

# **TRABAJO FINAL DE GRADO**



**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES**

**Escuela de Ingeniería Aeronáutica**

**“Cálculo estructural del ala de una aeronave no tripulada”**

**Autor: Kibich Victor Trifón**

**Director: Dr. Walter B. Castelló**



# AGRADECIMIENTOS

A Dios por sobre todos, por darme la oportunidad de estudiar esta carrera y ayudarme en todo los momentos de mi vida.

A mi familia, en especial a mi papa y mama, por su paciencia, sacrificios, por haber confiado en mí y por haberme apoyado de manera incondicional.

A mi director de trabajo final de grado Dr. Walter B. Castelló por su orientación, dedicación y sobre todo por la paciencia que ha tenido conmigo hasta el final de este trabajo.



# RESUMEN

Existe un gran interés en desarrollar aeronaves no tripuladas, con aplicaciones principalmente militares, aunque se puede extender su uso a misiones civiles, humanitarias, meteorológicas, etc. La ventaja de estos dispositivos, además de evitar poner en riesgo la vida de las tripulaciones, permite también incrementar la autonomía de las misiones.

En este trabajo se desarrolla un análisis estructural del ala de una aeronave no tripulada fabricada con material compuesto. El objetivo del análisis es verificar el comportamiento estructural, a partir de la evaluación del coeficiente de seguridad a primera falla y la carga crítica al pandeo. Se comprueba que estos resultados cumplan con los valores de carga establecidos por normas aeronáuticas. Por otra parte, se calcula de deflexión de la puntera del ala, la cual puede emplearse posteriormente para validar el modelo de análisis con ensayos a escala real.

El análisis de la resistencia a la falla es desarrollado siguiendo dos metodologías diferentes: una teoría de vigas fabricadas en materiales compuestos y un modelo computacional más preciso. Se obtienen los resultados mediante las dos metodologías y se los compara con el fin de verificar que ambos resultados converjan a un mismo valor, y de esta forma se aseguran un correcto análisis. La carga crítica al pandeo es obtenida únicamente por el método de elementos finitos, debido a que las características geométricas del ala y su composición requieren solucionar ecuaciones diferenciales complejas. Para obtener la deflexión del ala, se emplea una metodología basada en la deflexión de vigas de material compuesto, y cuyos resultados son verificados mediante el método de elemento finito.



# ÍNDICE GENERAL

|   | Páginas |
|---|---------|
| AGRADECIMIENTOS.....  | 3       |
| RESUMEN.....  | 5       |
| <b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN</b> .....  | 9       |
| 1.1 GENERALIDADES .....   | 9       |
| 1.2 OBJETIVOS GENERALES .....   | 9       |
| 1.3 OBJETIVOS PARTICULARES.....   | 9       |
| 1.4 CONTENIDO DE ESTE TRABAJO .....   | 10      |
| <b>CAPÍTULO 2 GENERALIDADES SOBRE LA FABRICACION DEL VANT</b> .....                     | 11      |
| 2.1 CARACTERISTICA MECANICA DE LOS MATERIALES UTILIZADOS ....                           | 13      |
| 2.1.1 Cordón de fibra de vidrio .....   | 13      |
| 2.1.2 Telas de fibra de vidrio .....  | 14      |
| 2.1.3 Estructura sándwich .....   | 15      |
| 2.1.4 Resina Epoxi .....  | 15      |
| <b>CAPÍTULO 3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA MECANICA DE MATERIALES<br/>COMPUESTO</b> ..... | 17      |
| 3.1 INTRODUCCION .....  | 17      |
| 3.2 TENSION-DEFORMACION PARA MATERIALES ANISOTROPOS.....                                | 17      |
| 3.3 TENSION PLANA EN MATERIALES ORTOTROPOS .....  | 17      |
| 3.4 TENSION PLANA EN UNA LÁMINA CON ORIENTACION ARBITRARIA                              | 19      |
| 3.5 CRITERIO DE FALLA CUADRATICO TSAI-WU .....  | 19      |
| 3.6 RIGIDEZ DEL MATERIAL COMPUESTO .....  | 20      |
| 3.7 ESPESOR DE LAS LÁMINAS.....   | 22      |
| 3.8 TEORÍA CLÁSICA DE LOS LAMINADOS.....  | 22      |
| 3.8.1 Hipótesis .....   | 22      |
| 3.8.2 Fuerzas y momentos en el laminado.....  | 23      |
| 3.9 EFECTOS TERMICOS EN EL LAMINADO.....  | 24      |
| 3.10 METODOLOGIA PARA ANALIZAR VIGAS DE PARED DELGADA .....                             | 25      |
| 3.10.1 Introducción.....  | 25      |
| 3.10.2 Descripción de sección de vigas .....  | 25      |
| 3.10.3 Rigideces de los segmentos.....  | 26      |
| 3.10.4 Ejes principales de flexión del segmento .....                                   | 28      |
| 3.10.5 Ejes principales de torsión del segmento .....                                   | 29      |
| 3.10.6 Propiedades de la sección .....  | 29      |
| 3.10.7 Rigidez torsional.....   | 32      |
| 3.10.8 Flujo de corte causado por esfuerzo cortante en sección abierta .....            | 33      |
| 3.10.9 Propiedades sectoriales .....  | 33      |
| 3.10.10 Ubicación del centro de corte mecánico .....                                    | 34      |
| 3.10.11 Restricción al alabeo .....   | 34      |
| 3.10.12 Deformaciones de la viga .....  | 34      |
| 3.10.13 Deformaciones en los segmentos.....   | 35      |
| 3.11 PANDEO LINEAL EN SEGMENTOS RECTOS.....   | 36      |
| 3.12 DEFLEXION EN LAMINADOS .....   | 36      |
| 3.13 ANALISIS COMPUTACIONAL DE MATERIALES COMPUESTOS.....                               | 37      |

|   |    |
|---|----|
| CAPÍTULO 4 <b>ANÁLISIS DEL PROBLEMA</b> .....                             | 39 |
| 4.1 RESISTENCIA DEL LAMINADO .....  | 39 |
| 4.2 DEFLEXION DEL ALA .....   | 40 |
| 4.3 USO DE ELEMENTOS FINITOS .....  | 40 |
| 4.4 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DEL ALA .....                             | 41 |
| 4.5 ESQUEMA DEL ALA SIN ALERONES .....                                    | 41 |
| 4.6 ELEMENTOS QUE CONFORMAN LA SECCION DEL ALA .....                      | 41 |
| 4.7 ESTACIONES DEL ALA .....  | 42 |
| 4.7.1 Descripción de las secciones .....                                  | 42 |
| CAPÍTULO 5 <b>RESULTADOS</b> .....  | 45 |
| 5.1 RIGIDEZ POR RESISTENCIA DE MATERIALES .....                           | 45 |
| 5.2 ESPESORES DE LAS TELAS .....  | 47 |
| 5.3 CARGAS EXTERNAS ACTUANDO EN EL ALA .....                              | 47 |
| 5.3.1 Distribución de las cargas máxicas .....                            | 47 |
| 5.3.2 Distribución de la sustentación .....                               | 48 |
| 5.3.3 Momento torsor .....  | 48 |
| 5.3.4 Resistencia Aerodinámica .....                                      | 48 |
| 5.4 DISCRETIZACION DE LAS CARGAS ACTUANTES .....                          | 49 |
| 5.4.1 Configuración de las cargas externas para el programa SECCION.....  | 51 |
| 5.5 CONFIGURACION DE LAS SECCIONES .....                                  | 52 |
| 5.6 COEFICIENTE DE SEGURIDAD EN CADA ESTACION .....                       | 54 |
| 5.6.1 Coeficientes de seguridad obtenidos mediante elementos finitos..... | 59 |
| 5.6.2 Comparación de los resultados .....                                 | 60 |
| 5.7 EFECTOS TERMICOS EN LA RESISTENCIA.....                               | 61 |
| 5.8 DEFLEXION DEL ALA .....   | 63 |
| 5.8.1 Deflexión obtenida por elementos finitos .....                      | 64 |
| 5.9 CARGA CRÍTICA DE PANDEO DE LÁMINAS .....                              | 65 |
| 5.10 REDUCCION EN EL PESO DEL ALA (ALA MODIFICADA).....                   | 66 |
| 5.11 MEJORAS EN LA RESISTENCIA AL PANDEO DE PLACAS .....                  | 69 |
| 5.12 RESISTENCIA AL PADEO DEL ALA MODIFICADA.....                         | 69 |
| 5.12.1 Mejoras en la resistencia al pandeo del ala modificada.....        | 70 |
| 5.13 DEFLEXION EN EL ALA MODIFICADA.....                                  | 71 |
| CAPÍTULO 6 <b>CONCLUSIÓN</b> .....  | 73 |
| 6.1 INTRODUCCION .....  | 73 |
| 6.2 ASPECTOS GENERALES DE LOS RESULTADOS .....                            | 73 |
| 6.3 LINEAS FUTURAS (DE TRABAJO) .....                                     | 74 |
| APENDICE I .....  | 75 |
| BIBLIOGRAFÍA.....   | 77 |



# CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 GENERALIDADES

En la actualidad existe un creciente interés por el desarrollo de aeronaves no tripuladas. En este contexto el Ministerio de Defensa Argentino a través de la Fuerza Aérea Argentina (FAA) pretende desarrollar un vehículo aéreo no tripulado (VANT), el AUCAN v1, con el propósito principal de formar y entrenar al personal que operan sistemas de vehículos aéreos no tripulados (SANT).

Previo a este proyecto, la FAA había desarrollado el VANT VIGIA. Se pretende en este nuevo diseño, que el AUCAN v1 tenga una escala geométrica de dos tercios del VIGIA y con diferentes materiales en la definición de la estructura. El nuevo VANT debería enmarcarse dentro de la categoría de vehículos aéreos con un peso menor a 150 kg.

Los materiales compuestos a emplear y la dimensión de los elementos estructurales quedarán definidos a partir de las sollicitaciones y deformaciones en los mismos. En este sentido, la FAA solicitó el cálculo estructural del AUCAN v1.

## 1.2 OBJETIVOS GENERALES

Este trabajo tiene por objetivo principal realizar el cálculo estructural del ala del AUCAN v1. Se analizará la estabilidad (pandeo) del ala y la resistencia a primera falla de los diferentes tramos de material compuesto que componen las estaciones del ala. Con los resultados obtenidos, se verifica si el ala cumple con los coeficientes de seguridad establecidos por la norma OTAN AEP-83 para aeronaves no tripuladas. Además, se comprobará como afecta los cambios térmicos a la resistencia a primera falla.

Por último, se determinará la deflexión en la puntera del ala que producen las cargas externas. El cálculo de la deflexión permitirá comparar la precisión de los resultados obtenidos en forma analítica, con aquellos que se obtengan posteriormente con ensayos por flexión a escala real.

## 1.3 OBJETIVOS PARTICULARES

En base a los resultados obtenidos, se analizará el diseño del ala en busca de una configuración del ala que cumpla las normas de diseño y mantenga un equilibrio entre estabilidad, resistencia y peso estructural.

## 1.4 CONTENIDO DE ESTE TRABAJO

A continuación, se presenta una descripción resumida de los seis capítulos de este trabajo. En el Capítulo 2 se presenta en forma sucinta el origen y uso de los vehículos aéreos no tripulados, y en particular los nuevos diseños fabricados con materiales compuestos.

En el Capítulo 3 se describen las ecuaciones que son empleadas en la metodología para analizar vigas de pared delgada de material compuesto. Además, se hace un breve comentario de la ecuación de pandeo para placas rectangulares de material compuesto, y de la ecuación para obtener la deflexión del ala.

En el Capítulo 4 se enumeran los pasos seguidos para implementar la metodología de vigas de pared delgada para materiales compuestos. Se describen las condiciones necesarias para obtener la deflexión de vigas de material compuesto. Además, se describen las características geométricas del ala que se estudiará.

En el Capítulo 5 se obtienen los resultados de las rigideces y espesores de las láminas. Se discretizan las cargas externas que actúan sobre el ala para introducirlas como datos en códigos computacionales de análisis estructural. Se obtiene el coeficiente de seguridad a falla del ala, incluyendo la falla por efectos térmicos, mediante las dos metodologías propuestas y se comparan los resultados. Se calcula la deflexión del ala empleando ecuaciones adaptadas a vigas de material compuesto y se comparan los resultados con otros obtenidos mediante elemento finitos. Se calculan las cargas críticas de pandeo mediante elementos finitos. Por último, se propone modificaciones a la estructura del ala con el fin de reducir peso y se obtienen nuevamente resultados para el ala modificada.

En el Capítulo 6 se realiza una conclusión de este trabajo, comenzando con una introducción de los diferentes análisis que fueron realizados. Se comenta sobre los aspectos generales de los resultados y las líneas futuras de trabajo.

## CAPÍTULO 2 GENERALIDADES SOBRE LA FABRICACION DE VANT

Un VANT es un vehículo aéreo no tripulado. Su nacimiento y posterior desarrollo se debe a las necesidades militares que imperaron durante la Segunda Guerra Mundial y la posterior Guerra Fría. En la actualidad varias empresas civiles trabajan para transformar este artilugio militar en una herramienta útil para la sociedad civil. La ventaja de estos dispositivos, además de evitar poner en riesgo la vida de las tripulaciones, permite también incrementar la autonomía de las misiones.

El proyecto de un VANT implica distintas etapas de fabricación, entre las que se destacan: diseñar la estructura, proveer de sistemas propulsivos, trabajar con elementos de comunicación y programas de manejo de los sistemas de comando. En la Figura 2.1 se muestra un VANT para uso militar.



Figura 2.1: VANT para uso militar.

Por lo que respecta a la estructura, se deben elegir los materiales que mejor se adapten, con el objetivo de minimizar el peso y maximizar la resistencia. Los procesos de fabricación deben ser lo más simple posible para su fácil reproducción.

Dentro de la amplia variedad de materiales se encuentra el material compuesto. Un material compuesto significa que dos o más materiales se combinan a escala macroscópica para producir un material con mejores propiedades que los materiales individuales que lo componen. En la Figura 2.2 se puede observar el proceso de fabricación de un ala de material compuesto.

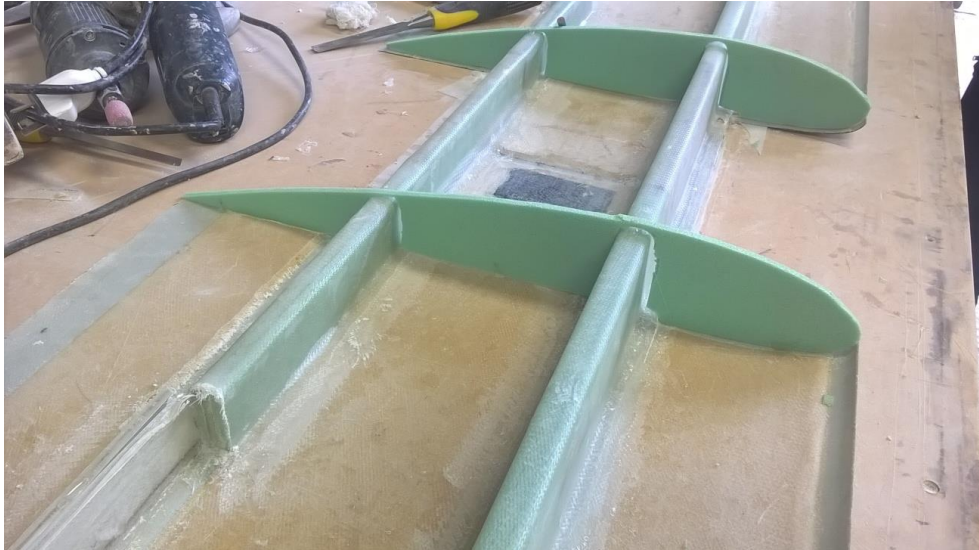


Figura 2.2: Proceso de fabricación de un ala de material compuesto.

La ventaja del material compuesto es que habitualmente permiten optimizar las cualidades, obteniendo el comportamiento mecánico deseado y disminuyendo el peso relativo de los elementos estructurales. Actualmente, la mayoría de los materiales compuestos empleados en aplicaciones estructurales están contruidos por fibras continuas (parte resistente) embebidas en una matriz plástica.

La fibra de vidrio presenta las propiedades típicas del vidrio: dureza, resistencia a la corrosión y carácter inerte. Además, son flexibles, livianas e inextensibles. Estas propiedades se atribuyen al bajo número de los defectos en la superficie de la fibra. La fibras de vidrio E (E de eléctrico) se utilizan cuando se requiere alta resistencia a la tracción y buena resistencia química. Cabe destacar que es una de las fibras más económicas. El material de unión para las fibras se llama matriz y provee: soporte, protección y transmisión de carga. La matriz tiene considerablemente menor rigidez y resistencia que las fibras.

El laminado está compuesto por el pegado de láminas que tienen diferentes orientaciones en sus fibras o inclusive diferentes materiales. Las láminas pueden ser:

- Láminas anisótropas: es aquel cuyas propiedades materiales en un punto tienen diferentes valores en distintas direcciones.
- Láminas ortótropo se caracteriza por tener tres planos perpendiculares de simetría material y propiedades que cambian con la dirección.

## 2.1 CARACTERISTICAS MECANICAS DE LOS MATERIALES UTILIZADOS

A continuación se describe de forma breve algunas de las características mecánicas más relevantes de los materiales empleados en la fabricación de compuestos. Además se muestra cual es la presentación típica de algunas fibras de refuerzo, que han sido aplicadas en la construcción del ala.

### 2.1.1 Cordón de fibra de vidrio

Una hebra está compuesta por un haz de fibras sin retorcerse. Un hilo es una hebra retorcida. Un cordón es una colección de hebras continuas paralelas. En la Figura 2.3 se muestra rollo de cordón de fibra de vidrio comercial.



Figura 2.3: Rollo de cordón de fibra de vidrio comercial.

Un material compuesto fabricado con cordón de fibra de vidrio, con una relación de 75/25 fibra-resina, tiene las siguientes propiedades mecánicas: en la dirección de las fibras una resistencia a la tracción y compresión de aproximadamente  $8500 \text{ kg/cm}^2$ . En una dirección perpendicular a la fibra de  $600 \text{ kg/cm}^2$ . Además, una resistencia al corte de aproximadamente  $1000 \text{ Kg/cm}^2$ . En la Figura 2.4 se muestra las propiedades mecánicas de un material compuesto con cordones de fibra de vidrio. Ver referencia [6].

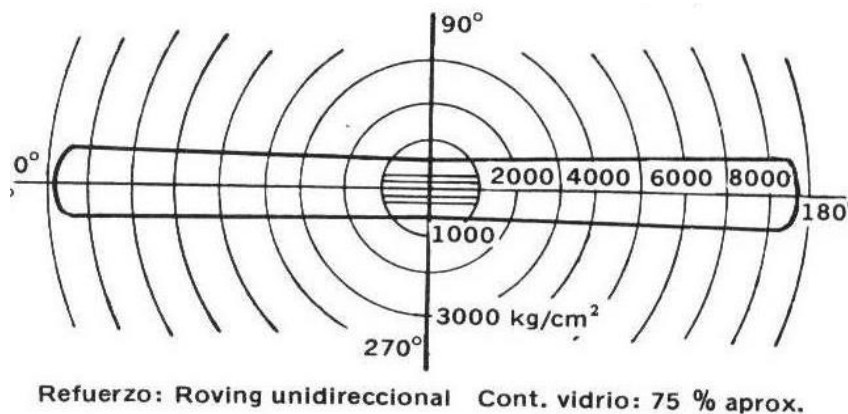


Figura 2.4: Propiedades mecánicas de un material compuesto con cordones de fibra de vidrio.

### 2.1.2 Telas de fibra de vidrio

La tela contiene un entretrejido de hebras regulares dispuestas en general a 90° entre sí (Figura 2.5). Los esquemas de entretrejido se definen de manera de favorecer un determinado comportamiento del compuesto.



Figura 2.5: Tela de fibra de vidrio

Un material compuesto fabricado con telas de fibra de vidrio, con una relación de 50/50 fibra-resina, tiene las siguientes propiedades mecánicas: la resistencia a la tracción y compresión en la dirección a 45° de las fibras es de 2125 de  $\text{kg/cm}^2$ . La resistencia a la tracción y compresión en la dirección de las fibras y perpendicular a las fibras es de 3125  $\text{kg/cm}^2$ . En la Figura 2.6 se muestra las propiedades mecánicas de un material compuesto con telas de fibra de vidrio. Ver referencia [6].

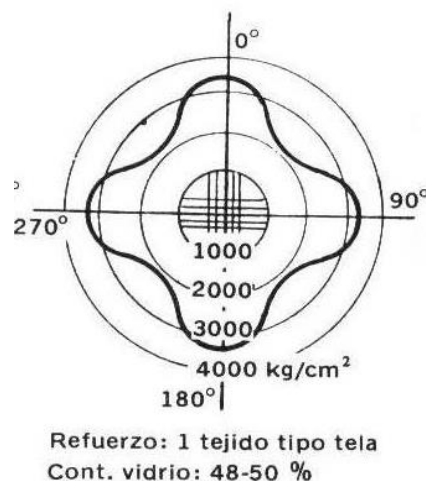


Figura 2.6: Propiedades mecánicas de un material compuesto con telas de fibra de vidrio.

### 2.1.3 Configuraciones sándwich

Una configuración sándwich consiste en láminas de material compuesto pegadas a ambos lados de un núcleo de goma espuma (Figura 2.7). Las láminas son resistentes y el núcleo actúa sólo como separador, dando lugar a una sección con mayor inercia geométrica.



Figura 2.7: Sección sándwich

Se consideraron las siguientes propiedades para la goma espuma:

- Resistencia a la tracción: 3 (Kg/cm<sup>2</sup>)
- Resistencia a compresión: 1.5 (Kg/cm<sup>2</sup>)
- Resistencia al Corte: 1 (kg/cm<sup>2</sup>)
- Modulo de elasticidad: 40 (Kg/cm<sup>2</sup>)

### 2.1.4 Resina Epoxi

Las resinas epoxi se utilizan ampliamente debido a su versatilidad, altas propiedades mecánicas, y de alta resistencia a la corrosión. La resina epoxi se encoge menos que otros materiales (1.2 a 4% en volumen), provocando excelentes características de adherencia cuando se utilizan como adhesivos. También se ven favorecida por su sencillo proceso de curado que puede ser llevado a cabo a temperatura comprendida entre 5 y 150 grados centígrados.

Una resina orgánica de epoxi tal como Narmco 2387 tiene las siguientes propiedades:

- Densidad 1.2 (gr/cm<sup>2</sup>)
- Resistencia a la compresión 1600 Kg/cm<sup>2</sup>
- Resistencia a la compresión 300 Kg/cm<sup>2</sup>
- Modulo elástico en tracción 40000 Kg/cm<sup>2</sup>
- Modulo elástico en compresión 35000 Kg/cm<sup>2</sup>





# CAPÍTULO 3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DE LA MECANICA DE MATERIALES COMPUESTOS

## 3.1 INTRODUCCION

En este capítulo se hace una descripción de las ecuaciones empleadas para estudiar el problema de los materiales compuestos, y como las mismas están relacionadas. No se demuestra la deducción de cada ecuación porque excede los alcances de este trabajo.

## 3.2 RELACIONES TENSION-DEFORMACION PARA MATERIALES ANISOTROPOS

La ley de Hooke en forma generalizada puede escribirse en notación contraída como:

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ y } 6 \quad (3.1)$$

donde  $\sigma_i$  es la  $i$ -ésima componente de tensión,  $C_{ij}$  es la matriz de rigidez y  $\varepsilon_j$  es la  $j$ -ésima componente de la deformación.

La relación empleada en este trabajo entre la notación contraída en (3.1) y la notación tensorial en el caso de tensores simétricos se da en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Relación entre la notación contraída y notación tensorial.

| TENSIONES     |            | DEFORMACIONES      |                 |
|---------------|------------|--------------------|-----------------|
| Tensorial     | Contraída  | Tensorial          | Contraída       |
| $\sigma_{11}$ | $\sigma_1$ | $\varepsilon_{11}$ | $\varepsilon_1$ |
| $\sigma_{22}$ | $\sigma_2$ | $\varepsilon_{22}$ | $\varepsilon_2$ |
| $\sigma_{33}$ | $\sigma_3$ | $\varepsilon_{33}$ | $\varepsilon_3$ |
| $\tau_{23}$   | $\sigma_4$ | $\gamma_{23}$      | $\varepsilon_4$ |
| $\tau_{31}$   | $\sigma_5$ | $\gamma_{31}$      | $\varepsilon_5$ |
| $\tau_{12}$   | $\sigma_6$ | $\gamma_{12}$      | $\varepsilon_6$ |

## 3.3 TENSION PLANA EN MATERIALES ORTOTROPOS

Para la lámina de la Figura 3.1, cuyos ejes indican las direcciones principales, el estado plano de tensión se asume que:

- la tensión normal en la dirección 3 es aproximadamente nula:

$$\sigma_3 = 0$$

- las tensiones de corte actuando en los planos 1 y 2 en la dirección 3 se definen respectivamente como:

$$\tau_{13} = 0 \quad \tau_{23} = 0$$

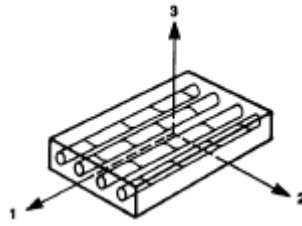


Figura 3.1: Lamina plana de material ortótropo.

La relación entre deformaciones-tensiones se expresa en el sistema de ecuaciones (3.3.1), referencia [1].

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3.3.1)$$

donde  $S_{ij}$  son los elementos de la matriz de flexibilidad, obtenidos mediante las constantes de ingeniería. Estas últimas son generalizaciones del módulo de Young ( $E_i$ ), del módulo de corte ( $G_{ij}$ ) y del módulo de Poisson ( $\nu_{ij}$ ).

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}; \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2}; \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}; \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

La relación entre tensiones-deformaciones se expresa en el sistema de ecuación (3.3.2).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (3.3.2)$$

donde los  $Q_{ij}$  son las llamadas rigideces reducidas, cuyos valores son:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} & Q_{22} &= \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} \\ Q_{12} &= \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} & Q_{66} &= \frac{1}{S_{66}} \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

En función de las constantes de ingeniería los valores de  $Q_{ij}$  son:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

### 3.4 TENSION PLANA EN UNA LÁMINA CON ORIENTACION ARBITRARIA

En el caso más general, se necesita de una relación entre las tensiones y las deformaciones referidas a las direcciones principales de cada lámina (1, 2) con los ejes (X, Y) del laminado, como se expresa en el sistema de ecuaciones (3.4.1)

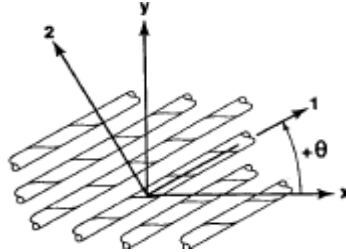


Figura 3.2: Lámina orientada respecto a los eje (X, Y) del laminado.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

La barra en  $\bar{Q}_{ij}$  indica que se trata de la rigidez reducida transformada. Siendo  $\theta$  el ángulo que se forma el eje (1) de una lámina respecto al eje (X) de laminado, como se muestra en la Figura 3.2.

### 3.5 CRITERIO DE FALLA CUADRATICO TSAI-WU

Este criterio de falla permite predecir la falla de la lámina pero no el modo de falla o la fase que rompa. Este criterio utiliza algunas expresiones matemáticas para describir la superficie de fluencia, la cual está representada en la ecuación (3.5.1), considerando un comportamiento anisótropo del material

$$F_i \sigma_i + F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad (3.5.1)$$

donde los parámetros  $F_i$  y  $F_{ij}$  son los tensores de resistencia de segundo y cuarto orden respectivamente. En esta ecuación se usa la notación contraída de las tensiones excepto que:

$$\sigma_4 = \tau_{23}; \quad \sigma_5 = \tau_{31}; \quad \sigma_6 = \tau_{12}$$

Generalmente, estas expresiones están basadas en ajustes de curvas obtenidas experimentalmente. Para una lámina ortótropa bajo tensión plana la ecuación (3.5.1) se reduce a:

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (3.5.2)$$

Las componentes de la (3.5.2) pueden expresarse en función de las propiedades mecánicas del material.

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{X_t} + \frac{1}{X_c} & F_{11} &= -\frac{1}{X_t X_c} \\ F_2 &= \frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} & F_{22} &= -\frac{1}{Y_t Y_c} \\ F_6 &= 0 & F_{66} &= \frac{1}{S^2} \end{aligned} \quad (3.5.3)$$

Donde:

$X_t$ : es la resistencia a la rotura en tracción, en la dirección  $X$  del material.

$X_c$ : es la resistencia a la rotura en compresión, en la dirección  $X$  del material.

$Y_t$ : es la resistencia a la rotura en tracción, en la dirección perpendicular a  $X$ .

$Y_c$ : es la resistencia a la rotura en compresión, en la dirección perpendicular a  $X$ .

$S$ : es la resistencia a la rotura por corte en el material.

El coeficiente  $F_{12}$  relaciona a las tensiones  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  por lo que se requiere un ensayo biaxial. El valor usado habitualmente está representado en la ecuación (3.5.4).

$$F_{12} \approx \frac{-1}{2 \sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} \quad (3.5.4)$$

### 3.6 RIGIDEZ DEL MATERIAL COMPUESTO

En la ecuación (3.6.1) del módulo elástico en dirección de la fibra ( $E1$ ) se asume la hipótesis de iso-deformación. En esta hipótesis se asume que las deformaciones específicas en la dirección de las fibras (1), producida por una tensión constante en la misma dirección, son iguales en la matriz y en las fibras como se muestra en la Figura 3.3, referencia [1].

$$E1 = Em * Vm + Ef * Vf \quad (3.6.1)$$

Donde:

$Em$ : es el módulo elástico de la matriz.

$Vm$ : volumen de la matriz / Volumen total del compuesto.

$Ef$ : es el módulo elástico de la fibra.

$Vf$ : volumen de la fibra / Volumen total del compuesto.

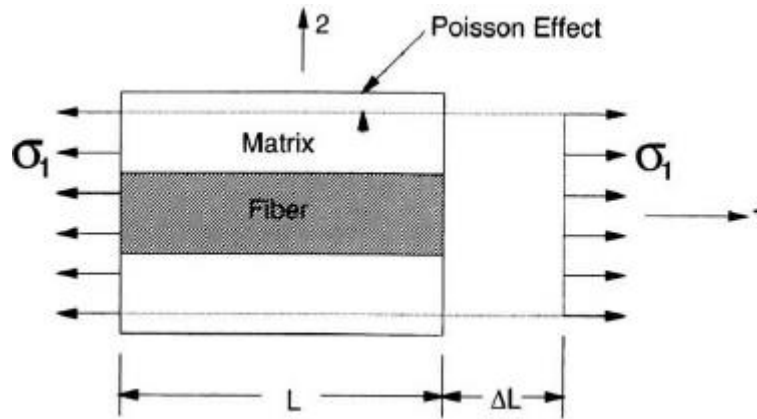


Figura 3.3: Material compuesto sujeto a tensión constante en la dirección 1.

En la ecuación (3.6.2) del módulo elástico en dirección perpendicular a la fibra ( $E_2$ ) se asume la hipótesis de iso-tensión. En esta hipótesis la tensión es única y el largo de cada tramo (fibra-resina) es proporcional a la relación de volúmenes como se muestra en la Figura 3.4.

$$E_2^{-1} = V_f / E_f + V_m / E_m \quad (3.6.2)$$

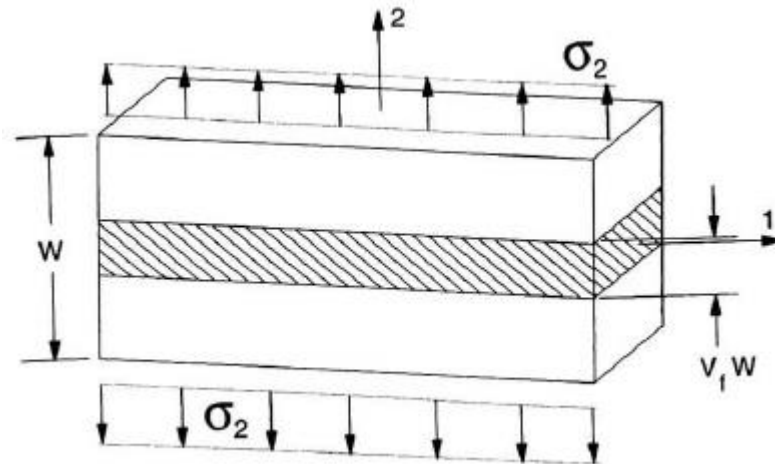


Figura 3.4: Material compuesto sujeto a tensión constante en la dirección 2.

El módulo de Poisson ( $\nu_{12}$ ), dado en la ecuación (3.6.3), se define haciendo uso de la hipótesis de iso-deformación.

$$\begin{aligned} \nu_{12} &= V_f * \nu_f + V_m * \nu_m \\ \nu_{21} &= \nu_{12} * E_2 / E_1 \end{aligned} \quad (3.6.3)$$

Donde:

$\nu_f$ : Es el módulo de Poisson de la fibra.

$\nu_m$ : Es el módulo de Poisson de la matriz.

El módulo de rigidez transversal ( $G_{12}$ ), dado por la ecuación (3.6.4), se define asumiendo la hipótesis de iso-tensión.

$$G_{12} = V_f / G_f + V_m / G_m \quad (3.6.4)$$

Donde:

$G_f$ : es el módulo de rigidez transversal de la fibra.

$G_m$ : es el módulo de rigidez transversal de la matriz.

### 3.7 ESPESOR DE UNA LÁMINA

El espesor de una lámina compuesta se determina empleando la ecuación (3.7.1), referencia [2].

$$t_c = \frac{w}{1000 * \rho_f * V_f} \quad (3.7.1)$$

Donde:

$w$  : es el peso por unidad de área ( $\text{gr}/\text{m}^2$ )

$\rho_f$  : es la densidad de la fibra ( $\text{gr}/\text{cm}^3$ )

$V_f$ : volumen de la fibra / volumen de la lamina compuesta

### 3.8 TEORÍA CLÁSICA DE LOS LAMINADOS

La teoría clásica consiste en una serie de hipótesis sobre el campo de desplazamientos que permite posteriormente establecer las tensiones y deformaciones. Luego a partir de estas últimas se pueden obtener las propiedades del laminado considerando el aporte de las láminas individuales.

#### 3.8.1 Hipótesis

El laminado se supone perfectamente pegado con una junta infinitesimal que no tiene deformación por corte.

Se supondrá que las rectas perpendiculares a la superficie media permanecerán rectas y perpendiculares a la superficie media deformada por efectos axiales y flexionales. Esto equivale a ignorar las deformaciones de corte en planos perpendiculares a la superficie media ( $XZ$ ), ( $YZ$ ), representadas en la ecuación (3.8.1), siendo  $Z$  la dirección perpendicular al plano del laminado.

$$\gamma_{xz} = 0; \gamma_{yz} = 0 \quad (3.8.1)$$

Además, se acepta la hipótesis clásica de Kirchhoff, de modo que se ignoran las deformaciones axiales según la dirección Z, representada por la ecuación (3.8.2).

$$\varepsilon_z = 0 \quad (3.8.2)$$

Entonces, se pueden expresar las tensiones en una capa  $k$  en función de las deformaciones  $(\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \gamma_{xy}^0)$  y las curvaturas  $(\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy})$  del plano medio del laminado, como se muestra en el sistema de ecuaciones (3.8.3).

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[ \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \right] \quad (3.8.3)$$

Los  $\bar{Q}_{ij}$  son diferentes para cada capa del laminado, por lo tanto, la variación de la tensión en el espesor no es lineal, aunque las deformaciones si tiene variación lineal en el espesor, como se observa en la Figura 3.3.

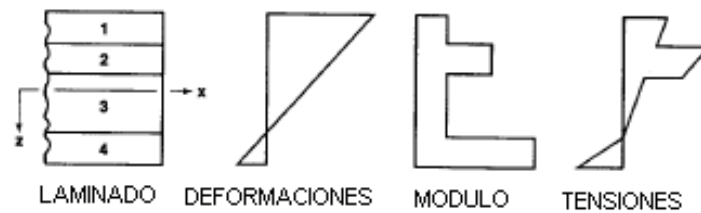


Figura 3.3: Distribución de deformación, módulo elástico y tensiones en el espesor del laminado.

### 3.8.2 Fuerzas y momentos en el laminado

Las fuerzas y momentos resultantes se pueden evaluar integrando las tensiones en el espesor del laminado, y de esta forma se obtiene las ecuaciones constitutivas (3.8.4) para una placa laminada.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.8.4)$$

Las variables  $N_x, N_y, N_{xy}$  son las fuerzas normales y de corte por unidad de longitud a lo largo del borde de una placa. Mientras que las variables  $M_x, M_y, M_{xy}$  son los momentos por unidad de longitud. Las variables  $\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0$  y  $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$  son las deformaciones y las curvaturas del plano medio respectivamente. Los valores de la matriz de rigidez están representados en la ecuación (3.8.5).

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \\
B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\
D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3)
\end{aligned}
\tag{3.8.5}$$

Donde:

$A_{ij}$  son las rigideces axiales.

$B_{ij}$  son las rigideces de acoplamiento.

$D_{ij}$  son las rigideces de flexión.

Los términos  $z_k$  y  $z_{k-1}$  en la ecuación (3.8.5) indican las coordenadas de la superficie superior e inferior de una lamina respectivamente, como se muestra en la Figura 3.4.

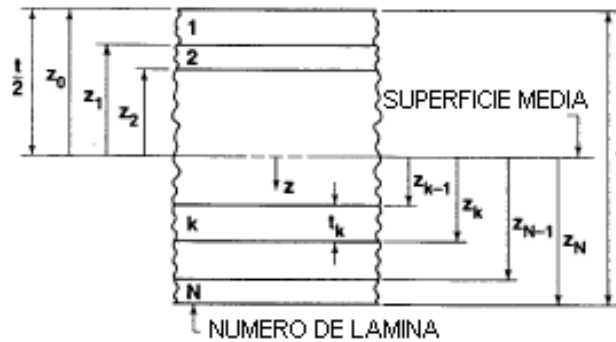


Figura 3.4: Coordenadas de las láminas respecto a la superficie media del laminado.

### 3.9 EFECTOS TERMICOS EN EL LAMINADO

En el análisis tensional de una lamina ortótropa, en coordenadas globales, se debe descontar la dilatación térmica como se muestra en la ecuación (3.9.1) para una capa  $k$  del laminado.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \epsilon_x - \alpha_x \Delta T \\ \epsilon_y - \alpha_y \Delta T \\ \gamma_{xy} - \alpha_{xy} \Delta T \end{bmatrix}_k
\tag{3.9.1}$$

En donde:  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  y  $\alpha_{xy}$  son los coeficientes de dilatación térmica en las direcciones  $x$  e  $y$  del laminado.



Integrando las tensiones en el espesor del laminado, y aceptando una variación lineal de la deformación en el espesor se obtiene las ecuaciones para las fuerzas y momentos por unidad de longitud, como se muestra en los sistemas de ecuaciones (3.9.2) y (3.9.3).

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_x^T \\ N_y^T \\ N_{xy}^T \end{bmatrix} \quad (3.9.2)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_x^T \\ M_y^T \\ M_{xy}^T \end{bmatrix} \quad (3.9.3)$$

En donde el supra índice  $T$  indica que se trata de fuerzas y momentos térmicos.

### 3.10 TEORIA DE VIGAS DE PARED DELGADA CONSTRUIDAS EN COMPUESTOS

Se emplea la teoría de vigas de pared delgada de materiales compuestos, propuesta en [1], capítulo 5, y se consideran que las mismas pueden estar solicitadas a flexión, torsión, corte y fuerzas axiales.

#### 3.10.1 Introducción

Esta metodología es aplicada tanto en vigas de secciones abiertas como en cerradas. La sección se modela como un conjunto de segmentos rectos y arcos circunferenciales. El laminado de cada segmento se modela con las ecuaciones constitutivas de la teoría clásica de laminados que consideran una distribución lineal de las tensiones normales y cortantes en el espesor. Las propiedades geométricas de la teoría clásica de vigas tales como, momento estático, centro de gravedad, pierden validez porque varían las propiedades del material en la sección, tanto en el espesor como en el contorno. En su lugar se definen propiedades mecánicas tales como rigidez axial, momento estático mecánico, centro de gravedad mecánico, para considerar simultáneamente la geometría y las propiedades del material. Se considera el efecto de restricción al alabeo y las tensiones secundaria. La resistencia se calcula usando el criterio de falla cuadrático de Tsai-Wu.

#### 3.10.2 Descripción de sección de vigas

La sección está definida por tramos rectos y curvos que coinciden con una línea que recorre la superficie media de la pared de la viga. Cada tramo de la sección está

definido por un nudo inicial  $n_i$  y un nudo final  $n_f$ . Los tramos curvos se diferencian porque necesitan un tercer nudo intermedio para describir su geometría. En el caso de una sección cerrada los segmentos y nudos se numeran consecutivamente. En la Figura 3.5 se muestra un ejemplo de una sección abierta con sus ejes principales.

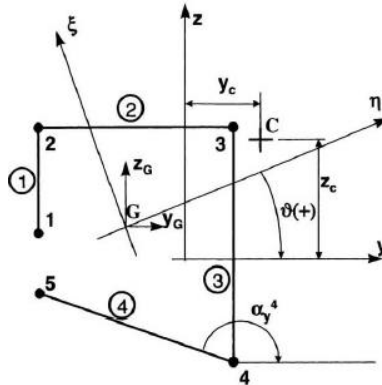


Figura 3.5: Representación de una sección abierta con sus ejes principales.

### 3.10.3 Rigideces de los segmentos

Cada segmento (tramo) de la sección se modela inicialmente como una placa delgada usando las ecuaciones constitutivas de una placa laminada en donde se ignoran las deformaciones de corte transversal.

Inviertiendo la ecuación (3.8.2) se obtienen las ecuaciones constitutivas en términos de flexibilidad.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^i \\ \epsilon_s^i \\ \gamma_{xs}^i \\ \kappa_x^i \\ \kappa_s^i \\ \kappa_{xs}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{16} & \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{16} \\ & \alpha_{22} & \alpha_{26} & \beta_{12} & \beta_{22} & \beta_{26} \\ & & \alpha_{66} & \beta_{16} & \beta_{26} & \beta_{66} \\ & & & \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{16} \\ & & & & \delta_{22} & \delta_{26} \\ & & & & & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x^i \\ N_s^i = 0 \\ N_{xs}^i \\ M_x^i \\ M_s^i = 0 \\ M_{xs}^i \end{Bmatrix} \quad (3.10.1)$$

En el sistema de ecuaciones (3.10.1), el supra índice ( $i$ ) indica un tramo en particular de la sección.

En la Figura 3.6 se muestra las fuerzas y los momentos, y la convención de signos adoptados para una lámina  $k$ .

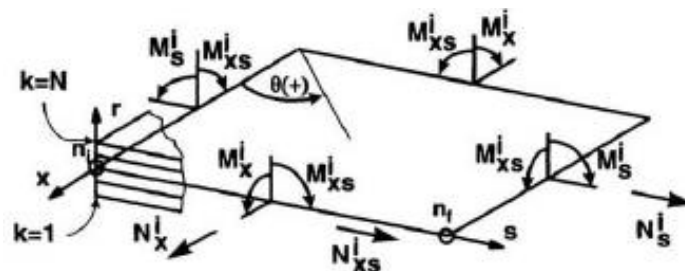


Figura 3.6: Fuerzas, momentos, y convención de signos adoptados para una lamina  $k$ .

El sistema de ecuaciones (3.10.1) asume la hipótesis de tensión plana, por lo tanto, no se tienen en cuenta las tensiones tales como  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$  y  $\tau_{zy}$ , que actúan sobre un laminado como se muestra en la Figura 3.7. Estas tensiones se llaman tensiones interlaminares y existen en las superficies adyacentes entre capas, referencia [3], capítulo 4.

No es posible estudiar la falla que se producen por delaminación haciendo uso de la hipótesis de láminas mencionada anteriormente.

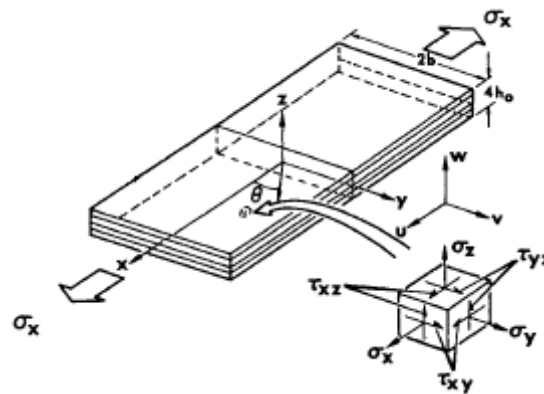


Figura 3.7: Distribución de las tensiones interlaminares  $\sigma_z$ ,  $\tau_{zx}$  y  $\tau_{zy}$  actuando en un laminado.

Para un laminado balanceado se asume la hipótesis de fuerzas y momento nulo en la dirección  $y$ , entonces:  $N_y = M_y = 0$

Además, se asume que los efectos normales y cortantes están desacoplados, lo cual implica:  $\alpha_{16} = \beta_{16} = \delta_{16} = 0$

Entonces, la ecuación de flexibilidad (3.10.1) puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^i \\ \kappa_x^i \\ \gamma_{xs}^i \\ \kappa_{xs}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} & 0 & 0 \\ \beta_{11} & \delta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{66} & \beta_{66} \\ 0 & 0 & \beta_{66} & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x^i \\ M_x^i \\ N_{xs}^i \\ M_{xs}^i \end{Bmatrix} \quad (3.10.2)$$

Invirtiendo la ecuación (3.10.2) se obtiene la ecuación constitutiva condensada (3.10.3).

$$\begin{Bmatrix} N_x^i \\ M_x^i \\ N_{xs}^i \\ M_{xs}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & B_i & 0 & 0 \\ B_i & D_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_i & C_i \\ 0 & 0 & C_i & H_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^i \\ \kappa_x^i \\ \gamma_{xs}^i \\ \kappa_{xs}^i \end{Bmatrix} \quad (3.10.3)$$

Los elementos de la matriz condensada  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $D_i$ ,  $F_i$ ,  $H_i$  y  $C_i$  permiten determinar todas las propiedades necesarias para resolver el problema general de flexión y torsión.

$A_i$  representa la rigidez axial por unidad de longitud del segmento.  $B_i$  representa el acoplamiento entre la curvatura por flexión  $\kappa_x^i$  con la fuerza normal por unidad de longitud  $N_x^i$ , que aparece cuando el laminado no es simétrico respecto al plano medio del segmento.  $D_i$  representa la rigidez flexional del segmento en flexión  $M_x^i$ .  $F_i$  representa la rigidez al corte por corte  $N_{xs}^i$ .  $H_i$  representa la rigidez torsional para el momento torsor  $M_{xs}^i$ .  $C_i$  representa el acoplamiento entre la curvatura por torsión  $\kappa_{xs}^i$  y la fuerza de corte por unidad de longitud  $N_{xs}^i$ .

### 3.10.4 Ejes principales de flexión del segmento

A partir de la ecuación (3.10.3) se propone un estado de deformación  $\varepsilon_x$  no nula con todas las otras deformaciones y curvaturas iguales a cero. Con estas consideraciones se deduce la ubicación del eje neutro para la flexión del segmento  $i$ , representado en la ecuación (3.10.4).

$$e_b = \frac{A_i}{B_i} \quad (3.10.4)$$

Una fuerza normal  $N_x^i$  actuando con una excentricidad  $r = e_b$  (eje local  $s'$  en la Figura 3.8) respecto al plano medio (eje  $s$ ), no produce curvatura por flexión  $\kappa_x^i$ . La rigidez flexional por unidad de longitud está representada en la ecuación (3.10.5).

$$\bar{D}_i = D_i - e_b^2 A_i \quad (3.10.5)$$

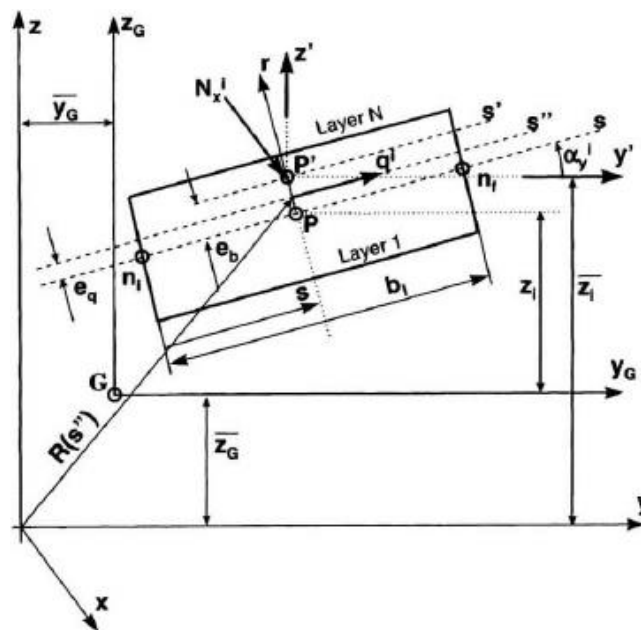


Figura 3.8: Sistemas de coordenadas y ejes característicos de un segmento.

En consecuencia, en la ecuación (3.10.3) las dos primeras ecuaciones se desacoplan, lo cual implica el sistema de ecuaciones (3.10.6).

$$\begin{Bmatrix} N_x^i \\ M_x^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & \bar{D}_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^i \\ \kappa_x^i \end{Bmatrix} \quad (3.10.6)$$

### 3.10.5 Ejes principales de torsión del segmento

Se propone en la ecuación (3.10.3) un estado de deformación  $\gamma_{xs}$  no nulo con todas las otras deformaciones y curvaturas igual a cero. Con estas consideraciones se deduce la ubicación del eje neutro de torsión del segmento  $i$ , representado en la ecuación (3.10.7).

$$e_q = \frac{C_i}{F_i} \quad (3.10.7)$$

Un flujo de corte  $q^j$  actuando con una excentricidad  $r = e_q$  (eje local  $s''$  en la Figura 3.8) respecto al plano medio (eje  $s$ ), produce solo deformación de corte constante en el espesor. No se induce curvatura de torsión  $\kappa_{xs}^i$ . La rigidez torsional por unidad de longitud está representada en la ecuación (3.10.8).

$$\bar{H}_i = H_i - e_q^2 F_i \quad (3.10.8)$$

En consecuencia, en la ecuación (3.10.3) las dos últimas ecuaciones se desacoplan, lo cual implica el sistema de ecuaciones (3.10.9).

$$\begin{Bmatrix} N_{xs}^i \\ M_{xs}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i & 0 \\ 0 & \bar{H}_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xs}^i \\ \kappa_{xs}^i \end{Bmatrix} \quad (3.10.9)$$

### 3.10.6 Propiedades de la sección

Las propiedades de la sección se determinan integrando las tensiones que actúan en el área de sección de la viga. Como las propiedades del material cambian de lámina a lámina y se segmento a segmento no es posible separar las propiedades elásticas ( $E$  y  $G$ ) de las propiedades geométricas (área, momento de inercia). Por lo tanto, se definen las propiedades mecánicas que contiene información combinada de la geometría y el material. A continuación, se definen las propiedades de la sección.

- **Rigidez axial**

Se propone en la ecuación (3.10.6) un estado de deformación  $\varepsilon_x$  constante y las demás deformaciones igual a cero. Integrando la tensión normal  $\sigma_x$  en el área de la sección de la viga se deduce la fuerza normal por unidad de longitud  $N_x$ , representada en la ecuación (3.10.10)

$$N_x = \varepsilon_x \int_s A_i ds = \varepsilon_x (EA) \quad (3.10.10)$$

donde:

$(EA) = \int_s A_i ds$  representa la rigidez axial de la sección,  $\int_s$  es una integración en el contorno  $s$  que describe a la sección, y  $A_i$  representa la rigidez axial por unidad de longitud del segmento.

- **Centro de gravedad mecánico**

El centro de gravedad mecánico de la sección es el punto donde pasa el esfuerzo axial  $N_x$  resultante de las tensiones normales asociadas a un estado de deformación constante  $\varepsilon_x$ . Las coordenadas del centro de gravedad mecánico esta dado en la ecuación (3.10.11)

$$\bar{z}_G = \frac{(ES_y)}{(EA)} \quad (3.10.11)$$

$$\bar{y}_G = \frac{(ES_z)}{(EA)}$$

donde los numeradores  $(ES_y)$  y  $(ES_z)$  son los momentos estáticos mecánicos de la sección, representados en la ecuación (3.10.12). El denominador de la ecuación (3.10.11) es la rigidez axial definida anteriormente en (3.10.10).

$$(ES_y) = \int_s z(s') A_i ds \quad (3.10.12)$$

$$(ES_z) = \int_s y(s') A_i ds$$

- **Ejes principales de flexión de la sección**

Para una longitud  $b_i$  de un segmento  $i$ , las propiedades mecánicas están dadas por la ecuación (3.10.13).

$$(E I_{s'')^i} = \bar{D}_i b_i$$

$$(E I_{r'})^i = A_i b_i^3 / 12 \quad (3.10.13)$$

$$(E I_{s'r'})^i = 0$$

Siendo  $(EI_{s'}^i)$ ,  $(EI_{r'}^i)$  la rigidez a flexión en los ejes  $s'$  y  $r'$  respectivamente, y  $(EI_{s'r'}^i)$  es el producto de inercia mecánico, el cual es nulo porque los ejes  $s'$  y  $r'$  son principales de flexión del segmento (Figura 3.8). Los momentos de inercia respecto a los ejes  $y'$  y  $z'$  se obtiene a través de una rotación  $-\alpha$  alrededor del eje  $x$ , y están representados por la ecuación (3.10.14).

$$\begin{aligned}(EI_{y'}^i) &= (EI_{s'}^i) \cos^2 \alpha_y^i + (EI_{r'}^i) \sin^2 \alpha_y^i \\(EI_{z'}^i) &= (EI_{s'}^i) \sin^2 \alpha_y^i + (EI_{r'}^i) \cos^2 \alpha_y^i \\(EI_{y'z'}^i) &= [(EI_{r'}^i) - (EI_{s'}^i)] \sin \alpha_y^i \cos \alpha_y^i\end{aligned}\quad (3.10.14)$$

Aplicando el teorema de Steiner y sumando la contribución de todos los segmentos se obtienen los momentos de inercia mecánico y el producto de inercia mecánico, como se representa en la ecuación (3.10.15)

$$\begin{aligned}(EI_{y_G}) &= \sum_{i=1}^n [(EI_{y'}^i) + A_i b_i (z_i + e_b \cos \alpha_y^i)^2] \\(EI_{z_G}) &= \sum_{i=1}^n [(EI_{z'}^i) + A_i b_i (y_i - e_b \sin \alpha_y^i)^2] \\(EI_{y_G z_G}) &= \sum_{i=1}^n [(EI_{y'z'}^i) + A_i b_i (z_i + e_b \cos \alpha_y^i) (y_i - e_b \sin \alpha_y^i)]\end{aligned}\quad (3.10.15)$$

donde  $y_i$ ,  $z_i$  son las coordenadas del centro del segmento  $i$ , con respecto a los ejes  $y_G$ ,  $z_G$  (Figura 3.8) los cuales tienen su origen en el centro de gravedad mecánico.

La rotación necesaria  $\theta$  para definir la ubicación de los ejes principales de flexión  $\eta$ ,  $\xi$ , con respecto a los ejes  $y_G$ ,  $z_G$ , está representada en la ecuación (3.10.16), se deduce imponiendo la condición de que el producto de inercia mecánico de la sección  $(EI_{\eta\xi})$  se anule.

$$\tan 2\theta = \frac{2(EI_{y_G z_G})}{(EI_{z_G}) - (EI_{y_G})}\quad (3.10.16)$$

Las rigideces flexionales máxima y mínima de la sección, asociada a los ejes principales de flexión, están representadas en la ecuación (3.10.17).

$$(EI_{\eta}); (EI_{\xi}) = \frac{(EI_{y_G}) + (EI_{z_G})}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(EI_{y_G}) + (EI_{z_G})}{2}\right)^2 + ((EI_{y_G z_G}))^2}\quad (3.10.17)$$

### 3.10.7 Rigidez torsional

Igualando el trabajo externo del momento torsor  $T$  a la energía de deformación por corte, y teniendo en cuenta el desacople entre efectos torsionales y cortantes dado en la ecuación (3.10.9), se obtiene el balance energético representado por la ecuación (3.10.18)

$$\frac{1}{2} T \beta L = \frac{L}{2} \int_s (\gamma_{xs}^i q^i + M_{xs}^i \kappa_{xs}^i) ds \quad (3.10.18)$$

donde  $\beta$  es el giro por unidad de longitud y  $q^i = N_x^i$  es el flujo de corte. La ecuación (3.10.18) permiten deducir la rigidez torsional tanto en el caso de secciones abiertas como cerradas, las cuales se describen a continuación.

- **Rigidez torsional para secciones abiertas**

En una sección abierta no hay flujo de corte, lo cual implica que la ecuación (3.10.9) se reduce a la ecuación (3.10.19). La curvatura por torsión de la teoría clásica de placas es el doble del giro por unidad de longitud de la viga, como se muestra en la ecuación (3.10.20). Teniendo en cuenta la implicancia (3.10.19) y la curvatura por torsión (3.10.20), y mediante el balance energético dado en la ecuación (3.10.18) se obtiene la rigidez torsional para secciones abierta, como se expresa en la ecuación (3.10.21).

$$\begin{aligned} q^i &= 0 \\ M_{xs}^i &= \overline{H}_i \kappa_{xs} \end{aligned} \quad (3.10.19)$$

$$\kappa_{xs} = 2\beta \quad (3.10.20)$$

$$(GJ_R) = \frac{T}{\beta} = 4 \int_s \overline{H}_i ds \quad (3.10.21)$$

- **Rigidez torsional para sección cerrada unicelular**

En una sección cerrada la curvatura por torsión es nula, lo cual implica que la ecuación (3.10.9) se reduce a la ecuación (3.10.22). El momento torsor  $T$  se deduce satisfaciendo equilibrio de momentos del flujo de corte, que actúan en el contorno  $s''$  (Figura 3.8), respecto a un punto arbitrario, como se expresa en la ecuación (3.10.23).

$$\begin{aligned} q^i &= F_i \kappa_{xs} \\ M_{xs}^i &= 0 \end{aligned} \quad (3.10.22)$$

$$T = \oint_s (q R(s'')) ds = q [2\Gamma_s''] \quad (3.10.23)$$



donde  $R(s'')$  es el radio vector para tomar momento y  $\Gamma_{s''}$  es el área encerrada por el contorno  $s''$ . Teniendo en cuenta la implicancia (3.10.22) y la ecuación (3.10.23) del momento torsor, y mediante el balance energético dado en la ecuación (3.10.18) se obtiene la rigidez torsional para secciones cerrada unicelula, como se expresa en la ecuación (3.10.24).

$$(GJ_R) = \frac{[2\Gamma_{s''}]^2}{\sum_{i=1}^n b_i / F_i} \quad (3.10.24)$$

### 3.10.8 Flujo de corte causado por esfuerzo cortante en sección abierta

Usando los ejes principales  $(\xi \eta)$  se obtiene el flujo de corte causado por una fuerza cortante  $Q_\eta$ , a través de la ecuación (3.10.25)

$$q_\eta = \frac{Q_\eta}{(EI_\xi)^*} (ES_\xi(s)) \quad (3.10.25)$$

donde el factor  $(ES_\xi(s))$  representa el momento estático mecánico, el cual se expresa mediante la ecuación (3.10.26), siendo  $\alpha_\eta^i$  el ángulo que forma el segmento  $i$  con respecto al eje principal  $\eta$ . La rigidez flexional consistente se define como en la ecuación (3.10.27)

$$(ES_\xi(s)) = \int_0^s (\eta(s) - e_b \sin \alpha_\eta^i) A_i ds \quad (3.10.26)$$

$$(EI_\xi)^* = \int_s (ES_\xi(s)) \cos \alpha_\eta^i ds \quad (3.10.27)$$

### 3.10.9 Propiedades sectoriales

El área sectorial está definida por la ecuación (3.10.28). Los momentos lineales sectoriales mecánicos, con respecto a los ejes principales  $(\xi \eta)$  se definen mediante las ecuaciones (3.10.29) y (3.10.30) respectivamente.

$$w(s) = \int_0^s R(s'') ds \quad (3.10.28)$$

$$(Esw_\xi) = \int_s (\eta(s) - e_b \sin \alpha_\eta) w(s) A_i ds \quad (3.10.29)$$

$$(Esw_\eta) = \int_s (\xi(s) + e_b \cos \alpha_\eta) w(s) A_i ds \quad (3.10.30)$$

### 3.10.10 Ubicación del centro de corte mecánico

Las coordenadas del centro de corte mecánico, respecto a los ejes principales ( $\xi \eta$ ), se obtiene a partir de las ecuaciones (3.10.31) y (3.10.32) respectivamente.:

$$\xi_c = \frac{(Esw\xi)}{(E I_\xi)^*} \quad (3.10.31)$$

$$\eta_c = \frac{(Esw\eta)}{(E I_\eta)^*} \quad (3.10.32)$$

Si se usa el centro de corte mecánico como polo resulta:  $\xi_c = 0$ ,  $\eta_c = 0$ . En este caso, se cumple que los momentos lineales sectoriales mecánicos se anulen.

### 3.10.12 Restricción al alabeo

Cuando el alabeo por torsión está restringido, se originan esfuerzos secundarios. El flujo secundario está representado por la ecuación (3.10.33)

$$qw(s) = \frac{d^3\theta}{dx^3} \int_0^s \bar{w}(s) A_i ds \quad (3.10.33)$$

donde  $\bar{w}(s)$  es el área sectorial principal definida por la ecuación (3.10.34).

$$\bar{w}(s) = w_1(s) - w_0 \quad (3.10.34)$$

y tomando el centro de corte como polo, tenemos:

$$w_1(s) = \int_I^s R(s'') ds \quad (3.10.35)$$

$$w_0 = \frac{1}{(AE)} \int_s w_1(s) A_i ds \quad (3.10.36)$$

El giro  $\theta$  se obtiene resolviendo la ecuación general de la torsión.

### 3.10.13 Deformaciones de la viga

Las deformaciones de la viga se determinan utilizando las fórmulas referidas a ejes principales ( $\xi \eta$ ). Por lo tanto, la deformación axial  $\epsilon_x$ , las dos curvaturas por flexión  $\epsilon_\eta$ ,  $\epsilon_\xi$ , y el giro por unidad de longitud  $\beta$  se obtienen mediante la ecuación (3.10.37).

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{N}{(EA)} \\ \kappa_\eta &= \frac{M_\eta}{(EI_\eta)} \\ \kappa_\xi &= \frac{M_\xi}{(EI_\xi)} \\ \beta &= \frac{T}{(GJ_R)} \end{aligned} \quad (3.10.37)$$

### 3.10.14 Deformaciones en los segmentos

La deformación normal  $\epsilon_s^i(s)$  en la superficie media en cualquier punto del contorno puede calcularse a través de la deformación de la viga (ecuación 3.10.37) como se expresa en la ecuación (3.10.38).

$$\epsilon_x^i(s) = \frac{N}{EA} + \xi(s) \frac{M_\eta}{EI_\eta} - \eta(s) \frac{M_\xi}{EI_\xi} - \frac{d^2\theta}{dx^2} \bar{w}(s) \quad (3.10.38)$$

La curvatura por flexión  $\kappa_x^i$ , que es única para cada segmento, se calcula a partir de las deformaciones de la viga (ecuación 3.10.37) como se expresa en la ecuación (3.10.39).

$$\kappa_x^i = \kappa_\eta \cos \alpha_\eta^i + \kappa_\xi \sin \alpha_\eta^i \quad (3.10.39)$$

donde  $\alpha_\eta^i$  es el ángulo que forma el segmento  $i$  con el eje principal  $\eta$ .

La curvatura por torsión  $\kappa_{xs}^i$ , expresada mediante la ecuación (3.10.40), tiene un valor único para toda la sección y se deducen a partir del giro por unidad de longitud de la viga  $\beta$ . El giro  $\beta$  se determina mediante la ecuación (3.10.41), siendo  $n$  en número de segmentos.

$$\kappa_{xs}^i = \left\{ \begin{array}{l} -2T/(GJ_R) \text{ sección abierta} \\ -T/(GJ_R) \text{ sección cerrada} \end{array} \right\} \quad (3.10.40)$$

$$\beta = \frac{q}{2\Gamma_{s''}} \oint_s \frac{ds}{F_i} = \frac{q}{[2\Gamma_{s''}]} \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{F_i} \quad (3.40.41)$$

El signo menos en la ecuación (3.10.40) se debe a que el momento torsor en la viga se adopta como positivo en sentido anti horario, mientras que el momento torsor en la placa laminada  $M_{xs}^i$  es positivo en sentido horario.

Para determinar la deformación de corte  $\gamma_{xs}^i$  expresada en la ecuación (3.10.43), es necesario primero conocer el flujo de corte total  $q(s)$  representado por la ecuación (3.10.42), que incluye flujo de corte por corte, torsión y restricción al alabeo, dicho flujo actúa en el eje local  $s''$  (Figura 3.8).

$$q(s) = q_\eta(s) + q_\xi(s) + q_T(s) + q_w(s) \quad (3.10.42)$$

donde el último término corresponde al alabeo restringido.

La deformación de corte  $\gamma_{xs}^i$  en la superficie media del segmento laminado se obtiene mediante la ecuación (3.10.43).

$$\gamma_{xs}^i(s) = \frac{N_{xs}^i - C_i \kappa_{xs}^i}{F_i} = \frac{q(s)}{F_i} - e_q^i \kappa_{xs}^i \quad (3.10.43)$$

### 3.11 PANDEO LINEAL EN SEGMENTOS RECTOS

La carga crítica al pandeo por unidad de longitud de una placa rectangular, ortótropa, simétrica, con sus cuatro bordes simplemente apoyados y la carga actuando en uno de sus bordes, se expresa mediante la ecuación (3.11), ver referencia [2], Capítulo 9, Página 279.

$$N_x^{CR} = \frac{\pi^2 D_{22}}{b^2} \left[ m^2 \frac{D_{11}}{D_{22}} \left( \frac{b}{a} \right)^2 + 2 \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{22}} + \frac{1}{m^2} \left( \frac{a}{b} \right)^2 \right] \quad (3.11)$$

Los términos  $D_{11}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{12}$  y  $D_{66}$  representan las rigideces flexionales, las cuales se obtienen a partir de la ecuación (3.8.5).

El término  $m$  es el número de semiondas de pandeo a lo largo de la dirección de la carga (Figura 3.9). La longitud y el ancho de la placa están dados por  $a$  y  $b$  respectivamente.

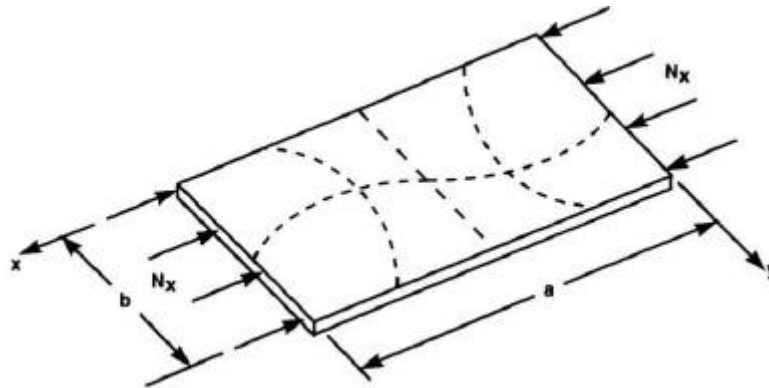


Figura 3.9: número de semiondas ( $m$ ) de pandeo a lo largo de la dirección de la carga.

### 3.12 DEFLEXION EN LAMINADOS

La deflexión de un laminado ortótropo (con longitud  $L_y$  y ancho  $L_x$ ) y una lámina isotrópica (con longitud  $L'y$  y ancho  $L'x$ ) son similares cuando se cumple la relación (3.12.1), ver referencia [4], Capítulo 4, Página 95.

$$L'x = \frac{Lx}{\sqrt[4]{\frac{D_{11}}{D_{22}}}} \quad L'y = Ly \quad (3.12.1)$$

Para una placa isotrópica de longitud  $L$  solicitada a una carga uniforme por unidad de longitud ( $q$ ), empotrada en uno de sus extremos y el otro extremo libre, la deflexión máxima ( $\delta_{max}$ ) se obtiene mediante la ecuación (3.12.2)

$$\delta_{max} = \frac{q L^4}{8 EI} + \frac{q L^2}{2 GA} \quad (3.12.2)$$

donde los términos  $EI$  y  $GA$  son las rigideces de flexión y de corte respectivamente.

### 3.13 ANALISIS COMPUTACIONAL DE MATERIALES COMPUESTOS

En el Método de Elementos Finitos (MEF), un problema continuo es reemplazado por un problema discreto que puede entonces ser computado gracias a la gran capacidad de procesamiento que tienen hoy en día las computadoras. La solución a este problema discreto es una solución aproximada del problema original cuya precisión está basada en las muchas decisiones que son hechas en el proceso numérico.

El primer paso de una simulación de este tipo involucra la construcción de una malla en el dominio computacional (dominio donde los fenómenos físicos bajo interés ocurren) de forma tal de reemplazar la región continua por medio de la unión finita de elementos tales como triángulos, cuadriláteros, tetraedros, prismas, hexaedros, etc., basados en la dimensión (ver Figura 3.10). Estos son los llamados elementos finitos y para cada uno de ellos, existen diferentes formulaciones que definen su comportamiento. Luego se reconstruye el sistema original a partir de estos componentes para estudiarlo globalmente.

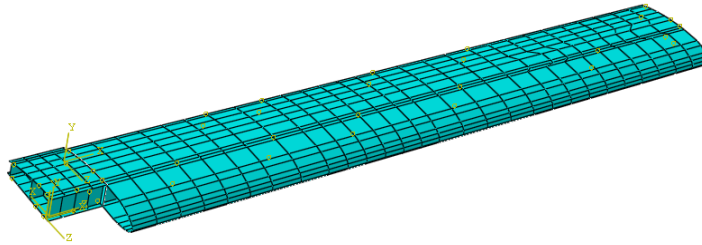


Figura 3.10: Mallado de un ala con elementos cuadrilátero.

Aunque las estructuras continuas son inherentemente tridimensionales en algunos casos su comportamiento puede describirse adecuadamente por modelos matemáticos uni o bidimensionales. Así ocurre, por ejemplo, con los problemas de flexión de placas, en los que el análisis se limita al estudio de la deformación en el plano medio de la placa, y con todas las estructuras en las que puede hacerse uso de las hipótesis simplificativas de la elasticidad bidimensional o de revolución (ej. Presas, túneles, depósitos, etc.).



# CAPÍTULO 4 ANÁLISIS DEL PROBLEMA

## 4.1 RESISTENCIA DEL LAMINADO

Mediante el empleo de la teoría de vigas de pared delgada para materiales compuesto se comprueba que la resistencia a la primera falla del ala cumpla con el coeficiente de seguridad establecido por la norma OTAN AEP-83, (el cual es de 4.1 en el caso de ráfagas). Para comprobar la resistencia es necesario obtener los esfuerzos internos en cada tramo del ala. Estos esfuerzos son obtenidos mediante la ecuación constitutiva condensada (ecuación 3.10.3) utilizando las deformaciones para un tramo de la sección. Las deformaciones del segmento son calculadas a partir de la ecuación (3.10.30) hasta la ecuación (3.10.35). Una vez calculado los esfuerzos y conociendo la resistencia a rotura de las láminas, se obtendrá el coeficiente de seguridad mediante el criterio de falla cuadrático Tsai-Wu (ecuación 3.5.2).

El programa SECCION (referencia [5]), creado por el profesor Julio C. Massa, perteneciente al Departamento de Estructura de la Universidad Nacional de Córdoba, emplea las ecuaciones que permiten calcular las deformaciones, esfuerzos internos y los coeficientes de seguridad en cada tramo. Por lo que se hace uso del programa para obtener los coeficientes de seguridad.

Previo al análisis de la resistencia del laminado, es necesario disponer de una serie de datos, los cuales servirán para ejecutar el programa SECCION. A continuación se detalla los datos requeridos:

1. Mediante el cálculo de las rigideces de las láminas (ecuación 3.6.1 hasta la ecuación 3.6.4) se obtendrán las rigideces reducidas de las láminas (ecuación 3.3.4). Las rigideces reducidas relacionan la tensión y deformación en una lámina.
2. Realizar una descripción geométrica de las láminas en lo que respecta al ángulo que forma sus respectivas fibras y el orden en que se encuentran ubicadas en el laminado. Esto permitirá conocer las rigideces reducidas transformadas (ecuación 3.4.2) y luego, mediante una serie de hipótesis, los elementos de la matriz de rigidez condensada (ecuación 3.10.3).
3. Conociendo los elementos de la matriz condensada y las coordenadas de cada tramo a partir de un sistema de referencia global permite obtener las propiedades de las secciones, dadas por la ecuación (3.10.10) hasta la ecuación (3.10.36). Estas propiedades son necesarias para resolver el problema general de flexión y torsión.
4. Introduciendo las cargas externas máximas actuante en cada sección del ala en el programa SECCION se obtienen las deformaciones en dicha sección mediante la ecuación (3.10.37). Estas deformaciones serán empleadas por el programa y reemplazadas en la ecuación (3.10.38) hasta la ecuación (3.10.43), y obtener de esta manera la deformación en cada tramo de la sección del ala.

Con el propósito de introducir como datos en los programas SECCION, todas las cargas externas que actúan sobre el ala (sustentación, resistencia y peso) serán discretizadas en cargas puntuales.

## 4.2 DEFLEXION DEL ALA

Un procedimiento para evaluar la rigidez a la flexión  $EI$  y al corte  $GA$ , que son obtenidas en forma analítica, es calcular la deflexión del ala mediante la ecuación (3.12.2) y comparar los resultados obtenidos mediante el ensayo de flexión del ala.

Cada estación que compone el ala se caracteriza por tener diferentes rigideces a la flexión y al corte. Teniendo en cuenta que la ecuación (3.12.2) no es lineal, no es posible sumar la deflexión de cada estación para obtener el total de la deflexión del ala. Por tal motivo, se propone un método aproximado para calcular la deflexión, el cual consiste en obtener un promedio ponderado de las diferentes rigideces y de las cargas externas de cada estación, con lo cual se obtiene una sola rigidez y una sola carga distribuida en el ala, y es posible aplicar la ecuación (3.12.2).

## 4.3 USO DE ELEMENTOS FINITOS

Con el propósito de comparar los resultados de los coeficientes de seguridad que fueron obtenidos mediante el programa SECCION, y la deflexión del ala obtenida a partir de la ecuación de deflexión de vigas, se hará uso de elementos finitos empleando el programa Abaqus SE ®.

En el análisis de la carga crítica al pandeo de placas del ala se debe tener en cuenta las siguientes características:

- la geometría de las placas es una combinación de segmentos rectos y curvilíneos.
- las secciones varían de espesor a lo largo del ala; por lo tanto, las propiedades de las secciones cambian.
- Existe más de un estado de carga interna actuando en las placas (esfuerzos axiales, cortantes y flexionales).

Entonces, disponer de una ecuación diferencial que contemple todas las características mencionadas anteriormente resulta inviable; por lo tanto, se hará uso de los elementos finitos para analizar el pandeo lineal en el ala.

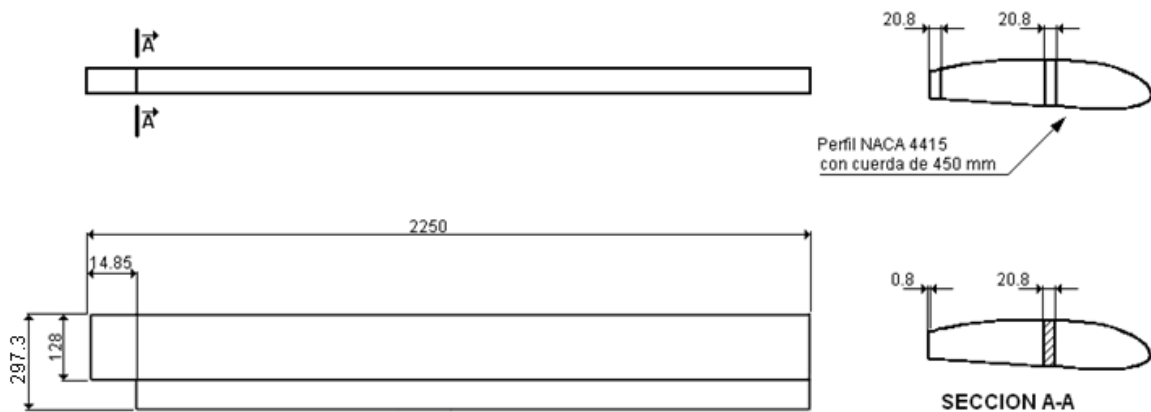


## 4.4 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DEL ALA

A continuación, se hace una descripción del ala a analizar. El ala se caracteriza por ser: un monoplano alto, planta rectangular, con diedro y flecha neutros.

## 4.5 ESQUEMA DEL SEMI-ALA SIN ALERONES

En la Figura 4.1 se presenta un esquema geométrico de la semi-ala con sus dimensiones en milímetros. No se tiene en cuenta los alerones del ala porque se asume que no contribuyen a la resistencia estructural.



## 4.6 ELEMENTOS QUE CONFORMAN LA SECCION DEL ALA

En este apartado, se describen los elementos que conforman la sección del ala. Como se puede ver en el esquema de la sección de la raíz del semi-ala, representada en la Figura 4.2, el larguero principal y una parte del larguero secundario están formados por dos platabandas. Estas platabandas están construidas con cordones de fibra de vidrio *E*. La superficie del extradós e intradós están fabricadas con el enrollado de telas de fibra de vidrio *E*. Cada par de capas que forman la superficie del intradós y extradós está alternada por un núcleo de goma espuma de cinco milímetros.

El alma del larguero está conformada por tres capas de tela de fibra de vidrio *E* de 220 gramos, orientadas a 45 grados y recubierto por la misma tela para adherirla al recubrimiento. Cada lámina está separada por una capa de goma espuma de cinco milímetros.

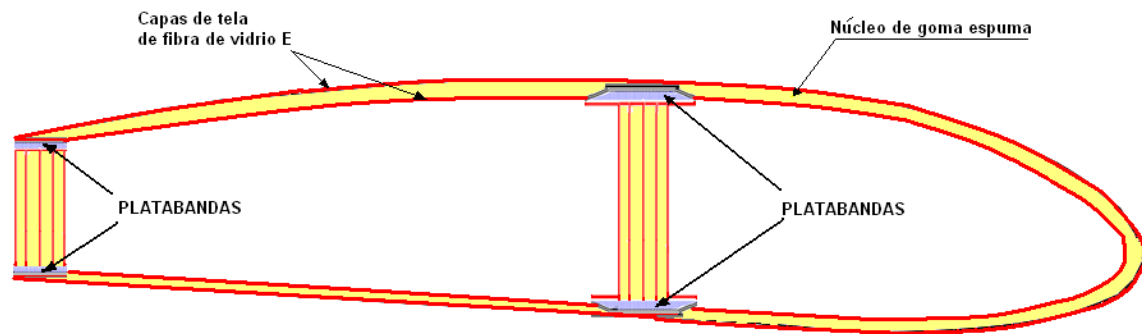


Figura 4.2: Esquema de la sección de la raíz del semi-ala.

## 4.7 ESTACIONES DEL ALA

El ala está conformada por seis estaciones distribuidas en dirección de la envergadura, tal como se muestra en la Figura 4.3.

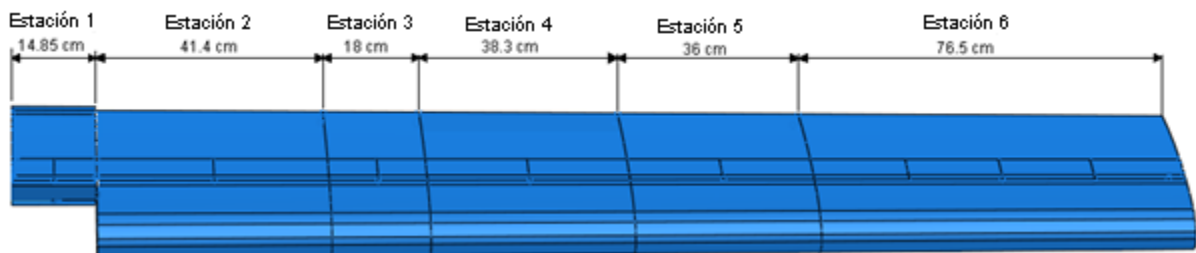


Figura 4.3: Distribución de las estaciones del ala

### 4.7.1 Descripción de cada estación:

- Estación 1: comienza desde el plano longitudinal de la aeronave y se prolonga en dirección de la envergadura del ala con una longitud de 14.85 cm. Se diferencia con las restantes secciones por no tener borde de ataque (Figura 4.4). El extradós e intradós están compuesto por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, la segunda es de 220 gr/m<sup>2</sup> a 0°, luego goma espuma de 5mm y por encima dos capas más de telas de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45° y 0° respectivamente. Las platabandas de los largueros poseen cada una 14 cordones.



Figura 4.4: Esquema geométrico de la estación 1

Mientras que a partir de la estación 2 y hasta la estación 6 el larguero secundario no posee platabandas y el alma está compuesta por tres capas de tela de fibra de vidrio E de 220 gramos, orientadas a 45 grados, y recubierto por la misma capa para adherirla al recubrimiento como se puede ver en la Figura 4.5.

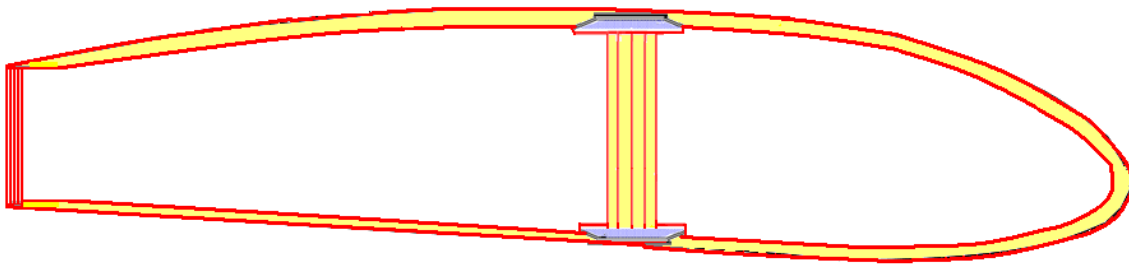


Figura 4.5: Esquema geométrico de las estaciones 2, 3, 4, 5 y 6.

- Estación 2: es la continuación de la estación 1 y tiene una longitud de 41.4 cm a lo largo de la envergadura del ala. El extradós e intradós están compuestos por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, la segunda es de 220 gr/m<sup>2</sup> a 0°, luego goma espuma de 5 mm y por encima dos capas más de telas de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45° y 0° respectivamente. Las platabandas del larguero principal poseen cada una 14 cordones.
- Estación 3: es la continuación de la estación 2 y tiene una longitud de 18 cm a lo largo de la envergadura del ala. El extradós e intradós están compuestos por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, la segunda es de 220 gr/m<sup>2</sup> a 0°, luego goma espuma de 5mm y por encima una capa más de telas de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45°. Las platabandas del larguero principal poseen cada una 14 cordones.

- Estación 4: es la continuación de la estación 3 y tiene una longitud de 38.25 cm a lo largo de la envergadura del ala. El extradós e intradós están compuestos por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, la segunda es de 220 gr/m<sup>2</sup> a 0°, luego goma espuma de 5mm y por encima una capa más de tela de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45°. Las platabandas del larguero principal poseen cada una 10 cordones.
- Estación 5: es la continuación de la estación 4 y tiene una longitud de 36 cm a lo largo de la envergadura del ala. El extradós e intradós están compuestos por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, luego goma espuma de 5 mm y por encima una capa más de tela de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45°. Las platabandas del larguero principal poseen cada una 10 cordones.
- Estación 6: es la continuación de la estación 5 y tiene una longitud de 76.5 cm a lo largo de la envergadura del ala. El extradós e intradós están compuestos por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, luego goma espuma de 5 mm y por encima una capa más de tela de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45°. Las platabandas del larguero principal no poseen cordones.

Tabla 4.1: Resume de los materiales y sus cantidades que se emplean en cada una de las estaciones

| MATERIAL  | ESTACION |    |    |    |    |   |
|---|----------|----|----|----|----|---|
|   | 1        | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| Capas de 90 gramos para el extradós e intradós        | 1        | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| Capas de 220 gramos para el extradós e intradós       | 3        | 3  | 2  | 2  | 1  | 1 |
| Cordones para cada platabanda del larguero principal  | 14       | 14 | 14 | 10 | 10 | 0 |
| Cordones para cada platabanda del larguero secundario | 14       | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |

# CAPÍTULO 5 RESULTADOS NUMERICOS

## 5.1 RIGIDEZ POR RESISTENCIA DE MATERIALES

Empleando las propiedades mecánicas de los materiales definidas en Capítulo 3 y mediante la ecuación (3.6.1) hasta la ecuación (3.6.4) se procede a calcular la rigidez de los elementos que componen a la sección del ala.

- Módulo elástico del cordón con matriz epoxi en dirección de la fibra:

$$E_1 = E_m * V_m + E_f * V_f \quad (3.6.1)$$

$$E_1 = 35204 \text{Kg/cm}^2 * 0.25 + 720000 \text{Kg/cm}^2 * 0.75 = 548801 \text{ kg/cm}^2$$

- Módulo elástico del cordón con matriz epoxi en dirección perpendicular a la fibra:

$$E_2^{-1} = V_f / E_f + V_m / E_m \quad (3.6.2)$$

$$E_2 = \frac{7200000 \text{Kg/cm}^2 * 35204 \text{Kg/cm}^2}{0.25 * 720000 \text{ Kg/cm}^2 + 0.75 * 35204 \text{Kg/cm}^2} = 122802 \text{ kg/cm}^2$$

- Módulo de rigidez transversal:

$$G_{12} = V_f / G_f + V_m / G_m \quad (3.6.4)$$

$$G_{12} = [0.75 / 306122 \text{Kg/cm}^2 + 0.25 / 13132 \text{Kg/cm}^2]^{-1} = 46538 \text{ kg/cm}^2$$

- Módulo de Poissón:

$$\begin{aligned} V_{12} &= V_f * V_f + V_m * V_m \\ V_{21} &= V_{12} * E_2 / E_1 \end{aligned} \quad (3.6.3)$$

$$V_{12} = 0.25 * 0.34 + 0.75 * 0.21 = 0.2425$$

$$V_{21} = \frac{0.2425 * 122802 \text{Kg/cm}^2}{548801 \text{Kg/cm}^2} = 0.054$$

- Módulo elástico de la tela con matriz epoxi en dirección de la fibra:

$$E_1 = 720000 \text{Kg/cm}^2 * 0.5 + 75204 \text{Kg/cm}^2 * 0.5 = 397602 \text{ kg/cm}^2$$

- Módulo elástico de la con matriz epoxi en dirección perpendicular a la fibra:

$$E_2 = \frac{720000 \text{Kg/cm}^2 * 35204 \text{Kg/cm}^2}{0.5 * 720000 \text{ Kg/cm}^2 + 0.5 * 35204 \text{Kg/cm}^2} = 136183 \text{ kg/cm}^2$$

- Módulo de rigidez transversal:

$$G_{12} = [0.5 / 13132 \text{Kg/cm}^2 + 0.5 / 306122 \text{Kg/cm}^2]^{-1} = 25183 \text{ kg/cm}^2$$

- Módulo de Poissón:

$$V_{12} = 0.5 * 0.21 + 0.5 * 0.34 = 0.275$$

$$V_{21} = \frac{0.2425 * 136183 \text{Kg/cm}^2}{397602 \text{Kg/cm}^2} = 0.094$$

Gráfico 5.1: Módulos elástico de los materiales empleados en el ala

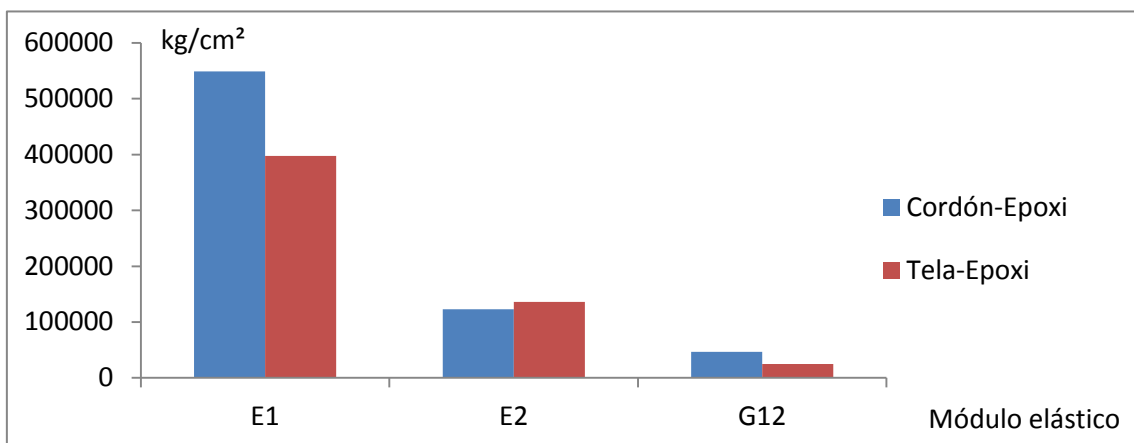
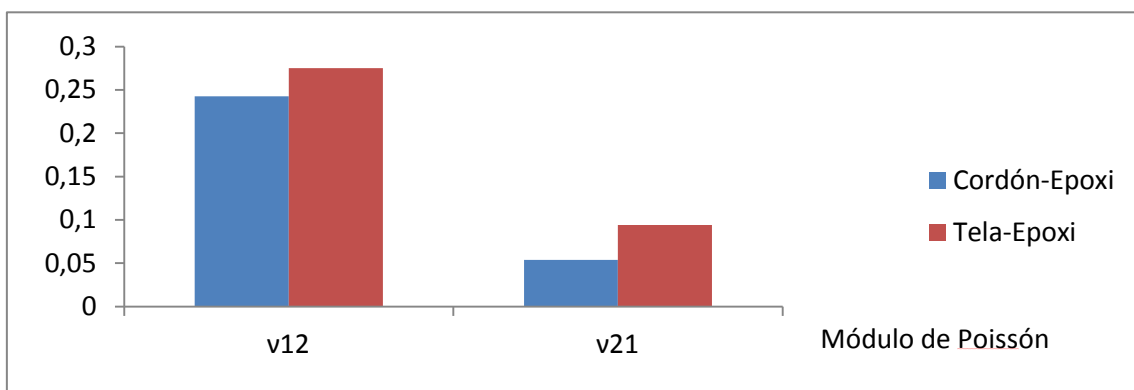


Gráfico 5.2: Módulos de Poissón de los materiales empleados en el ala



## 5.2 ESPESORES DE LAS TELAS

Los espesores de las telas se obtienen de la ecuación (3.7.1)

$$t_c = \frac{w}{1000 * \rho_f * V_f} \quad (3.7.1)$$

- Para la tela de 90 gr/m<sup>2</sup>:

$$t_c = \frac{90 \text{ gr/m}^2}{1000 * 2.7 \text{ gr/cm}^3 * 0.5} = 0.0072 \text{ cm}$$

- Para la tela de 220 gr/m<sup>2</sup>:

$$t_c = \frac{220 \text{ gr/m}^2}{1000 * 2.7 \text{ gr/cm}^3 * 0.5} = 0.016 \text{ cm}$$

## 5.3 CARGAS EXTERNAS ACTUANDO EN EL ALA

El análisis estructural se realiza teniendo en cuenta que la aeronave tiene una configuración de máxima sollicitación; esto implica sustentarse con un ángulo de ataque de 9° a una velocidad de 20.45 m/s.

### 5.3.1 Distribución de las cargas másicas

Por tratarse de un ala de planta rectangular con un leve incremento del espesor del recubrimiento en la zona de raíz y el larguero con mayor cantidad de cordones aplicado en dicha zona, se adopta la siguiente distribución de masa por unidad de longitud:

- desde el plano longitudinal y hasta la mitad del semi-ala la masa es de 1.91 kg/cm.
- desde la mitad del semi-ala hasta la puntera la masa es de 1.56 kg/cm.

como se puede ver en la Figura 5.1.

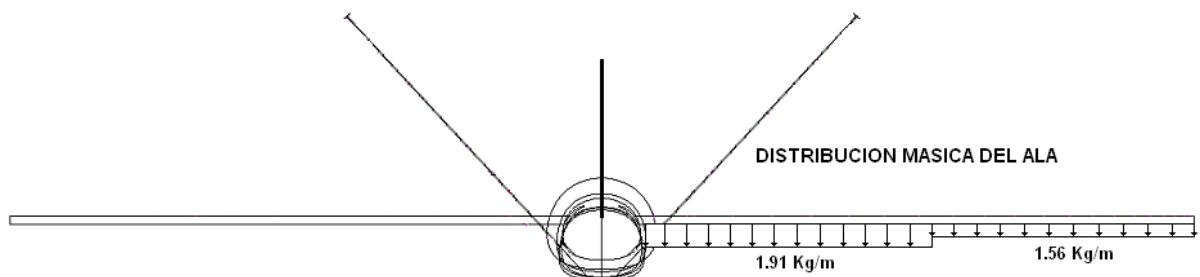


Figura 5.1: Distribución de la masa del semi-ala.

### 5.3.2 Distribución de sustentación

La distribución del coeficiente de sustentación del avión completo ( $C_L$ ), obtenido mediante el software XFLR5 para un ángulo de ataque de  $9^\circ$ , se muestra en la Figura 5.2.

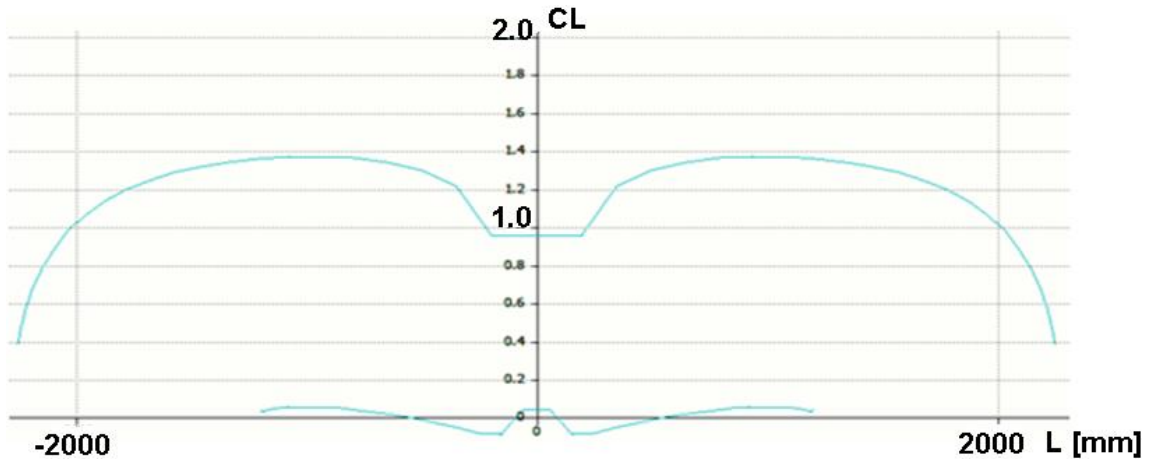


Figura 5.2: Distribución del coeficiente de sustentación del avión completo ( $C_L$ )

### 5.3.3 Momento torsor

En la Figura 5.3 se puede observar que, para un ángulo de ataque de  $9^\circ$ , la resultante de la sustentación actúa próximo al 25% de la cuerda. En el caso de la resultante de la fuerza másica del ala se puede considerar como una fuerza aplicada por detrás del 40% de la cuerda. Ambas cargas externas generan un momento torsor.

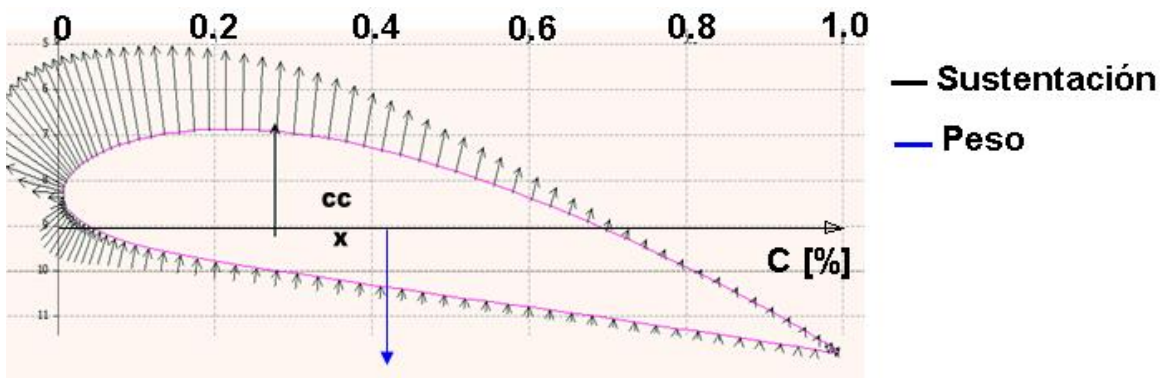


Figura 5.3: Momento torsor del ala generado por la acción de la sustentación y el peso.

### 5.3.4 Resistencia Aerodinámica

El coeficiente de resistencia aerodinámico del avión completo ( $C_D$ ) se obtiene mediante el software XFLR5, y se expresa en la ecuación (5.3.1).

$$C_D = C_L/9.23 \quad (5.3.1)$$



## 5.4 DISCRETIZACION DE LAS CARGAS ACTUANTES

En la Figura 5.4 se muestra la discretización de la sustentación en cargas puntuales, este esquema de definición de las cargas se ha aplicado al resto de las cargas actuantes sobre el ala.

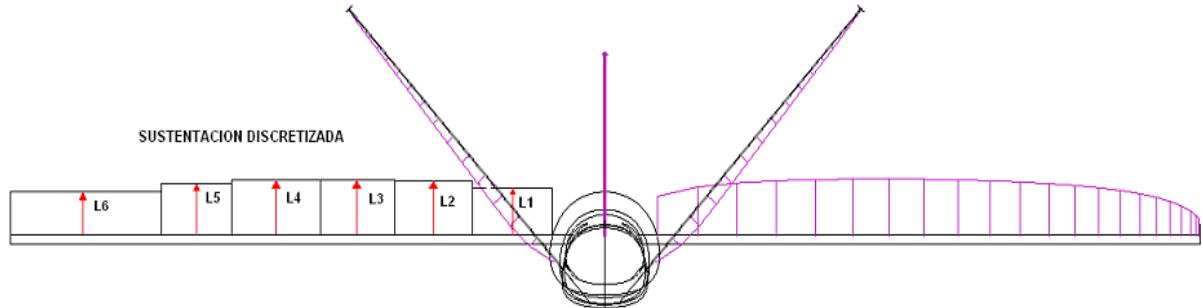


Figura 5.4: Esquema de la discretización de la sustentación en cargas puntuales.

A su vez, estas cargas puntuales son divididas en magnitudes más pequeñas, con lo cual se logra una mejor distribución sollicitaciones sobre el ala. La distribución de todas las cargas puntuales se muestran en la Figura 5.5.

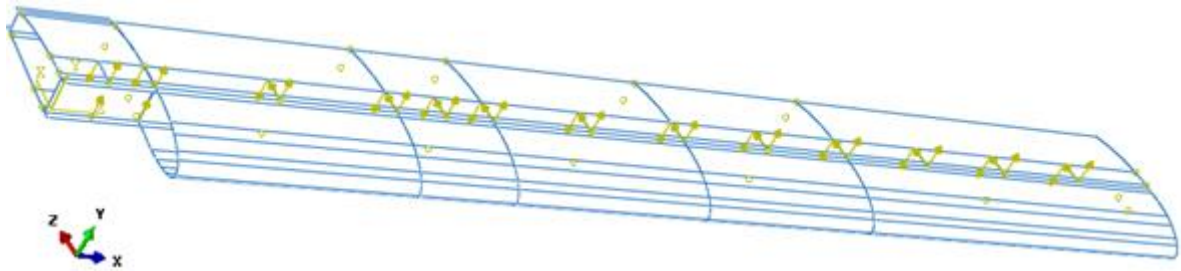


Figura 5.5: Cargas puntuales actuando sobre el ala.

Para discretizar la sustentación se realiza un promedio en la distribución de los coeficientes de sustentación (Figura 5.2) para cada una de las seis estaciones definidas en el apartado 4.7. Luego, se reemplaza los coeficientes obtenidos en la ecuación (5.4.1) de sustentación.

$$L = \frac{1}{2} * C_{LP} * \rho * V^2 * C * \Delta x \quad (5.4.1)$$

Siendo:

L: Sustentación [N].

$C_{LP}$ : Coeficiente de sustentación promedio en cada estación.

$\rho$ : es la densidad del aire a nivel del mar, igual a  $1.2 \text{ Kg/m}^3$ .

V: es la máxima velocidad para  $9^\circ$  de ángulo de ataque, igual a  $20.45 \text{ m/s}$ .

C: es la cuerda del ala, igual a  $0.45 \text{ m}$ .

$\Delta x$ : es la longitud de cada sección en metros.

La resistencia aerodinámica del avión completo (D) se obtiene mediante la ecuación (5.3.2)

$$D = \frac{1}{2} * C_{DP} * \rho * V^2 * C * \Delta x \quad (5.3.2)$$

Siendo:

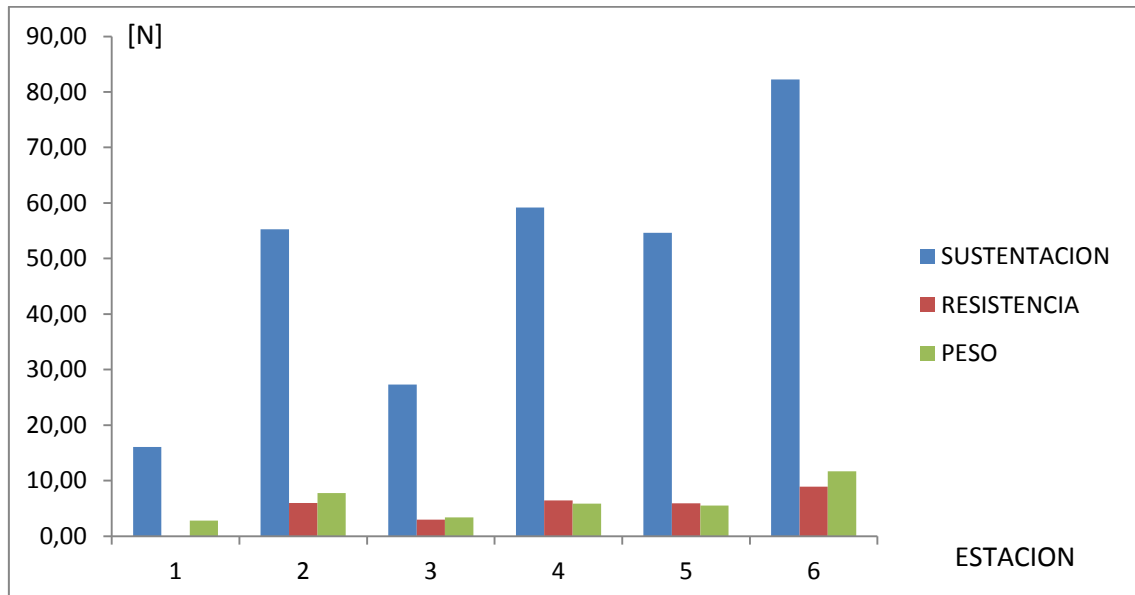
D: Resistencia.

$C_{DP}$ : Coeficiente de resistencia promedio en cada estación.

Tabla 5.1: muestra las cargas externas discretizadas para cada una de las estaciones del semi-ala, y estos son los valores en los programas de cálculo.

| ESTACION | $C_{LP}$ | $\Delta x$ [m] | SUSTENTACION [N] | RESISTENCIA[N] | PESO[N] |
|----------|----------|----------------|------------------|----------------|---------|
| 1        | 0,9581   | 0,149          | 16,06            | 0,000          | 2,782   |
| 2        | 1,1823   | 0,414          | 55,27            | 5,988          | 7,757   |
| 3        | 1,3428   | 0,180          | 27,29            | 2,957          | 3,373   |
| 4        | 1,3704   | 0,383          | 59,19            | 6,413          | 5,854   |
| 5        | 1,3447   | 0,360          | 54,66            | 5,922          | 5,509   |
| 6        | 0,9521   | 0,765          | 82,24            | 8,910          | 11,707  |

Grafico 5.3: Distribución de las cargas externas actuando sobre cada estación del ala.



### 5.4.1 Configuración de las cargas externas para el programa SECCION

Las cargas externas obtenidas en el análisis anterior son introducidas en el programa SECCION de la siguiente manera:

- Primero, se ha considerando la estación 6 en voladizo con su longitud correspondiente, y se han introducido en el programa las magnitudes y coordenadas de las cargas externas que actúan en dicha estación, como se muestra en la Tabla 5.2. Luego se ejecuta el programa y se obtienen los resultados de las cargas internas. En la Figura 5.6 se observa a la estación 6 en voladizo con la distribución de cargas puntuales introducidas como dato en el programa.
- A continuación, se ha considerado a la estación 5 en voladizo su longitud correspondiente mas la longitud correspondiente a la estación 6, y se han introducido en el programa las magnitudes y coordenadas de las cargas externas correspondiente a las estaciones 5 y 6 como se muestra en la Tabla 6.3. Luego se ejecuta el programa y se obtienen los resultados de las cargas internas. En la Figura 5.7 se observa a la estación 6 en voladizo con la distribución de cargas puntuales introducidas como dato en el programa. El proceso continua con las demás secciones y con la misma secuencia.

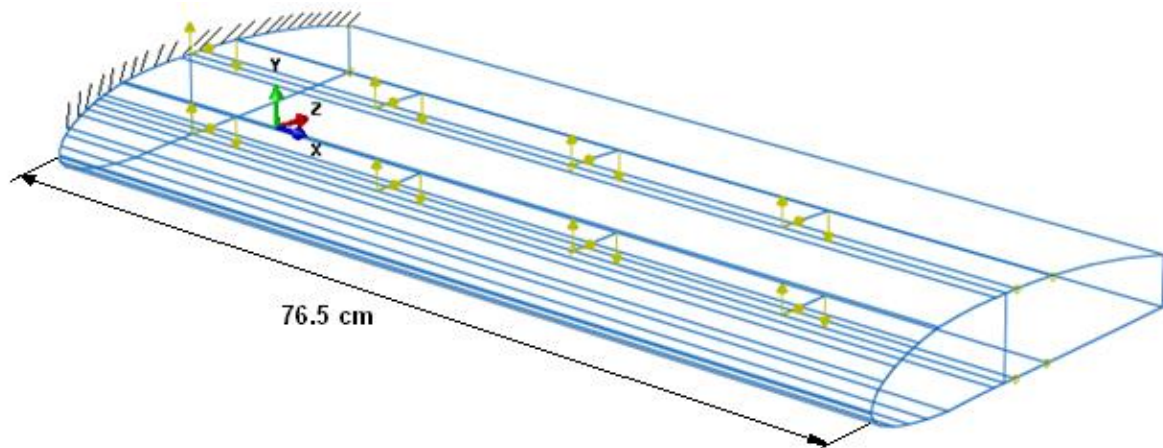


Figura 5.6: Estación 6 en voladizo con la distribución de cargas puntuales introducidas como dato en el programa.

Tabla 5.2: Magnitudes y coordenadas de las cargas externas actuando en la sección 6

---

CARGAS ACTUANTES

| FuerzaX | FuerzaY | FuerzaZ | CoorXfu | CoorYfu | CoorZfu |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.000   | 4.192   | 0.000   | 38.250  | 4.732   | 1.040   |
| 0.000   | 4.192   | 0.000   | 38.250  | -1.452  | 1.040   |
| 0.000   | 0.000   | 0.454   | 38.250  | 4.732   | 1.040   |
| 0.000   | 0.000   | 0.454   | 38.250  | -1.452  | 1.040   |
| 0.000   | -0.597  | 0.000   | 38.250  | 4.510   | 5.723   |
| 0.000   | -0.597  | 0.000   | 38.250  | -1.040  | 5.723   |

---

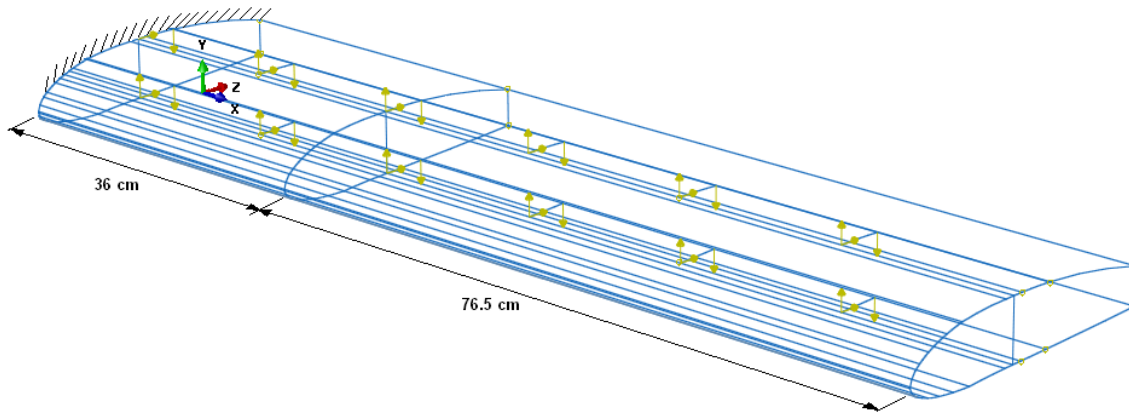


Figura 5.7: Estación 5 en voladizo con la distribución de cargas puntuales introducidas como dato en el programa.

Tabla 5.3: Magnitudes y coordenadas de las cargas externas actuando en la sección 5

-----  
 CARGAS ACTUANTES

| FuerzaX | FuerzaY | FuerzaZ | CoorXfu | CoorYfu | CoorZfu |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.000   | 2.786   | 0.000   | 18.000  | 4.732   | 1.040   |
| 0.000   | 2.786   | 0.000   | 18.000  | -1.452  | 1.040   |
| 0.000   | 0.000   | 0.302   | 18.000  | 4.732   | 1.040   |
| 0.000   | 0.000   | 0.302   | 18.000  | -1.452  | 1.040   |
| 0.000   | -0.281  | 0.000   | 18.000  | 4.700   | 5.723   |
| 0.000   | -0.281  | 0.000   | 18.000  | -1.400  | 5.723   |
| 0.000   | 4.192   | 0.000   | 74.250  | 4.732   | 1.040   |
| 0.000   | 4.192   | 0.000   | 74.250  | -1.452  | 1.040   |
| 0.000   | 0.000   | 0.454   | 74.250  | 4.732   | 1.040   |
| 0.000   | 0.000   | 0.454   | 74.250  | -1.452  | 1.040   |
| 0.000   | -0.597  | 0.000   | 74.250  | 4.510   | 5.723   |
| 0.000   | -0.597  | 0.000   | 74.250  | -1.040  | 5.723   |

-----

Los momentos producidos por las fuerzas serán calculados por el programa, teniendo en cuenta su punto de aplicación respecto al centro de gravedad mecánico y al centro de corte según corresponda. La componente axial de la carga (fuerza X) produce flexión cuando no actúa en el centro de gravedad mecánico ( $Y_g$ ,  $Z_g$ ).

Las componentes cortantes de la carga (fuerza Y, fuerza Z) producen:

- a) flexión cuando la coordenada x no es nula.
- b) torsión cuando las coordenadas y, z no son las del centro de corte.

## 5.5 CONFIGURACION DE LAS SECCIONES

A continuación, se esquematiza en las Figura 5.8 y Figura 5.9 la ubicación y enumeración de los tramos y nudos de las estaciones que se emplearán en el programa SECCION. La configuración de la sección 1 es diferente al resto de las secciones porque en estas últimas se incorpora el borde de ataque del ala

- ESTACION1

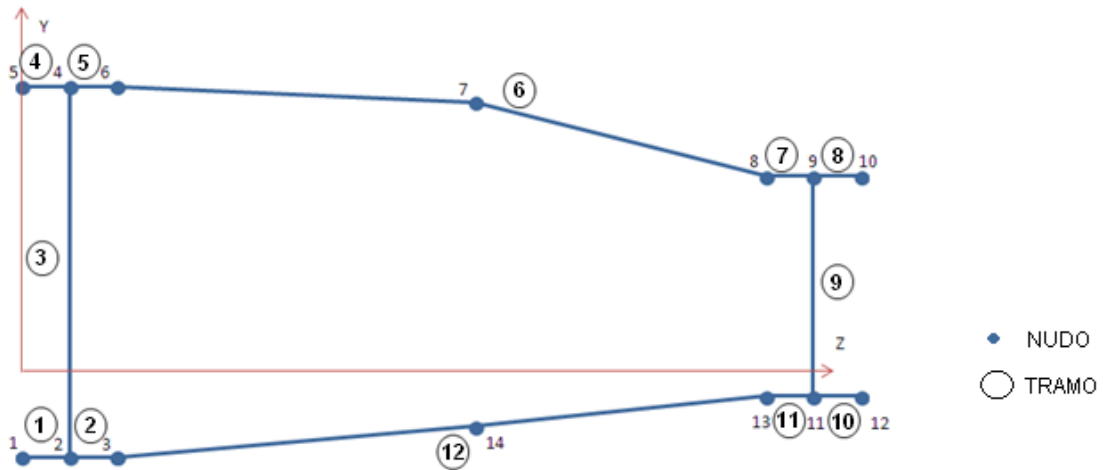


Figura 5.8: Ubicación y enumeración de los tramos y nudos de la estación 1.

- ESTACIONES 2, 3, 4, 5 y 6

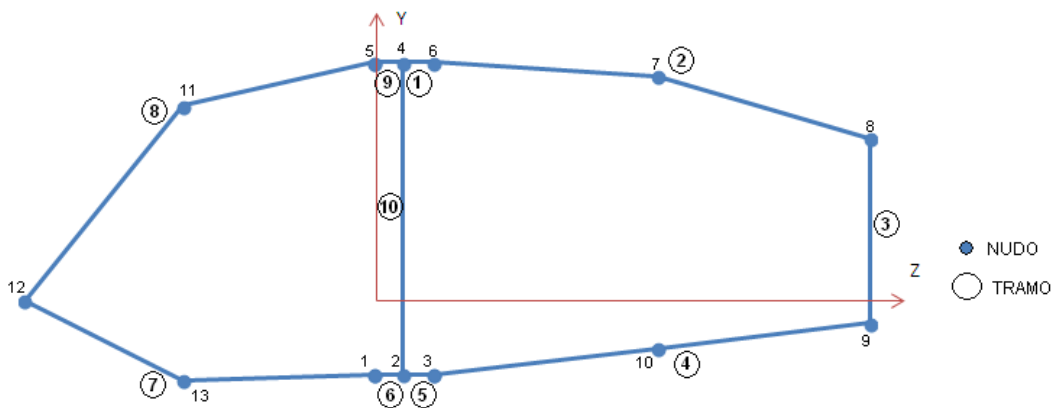


Figura 5.9: Ubicación y enumeración de los tramos y nudos de las estaciones 2, 3, 4, 5 y 6.

Las unidades empleadas en el programa se especifican a continuación: los desplazamientos se dan en [cm], las fuerzas en  $[\vec{kg}]$  y los módulos elásticos en  $[\vec{kg}/cm^2]$ .

## 5.6 COEFICIENTE DE SEGURIDAD EN CADA ESTACION

A continuación, se muestran los resultados de las cargas internas y de los coeficientes de seguridad (CS) obtenidos para cada tramo que compone una estación del ala, con sus respectivos gráficos.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 1

### COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS Y MOMENTOS POR UNIDAD DE LONGITUD |             |             |             | COEF. SEGU |
|-------|-------|---|-------------|-------------|-------------|------------|
|       |       | axial                                     | flector     | corde       | torsor      |            |
| 1     | 0.000 | 0.1411E+03                                | 0.2812E+01  | 0.1809E+01  | -0.1826E+00 | 17.5293    |
| 2     | 1.000 | 0.1399E+03                                | -0.2791E+01 | 0.3143E+01  | 0.1021E+00  | 17.6929    |
| 3     | 0.000 | 0.4131E+01                                | -0.6920E-01 | 0.4795E+01  | -0.2805E+00 | 33.6234    |
| 4     | 1.000 | -0.1284E+03                               | 0.2664E+01  | -0.3311E+00 | -0.1557E+00 | 19.4017    |
| 5     | 1.000 | -0.1295E+03                               | 0.2694E+01  | 0.1119E+01  | -0.1416E+00 | 19.2016    |
| 6     | 0.259 | -0.6884E+01                               | 0.2550E+00  | 0.8597E+00  | -0.5991E-01 | 15.5756    |
| 7     | 1.000 | -0.8252E+02                               | 0.2073E+01  | -0.3540E+00 | -0.1145E+00 | 31.7050    |
| 8     | 0.000 | -0.8363E+02                               | -0.2111E+01 | 0.1063E+01  | 0.7314E-02  | 31.1662    |
| 9     | 0.000 | -0.2141E+01                               | -0.3996E-01 | -0.1351E+01 | -0.2737E+00 | 83.8639    |
| 10    | 1.000 | 0.7736E+02                                | -0.1994E+01 | 0.2308E+01  | 0.3682E-01  | 34.1796    |
| 11    | 1.000 | 0.7849E+02                                | -0.2025E+01 | 0.7973E+00  | 0.2209E-01  | 33.5627    |
| 12    | 1.000 | 0.7753E+01                                | -0.3152E+00 | 0.1787E+01  | -0.1435E+00 | 15.4321    |

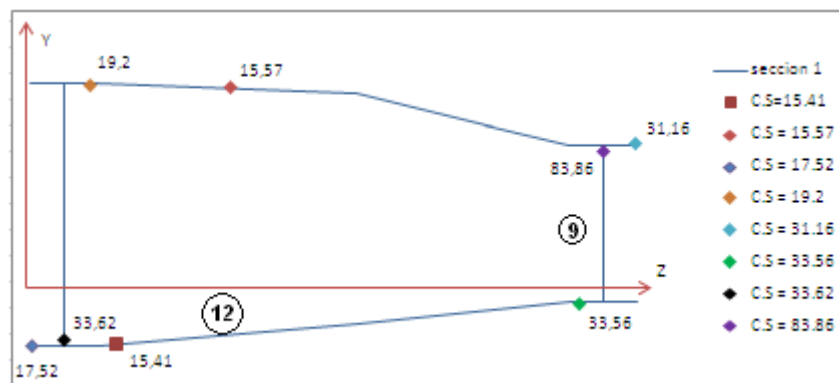


Figura 5.10: Distribución de los CS en la estación 1.

El menor CS es de 15.41 y se ubica en tramo 12, próximo a la platabanda inferior de la viga principal. Mientras que el mayor CS es de 83.86 y se ubica en la viga secundaria. Existe una diferencia notable entre los extremos de los valores de los CS.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 2

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS axiales | Y MOMENTOS flector | POR UNIDAD DE corte | LONGITUD torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|-----------------|--------------------|---------------------|-----------------|------------|
| 1     | 1.000 | -0.1278E+03     | 0.2568E+01         | -0.1287E+01         | -0.1268E+00     | 19.3653    |
| 2     | 0.150 | -0.7159E+01     | 0.2836E+00         | -0.1440E+01         | 0.1033E+00      | 16.5641    |
| 3     | 0.000 | -0.1968E+01     | -0.7952E-05        | -0.2155E+01         | -0.4426E-04     | 79.5600    |
| 4     | 1.000 | 0.6085E+01      | -0.2379E+00        | -0.5457E+00         | 0.2368E-01      | 17.7396    |
| 5     | 1.000 | 0.1189E+03      | -0.2460E+01        | 0.7211E+00          | 0.9777E-01      | 20.9420    |
| 6     | 1.000 | 0.1190E+03      | -0.2449E+01        | 0.1948E+01          | 0.1107E+00      | 20.9349    |
| 7     | 0.313 | 0.7535E+01      | -0.3030E+00        | 0.2255E+01          | -0.1618E+00     | 16.2697    |
| 8     | 0.882 | -0.6479E+01     | 0.2297E+00         | 0.1463E+01          | -0.8871E-01     | 16.1481    |
| 9     | 1.000 | -0.1277E+03     | 0.2581E+01         | 0.5801E-01          | -0.1127E+00     | 19.3709    |
| 10    | 0.000 | -0.2953E+01     | -0.8011E-02        | -0.2192E+00         | -0.4452E-01     | 85.4349    |

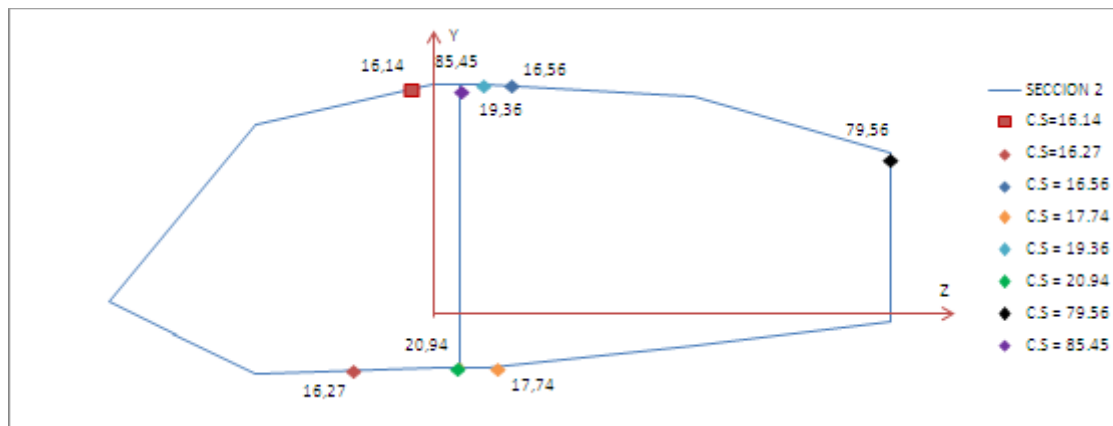


Figura 5.11: Distribución de los CS de la estación 2.

De manera similar a la estación 1, el menor CS se ubica próximo a la platabanda del larguero principal, y los mayores CS se ubican en la viga secundaria. Como se verá a continuación, una situación similar se repite para el resto de las estaciones.

Estos resultados indican que las platabandas trabajan correctamente mostrando las mayores solicitaciones. Por otro lado, se aprecia un notable sobredimensionamiento en la resistencia a primera falla de las láminas que componen a la viga secundaria.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 3

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS axial | Y MOMENTOS flector | POR UNIDAD DE corte | LONGITUD torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|---------------|--------------------|---------------------|-----------------|------------|
| 1     | 1.000 | -0.9668E+02   | 0.1727E+01         | -0.1234E+01         | -0.9901E-01     | 25.2733    |
| 2     | 0.150 | -0.3060E+01   | -0.4585E+00        | -0.1218E+01         | 0.3514E-01      | 24.8860    |
| 3     | 0.000 | -0.1646E+01   | -0.2484E-05        | -0.1719E+01         | -0.3788E-04     | 98.2230    |
| 4     | 1.000 | 0.2423E+01    | 0.4233E+00         | -0.7761E+00         | 0.2711E-01      | 26.4328    |
| 5     | 1.000 | 0.9268E+02    | -0.1691E+01        | 0.5304E+00          | 0.7390E-01      | 26.4492    |
| 6     | 1.000 | 0.9315E+02    | -0.1684E+01        | 0.1767E+01          | 0.9051E-01      | 26.3284    |
| 7     | 0.563 | 0.3213E+01    | 0.4569E+00         | 0.1938E+01          | -0.6257E-01     | 21.9104    |
| 8     | 0.000 | 0.2161E+01    | 0.3236E+00         | 0.1994E+01          | -0.6035E-01     | 23.0264    |
| 9     | 1.000 | -0.9621E+02   | 0.1735E+01         | 0.3183E-01          | -0.8202E-01     | 25.3843    |
| 10    | 0.000 | -0.2280E+01   | -0.2491E-02        | -0.1894E+00         | -0.3811E-01     | 110.3985   |

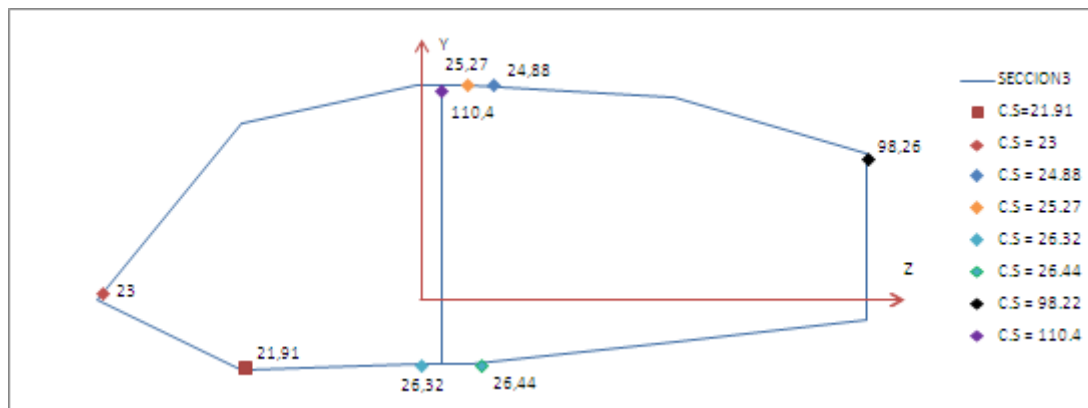


Figura 5.12: Distribución de los CS de la estación 3.

Cuanto más se alejan las estaciones de la zona de la raíz del ala, el coeficiente de seguridad se incrementa. Este incremento se debe a la menor carga interna que tienen las estaciones.



- RESULTADOS DE LA SECCION 4

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS<br>axial | Y MOMENTOS<br>flector | POR UNIDAD DE<br>corte | LONGITUD<br>torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|------------|
| 1     | 1.000 | -0.6937E+02      | 0.9971E+00            | -0.1027E+01            | -0.6769E-01        | 24.8779    |
| 2     | 0.150 | -0.2978E+01      | -0.4520E+00           | -0.1021E+01            | 0.2879E-01         | 25.2046    |
| 3     | 0.000 | -0.1521E+01      | -0.4943E-05           | -0.1539E+01            | -0.3589E-04        | 108.5823   |
| 4     | 1.000 | 0.2445E+01       | 0.4189E+00            | -0.5573E+00            | 0.1991E-01         | 26.7522    |
| 5     | 1.000 | 0.6613E+02       | -0.9677E+00           | 0.5085E+00             | 0.5407E-01         | 26.1557    |
| 6     | 1.000 | 0.6631E+02       | -0.9601E+00           | 0.1498E+01             | 0.6621E-01         | 26.1145    |
| 7     | 0.313 | 0.3253E+01       | 0.4778E+00            | 0.1582E+01             | -0.5028E-01        | 23.9414    |
| 8     | 0.882 | -0.2500E+01      | -0.4538E+00           | 0.1189E+01             | -0.4473E-01        | 24.7270    |
| 9     | 1.000 | -0.6918E+02      | 0.1005E+01            | 0.2127E-03             | -0.5510E-01        | 24.9148    |
| 10    | 0.000 | -0.2275E+01      | -0.4976E-02           | -0.2210E+00            | -0.3611E-01        | 111.2621   |

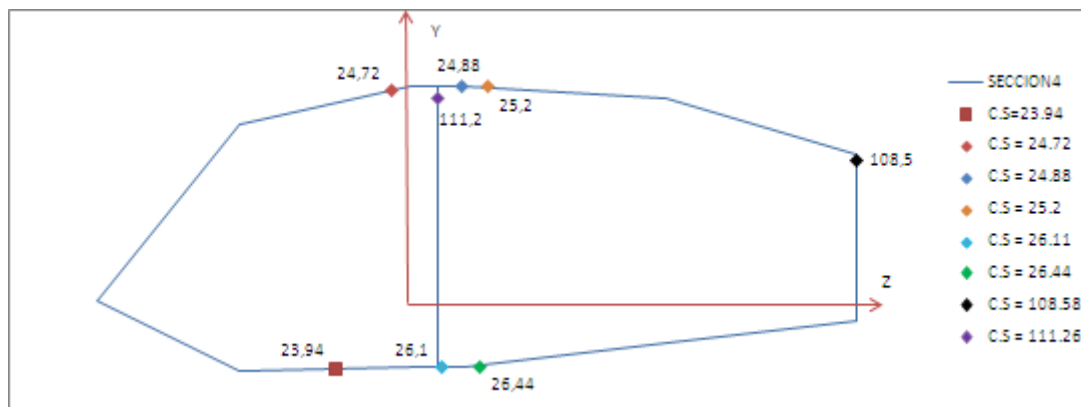


Figura 5.13: Distribución de los CS en la estación 4.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 5

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS<br>axial | Y MOMENTOS<br>flector | POR UNIDAD DE<br>corte | LONGITUD<br>torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|------------|
| 1     | 1.000 | -0.4307E+02      | 0.5370E+00            | -0.8662E+00            | -0.4725E-01        | 67.3252    |
| 2     | 0.684 | -0.5970E+00      | 0.6328E-01            | -0.8711E+00            | 0.8268E-01         | 61.6720    |
| 3     | 0.000 | -0.1330E+01      | 0.8334E-05            | -0.1080E+01            | -0.2458E-04        | 143.1213   |
| 4     | 0.000 | 0.1156E-01       | -0.8832E-02           | -0.7884E+00            | 0.7138E-01         | 73.8527    |
| 5     | 1.000 | 0.4224E+02       | -0.5348E+00           | 0.3216E+00             | 0.3467E-01         | 68.5632    |
| 6     | 1.000 | 0.4306E+02       | -0.5342E+00           | 0.1198E+01             | 0.4907E-01         | 67.3447    |
| 7     | 0.813 | 0.6534E+00       | -0.6870E-01           | 0.1204E+01             | -0.1156E+00        | 45.3177    |
| 8     | 0.000 | 0.5404E+00       | -0.4591E-01           | 0.1195E+01             | -0.1119E+00        | 45.9783    |
| 9     | 1.000 | -0.4224E+02      | 0.5376E+00            | 0.1646E-01             | -0.3274E-01        | 68.5434    |
| 10    | 0.000 | -0.1434E+01      | 0.8430E-02            | -0.1346E+00            | -0.2472E-01        | 173.5142   |

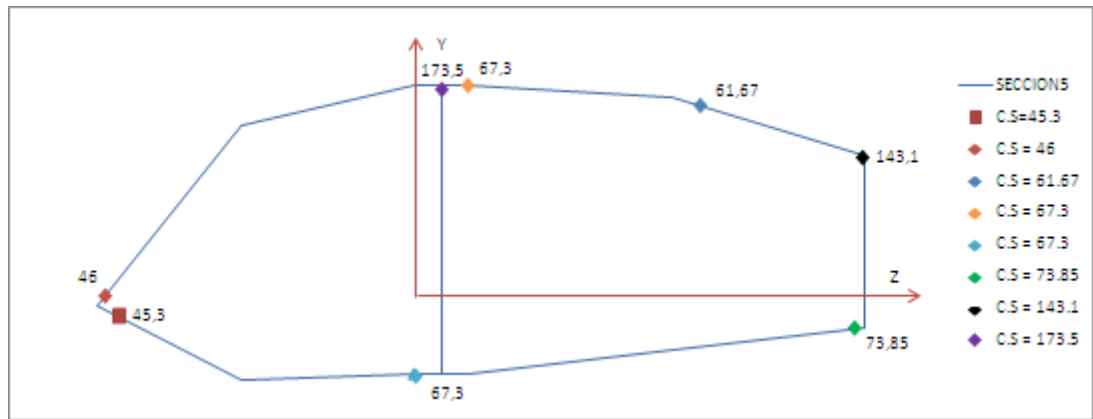


Figura 5.14: Distribución de los CS de la estación 5.

• RESULTADOS DE LA ESTACION 6

ESFUERZOS EN EL SISTEMA GLOBAL

| COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO  |  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
|---|--|------------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|---|---------|----|---------|
| <table border="1"> <thead> <tr> <th>COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO</th> <th>COEF. SEGU</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>55.9538</td></tr> <tr><td>2</td><td>42.8323</td></tr> <tr><td>3</td><td>88.5541</td></tr> <tr><td>4</td><td>59.0302</td></tr> <tr><td>5</td><td>62.1625</td></tr> <tr><td>6</td><td>60.1567</td></tr> <tr><td>7</td><td>44.3450</td></tr> <tr><td>8</td><td>41.5321</td></tr> <tr><td>9</td><td>54.5921</td></tr> <tr><td>10</td><td>45.9246</td></tr> </tbody> </table> | COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO | COEF. SEGU | 1 | 55.9538 | 2 | 42.8323 | 3 | 88.5541 | 4 | 59.0302 | 5 | 62.1625 | 6 | 60.1567 | 7 | 44.3450 | 8 | 41.5321 | 9 | 54.5921 | 10 | 45.9246 |
| COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO  | COEF. SEGU   |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 1   | 55.9538  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 2   | 42.8323  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 3   | 88.5541  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 4   | 59.0302  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 5   | 62.1625  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 6   | 60.1567  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 7   | 44.3450  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 8   | 41.5321  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 9   | 54.5921  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |
| 10  | 45.9246  |            |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |   |         |    |         |

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS Y MOMENTOS POR UNIDAD DE LONGITUD axial | axial       | flector     | corde       | torsor  | COEF. SEGU |
|-------|-------|---|-------------|-------------|-------------|---------|------------|
| 1     | 0.000 | -0.1585E+01                                     | 0.2185E-04  | -0.2376E+00 | 0.4339E-05  | 55.9538 |            |
| 2     | 0.105 | -0.1680E+01                                     | 0.1844E+00  | -0.3691E+00 | 0.4003E-01  | 42.8323 |            |
| 3     | 1.000 | 0.3385E+01                                      | -0.1566E-04 | 0.3615E+00  | -0.3503E-04 | 88.5541 |            |
| 4     | 1.000 | 0.1507E+01                                      | -0.1686E+00 | 0.4174E+00  | -0.4657E-01 | 59.0302 |            |
| 5     | 1.000 | 0.1442E+01                                      | -0.2216E-04 | 0.4408E+00  | -0.5943E-05 | 62.1625 |            |
| 6     | 1.000 | 0.1445E+01                                      | -0.2216E-04 | 0.4784E+00  | -0.5943E-05 | 60.1567 |            |
| 7     | 0.500 | 0.1621E+01                                      | -0.1791E+00 | 0.7706E+00  | -0.7968E-01 | 44.3450 |            |
| 8     | 0.882 | -0.1679E+01                                     | 0.1842E+00  | -0.9375E-01 | 0.1418E-01  | 41.5321 |            |
| 9     | 0.000 | -0.1571E+01                                     | 0.2185E-04  | -0.1397E+00 | 0.4339E-05  | 54.5921 |            |
| 10    | 0.000 | -0.5620E+01                                     | -0.1580E-01 | -0.1123E+01 | -0.3524E-01 | 45.9246 |            |

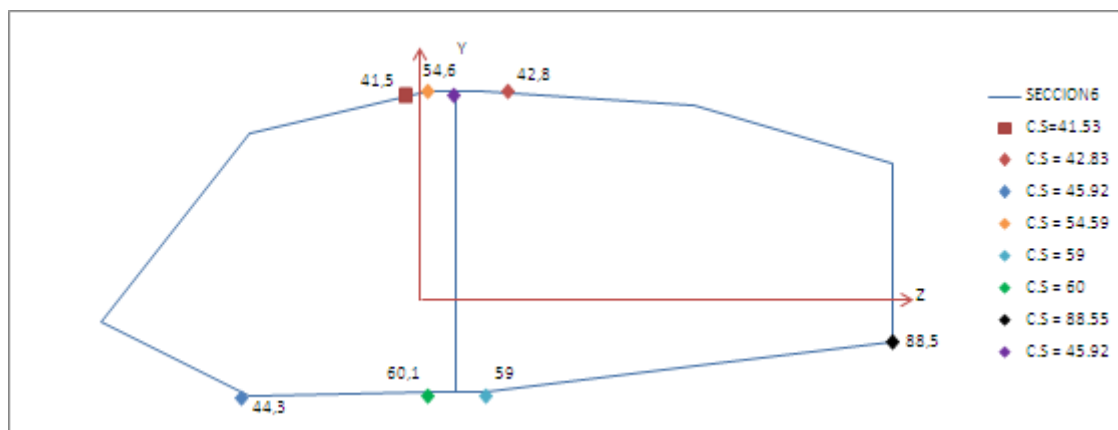


Figura 5.15: Distribución de los CS de la estación 6.

### 5.6.1 Coeficientes de seguridad obtenidos mediante elementos finitos

A continuación, se presentan los resultados obtenidos mediante el programa Abaqus SE ® para las diferentes estaciones del ala. Los resultados obtenidos se basan en el criterio de Tsai-Wu, el cual representa la relación entre la carga aplicada y la carga que produce la falla. Este índice es equivalente a la inversa del coeficiente de seguridad. El panel con menor CS de cada estación se indica por medio de un recuadro.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 1

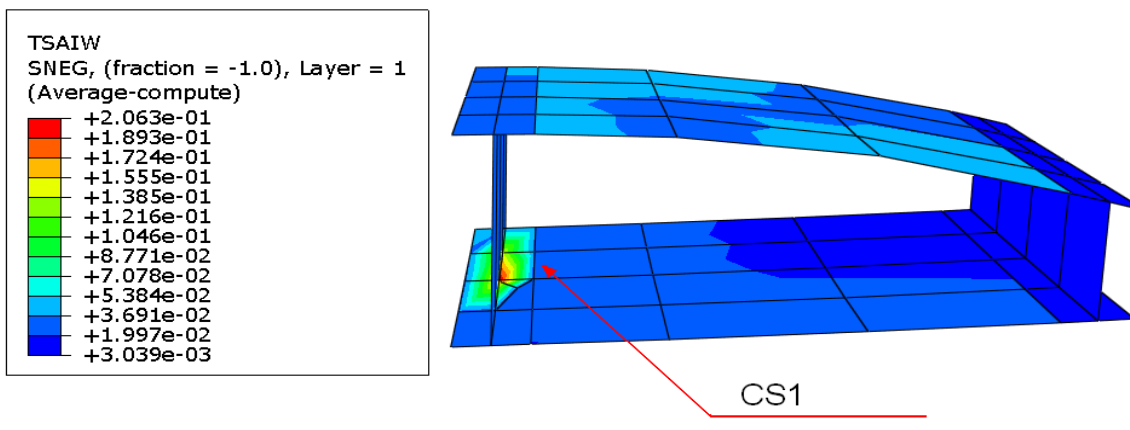


Figura 5.16: Ubicación del menor CS en la sección 1.

El coeficiente de seguridad para la estación 1 es:  $CS_1 = 0.06^{-1} = 16.66$ . La ubicación del  $CS_1$  es coincidente con el valor obtenido mediante el programa SECCION. El valor del  $CS_1$  es mayor en 8.1 % respecto al CS obtenido del programa SECCION.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 2

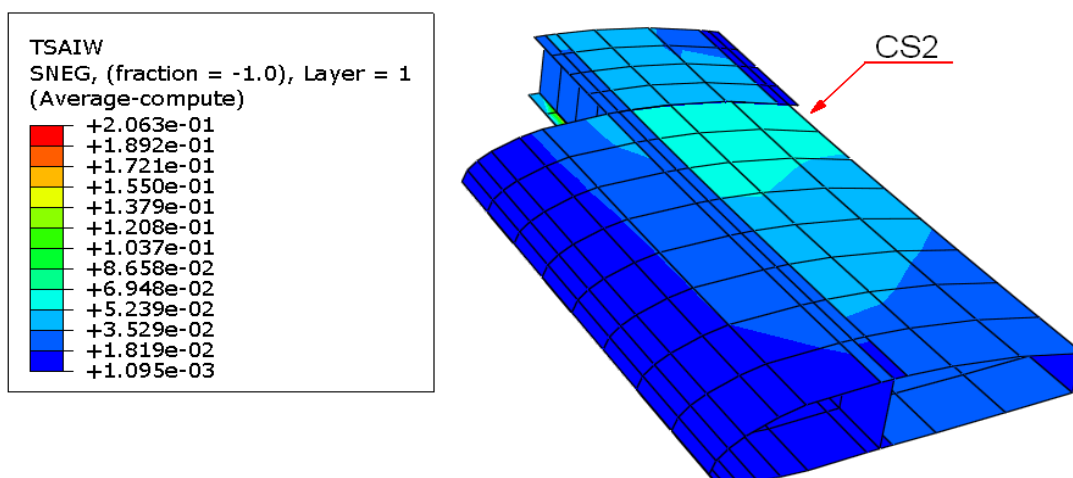


Figura 5.18: Ubicación del menor CS en la estación 2

El coeficiente de seguridad para la estación 2 es:  $CS_2 = 0.065^{-1} = 15.38$ . El panel con el  $CS_2$  se encuentra ubicado en el extradós en cercanías del larguero secundario, a diferencia del programa SECCION donde el tramo con menor CS se encuentra en cercanías del larguero principal. El valor del  $CS_2$  es menor en 5.1 % respecto al CS obtenido del programa SECCION.

- RESULTADOS DE LA SECCION 3

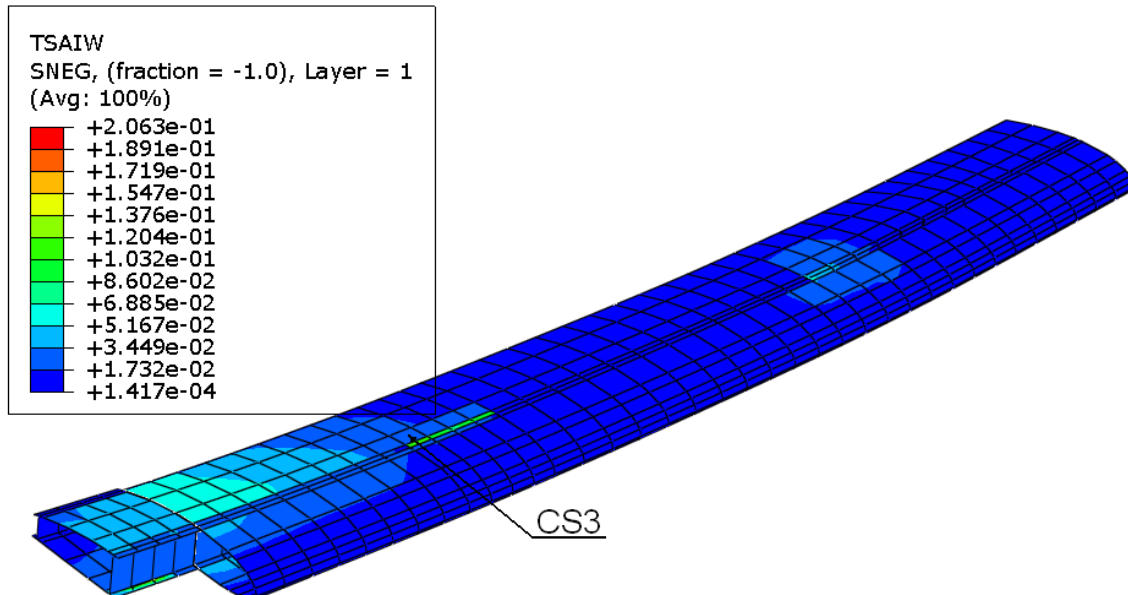


Figura 5.20: Ubicación del menor CS en la estación 3.

El coeficiente de seguridad para la sección 3 es:  $CS_3 = 0.0375^{-1} = 26.6$ . El panel con el  $CS_3$  se ubica en el extradós próximo al larguero principal, a diferencia del programa SECCION en donde el CS se ubica en el intradós en cercanías del larguero principal. El valor del  $CS_3$  es mayor en 12.1 % respecto al CS obtenido del programa SECCION.

### 5.6.2 Comparación de los resultados

Comparando los resultados que se obtuvieron mediante el programa “SECCION” con los de elementos finitos se puede notar que ambos están próximos entre sí en las secciones con mayor sollicitación, esto es en las estaciones 1 y 2, promediando un CS de 15. A partir de la estación 3 la diferencia en los valores de CS en ambos programas comienza a aumentar.

De los resultados analizados anteriormente, se puede concluir que el menor CS es aproximadamente 15 y se encuentra ubicado en la raíz del ala, en el tramo compuesto de cuatro telas de fibra de vidrio y goma espuma.

Si se tiene en cuenta que el factor de carga exigido por normas aeronáuticas (OTAN AEP-83) es de 4.1 para el caso de ráfaga, se concluye que el ala está sobredimensionada en 400 % en la resistencia requerida.

## 5.7 EFECTOS TERMICOS EN LA RESISTENCIA

Un correcto dimensionamiento implica que debe descontarse la dilatación térmica. Se considera que el alargamiento es diferente en la dirección principal 1 y 2, y no hay deformación de corte cuando se utilizan coordenadas locales. En el cálculo, se considera que el espesor del laminado es bajo. Esta consideración implica que el cambio de temperatura es uniforme en todo el espesor y corresponde a la diferencia entre la temperatura operativa y la temperatura de curado.

Los coeficientes de dilatación térmica empleados en las telas y cordones de fibra de vidrio para las direcciones principales 1 y 2 son:  $\alpha_1 = 6.3 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  y  $\alpha_2 = 20.5 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ . Los coeficientes de dilatación empleados para la goma espuma son:  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.00015 / ^\circ\text{C}$ .

Según normas de diseño, la estructura debe ser capaz de resistir un cambio en la temperatura de  $+40^\circ\text{C}$  y  $-40^\circ\text{C}$  sin afectar su resistencia estructural tomando como referencia la temperatura de diseño. Si se tiene en cuenta que la temperatura de diseño es de  $20^\circ\text{C}$ , entonces la estructura debe resistir  $60^\circ\text{C}$  y  $-20^\circ\text{C}$ .

A continuación, se evalúa en el programa "SECCION" los cambios de temperatura para la estación 1, que es una de las partes más comprometida en solicitaciones.

- RESULTADOS PARA  $60^\circ\text{C}$

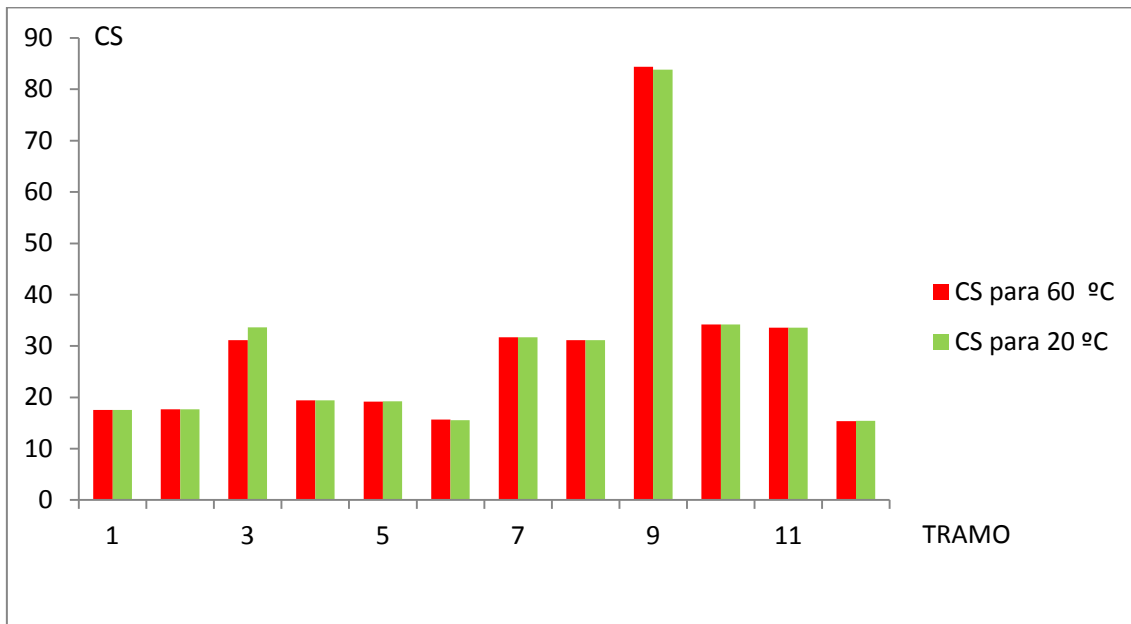
### ESFUERZOS EN EL SISTEMA GLOBAL

| CORTE Y    | CORTE Z    | AXIAL X    | FLECTOR Y   | FLECTOR Z  | TORSOR     |
|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| 0.2627E+02 | 0.3078E+01 | 0.0000E+00 | -0.3508E+03 | 0.2845E+04 | 0.2179E+03 |

### COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS<br>axial | Y MOMENTOS<br>flector | POR UNIDAD DE<br>corte | LONGITUD<br>torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|------------|
| 1     | 0.000 | 0.1411E+03       | 0.2812E+01            | 0.1809E+01             | -0.1826E+00        | 17.5325    |
| 2     | 1.000 | 0.1399E+03       | -0.2791E+01           | 0.3143E+01             | 0.1021E+00         | 17.6961    |
| 3     | 0.000 | 0.4131E+01       | -0.6920E-01           | 0.4795E+01             | -0.2805E+00        | 31.1966    |
| 4     | 1.000 | -0.1284E+03      | 0.2664E+01            | -0.3311E+00            | -0.1557E+00        | 19.3981    |
| 5     | 1.000 | -0.1295E+03      | 0.2694E+01            | 0.1119E+01             | -0.1416E+00        | 19.1980    |
| 6     | 0.259 | -0.6884E+01      | 0.2550E+00            | 0.8597E+00             | -0.5991E-01        | 15.6713    |
| 7     | 1.000 | -0.8252E+02      | 0.2073E+01            | -0.3540E+00            | -0.1145E+00        | 31.6991    |
| 8     | 0.000 | -0.8363E+02      | -0.2111E+01           | 0.1063E+01             | 0.7314E-02         | 31.1605    |
| 9     | 0.000 | -0.2141E+01      | -0.3996E-01           | -0.1351E+01            | -0.2737E+00        | 84.1066    |
| 10    | 1.000 | 0.7736E+02       | -0.1994E+01           | 0.2308E+01             | 0.3682E-01         | 34.1859    |
| 11    | 1.000 | 0.7849E+02       | -0.2025E+01           | 0.7973E+00             | 0.2209E-01         | 33.5689    |
| 12    | 1.000 | 0.7753E+01       | -0.3152E+00           | 0.1787E+01             | -0.1435E+00        | 15.3372    |

Graficó 5.4: Comparación del coeficiente de seguridad en cada tramo de la estación 1, en el rango de temperatura de los 60°C y 20°C.



• RESULTADOS PARA -20°C

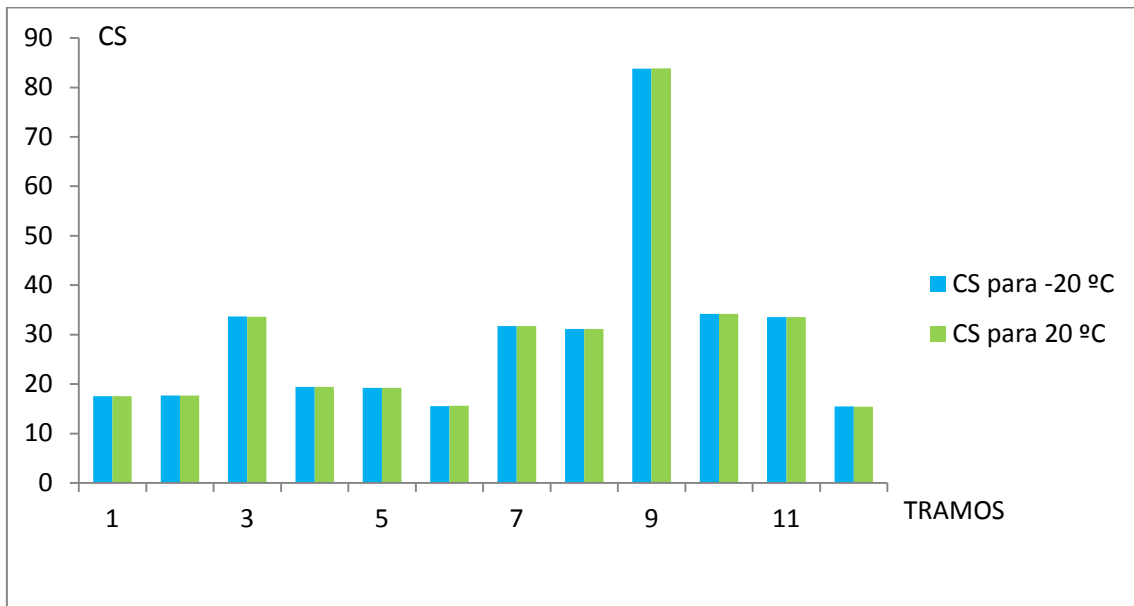
ESFUERZOS EN EL SISTEMA GLOBAL

|            |            |            |             |            |            |
|------------|------------|------------|-------------|------------|------------|
| CORTE Y    | CORTE Z    | AXIAL X    | FLECTOR Y   | FLECTOR Z  | TORSOR     |
| 0.2627E+02 | 0.3078E+01 | 0.0000E+00 | -0.3508E+03 | 0.2845E+04 | 0.2179E+03 |

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS axial | Y MOMENTOS flector | POR UNIDAD DE corte | LONGITUD torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|---------------|--------------------|---------------------|-----------------|------------|
| 1     | 0.000 | 0.1411E+03    | 0.2812E+01         | 0.1809E+01          | -0.1826E+00     | 17.5282    |
| 2     | 1.000 | 0.1399E+03    | -0.2791E+01        | 0.3143E+01          | 0.1021E+00      | 17.6918    |
| 3     | 0.000 | 0.4131E+01    | -0.6920E-01        | 0.4795E+01          | -0.2805E+00     | 33.6559    |
| 4     | 1.000 | -0.1284E+03   | 0.2664E+01         | -0.3311E+00         | -0.1557E+00     | 19.4029    |
| 5     | 1.000 | -0.1295E+03   | 0.2694E+01         | 0.1119E+01          | -0.1416E+00     | 19.2028    |
| 6     | 0.259 | -0.6884E+01   | 0.2550E+00         | 0.8597E+00          | -0.5991E-01     | 15.5436    |
| 7     | 1.000 | -0.8252E+02   | 0.2073E+01         | -0.3540E+00         | -0.1145E+00     | 31.7069    |
| 8     | 0.000 | -0.8363E+02   | -0.2111E+01        | 0.1063E+01          | 0.7314E-02      | 31.1681    |
| 9     | 0.000 | -0.2141E+01   | -0.3996E-01        | -0.1351E+01         | -0.2737E+00     | 83.7830    |
| 10    | 1.000 | 0.7736E+02    | -0.1994E+01        | 0.2308E+01          | 0.3682E-01      | 34.1775    |
| 11    | 1.000 | 0.7849E+02    | -0.2025E+01        | 0.7973E+00          | 0.2209E-01      | 33.5606    |
| 12    | 1.000 | 0.7753E+01    | -0.3152E+00        | 0.1787E+01          | -0.1435E+00     | 15.4638    |

Graficó 5.5: Comparación del coeficiente de seguridad en cada tramo de la estación 1, en el rango de temperatura de los -20°C y 20°C.



Los resultados muestran que los márgenes térmicos de 60°C Y -20°C no afectan a la resistencia estructural. Aunque se presenta una leve disminución en el coeficiente de seguridad en el tramo 3 para una temperatura de 60°C.

## 5.8 DEFLEXION DEL ALA

Como se puede observar en la Tabla I hasta la Tabla VI del APENDICE 1, en la mayoría de los elementos estructurales que forman a las estaciones del ala cumplen con las relaciones de longitudes entre una lámina isótropa y una lámina ortótropa dado por la ecuación (3.12.1). Esta relación es necesaria para implementar la ecuación (3.12.2), correspondiente a la deflexión de vigas de material isótropo, en vigas de material compuesto.

$$L'x = \frac{Lx}{\sqrt[4]{\frac{D_{11}}{D_{22}}}} \quad L'y = Ly \quad (3.12.1)$$

$$\delta_{max} = \frac{q L^4}{8 EI} + \frac{q L^2}{2 GA} \quad (3.12.2)$$

Las rigideces de flexión (Elzz) y de corte (AGc) para cada una de las estaciones del ala son obtenidas mediante el programa “SECCION” y se muestran en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5: Rigidez a la flexión y al corte de cada sección del ala.

| Estación (s) | Longitud de s [cm] | Elzz [kg*cm <sup>2</sup> ] | GAc [kg*cm] | q [kg/cm] |
|--------------|--------------------|----------------------------|-------------|-----------|
| 1            | 14,85              | 19161200,0                 | 76113       | 0,1098    |
| 2            | 41,4               | 17999100,0                 | 11992       | 0,136     |
| 3            | 18                 | 14272600,0                 | 9126,8      | 0,1545    |
| 4            | 38,25              | 11223500,0                 | 9569,8      | 0,1575    |
| 5            | 36                 | 908143,0                   | 7008,7      | 0,1547    |
| 6            | 76,5               | 1113770,0                  | 14918       | 0,1096    |
| TOTAL        | 225                |                            |             |           |

- Promedio ponderado de las rigidez flexional:

$$Elzz = 8150261 \text{ [kg*cm}^2\text{]}$$

- Promedio ponderado de las rigidez al corte :

$$GA = 15780,5 \text{ [kg*cm]}$$

- Promedio ponderado de la carga :

$$q = 0.133 \text{ [kg/cm]}$$

Reemplazando los valores de Elzz, GA y q en la ecuación (3.12.2) se obtiene la deflexión de la viga.

$$\delta_{max} = \frac{0.133 * 225^4}{8 * 8150261} + \frac{0.133 * 225^2}{2 * 15780.5} = 5.45 \text{ cm}$$

### 5.9.1 Deflexión obtenida por elementos finitos

Con el propósito de comparar los resultados de la deflexión obtenida mediante la ecuación (3.12.2) y las consideraciones tenidas en cuenta para su cálculo, se procede a calcular la deflexión mediante elementos finitos.

La deflexión obtenida mediante elementos finitos es de 3.14 cm, como se puede ver en la Figura 5.22.



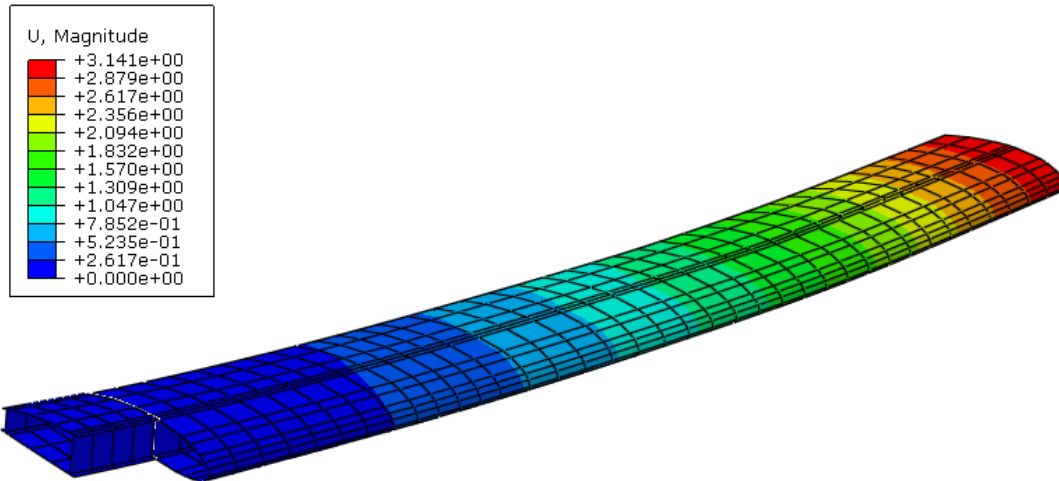


Figura 5.22: Valor de la deflexión del ala obtenido por elementos finitos.

Este resultado es menor en 2.31 centímetros con respecto al cálculo analítico. Es de esperar que las diferentes consideraciones que se hicieron al calcular la deflexión en forma analítica vayan acumulando errores en el resultado final.

## 5.9 CARGA CRÍTICA DE PANDEO DE LÁMINAS

En la Figura 5.23 se presentan los resultados de la carga de pandeo y las deformaciones que se producen en el ala.

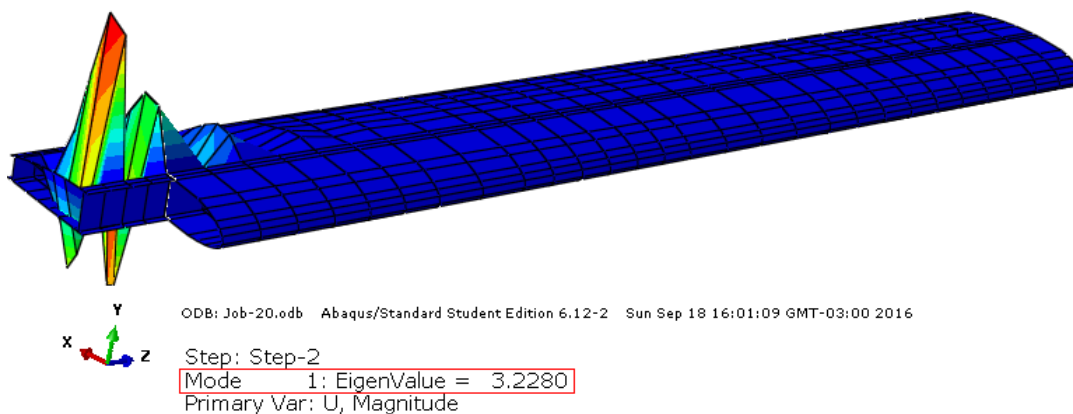


Figura 5.23: Valor de la carga crítica de pandeo en el ala y sus deformaciones por pandeo.

Los resultados muestran que las deformaciones por pandeo se producen en las estaciones próximas a la raíz del ala, y corresponde a un auto valor de 3.2. Esto significa que el pandeo se produce al multiplicar por 3.2 las cargas externas actuantes en el ala. En este caso, el ala no cumple con el factor de carga de 4.1 exigido por norma.

## 5.10 REDUCCION EN EL PESO DEL ALA (MODIFICACION DEL ALA)

Con el propósito de reducir peso en el ala y obtener una mejor eficiencia de la aeronave, y manteniendo un coeficiente seguridad a la falla por encima de 4.1, se procede a reducir el número de láminas que componen los tramos de cada estación del ala. Para tal caso, se modifican las estaciones 1, 2 y 3, reduciendo el número de telas y cordones de fibra de vidrio, y las configuraciones resultan similares a la de la estación 4. Resultando en las estaciones 1, 2 y 3 la siguiente configuración: el extradós e intradós están compuesto por una primera capa (externa) de tela de 90 gr/m<sup>2</sup> a 45°, la segunda es de 220 gr/m<sup>2</sup> a 0°, luego goma espuma de 5mm y por encima una capa más de tela de 220 gr/m<sup>2</sup> a 45°. Las platabandas del larguero principal posee cada una 10 cordones. La sección 1 tiene, a diferencia de las estaciones 2, 3, 4, 5 y 6, una viga secundaria de igual configuración al de la viga principal incluyendo a las platabandas.

Teniendo en cuenta que la viga secundaria que recorre a las estaciones 2, 3, 4, 5 y 6 se encuentra sobredimensionada en resistencia a la falla, se elimina una de las telas que las conforma. Resultando una viga secundaria de cuatro telas el lugar de cinco.

Los CS para las estaciones del ala que han sido modificadas son obtenidos mediante el programa SECCION. A continuación se muestran los resultados de los esfuerzos internos y los coeficientes de seguridad en cada tramo de las estaciones modificadas, y sus respectivos sus gráficos.

- RESULTADOS DE LA ESTACION 1 MODIFICADA

| tramo | parte | FUERZAS<br>axial | Y MOMENTOS<br>flector | POR UNIDAD DE<br>corte | LONGITUD<br>torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|------------|
| 1     | 0.000 | 0.1512E+03       | 0.1599E+01            | 0.1452E+01             | -0.6428E-01        | 11.5443    |
| 2     | 1.000 | 0.1469E+03       | -0.2098E+01           | 0.3257E+01             | 0.1312E+00         | 11.7458    |
| 3     | 0.000 | 0.5748E+01       | -0.8314E-01           | 0.5151E+01             | -0.3217E+00        | 28.7647    |
| 4     | 1.000 | -0.1366E+03      | 0.2007E+01            | -0.7162E+00            | -0.1328E+00        | 12.6730    |
| 5     | 1.000 | -0.1377E+03      | 0.2033E+01            | 0.7837E+00             | -0.1156E+00        | 12.5507    |
| 6     | 0.259 | -0.5449E+01      | -0.9233E+00           | 0.7715E+00             | -0.4676E-01        | 12.2369    |
| 7     | 1.000 | -0.8706E+02      | 0.1474E+01            | -0.4624E+00            | -0.8960E-01        | 20.6658    |
| 8     | 0.000 | -0.9002E+02      | -0.1193E+01           | 0.1070E+01             | 0.9980E-02         | 20.1028    |
| 9     | 0.000 | -0.3117E+01      | -0.4171E-01           | -0.1605E+01            | -0.3121E+00        | 65.8193    |
| 10    | 1.000 | 0.8180E+02       | -0.1404E+01           | 0.2339E+01             | 0.6728E-01         | 22.1862    |
| 11    | 1.000 | 0.8293E+02       | -0.1429E+01           | 0.9775E+00             | 0.5170E-01         | 21.8153    |
| 12    | 1.000 | 0.6065E+01       | 0.9310E+00            | 0.1672E+01             | -0.6248E-01        | 12.1581    |

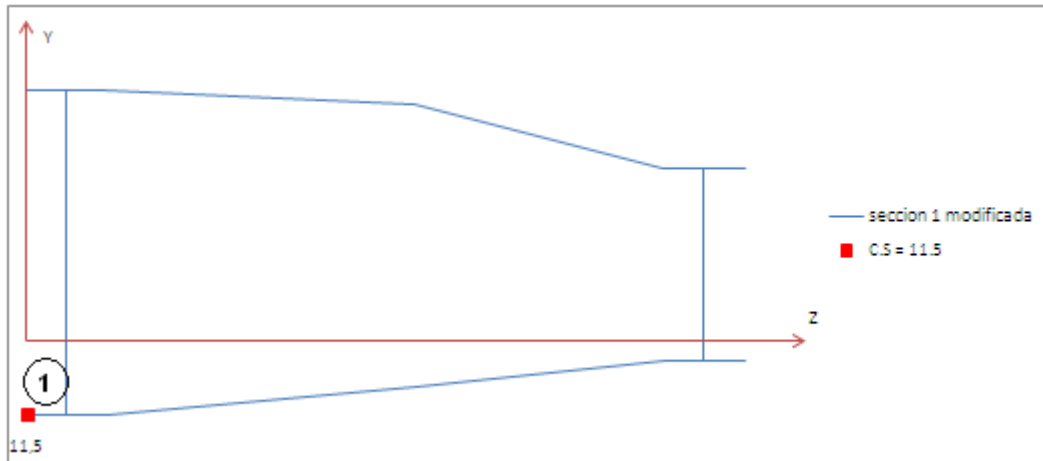


Figura 5.26: Ubicación del menor coeficiente de seguridad en la estación 1 modificada.

Al reducir el número de láminas (telas de fibra de vidrio) que componen los tramos de la estación, se observa que el CS disminuyó en un 34 % respecto a la estación 1 sin modificación. Esto se debe al incremento de tensión que actúa en la sección al haber una menor área de resistencia y las cargas externas se mantienen constantes.

El tramo con menor CS pasa a ubicarse en una de las platabandas del larguero principal. Se debe tener en cuenta que en número de cordones de fibra de vidrio que componen a las platabandas disminuye.

• RESULTADO DE LA ESTACION 2 MODIFICADA

| tramo | parte | FUERZAS Y MOMENTOS POR UNIDAD DE LONGITUD |             |             |             | COEF. SEGU |
|-------|-------|---|-------------|-------------|-------------|------------|
|       |       | axial                                     | flector     | corde       | torsor      |            |
| 1     | 1.000 | -0.1432E+03                               | 0.2063E+01  | -0.1660E+01 | -0.1325E+00 | 12.0502    |
| 2     | 0.150 | -0.6028E+01                               | -0.9320E+00 | -0.1587E+01 | 0.4329E-01  | 12.1965    |
| 3     | 0.000 | -0.2447E+01                               | -0.2716E-05 | -0.2243E+01 | -0.2456E-04 | 57.6481    |
| 4     | 1.000 | 0.5161E+01                                | 0.8656E+00  | -0.6501E+00 | 0.2566E-01  | 12.9739    |
| 5     | 1.000 | 0.1365E+03                                | -0.1999E+01 | 0.9204E+00  | 0.1118E+00  | 12.6685    |
| 6     | 1.000 | 0.1369E+03                                | -0.1989E+01 | 0.2319E+01  | 0.1290E+00  | 12.6479    |
| 7     | 0.313 | 0.6515E+01                                | 0.9855E+00  | 0.2390E+01  | -0.7352E-01 | 11.5777    |
| 8     | 0.882 | -0.5370E+01                               | -0.9376E+00 | 0.1535E+01  | -0.6061E-01 | 12.0012    |
| 9     | 1.000 | -0.1428E+03                               | 0.2073E+01  | -0.2085E+00 | -0.1146E+00 | 12.0687    |
| 10    | 0.000 | -0.4737E+01                               | -0.5334E-02 | -0.6652E+00 | -0.4825E-01 | 53.8981    |

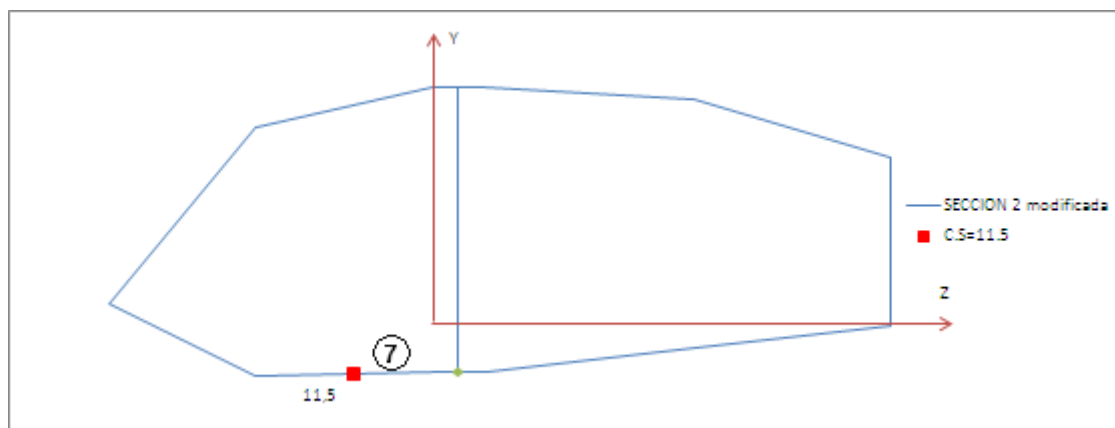


Figura 5.27: Ubicación del menor coeficiente de seguridad en la estación 2 modificada.

Para esta estación el CS disminuye en 40 por ciento respecto a la estación 2 sin modificaciones. Además, se debe tener en cuenta que el larguero secundario no posee platabandas y que el alma de la misma tiene una lámina menos. Por lo tanto, el CS disminuye en 38 % en el larguero secundario respecto del ala sin modificaciones, aunque su valor (57.64) sigue siendo elevado.

- RESULTADO DE LA ESTACION 3 MODIFICADA

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A PRIMERA FALLA EN CADA TRAMO

| tramo | parte | FUERZAS<br>axial | Y MOMENTOS<br>flector | POR UNIDAD DE<br>corte | LONGITUD<br>torsor | COEF. SEGU |
|-------|-------|------------------|-----------------------|------------------------|--------------------|------------|
| 1     | 1.000 | -0.8909E+02      | 0.1282E+01            | -0.1217E+01            | -0.8520E-01        | 19.3673    |
| 2     | 0.150 | -0.3798E+01      | -0.5803E+00           | -0.1196E+01            | 0.3347E-01         | 19.6166    |
| 3     | 0.000 | -0.1587E+01      | -0.2531E-05           | -0.1719E+01            | -0.1966E-04        | 79.5427    |
| 4     | 1.000 | 0.3166E+01       | 0.5383E+00            | -0.6043E+00            | 0.2222E-01         | 20.8325    |
| 5     | 1.000 | 0.8496E+02       | -0.1243E+01           | 0.6238E+00             | 0.6961E-01         | 20.3597    |
| 6     | 1.000 | 0.8517E+02       | -0.1235E+01           | 0.1750E+01             | 0.8344E-01         | 20.3281    |
| 7     | 0.313 | 0.4133E+01       | 0.6135E+00            | 0.1836E+01             | -0.5771E-01        | 18.6291    |
| 8     | 0.882 | -0.3259E+01      | -0.5831E+00           | 0.1321E+01             | -0.5024E-01        | 19.2610    |
| 9     | 1.000 | -0.8887E+02      | 0.1291E+01            | -0.4728E-01            | -0.7085E-01        | 19.3956    |
| 10    | 0.000 | -0.2931E+01      | -0.4975E-02           | -0.3314E+00            | -0.3863E-01        | 86.6198    |

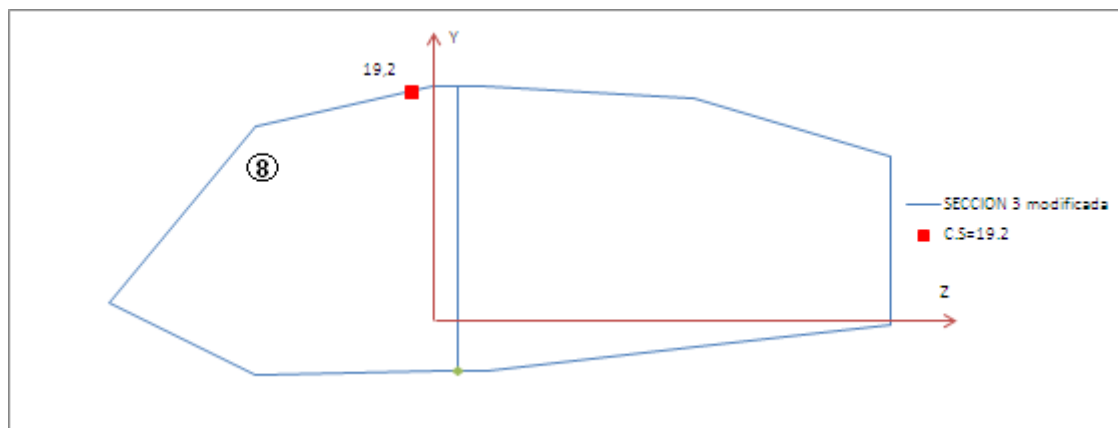


Figura 5.28: Ubicación del menor coeficiente de seguridad en la estación 3 modificada.

En esta sección el menor CS disminuye en 14 % respecto de la estación 3 sin modificación. El CS del larguero secundario disminuye, aunque su valor es elevado como para producirse la falla del larguero. La eliminación de una lámina en el las estaciones 1, 2 y 3 da como resultado un coeficiente de seguridad de 11.5, el cual es superior a 4.1 exigido por norma.

## 5.11 RESISTENCIA AL PANDEO DEL ALA MODIFICADA

A continuación se obtienen el autovalor y la deformación por pandeo mediante elementos finitos del ala modificada. Los resultados se muestran en la Figura 5.29

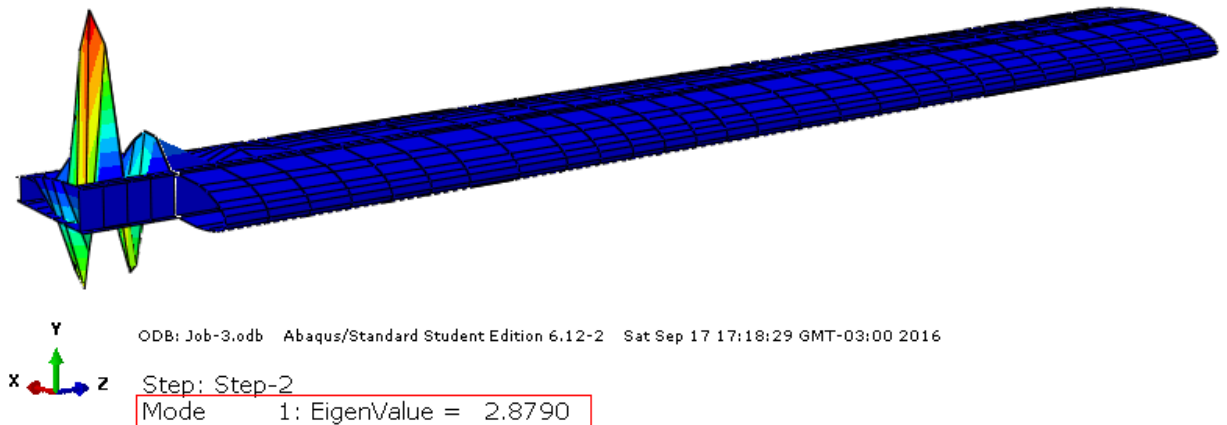


Figura 5.29: Valor de la carga crítica de pandeo en el ala modificada y sus deformaciones por pandeo.

Como se puede observar, el auto valor disminuye a 2.88 respecto al ala sin modificaciones (auto valor de 3.2). Si se tiene en cuenta la carga crítica de pandeo por unidad de longitud como la expresada en la ecuación (3.11), se observa que, al disminuir el número de láminas, la carga crítica es menor debido a que el valor de las rigideces flexionales (ecuación 3.8.5) es más bajo.

## 5.12 MEJORAS EN LA RESISTENCIA AL PANDEO DE PLACAS

Las costillas y el larguero dividen a la placa en paneles, las cuales proporcionan apoyos en los extremos de los paneles originados. Estos apoyos mejoran la resistencia al pandeo en placas.

Con el objetivo de aumentar la carga crítica al pandeo de placa se divide a las estaciones más comprometidas al pandeo (estación 1 y 2). Las divisiones, como se muestran en la Figura 5.24, se realizan mediante un larguero colocado a la mitad del tramo comprendido entre el larguero principal y el larguero secundario. La longitud del larguero incorporado comprende desde el inicio de la estación 1 hasta el final de la estación 2. La otra división es realizada mediante una costilla ubicada en el límite entre la estación 1 y 2.

La composición del larguero y costilla se realiza con cinco telas de fibra de vidrio de  $220 \text{ gr/m}^2$ . El espesor de cada tela es de 0.016 cm y sus fibras están orientadas a  $45^\circ$ .

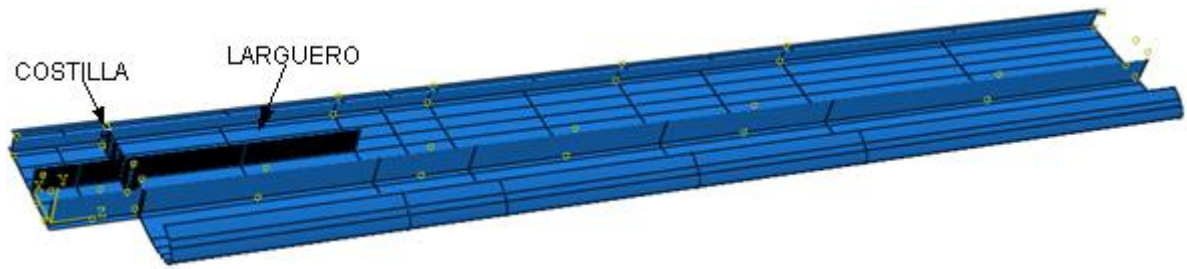


Figura 5.24: Incorporación de una costilla y un larguero al ala.

El resultado obtenido por elementos finitos al incorporar la costilla y el larguero en el ala muestra que la resistencia al pandeo supera el factor de carga de 4.1, como se puede ver en la Figura 5.25

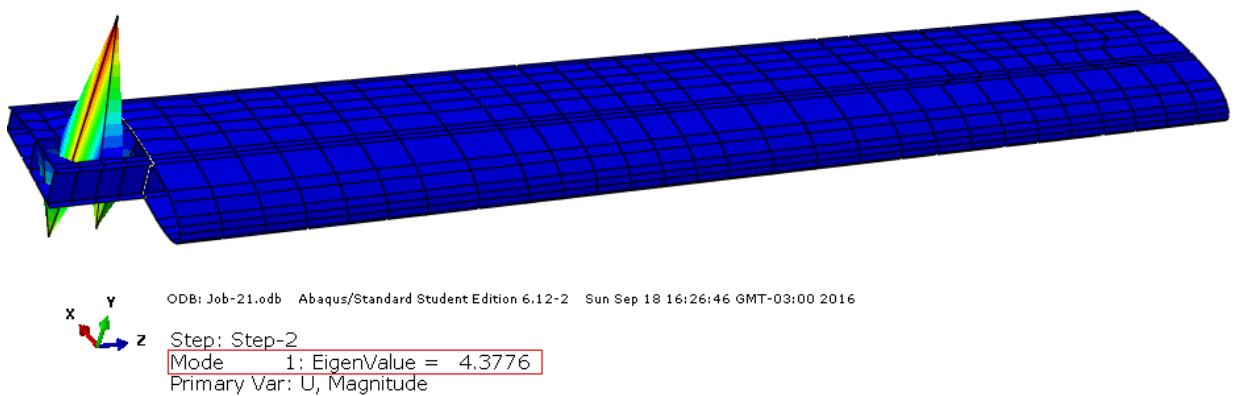


Figura 5.25: Deformación por pandeo al incorporar un larguero y una costilla

### 5.12.1 Mejoras en la resistencia al pandeo del ala modificada

La configuración más apropiada para aumentar la resistencia al pandeo sin modificar la geometría externa del ala es mediante la incorporación de dos costillas y un larguero. La disposición de los nuevos elementos, mostrada en la Figura 5.30, se detalla a continuación:

- La primera costilla se ubica a la mitad de la estación 1.
- La segunda costilla se ubica en el límite entre la estación 1 y estación 2.
- El larguero se ubica en medio de los largueros principal y secundario, y su longitud se extiende desde el inicio de la estación 1 hasta el final de la estación 2.

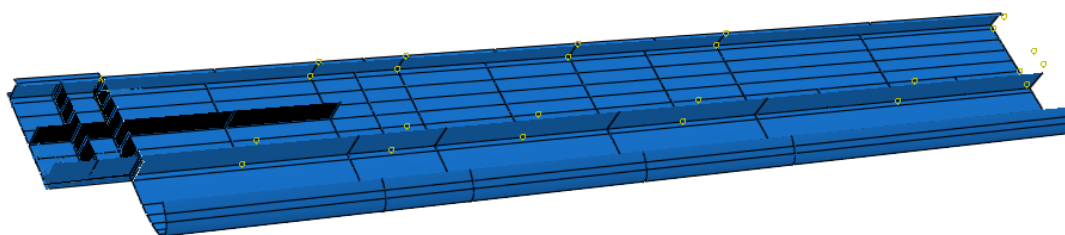


Figura 5.30: Incorporación de dos costillas y un larguero al ala modificada

El resultado obtenido por elementos finitos al incorporar las dos costillas y el larguero en el ala modificada muestra que la resistencia al pandeo supera el factor de carga de 4.1, como se puede ver en la Figura 5.31.

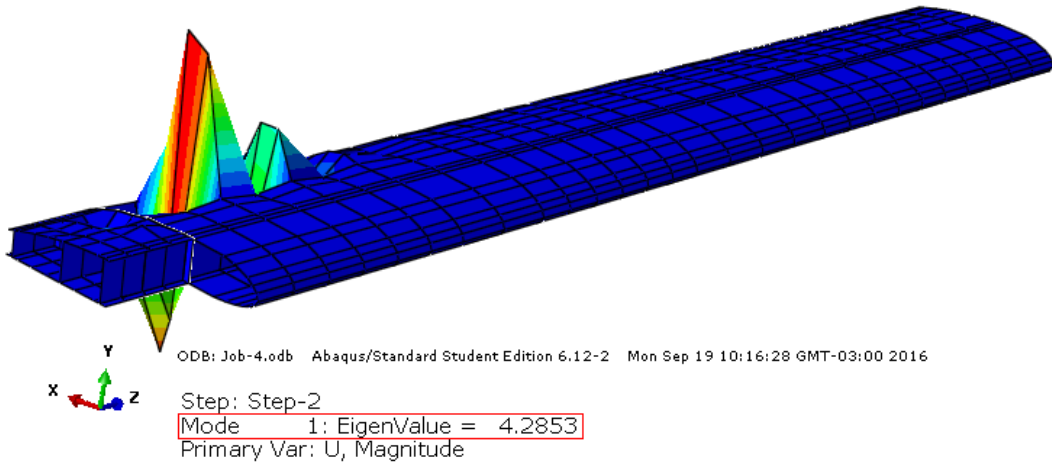


Figura 5.31: Carga crítica de pandeo y deformación por pandeo al incorporar dos costillas y un larguero al ala modificada.

### 5.13 DEFLEXION EN EL ALA MODIFICADA

El número de láminas reducida en el ala modificada hace que la misma sea más flexible, por lo tanto la deflexión del ala resulta de 4 cm respecto al ala sin modificaciones (deflexión de 3.2 centímetros), como se puede observar el la Figura 5.32.

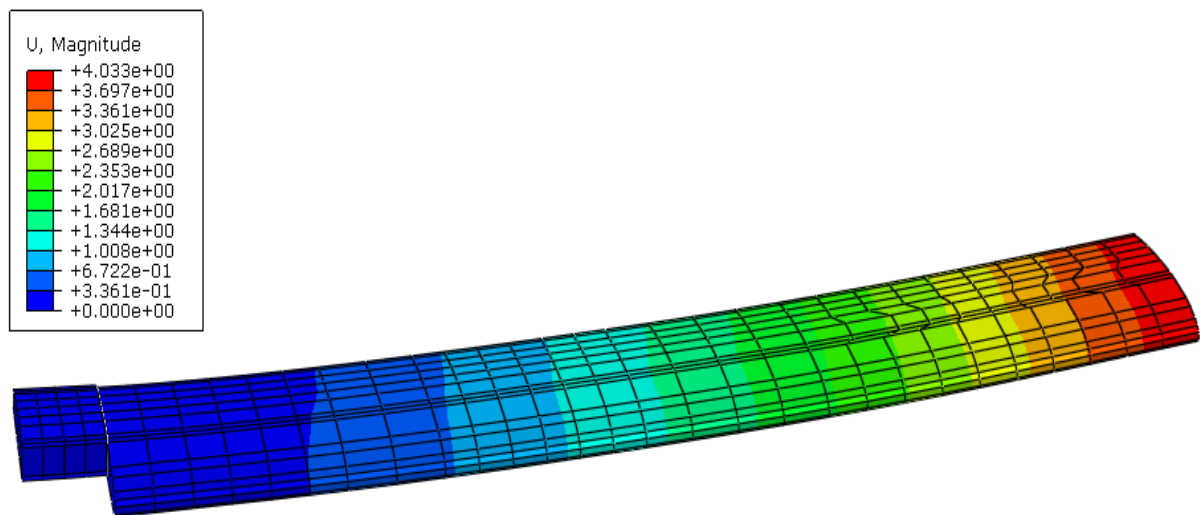


Figura 5.32: Valor de la deflexión del ala modificada obtenido por elementos finitos.





# CAPÍTULO 6 CONCLUSIÓN

## 6.1 INTRODUCCION

Se analizó la resistencia a la falla en las diferentes estaciones que componen el ala del VANT, en donde se incluyó el análisis de los efectos térmicos a la falla, y se obtuvo el coeficiente de seguridad. Se calculó la carga crítica de pandeo. A los resultados obtenidos se los comparó con los valores exigidos por normas aeronáuticas. Además, se calculó la deflexión mediante una metodología propuesta, y al resultado se lo comparó con los resultados obtenidos mediante elementos finitos.

## 6.2 ASPECTOS GENERALES DE LOS RESULTADOS

El diseño del ala del VANT ha demostrado, en base a los resultados obtenidos por el programa SECCION y elementos finitos, estar sobredimensionado en lo que respecta a la resistencia a la falla de uno de los tramos de las estaciones, y existen diferencias considerables entre los valores de los coeficientes seguridad entre los distintos tramos.

Un sobredimensionamiento en la resistencia implica agregar más peso a la estructura y una menor carga útil. Por lo tanto, es aconsejable disminuir el número de láminas y cordones de fibra de vidrio en diferentes tramos, manteniendo el factor de seguridad por encima de lo que exigen las normas aeronáuticas, y procurar obtener una distribución más uniforme en la resistencia de los diferentes tramos de una estación del ala. La variación térmica, en el rango de los  $\pm 40$  °C, demostró que no afectan la resistencia estructural.

Si se considera la resistencia al pandeo, el diseño del ala no cumple con el factor de carga para una ráfaga exigido por normas aeronáuticas. Por lo tanto, se debe mejorar en diseño del ala para elevar la carga crítica al pandeo.

Es posible modificar el espesor del compuesto en el ala y, de esta manera reducir peso al eliminar una lámina y cuatro cordones de fibras por platabanda en las estaciones 1, 2 y 3 del ala. Estas modificaciones realizadas han demostrado que el coeficiente de seguridad sigue manteniéndose por encima del límite exigido por normas aeronáuticas en cuanto a la resistencia a la falla, pero es necesario aumentar la carga crítica al pandeo.

En la Tabla 6.1 se resumen el número de láminas y cordones de fibra de vidrio empleados en cada sección del ala modificada. Si se pretende mantener la forma aerodinámica del ala modificada e incrementar la carga crítica al pandeo, una de las soluciones posibles al pandeo es la incorporación de dos costillas y un larguero en lugares apropiados del ala, como se muestra en la Figura 6.1. La incorporación de las costillas y el larguero dividen a la placa en pequeños paneles y proporcionar apoyos en los paneles originados.

Tabla 6.1: Resumen del número de láminas y cordones de fibra de vidrio empleados en cada estación del ala modificada.

| MATERIAL  | ESTACION |    |    |    |    |   |
|---|----------|----|----|----|----|---|
|   | 1        | 2  | 3  | 4  | 5  | 6 |
| Capas de 90 gramos para el extradós e intradós        | 1        | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 |
| Capas de 220 gramos para el extradós e intradós       | 2        | 2  | 2  | 2  | 1  | 1 |
| Cordones para cada platabanda del larguero principal  | 10       | 10 | 10 | 10 | 10 | 0 |
| Cordones para cada platabanda del larguero secundario | 10       | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 |

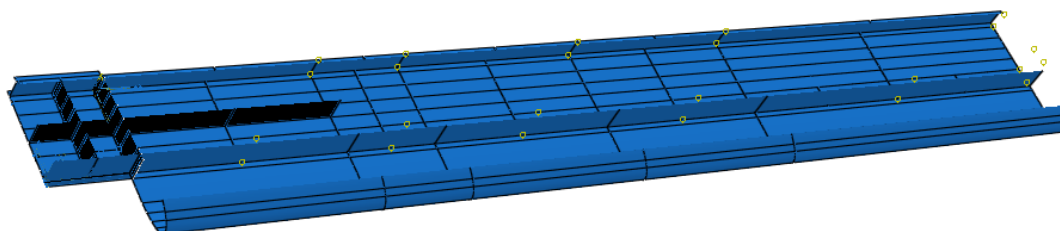


Figura 6.1: Incorporación de dos costillas y un larguero al ala modificada para aumentar la carga crítica al pandeo.

### 6.3 LINEAS FUTURAS (DE TRABAJO)

Los resultados de los coeficientes de seguridad fueron obtenidos por dos metodologías diferentes con el objetivo de comparar y dar mayor seguridad de los resultados obtenidos. La manera apropiada de comparar los resultados de los coeficientes de seguridad, carga crítica de pandeo y deflexión del ala obtenidos en los cálculos estructurales es mediante ensayos.

Los materiales compuestos son propensos al fenómeno de delaminación que producen las tensiones de corte actuando en dirección perpendicular al plano del laminado (tensiones interlaminares). La hipótesis de la teoría de vigas de pared delgada para materiales compuestos no contempla este fenómeno. Es importante obtener un método que permita conocer las tensiones interlaminares, y obtener de esta manera un correcto dimensionamiento en el compuesto que evite la delaminación.

# APENDICE 1

Las siguientes tablas representan los coeficientes de la rigidez flexional  $D_{ij}$  (ecuación 3.8.5) para cada una de las estaciones del ala. Estos coeficientes servirán para compara la similitud en la deflexión de un laminado ortótropo (con longitud  $L_y$  y ancho  $L_x$ ) y una lámina isótropa (con longitud  $L'_y$  y ancho  $L'_x$ ), cuando se cumple la siguiente relación:

$$L'_x = \frac{L_x}{\sqrt[4]{\frac{D_{11}}{D_{22}}}} \quad L'_y = L_y \quad (3.12.1)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.8.5)$$

Tabla I: Valores de los coeficientes de la rigidez flexional para los elementos de la estación 1.

| RIGIDECES DE FLEXION ESTACION 1 |                |                 |                     |            |
|---------------------------------|----------------|-----------------|---------------------|------------|
| Dij                             | Viga principal | Viga Secundaria | Extradós e intradós | Platabanda |
| D11                             | 7727,668382    | 7727,668382     | 1518,954783         | 7376,82414 |
| D12                             | 5582,03582     | 5582,03582      | 282,6232049         | 583,547938 |
| D22                             | 7727,753587    | 7727,753587     | 572,5021191         | 1863,60398 |
| D16                             | 2858,159458    | 2858,159458     | 110,8349381         | 101,460506 |
| D26                             | 2858,159458    | 2858,159458     | 110,8349381         | 101,460506 |
| D66                             | 5017,084001    | 5017,084001     | 296,5955651         | 772,500189 |

Tabla II: Valores de los coeficientes de la rigidez flexional para los elementos de la estación 2.

| RIGIDECES DE FLEXION ESTACION 2 |                |                 |                     |            |
|---------------------------------|----------------|-----------------|---------------------|------------|
| Dij                             | Viga principal | Viga Secundaria | Extradós e intradós | Platabanda |
| D11                             | 7727,668382    | 5,676680345     | 1518,954783         | 7376,82414 |
| D12                             | 5582,03582     | 4,100516671     | 282,6232049         | 583,547938 |
| D22                             | 7727,753587    | 5,676742936     | 572,5021191         | 1863,60398 |
| D16                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 110,8349381         | 101,460506 |
| D26                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 110,8349381         | 101,460506 |
| D66                             | 5017,084001    | 3,685507806     | 296,5955651         | 772,500189 |

Tabla III: Valores de los coeficientes de la rigidez flexional para los elementos de la estación 3.

| RIGIDECES DE FLEXION ESTACION 3 |                |                 |                     |            |
|---------------------------------|----------------|-----------------|---------------------|------------|
| Dij                             | Viga principal | Viga Secundaria | Extradós e intradós | Platabanda |
| D11                             | 7727,668382    | 5,676680345     | 322,3447468         | 6732,78585 |
| D12                             | 5582,03582     | 4,100516671     | 339,1583976         | 537,312077 |
| D22                             | 7727,753587    | 5,676742936     | 291,0921854         | 1706,37477 |
| D16                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 107,6623204         | 95,210602  |
| D26                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 155,8687586         | 95,210602  |
| D66                             | 5017,084001    | 3,685507806     | 188,9855739         | 709,04468  |

Tabla IV: Valores de los coeficientes de la rigidez flexional para los elementos de la estación 4.

| RIGIDECES DE FLEXION ESTACION 4 |                |                 |                     |            |
|---------------------------------|----------------|-----------------|---------------------|------------|
| Dij                             | Viga principal | Viga Secundaria | Extradós e intradós | Platabanda |
| D11                             | 7727,668382    | 5,676680345     | 1518,954783         | 2612,85739 |
| D12                             | 5582,03582     | 4,100516671     | 282,6232049         | 228,841096 |
| D22                             | 7727,753587    | 5,676742936     | 572,5021191         | 685,820658 |
| D16                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 110,8349381         | 48,199421  |
| D26                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 110,8349381         | 48,199421  |
| D66                             | 5017,084001    | 3,685507806     | 296,5955651         | 292,368204 |

Tabla V: Valores de los coeficientes de la rigidez flexional para los elementos de la estación 5.

| RIGIDECES DE FLEXION ESTACION 5 |                |                 |                     |            |
|---------------------------------|----------------|-----------------|---------------------|------------|
| Dij                             | Viga principal | Viga Secundaria | Extradós e intradós | Platabanda |
| D11                             | 7727,668382    | 5,676680345     | 273,652318          | 2269,43469 |
| D12                             | 5582,03582     | 4,100516671     | 197,6711429         | 212,848783 |
| D22                             | 7727,753587    | 5,676742936     | 273,6553352         | 612,045435 |
| D16                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 101,213189          | 49,6622832 |
| D26                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 101,213189          | 49,6622832 |
| D66                             | 5017,084001    | 3,685507806     | 177,6650599         | 265,864359 |

Tabla VI: Valores de los coeficientes de la rigidez flexional para los elementos de la estación 6.

| RIGIDECES DE FLEXION ESTACION 6 |                |                 |                     |            |
|---------------------------------|----------------|-----------------|---------------------|------------|
| Dij                             | Viga principal | Viga Secundaria | Extradós e intradós | Platabanda |
| D11                             | 7727,668382    | 5,676680345     | 273,652318          | 0,18633415 |
| D12                             | 5582,03582     | 4,100516671     | 197,6711429         | 0,13459738 |
| D22                             | 7727,753587    | 5,676742936     | 273,6553352         | 0,1863362  |
| D16                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 101,213189          | 0,06891764 |
| D26                             | 2858,159458    | 2,099579953     | 101,213189          | 0,06891764 |
| D66                             | 5017,084001    | 3,685507806     | 177,6650599         | 0,12097492 |

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] JULIO C. MASSA, Introducción a la mecánica de los materiales compuesto, año 2006.
- [2] EVER J. BARBERO, Introduction to Composite Materials Design, año 1998.
- [3] ROBERT M. JONES, Mechanics of Composite Materials, segunda edición.
- [4] László P. Kollár, George S. Springer, Mechanics of Composite Structures, año 2003.
- [5] JULIO C. MASSA, Manual del programa SECCION ([http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct/calculo\\_1/SOFT\\_CEI.HTM](http://www.efn.unc.edu.ar/departamentos/estruct/calculo_1/SOFT_CEI.HTM)).
- [6] Duilio Darsié, Los plásticos reforzados con fibras de vidrio.