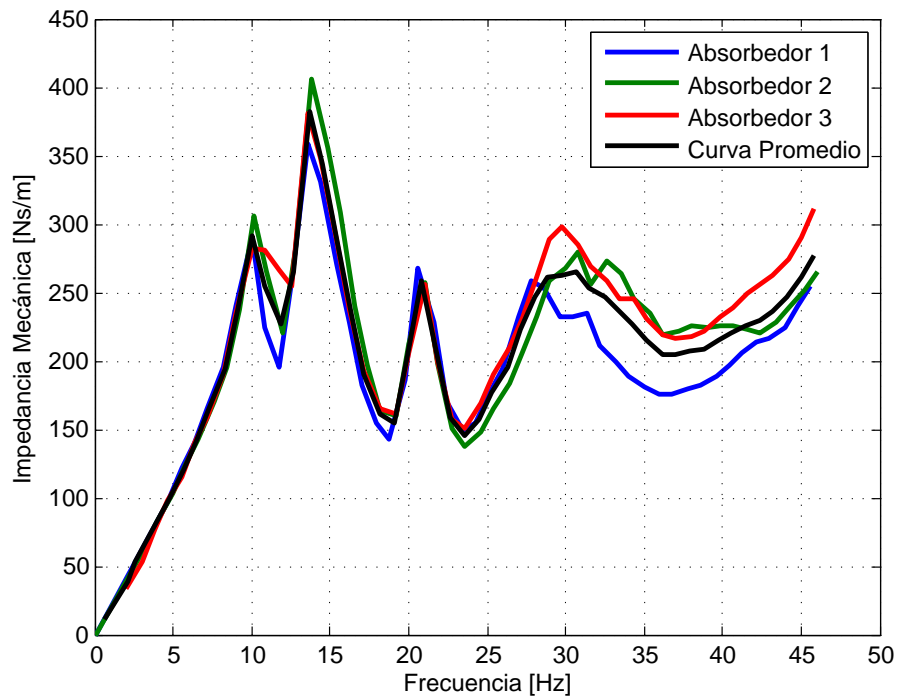


Figure 5.4: Impedancia Mecánica vs Frecuencia

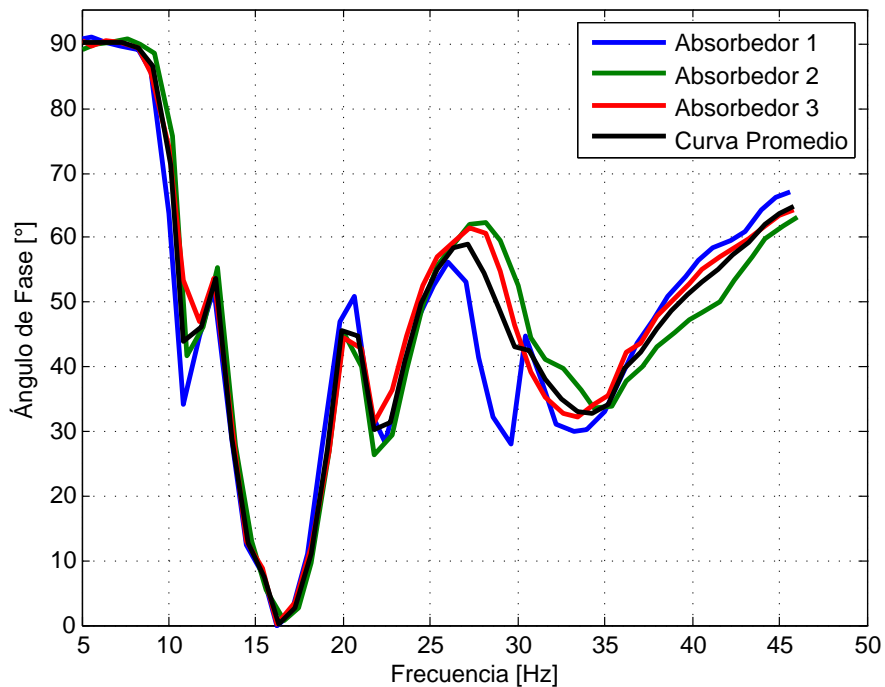


Figure 5.5: Ángulo de Fase (entre Fuerza y Velocidad) vs Frecuencia

La figura 5.4 muestra la impedancia mecánica del absorbedor en función de la frecuencia. Éste es un parámetro que caracteriza el absorbedor y es posible notar que existen cuatro picos, los cuales están relacionados a los modos de vibrar del mismo.

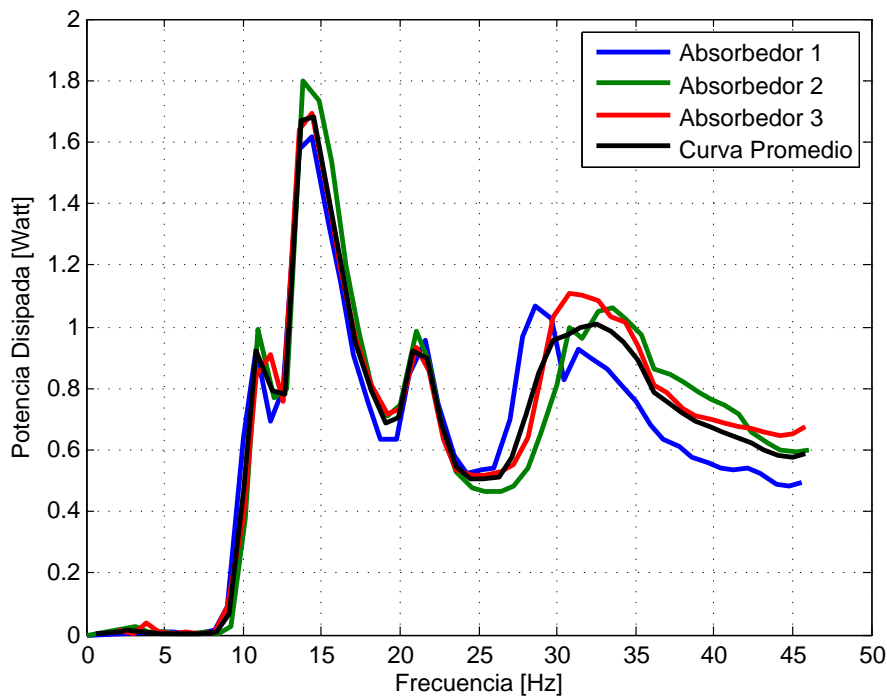


Figure 5.6: Potencia Disipada vs Frecuencia

Otro parámetro importante de analizar es el que se observa en la figura 5.5, es interesante destacar que este gráfico comienza en 90° y teniendo en cuenta la ecuación 4.3 la potencia disipada es nula debido a que el coseno de este ángulo es nulo. Por otro lado, podemos notar que la máxima disipación de potencia se obtiene a los 16.3 Hz cuando el ángulo registrado es $\approx 0^\circ$.

Por último, la figura 5.6 muestra la potencia disipada por el absorbedor en función de la frecuencia. Es posible notar que los absorbedores comienzan a disipar potencia acercándose a su primer frecuencia natural (primer pico), la cual se encuentra a los 10.8 Hz, esta representa el primer modo de vibrar del absorbedor. El segundo modo de vibrar, el cual se encuentra a 14.5 Hz, representa la máxima disipación de potencia por el absorbedor. Luego, aproximadamente a los 20.8 Hz, se encuentra el tercer modo de vibrar para el cual se obtienen valores de potencia disipada similares a los obtenidos para el primer modo. Finalmente, el cuarto modo de vibrar se encuentra a 32.5 Hz, en este rango de frecuencia existe cierto grado de disparidad en los resultados de los absorbedores. Esto puede deberse a variados motivos, desde la influencia de las vibraciones en el banco de ensayo, ya que a pesar de ser un elemento muy rígido, para las frecuencias máximas del ensayo algunos componentes pueden tornarse flexibles hasta la diferencia existente en los absorbedores ensayados.

5.2 Ensayo de Eficiencia

El objetivo de realizar este ensayo fue obtener la potencia que disipa el absorbedor montado sobre el conductor. Para luego en el siguiente Capítulo, comparar esta potencia con una proyección de potencia que introduce el viento al sistema.

5.2.1 Configuración del Banco de Ensayo

La configuración adoptada para llevar a cabo esta serie de ensayos se muestra en la figura 5.7.

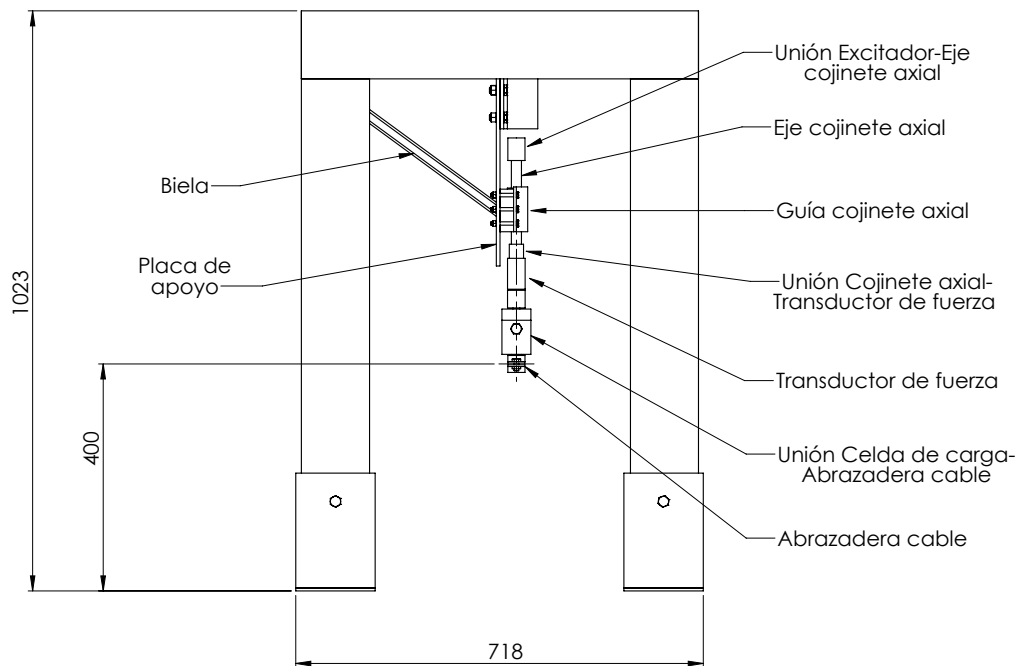


Figure 5.7: Configuración del banco de ensayo

Como se mencionó en la sección 4.2.2, es fundamental lograr una adecuada materialización de los anclajes rígidos, cuya función principal radica en impedir la disipación de energía por los extremos del conductor.

Teniendo en cuenta estas consideraciones se diseñaron las mordazas como se muestra en la figura 5.8.

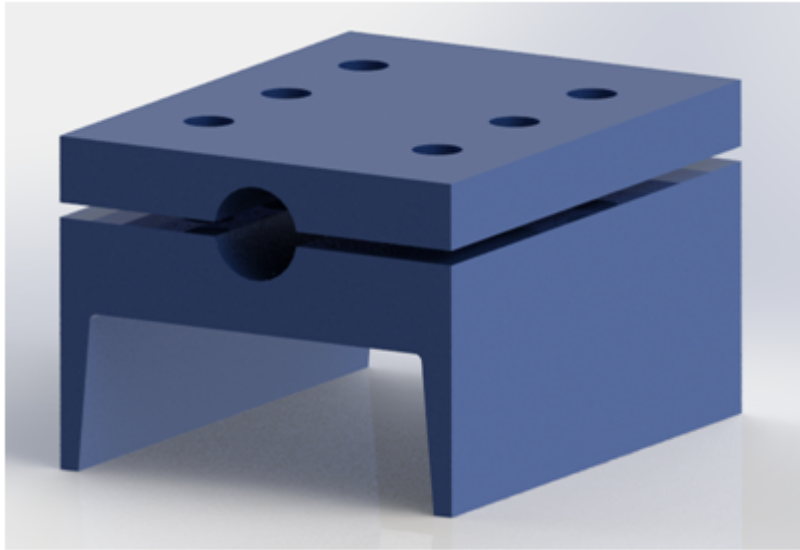


Figure 5.8: Mordaza

Para materializar la unión entre las mordazas y la losa de hormigón, se utilizaron 2 (dos) bloques de hormigón, uno en cada extremo.

En uno de los extremos, se fijó el bloque de mayor dimensión, el cual se lo denominó *bloque de tensado*. En este se colocó una de las mordazas, la grapa de tensión, el transductor de fuerza S9M/20kN, el dispositivo de tensión constante y el anclaje que fijaba el bloque a la losa. Como se muestra en la figura 5.9.

En el extremo opuesto se fijó el bloque de menor dimensión, cuya función era soportar la tensión generada al tensar el conductor, el cual se lo denominó *bloque terminal*. En este se colocó la mordaza restante y la grapa de tensión.

Para materializar la unión entre el bloque terminal y la losa de hormigón, se fabricó una estructura con perfiles C, esta estructura debía ser capaz de absorber los esfuerzos de tracción y los generados por el momento flector como consecuencias del tensado del conductor. La disposición del mismo se muestra en la figura 5.10.

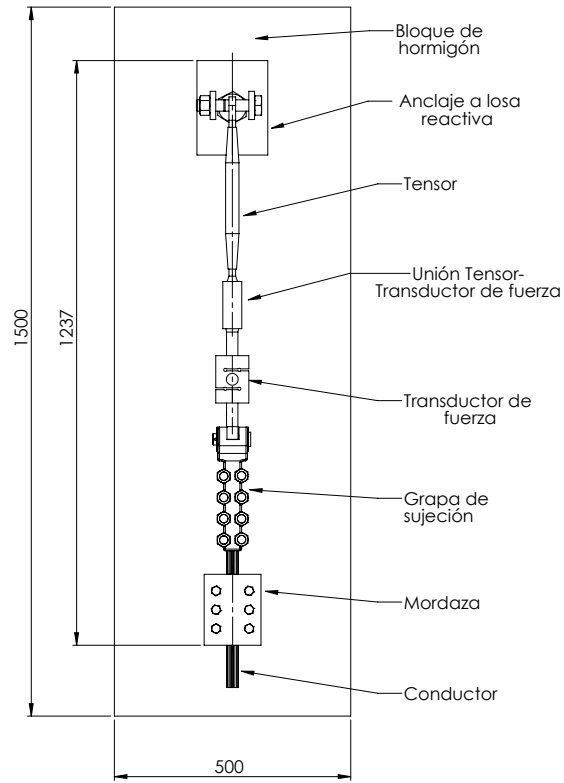


Figure 5.9: Vista en planta bloque de tensado

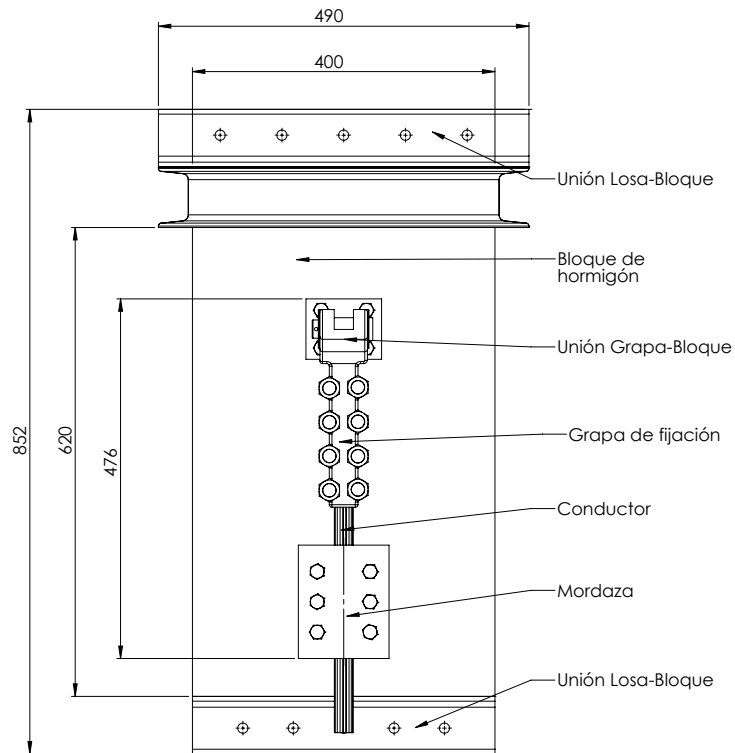


Figure 5.10: Vista en planta bloque terminal

5.2.2 Armado del Banco de Ensayo

En las figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se muestra el banco en condiciones de comenzar con el ensayo.

Para fijar las mordazas a los bloques, se utilizaron anclajes de alma expansible M10, como se observa en las figuras 5.12 y 5.13.

Como se mencionó en la sección 4.2.2 la tensión de ensayo debe mantenerse entre $\pm 0.5\%$ *RBS*, para asegurar el cumplimiento de este requisito, una vez tensado el conductor, se lo dejó en esta condición por un período de 24 hs.



(a) Vista frontal



(b) Vista en ángulo

Figure 5.11: Conjunto excitador-conductor montado



Figure 5.12: Bloque de tensado montado



Figure 5.13: Bloque terminal montado

5.2.3 Determinación de las Frecuencias Naturales

Como se mencionó en la sección 4.2.2, es posible determinar las frecuencias sintonizables, las cuales serán utilizadas para los métodos *PT*, *ISWR* y *SD*, a través de la ecuación 4.2.

De acuerdo al espacio que se disponía en el laboratorio, se logró establecer un vano libre de 29.02 m.

Antes de comenzar a calcular las frecuencias naturales del conductor ACSR 300/50, se tuvo en cuenta los siguientes parámetros:

$$T_{rotura} = 105000 \text{ N} \quad (RBS) \quad (5.2)$$

$$m = 1.21 \text{ kg/m} \quad (5.3)$$

$$D = 0.0244 \text{ m} \quad (5.4)$$

La tensión del conductor se determinó haciendo un ajuste simultáneo de la fuerza axial y la rigidez flexional utilizando las frecuencias naturales de los primeros modos de vibración [7], obteniendo como resultado:

$$T = 17590 \text{ N} \quad (5.5)$$

Las frecuencias excitatrices a imponer en los ensayos dependieron de la velocidad del viento V que varía entre 1 y 7 m/s. Esta dependencia se expresa a través de la fórmula de Strouhal:

$$f = St \frac{V}{D} \quad (5.6)$$

donde

f : frecuencia de desprendimiento de vórtices [Hz].

V : velocidad del viento [m/s].

D : diámetro del conductor [m].

St : número de Strouhal [$St = 0.18 - 0.22$].

De esta forma, para el conductor ensayado y con un valor de $St = 0.185$ se obtuvo:

$$f_{min} = 7.58 \text{ Hz para } 1m/s. \quad (5.7)$$

$$f_{max} = 53.07 \text{ Hz para } 7m/s. \quad (5.8)$$

Para el cálculo de las frecuencias naturales del conductor, se consideró al mismo como una *cuerda ideal*.

La Norma IEEE Std 664-1993 [4] establece que deben producirse un mínimo de 3 (tres) semiondas (loops) y deben utilizarse un mínimo de 10 (diez) frecuencias naturales. Notar que el número de semiondas de las formas modales coincide con el número de frecuencia natural.

Las frecuencias naturales a excitar se muestran en la tabla 5.1.

Posteriormente, se procedió al cálculo de la ubicación ideal del absorbedor para cada frecuencia de ensayo. Este se debía ubicar dentro de la primera semionda y lo más lejos posible del apoyo, evitando quedar en un nodo, dado que en este caso dejaría de actuar. Un punto adecuado, es la longitud de semionda, para la frecuencia excitatriz más alta, a partir de la cual las vibraciones eólicas no son relevantes. Dicho esto, podemos afirmar que para la frecuencia máxima calculada ($f_{max} = 53.07 \text{ Hz}$), las longitudes de semionda son muy pequeñas y, en este caso, las vibraciones eólicas no son relevantes, entonces:

$$l_{ideal} = \frac{1}{2f_{max}} \sqrt{\frac{T}{m_L}} \quad (5.9)$$

Para el conductor ACSR 300/50 con $f_{max} = 53.07 \text{ Hz}$ resulta:

$$l_{ideal} = 1.24 \text{ m} \quad (5.10)$$

Numero de Loops	Frecuencia [Hz]
4	8.30
5	10.38
6	12.46
7	14.54
8	16.61
9	18.69
10	20.77
11	22.85
12	24.92
13	27.00
14	29.08
15	31.16
16	33.23
17	35.31
18	37.39
19	39.46
20	41.54
21	43.62
22	45.70
23	47.77
24	49.85
25	51.93

Tabla 5.1: Frecuencias naturales del conductor

5.2.4 Equipos de Medición

En relación al método *PT*, la aceleración impuesta por el excitador fue registrada utilizando un acelerómetro *HBM* (Hottinger Baldwin Messtechnik) modelo B12/500. Este se fijó en la grapa de sujeción del conductor, donde se soldó una tuerca que permitió ajustar por medio del extremo roscado del transductor, como se muestra en la figura 5.11.

Por otra parte, también se aprecia el transductor de fuerza S9M/10kN encargado de medir las fuerzas ejercidas durante el movimiento del excitador.

En cuanto a los métodos *ISWR* y *SD*, las aceleraciones medidas en la posición del nodo y antinodo, se registraron utilizando un acelerómetro *HBM* modelo B12/200, como se muestra en la figura 5.14.

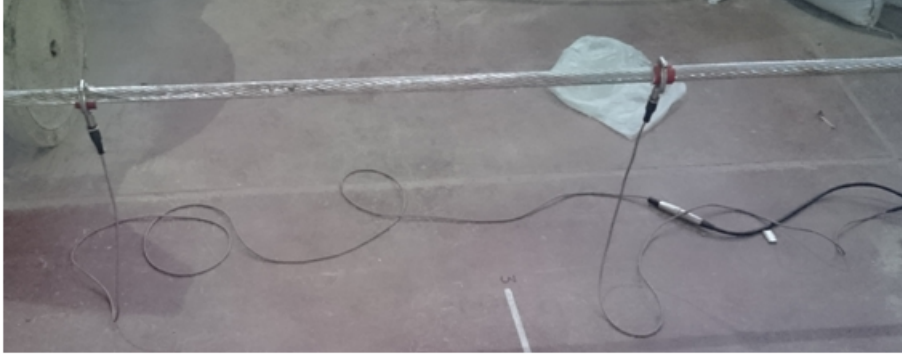


Figure 5.14: Acelerómetros colocados en el antinodo y nodo, respectivamente

Por último, para registrar las mediciones que se realizaron con los acelerómetros y el transductor de fuerza, se hizo uso de un amplificador/acondicionador marca *HBM* modelo SPIDER-8.

5.2.5 Desarrollo de los Métodos

Para dar comienzo a los métodos *ISWR* y *PT*, realizados en simultáneo, se ubicó el absorbedor a la distancia calculada en la ecuación 5.10, como se muestra en la figura 5.15



Figure 5.15: Amortiguador montado en el conductor a la distancia calculada l_{ideal}

Como se mencionó en la sección 5.2, el excitador disponible solo era capaz de variar en frecuencia. Debido a esto, no fue posible sintonizar la velocidad recomendada de 200 mm/s, para todo el rango de frecuencias sintonizables. En consecuencia, la potencia disipada por el absorbedor fue menor o igual a la potencia disipada por el absorbedor a una velocidad de 200 mm/s. De todos modos, los parámetros medidos fueron luego linealmente escalados hasta alcanzar la amplitud prescrita por la Norma IEEE Std 664-1993 [4]. La limitación de este escalamiento radica en que, de esta forma, no puede tenerse rigurosamente en cuenta el comportamiento no-lineal de los absorbedores.

En el Apéndice A se analizará la pérdida de precisión en el cálculo de la potencia disipada por el absorbedor por el hecho de no haber medido la fuerza y las aceleraciones en las frecuencias de resonancia exactas.

Para dar comienzo con el ensayo se sintonizó la primer frecuencia de resonancia calculada y se tomaron los datos provenientes del transductor de fuerza y los acelerómetros.

Este proceso fue repetido en 20 (veinte) oportunidades, es decir, para las demás frecuencias naturales sintonizables que fueron calculadas.

Es importante destacar que, cada vez que se sintonizaba una nueva frecuencia natural, los nodos y antinodos cambiaban de posición, por lo tanto, también se debía cambiar las posiciones de los acelerómetros.

Una vez finalizadas las mediciones para un espécimen, se procedió al cambio de absorbedor para proceder de la misma manera, repitiendo esta acción en 3 (tres) oportunidades.

Finalizados estos ensayos, se procedió a desmontaje del absorbedor del conductor, para dar comienzo al método *SD*, el cual se debía realizar ya que la tensión del conductor no alcanzaba el 25% de *RBS*.

5.2.6 Resultados

Una vez finalizado el registro de las mediciones entregadas por los acelerómetros y el transductor de fuerza para los diferentes absorbedores ensayados, se realizó la programación de códigos en MATLAB para la interpretación y el análisis de estos datos. Estos códigos se encuentran en el Apéndice B dentro de un CD.

A continuación, se muestran y analizan los resultados para los métodos *ISWR*, *PT* y *SD*.

Las figuras 5.16 y 5.17 muestran la potencia disipada por los especímenes ensayados mediante los métodos *ISWR* y *PT*.

Notar que las gráficas comienzan a partir del valor $f = 8$ Hz aproximadamente. Esto se debe a que el intervalo comprendido entre 0 Hz y 8 Hz, responde a la potencia que disipa por el conductor debido a su propio amortiguamiento y a costa de grandes amplitudes de vibración. De esta manera se comprueba que en el intervalo mencionado, el absorbedor no disipa energía. En consecuencia, los datos obtenidos para $f < 8$ Hz se descartan ya que no aportan información sobre el desempeño de los absorbedores.

Por otra parte, los picos de disipación de potencia que se observan, alrededor de los valores 12 y 20 Hz, corresponde a las frecuencias naturales del conjunto conductor-absorbedor y, estas expresan, el primer y segundo modo de vibrar del mismo.

Luego, la potencia disipada tiende a caer marcadamente, observándose también una cierta dispersión entre los distintos absorbedores ensayados. Esto podría tener motivo en que, al realizar mediciones experimentales, se pierde precisión y exactitud, por ejemplo, al momento de determinar la posición exacta de los nodos y antinodos manualmente.

En adición, es posible notar que los valores de potencia medidos en el rango entre 10 y 22 Hz son similares para ambos métodos. Los medidos entre 22 y 34 Hz son mayores para el método *PT* respecto al método *ISWR* invirtiéndose esta tendencia para frecuencias mayores a 34 Hz.

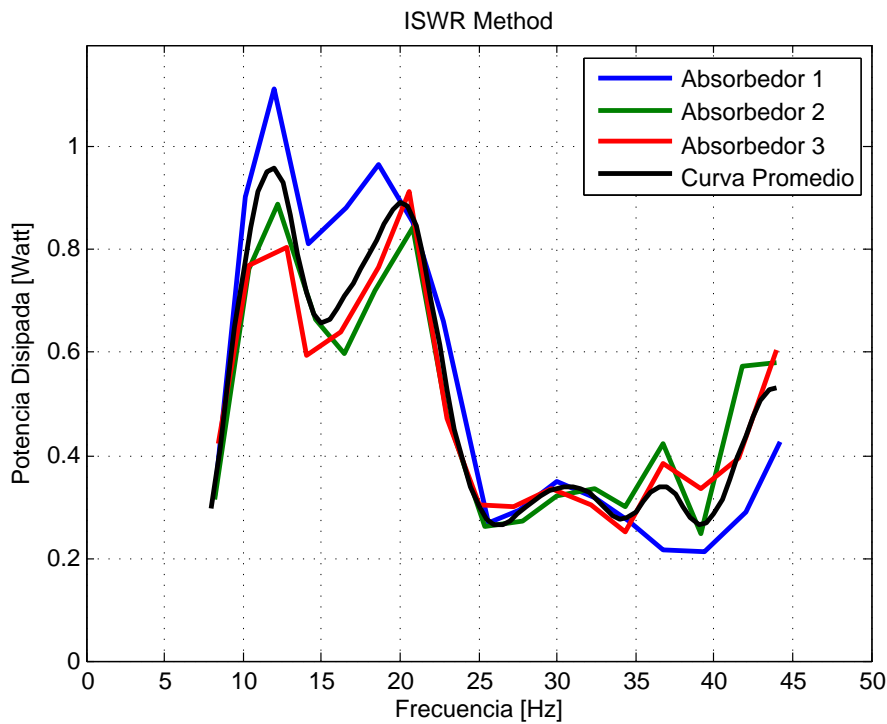


Figure 5.16: Potencia disipada ISWR Method

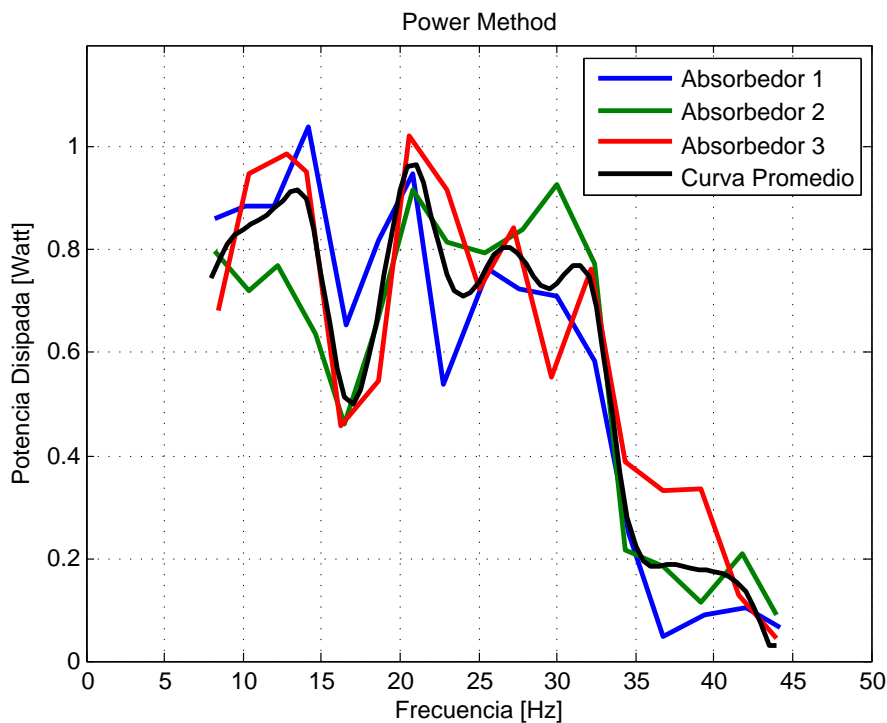


Figure 5.17: Potencia disipada Power Method

Por último, la figura 5.18, muestra la potencia disipada debido al auto-amortiguamiento del conductor. Es interesante observar como la curva azul (método *PT*) tiene un pico particularmente notable cerca de los 20 Hz que se atribuye a algún error puntual de medición

ya que, para el resto de las frecuencias, el conductor prácticamente no disipa potencia. Por otro lado, la curva verde (método *ISWR*), registra valores de disipación de potencia algo mayores respecto al método *PT* en el rango de frecuencias ensayado.

Finalmente, debido a que ambas curvas presentaban valores muy pequeños de disipación de potencia (para el método *PT* prácticamente 0 W y para el método *ISWR* los valores máximos no alcanzaban el 10% de la potencia disipada por el absorbedor), se decidió no tener en cuenta los resultados obtenidos por el método *SD* en posteriores análisis y/o conclusiones.

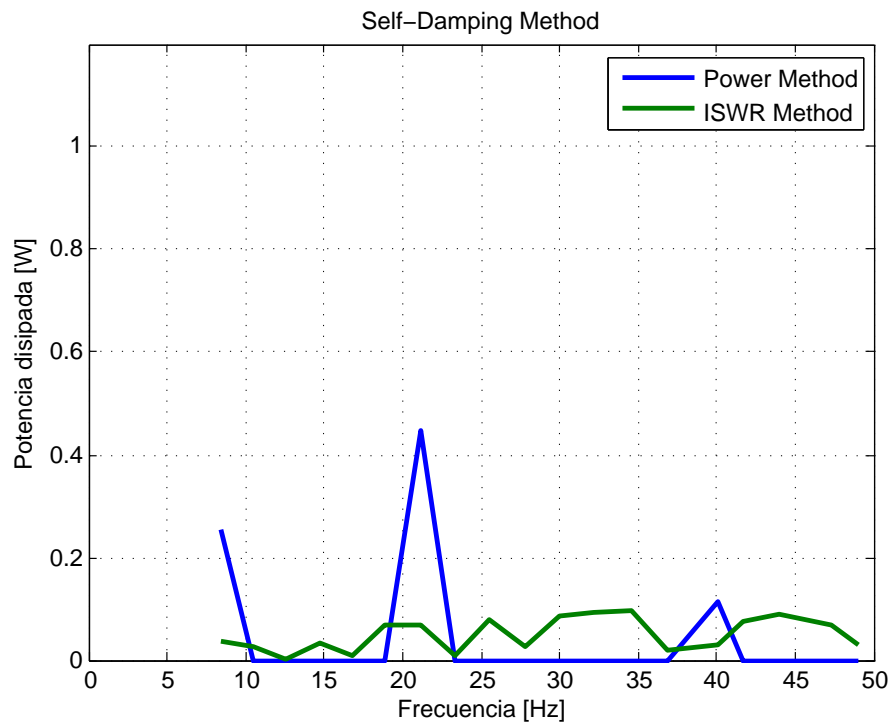


Figure 5.18: Potencia disipada Self-Damping method

Capítulo 6

Método del Balance Energético

En el presente capítulo se desarrolla el *Método de Balance de Energético (MBE)*, el cual es el tema de abordaje principal en este Proyecto Integrador. Para esto se utilizan los parámetros obtenidos mediante los ensayos desarrollados en el Capítulo 5.

Se discuten las limitaciones y los enfoques experimentales existentes para el cálculo de las diferentes potencias que componen el *MBE*, estas son: *la potencia introducida por el viento en el sistema, la potencia disipada por el auto-amortiguamiento del conductor y la potencia disipada por el absorbedor Stockbridge.*

Se proporcionan también, gráficas obtenidas mediante la programación de códigos en el software MATLAB, donde se analizan tres diferentes métodos de comparación:

1. Se compara la potencia disipada por el absorbedor montado sobre el conductor (resultados de los métodos *ISWR* y *PT*) con una proyección de la potencia del viento en una línea de 200 m de longitud.
2. Por otro lado, se compara la eficiencia (relación porcentual entre las amplitudes del nodo y el antinodo, la cual se calcula para cada frecuencia en la aplicación de la ecuación 4.4) de los distintos absorbedores ensayados a través del método *ISWR* con una curva de eficiencia proporcionada por la Norma AS 1154.1-2009 [1].
3. Por último se aplica el *MBE* en líneas de transmisión con y sin absorbedor para analizar, si los esfuerzos a que se someten son capaces de causar daños que reduzcan en alguna medida la vida útil de las mismas.

6.1 Introducción

En el estudio de vibraciones eólicas el rendimiento del absorbedor depende, en gran medida, de la interacción entre el absorbedor propiamente dicho (caracterizado por su impedancia mecánica y la posición a lo largo del conductor) y el conductor oscilante (caracterizado por su carga de tracción y masa por unidad de longitud) [27].

A menudo los conductores aéreos pueden ser modelados como vigas con rigidez a flexión EI , con fuerzas de tracción T en los extremos [11], como se ve en la figura 6.1.

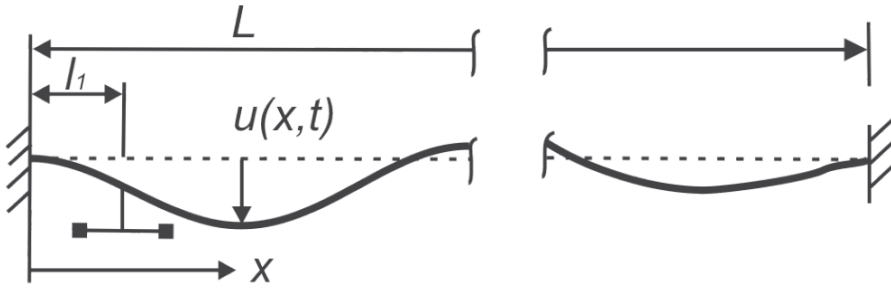


Figure 6.1: Modelo de vibración de una línea de transmisión aérea con un absorbedor tipo Stockbridge [27]

Las vibraciones transversales del sistema se describen, mediante la siguiente ecuación 6.1, la cual tiene la característica de ser una ecuación diferencial parcial no lineal no homogénea de cuarto orden:

$$EIu^{IV}(x,t) - Tu^{II}(x,t) + m_L\ddot{u}(x,t) = q(x,t) + d_K(u, \ddot{u}, t), \quad x \neq l_1 \quad (6.1)$$

donde

u : desplazamiento transversal del conductor en la posición x en el tiempo t .

EI : rigidez flexional del conductor.

T : tensión del conductor.

m_L : masa del conductor por unidad de longitud.

$q(x,t)$: fuerza del viento impartida en el conductor debido al desprendimiento de vórtices de Von Karman.

$d_K(u, u, t)$: miembro que representa el amortiguamiento del conductor.

Los signos “ IV ” y “ II ” denotan diferenciación con respecto a la coordenada x , mientras que los puntos “.”, denotan diferenciación con respecto al tiempo t .

La rigidez a flexión real del conductor esta acotada entre dos valores, es decir, entre EI_{max} (cuando no existen movimientos relativos entre los hilos del conductor) y EI_{min} (suponiendo que los hilos conductores se deslizaran libremente entre sí).

Por último, la ecuación 6.1 sólo es válida siempre y cuando $x \neq l_1$, porque en el momento que $x = l_1$ (lugar donde está posicionado el absorbedor), debe tenerse en cuenta la fuerza y el par impartidos en el conductor por el absorbedor.

El modelo de vibración de un conductor también puede ser representado mediante una cuerda ideal y, puesto que la rigidez a flexión de la misma es nula, este puede ser descrito por una ecuación diferencial parcial no lineal no homogénea de segundo orden mediante la ecuación 6.2.

$$-Tu^{II}(x,t) + m_L\ddot{u}(x,t) = q(x,t) + d_K(u, \ddot{u}, t), \quad x \neq l_1 \quad (6.2)$$

Las ecuaciones 6.1 y 6.2 son ecuaciones diferenciales parciales no lineales que, debido a su complejidad, se resuelven generalmente utilizando métodos numéricos los cuales traen aparejados altos costos computacionales. Por esto, a menudo se utiliza el Método del Balance Energético para determinar las amplitudes del conductor, por ende las deformaciones por flexión, debido a las vibraciones eólicas [27].

6.2 Método del Balance Energético

El *MBE*, basado en la primera ley de la termodinámica [19] se utiliza para el cálculo del amortiguamiento de las vibraciones eólicas. Es el método aceptado y comúnmente utilizado internacionalmente para este objeto de estudio ya que no requiere un altos costos computacionales y se obtienen resultados muy satisfactorios.

Como se mencionó anteriormente este se basa en una ecuación algebraica no lineal de equilibrio de potencia que se expresa de la siguiente forma:

$$P_W(A) = P_D(A) + P_C(A) \quad (6.3)$$

donde

$P_W(A)$: potencia eolica introducida al sistema (para una velocidad dada del viento y la frecuencia correspondiente de los vórtices de Von Karman).

$P_D(A)$: potencia disipada por el absorbedor de vibraciones.

$P_C(A)$: potencia disipada por el conductor debido al auto-amortiguamiento.

El término (A) indica que, para todos los casos, estas fórmulas empíricas dependen de la amplitud de vibración.

Pero este método presenta algunas limitaciones, debido a que no tiene en cuenta [24]:

- Los efectos de las ondas de desplazamiento.
- Las contribuciones de otros modos espaciales de vibración.
- La rigidez de la flexión del conductor.
- La masa del absorbedor.

A continuación se desglosan y describen detalladamente las distintas potencias que forman parte del método.

6.2.1 Potencia Eólica Introducida en el Sistema

Existe poca información relevante sobre la magnitud de las fuerzas aerodinámicas (debido al viento) incluso para el caso más simple, es decir, el flujo de aire laminar, estacionario y perpendicular al conductor. Pero esto se vuelve aún más complejo si las amplitudes de vibración del conductor son grandes (hasta un diámetro del conductor); si el flujo de fluido no es perpendicular al conductor; o el flujo de fluido es turbulento [27].

Estudios exhaustivos se han realizado para obtener una relación que permita determinar la potencia que se proyecta en el sistema debido a la velocidad del viento, llegando a la siguiente ecuación empírica:

$$P_W = LD^4 f^3 fnc(A/D) \quad (6.4)$$

donde

L : longitud del vano en estudio [m].

D : diámetro del conductor [m].

f : frecuencia de desprendimiento de vórtices (asociada a la velocidad $1 - 7m/s$) [Hz].

$fnc(A/D)$: función de reducción de potencia o de potencia reducida.

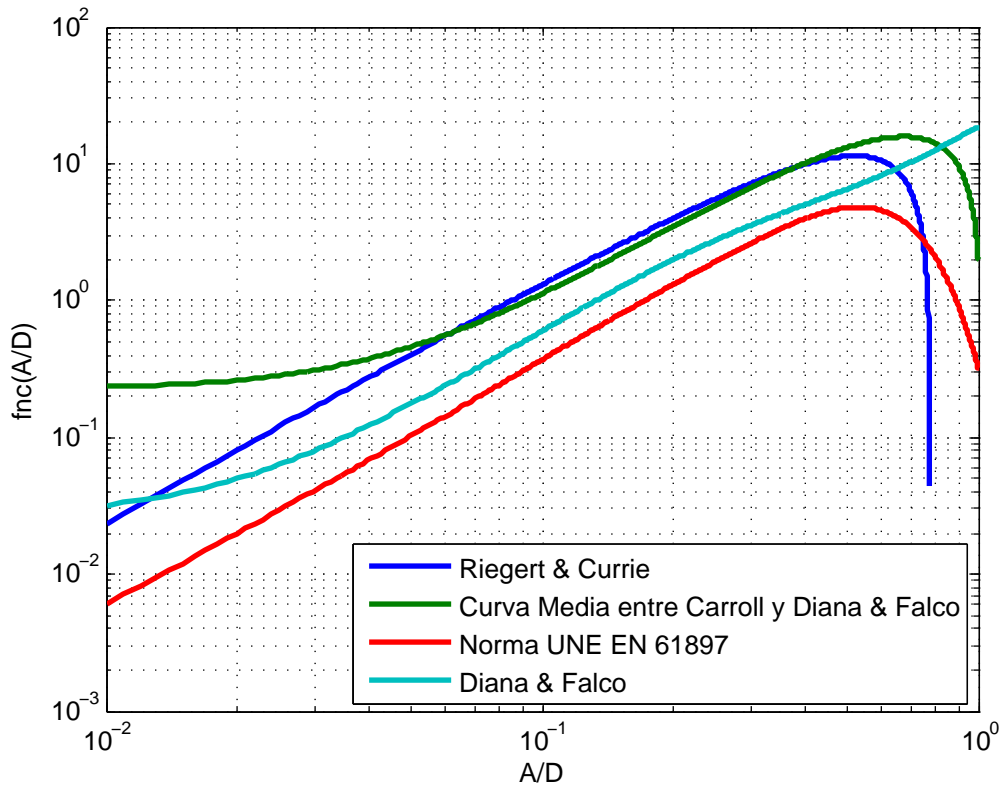


Figure 6.2: Función de potencia reducida respecto a la amplitud relativa

En la figura 6.2 se observan las distintas curvas de la función $fnc(A/D)$ en base a las distintas investigaciones realizadas por los autores más destacados en este campo de trabajo. Las funciones de potencia reducida representadas varían significativamente de autor a autor (se utiliza para su representación la escala logarítmica).

Las funciones de potencia reducida representadas se obtienen para un flujo de aire laminar ideal. En el lugar de emplazamiento de la línea, el flujo de aire suele no ser uniforme en todo el vano, pudiendo incluso ser turbulento, lo que da como resultado una menor potencia que entra en el sistema, es decir, menores amplitudes de vibración.

Para el uso práctico de la función reducción de potencia existen distintos polinomios que se ajustan a la figura 6.2, los cuales se detallan a continuación.

Curva Media entre Carroll (1936) y Diana & Falco (1971) [25]

$$fnc\left(\frac{A}{D}\right) = -99.73\left(\frac{A}{D}\right)^3 + 101.62\left(\frac{A}{D}\right)^2 - 0.1627\left(\frac{A}{D}\right) + 0.2256 \quad (6.5)$$

Curva Norma UNE EN 61897 [3]

$$fnc\left(\frac{A}{D}\right) = 10^Z \quad (6.6)$$

donde

$$Z = \sum_{n=0}^8 a_n X^n \quad (6.7)$$

y

$$a_0 = -0.491949; a_1 = -11.8029;$$

$$a_2 = -43.5532; a_3 = -78.5876;$$

$$a_4 = -86.1199; a_5 = -58.1808;$$

$$a_6 = -23.6082; a_7 = -5.26705;$$

$$a_8 = -0.495885.$$

Curva Diana & Falco (1971)

$$fnc\left(\frac{A}{D}\right) = 10^Z \quad (6.8)$$

donde

$$Z = \sum_{n=0}^9 a_n X^n \quad (6.9)$$

y

$$a_0 = 1.26575; a_1 = 1.69387$$

$$a_2 = -1.08622; a_3 = -12.7859$$

$$a_4 = -34.162; a_5 = -43.7526$$

$$a_6 = -31.5830; a_7 = -13.1900$$

$$a_8 = -2.96931; a_9 = -0.27798$$

Polinomio de Riegert & Currie (1991) [25]

$$fnc\left(\frac{A}{D}\right) = 807.4\left(\frac{A}{D}\right)^{1.953} - 767.6\left(\frac{A}{D}\right)^2 - 3.2\left(\frac{A}{D}\right)^3 - 78.2\left(\frac{A}{D}\right)^4 \quad (6.10)$$

En este Proyecto Integrador se utilizó el Polinomio de Riegert & Currie para el cálculo aproximado de la función $fnc(A/D)$ y, posteriormente, la potencia eólica introducida en el sistema.

6.2.2 Potencia Disipada por el Conductor debido a su Propio Amortiguamiento

La potencia disipada por el conductor debido al auto-amortiguamiento se estima utilizando la siguiente ecuación empírica [27]:

$$P_C = LK \frac{(A/D)^l f^m}{T^n} \quad (6.11)$$

donde

K : factor de proporcionalidad que caracteriza las propiedades de amortiguamiento de cada conductor ($K \approx 1.5 - 2$ para material conductor clásico).

l , m y n : exponentes de la amplitud, frecuencia y tensión del conductor respectivamente.

Investigations	l	m	n	Method	Span length [m]
Tompkins et al. (1956)	2.3-2.6	5.0-6.0	1.9	ISWR	36
Claren & Diana (1969b)	2.0	4.0	2.5;3.0;1.5	PT	46
Seppä (1971), Noiseux (1991)	2.5	5.75	2.8	ISWR	36
Rawlins (1983)	2.2	5.4		ISWR	36
Lab. A (CIGRE 22.01 1989)	2.0	4.0		PT	46
Lab. B (CIGRE 22.01 1989)	2.3	5.2		PT	30
Lab. C (CIGRE 22.01 1989)	2.44	5.5		ISWR	36
Kraus & Hagedorn (1991)	2.47	5.38	2.80	PT	30
Noiseux (1991)	2.44	5.63	2.76	ISWR	63
Tavano (1988)	1.9-2.3	3.8-4.2		PT	92
Möcks & Schmidt (1989)	2.45	5.38	2.4	PT	30
Mec. Lab. Politecnico di Milano (2000)	2.43	5.5	2	ISWR	46
ISWR: Inverse Standing Wave Method PT: Power Method					

Tabla 6.1: Valores de los exponentes l, m y n obtenidos experimentalmente [27]

La Tabla 6.1 muestra algunos de los valores de los exponentes l , m y n obtenidos a través de la investigación experimental de algunos autores. Las diferencias entre estos parámetros son notables, y se atribuyen a ciertas características de los procedimientos experimentales (longitudes de tramos, dispositivos de fijación de los conductores en los extremos del tramo y métodos utilizados, etc.) [27].

En este trabajo se utilizan los exponentes l , m y n proporcionados por el Laboratorio de Mecánica del Politecnico di Milano. Para el caso de K , se realizó un promedio entre el rango de valores reportados por distintos autores (1.5 a 2), utilizándose como resultado $K = 1.75$.

Propiedades del Conductor y Condición de la Línea

Datos de diámetro [m], longitud del tramo [m], tensión [N] y la masa por unidad de longitud [kg/m] del conductor, como así también la correspondientes posiciones del absorbedor [m], son necesarias para la resolución de las ecuaciones involucradas en el *MBE*.

A continuación se muestra, en la tabla 6.2, las propiedades del conductor ACSR 300/50 que fueron necesarias para el cálculo de la potencia debido a su propio amortiguamiento:

ACSR 300/50		
	Acero	Aluminio
Densidad	7.850 kg/mm^2	2700 kg/mm^2
Diámetro de hilo	3 mm	3.86 mm
Módulo de Elasticidad	205000 MPa	70000 MPa
Número de hilos	7	26
Peso	0.388 kgf/m	0.822 kgf/m
Sección	49.48 mm^2	304.26 mm^2

Tabla 6.2: Propiedades conductor ACSR 300/50

6.2.3 Potencia Disipada por el Absorbedor de Vibraciones

La potencia disipada por el absorbedor de vibraciones se calcula a partir de la ecuación 6.12, la cual, es una relación obtenida asumiendo ciertas hipótesis simplificativas para el conductor [27].

$$P_D = \frac{1}{4} T c_W k^2 \frac{1 - (h^2 + g^2)}{1 + (h^2 + g^2)} D^2 \left(\frac{A}{D} \right)^2 \quad (6.12)$$

donde

$k = 2\pi f \sqrt{m_L/T}$: numero de onda.

c_W : velocidad de onda ($c_W^2 = T/m_L$).

α : ángulo de desfase entre fuerza y velocidad [rad].

l_1 : distancia desde el absorbedor a la abrazadera de suspensión [m].

Z : impedancia del absorbedor en el ensayo de Caracterización [Ns/m].

Luego, las constantes γ , h y g se calculan según las siguientes ecuaciones:

$$h = \frac{\sin^2 kl_1 (\sin 2kl_1 + 2\gamma \sin \alpha)}{\sin^2 kl_1 + \gamma^2 + 2\gamma \sin kl_1 \sin (kl_1 + \alpha)} \quad (6.13)$$

$$g = \frac{\sin^2 kl_1 \cos 2kl_1 + \sin^2 kl_1 + \gamma^2 + \gamma \sin kl_1 \sin \alpha}{\sin^2 kl_1 + \gamma^2 + 2\gamma \sin kl_1 \sin (kl_1 + \alpha)} \quad (6.14)$$

$$\gamma = T/Zc_w \quad (6.15)$$

Un punto importante a destacar es la posición del absorbedor en el conductor. Este se ubicó en la posición calculada en la sección 5.2.3, la que corresponde a la longitud de semionda para la frecuencia excitatriz más alta, a partir de la cual las vibraciones eólicas no son relevantes. Para el conductor ACSR 300/50 con $f_{max} = 53.07$ Hz resulta:

$$l_{ideal} = 1.24 \text{ m} \quad (6.16)$$

Si el absorbedor estuviera colocado en una posición donde existe un nodo del conductor, entonces el término $h^2 + g^2 \approx 1$ y la ecuación 6.12 = 0 ya que, para este caso particular, el absorbedor no disiparía potencia.

6.2.4 Deformación Debido a la Amplitud de Flexión

En varias oportunidades se mencionó que el conductor está sometido a esfuerzos que pueden reducir notablemente la vida útil del mismo. El esfuerzo característico asociado a la fatiga es la deformación por flexión y este se calcula según la ecuación 6.17 correspondiente a la fórmula Poffenberger-Swart, utilizando la amplitud de desplazamiento pico a pico del conductor como indica la Norma IEEE Std 1368-2006 [2]. Cabe aclarar que se utilizaron estas fórmulas debido a que con ellas se puede comparar con las deformaciones provenientes de mediciones experimentales.

$$\varepsilon_b = \frac{p^2 d/4}{e^{-px_b} - 1 + px_b} Y_b \quad (6.17)$$

$$p = \sqrt{T/EI} \quad (6.18)$$

$$\sigma_b = \varepsilon_b E_{al} \quad (6.19)$$

donde

ε_b : la deformación por flexión calculada a la distancia x_b [mm/mm].

Y_b : amplitud de flexión pico a pico del conductor [m] con respecto a la abrazadera de sujeción a la distancia x_b .

p : parámetro de rigidez a la flexión [m^{-1}].

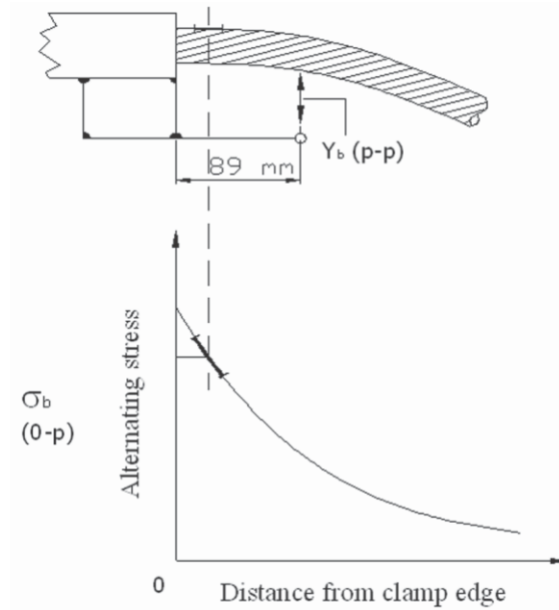


Figure 6.3: Tensión de flexión vs distancia grapa de sujeción [27]

d : diámetro del conductor [m].

x_b : distancia desde el último punto de contacto del conductor con la abrazadera al punto de medición [m] que es generalmente 89 mm.

T : tensión del conductor [N].

σ_b : tensión por flexión calculada a la distancia x_b [MPa].

$$EI = \frac{\pi}{64}(n_{al}d_{al}^4E_{al} + n_{st}d_{st}^4E_{st}) \quad (6.20)$$

donde

EI : rigidez flexional del conductor [Nmm^2].

n_{al} : numero de hilos de aluminio.

d_{al} : diámetro de los hilos de aluminio [mm].

E_{al} : módulo de elasticidad del aluminio [MPa].

n_{st} : numero de hilos de acero.

d_{st} : diámetro de los hilos de acero [mm].

E_{st} : módulo de elasticidad del acero [MPa].

Suponiendo que el conductor se deforma como una senoide y con una amplitud máxima A , es posible calcular la amplitud de flexión mediante la fórmula 6.21.

$$Y_b = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x_b\right) \quad (6.21)$$

$$\lambda = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{T}{m_L}} \quad (6.22)$$

donde

λ : longitud de onda [m].

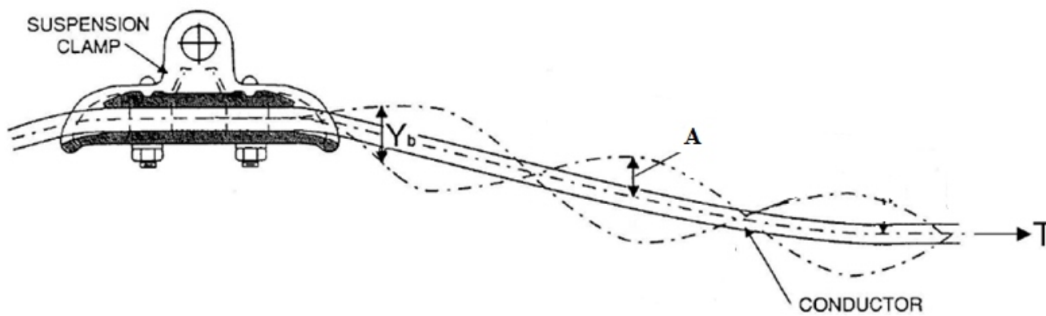


Figure 6.4: Esquema de amplitud de flexión Y_b y de desplazamiento A del conductor [12]

La amplitud de flexión Y_b es calculada a una distancia de 89 mm desde el último punto de contacto entre el conductor y la grapa de sujeción. Esto es debido a que se necesita evaluar los efectos de los esfuerzos de flexión, los cuales son los causantes de fallas por fatiga, sin las fuerzas inerciales causadas por las aceleraciones del conductor durante el proceso vibratorio. Debido a esto, los datos deben tomarse lo más cercano posible a la grapa de sujeción pero, a la vez es necesario realizar las mediciones lo más lejano posible a la grapa, para tener mayor precisión con respecto a la amplitud de flexión. En consecuencia, mediante estudios experimentales, se determinó que el lugar óptimo para esto es a los 89 mm de distancia desde la grapa de sujeción.

6.3 Desarrollo

Para lograr los objetivos se desarrollaron códigos numéricos con la ayuda del software matemático MATLAB. El fin de estos fue evaluar la efectividad de los absorbentes Stockbridge en las líneas de transmisión aéreas mediante el uso del Método del Balance Energético, y poder determinar si las líneas están o no expuestas a fallas por fatiga.

6.3.1 Método 1

La Norma IEEE Std 664-1993 [4] establece que los ensayos de Eficiencia (métodos *ISWR* y *PT*) deben realizarse con una velocidad de 200 mm/s para los ensayos en la línea, por lo que experimentalmente se cuenta con estos valores de potencia disipada por el absorbente, obtenidos en el Capítulo 5.

Este método consiste en comparar estos valores obtenidos de potencia disipada por el absorbente con los de potencia inducida a la línea por el viento para 200 mm/s. Es decir, comparar potencias para la misma velocidad.

Cabe mencionar que el valor de 200 mm/s es un valor de velocidad respetable para el conductor, vinculado esto con la fatiga, por este motivo fue elegido por la Norma antes mencionada.

6.3.2 Método 2

Este método consiste en comparar las curvas de eficiencia (relación amplitud del nodo sobre amplitud del antinodo $|a/Y_0|$) obtenidas mediante el método *ISWR*, con una curva provista por la Norma AS 1154.1-2009 [1] la cual representa la eficiencia del absorbedor de vibraciones. Esta Norma indica que la eficiencia del absorbedor es buena siempre que la misma sea mayor que a 25%.

6.3.3 Método 3

El último método corresponde al Método de Balance Energético propiamente dicho, reemplazando las ecuaciones 6.4, 6.11 y 6.12, en la ecuación 6.3 obteniéndose:

$$LD^4 f^3 \left[807.4 \left(\frac{A}{D} \right)^{1.953} - 767.6 \left(\frac{A}{D} \right)^2 - 3.2 \left(\frac{A}{D} \right)^3 - 78.2 \left(\frac{A}{D} \right)^4 \right] = \frac{1}{4} T_{cW} k^2 \frac{1 - (h^2 + g^2)}{1 + (h^2 + g^2)} D^2 \left(\frac{A}{D} \right)^2 + LK \frac{(A/D)^l f^m}{T^n} \quad (6.23)$$

Notar que para poder usar la ecuación 6.12, es necesario la impedancia mecánica Z . Esta se obtuvo a partir del método *FR* como se explicó en la sección 5.1.4, el cual fue realizado con el objeto de utilizarlo en este balance de energía.

El equilibrio de la ecuación 6.23 se alcanza para ciertos valores de amplitud para cada frecuencia del intervalo estudiado. Por lo que se realizó la programación, de forma tal, que para cierto valor de frecuencia, se calcula esta igualdad para múltiples valores de amplitud A . El intervalo de variación de A se definió desde 0 hasta 1.5D, ya que las amplitudes máximas para este fenómeno se conoce que son alrededor del diámetro del conductor.

Por otro lado, como cada una de las ecuaciones empíricas que componen la ecuación 6.23 dependen de la amplitud A y la frecuencia f , al variar estos dos parámetros, se trazan curvas de P vs A (Potencia vs Amplitud) para cada valor de frecuencia estudiado. Cuando las curvas de P_W y $P_D + P_C$ se cortan, en ese punto, se tiene una amplitud de corte A_{corte} para un valor de frecuencia de corte f_{corte} . Es decir, ese valor de amplitud satisface la ecuación 6.23 para ese valor de frecuencia.

Por último, haciendo variar la f_{corte} desde 0 a 50 Hz, se obtienen los valores de A_{corte} para dichas frecuencias.

6.4 Resultados

Para el análisis de los datos obtenidos y el gráfico de los distintos métodos, se utilizó el software matemático MATLAB. Se codificaron distintos programas para cada uno de los métodos, basándose en los desarrollos explicados en la sección 6.3. Estos códigos se encuentran en el Apéndice B dentro de un CD.

Los resultados de cada uno de los métodos se explican y analizan a continuación.

6.4.1 Método 1

En este caso, para el análisis e interpretación de los datos se utilizó el mismo código utilizado en la sección 5.2.5 para la obtención de la potencia disipada por el absorbedor en la línea a través de los métodos *ISWR* y *PT*, agregando la potencia inducida por el viento en la línea. Esto se hizo con la ayuda de las fórmulas empíricas 6.4 y 6.10, obteniéndose como resultado las curvas que se observan en la figura 6.5.

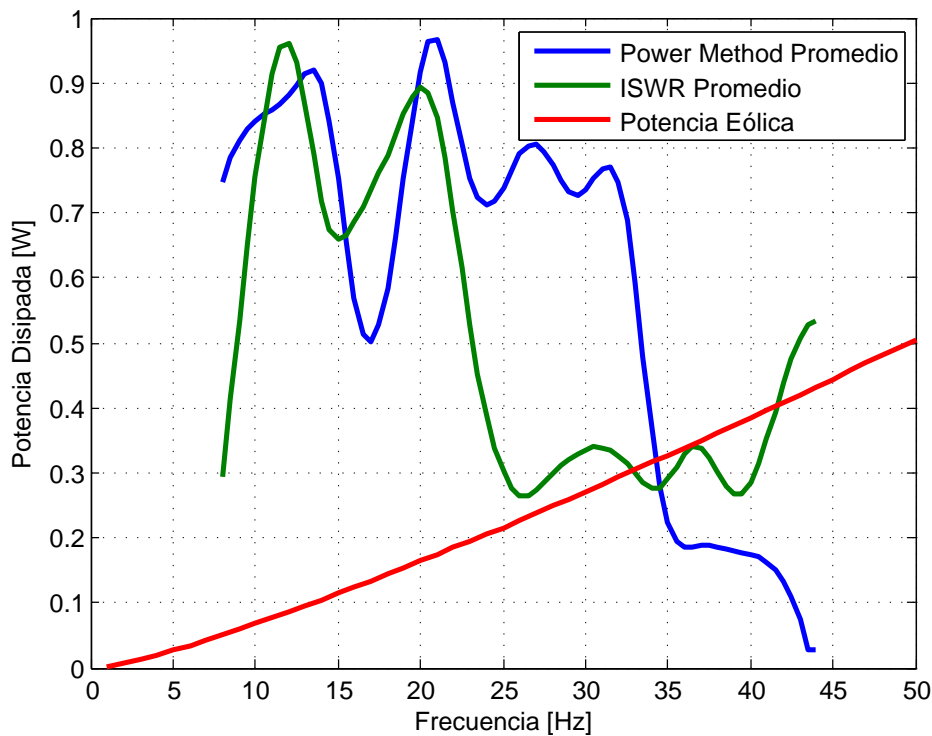


Figure 6.5: Curvas de Potencia Ensayada vs Potencia Inducida por el Viento

Se observa que la curva de potencia disipada por el absorbedor según el método *ISWR* es sólo superada marginalmente por la potencia inducida por el viento en el rango de frecuencias entre 33 y 42 Hz. Por otra parte, la potencia disipada según el método *PT* es superada por la potencia del viento a partir de los 35 Hz. De acuerdo a este método, se requiere colocar más de 1 absorbedor en la línea para la longitud de 200 m supuesta para el vano.

6.4.2 Método 2

En este segundo método, al igual que para el primero, ya se contaba con las curvas de eficiencia debido a que estas se determinaron a través del método *ISWR*. Se agregó al código ya programado, las ecuaciones para la obtención de la curva del 25% de eficiencia, provisto en el apéndice B de la Norma AS 1154.1-2009 [1].

A continuación, en la figura 6.6, se muestran e interpretan los resultados obtenidos para esta comparación.

Se observa claramente, que para todo el rango de frecuencias, la eficiencia del absorbedor siempre está muy por encima de la curva del 25% con excepción del intervalo de 25 a 40 Hz, donde la eficiencia decae y se acerca a la curva del 25%, pero nunca es menor a esta.

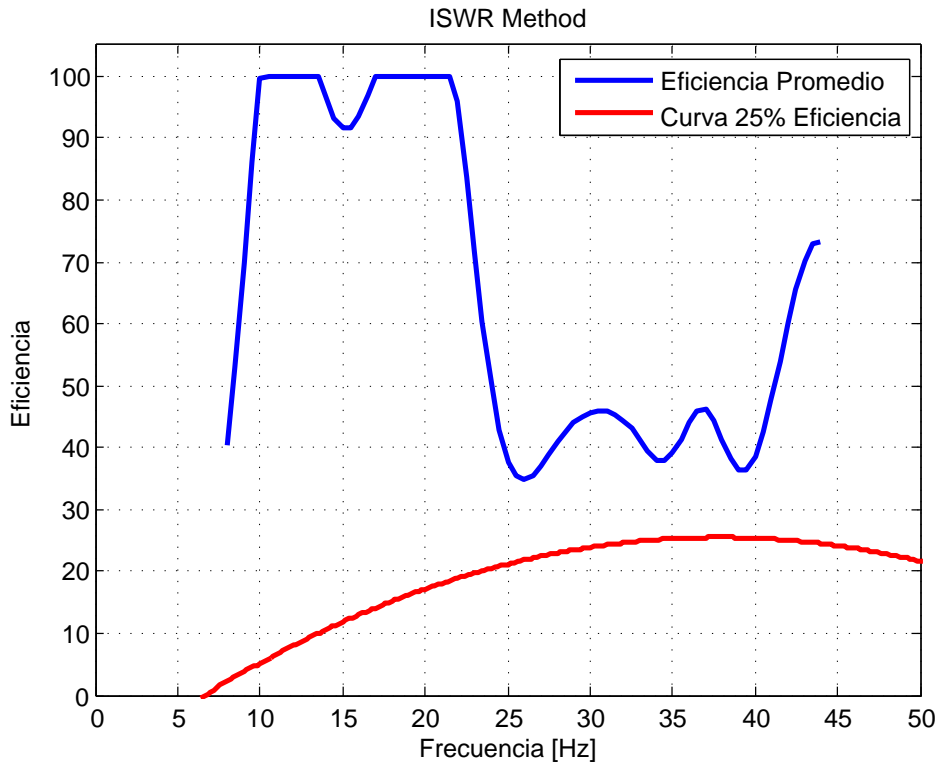


Figure 6.6: Eficiencia Ensayada vs Curva 25% Eficiencia

Notar que la curva de eficiencia se ha truncado al 100% dado que no resulta físicamente posible obtener valores mayores. La obtención de valores experimentales levemente superiores al 100% se atribuye a errores en la identificación de la posición correcta de nodos y antinodos.

Como conclusión podemos decir que en este método comparativo se obtuvieron resultados muy satisfactorios, ya que, los niveles de eficiencia del absorbedor ensayado, según Norma, serían aceptables.

6.4.3 Método 3

En el último método, se utilizó lo explicado en la sección 6.3.3 para desarrollar el código en MATLAB capaz de proporcionar estos datos automáticamente. En este código se utilizó la ecuación 6.23 para determinar las amplitudes que satisfacen a la misma con su frecuencia asociada.

Los resultados obtenidos para este método se muestran con gráficas de:

- Amplitud vs Frecuencia (figura 6.7).
- Deformación por Flexión vs Frecuencia (figura 6.8).
- Tensión por Flexión vs Frecuencia (figura 6.9).

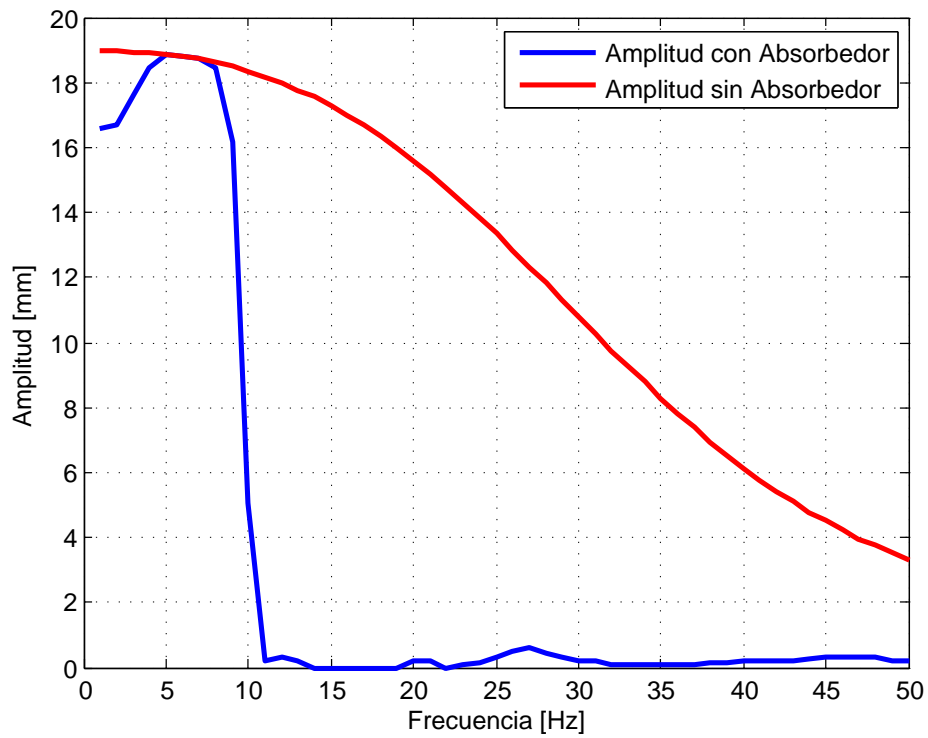


Figure 6.7: Amplitud vs Frecuencia

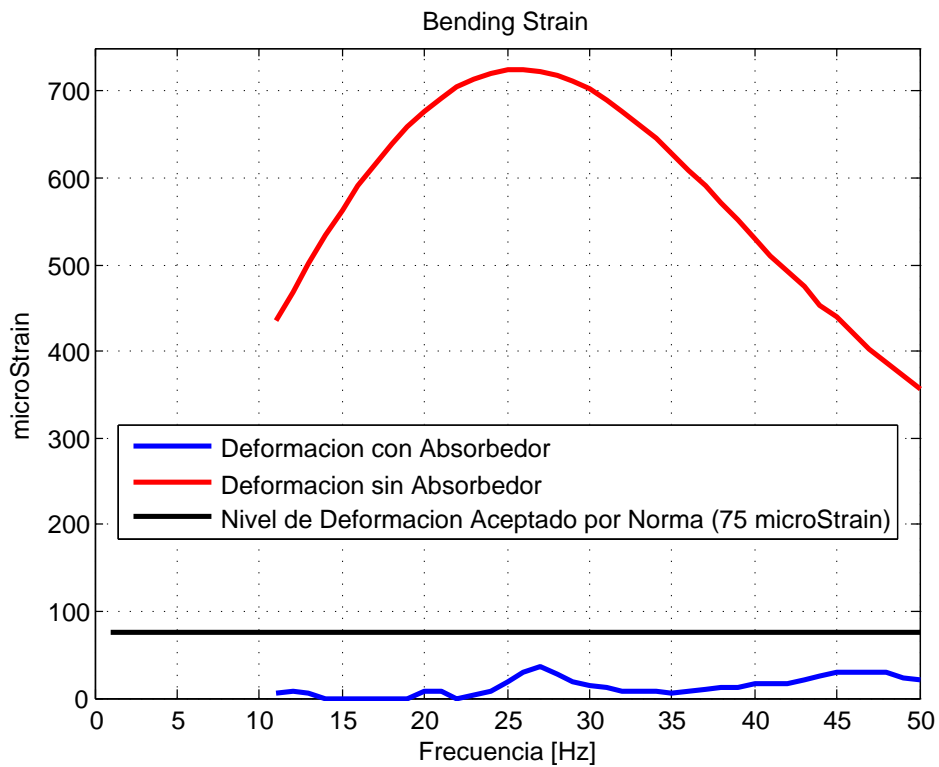


Figure 6.8: Deformación por Flexión vs Frecuencia

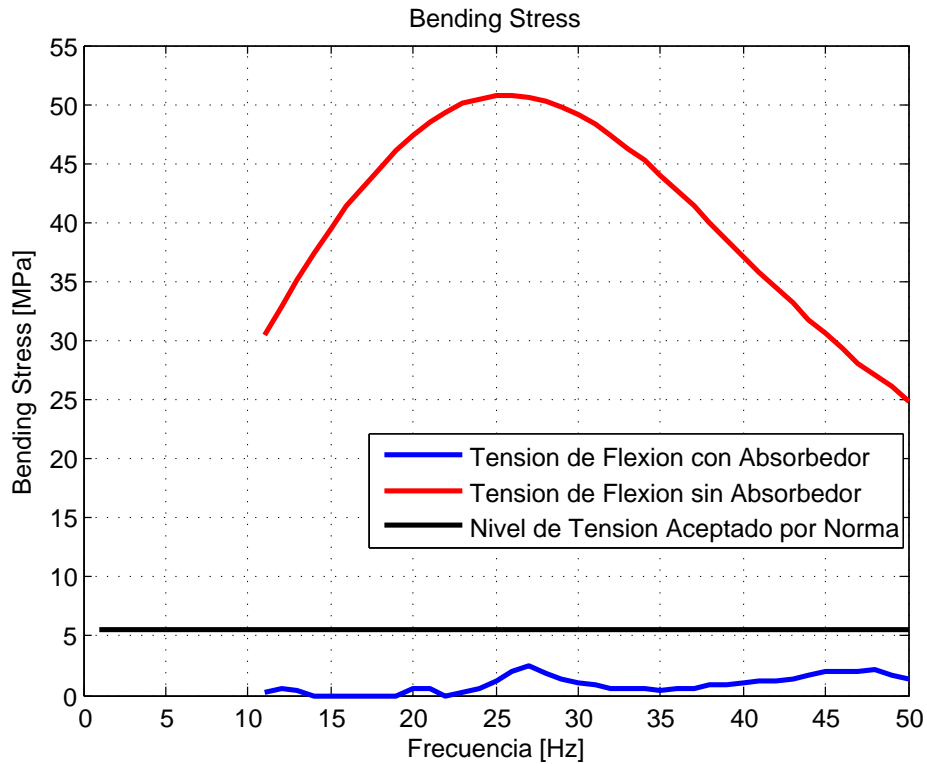


Figure 6.9: Tensión de Flexión vs Frecuencia

Es posible observar en la figura 6.7, para el caso de la línea sin el absorbedor a medida que la frecuencia aumenta la amplitud disminuye, lo cual es consistente con las mediciones de campo reportadas en la literatura. Por otro lado, para el caso en el cual el absorbedor está montado en la línea, existe un pico de amplitud a los 5 Hz. Esto se debe a que el absorbedor todavía no aporta a la disipación de potencia, como se explicó en la sección 5.2.6. Podemos notar también que alcanzada la frecuencia relacionada con su primer modo de vibrar (≈ 12 Hz) la amplitud de vibraciones disminuye súbitamente, manteniendo un valor bajo en todo el rango de estudio.

En la figura 6.8 se observa en negro la recta de nivel de deformación permitido por la Norma IEEE Std 1368-2006 [2] (75 microStrain 0-p), valores por debajo de este asegura que no se sufren efectos de fatiga.

Por otro lado, se puede notar claramente que para el caso del conductor sin absorbedor, se obtienen valores por encima de lo aconsejado por esta Norma llegando a los 700 microStrain. En cambio, cuando se agrega el absorbedor, los niveles de deformación descienden abruptamente, teniendo deformaciones máximas del orden de los 35 microStrain, lo cual está muy por debajo del nivel aceptado para no perjudicar la vida útil del conductor.

Por último, en la figura 6.9, se observan los niveles de tensión por flexión obtenidos para ambos casos (con y sin absorbedor).

En este caso, se repite la misma tendencia que se mencionó en el análisis de la figura 6.8, para el caso sin absorbedor, las tensiones sobrepasan ampliamente los niveles de aceptación de la Norma IEEE Std 1368-2006 [2] (5 MPa), llegando a obtener valores de tensión del orden de 50 MPa, es decir, un orden de magnitud más del recomendado.

Mientras que para el caso con absorbedor montado, se puede observar que el conductor no sufre peligro alguno, ya que los valores de tensión no sobrepasan los 5 MPa. En este caso, los valores máximos de tensión son del orden de los 2.5 MPa.

Capítulo 7

Conclusiones

Este Proyecto Integrador tiene como objetivo el estudio de la eficacia de los absorbedores tipo Stockbridge cuyo fin es minimizar los efectos producidos por las vibraciones eólicas en las líneas de media y alta tensión, generadas cuando un viento incide sobre las mismas, mediante el Método del Balance Energético.

En primera instancia, se desarrolló un código programado en MATLAB que permitió comparar la potencia disipada por el absorbedor montado sobre el conductor, con una proyección de la potencia del viento, en una línea de 200 m de longitud.

La potencia disipada por el absorbedor fue determinada mediante ensayos de laboratorio por los métodos *ISWR* y *PT* teniendo en cuenta las recomendaciones de la Norma IEEE Std 664-1993, mientras que la potencia introducida en el sistema por fuerzas aerodinámicas fue calculada teniendo en cuenta el polinomio de Riegert & Currie (1991).

En función de los datos utilizados se obtuvieron resultados favorables hasta valores de frecuencias cercanos a los 35 Hz, donde la potencia disipada resultante por ambos métodos es mayor que la proyección de la potencia introducida por el viento. A mayores frecuencias, la potencia disipada por el absorbedor disminuye a valores por debajo de los de la potencia inducida por el viento, lo cual sugiere que podría necesitarse más de un absorbedor por tramo para evitar problemas de fatiga.

En una segunda etapa mediante un código programable se utilizó para comparar la curva de eficiencia (relación amplitud del nodo sobre amplitud del antinodo $|a/Y_0|$) obtenidas mediante el método *ISWR*, con una curva provista por la Norma AS 1154.1-2009 que representa la eficiencia del absorbedor de vibraciones.

Esta comparación arrojó resultados positivos debido a que para el rango de frecuencias de estudio, la eficiencia del absorbedor fue muy superior a la curva del 25% con excepción del intervalo de 25 a 40 Hz, donde la eficiencia decae y se acerca a la curva del 25%, pero nunca es menor a esta.

Por último, se llevó a cabo un código basado en el Método de Balance Energético que tiene en consideración la potencia introducida por el viento en el sistema, la potencia disipada por el auto-amortiguamiento del conductor y la potencia disipada por el absorbedor Stockbridge.

La potencia introducida en el sistema por fuerzas aerodinámicas fue calculada teniendo en cuenta el modelo empírico de Riegert & Currie (1991).

La potencia disipada por el auto-amortiguamiento fue estimada basándose en los ex-

ponentes experimentales proporcionados por el Laboratorio de Mecánica del Politecnico di Milano.

Mientras que, para determinar la potencia disipada por el absorbedor fue necesario determinar la impedancia mecánica Z del mismo, la que se obtuvo mediante ensayos de laboratorio por el método FR teniendo en cuenta las recomendaciones de la Norma IEEE Std 664-1993.

Aplicando dicho balance los resultados obtenidos han sido muy satisfactorios. En primer lugar, para determinar la amplitud de flexión Y_b calculada a 89 mm de la grapa de sujeción, fue necesario calcular las amplitudes de corte A_{corte} las cuales satisfacen el balance mencionado para cada frecuencia estudiada. Gracias al absorbedor, se obtienen valores de amplitud de flexión Y_b cercanos a un 1 mm en el rango de frecuencias de 10 a 50 Hz.

Por otro lado fue analizada la deformación por flexión. En este marco la Norma IEEE Std 1368-2006 asegura, que valores por debajo a (75 microStrain 0-p), la línea no sufre efectos de fatiga. En ocasiones donde el absorbedor no estaba montado en el conductor, se obtuvieron valores cercanos a 700 microStrain. En cambio, al agregar el absorbedor, los niveles de deformación descienden abruptamente teniendo deformaciones máximas del orden de los 35 microStrain, valores inferiores al nivel aceptado, no perjudicando la vida útil del conductor.

Finalmente se analizó la tensión por flexión, las mediciones sin el absorbedor montado sobre el conductor muestran resultados cercanos a los 50 MPa, muy superiores a los 5 MPa recomendados por la Norma Std 1368-2006; mientras que montando el absorbedor, el conductor queda fuera del rango de riesgo, ya que se alcanzan valores máximos de tensión de 2.5 MPa.

En adición, dada la imposibilidad de controlar la velocidad de los antinodos durante los ensayos de eficiencia debido a limitaciones del excitador disponible, fue necesario en algunos casos sacar levemente al sistema de las frecuencias de resonancia para no exceder de manera desmesurada la velocidad establecida por la Norma Std 664-1993. Esto generó la necesidad de cuantificar de alguna forma la pérdida de precisión en el cálculo de la potencia disipada en frecuencias próximas a las resonancias en lugar de sintonizar en forma exacta las frecuencias de resonancia. La modelación del conjunto completo absorbedor-conductor descrita en el Apéndice A permitió comprobar que la pérdida de precisión por el efecto mencionado es mínima.

Apéndice A

Modelado Numérico

Este apéndice presenta una alternativa para el cálculo de la disipación de potencia de un absorbedor tipo Stockbridge, para esto, se modela numéricamente al mismo mediante el Método de Elementos Finitos. Una de las principales motivaciones para llevar a cabo este modelado (más allá de que es una de las formas reconocidas por las Normas para diseñar el sistema de aislamiento de una línea eléctrica) fue analizar la pérdida de precisión en el cálculo de la potencia disipada por el absorbedor por el hecho de no haber medido la fuerza y las aceleraciones en las frecuencias de resonancia exactas durante el ensayo de Eficiencia, mencionado en el Capítulo 5. Esto se debió por el hecho de no haber podido controlar la amplitud de las vibraciones en el antinodo especificado por la Norma Std 664-1993 [4] de 200 mm/s para las frecuencias de resonancia debido a las limitaciones del excitador de desplazamiento fijo utilizado. En consecuencia, la solución de compromiso fue sacar el sistema de resonancia para de esta forma poder controlar la amplitud en el antinodo correspondiente.

A.1 Introducción

El método de los elementos finitos es un método numérico que se puede utilizar para la solución precisa de problemas de vibración estructural y mecánicos complejos. En este método, la estructura original se reemplaza por elementos discretos, de los cuales se supone que se comportan como un miembro estructural continuo llamado elemento finito. Se supone que los elementos están interconectados en ciertos puntos llamados nodos. Dado que la solución analítica de la estructura original bajo las cargas especificadas se torna altamente compleja, se supone una solución aproximada conveniente en cada elemento finito. La idea es que si las soluciones de los diversos elementos se seleccionan adecuadamente, se puede hacer que converjan en la solución exacta de la estructura total a medida que el tamaño del elemento se reduce. Durante el proceso de solución, el equilibrio de fuerzas en los nodos y la compatibilidad de los desplazamientos entre los elementos se satisfacen, de modo que toda la estructura (ensamblaje de los elementos) se comporte como una sola entidad [21].

A.1.1 Ecuación Rectora

La ecuación rectora es el sistema de ecuaciones que describe el movimiento del sistema.

$$[m] \{\ddot{u}\} + [c] \{\dot{u}\} + [k] \{u\} = \{P\} \quad (\text{A.1})$$

donde $[m]$ es la matriz de masa, $[c]$ la matriz de amortiguamiento, $[k]$ la matriz de rigidez y $\{P\}$ la carga que perturba al sistema.

A.1.2 Matriz de Rigidez

En aquellos casos donde la estructura a analizar posee un comportamiento con una no-linealidad geométrica, la matriz de rigidez está compuesta por la matriz estática, que depende del esfuerzo axial y el esfuerzo flexional sumada la matriz geométrica, que tiene en cuenta los efectos de segundo orden y que depende exclusivamente del esfuerzo axial [10].

$$[k] = [k_E] + [k_G] \quad (\text{A.2})$$

Matriz de rigidez estática de una barra flexional

La matriz de rigidez elástica en el plano para elementos de viga en coordenadas locales incluyendo flexión y efectos de deformación por corte es [20]:

$$[k_E] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & & & & & & & \\ 0 & \frac{12EI}{l^3(1+\phi)} & & & & & & \\ & \frac{6EI}{l^2(1+\phi)} & \frac{(4+\phi)EI}{l(1+\phi)} & & & & & \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & & & & \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3(1+\phi)} & -\frac{6EI}{l^2(1+\phi)} & 0 & \frac{12EI}{l^3(1+\phi)} & & & \\ 0 & \frac{6EI}{l^2(1+\phi)} & \frac{(2-\phi_y)EI}{l(1+\phi)} & 0 & -\frac{6EI}{l^2(1+\phi)} & \frac{(4+\phi)EI}{l(1+\phi)} & & \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

donde

$$\phi = 24(1 + \nu) \frac{A}{A_S} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \quad (\text{A.4})$$

ϕ parámetro que representa la deformación por corte y $\frac{r}{l}$ el radio de giro. Debido a que se considera viga esbelta $\phi = 0$, por lo que la matriz A.3 queda:

$$[k_E] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & & & & & & & \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & & \\ & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} & & & & & \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & & & & \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & & & \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} & & \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Matriz de rigidez geométrica de una barra flexional

La matriz geométrica para el caso de una barra recta sometida a un esfuerzo axial cuando se supone que su deformada es un polinomio de tercer grado, tiene la expresión [10]:

$$[k_G] = \frac{P}{30l} \begin{bmatrix} 0 & & & & & & \\ 0 & 36 & & & & & \\ 0 & 3l & 4l^2 & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & -36 & -3l & 0 & 36 & & \\ 0 & 3l & -l^2 & 0 & -3l & 4l^2 & \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

A.1.3 Matriz de Masa

En el análisis dinámico de estructuras mediante el método de elementos finitos, la definición de la matriz de masa del modelo tiene una gravitante importancia en las exigencias computacionales tanto en el problema de oscilación libre como en el de integración temporal de las ecuaciones de movimiento. Las denominadas matrices de masa consistentes resultan de un análisis variacional y tienen en general valores no nulos en la diagonal principal y fuera de la misma. Por el contrario, las llamadas matrices de masas concentradas son matrices diagonales y son sumamente ventajosas debido a la simplicidad de las operaciones matriciales donde las mismas intervienen [28].

Matriz de masa concentrada de una barra flexional

La forma más simple de la matriz de masa, conocida como matriz de masa concentrada se obtiene colocando masas puntuales (concentradas) m_i en puntos de nodo i en las direcciones de los grados de desplazamiento de libertad supuestos. Las masas concentradas se refieren a la inercia traslacional m y rotacional J del elemento y se calculan suponiendo que el material dentro de las ubicaciones medias a ambos lados del desplazamiento se comporta como un cuerpo rígido mientras que el resto del elemento no participa en el movimiento. Por lo tanto, esta suposición excluye el acoplamiento dinámico que existe entre los desplazamientos del elemento, de ahí que la matriz de masa del elemento resultante sea puramente diagonal [21].

$$[m_{concentrada}] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & J \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Matriz de masa consistente de una barra flexional

Las matrices de masa concentrada son aproximadas en el sentido de que no consideran el acoplamiento dinámico que existe entre los diversos grados de desplazamiento de libertad del elemento. Sin embargo, dado que las matrices de masa concentrada son diagonales, requieren menos espacio de almacenamiento durante su manejo computacional. Por otra parte, las matrices de masa consistente no son diagonales, por lo que requieren más espacio para almacenamiento. Por lo tanto, son aproximadas en el sentido de que las funciones, de las cuales derivan aplicando patrones de desplazamiento estáticos, se usan inclusive para solucionar problemas dinámicos [21].

$$[m_{cons}(1-3)] = \begin{bmatrix} \frac{ml}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [312 + 588\phi + 280\phi^2] & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [44 + 77\phi + 35\phi^2] l \\ 0 & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [44 + 77\phi + 35\phi^2] l & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [8 + 14\phi + 7\phi^2] l^2 \\ \frac{ml}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [108 + 252\phi + 140\phi^2] & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [26 + 63\phi + 35\phi^2] l \\ 0 & -\frac{ml}{840(1+\phi^2)} [26 + 63\phi + 35\phi^2] l & -\frac{ml}{840(1+\phi^2)} [6 + 14\phi + 7\phi^2] l^2 \end{bmatrix} \quad (A.8)$$

$$[m_{cons}(4-6)] = \begin{bmatrix} \frac{ml}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [108 + 252\phi + 140\phi^2] & -\frac{ml}{840(1+\phi^2)} [26 + 63\phi + 35\phi^2] l \\ 0 & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [26 + 63\phi + 35\phi^2] l & -\frac{ml}{840(1+\phi^2)} [6 + 14\phi + 7\phi^2] l^2 \\ \frac{ml}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [312 + 588\phi + 280\phi^2] & -\frac{ml}{840(1+\phi^2)} [44 + 77\phi + 35\phi^2] l \\ 0 & -\frac{ml}{840(1+\phi^2)} [44 + 77\phi + 35\phi^2] l & \frac{ml}{840(1+\phi^2)} [8 + 14\phi + 7\phi^2] l^2 \end{bmatrix} \quad (A.9)$$

Debido a que se considera viga esbelta $\phi = 0$, por lo que la matriz queda

$$[m_{consistente}] = \begin{bmatrix} \frac{ml}{3} & 0 & 0 & \frac{ml}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{312ml}{840} & \frac{44ml^2}{840} & 0 & \frac{108ml}{840} & -\frac{26ml^2}{840} \\ 0 & \frac{44ml^2}{840} & \frac{8ml^3}{840} & 0 & \frac{26ml^2}{840} & -\frac{6ml^3}{840} \\ \frac{ml}{6} & 0 & 0 & \frac{ml}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{108ml}{840} & \frac{26ml^2}{840} & 0 & \frac{312ml}{840} & -\frac{44ml^2}{840} \\ 0 & -\frac{26ml^2}{840} & \frac{6ml^3}{840} & 0 & -\frac{44ml^2}{840} & \frac{8ml^3}{840} \end{bmatrix} \quad (A.10)$$

A.2 Modelado del absorbedor tipo Stockbridge

Para determinar las propiedades geométricas primeramente se relevó los absorbedores que se utilizaron para realizar los ensayos descritos en el Capítulo 5, para luego realizar un modelo en 3 (tres) dimensiones. Con el uso de SOLIDWORKS se determinaron las masas traslacionales, rotacionales y centros de gravedad de las distintas partes que componen el absorbedor.

La figura A.1 muestra los nudos utilizados para el modelado. Los nudos 1, 2 y 3 son los nudos finales del sistema, y corresponden a la unión del cable mensajero con la masa izquierda, a la unión de la grapa con el conductor, y a la unión del cable mensajero con la masa derecha, respectivamente. Los nudos poseen 3 (tres) grados de libertad cada uno: desplazamiento en dirección x, desplazamiento en dirección y, y giro en dirección z. Los nudos A, B y C son los centros de gravedad de la masa izquierda, la grapa y la masa derecha, respectivamente. Los nudos D y E corresponden a la unión del cable mensajero izquierdo con la grapa, y del cable mensajero derecho con la grapa, respectivamente. El nudo F es un nudo auxiliar ubicado a la mitad del ancho de la grapa.

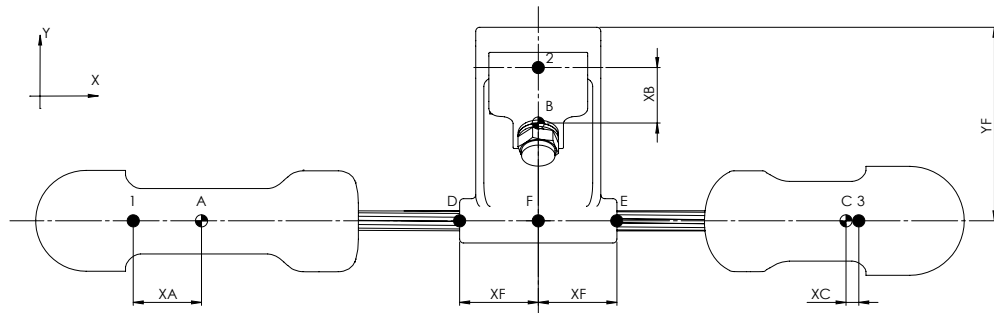


Figure A.1: Referencias de coordenadas

El ajuste de los parámetros del modelo del absorbedor fue realizado por el *Centro de Vinculación de Ensayos No Destructivos y de Evaluación de Obras de Infraestructura Civil, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba*. El mismo se realizó en base a la acelerancia (aceleración para una carga unitaria en función de la frecuencia) obtenida durante un ensayo impulsivo del absorbedor en condición *libre-libre*, la cual se consiguió sujetando el absorbedor sobre resortes ultra flexibles. La acelerancia fue medida en los puntos 1, 2 y 3 de la figura A.1.

El método que se utilizó para el ajuste de los parámetros se denomina *Técnica de Gradientes por Mínimos Cuadrados* [16] la que reduce en forma iterativa la diferencia entre las acelerancias del modelo y las experimentales. La necesidad de realizar iteraciones surge de la linealización de la derivada de las acelerancias del modelo respecto a los parámetros de ajuste. La limitación de la variación de los parámetros en cada paso de iteración se realiza con la rutina de MATLAB *lsqlin* (constrained linear least squares).

En la tabla A.1 se muestran las propiedades y medidas obtenidas luego del ajuste de los parámetros del modelo.

Parámetro	valor	Descripción
m_A	1.302 kg	Masa traslacacional de la pesa mayor
m_B	0.519 kg	Masatraslacacional de la grapa central
m_C	1.187 kg	Masa traslacacional de la pesa menor
r_A	0.003227 kgm^2	Masa rotacional de la pesa mayor
r_B	0.000490 kgm^2	Masa rotacional de la grapa central
r_C	0.001721 kgm^2	Masa rotacional de la pesa mayor
x_A	0.03783 m	Distancia horizontal entre C.G. pesa mayor y nudo 1
y_B	0.04750 m	Distancia vertical entre C.G. grapa central y nudo 2
x_C	0.01875 m	Distancia horizontal entre C.G. pesa menor y nudo 3
x_F	0.04150 m	Distancia horizontal entre nudo F y nudo 2
y_F	0.07600 m	Distancia vertical entre nudo F y nudo 2
$m_{mensajero}$	0.495 kg/m	Masa del cable mensajero por unidad de longitud
l_1	0.168 m	Long. libre cable mensajero entre pesa mayor y grapa
l_2	0.123 m	Long. libre cable mensajero entre pesa menor y grapa
E	8.5e11 Pa	Módulo de elasticidad del zinc
A	3.141926e-5 m^2	Área de cable mensajero
I	7.853981e-12 m^4	Momento de inercia del cable mensajero
EA	2.670353e7 N	Rigidez axial del cable mensajero
α	0.003183	Coefficiente de amortiguamiento viscoso
EI	6.410 Nm^2	Rigidez flexional del cable mensajero

Tabla A.1: Parámetros ajustados para el modelado del absorbedor

Por último, para realizar el modelado del absorbedor se despreció el giro en dirección z y el desplazamiento axial en dirección x en el nudo 2. Era de interés determinar cómo se comportaban los grados de libertad del mismo frente a la excitación transversal del conductor.

Teniendo en cuenta las matrices descritas en las secciones A.1.2 y A.1.3, las propiedades y medidas obtenidas se ensamblan las matrices del absorbedor previo a un cambio de coordenadas.

A.2.1 Matriz de Rigidez

Matrices de Cambio de Coordenadas

La transformación de coordenadas de las matrices de rigidez de 6×6 , $[k_{1D}]$ del cable mensajero izquierdo y $[k_{E3}]$ del cable mensajero derecho, se realiza de la siguiente forma:

$$[k_{12}] = [\Lambda_{1D}^T][k_{1D}][\Lambda_{1D}] \quad (A.11)$$

donde

$$[\Lambda_{1D}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_F \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -x_F \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A.12)$$

$$[k_{23}] = [\Lambda_{E3}^T][k_{E3}][\Lambda_{E3}] \quad (A.13)$$

donde

$$[\Lambda_{1D}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

La matriz de rigidez del absorbedor luego de efectuar el cambio de coordenadas se muestra en la ecuación A.15.

$$[k_A] = \begin{bmatrix} [k_{11}^I] & [k_{12}^I] & 0 \\ [k_{21}^I] & [k_{22}^I + k_{22}^D] & [k_{23}^D] \\ 0 & [k_{32}^D] & [k_{33}^D] \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

A.2.2 Matriz de Masa

Matrices de Cambio de Coordenadas

La transformación de coordenadas de las matrices diagonales de masa de 3x3, $[m_A]$ de la masa izquierda, $[m_B]$ de la grapa y $[m_C]$ de la masa derecha, se realiza de la siguiente forma:

$$[m_1] = [\Lambda_A^T][m_A][\Lambda_A] \quad (\text{A.16})$$

donde

$$[\Lambda_A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x_A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

$$[m_2] = [\Lambda_B^T][m_B][\Lambda_B] \quad (\text{A.18})$$

donde

$$[\Lambda_B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_B \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$[m_3] = [\Lambda_C^T][m_C][\Lambda_C] \quad (\text{A.20})$$

donde

$$[\Lambda_C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x_C \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

La matriz de masa del absorbedor luego de efectuar el cambio de coordenadas se muestra en la ecuación A.22.

$$[m_A] = \begin{bmatrix} [m_1] & & \\ 0 & [m_2] & \\ 0 & 0 & [m_3] \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

Teniendo en cuenta la matriz de rigidez $[k_A]$, la matriz de masa $[m_A]$ y considerando que la matriz de amortiguamiento $[c_A] = 0.1[k_A]$, se construyó la matriz de rigidez dinámica del absorbedor $[k_{A_d}]$.

$$[k_{A_d}] = [m_A] + 0.1 [k_A] + [k_A] \quad (\text{A.23})$$

Siendo la matriz de flexibilidad dinámica $[f_{A_d}]$ la inversa de la matriz de rigidez dinámica $[k_{A_d}]$ y aplicando condiciones de apoyo, e imponiendo un desplazamiento vertical en z en el mismo nudo 2, se obtiene la impedancia mecánica Z .

$$Z = \frac{1}{f [f_{A_d}]} \quad (\text{A.24})$$

A.2.3 Análisis de Resultados

Por último, se procedió a la programación de un código en MATLAB, para el análisis de los resultados. Este código se encuentra en el Apéndice B dentro de un CD.

La figura A.2 muestra la impedancia mecánica del absorbedor en función de la frecuencia, es posible notar que el gráfico correspondiente a las mediciones de laboratorio posee 4 (cuatro) picos, esto se deben a los modos de vibrar del absorbedor. Puede observarse que el modelo numérico desarrollado no tiene la capacidad de reproducir el tercer modo natural identificado en los ensayos. Esto se atribuye a que el ensayo libre-libre con el que se calibró el modelo del absorbedor tuvo amplitudes de vibración muy inferiores a las que aparecen durante los ensayos de laboratorio. Distintos investigadores reconocen que el marcado comportamiento no-lineal de este tipo de absorbedores puede mostrar este nivel de dispersiones. Por otro lado, se observa que las amplitudes obtenidas en el modelado son sensiblemente mayores a las obtenidas mediante ensayos de laboratorio.

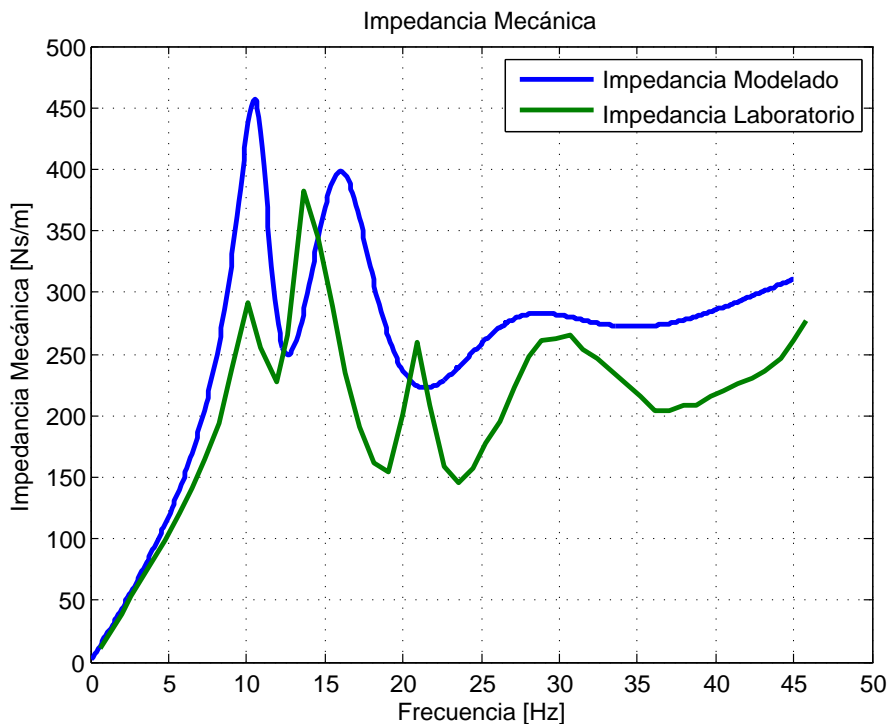


Figure A.2: Impedancia Mecánica vs Frecuencia

Otro parámetro importante de analizar es el que se observa en la figura A.3, es interesante destacar que este gráfico comienza en 90° y teniendo en cuenta la ecuación 4.3 la potencia disipada es nula debido a que el coseno de este ángulo es nulo. Esta tendencia se cumple para ambos casos. Por otra parte, podemos notar que para el caso de las mediciones de laboratorio la máxima disipación de potencia se obtiene a los 16.3 Hz cuando el ángulo registrado es 0° .

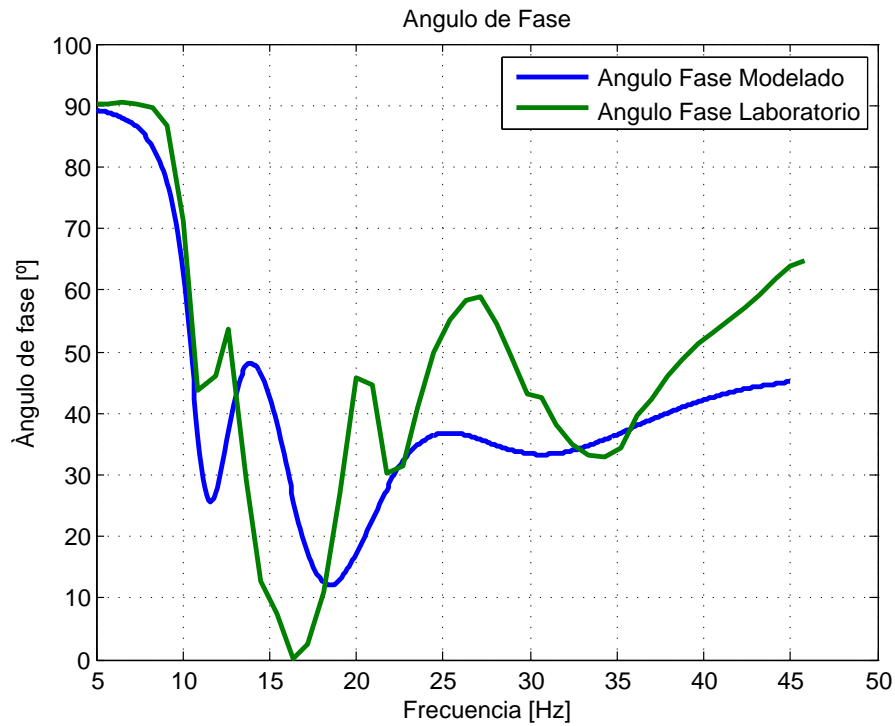


Figure A.3: Ángulo de Fase (Fuerza y Velocidad) vs Frecuencia

Por último, la figura A.4 muestra la potencia disipada por el absorbedor en función de la frecuencia. Podemos notar que para frecuencias mayores a 20 Hz los resultados de potencia obtenidos mediante el modelado difieren en un 20% respecto a los resultados de laboratorio.

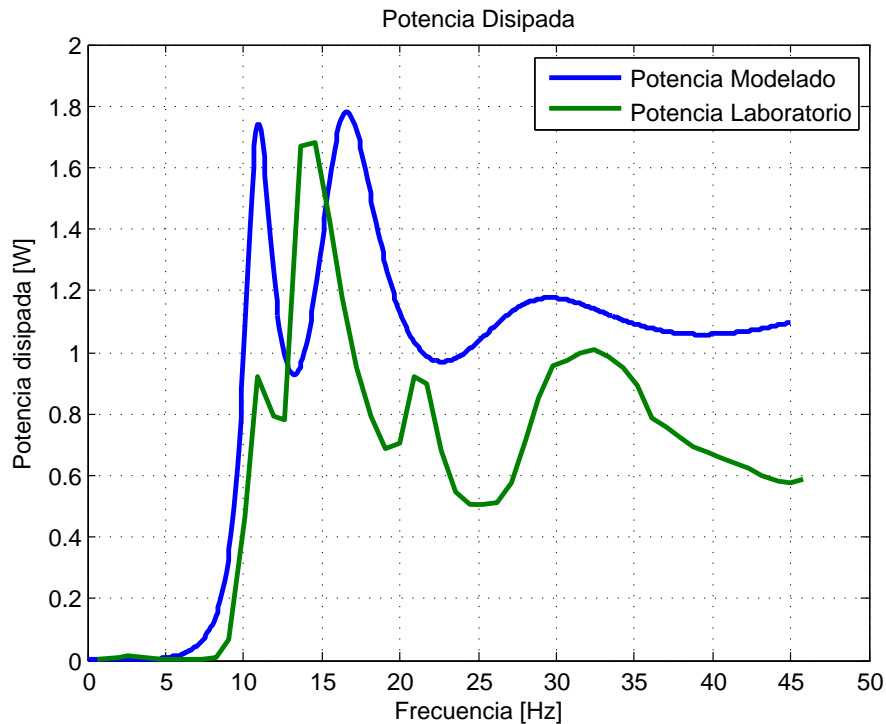


Figure A.4: Potencia Disipada vs Frecuencia

A.3 Modelado Conductor-Absorbedor

Para el modelado del conductor con el absorbedor, se discretizó el primero cada 0.25 m como se muestra en la figura A.5. El mismo se realizó bajo las siguientes hipótesis:

- Se consideró al conductor como una viga homogénea, de masa lineal m y rigidez flexional EI constante, sometido a un esfuerzo axial T y vinculado en sus extremos.
- No se consideró el auto-amortiguamiento del conductor. Su efecto en las frecuencias naturales es muy pequeño y puede considerarse en forma separada.
- Se despreciaron las variaciones de tensión por efecto de las vibraciones.
- Se restringieron los 3 (tres) grados de libertad correspondientes al apoyo en el bloque terminal (izquierdo) y los grados de libertad longitudinal y de giro correspondientes al apoyo del lado dispositivo de tensión constante (derecho).

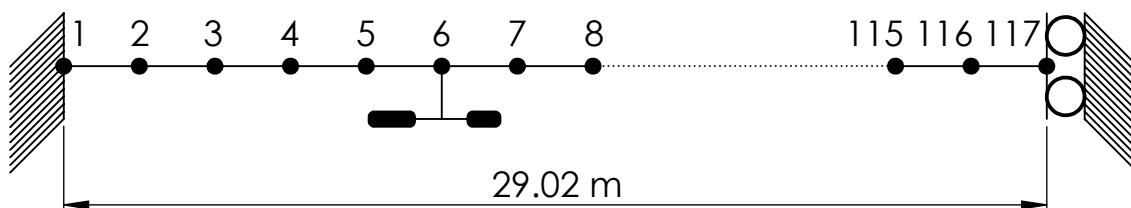


Figure A.5: Discretización del conductor

Debido a la intención de este apéndice, para llevar a cabo el modelado se replicaron las condiciones de ensayo descritas en la sección 5.2.3 es decir, longitud de vano, tensión de conductor y tipo de conductor. Las propiedades del mismo se muestran en la tabla A.2.

ACSR 300/50		
	Acero	Aluminio
Densidad	7.850 kg/mm^2	2700 kg/mm^2
Diámetro de hilo	3 mm	3.86 mm
Módulo de Elasticidad	205000 MPa	70000 MPa
Número de hilos	7	26
Peso	0.388 kgf/m	0.822 kgf/m
Sección	49.48 mm^2	304.26 mm^2

Tabla A.2: Propiedades conductor ACSR 300/50

A.3.1 Matriz de Rigidez

La matriz de rigidez del sistema completo se obtiene a través de la suma de la matriz flexional ensamblada del conductor $[k_{EC}]$, la matriz geométrica ensamblada del conductor $[k_{GC}]$, y la matriz del absorbedor descrita en la sección A.2.1.

$$[k] = [k_{EC}] + [k_{GC}] + [k_A] \quad (A.25)$$

Las matrices de flexionales y geométricas tienen dimensión $3 \times n$ siendo n el número de nudos, es decir 117. Al acoplar la matriz del absorbedor $[k_A]$ en los nudos 6, 118 y 119, la matriz del conjunto conductor-absorbedor $[k]$ queda de dimensión $3n$, es decir 3×119 .

A.3.2 Matriz de Masa

La matriz de masa se compone por la matriz de masa consistente del conductor sumada la matriz de masa del absorbedor, descrita en la sección A.2.2.

$$[m] = [m_{C_{cons}}] + [m_A] \quad (A.26)$$

La matriz consistente tiene dimensión $3 \times n$ siendo n el número de nudos, es decir 117. Al acoplar la matriz del amortiguador $[m_A]$ en los nudos 6, 118 y 119, la matriz del conjunto conductor-absorbedor $[m]$ queda de dimensión $3n$, es decir 3×119 .

A.3.3 Análisis de Resultados

Por último, se procedió a la programación de un código en MATLAB, para el análisis de los resultados. Este código se encuentra en el Apéndice B dentro de un CD.

La figura A.6 muestra la potencia disipada por el método PT calculada en forma continua para todo el rango de frecuencias (es decir, no solamente en correspondencia con las resonancias). Se observa que la curva de potencia pasa por un máximo para las frecuencias de resonancia, y que midiendo unas décimas de Hz a ambos lados de los picos se obtienen valores menores de potencia con una pequeña pérdida de precisión. Esto demuestra que

la pérdida de precisión por no haber medido la potencia disipada en correspondencia con las frecuencias de resonancia, sino muy cerca de éstas, es mínima.

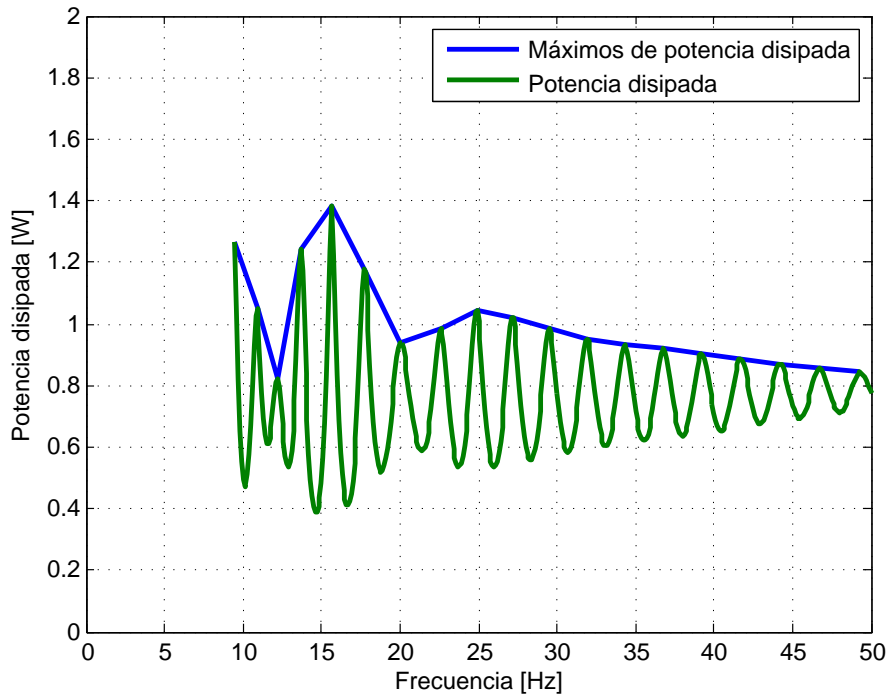


Figure A.6: Potencia disipada Power Method

La potencia disipada mediante el modelado del método *ISWR* se muestra en la figura A.7, puede sacarse una conclusión similar a la comentada para el método *PT*, aunque se observa que los valores de potencia disipada son menos sensibles al corrimiento respecto a las frecuencias de resonancia.

Por último en las figuras A.8 y A.9, se comparan los resultados obtenidos mediante el modelado con los resultados que se obtuvieron en los ensayos de laboratorio en las secciones 5.1 y 5.2. Se observa que las curvas de potencia disipada resultan cualitativamente similares. De todos modos, para obtener una mejor precisión sería necesario realizar una campaña de ensayos más exhaustiva a los efectos de identificar adecuadamente el comportamiento no-lineal de los absorbedores analizados.

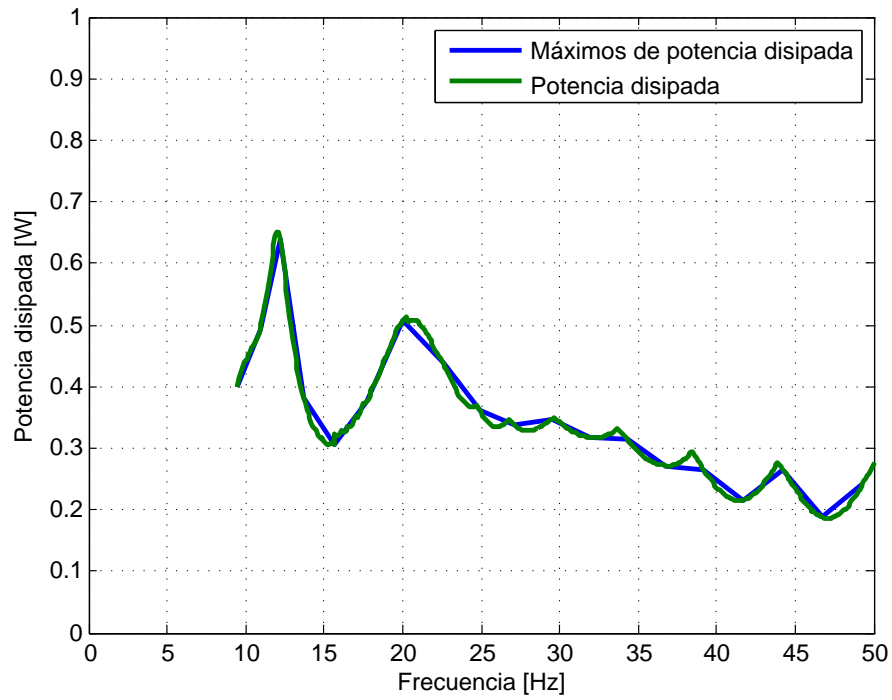


Figure A.7: Potencia disipada ISWR Method

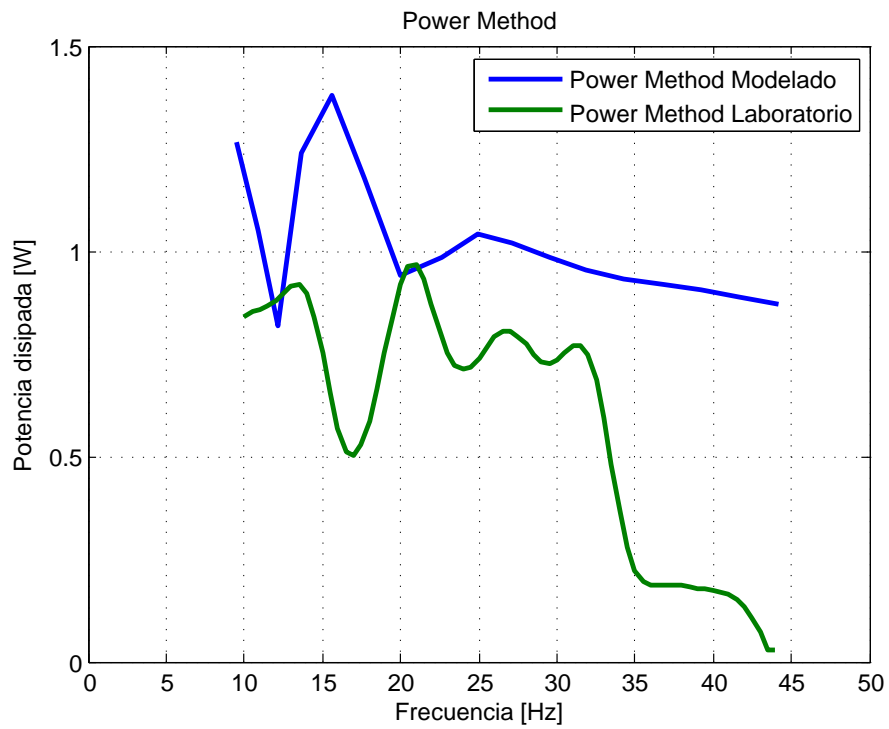


Figure A.8: Comparación Power Method

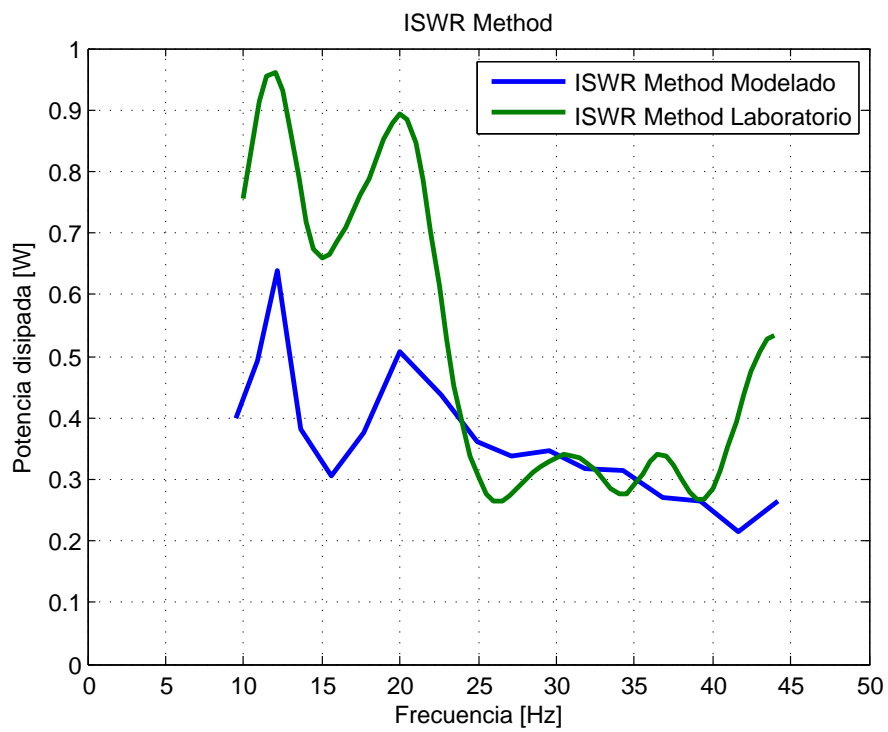


Figure A.9: Comparación ISWR Method

Apéndice B

Códigos de Programación

En este apéndice se describen brevemente las finalidades de cada código que se programó para la lectura y análisis de resultados. También se encuentra un CD con los códigos antes mencionados.

El código llamado *EnsayoCaracterizacion* tiene como finalidad la lectura de los datos medidos por el transductor de fuerza y el acelerómetro colocado en la grapa de sujeción. Este entrega resultados de *impedancia mecánica, ángulo de fase entre la fuerza y aceleración y potencia disipada por el absorbedor*.

El código llamado *EnsayoEficiencia* tiene como finalidad la lectura de los datos medidos por el transductor de fuerza y los acelerómetros colocados en el nodo y antinodo del conductor, obteniendo como resultados de *potencia disipada por el absorbedor para los métodos PT, ISWR y SD*.

El código llamado *MBE* cumple tres funciones.

1. Comparar los resultados de potencia obtenidos mediante los métodos *ISWR* y *PT* con los de potencia inducida a la línea por el viento para 200 mm/s.
2. Comparar las curvas de eficiencia obtenidas mediante el método *ISWR*, con una curva provista por la Norma AS 1154.1-2009 la cual representa la eficiencia del absorbedor de vibraciones.
3. Aplicar el Método de Balance Energético, obteniendo *curvas de amplitud, deformación por flexión y tensión por flexión en función de la frecuencia*.

Para llevar a cabo estas funciones, es necesario el archivo *Abs_caracterizacion_* el cual realiza la lectura de las mediciones obtenidas en el ensayo de caracterización.

Por último, los códigos llamados *ModeladoCaracterizacion* y *ModeladoEficiencia* presentan una alternativa para el cálculo de la disipación de potencia de un absorbedor tipo Stockbridge.

Bibliografía

- [1] AS 1154.1-2009. *Insulator and conductor fittings for overhead power lines*, 2009.
- [2] IEEE Std 1368-2006. *Guide for Aeolian Vibration Field Measurements of Overhead Conductors*, 2007.
- [3] UNE-EN 61897. *Requisitos y ensayos para amortiguadores de vibraciones eólicas tipo Stockbridge*, 2000.
- [4] IEEE Std 664-1993. *Guide for Laboratory Measurement of the Power Dissipation Characteristics of Aeolian Vibration Dampers for Single Conductors*, 2007.
- [5] AFL. Spacer dampers frame style with elastomer bushed clamps. <https://www.aflglobal.com/Products/Conductor-Accessories/Motion-Control-Accessories/Space-Dampers/Spacer-Dampers-Frame-Style-with-Elastomer-Brushed.aspx>, 2017.
- [6] Balakumar Balachandran and Edward B. Magrab. *Vibrations*. Cengage Learning, 2008.
- [7] Marcelo A. Ceballos and Carlos A. Prato. Determination of the axial force on stay cables accounting for their bending stiffness and rotational end restraints by free vibration tests. 2008.
- [8] Kamil Černín. Reconstruction of conductor movement and monitoring of high voltage lines. 2009.
- [9] Umberto Cosmai. Assesment of aeolian vibration severity. 2009.
- [10] Ignacio Duque and Ángel Aparicio. Aproximación al tratamiento unificado de la no linealidad geométrica de las barras rectas. 1989.
- [11] Peter Hagedorn. On the computation of damped wind-excited vibrations of overhead transmission lines. *Journal of Sound and Vibration*, 1982.
- [12] D. G. Havard. *Fatigue of Conductors*. Conductors and Accessories WG Meeting Presentation, 2010.
- [13] Hubbell Incorporated. Damper system benefits. <http://www.hubbellpowersystems.com/connectors/trans/dampers/damper.asp>.
- [14] Friedrich Kiessling, Peter Nefzger, Joao Felix Nolasco, and Ulf Kaintzyk. *Overhead power lines: planning, design, construction*. Springer, 2014.
- [15] Jean Louis Lilien. Power line aeolian vibrations. 2008.

- [16] Nuno M. M. Maia and Júlio M. M. Silva. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Research Studies Press Ltd., 1997.
- [17] Sebastian J. Manrique and Alain Hernández. *Vibraciones eólicas en líneas de transmisión*. 2012.
- [18] A. C. Morello and Dynalab S.R.L. *Vibraciones en líneas de transmisión de energía eléctrica: Métodos de análisis, de prevención y de control. diseño del sistema de protección antivibratoria*.
- [19] Transmission & Distribution Committee Overhead Lines Subcommittee Working Group on Overhead Conductors and Accessories Aeolian Vibration Task Force. *An introductory discussion on aeolian vibration of single conductors*. 2015.
- [20] Janusz S. Przemieniecki. *Theory of matrix structural analysis*. Courier Corporation, 1985.
- [21] Singiresu S. Rao. *Vibraciones mecánicas*. Pearson Educación, 2012.
- [22] Daniel Sauter. *Modeling the dynamic characteristics of slack wire cables in stockbridge dampers*. PhD thesis, Technische Universität Darmstad, 2004.
- [23] IEEE std 1368-2006. *Guide on Conductor Self-Damping Measurements*, 2007.
- [24] J. Vecchiarelli, I. G. Currie, and D. G. Havard. Computational analysis of aeolian conductor vibration with a stockbridge-type damper. *Journal of Fluids and Structures*, 2000.
- [25] Jack Vecchiarelli. *Aeolian vibration of a conductor with a Stockbridge-type damper*. PhD thesis, National Library of Canada, 1997.
- [26] Wikipedia. Stockbridge damper. <https://en.wikipedia.org/wiki/Stockbridge-damper>, 2017.
- [27] Hinko Wolf, Boris Adum, Damir Semenski, and Dragan Pustaić. Using the energy balance method in estimation of overhead transmission line aeolian vibrations. 2008.
- [28] R. Zaradnik, S. Raichman, and A. Mirasso. Comparación de diversas matrices de masas concentradas con similitud de modos propios. 2009.