

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

PROYECTO INTEGRADOR



**CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS Y TÉRMICOS
EN BARRAS DE TABLEROS DE BAJA TENSIÓN, DISPUESTAS EN
FORMA ESCALONADA**

Alumno: Medina Arnaudo, Mariano Ariel

Carrera: Ingeniería Mecánica Electricista

Director: Ing. Marcelo Fioravanti

AGRADECIMIENTOS

- A mi Madre por haberme dado la oportunidad de estudiar y por darme fuerzas para terminar la carrera.
- A mi Padre por haberme dado el apoyo que necesite para poder seguir estudiando.
- A mis hermanos y mi novia por acompañarme de cerca a lo largo de mis años de estudio.
- A mis amigos, abuelos que están presentes y otros que ya no lo están.
- A la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales junto a sus profesores e ingenieros, por darme las herramientas necesarias para poder llegar a mi objetivo de poder ser Ingeniero.
- A mi director de escuela de Ingeniería Mecánica Electricista, Ing. Eloy Villafañe por brindarme su apoyo durante la realización del Proyecto.
- A mi director de Proyecto Integrador, Ing. Marcelo Fioravanti por la buena predisposición, y por brindarme las herramientas necesarias para realizar este Trabajo.
- A los ingenieros Carlos Estrada y Gabriel Serra por brindarme su tiempo en mis consultas por temas específicos pertenecientes a este Proyecto Integrador.

Gracias...

INDICE

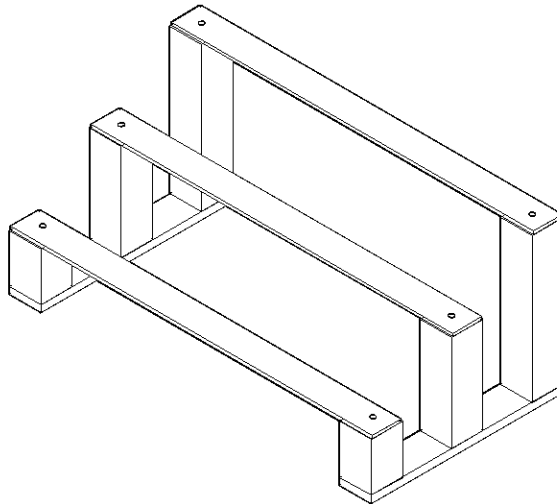
INTRODUCCIÓN	3
1. PLANTEO DEL PROBLEMA	4
1.1 OBJETIVO GENERAL	4
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	4
1.3 ALCANCES	5
2 CORRIENTES DE CORTOCIRCUITOS	6
2.1 VALOR MÁXIMO Y MÍNIMO	6
2.2 ORÍGENES DE LOS CORTOCIRCUITOS	6
2.3 EFECTOS EN COMPONENTES DE UNA INSTALACIÓN ELÉCTRICA DEBIDO AL CORTOCIRCUITO	7
2.4 TIPOS DE CORTOCIRCUITOS	8
2.5 CARACTERÍSTICAS DE LA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO	9
2.6 FUENTES QUE CONTRIBUYEN AL CORTOCIRCUITO	16
2.7 DEFINICIONES	19
2.8 IMPEDANCIAS DE CORTOCIRCUITO	21
2.9 EJEMPLO DE CÁLCULO	25
3 FUERZAS ELECTRODINÁMICAS	31
3.1 LA LEY DE BIOT-SAVART	31
3.2 LA LEY DE LAPLACE	32
3.3 CÁLCULO DE FUERZAS ENTRE CONDUCTORES	32
3.4 FUERZAS ELECTRODINÁMICAS EN BARRAS ESCALONADAS	34
3.4.1 ESTUDIO DE FUERZAS CON ($L \gg A$)	35
3.4.2 ANÁLISIS DE FUERZAS CON "A" CONSIDERABLE FRENTE A "L"	44
4 ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS	53
4.1 FUERZAS SOBRE LAS BARRAS: CARGA DISTRIBUIDA CONSTANTE	53
4.2 FUERZAS Y MOMENTOS SEGÚN LOS TIPOS DE SOPORTES	54
4.3 CÁLCULO DE LOS ESFUERZOS SOBRE LAS BARRAS	60
4.3.1 ESFUERZO DE CORTE	60
4.3.2 ESFUERZO DE FLEXIÓN	64

4.4	EJEMPLO DE CÁLCULO	72
5	ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS CON OSCILACIÓN DE LOS CONDUCTORES	75
5.1	FRECUENCIA NATURAL	75
5.2	ESFUERZO DE FLEXIÓN EN LAS BARRAS CON CONSIDERACIÓN DE LOS EFECTOS DINÁMICOS	77
5.3	FUERZAS DINÁMICAS SOBRE SOPORTES	79
5.4	EJEMPLO DE CÁLCULO	79
6	ESFUERZOS TÉRMICOS	82
6.1	CÁLCULO DEL CALENTAMIENTO	82
6.2	CORRIENTE TÉRMICA EQUIVALENTE DE CORTOCIRCUITO (ITH)	83
6.3	DIMENSIONAMIENTO DE BARRAS POR ESFUERZOS TÉRMICOS	84
6.4	EJEMPLO DE CÁLCULO	86
7	ENSAYO DE ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS EN LABORATORIO DE ALTA TENSIÓN	88
7.1	CRONOLOGÍA DE TRABAJOS PARA LA REALIZACIÓN DEL ENSAYO	88
7.2	CÁLCULO DE LA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO	92
7.3	ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS	94
7.4	CÁLCULO DE LA DENSIDAD DE CORRIENTE	98
7.5	FORMA DE ONDA DE LA CORRIENTE DE CORTOCIRCUITO EN LOS ENSAYOS	100
	CONCLUSIÓN	106
	BIBLIOGRAFÍA	107

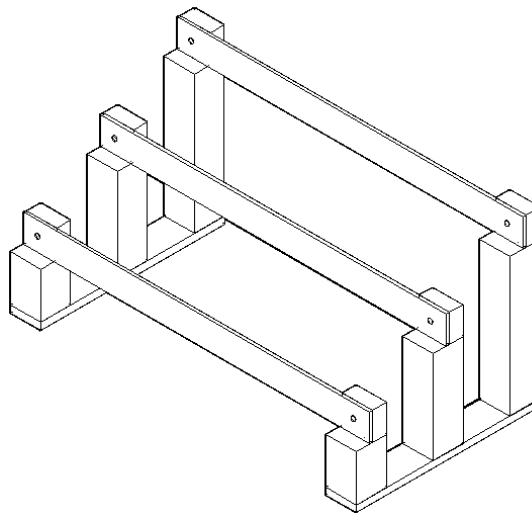
INTRODUCCIÓN

El presente proyecto integrador es un estudio de los esfuerzos electrodinámicos y térmicos a los cuales están sometidas las barras de tableros de Baja Tensión (BT), debido a la circulación por las mismas de los elevados valores de corrientes de cortocircuito circulantes, estando las barras dispuestas de las siguientes maneras posibles:

Escalonadas, Horizontales



Escalonadas, Verticales



El estudio realizado será considerando la mayor corriente de cortocircuito, dado que es la situación donde se presentan los mayores esfuerzos, obteniendo las fórmulas que los representen y poder así dimensionar correctamente las barras conductoras.

1. PLANTEO DEL PROBLEMA

La norma IRAM 2358, "Corrientes de cortocircuito - Métodos para el cálculo de sus efectos", describe los métodos para el cálculo de los efectos de las corrientes de cortocircuito sobre barras rígidas conductoras, donde se analizan las fuerzas electrodinámicas que se ejercen sobre los aisladores soportes y los esfuerzos electrodinámicos y térmicos sobre las barras, pero sus fórmulas no contemplan la disposición de barras escalonadas planteadas en la introducción. Las fórmulas que describe la norma se aplican a barras dispuestas en forma horizontal o vertical. Por tal motivo surge el planteamiento del presente Proyecto Integrador.

1.1 OBJETIVO GENERAL

El objetivo principal del presente Proyecto Integrador es la obtención de las fórmulas que describen los esfuerzos electrodinámicos y térmicos que soportan las barras de un Tablero de Baja Tensión ante un cortocircuito. Las fórmulas describirán los dos casos planteados y con ellas se podrán dimensionar las barras adecuadamente.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

Los objetivos específicos son:

- Realizar un análisis teórico y el cálculo de las corrientes de cortocircuito presentes en las barras de tableros de BT. Contemplando orígenes, tipos, forma de onda, fuentes del cortocircuito, cortocircuito trifásico y realizando un ejemplo de cálculo.
- Realizar un análisis y obtener los esfuerzos electrodinámicos en barras y soportes de tableros de BT. Determinando fuerzas mecánicas, distancias eléctricas, oscilaciones de los conductores, etc. Obtener las fórmulas correspondientes en disposición escalonada.
- Analizar y obtener los efectos térmicos en barras de tableros de BT. Determinando: corriente térmica equivalente de cortocircuito, calentamiento, densidad de corriente, resistencia térmica al cortocircuito, etc.
- Realizar ensayos a escala, determinando los esfuerzos resultantes provocados por las corrientes de cortocircuito. Verificar los cálculos realizados con anterioridad.

1.3 **ALCANCES**

Los alcances del proyecto Integrador son:

- Estudio completo de las corrientes de cortocircuito (Capítulo 2).
- Obtención de las fuerzas electrodinámicas (Capítulo 3).
- Obtención de los esfuerzos electrodinámicos sin la consideración de los efectos dinámicos (Capítulo 4).
- Obtención de los esfuerzos electrodinámicos considerando la oscilación de las barras (Capítulo 5).
- Obtención de los esfuerzos térmicos (Capítulo 6).
- Verificación de las fórmulas obtenidas mediante ensayo de esfuerzos electrodinámicos (Capítulo 7)

2 CORRIENTES DE CORTOCIRCUITOS

El cortocircuito es la falla ocasionada por la conexión entre dos o más puntos de un circuito que se encuentran normalmente a diferente potencial, debido a la baja impedancia que se genera entre ambos puntos por la falla.

La corriente de cortocircuito es el efecto de este fenómeno, por el cual alcanza valores de varias veces la corriente nominal en forma instantánea (entre 5 a 25 veces).

Pueden existir otras fallas como las corrientes de sobrecarga, que se caracterizan por un incremento mantenido en un intervalo de tiempo y un valor algo mayor a la corriente nominal.

Las instalaciones eléctricas requieren siempre la protección contra cortocircuitos. La corriente de cortocircuito se debe calcular en cada nivel de la instalación, con el propósito de determinar las características de los equipos requeridos para soportarla y/o eliminarla.

2.1 Valor Máximo y Mínimo

Es importante conocer los valores máximo y mínimo de la corriente de cortocircuito.

Con el valor máximo de cortocircuito se puede determinar el poder de corte y cierre de los interruptores y la sollicitación térmica y electrodinámica de conductores y componentes.

Generalmente el tipo de cortocircuito trifásico es el de mayor aporte en baja tensión. Este tipo de cortocircuito será tenido en cuenta para el cálculo de las barras en el tablero de BT.

Con el valor mínimo de la corriente de cortocircuito se verifica la actuación magnética o instantánea (cortocircuito) del interruptor ubicado aguas arriba

En baja tensión el tipo de cortocircuito mínimo es el monofásico (fase-neutro ó fase-tierra).

2.2 Orígenes de los cortocircuitos

Los cortocircuitos tienen orígenes muy diversos, entre ellos:

- Origen eléctrico: Alteración de un aislante que resulta incapaz de soportar la tensión.
- Origen mecánico: Rotura de aisladores ó conductores por caída de un cuerpo extraño u otro fenómeno de similares características.
- Sobretensiones debido a descargas atmosféricas, maniobras o a defectos.

- Causas humanas: falsas maniobras, sustitución inadecuada de materiales, etc. Un ejemplo sería la apertura en carga de un seccionador.
- Otras causas: vandalismo, inundaciones, incendios, etc.

2.3 Efectos en componentes de una instalación eléctrica debido al cortocircuito

El cortocircuito puede provocar efectos térmicos y electrodinámicos en los componentes de las instalaciones eléctricas:

- Efecto térmico:

Cada elemento tiene una determinada capacidad máxima de disipar calor como energía térmica. Esta energía liberada por efecto Joule depende de $R \cdot I_{max}^2$, siendo R la resistencia del elemento e I_{max} es el valor de corriente máxima admisible soportada por el elemento. Hasta este valor de corriente transportada, el elemento es capaz de mantener el equilibrio térmico. Si se sobrepasa tal corriente, el elemento no es capaz de liberar la energía sobrante y comienza a elevar su temperatura; si se sigue aumentando la corriente se romperá la constitución química del elemento hasta su destrucción.

En casos de fallas con elevadas corrientes de cortocircuito es importante conocer el tiempo máximo que puede estar presente la máxima corriente de falla posible y en base a ello, por ejemplo, ajustar las protecciones de máxima intensidad correspondientes.

En el cortocircuito se considera una reacción adiabática, debido a los valores de tiempos en que se despejan las fallas, por lo que los conductores deben soportar la corriente de falla en el tiempo estipulado sin entregar energía al ambiente.

- Efecto electrodinámico:

Entre dos conductores cercanos que transportan corriente se establece una fuerza de atracción o de repulsión (dependiendo del sentido de las corrientes) provocando esfuerzos electrodinámicos que a su vez pueden originar deformación de los juegos de barras, deslambamiento de los cables, rotura de aisladores, averías en bobinados de transformadores ó máquinas eléctricas rotativas, etc.

El esfuerzo electrodinámico, entre conductores paralelos y rectilíneos separados una distancia d y recorridos por una corriente I, viene determinado por la Ley de Biot y Savart:

$$F = \mu_0 \cdot \frac{I^2}{2\pi d} \cdot L$$

μ_0 , permeabilidad magnética del vacío

En el caso de una corriente alterna, la fuerza máxima entre conductores será proporcional al cuadrado de la corriente máxima de cortocircuito:

$$F_{max} \propto \mu_0 \cdot \frac{I_s^2}{d} \cdot L$$

I_s , corriente de cresta máxima

L , longitud entre apoyos del conductor

d , distancia entre conductores

2.4 Tipos de cortocircuitos

Los cortocircuitos se pueden clasificar en simétricos (balanceados) y asimétricos (desbalanceados).

En las fallas simétricas la corriente de las tres fases del sistema son iguales en el instante del cortocircuito. Entre ellas tenemos:

- Cortocircuito trifásico: se ponen en contacto las tres fases en un mismo punto del sistema. Es el de mayor aporte en la mayoría de los casos. Ver fig. a.

En las fallas asimétricas la corriente en las tres fases del sistema no son iguales. Entre ellas tenemos:

- Cortocircuito bifásico aislado (fase a fase): entran en contacto dos fases cualquiera del sistema. Ver fig. b.
- Cortocircuito bifásico a tierra (dos fases a tierra): entran en contacto dos fases cualquiera y la tierra del sistema. Ver fig. c.
- Cortocircuito monofásico (fase a tierra): Ocurre al ponerse en contacto una fase cualquiera y tierra. Ver fig. d.
- Cortocircuito monofásico (fase a neutro): Ocurre al ponerse en contacto una fase cualquiera y el neutro del sistema. Ver fig. e.

Figura a

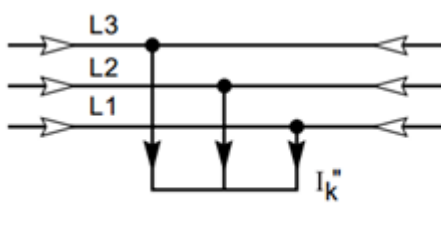


Figura b

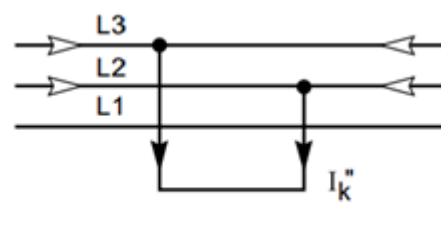


Figura c

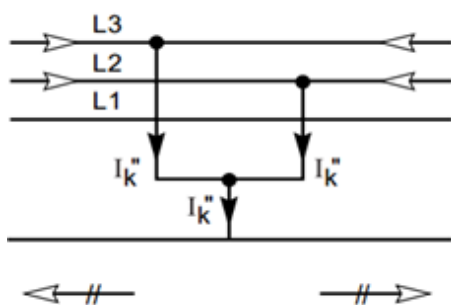


Figura d

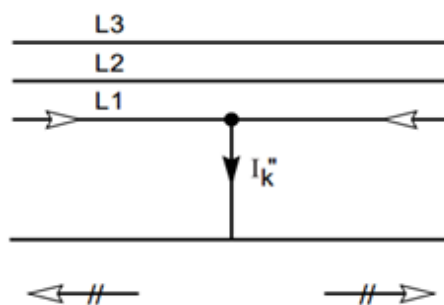
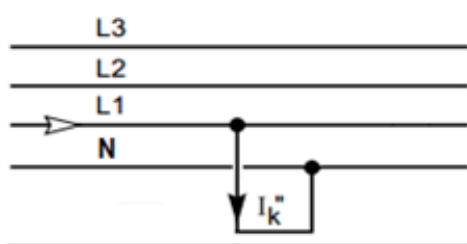


Figura e



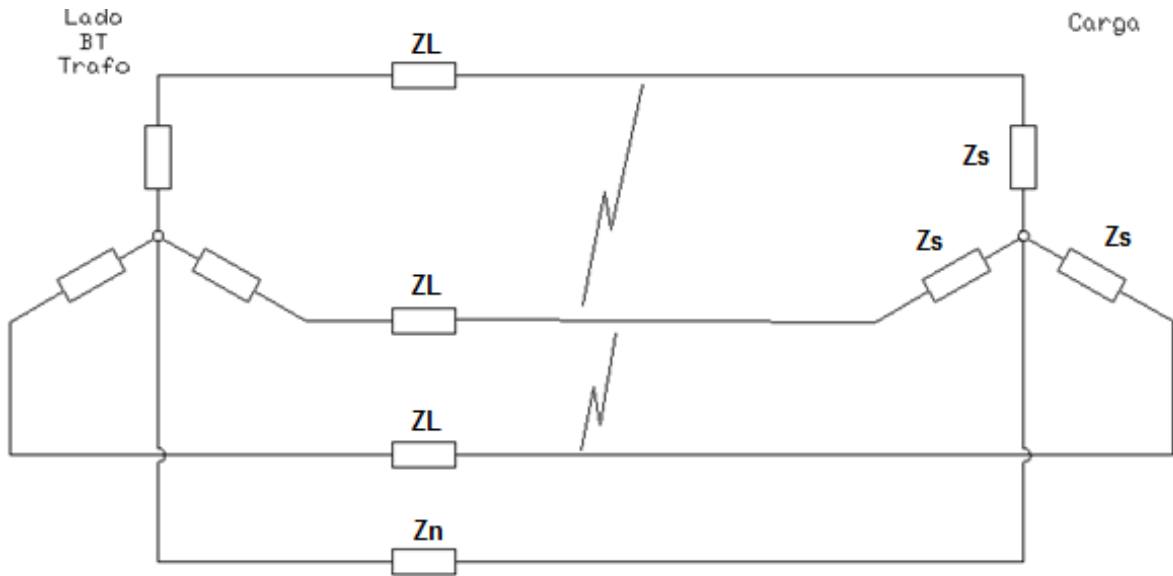
Vale aclarar que el tipo de cortocircuito de mayor frecuencia es el monofásico, siendo este un 80% aproximadamente de todos los casos ocurridos. El cortocircuito trifásico tiene una incidencia de un 5 % y el bifásico del 15%.

2.5 Características de la corriente de cortocircuito

Para el estudio de la forma de onda de la corriente de cortocircuito en el tiempo, se realiza el análisis de un cortocircuito trifásico del lado de BT.

Se parte de un sistema como el de la figura siguiente, en el cual tenemos un transformador con conexión en estrella del lado de BT y una carga también conectada en estrella. Consideramos que las impedancias de línea (Z_L) son iguales, y también las impedancias de carga (Z_s).

Cuando ocurre el cortocircuito trifásico en el punto considerado en la figura, las corrientes de cortocircuito que circulan por las tres fases son iguales y desfasadas en el tiempo 120° . Por ello para un mejor análisis de la forma de onda de la corriente de cortocircuito, vamos a obtener un circuito simplificado, considerando solo una fase. En cuanto a la línea del neutro, su impedancia puede despreciarse ya que no interviene en el recorrido de la corriente.

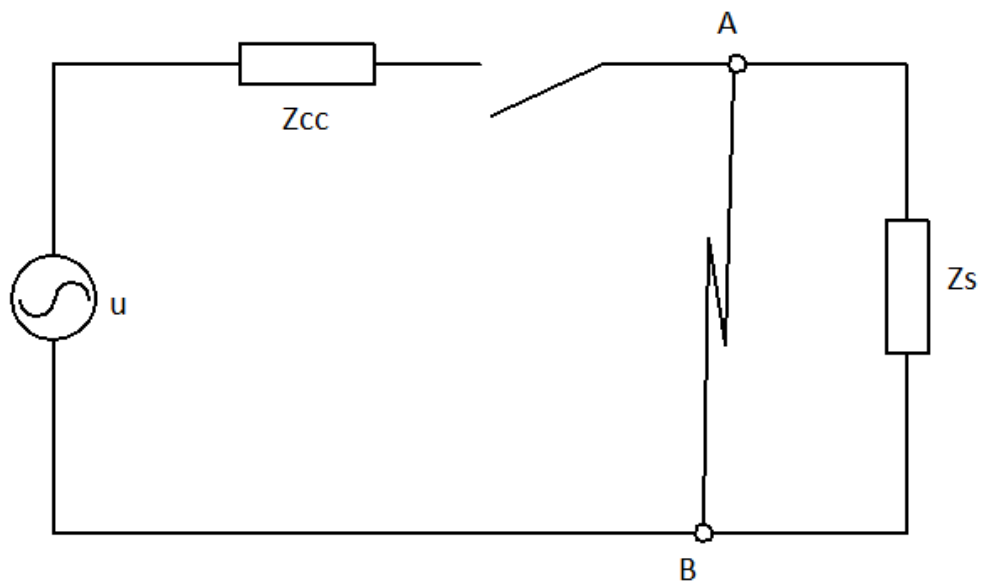


Debemos tener en cuenta que al establecerse el cortocircuito se produce un transitorio limitado solo por las impedancias aguas arriba del punto de falla. En el ejemplo las impedancias serían, las del lado de MT (del sistema, línea de MT, etc), la del transformador y las impedancias del lado de BT hasta el punto de falla.

La suma de estas impedancias, en el circuito simplificado la representamos con Z_{cc} . Vale aclarar que las impedancias del lado de MT, para poder considerarlas del lado de BT deben ser multiplicadas por la relación de transformación (BT/MT) al cuadrado.

La fuente del circuito simplificado sería la tensión de fase $u(t)$.

Entonces el circuito simplificado finalmente queda conformado como un circuito RL monofásico.



Analizando el circuito vemos que con el interruptor cerrado circula por la red la intensidad de servicio.

Cuando ocurre el cortocircuito (instante $t=0$) hay una impedancia nula entre los puntos A y B, apareciendo la corriente de cortocircuito limitada solo por Z_{cc} . Siendo Z_{cc} mucho menor a la impedancia de carga Z_s .

$$Z_{cc} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

De esta manera tenemos la siguiente ecuación diferencial que describe el comportamiento del circuito al establecerse el cortocircuito:

$$\sqrt{2} \cdot U \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Siendo U el valor eficaz de la tensión sinusoidal.

La solución de la ecuación diferencial lineal es la siguiente:

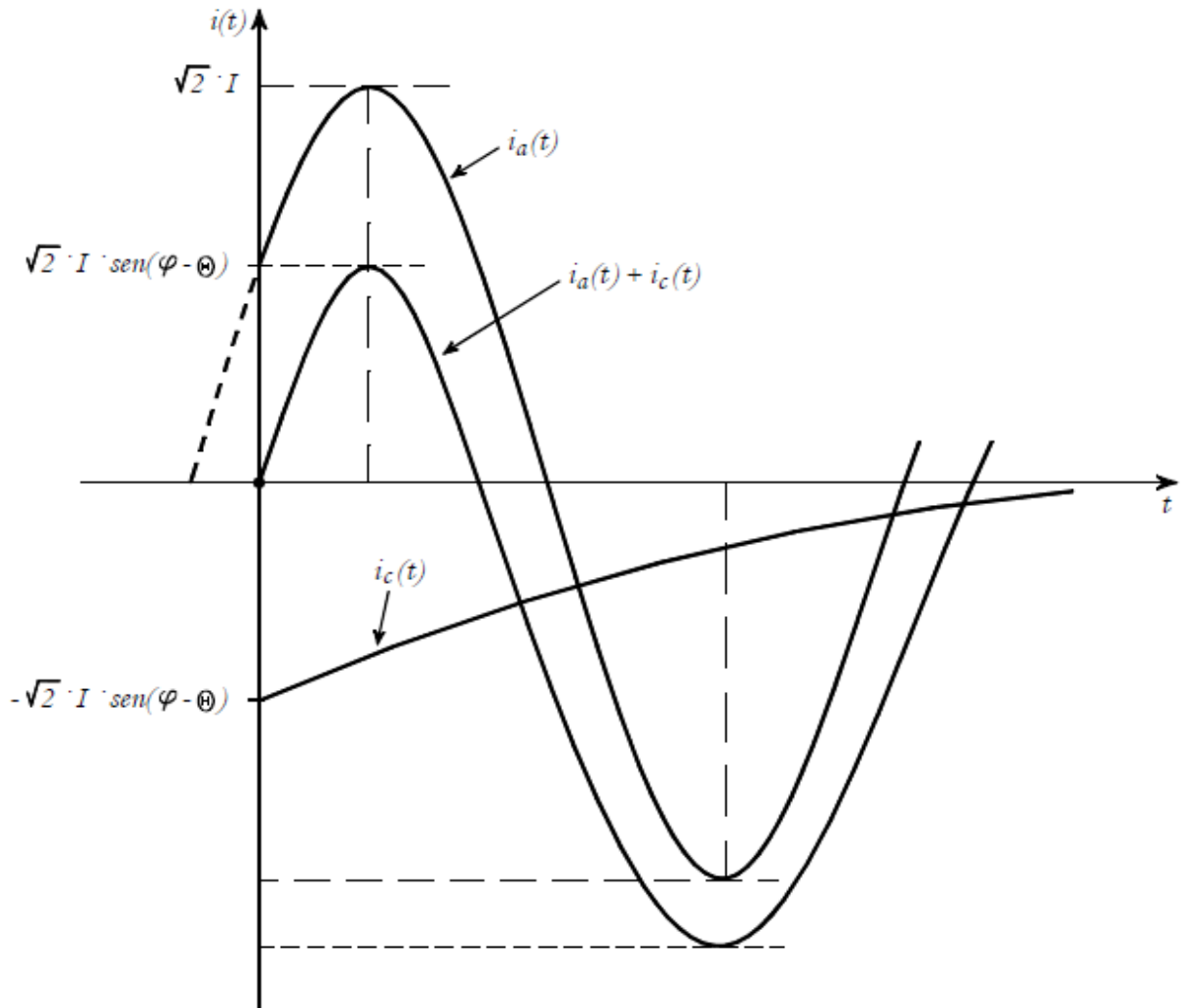
$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(\omega t + \varphi - \theta) - \text{sen}(\varphi - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

Esta ecuación muestra que la expresión de la corriente $i(t)$ consta de dos términos:

El primero; es una corriente alterna simétrica $[i_a(t)]$ de frecuencia $f = \omega/2\pi$ (Hz)

El segundo término, es una corriente continua amortiguada $[i_c(t)]$, que decae exponencialmente con la constante de tiempo $\tau = \left(\frac{L}{R}\right)$.

Vemos en la siguiente figura las componentes de la corriente de cortocircuito.



Para $t=0$, la corriente total es cero, que es la condición inicial en la resolución de la ecuación diferencial.

La amplitud de la componente continua de la corriente de cortocircuito depende de $\sin(\varphi - \theta)$.

El valor de φ es aleatorio, porque depende del momento en que se dé el cortocircuito y el valor de θ depende de la relación entre L y R en el circuito en cortocircuito, es decir que:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$$

El valor de θ en la práctica es muy próximo a 90° , pero nunca llega a ese valor porque R nunca es igual a cero.

En la práctica, en los circuitos de Media Tensión, la relación $\omega L/R \leq 25$ y en Baja Tensión $\omega L/R \leq 6,59$, es decir que en BT el valor de $\theta \leq 81^\circ$.

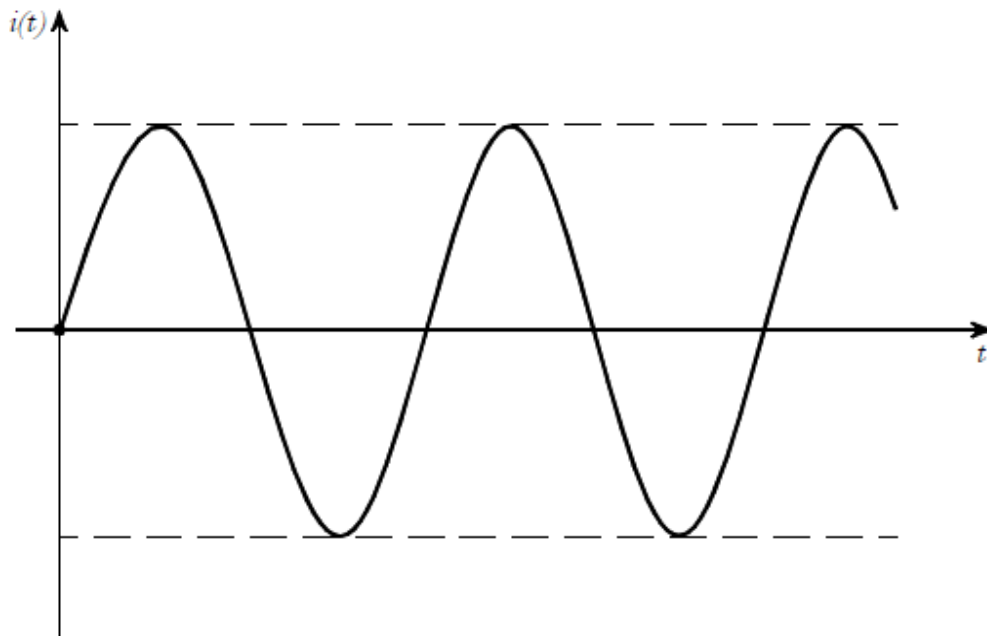
Seguindo con el análisis de la ecuación podemos considerar los siguientes casos extremos:

- Simetría Pura:

En este caso, la amplitud de la componente continua es cero, se anula.

Se da cuando $\text{sen}(\varphi - \theta) = 0$, es decir que $\varphi - \theta = 0$

Tenemos que $\theta \leq 81^\circ$, o sea que se da cuando la reactancia equivalente del circuito es mucho mayor que la resistencia y se asume que el cortocircuito se produce cuando el valor instantáneo de la tensión de la fase en falla es próximo al valor máximo $\varphi = 81^\circ$. Ver figura siguiente.



- Asimetría máxima:

El otro caso es cuando la amplitud de la componente de continua es máxima. Esta se da cuando $\text{sen}(\varphi - \theta) = -1$.

Acá tenemos que $\theta \leq 81^\circ$, igual al caso anterior, pero se asume que el cortocircuito se produce cuando el valor instantáneo de la tensión de la fase en falla es próximo a cero $\varphi = -9^\circ$.

Si:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(wt + \varphi - \theta) - \text{sen}(\varphi - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

Tenemos:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(\omega t - 90^\circ) + e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

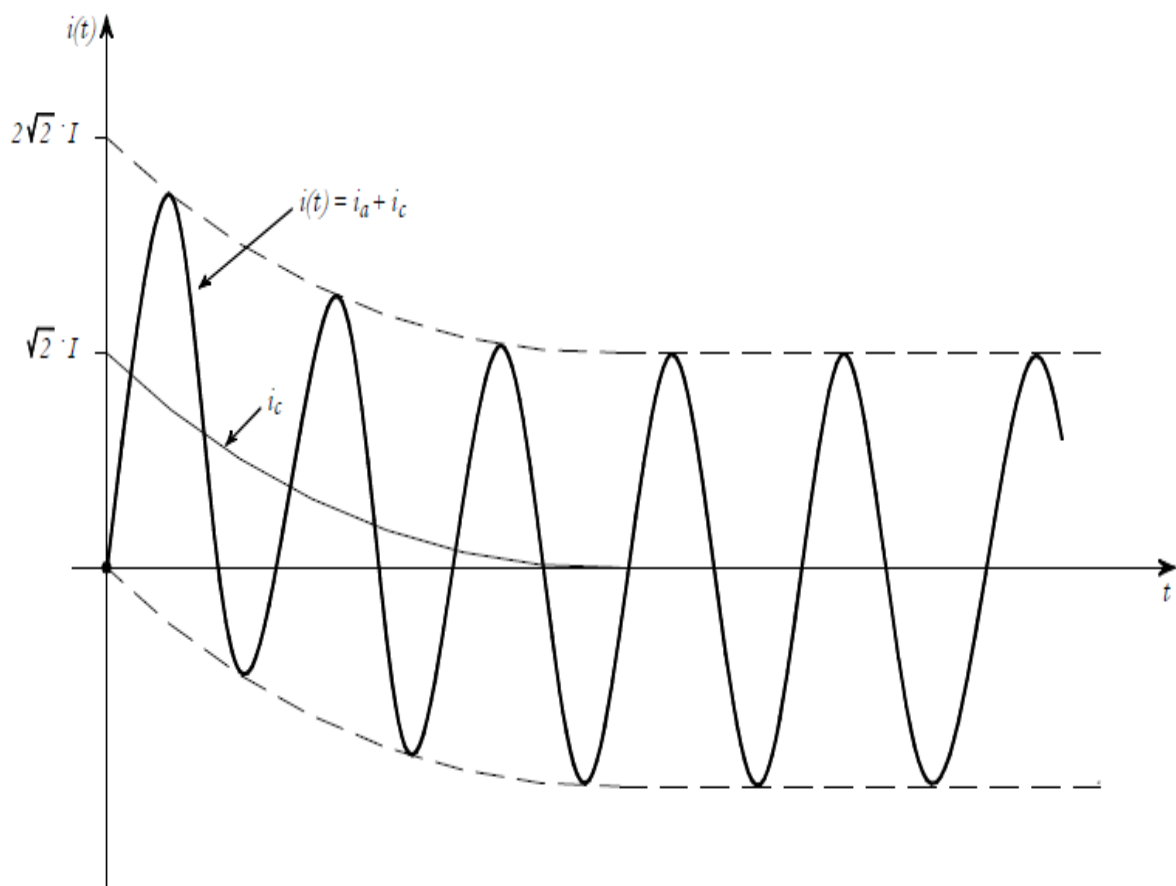
Si en BT, $\omega L/R \leq 6,59$ con $f = 50\text{Hz}$ tenemos que $R/L = 2\pi f/6,59 = 47,6 \text{ 1/seg}$

Para obtener el máximo valor de la corriente, vemos que el pico positivo de la parte senoidal se da para $\omega t = \pi$, valuando tenemos:

$$i(10\text{mseg}) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(180^\circ - 90^\circ) + e^{-47,6 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}]$$

$$i(10\text{mseg}) = I_s = \sqrt{2} \cdot I \cdot [1 + e^{-47,6 \cdot 10 \cdot 10^{-3}}] = \sqrt{2} \cdot I \cdot 1,62$$

Denominamos I_s al valor pico de la corriente



Las dos condiciones extremas antes citadas pueden explicarse desde un punto de vista físico:

En un circuito puramente inductivo la corriente está atrasada 90° con respecto a la tensión respectiva. Si el cortocircuito se da cuando la tensión es máxima, la corriente se inicia con un desfase de 90° respecto a la tensión y no existe componente de continua. Si la corriente se da cuando la tensión pasa por cero, la corriente no puede alcanzar su valor máximo en forma instantánea y existe un estado transitorio entre el instante inicial (donde la

corriente y la tensión son nulas) y la condición de régimen permanente donde la corriente está atrasada 90° con respecto a la tensión, en este último caso aparece la componente continua cuyo valor inicial es igual en magnitud que el valor inicial máximo de la corriente alterna simétrica, pero de signo contrario.

Para los cálculos de las instalaciones de BT se consideran estos casos extremos, siendo que en la práctica pueden ocurrir situaciones intermedias a ambas, o sea que la corriente de cortocircuito no sea ni simétrica pura, ni asimétrica máxima.

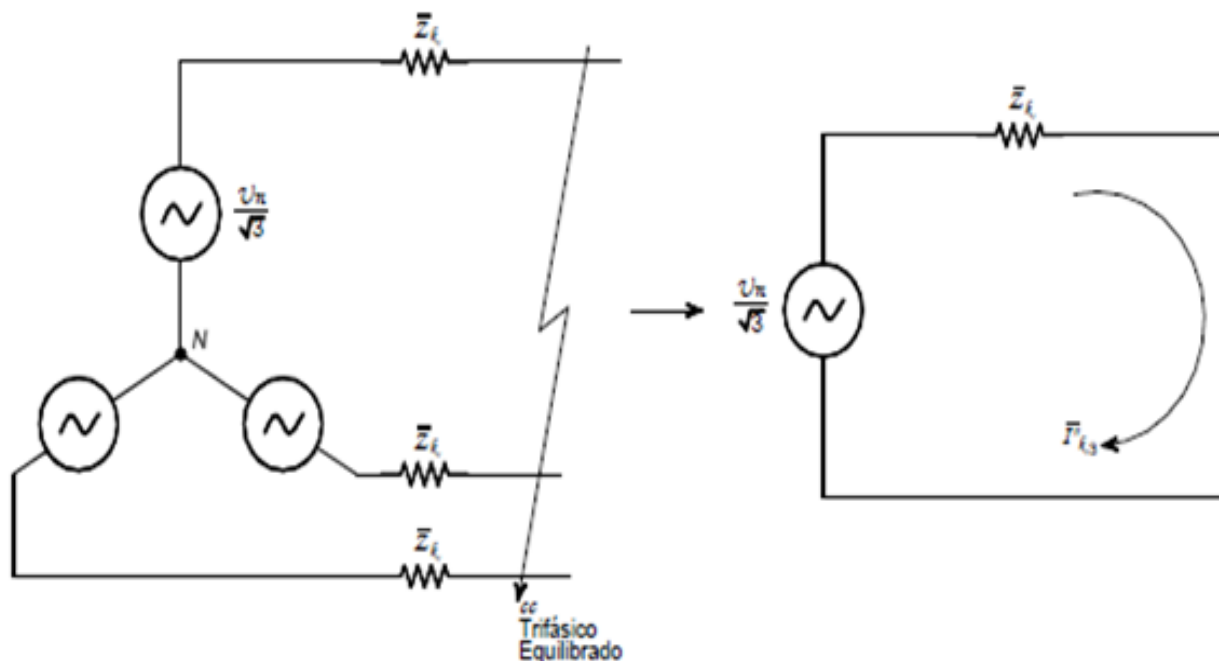
En las instalaciones de BT si el cortocircuito se da próximo a los bornes del transformador de potencia (barras del tablero general de BT), tenemos que $R \approx 0,2 \omega L$ por lo tanto tenemos un circuito muy inductivo.

Al contrario cuando nos alejamos del transformador, cuando el cortocircuito se produce en los circuitos terminales de la instalación, el valor de R aumenta en mayor medida que ωL .

En cada caso se deberá buscar el par de valores (θ, ϕ) que producen la máxima asimetría. El valor eficaz de la corriente de cortocircuito va disminuyendo porque:

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega L^2}}$$

En conclusión ante un cortocircuito entre las tres fases en forma simultánea se aplica la siguiente fórmula general:



$$I''_{K3} = \frac{Un}{\sqrt{3} \cdot Z_{CC}}$$

I''_{K3} : Corriente de cortocircuito trifásica, valor eficaz componente alterna de la corriente presunta permanente.

Z_{cc} : Impedancia equivalente del circuito de falla.

2.6 Fuentes que contribuyen al cortocircuito

Para evaluar la corriente de cortocircuito de un sistema de potencia es necesario identificar los equipos que van a contribuir al cortocircuito.

Las fuentes que aportan al cortocircuito son principalmente:

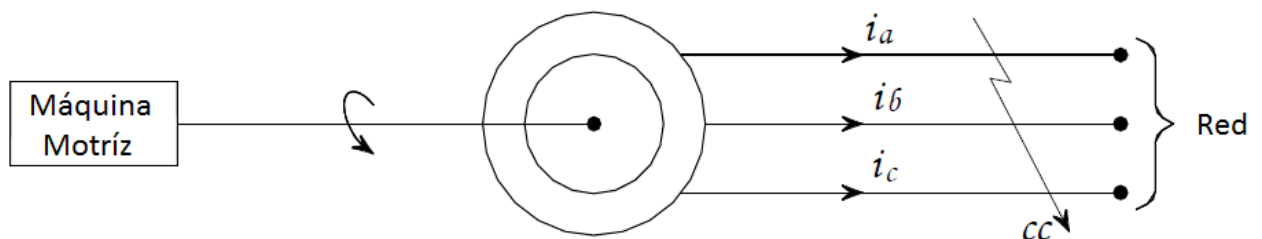
- Empresa de transmisión eléctrica (que suministra la energía).
- Máquinas eléctricas síncronas (generadores y motores)
- Máquinas eléctricas asíncronas (motores)

Empresa de transmisión eléctrica:

Es la empresa de suministro público, que generalmente proporciona información acerca de su posible corriente de cortocircuito, ó potencia de cortocircuito en un punto de conexión.

Máquinas síncronas:

Las máquinas síncronas son fuentes de cortocircuito, ya sea en su funcionamiento como generador ó como motor.



En el caso de un generador síncrono, luego de producida la falla, continua entregando tensión debido a que la excitación de campo se mantiene. El generador sigue recibiendo potencia, su eje continúa girando, por ello el circuito de campo se mantiene excitado con corriente continua, y la máquina se comporta como una fuente aportando al cortocircuito.

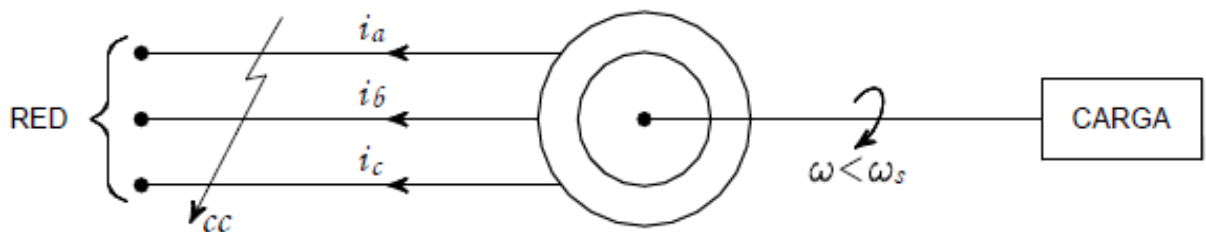
Solamente la reactancia del generador y la del circuito entre el generador y el punto de falla limitan al cortocircuito. La reactancia de un generador cambia con el tiempo después del inicio del cortocircuito.

En el caso de un motor síncrono, este actúa como un generador ante un cortocircuito. El motor deja de entregar energía a la carga y empieza a detenerse, sin embargo la inercia de la carga y el rotor impiden que el motor se detenga, por lo tanto sigue excitado, siendo una fuente de cortocircuito.

Las reactancias variables de los motores síncronos se designan de la misma manera que las de un generador. Sin embargo, los valores de las reactancias son diferentes.

Máquinas asíncronas

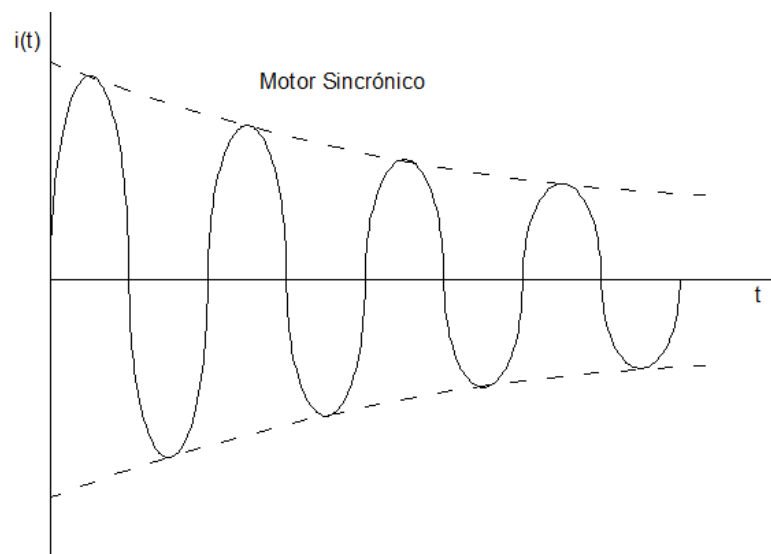
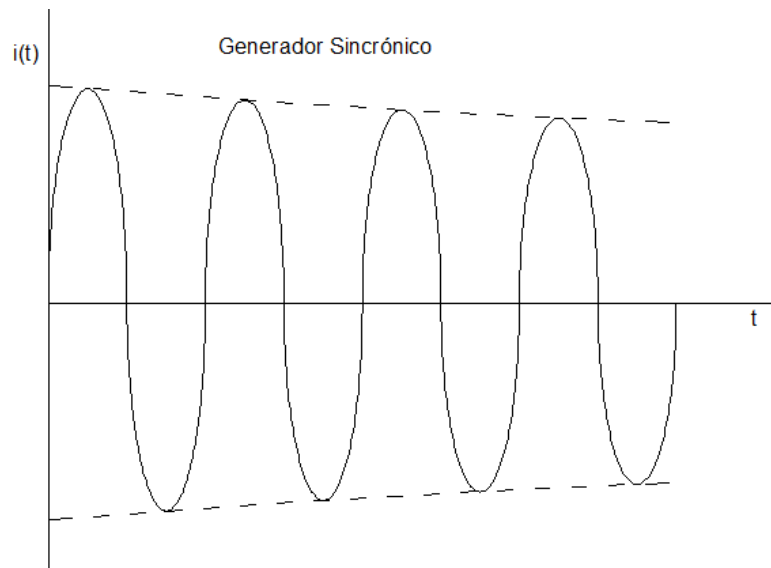
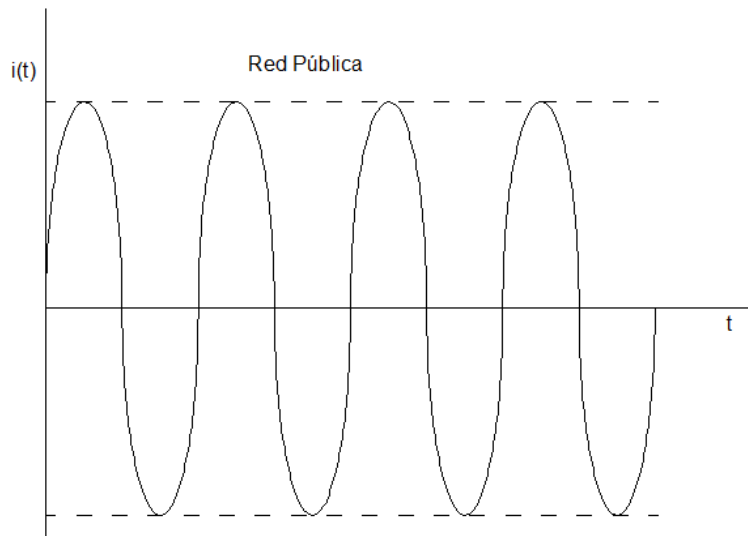
Las máquinas asíncronas aportan corriente de cortocircuito cuando, después de ocurrir la falla, el motor continúa en movimiento debido a la inercia de la carga y el rotor, entonces también se comporta como un generador.

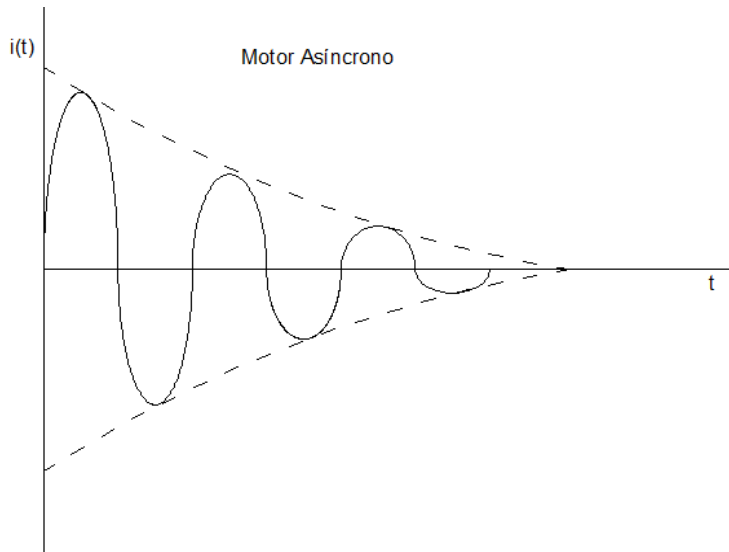


Pero hay una gran diferencia en la forma en que contribuyen a la corriente de cortocircuito los motores de inducción y los síncronos. El flujo de campo del motor de inducción se produce por la inducción del estator y no por el devanado del campo. Debido a que este flujo disminuye rápidamente después de la falla, el aporte del motor de inducción disminuye también con rapidez y desaparece por completo después de unos pocos ciclos.

No hay aporte de corriente de cortocircuito en estado estacionario, y por lo tanto, a los motores de inducción se les asigna solo un valor de reactancia.

A continuación observamos los gráficos comparativos de las corrientes de aporte según las fuentes:



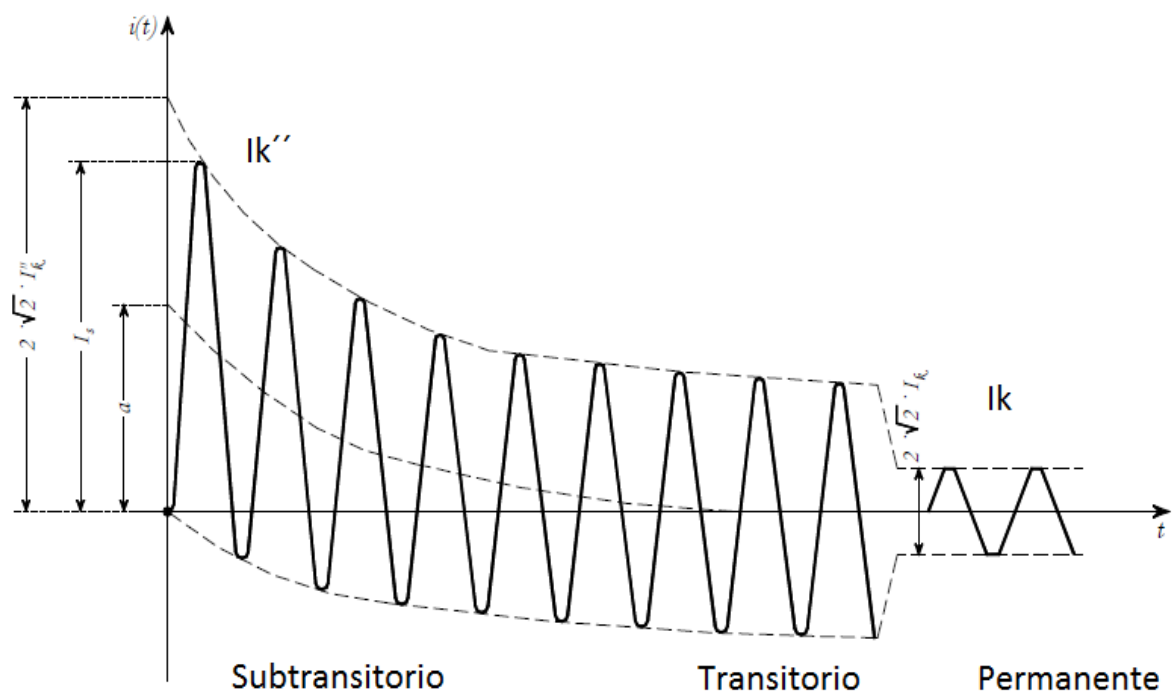


2.7 Definiciones

Según la figura siguiente, que representa una onda de una corriente de cortocircuito con componente continua, vamos a realizar las siguientes definiciones según el período tenido en cuenta (sub-transitorio, transitorio ó permanente):

Reactancia subtransitoria (X_d''):

Es la reactancia aparente de la máquina en el instante que ocurre el cortocircuito. Este valor dura pocos ciclos y es previa a la reactancia transitoria. Se da en el período llamado sub-transitorio.



Reactancia transitoria (X_d'):

Se trata de la reactancia inicial aparente de la máquina. Hace sentir sus efectos durante 1,5 segundos o más, y se da luego de la reactancia subtransitoria. Se obtiene en el período llamado transitorio.

Reactancia síncrona (X_d):

Es aquella que se tiene en el estado transitorio ó permanente. No es efectiva hasta varios segundos después que ocurrió el cortocircuito. Se da en el período llamado permanente ó estacionario.

Corriente de cortocircuito simétrica inicial (I''_k):

Valor eficaz de la componente de alterna de la corriente de cortocircuito prevista, en el instante de la aparición del cortocircuito, si la impedancia conserva su valor inicial.

Corriente de cortocircuito prevista:

Corriente que circularía si el cortocircuito fuera remplazado por una conexión ideal de impedancia nula, sin ninguna modificación de la alimentación.

Corriente de cortocircuito permanente (I_k):

Valor eficaz de la corriente de cortocircuito que se mantiene tras la extinción de los fenómenos transitorios.

Luego de los procesos transitorios la máquina mantiene su reactancia de operación normal X_d .

Valor de cresta de la Corriente de Cortocircuito (I_s):

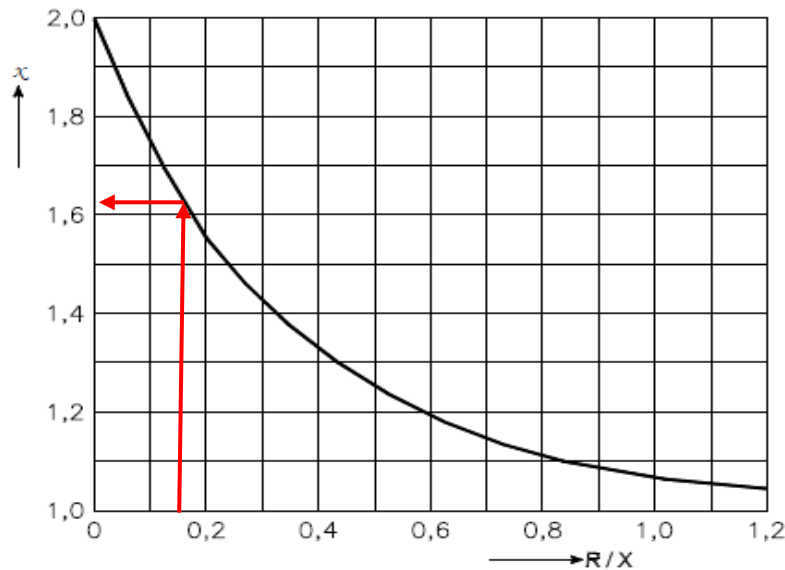
Valor instantáneo máximo posible de la corriente de cortocircuito prevista.

Para el cálculo de la corriente de cresta I_s , se considera la máxima asimetría posible de la corriente debido a la componente de continua. Esta asimetría dependen de la relación R/X del circuito cortocircuitado y del valor de la tensión en el instante de la falla.

A los efectos del diseño se trabaja con el valor máximo posible y se puede calcular como:

$$I_s = k \cdot \sqrt{2} \cdot I_k$$

El factor k se puede obtener del gráfico de la figura siguiente o calcular como:



$$k \cong 1.02 + 0.98 \cdot e^{-\left(\frac{3R}{X}\right)}$$

En las redes de baja tensión las peores condiciones de asimetría debida a la componente de continua, se dan en el caso de un cortocircuito en bornes del transformador.

En las instalaciones de baja tensión no se considera el período subtransitorio, debido a que se encuentra lejos de los generadores, por lo tanto solo existe el período transitorio y además se considera que $I_k'' = I_k$. De esta manera se puede calcular la corriente pico inicial a partir del cálculo de I_k y se toma como máxima condición de asimetría.

Ya vimos que en BT se tiene que $\omega L/R \leq 6,59$, entonces $R/X = 0,15$. Podemos comprobar lo que calculamos anteriormente en forma analítica en el gráfico, es decir que:

$$I_s = 1,62 \cdot \sqrt{2} \cdot I_k$$

2.8 Impedancias de cortocircuito

Para el cálculo de las corrientes de cortocircuito es necesario conocer las impedancias de las máquinas que limitan a estas.

Vamos a considerar las impedancias de la red de distribución, de los transformadores, de los conductores y de las máquinas rotativas.

Red de distribución:

La empresa distribuidora generalmente nos indica la Potencia de cortocircuito en el punto de conexión. Para los cálculos de la corriente de cortocircuito en instalaciones de BT se puede despreciar la componente resistiva de la impedancia de cortocircuito de la red. Por lo tanto se puede considerar:

$$Z_q \cong X_q = \frac{Unq^2}{S''kq}$$

Siendo:

$S''kq$: Potencia de cortocircuito en el punto de conexión. [VA]

Unq : Tensión nominal del sistema, valor eficaz de la línea. [V]

La potencia de cortocircuito máxima (trifásica) se define como:

$$S''kq = \sqrt{3} \cdot Unq \cdot I''kq$$

Dónde:

$I''kq$: Corriente de cortocircuito trifásica, valor eficaz, en el punto de conexión a la red del distribuidor. [A]

Transformador de Potencia:

La impedancia de cortocircuito de los transformadores de dos arrollamientos se obtiene a partir del ensayo de cortocircuito considerando la tensión de cortocircuito (u_{kt}) y las pérdidas en el cobre (P_{cu}) que este ensayo nos brinda.

O sea que la impedancia se determina:

$$Z_t = \frac{u_{kt}(\%)}{100} \cdot \frac{Un^2}{S_n} = \sqrt{R_t^2 + X_t^2}$$

Con:

$$R_t = \frac{P_{cu}}{3 \cdot I_n^2}$$

$$X_t = \sqrt{Z_t^2 - R_t^2}$$

Siendo:

Un . Tensión nominal, valor eficaz de la línea. [V] (Se toma del lado de BT para el caso en estudio).

S_n : Potencia aparente del transformador. [VA]

I_n . Corriente nominal DEL TRAFÓ. [A]

R_t : Componente resistiva de la impedancia del transformador.

X_t : Componente inductiva de la impedancia del transformador.

Conductores:

Los valores de las reactancias y resistencias de los conductores lo obtenemos de tablas que nos brindan los fabricantes de los mismos. Generalmente estos datos están en Ω/km .

Los conductores eléctricos pueden ser de cobre o aluminio; los cuales poseen diferente resistividad.

La resistencia depende de la resistividad (ρ), de la longitud (L) y de la sección (S) de los conductores.

$$R = \frac{\rho L}{S} [\Omega]$$

A mayor longitud y menor sección tenemos más resistencia. A su vez la resistividad depende de la temperatura del material, por lo tanto a diferentes temperaturas tenemos diferentes resistencias; aumentando la temperatura del material, aumenta la resistividad y también entonces la resistencia del conductor.

Para el cálculo del cortocircuito máximo se considera la menor resistencia, la cual según reglamentación AEA 90909 corresponde a los 20°C de temperatura.

Otro punto a tener en cuenta es si los conductores son líneas aéreas ó subterráneas:

Para las líneas aéreas los valores de la resistencia vienen tabulados para una temperatura dada. La reactancia no depende de la temperatura, pero si depende de su forma física y de su disposición entre fases (Coplanar, tresbolillo, etc.).

Para líneas aéreas desnudas, la reactancia inductiva se puede calcular a través de la siguiente ecuación:

$$Xl = f\mu_o \left[\frac{1}{4n} + Ln \left(\frac{D}{r} \right) \right] [\Omega/\text{Km}]$$

Dónde:

f: frecuencia 50 Hz.

n: Número de conductores del Haz, teniendo para un solo conductor $n=1$.

μ_o : $2\pi \times 10^{-4}$ [H/km]

r: radio del conductor.

D. Distancia media entre conductores.

Donde tenemos:








Para disposición coplanar. $D=d \sqrt[3]{2}$, y para disposición Triangular: $D=d$. Siendo d: separación entre cables.

En las líneas subterráneas los valores de impedancia se obtienen de la misma forma que para las líneas aéreas. Pero en este caso tenemos que tener en cuenta si los cables son unipolares ó multipolares, ya que sus reactancias son diferentes. El fabricante nos brinda en tablas las diferentes reactancias de acuerdo a su conformación y sección.

En la siguiente tabla del fabricante CIMET nos da las características de los cables de Cu, aislados en PVC, según IRAM 2178.

Por ejemplo: un cable $3(1 \times 120 \text{mm}^2) + 1(1 \times 70 \text{mm}^2)$ en tresbolillo, la impedancia del cable para calcular la corriente de cortocircuito es:

$$Z_{\text{cable}} = (0,153 + j 0,084) \text{ohm/Km}$$

Sección mm ²	Resistencia eléctrica		Reactancia Inductiva						
	a 20° C en CC Ω/km	a 70° C en CA Ω/km	Unipolares			2 x	3 x	3 x / N	4 x
			 Ω/km	 Ω/km	 Ω/km	 Ω/km	 Ω/km	 Ω/km	 Ω/km
1,50	12.10	14.48	0.140	0.198	0.154	0.101	0.101		0.108
2,50	7.41	8.87	0.130	0.188	0.145	0.095	0.095		0.102
4	4.61	5.52	0.127	0.185	0.142	0.097	0.097		0.104
6	3.08	3.69	0.120	0.178	0.134	0.092	0.092		0.099
10	1.83	2.19	0.111	0.169	0.125	0.086	0.086		0.093
16	1.15	1.38	0.103	0.162	0.118	0.082	0.082		0.089
25	0.727	0.870	0.099	0.157	0.113	0.081	0.081	0.086	0.088
35	0.524	0.627	0.094	0.152	0.109	0.078	0.078	0.082	0.085
50	0.387	0.464	0.091	0.150	0.106	0.077	0.077	0.082	
70	0.268	0.321	0.088	0.146	0.103		0.075	0.080	
95	0.198	0.232	0.088	0.144	0.101		0.075	0.080	
120	0.153	0.184	0.084	0.142	0.099		0.073	0.078	
150	0.124	0.150	0.083	0.141	0.098		0.073	0.078	
185	0.0991	0.1207	0.083	0.141	0.098		0.073	0.071	
240	0.0754	0.0930	0.082	0.140	0.096		0.073	0.077	

Generadores y motores síncronos:

Para estos casos se utiliza la reactancia subtransitoria (X''_d). La componente resistiva se puede despreciar.

$$X''_g = \frac{X''_d(\%)}{100} \cdot \frac{Un^2}{Sn}$$

Siendo:

Sn: Potencia nominal aparente de la máquina. [VA]

Un: Tensión nominal de la máquina, valor eficaz de línea. [V]

Motores asíncronos:

La reactancia se determina a partir de la corriente de arranque del motor (I_a). Considerando a esta 5 veces I_n para el cálculo.

Entonces:

$$X_m = 0,2x \cdot \frac{U_n^2}{S_n}$$

S_n : Potencia nominal aparente del motor. [VA]

U_n : Tensión nominal, valor eficaz. [V]

La norma IEC 60909 establece que la contribución de un motor ó de un grupo de motores asíncronos, con conexión directa al punto de cortocircuito (sin transformadores intermedios) es despreciable cuando:

$$\sum_i I_{ni} \leq 0,01x I''kq$$

I_{ni} : Corriente nominal de cada motor síncrono i . Pudiendo valer i (1,2,3,...,i)

$I''kq$: Corriente de cortocircuito trifásica, valor eficaz, en el punto de conexión a la red del distribuidor.

Lo que significa que la contribución de un grupo de motores asíncronos, se desprecia, si la suma de las corrientes nominales de los mismos, es inferior ó igual al 1% de la corriente de cortocircuito considerando solo el aporte de la red.

2.9 Ejemplo de cálculo

Vamos a considerar un ejemplo de cálculo de cortocircuito trifásico del lado de BT, en las barras del tablero general de Baja Tensión (TGBT).

Datos Red:

$U_n = 13,2$ kV

$S''kq = 350$ MVA

Datos Transformador:

$S_n = 1000$ kVA

Relación = 13,2/0,4 kV

$u_k\% = 5\%$

$P_{cu} = 10500 \text{ W}$

Datos cables (Tramo L1):

$L1=8 \text{ m.}$

4(1x300 mm²) por fase + 2(1x300 mm²) Neutro

$R_{cL1}'=0,0754 \text{ } \Omega/\text{km}$ (a 70°C)

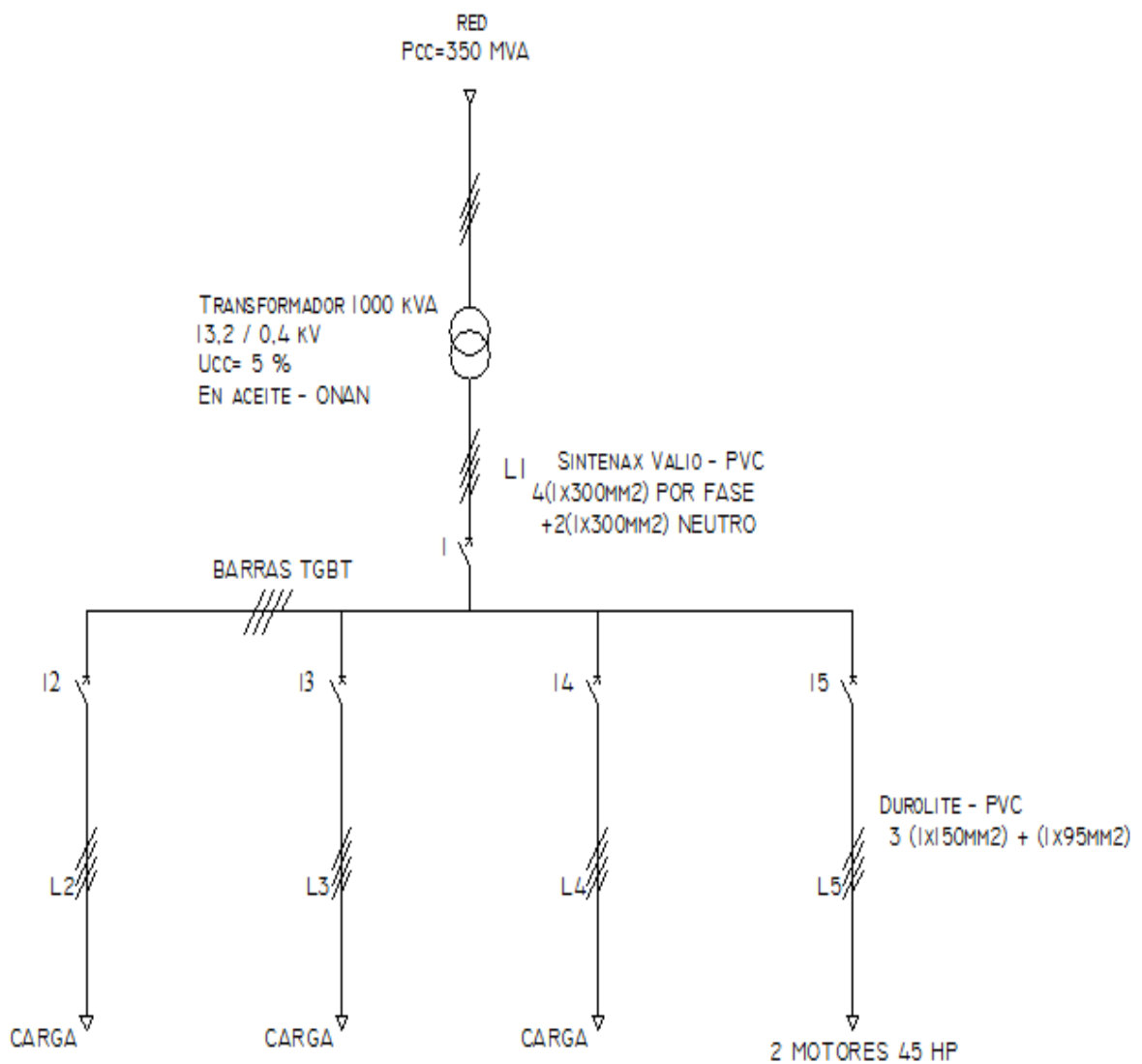
$X_{cL1}'=0,140 \text{ } \Omega/\text{km}$

Datos barras BT:

4 barras desnudas de Cu – (1 por fase + N)

10mmx120mm (1200 mm²)

Para ello consideremos el siguiente diagrama unifilar.



Cálculo de impedancias:

Impedancia del sistema referida al lado de BT:

La componente resistiva se desprecia, y la reactancia es:

$$Xq = \frac{Un^2}{S'_{kq}} = \frac{380^2}{350 \times 10^6} = j4,125 \times 10^{-4} \Omega$$

Impedancia del transformador:

$$Zt = \frac{ukt(\%)}{100} \times \frac{Un^2}{Sn} = \frac{5}{100} \times \frac{380^2}{1000 \times 10^3} = 7,22 \times 10^{-3} \Omega$$

Para el cálculo de la resistencia del transformador es necesario conocer la corriente nominal:

$$In = \frac{Sn}{\sqrt{3}Un} = \frac{1000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380} = 1519,3 \text{ A}$$

$$Rt = \frac{Pcu}{3In^2} = \frac{10500}{3 \times 1519,3^2} = 1,516 \times 10^{-3} \Omega$$

Y la reactancia es:

$$Xt = \sqrt{Zt^2 - Rt^2} = \sqrt{(7,22 \times 10^{-3})^2 - (1,516 \times 10^{-3})^2} = j7,059 \times 10^{-3} \Omega$$

Impedancia tramo L1:

Al ser 4 conductores por fase, se debe dividir la R_{cL1} y X_{cL1} por 4.

$$Z_{cL1} = \frac{R_{cL1}}{4} + j \frac{X_{cL1}}{4}$$

Dónde:

R_{cL1}: Resistencia del conductor a 20°C (Ohm)

X_{cL1}: Reactancia del conductor (Ohm)

La resistencia del conductor varía con la temperatura. Para una temperatura menor, la resistencia disminuye y por lo tanto la corriente de cortocircuito sería mayor.

Como el fabricante en este caso nos brinda la resistencia a 70°C (ver catálogo) aplicamos la siguiente fórmula para llevarla a 20°C (temperatura que establece la reglamentación AEA 90909 para el cálculo de la corriente de cortocircuito):

$$RcL1 = \frac{RcL1'}{1 + (\alpha \times \Delta T)} \times \frac{L1}{1000}$$

Dónde:

RcL1': Resistencia dada por el fabricante a 70°C (Ohm/ Km)

ΔT : Variación de temperatura (°C)

α : Coeficiente de temperatura (propia del material). (1/°C)

Entonces:

$$RcL1 = \frac{RcL1'}{1 + (\alpha \times \Delta T)} \times \frac{L1}{1000} = \frac{0,0754}{1 + (4 \times 10^{-3} \times 50)} \times \frac{8}{1000}$$

$$RcL1 = 5,026 \times 10^{-4} \Omega \text{ (a } 20^\circ C)$$

$$\frac{RcL1}{4} = 1,256 \times 10^{-4} \Omega \text{ (a } 20^\circ C)$$

Para la reactancia tenemos:

$$XcL1 = \frac{XcL1' \times L1}{1000} = \frac{0,140 \times 8}{1000} = j1,12 \times 10^{-3} \Omega$$

Dónde:

XcL1': Reactancia dada por el fabricante (Ohm/ Km)

Entonces:

$$\frac{XcL1}{4} = j0,28 \times 10^{-3} \Omega \text{ (a } 20^\circ C)$$

Cálculo de las corrientes de cortocircuito:

Hipótesis para el cálculo según norma AEA 90909, para el cortocircuito máximo.

- Corriente de cortocircuito máxima a 20°C.
- Se considera 1,05 de la tensión nominal (Debido a posición más desfavorable del tap del transformador).
- Cortocircuito trifásico y equilibrado.
- La impedancia en el punto de falla es cero.
- La tensión a lo largo del cortocircuito se mantiene constante.

En bornes de BT del transformador:

Para determinar la corriente de cortocircuito en los bornes de BT del transformador sumamos la reactancia del sistema y la impedancia del transformador y aplicamos la fórmula correspondiente.

$$Za = jXq + Rt + jXt = 1,516x10^{-3} + j(4,125x10^{-4} + 7,059x10^{-3})$$

$$Za = 1,156x10^{-3} + j7,471x10^{-3} = 7,56x10^{-3}(81,2^\circ)\Omega$$

$$Icca(max.) = \frac{Unx1,05}{\sqrt{3}xZa} = \frac{380x1,05}{\sqrt{3}x(7,56x10^{-3})} = 30,5 \text{ kA}$$

En Barras del TGBT:

Para este caso sumamos las impedancias correspondientes:

$$Zb = Za + \frac{RcL1}{4} + j\frac{XcL1}{4}$$

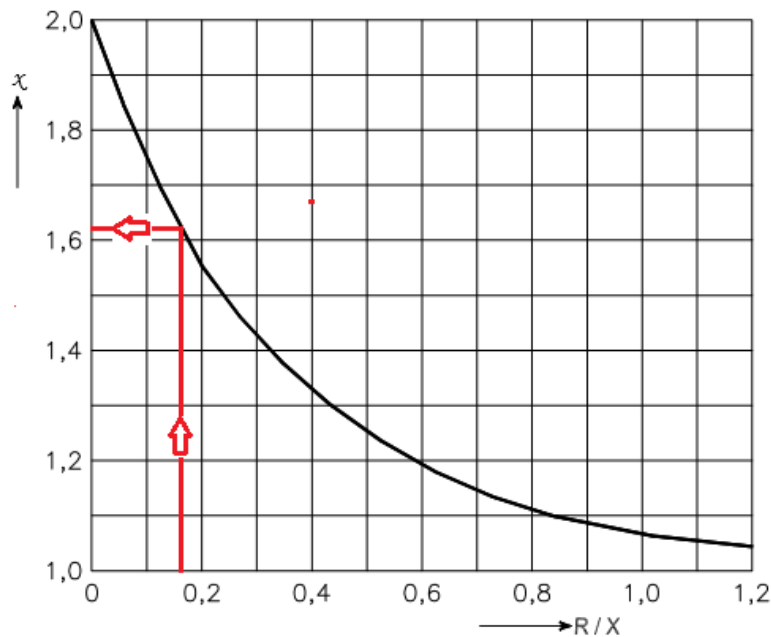
$$Zb = (1,156x10^{-3} + 1,256x10^{-4}) + j(7,471x10^{-3} + 0,28x10^{-3})$$

$$Zb = 1,286x10^{-3} + j7,751x10^{-3} = 7,856x10^{-3}(80,5^\circ)\Omega$$

Entonces el cortocircuito máximo es:

$$Iccb(max.) = \frac{Unx1,05}{\sqrt{3}xZb} = \frac{380x1,05}{\sqrt{3}x(7,856x10^{-3})} = 29,32 \text{ kA}$$

Ahora calculamos el valor cresta de la corriente de cortocircuito, necesario para el posterior cálculo de barras del TGBT, para ello entramos al gráfico siguiente y obtenemos k:



$$k \cong 1,02 + 0,98 \cdot e^{-\left(\frac{3R}{X}\right)}$$

$$\frac{R}{X} = \frac{1,286 \times 10^{-3}}{7,751 \times 10^{-3}} = 0,165$$

$$k = 1,615$$

O también aplicando la fórmula:

$$k = 1,02 + 0,98xe^{-3Rb/Xb} = 1,02 + 0,98xe^{-3 \times 1,286/7,751} = 1,651$$

Entonces:

$$I_s = 1,615 \cdot \sqrt{2} \cdot I_{ccb(max.)} = 2,28 \cdot I_{ccb(max.)}$$

$$I_s = 1,615 \cdot \sqrt{2} \cdot 29,32 = 66,9 \text{ kA}$$

3 FUERZAS ELECTRODINÁMICAS

En 1820 Oersted descubrió que una corriente producía un campo magnético alrededor de un conductor por el que circulaba.

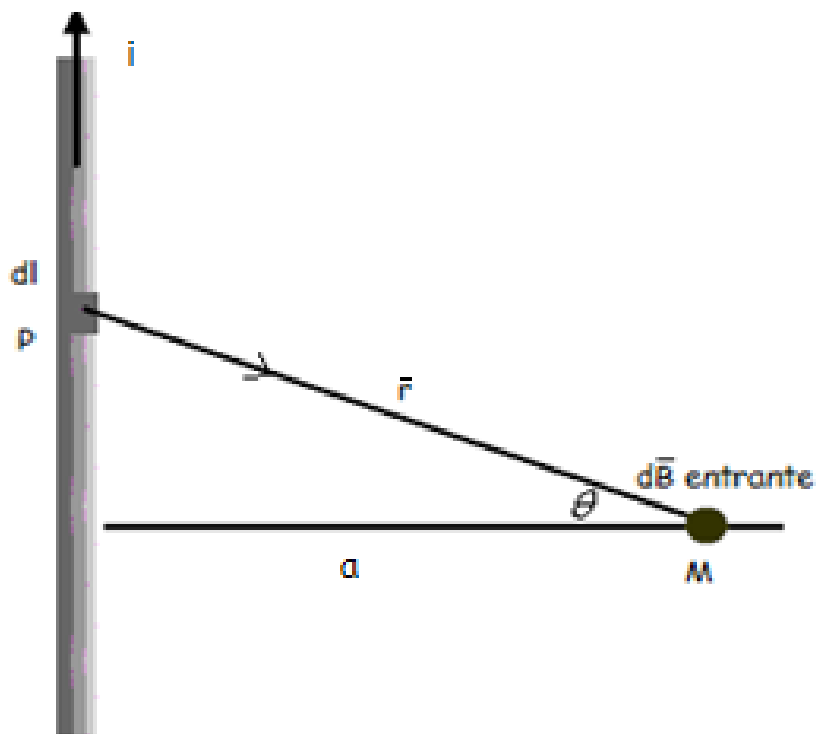
Años más tarde en 1828 Ampere realizó algunas mediciones de las intensidades de corriente que fluían y de las fuerzas producidas. De esta manera estableció el siguiente principio: *‘Entre dos conductores paralelos por los que circulan corrientes de igual sentido se genera una fuerza de atracción, que intenta unirlos. Si las corrientes tienen sentido opuesto la fuerza es de repulsión e intenta separarlos. La fuerza ejercida es proporcional a las intensidades de las corrientes y a la longitud del enfrentamiento de ambos conductores’.*

Para el cálculo de los esfuerzos electrodinámicos, se empleará un método de cálculo basado en determinar el campo magnético creado por una corriente eléctrica en un punto del espacio, deduciendo después la fuerza resultante ejercida sobre un conductor colocado en dicho punto y recorrido por una corriente eléctrica.

Para calcular el valor de la fuerza se utiliza la ley de Biot y Savart y la ley de Laplace:

3.1 La ley de Biot-Savart

Esta ley establece que cada diferencial de longitud $d\vec{l}$ [m] de un conductor, recorrido por una intensidad de corriente i [A], produce en un punto M (situado en la posición que apunta el vector \vec{r}) un campo magnético $d\vec{B}$ [Tesla], como se ve en la figura.



Tal que:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Dónde:

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \times 10^{-7} \left[\frac{N}{A^2} \right] \text{ (Permeabilidad magnética del vacío)}$$

$$\hat{r} = \text{Vector unitario en la dirección del vector } \vec{r}, \text{ tal que } \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

En el caso particular de 2 conductores rectilíneos paralelos:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot i \cdot \frac{\hat{r}}{2\pi a}$$

Dónde:

$$a = \text{distancia entre conductores [m]}$$

3.2 La ley de Laplace

La ley de Laplace establece que cuando en un circuito por el que circula la intensidad de corriente i [A], está situado en un campo magnético \vec{B} [Tesla], cada diferencial de longitud $d\vec{l}$ [m], queda sometido a la siguiente fuerza:

$$d\vec{F} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B} \text{ [N]}$$

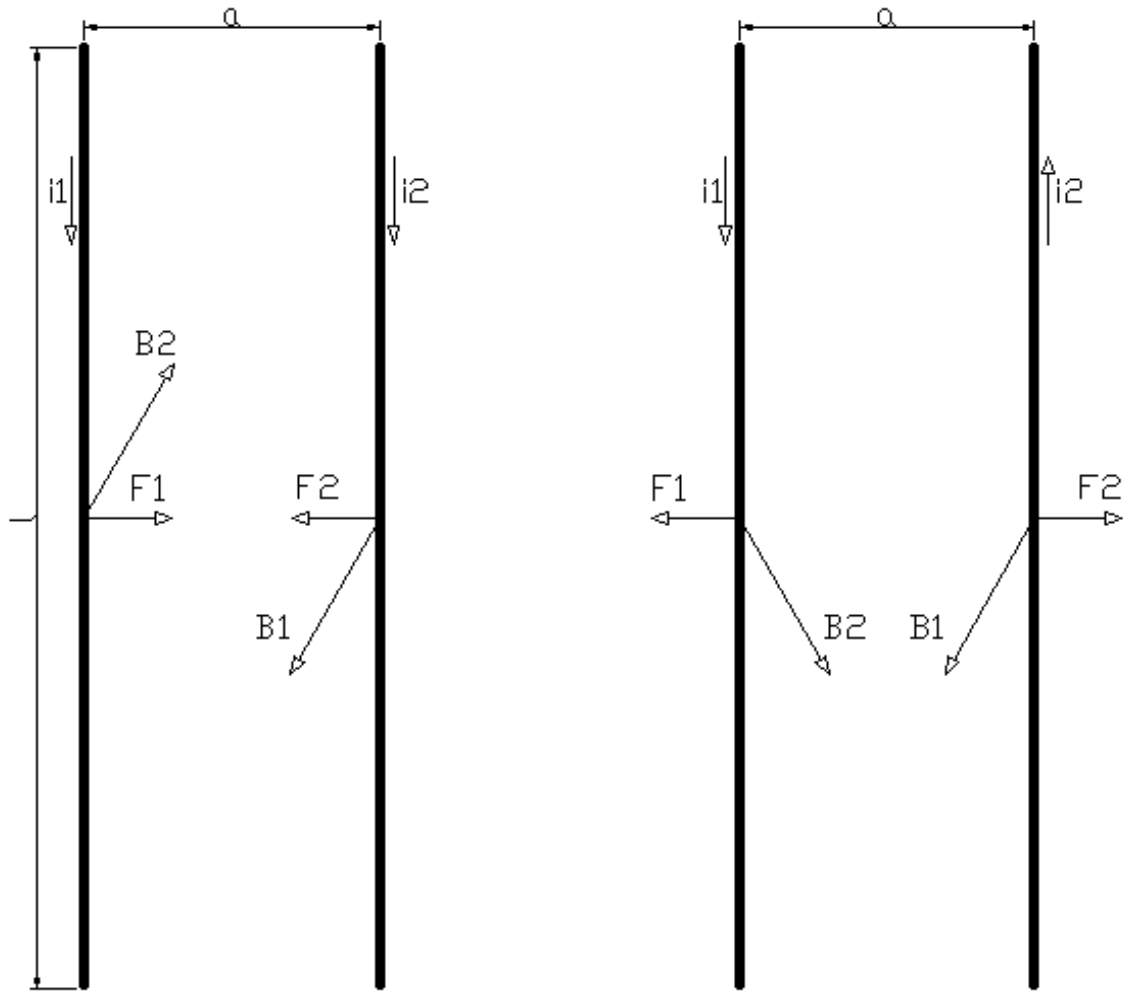
En el caso particular de conductores rectilíneos, la fuerza total es:

$$\vec{F} = i \cdot l \times \vec{B}$$

3.3 Cálculo de fuerzas entre conductores

A partir de las dos leyes analizadas anteriormente, podemos determinar la fuerza entre dos conductores paralelos por los que circulan las corrientes i_1 e i_2 .

En la siguiente figura se presentan dos casos posibles, cuando las corrientes tienen el mismo sentido y cuando tienen sentidos opuestos:



El campo magnético generado por el conductor 1, sobre el conductor 2 es:

$$B1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1}{a}$$

Teniendo en cuenta las siguientes hipótesis:

- Los conductores se reducen a una línea de corriente y su sección a un punto.
- Considerando que $l \gg a$

La fuerza electromagnética total producida por el campo magnético B1 sobre el conductor 2 es:

$$F2 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i2}{a} \cdot l$$

De la misma manera se deduce la fuerza electromagnética total producida por el campo magnético B2 sobre el conductor 1:

$$F1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i2}{a} \cdot l$$

Con:

l : distancia entre soportes [m]

a : distancia entre ejes de los conductores [m]

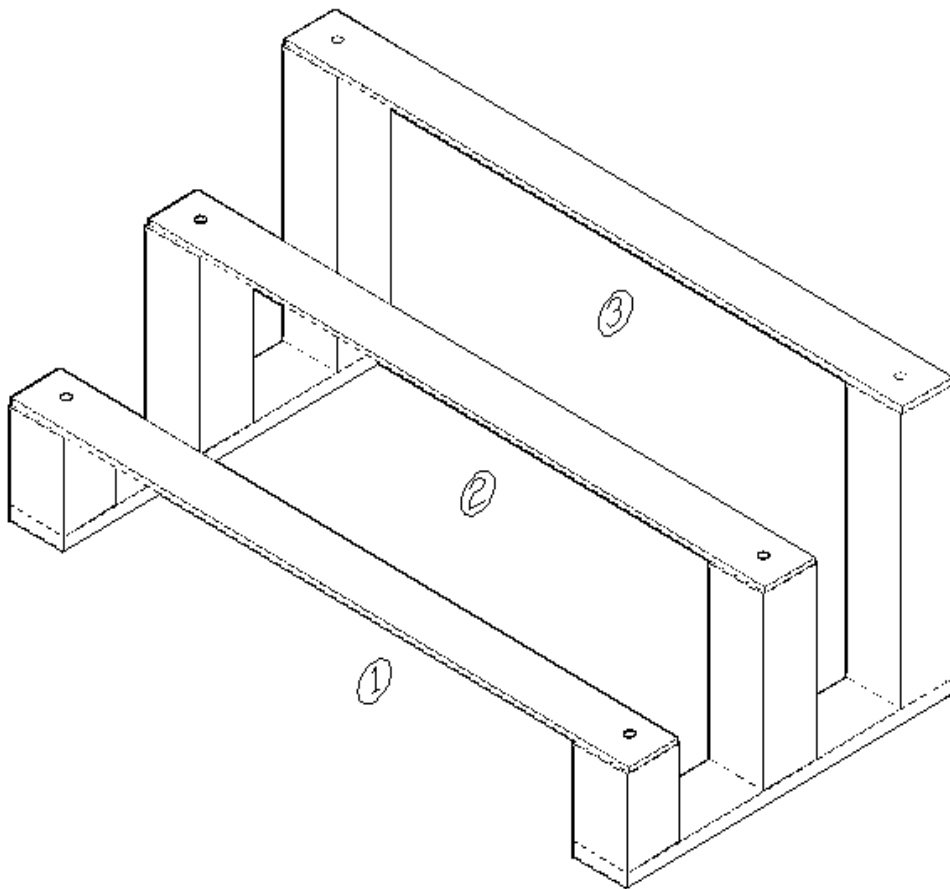
i_1, i_2 : valores instantáneos de las corrientes en los conductores [A]

Esta fórmula coincide con lo establecido en la norma IRAM 2358, para fuerza entre dos conductores paralelos.

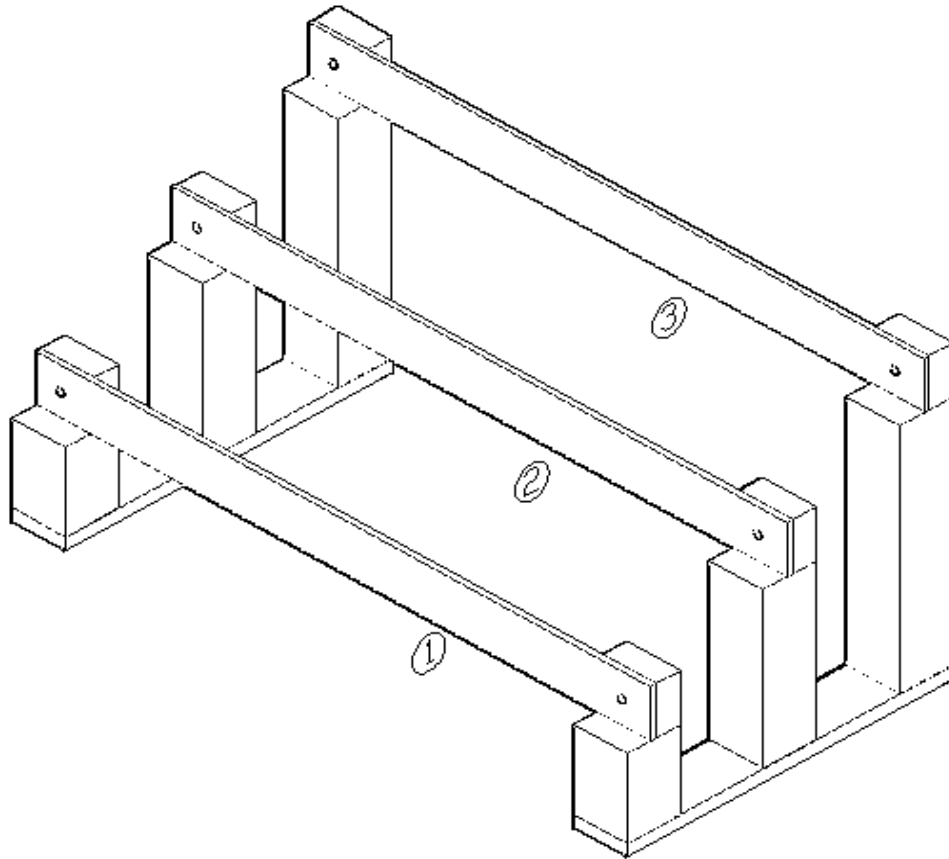
3.4 Fuerzas electrodinámicas en barras escalonadas

Para los casos en estudio (ver figuras siguientes) se realizará un análisis de los campos electromagnéticos entre barras, obteniendo ecuaciones que muestran la distribución de fuerzas, la fuerza total que soportan las barras de los tableros de BT en función de la corriente de cortocircuito, de la separación entre ellas y de su disposición.

Barras escalonadas, horizontales.



Barras escalonadas, verticales.



3.4.1 Estudio de fuerzas con ($l \gg a$)

En una primera instancia se realiza un estudio de las fuerzas que se generan entre las barras cuando la longitud de las mismas (l) es mucho mayor a la separación entre ellas (a). La longitud de las barras es la misma para todos los casos, así también la separación entre ellas.

Análisis de la fuerza sobre la barra 1 (Posición extrema)

Teniendo en cuenta las siguientes hipótesis:

- Las barras se reducen a una línea de corriente y su sección a un punto. Por este motivo los dos casos en estudio (barras escalonadas horizontales y barras escalonadas verticales) representan una misma situación.
- Se considera que $l \gg a$ (la longitud de las barras son más de 15 veces la separación entre ellas).
- Cortocircuito trifásico del lado de BT.
- La suma de las corrientes (i_1 , i_2 e i_3) en todo momento es igual a cero.

La fuerza sobre la barra 1, se obtiene sumando las fuerzas generadas por los campos de las otras dos barras, obteniendo en forma general:

$$F_1 = -F_{3,1} - F_{2,1}$$

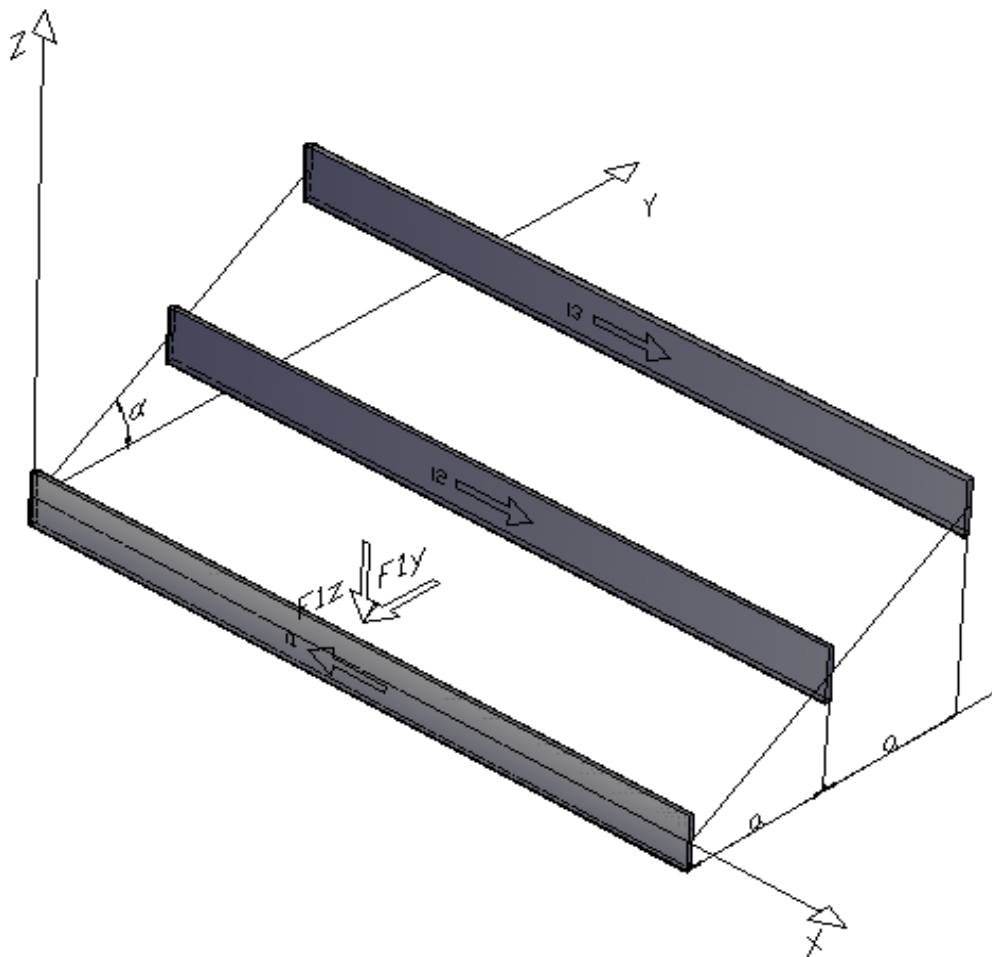
Con:

$F_{2,1}$ = Fuerza sobre barra 1, debido a campo magnetico generado por barra 2.

$F_{3,1}$ = Fuerza sobre barra 1, debido a campo magnetico generado por barra 3.

A demás la fuerza F_1 se descompone según los ejes ortogonales:

$$F_1 = (F_{1x}, F_{1y}, F_{1z})$$



Entonces sobre la barra 1, debido al campo magnético generado por la barra 2 tenemos un diferencial de fuerza cuyo valor se determina como sigue:

$$dF_{2,1} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot dl$$

Y debido al campo magnético generado por la barra 3:

$$dF_{3,1} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i3}{2a} \cdot dl$$

Para $dF_{2,1}$:

$$dF_{2,1x} = 0 \text{ (Según eje x)}$$

$$dF_{2,1y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i2}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl \text{ (Según eje y)}$$

$$dF_{2,1z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i2}{a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl \text{ (Según eje z)}$$

Para $dF_{3,1}$:

$$dF_{3,1x} = 0 \text{ (Según eje x)}$$

$$dF_{3,1y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i3}{2a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl \text{ (Según eje y)}$$

$$dF_{3,1z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i3}{2a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl \text{ (Según eje z)}$$

Entonces:

$$dF_{1x} = 0$$

$$\begin{aligned} dF_{1y} &= -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i3}{2a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl - 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i2}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl \\ &= -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i1 \cdot i3}{2} + i1 \cdot i2 \right) \cdot dl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dF_{1z} &= -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i3}{2a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl - 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i1 \cdot i2}{a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl \\ &= -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i1 \cdot i3}{2} + i1 \cdot i2 \right) \cdot dl \end{aligned}$$

Integrando, se obtienen las componentes de la fuerza sobre la barra 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 0 \\ F_{1y} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i1 \cdot i3}{2} + i1 \cdot i2 \right) \\ F_{1z} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \sen(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i1 \cdot i3}{2} + i1 \cdot i2 \right) \end{array} \right.$$

Análisis de la fuerza sobre barra 2 (Posición central)

Para este caso particular se tienen en cuenta las mismas hipótesis mencionadas en el caso de la barra 1.

La fuerza sobre la barra 2, se obtiene sumando las fuerzas generadas por los campos de las otras dos barras, obteniendo en forma general:

$$F_2 = F_{1,2} + F_{3,2}$$

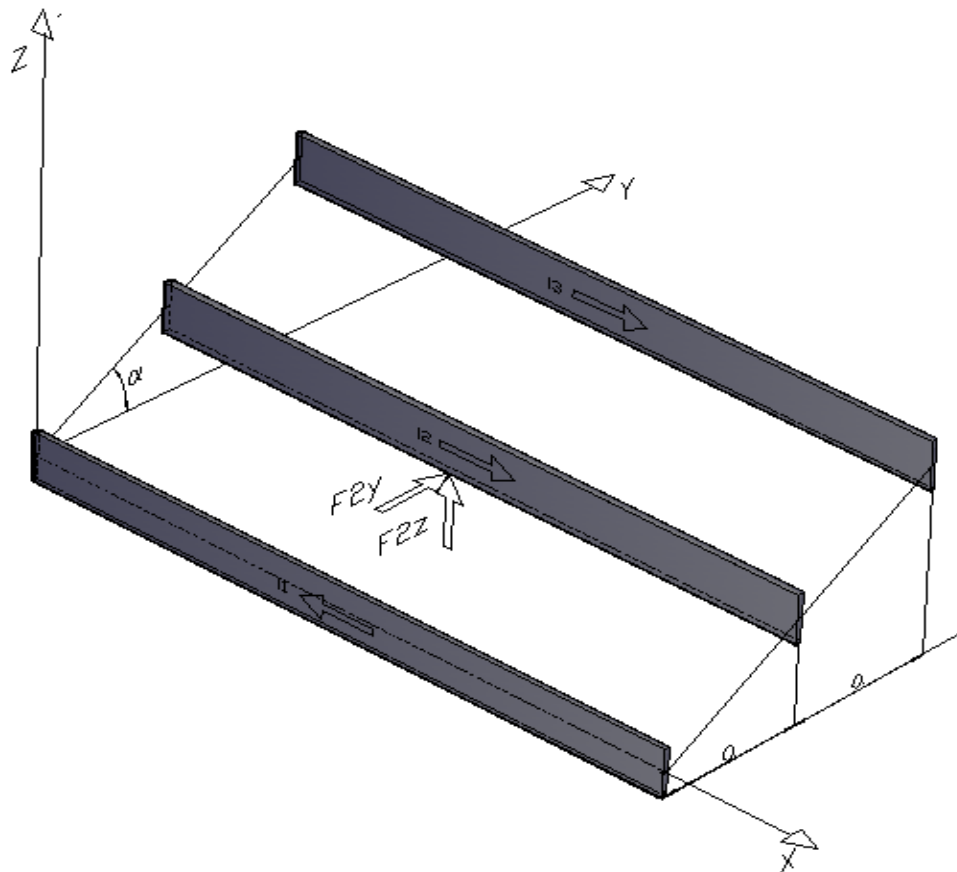
Con:

$F_{1,2}$ = Fuerza sobre barra 2, debido a campo magnético generado por barra 1.

$F_{3,2}$ = Fuerza sobre barra 2, debido a campo magnético generado por barra 3.

A demás la fuerza F_2 se descompone según ejes ortogonales.

$$F_2 = (F_{2x}, F_{2y}, F_{2z})$$



Entonces sobre la barra 2, debido al campo magnético generado por la barra 1 tenemos:

$$dF_{1,2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot dl$$

Y debido al campo magnético generado por la barra 3:

$$dF_{3,2} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot dl$$

Descomponiendo según los ejes x, y y z:

Para $dF_{1,2}$:

$$dF_{1,2x} = 0$$

$$dF_{1,2y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl$$

$$dF_{1,2z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl$$

Para $dF_{3,2}$:

$$dF_{3,2x} = 0$$

$$dF_{3,2y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl$$

$$dF_{3,2z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl$$

Entonces:

$$dF_{2x} = 0$$

$$\begin{aligned} dF_{2y} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl + 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot (i_1 \cdot i_2 + i_2 \cdot i_3) \cdot dl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dF_{2z} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl + 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \sen(\alpha) \cdot dl \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot (i_1 \cdot i_2 + i_2 \cdot i_3) \cdot dl \end{aligned}$$

Integrando, se obtienen las componentes de la fuerza sobre la barra 2:

$$\left\{ \begin{aligned} F_{2x} &= 0 \\ F_{2y} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \cos(\alpha)}{a} \cdot (i_1 \cdot i_2 + i_2 \cdot i_3) \\ F_{2z} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \sen(\alpha)}{a} \cdot (i_1 \cdot i_2 + i_2 \cdot i_3) \end{aligned} \right.$$

Análisis de la fuerza sobre barra 3 (Posición extrema)

Para este caso particular se tienen en cuenta las mismas hipótesis mencionadas en el caso de la barra 1.

La fuerza sobre la barra 3, se obtiene sumando las fuerzas generadas por los campos de las otras dos barras, obteniendo en forma general:

$$F_3 = F_{1,3} - F_{2,3}$$

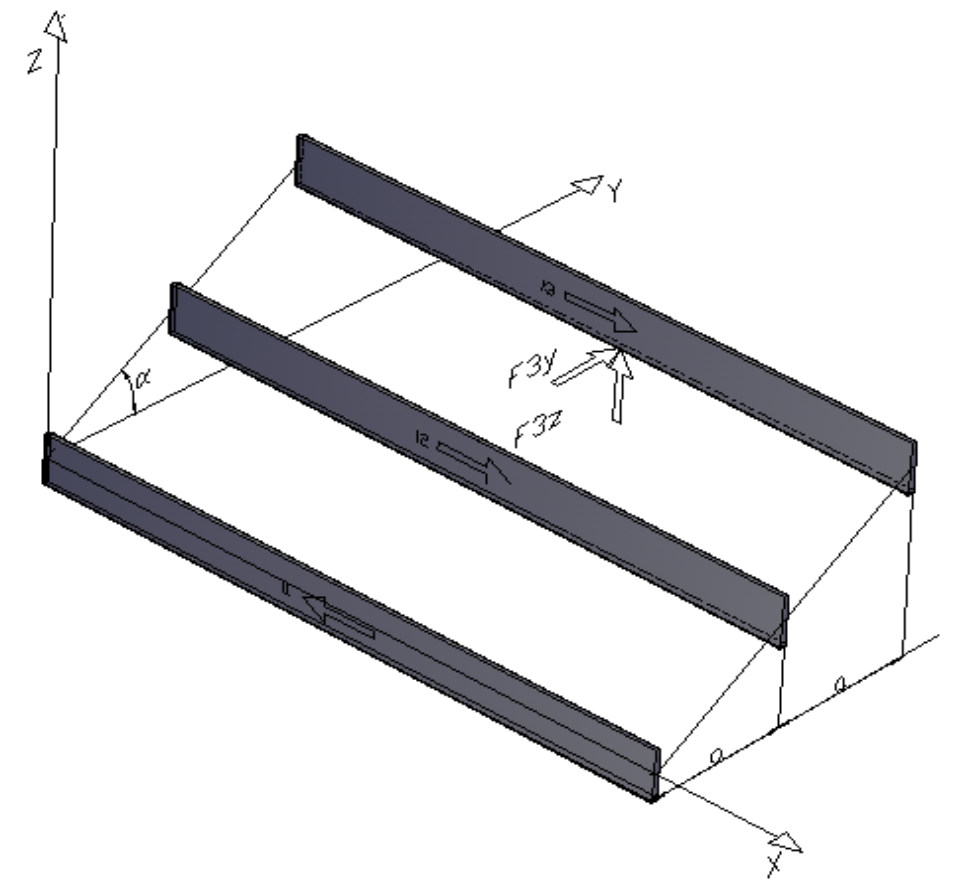
Con:

$F_{1,3}$ = Fuerza sobre barra 3, debido a campo magnético generado por barra 1.

$F_{2,3}$ = Fuerza sobre barra 3, debido a campo magnético generado por barra 2.

A demás la fuerza F_3 se descompone según ejes ortogonales.

$$F_3 = (F_{3x}, F_{3y}, F_{3z})$$



Entonces sobre la barra 3, debido al campo magnético generado por la barra 1 tenemos:

$$dF_{1,3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_3}{2a} \cdot dl$$

Y debido al campo magnético generado por la barra 2:

$$dF_{2,3} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot dl$$

Descomponiendo según los ejes x, y y z, se obtiene:

Para $dF_{1,3}$:

$$dF_{1,3x} = 0$$

$$dF_{1,3y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_3}{2a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl$$

$$dF_{1,3z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_3}{2a} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot dl$$

Para $dF_{2,3}$:

$$dF_{2,3x} = 0$$

$$dF_{2,3y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl$$

$$dF_{2,3z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot dl$$

Entonces:

$$dF_{3x} = 0$$

$$\begin{aligned} dF_{3y} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_3}{2a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl - 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \cos(\alpha) \cdot dl \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i_1 \cdot i_3}{2} - i_2 \cdot i_3 \right) \cdot dl \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dF_{3z} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_3}{2a} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot dl - 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_2 \cdot i_3}{a} \cdot \text{sen}(\alpha) \cdot dl \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i_1 \cdot i_3}{2} - i_2 \cdot i_3 \right) \cdot dl \end{aligned}$$

Integrando, se obtienen las componentes de la fuerza sobre la barra 3:

$$\left\{ \begin{aligned} F_{3x} &= 0 \\ F_{3y} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i_1 \cdot i_3}{2} - i_2 \cdot i_3 \right) \\ F_{3z} &= 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \text{sen}(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{i_1 \cdot i_3}{2} - i_2 \cdot i_3 \right) \end{aligned} \right.$$

Reemplazo de las corrientes de cortocircuito

Se realiza el reemplazo de las corrientes de cortocircuito (casos “I>>a”), para observar los posibles valores de las fuerzas.

Se definen las corrientes de cortocircuito en cada una de las fases como:

$$i1(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(wt + \varphi - \theta) - \text{sen}(\varphi - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

$$i2(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(wt + \varphi + \frac{2\pi}{3} - \theta) - \text{sen}(\varphi + \frac{2\pi}{3} - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

$$i3(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\text{sen}(wt + \varphi - \frac{2\pi}{3} - \theta) - \text{sen}(\varphi - \frac{2\pi}{3} - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

$\frac{2\pi}{3}$ = es el desfase entre las tensiones de fase.

Para definir las máximas fuerzas que soportarán las barras del tablero de BT, es necesario conocer la corriente de cortocircuito de cresta (Is), con la cual se dimensionaran las mismas.

El valor de Is según vimos en el capítulo anterior se determina con la siguiente fórmula:

$$I_s = k \cdot \sqrt{2} \cdot I''k$$

Siendo:

$I''k$ = Corriente de cortocircuito simétrica inicial

$$k = [\text{sen}(wt + \varphi - \theta) - \text{sen}(\varphi - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

Además “k” puede determinarse con la siguiente fórmula:

$$k = 1,02 + 0,98e^{(-\frac{3R}{Lw})}, \text{ ecuación obtenida de la norma IEC 60909.}$$

En la práctica suele tomarse como máximo valor, $k = 1,62$.

La corriente de cresta de cortocircuito de $i1$ se da cuando $\varphi = 0$, o sea cuando la tensión de la fase 1 es cero al instante inicial del cortocircuito.

En el caso de $i2$ sería cuando $(\varphi + \frac{2\pi}{3}) = 0$, en el instante inicial del cortocircuito; y en el caso de $i3$ sería cuando $(\varphi - \frac{2\pi}{3}) = 0$, en el instante inicial del cortocircuito.

A continuación se realizara el análisis de un caso posible, cuando se tiene la corriente de cortocircuito de cresta en una barra posicionada en el extremo (barra1).

Caso i_1 máxima

Sabiendo que i_1 en el instante del análisis ($\varphi = 0$) es máximo, y observando que i_2 e i_3 son iguales, se obtiene que los valores de estas corrientes de cortocircuito son:

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot I \cdot 1,62 = 2,29 \cdot I = I_s$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{I}{2} \cdot 1,62 = 1,14 \cdot I = \frac{I_s}{2}$$

$$i_3 = \sqrt{2} \cdot \frac{I}{2} \cdot 1,62 = 1,14 \cdot I = \frac{I_s}{2}$$

Se tomó $k = 1,62$, y sabiendo además que i_2 e i_3 , tienen signo contrario a i_1 (de la misma manera se consideró en el análisis de fuerzas de todos los casos anteriores).

Realizando el reemplazo en las fórmulas determinadas anteriormente, se tiene:

Fuerza en la barra en posición extrema (posición 1):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 0 \\ F_{1y} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \\ F_{1z} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \sin(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \end{array} \right.$$

Fuerza en la barra central (posición 2):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{2x} = 0 \\ F_{2y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \\ F_{2z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \sin(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \end{array} \right.$$

Fuerza en la barra en posición extrema (posición 3):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{3x} = 0 \\ F_{3y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot I_s^2\right) \\ F_{3z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{l \cdot \sin(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot I_s^2\right) \end{array} \right.$$

Se observa de esta manera que las fuerzas obtenidas en ambas barras (barra exterior 1 y barra central 2) son similares. La barra 3 (en el otro extremo, sería la menos solicitada).

Se podría realizar un análisis similar considerando que la corriente de cortocircuito de cresta circule por la barra central (barra 2), pero este caso no será representativo de la máxima fuerza electrodinámica presente, debido a que las fuerzas expresadas en forma general (F_1 , F_2 y F_3) quedarían representadas de la siguiente manera:

$$F_1 = F_{3,1} - F_{2,1}$$

$$F_2 = F_{1,2} - F_{3,2}$$

$$F_3 = -F_{1,3} + F_{2,3}$$

Donde se observa que los signos de las componentes de las fuerzas de cada barra (determinan el sentido de la misma) siempre son contrarias, por tal motivo el caso analizado anteriormente (i_1 máxima) representa el peor de los casos.

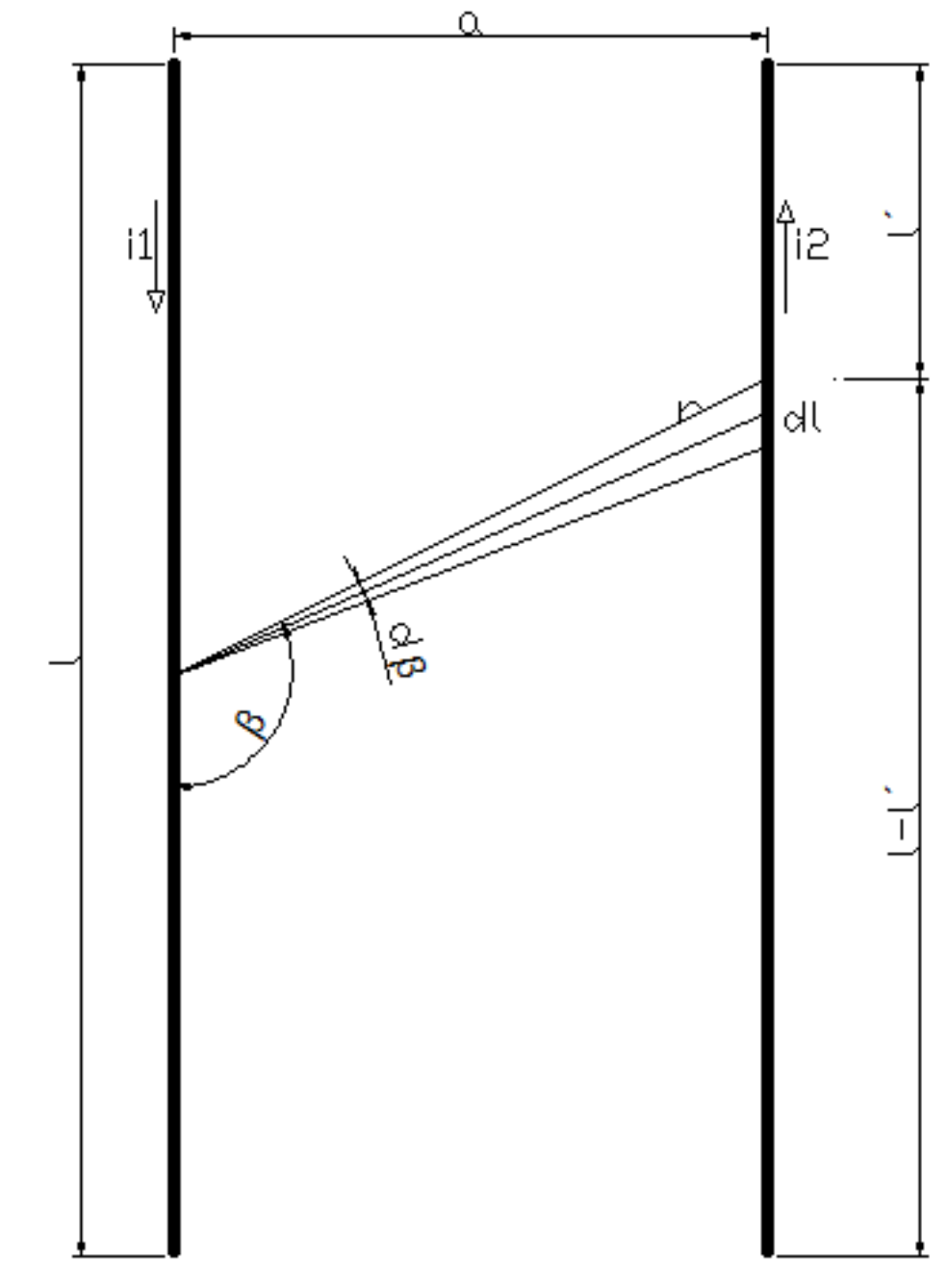
Por otro lado vale aclarar que en la realidad " l " no es infinita, y tiene un valor determinado. Por ello en realidad las fuerzas F_1 y F_2 no son exactamente iguales. Para una mayor aproximación de estas se realizará un análisis, teniendo en cuenta que " a " es considerable frente a " l ".

3.4.2 Análisis de fuerzas con "a" considerable frente a "l"

Determinación de fuerzas entre conductores

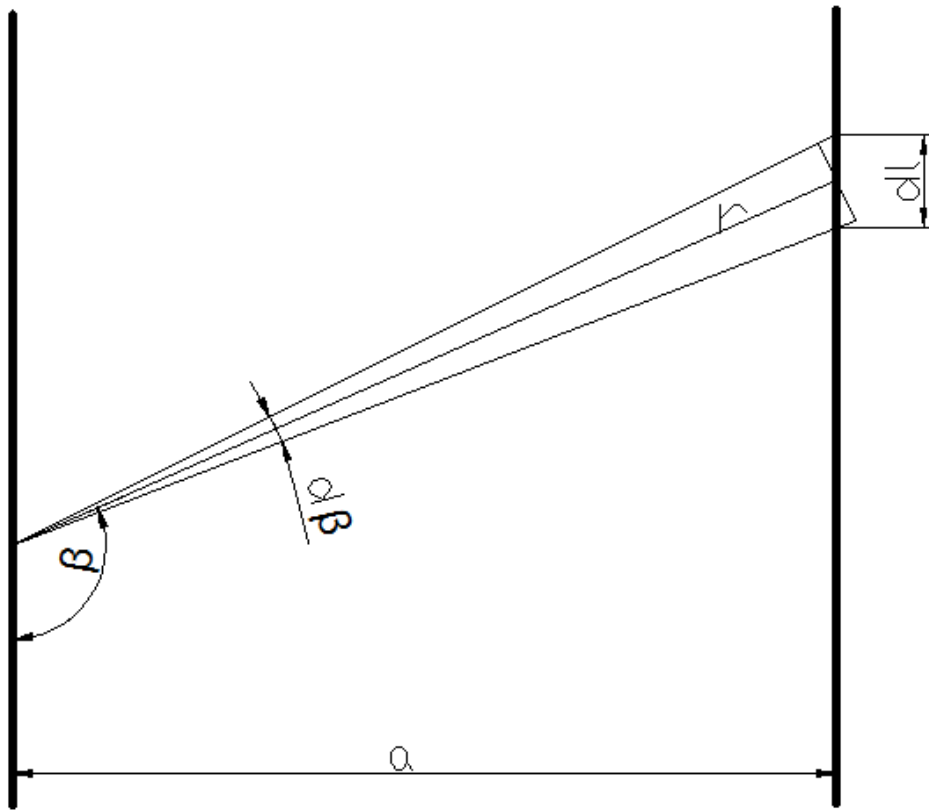
Para su estudio, se tienen en cuenta las siguientes hipótesis:

- Los conductores se reducen a una línea de corriente y su sección a un punto.
- Se considera que la separación entre conductores(a) es considerable respecto a su longitud (l). La longitud (l) es menor a 15 veces la separación (a).



Entonces, de la siguiente figura se observa que:

$$dl = \frac{r \cdot d\beta}{\text{sen}(\beta)}$$

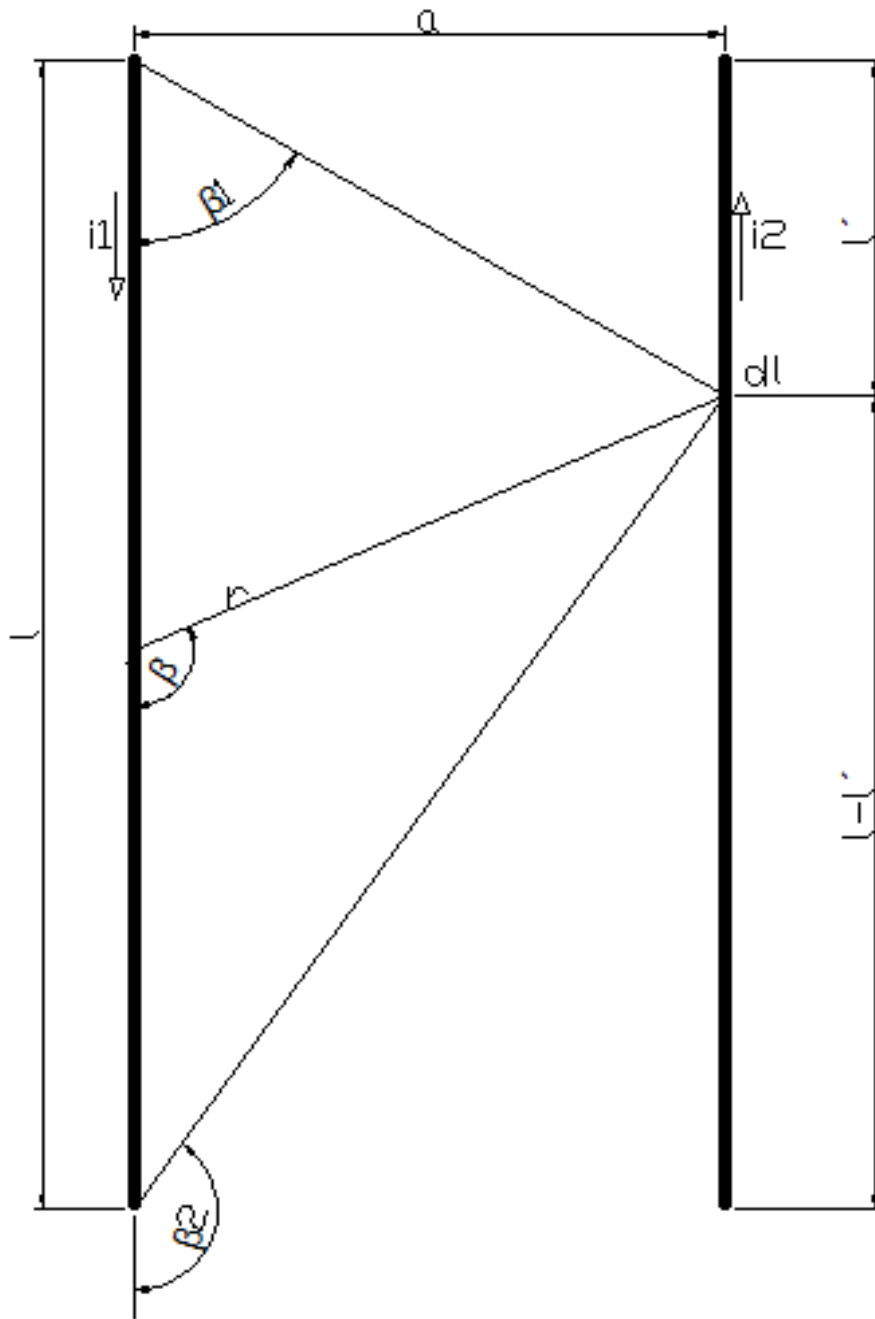


Observando la figura, también se puede observar que:

$$r = \frac{a}{\text{sen}\beta}$$

Reemplazando en la ley de Biot- Savart, obtenemos el campo magnético generado por el conductor 1 sobre el conductor 2:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot \int_{\beta_2}^{\beta_1} \frac{\text{sen}\beta \cdot d\beta}{a}$$



Integrando obtenemos:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi a} \cdot i_1 \cdot [\cos(\beta_2) - \cos(\beta_1)]$$

De la misma manera se obtiene el campo magnético generado por el conductor 2 sobre el conductor 1:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi a} \cdot i_2 \cdot [\cos(\beta_2) - \cos(\beta_1)]$$

Para obtener las fuerzas, sabemos que:

$$\cos(\beta_2) = \frac{l - l'}{\sqrt{(l - l')^2 + a^2}}$$

$$\cos(\beta_1) = -\frac{l'}{\sqrt{l'^2 + a^2}}$$

Entonces la fuerza electromagnética total producida por el campo magnético B1 sobre el conductor 2 es:

$$F_2 = \frac{\mu_0}{4\pi a} \cdot i_1 \cdot i_2 \int_0^l \left[\frac{l - l'}{\sqrt{(l - l')^2 + a^2}} + \frac{l'}{\sqrt{l'^2 + a^2}} \right] \cdot dl$$

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi a} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot [\sqrt{l^2 + a^2} - a]$$

$$F_2 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot [\sqrt{l^2 + a^2} - a]$$

De igual manera se deduce la fuerza electromagnética total producida por el campo magnético B2 sobre el conductor 1:

$$F_1 = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot [\sqrt{l^2 + a^2} - a]$$

A continuación se obtendrán las fórmulas de las fuerzas electromagnéticas totales para los casos en estudio.

Análisis de la fuerza sobre barra 1 (Posición extrema)

Para su estudio, se tienen en cuenta las siguientes hipótesis:

- Las barras se reducen a una línea de corriente y su sección a un punto. Por este motivo los dos casos en estudio (barras escalonadas horizontales y barras escalonadas verticales) representan una misma situación, por ello se realiza un único análisis.
- Se considera que la separación entre barras (a) es considerable respecto a su longitud (l). La longitud (l) es menor a 15 veces la separación entre barras (a).

- Cortocircuito trifásico del lado de BT.
- La suma de las corrientes (i_1 , i_2 e i_3) en todo momento es igual a cero.

El procedimiento para su obtención es igual al caso donde $l \gg a$, con el agregado del término entre corchetes de la fórmula anterior.

Entonces, la fuerza total sobre la barra 1 es:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 0 \\ F_{1y} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{i_1 \cdot i_3}{2} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] + i_1 \cdot i_2 [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \\ F_{1z} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{i_1 \cdot i_3}{2} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] + i_1 \cdot i_2 [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \end{array} \right.$$

Análisis de la fuerza sobre barra 2 (Posición Central)

Se tienen en cuenta las mismas hipótesis mencionadas en el caso de la barra 1 (con “a” considerable).

El procedimiento para su obtención es igual al caso donde $l \gg a$, con el agregado del término entre corchetes de la fórmula anterior.

Entonces, la fuerza total sobre la barra 2 es:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{2x} = 0 \\ F_{2y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot (i_1 \cdot i_2 + i_2 \cdot i_3) \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \\ F_{2z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot (i_1 \cdot i_2 + i_2 \cdot i_3) \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \end{array} \right.$$

Análisis de la fuerza sobre barra 3 (Posición Extrema)

Se tienen en cuenta las mismas hipótesis mencionadas en el caso de la barra 1 (con “a” considerable).

El procedimiento para su obtención es igual al caso donde $l \gg a$, con el agregado del término entre corchetes de la fórmula anterior.

Entonces, la fuerza total sobre la barra 3 es:

$$\left. \begin{aligned} F_{3x} &= 0 \\ F_{3y} &= 2.10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{i1 \cdot i3}{2} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] - i2 \cdot i3 [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \\ F_{3z} &= 2.10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{i1 \cdot i3}{2} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] - i2 \cdot i3 [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \end{aligned} \right\}$$

Reemplazo de las corrientes de cortocircuito

Se realiza el reemplazo de las corrientes de cortocircuito (caso “a” considerable frente a “l”).

Se definen las corrientes de cortocircuito en cada una de las fases como:

$$i1(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\sen(wt + \varphi - \theta) - \sen(\varphi - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

$$i2(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\sen\left(wt + \varphi + \frac{2\pi}{3} - \theta\right) - \sen\left(\varphi + \frac{2\pi}{3} - \theta\right) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

$$i3(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot [\sen\left(wt + \varphi - \frac{2\pi}{3} - \theta\right) - \sen\left(\varphi - \frac{2\pi}{3} - \theta\right) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

$\frac{2\pi}{3}$ = es el desfase entre las tensiones de fase.

Para definir las máximas fuerzas que soportarán las barras del tablero de BT, es necesario conocer la corriente de cortocircuito de cresta (I_s).

Su valor según vimos en el capítulo anterior se determina con la siguiente fórmula:

$$I_s = k \cdot \sqrt{2} \cdot I''k$$

Siendo:

$I''k$ = Corriente de cortocircuito simétrica inicial

$$k = [\sen(wt + \varphi - \theta) - \sen(\varphi - \theta) \cdot e^{(-\frac{R}{L})t}]$$

Además “k” puede determinarse:

$$k = 1,02 + 0,98e^{(-\frac{3R}{Lw})}, \text{ ecuación obtenida de la norma IEC 60909.}$$

En la práctica suele tomarse como máximo valor, $k = 1,62$.

La corriente de cresta de cortocircuito de i_1 se da cuando $\varphi = 0$, o sea cuando la tensión de la fase 1 es cero al instante inicial del cortocircuito.

En el caso de i_2 sería cuando $(\varphi + \frac{2\pi}{3}) = 0$, en el instante inicial del cortocircuito; y en el caso de i_3 sería cuando $(\varphi - \frac{2\pi}{3}) = 0$, en el instante inicial del cortocircuito.

A continuación se realizara el análisis de un caso posible, cuando se tiene la corriente de cortocircuito de cresta en una barra posicionada en el extremo (barra1).

Caso i_1 máxima

Sabiendo que i_1 en el instante del análisis ($\varphi = 0$) es máximo, y observando que i_2 e i_3 son iguales, se obtiene que los valores de estas corrientes son:

$$i_1 = \sqrt{2} \cdot I \cdot 1,62 = 2,29 \cdot I = I_s$$

$$i_2 = \sqrt{2} \cdot \frac{I}{2} \cdot 1,62 = 1,14 \cdot I = \frac{I_s}{2}$$

$$i_3 = \sqrt{2} \cdot \frac{I}{2} \cdot 1,62 = 1,14 \cdot I = \frac{I_s}{2}$$

Se tomó $k = 1,62$, y sabiendo además que i_2 e i_3 , tienen signo contrario a i_1 (de la misma manera se consideró en el análisis de fuerzas de todos los casos anteriores).

Realizando el reemplazo en las fórmulas determinadas anteriormente, se tiene:

Fuerza en la barra en posición extrema (barra 1):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{1x} = 0 \\ F_{1y} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] + \frac{I_s^2}{2} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \\ F_{1z} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] + \frac{I_s^2}{2} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \end{array} \right.$$

Fuerza en la barra central (barra 2):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{2x} = 0 \\ F_{2y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \frac{3I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \\ F_{2z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sen(\alpha)}{a} \cdot \frac{3I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \end{array} \right.$$

Fuerza en la barra en posición extrema (barra 3):

$$F_{3x} = 0$$

$$F_{3y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] - \frac{I_s^2}{4} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\}$$

$$F_{3z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sin(\alpha)}{a} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] - \frac{I_s^2}{4} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\}$$

Se observa de esta manera que la máxima fuerza la soporta la barra central (barra 2), difiriendo del caso anterior ($l > a$)

Se podría realizar el análisis de las fuerzas para el caso donde la corriente de cortocircuito de cresta circule por la barra central (barra 2), pero las fuerzas en las barras (F_1 , F_2 y F_3) no serán representativas del caso más desfavorable.

4 ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS

En una primera instancia se realiza un análisis de los esfuerzos a los que serán sometidas las barras en forma estática, es decir, sin la consideración de los efectos dinámicos (vibraciones), los cuales serán tenidos en cuenta en el próximo capítulo mediante la aplicación de los coeficientes dinámicos correspondientes.

Las barras serán verificadas a los esfuerzos de corte y flexión.

4.1 Fuerzas sobre las barras: Carga distribuida constante

Para la determinación de los esfuerzos correspondientes se deben analizar las fuerzas que soportan las barras. En los cálculos realizados en el capítulo anterior se determinaron las resultantes de las fuerzas en los tres conductores (F1, F2 y F3).

Para el análisis de los esfuerzos se considera que las fuerzas serán uniformes a lo largo de toda la barra y por lo tanto existe una carga distribuida uniforme aplicada a cada barra. Se considera uniforme debido a que es el caso más desfavorable y más conservativo. Entonces las cargas distribuidas (fuerza por unidad de longitud) quedan determinadas con las fórmulas de los diferenciales de fuerzas determinadas en el capítulo anterior sobre el diferencial de longitud ($\frac{dF1}{dl}$, $\frac{dF2}{dl}$ y $\frac{dF3}{dl}$).

Obteniendo:

Para el caso ($l > a$)

Barra 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} w1x = 0 \quad [\text{N/m}] \\ w1y = -2.10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \quad [\text{N/m}] \\ w1z = -2.10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \quad [\text{N/m}] \end{array} \right.$$

Barra 2:

$$\left\{ \begin{array}{l} w2x = 0 \quad [\text{N/m}] \\ w2y = 2.10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \quad [\text{N/m}] \\ w2z = 2.10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot I_s^2\right) \quad [\text{N/m}] \end{array} \right.$$

Barra 3:

$$w_{3x} = 0 \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{3y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot I_s^2\right) \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{3z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot I_s^2\right) \quad [\text{N/m}]$$

Caso ("a" considerable)

Barra 1:

$$w_{1x} = 0 \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{1y} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a \cdot l} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] + \frac{I_s^2}{2} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{1z} = -2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a \cdot l} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] + \frac{I_s^2}{2} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \quad [\text{N/m}]$$

Barra 2:

$$w_{2x} = 0 \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{2y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a \cdot l} \cdot \frac{3I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{2z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a \cdot l} \cdot \frac{3I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \quad [\text{N/m}]$$

Barra 3:

$$w_{3x} = 0 \quad [\text{N/m}]$$

$$w_{3y} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a \cdot l} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] - \frac{I_s^2}{4} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \quad [\text{N/m}]$$

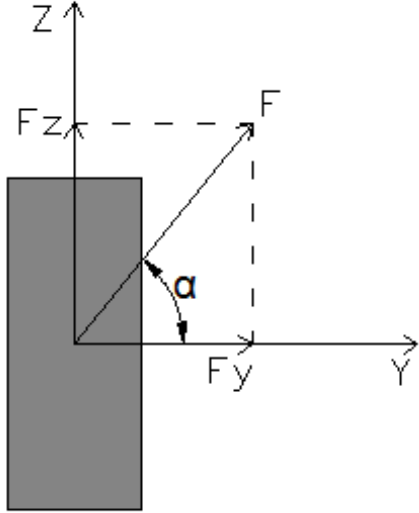
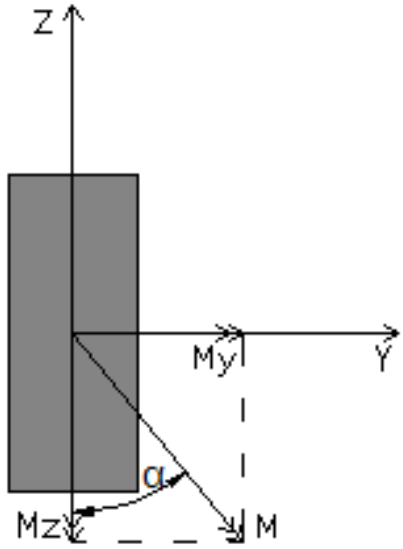
$$w_{3z} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a \cdot l} \cdot \left\{ \frac{I_s^2}{4} \cdot [\sqrt{l^2 + (2a)^2} - 2a] - \frac{I_s^2}{4} [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] \right\} \quad [\text{N/m}]$$

4.2 Fuerzas y momentos según los tipos de soportes

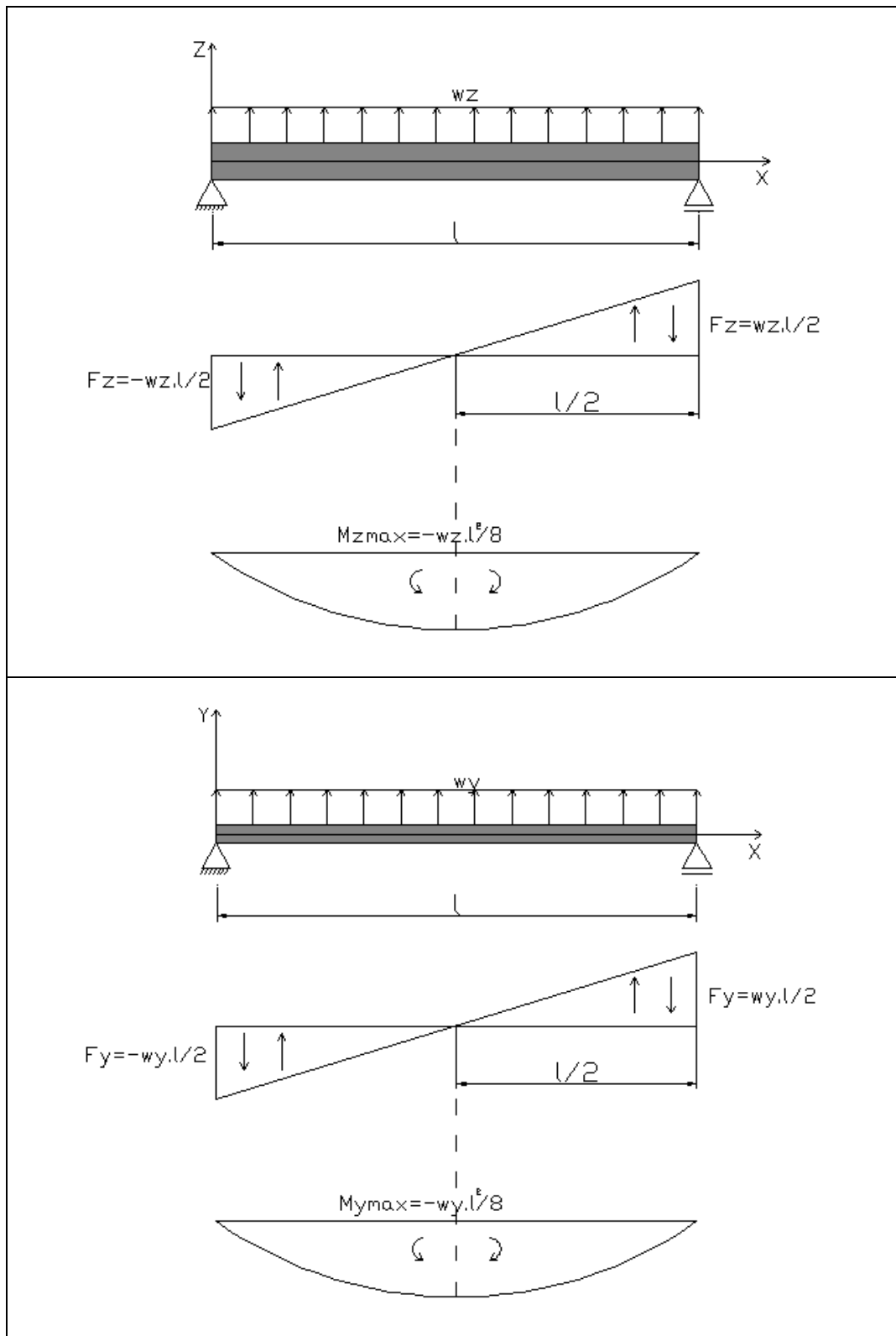
Las barras pueden ser soportadas de diferentes maneras, una de las formas es cuando las barras están empotradas en sus extremos, otra cuando tienen apoyos simples o una tercera que es una combinación de ambas. Dependiendo del tipo y número de soportes, las

tensiones mecánicas en los conductores y las fuerzas sobre los soportes serán diferentes para la misma corriente de cortocircuito.

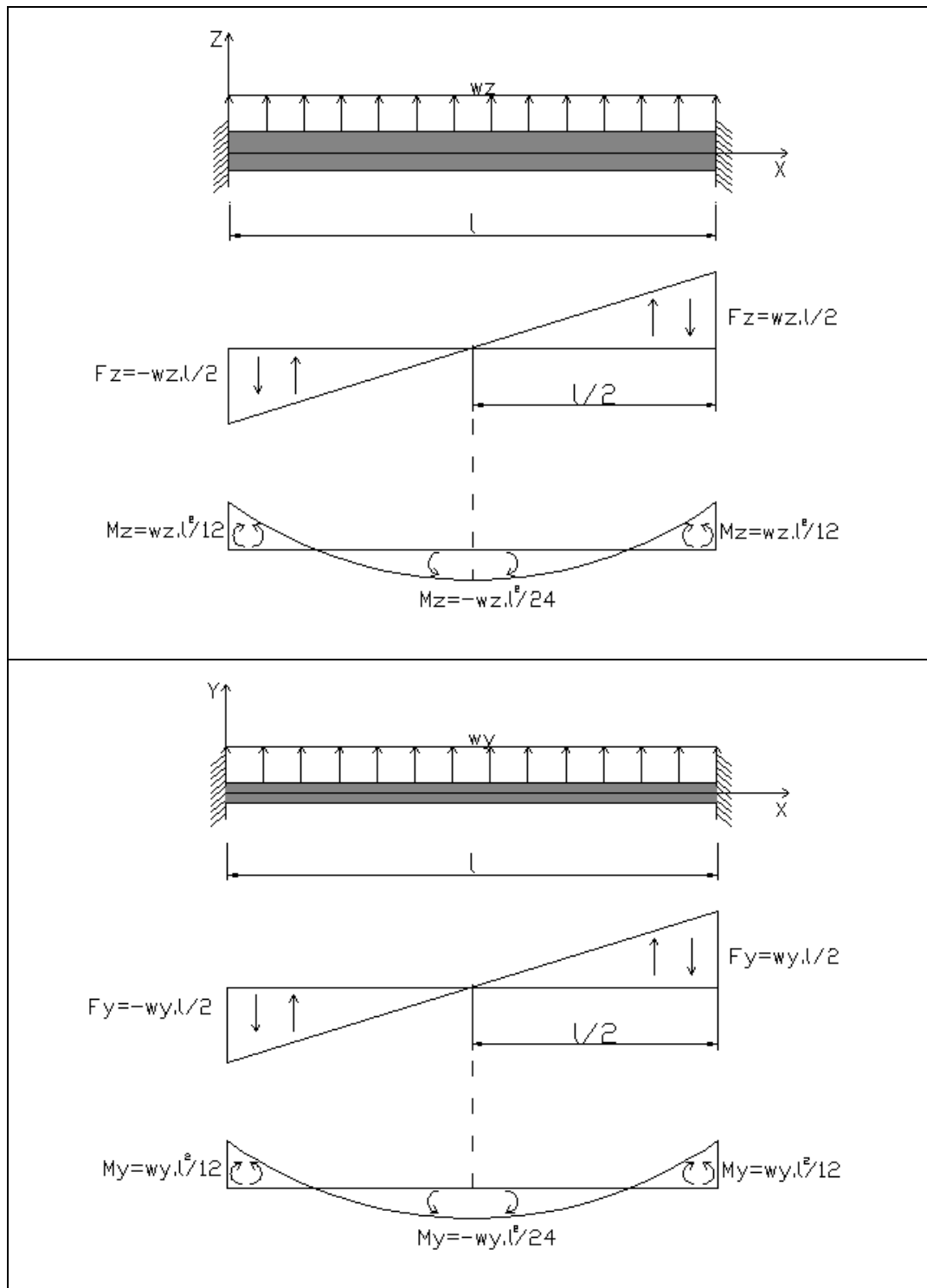
A continuación se detallan las fuerzas cortantes (F) y momentos flectores (M) de cada caso en particular. Tanto F como M se descomponen según los ejes principales “y” y “z”.

$\left\{ \begin{array}{l} F_x = 0 \quad [N] \\ F_y = F \cdot \cos\alpha [N] \\ F_z = F \cdot \operatorname{sen}\alpha [N] \end{array} \right.$	
$\left\{ \begin{array}{l} M_x = 0 \quad [N \cdot m] \\ M_y = M \cdot \operatorname{sen}\alpha [N \cdot m] \\ M_z = M \cdot \cos\alpha [N \cdot m] \end{array} \right.$	

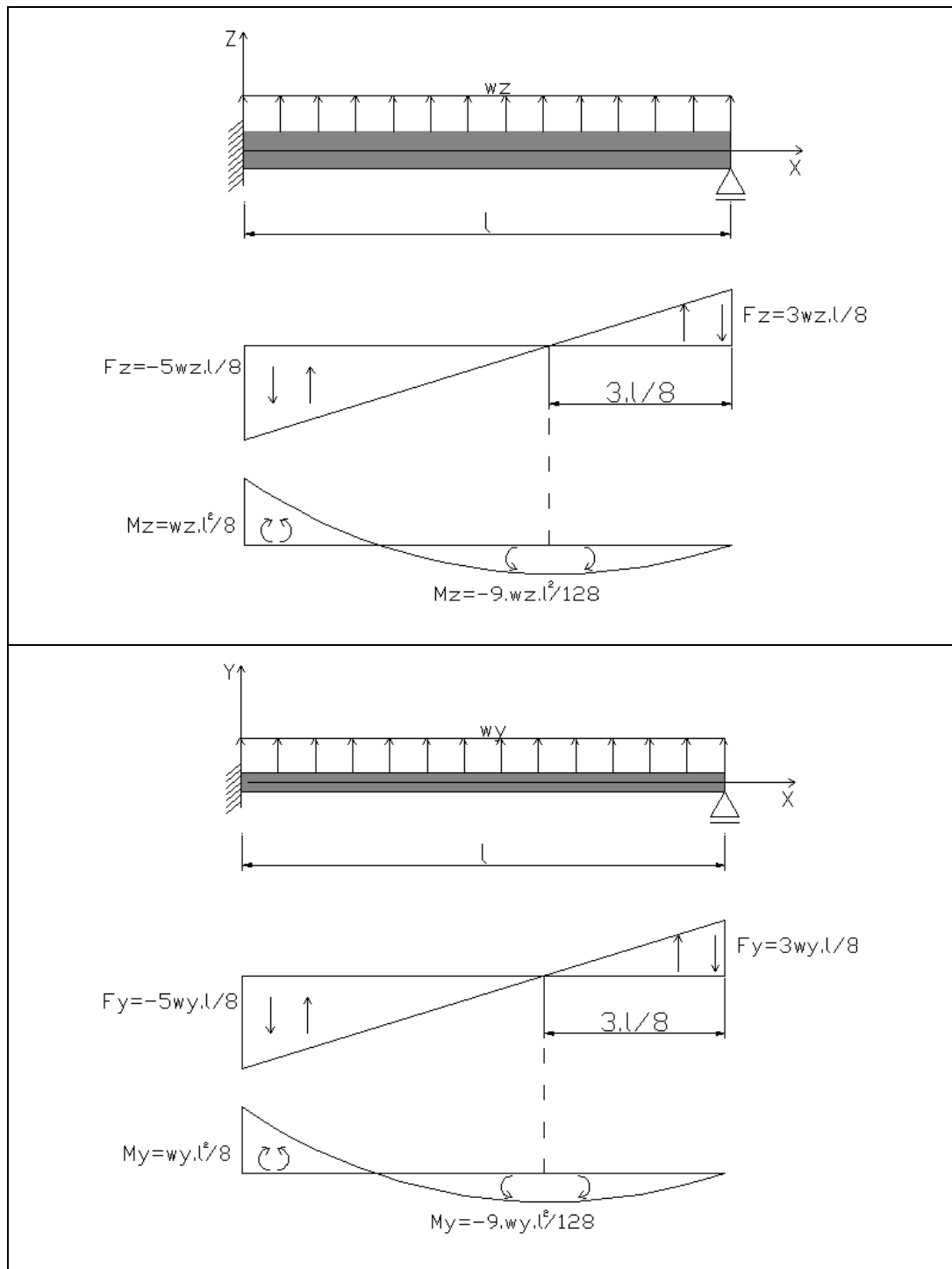
Apoyos simples en ambos extremos:



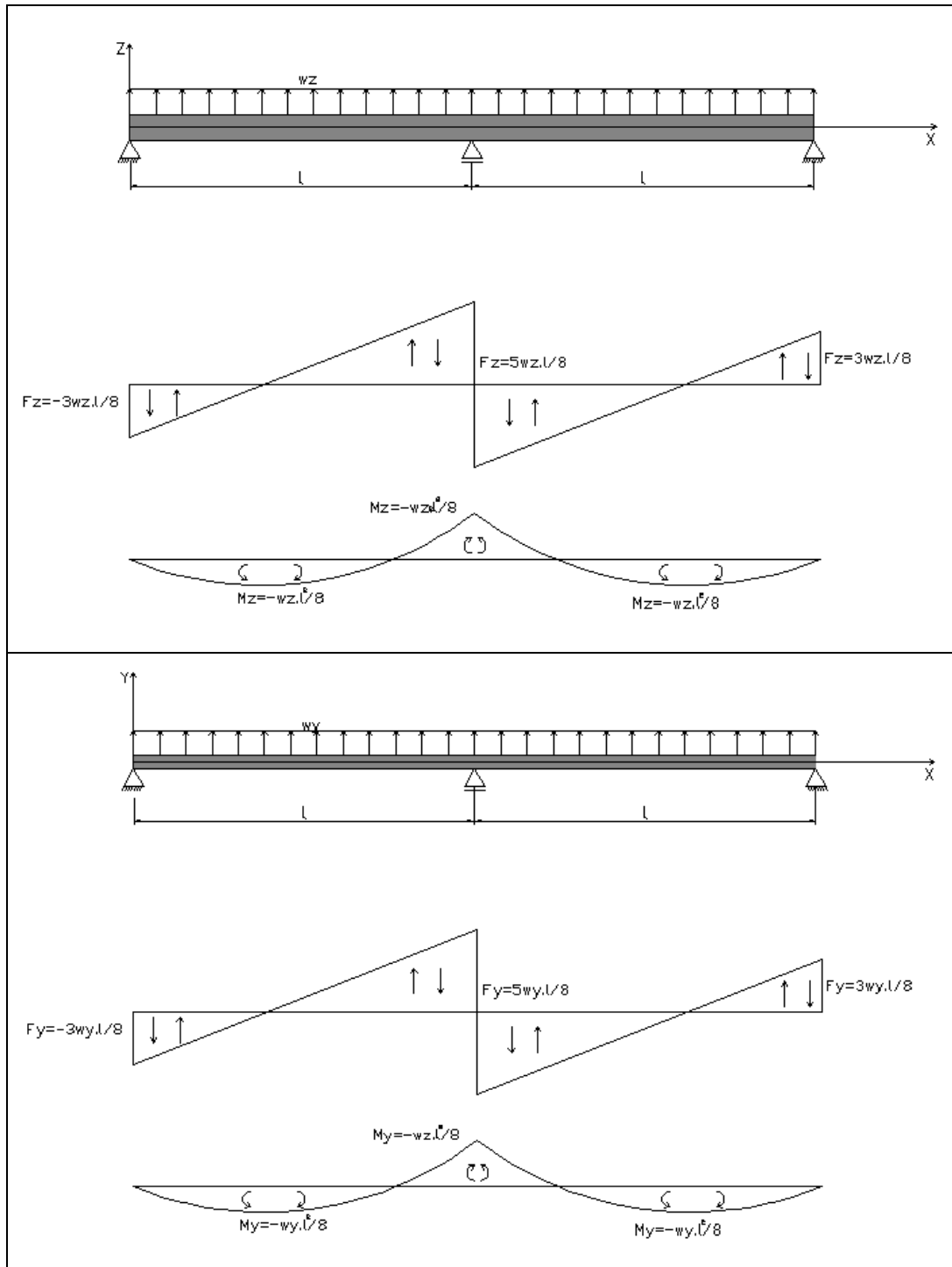
Apoyos empotrados en ambos extremos:



Un apoyo simple y un apoyo empotrado



Barra apoyada con más de un tramo



4.3 Cálculo de los esfuerzos sobre las barras

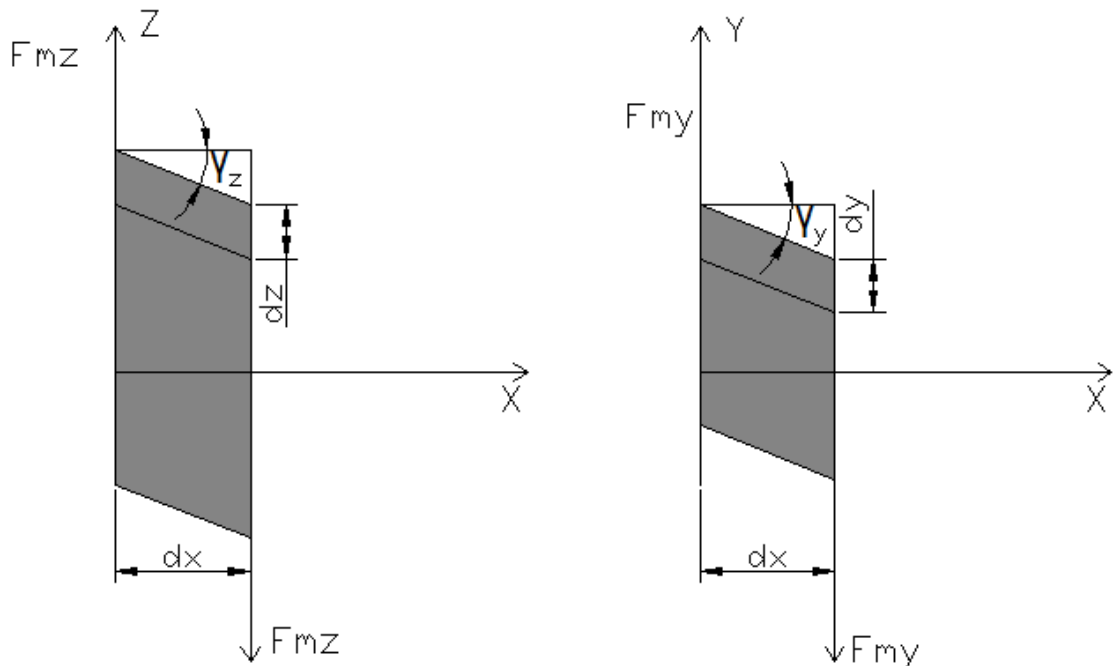
4.3.1 Esfuerzo de corte

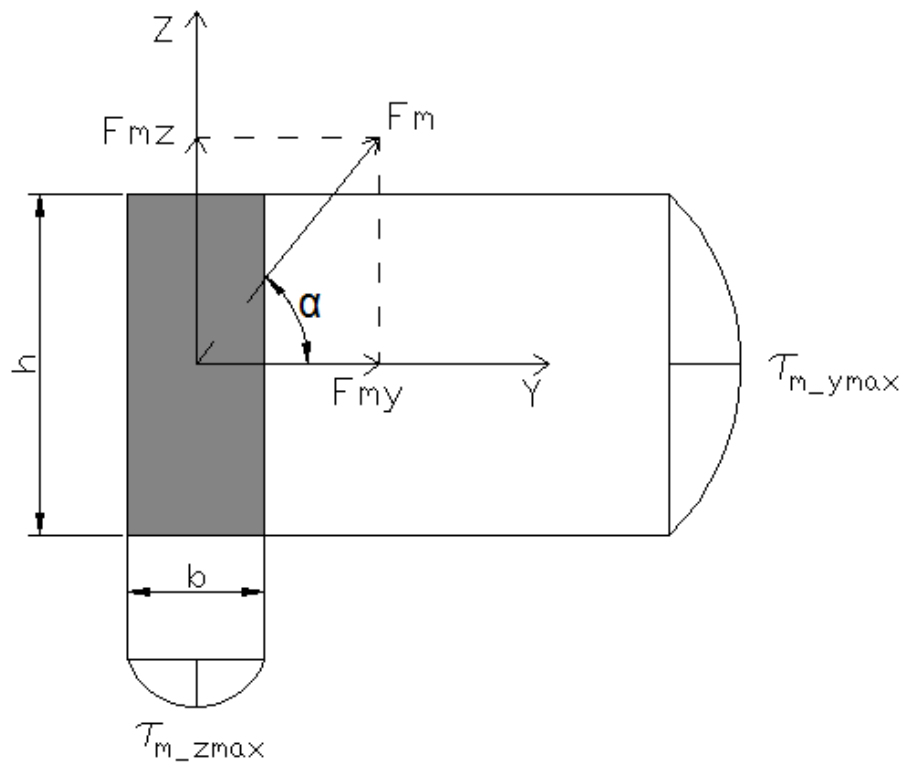
Para el dimensionamiento de las barras de un tablero de BT con una disposición escalonada de sus barras, debe verificarse el esfuerzo cortante que estas soportan.

Para el estudio del corte de las barras se analiza en forma separada cada componente de la fuerza cortante (F_m), según los ejes "y" y "z" respectivamente (F_{my} y F_{mz}). La letra "m" representa el número de la barra solicitada.

Se realizará la verificación solo de la barra central (barra 2), debido a que, según se comprobó anteriormente, es el conductor más solicitado. A pesar de ello las fórmulas obtenidas serán expresadas en forma genérica.

En las siguientes figuras se representan las componentes de la fuerza cortante y las tensiones de corte que generan.





Para dimensionar las barras debemos verificar que las barras soporten los máximos esfuerzos de corte.

Para los casos en estudio tenemos:

Esfuerzos de corte máximas para barras escalonadas verticales:

$$\tau_{m_ymax} = \frac{3 \cdot F_{m_ymax}}{2 \cdot b \cdot h} = \quad [N/m^2]$$

$$\tau_{m_zmax} = \frac{3 \cdot F_{m_zmax}}{2 \cdot b \cdot h} [N/m^2]$$

Esfuerzos de corte máximas para barras escalonadas horizontales:

$$\tau_{m_ymax} = 0,8 \cdot \frac{3 \cdot F_{m_ymax}}{2 \cdot b \cdot h} = \quad [N/m^2]$$

$$\tau_{m_zmax} = 0,8 \cdot \frac{3 \cdot F_{m_zmax}}{2 \cdot b \cdot h} [N/m^2]$$

Como puede observarse en este último caso se emplea un coeficiente igual a 0,8, debido a su disposición horizontal. Para el caso de barras verticales el coeficiente es 1. El esfuerzo de corte depende de la relación entre la altura y el ancho de la barra, siendo necesario para los casos de barras dispuestas en forma horizontal corregir la fórmula para un mejor reflejo de los esfuerzos reales que reciben las barras en esta posición.

A demás según la ley de Hooke para esfuerzo cortante se establece que:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

Siendo:

G : Módulo de rigidez [Pa]. Para el cobre este valor esta entre 40 y 47 GPa.

γ : Deformación angular en radianes

Aplicándola a los casos en estudio, obtenemos los esfuerzos de corte según los eje “y” y “z”.

$$\tau_{my} = G \cdot \gamma_y$$

$$\tau_{mz} = G \cdot \gamma_z$$

Las deformaciones angulares también pueden definirse de la siguiente manera:

$$\gamma_z = \frac{dz}{dx}$$

$$\gamma_y = \frac{dy}{dx}$$

Siendo dx , dy y dz diferenciales de longitud.

Una vez determinados los máximos esfuerzos de corte, se verifica que los mismos sean menores ó iguales a los esfuerzos de corte admisibles:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{m_ymax} \leq \tau_{adm} \\ \tau_{m_zmax} \leq \tau_{adm} \end{array} \right.$$

El τ_{adm} del cobre en el período elástico del material se obtiene según el criterio de Tresca, por lo tanto se considera que es igual a la tensión de fluencia dividida por dos, y tomando un coeficiente de seguridad.

$$\tau_{adm} = \sigma_f / 2 \cdot CS [N/m^2]$$

Siendo:

σ_f = Tensión límite de fluencia. Para el cobre vale 120 N/mm²

CS: Coeficiente de seguridad. Se toma para los casos en estudio. CS = 2

En el dimensionamiento de las barras, en realidad se aceptan deformaciones producidas por las corrientes de cortocircuito, ya que estas no afectan la correcta operación de las mismas hasta cierto límite.

Por lo tanto para su dimensionamiento se debe verificar la siguiente condición, la cual es menos conservativa y la que mejor aplica:





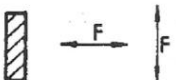
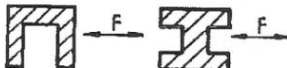
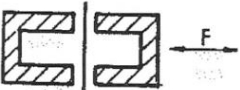

$$\tau_{adm} = q \cdot \sigma_f / 2$$

Siendo:

q : Coeficiente de deformación según sección del conductor (dato obtenido de tabla 3 de la norma IRAM 2358). Para la disposición del caso en estudio $q = 1,5$

T A B L A 3

VALORES ACEPTABLES DE q PARA DIFERENTES SECCIONES DE CONDUCTOR

Sección del conductor	q
	2,00
	1,70
	($\frac{S}{D} = 0,05$), 1,34 ($= 0,075$), 1,37 ($= 0,100$), 1,40 ($= 0,125$), 1,44 ($= 0,160$), 1,48 ($= 0,200$), 1,51
	1,83
	1,50
 	1,19
	1,13

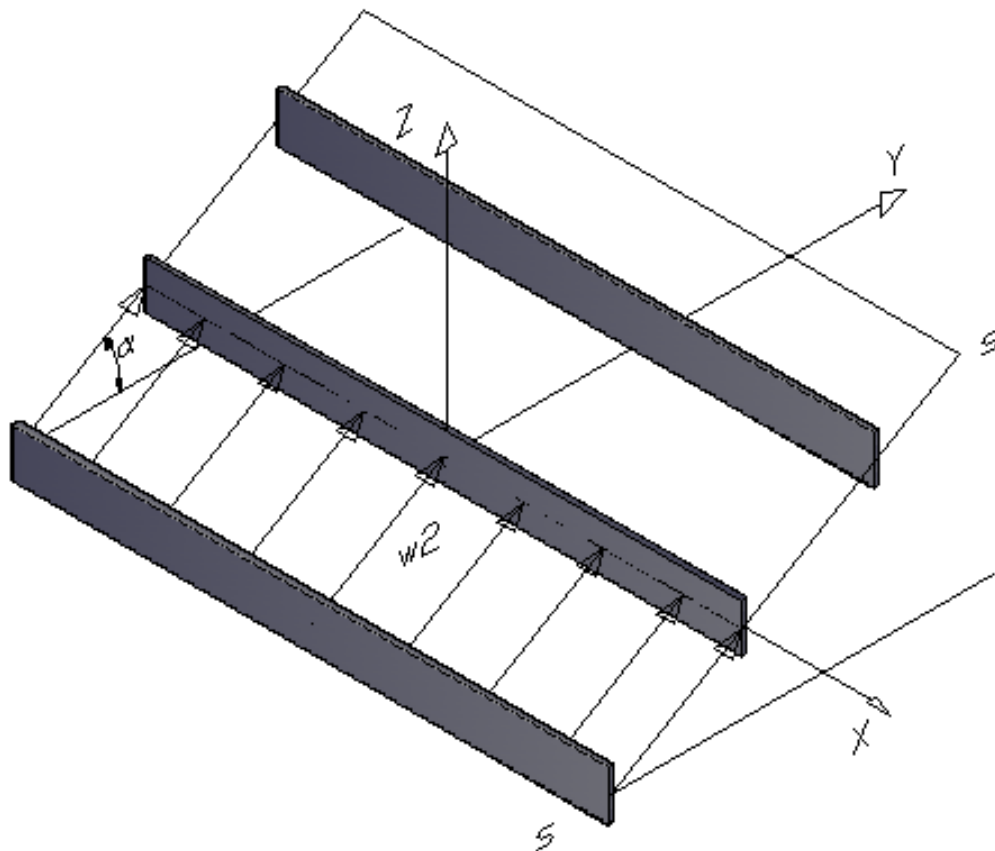
4.3.2 Esfuerzo de flexión

Para el dimensionamiento de las barras de un tablero de BT con disposición escalonada de sus barras, se debe verificar el esfuerzo de flexión al que son sometidas. Se realizará esta verificación solo en la barra central (barra 2) debido a que, según se comprobó anteriormente, es el conductor más solicitado. A pesar de ello las fórmulas obtenidas serán expresadas en forma genérica.

El caso en estudio corresponde con una flexión oblicua, la cual para su análisis puede descomponerse en dos flexiones planas σ_{my} y σ_{mz} (según los ejes principales de inercia: "y" y "z" respectivamente).

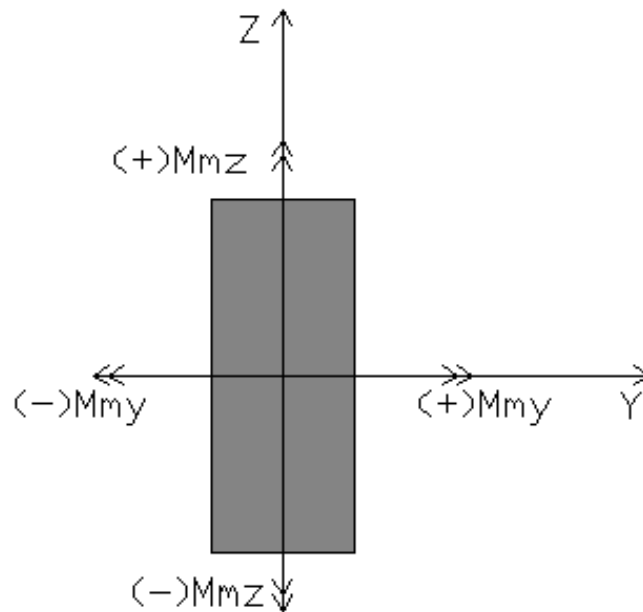
En la siguiente figura se observan las barras en estudio y a la fuerza distribuida w_2 , la cual será tomada en cuenta para el estudio.

Se observa que la sección s-s es el plano de carga, el plano donde actúa w_2 , y que forma un ángulo α con el eje y.



La flexión oblicua total sobre la barra (σ_m) en un punto determinado de la barra considerada se obtiene sumando las tensiones producidas por σ_{my} y σ_{mz} .

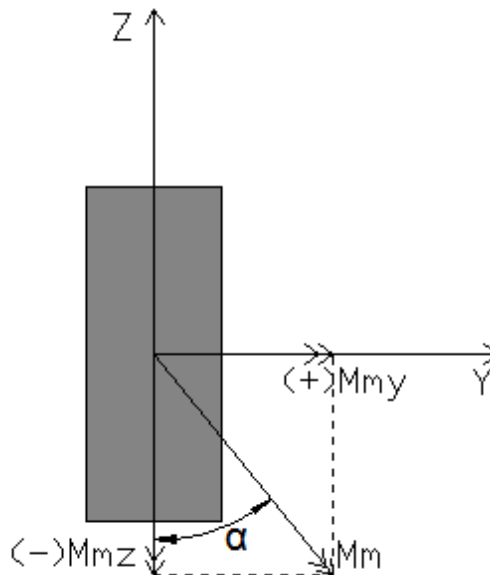
La convención de signos de momentos para el estudio será el siguiente:



Por lo tanto la tensión oblicua expresada en forma general es:

$$\sigma_m = \left(\frac{M_{my}}{J_y}\right) \cdot (z) - \left(\frac{M_{mz}}{J_z}\right) \cdot (y) \quad [N/m^2]$$

Para el caso en estudio tenemos:



Obteniendo la flexión oblicua para la barra 2:

$$\sigma_m = \left(\frac{M_{my}}{J_y}\right) \cdot (z) - \left(-\frac{M_{mz}}{J_z}\right) \cdot (y) \quad [N/m^2]$$

$$\sigma_m = \left(\frac{M_{my}}{J_y}\right) \cdot (z) + \left(\frac{M_{mz}}{J_z}\right) \cdot (y) \quad [N/m^2]$$

Por lo tanto, los valores de M_{my} y M_{mz} que son obtenidos de la tabla anterior según el tipo de apoyo que soportan las barras, serán reemplazados en la fórmula anterior por sus valores absolutos. Los signos de cada componente de la flexión oblicua quedan definidos por y y z respectivamente.

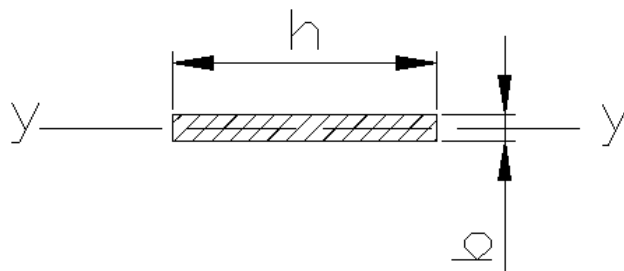
J_y y J_z son los momentos de inercia de la sección transversal de la barra según los ejes principales "y" y "z".

Momentos de inercia de la sección transversal

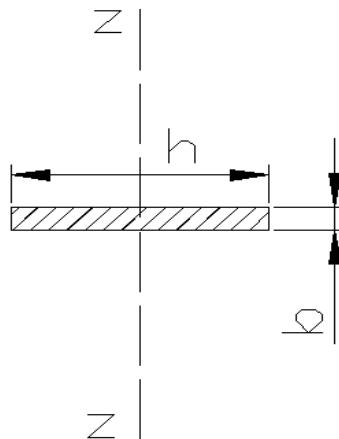
Los momentos de inercia de la sección transversal de las barras se detallan a continuación según su disposición:

Para barras dispuestas horizontales:

$$J_y = \frac{b^3 h}{12} \quad (\text{Momento de inercia según eje "y"}) \quad [m^4]$$

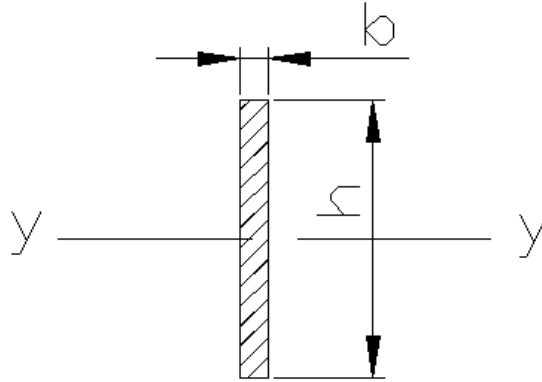


$$J_z = \frac{h^3 b}{12} \quad (\text{Momento de inercia según eje "z"}) \quad [m^4]$$

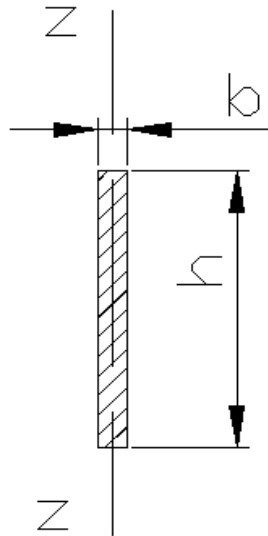


Para las barras dispuestas en forma vertical:

$$J_y = \frac{h^3 b}{12} \text{ (Momento de inercia según eje "y")} [m^4]$$



$$J_z = \frac{b^3 h}{12} \text{ (Momento de inercia según eje "z")} [m^4]$$



Con:

h : Altura de la barra [m]

b : Ancho de la barra [m]

Línea Neutra

Para poder graficar las tensiones obtenidas, se debe obtener primero la línea neutra, donde las tensiones de flexión son nulas. La línea neutra pasa por el centro de gravedad y se determina de la siguiente manera:

$$\sigma_m = 0 = \left(\frac{M_{my}}{J_y}\right) \cdot (z) + \left(\frac{M_{mz}}{J_z}\right) \cdot (y)$$

Por lo tanto:

$$\frac{y}{z} = -\frac{M_{my} \cdot J_z}{J_y \cdot M_{mz}}$$

Sabiendo que:

$$M_{my} = M_m \cdot \text{sen} \alpha$$

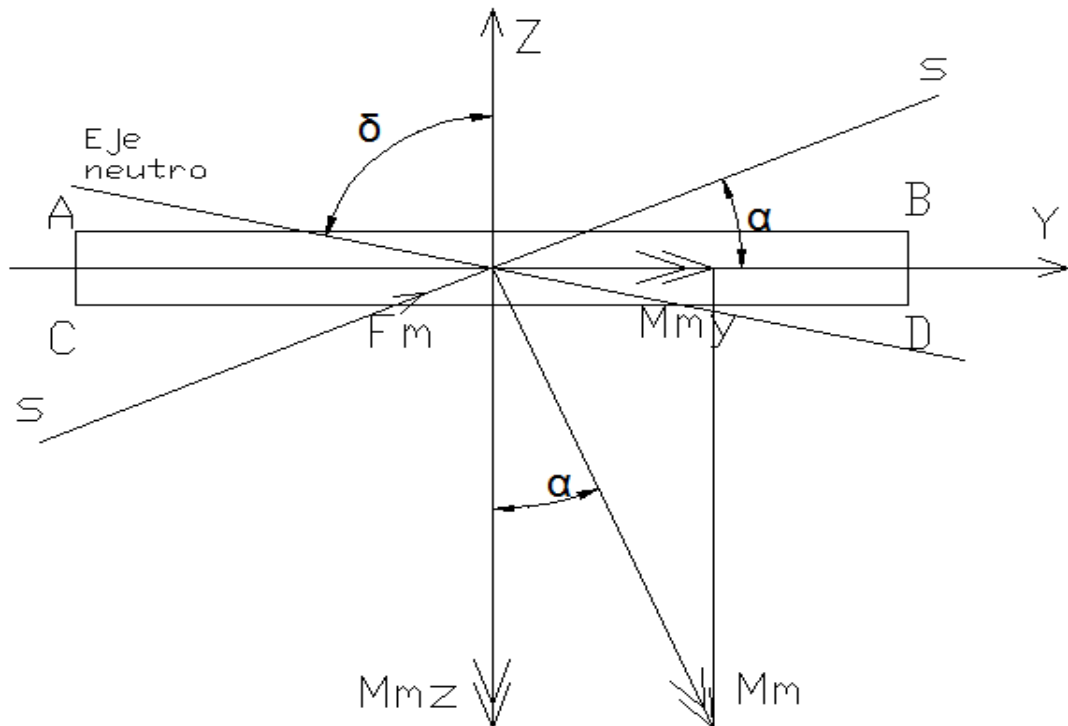
$$M_{mz} = M_m \cdot \text{cos} \alpha$$

Entonces la línea neutra forma un ángulo δ , con el eje z tal que:

$$\text{tg} \delta = \frac{y}{z} = -(\text{tg} \alpha) \cdot \frac{J_z}{J_y}$$

A continuación vemos la ubicación de la línea neutra según la disposición de las barras.

Para barra dispuesta horizontal:



Para barra dispuesta vertical:

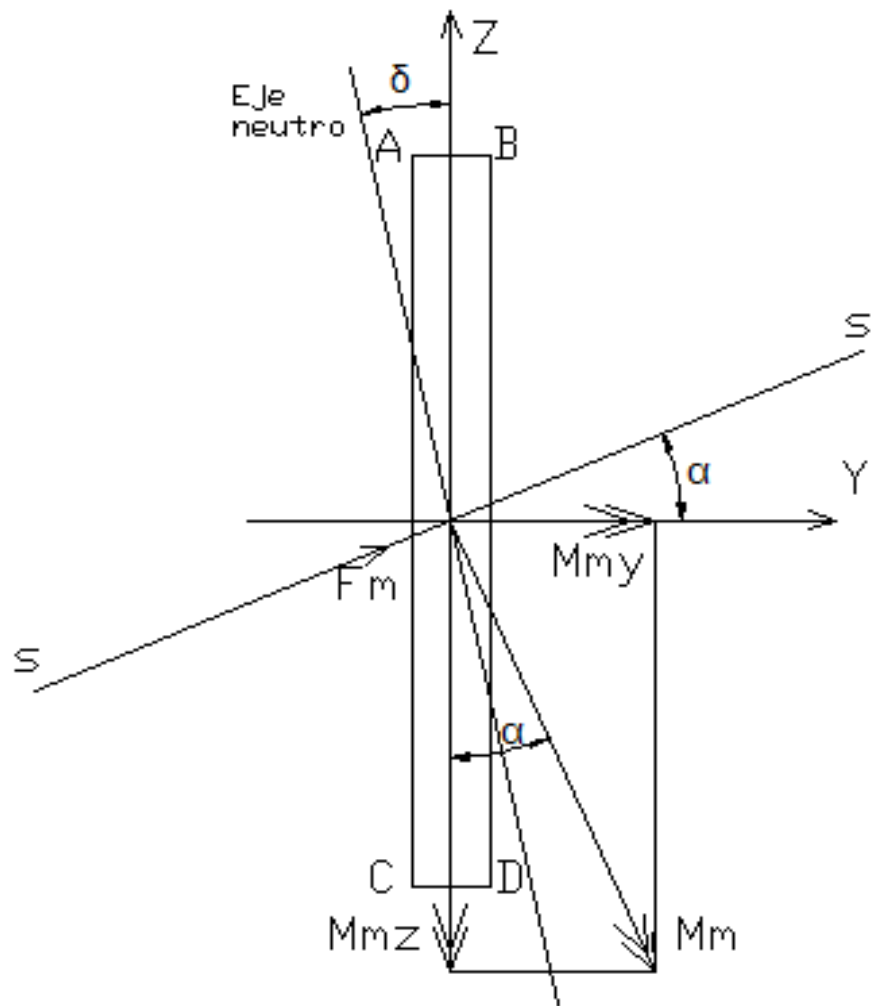


Gráfico de esfuerzos de flexión oblicua

Otra forma de expresar la flexión oblicua es la siguiente:

$$\sigma_m = \left(\frac{M_{my}}{Z_y} \right) + \left(\frac{M_{mz}}{Z_z} \right)$$

Dónde:

Z_y y Z_z son los módulos resistentes de las barras. Estos se determinan dividiendo el momento de inercia del área de la sección transversal del conductor según el eje que corresponda (calculado anteriormente) por la distancia de la fibra neutra a la fibra externa.

En los casos en estudio tenemos dos módulos resistentes:

$$Z_y = \frac{J_y}{z_{max}} \quad [m^3]$$

$$Z_z = \frac{J_z}{y_{max}} \quad [m^3]$$

Como queremos calcular los máximos valores de flexión que soportan las barras, los cuales estarán en los vértices B y C respectivamente (Ver figura anterior), entonces los valores de los módulos resistentes son los siguientes.

Para las barras en disposición vertical:

$$Z_y = \frac{J_y}{h/2} \quad [m^3]$$

$$Z_z = \frac{J_z}{b/2} \quad [m^3]$$

Y para las barras en disposición horizontal:

$$Z_y = \frac{J_y}{b/2} \quad [m^3]$$

$$Z_z = \frac{J_z}{h/2} \quad [m^3]$$

Obteniendo además las siguientes flexiones máximas:

Flexión máxima en vértice B (máxima tracción):

Para barra dispuesta vertical:

$$\sigma_m = \left(\frac{M_{my}}{J_y} \cdot h/2 \right) + \left(\frac{M_{mz}}{J_z} \cdot b/2 \right)$$

Para barra dispuesta horizontal:

$$\sigma_m = \left(\frac{M_{my}}{J_y} \cdot b/2 \right) + \left(\frac{M_{mz}}{J_z} \cdot h/2 \right)$$

Flexión máxima en vértice C (máxima compresión):

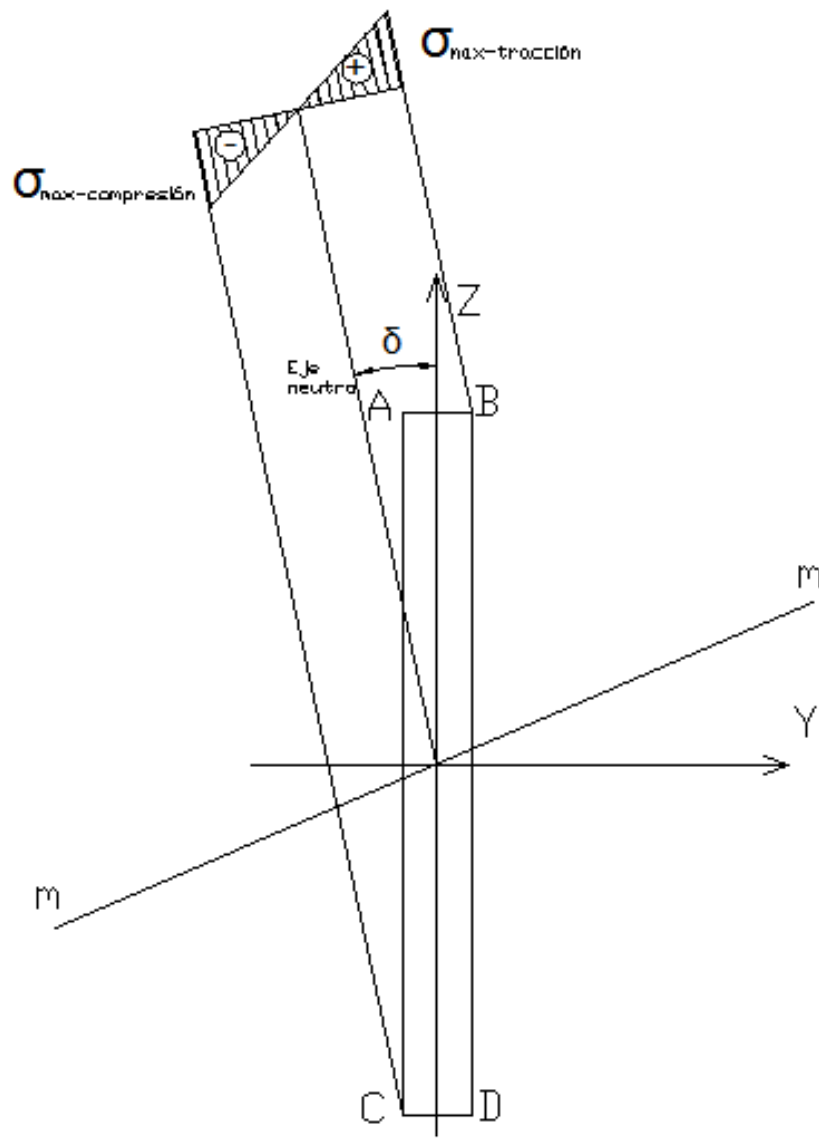
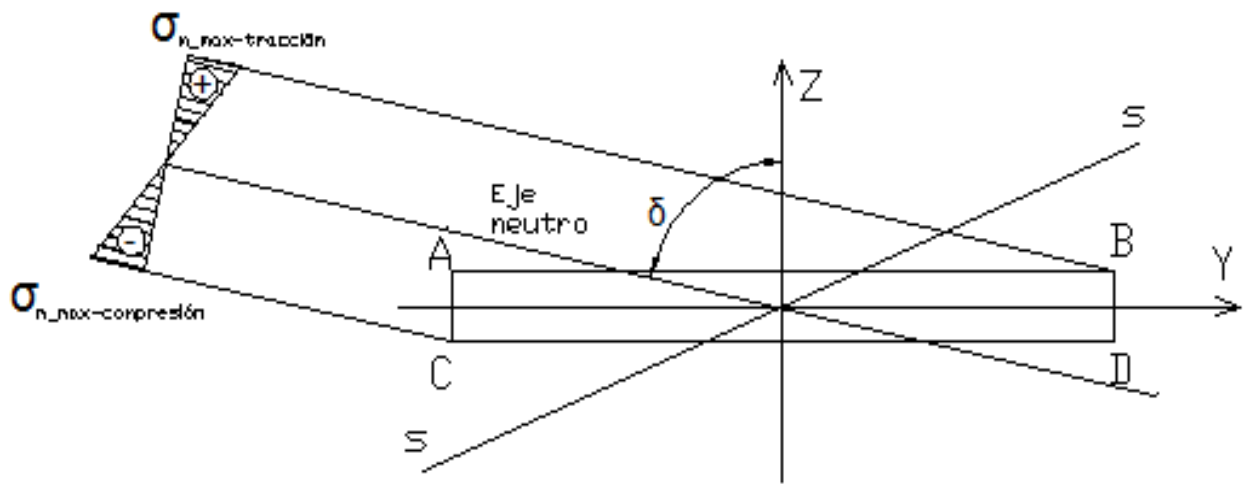
Para barra dispuesta vertical:

$$\sigma_m = - \left(\frac{M_{my}}{J_y} \cdot h/2 \right) - \left(\frac{M_{mz}}{J_z} \cdot b/2 \right)$$

Para barra dispuesta horizontal:

$$\sigma_m = - \left(\frac{M_{my}}{J_y} \cdot b/2 \right) - \left(\frac{M_{mz}}{J_z} \cdot h/2 \right)$$

Por lo tanto ya estamos en condiciones de realizar el diagrama de los esfuerzos de flexión resultantes para los dos casos en estudio.



Verificación

Una vez obtenidos los esfuerzos de flexión que sufre la barra, se verifica a fluencia, debiendo cumplir la siguiente condición:

$$\sigma_m \leq \sigma_{adm} = \sigma_f / CS$$

Siendo:

σ_f = Tensión límite de fluencia. Para el cobre vale 120 N/mm²

CS: Coeficiente de seguridad. Se toma para los casos en estudio. CS = 2

En el dimensionamiento de las barras en realidad se aceptan deformaciones producidas por las corrientes de cortocircuito, ya que estas no afectan la correcta operación de las mismas hasta cierto límite.

Por lo tanto para su dimensionamiento se debe verificar la siguiente condición, la cual es menos conservativa y es la que mejor aplica:

$$\sigma_{adm} = q \cdot \sigma_f$$

Siendo:

q: Coeficiente de deformación según sección del conductor (dato obtenido de tabla 3 de la norma IRAM 2358). Para la disposición del caso en estudio q = 1,5

4.4 Ejemplo de cálculo

Se realizará el cálculo de los esfuerzos estáticos a los que estará sometida la barra central de un conjunto de barras de un tablero de BT, y se verificará al corte y a la flexión, con los siguientes datos:

Datos:

- 3 barras de (100x10) mm² (una por fase). Barras con ubicación escalonada y dispuestas verticales.
- $m' = 8,89 \text{ kg/m}$
- Barras de un solo tramo, simplemente apoyadas en sus extremos
- Cortocircuito trifásico equilibrado
- Cargas distribuidas debidas a la corriente de cresta de cortocircuito trifásico:

$w_{2z} = 5 \text{ KN/m}$; $w_{2y} = 10 \text{ KN/m}$

- $\alpha = 50^\circ$ (ángulo del plano de carga con el eje "y")
- $l = 50 \text{ cm}$ (largo de la barra, distancia entre soportes)

Verificación al corte

Al tener soportes simples en ambos extremos, las fuerzas y los esfuerzos de corte máximos que recibe la barra central son:

$$F_{2_ymax} = \frac{w_2 y \cdot l}{2} = \left(\frac{10000 \cdot 0,5}{2} \right) = 2500 \text{ N}$$

$$F_{2_zmax} = \frac{w_2 z \cdot l}{2} = \left(\frac{5000 \cdot 0,5}{2} \right) = 1250 \text{ N}$$

$$\tau_{2_ymax} = \frac{3 \cdot F_{2_ymax}}{2 \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 2500}{2 \cdot 0,01 \cdot 0,1} = 3,75 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{2_zmax} = \frac{3 \cdot F_{2_zmax}}{2 \cdot b \cdot h} = \frac{3 \cdot 1250}{2 \cdot 0,01 \cdot 0,1} = 1,875 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{2_ymax} \leq \frac{\sigma_f \cdot q}{2} = \frac{120 \cdot 1,5}{2} = 90 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\tau_{2_zmax} \leq 90 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Por lo tanto la barra verifica al corte.

Verificación a la flexión

Primero se determinan los momentos de inercia respecto a los ejes principales “y” y “z”

$$J_y = \frac{h^3 b}{12} = \frac{0,1^3 \cdot 0,01}{12} = 8,33 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$J_z = \frac{b^3 h}{12} = \frac{0,01^3 \cdot 0,1}{12} = 8,33 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

Luego se determina la línea neutra, la cual forma un ángulo δ con el eje “z”:

$$\delta = \text{tg}^{-1} \left[-\text{tg} \alpha \left(\frac{J_z}{J_y} \right) \right]$$

$$\delta = -0,68^\circ$$

La fórmula de la línea neutra es:

$$z = -0,0119 \cdot y$$

Los momentos flectores máximos son:

$$M_{2_y\max} = \frac{(w_2 y \cdot l^2)}{8} = \frac{10000 \cdot 0,5^2}{8} = 312,5 \text{ N.m}$$

$$M_{2_z\max} = \frac{(w_2 z \cdot l^2)}{8} = \frac{5000 \cdot 0,5^2}{8} = 156,25 \text{ N.m}$$

Los esfuerzos de flexión máximos son:

$$\sigma_2 = \left(\frac{M_{2_y\max}}{J_y} \cdot h/2 \right) + \left(\frac{M_{2_z\max}}{J_z} \cdot b/2 \right)$$

$$\sigma_2 = \left[\frac{312,5 \cdot (-0,05)}{8,33 \times 10^{-7}} \right] + \left[\frac{156,25 \cdot (-0,005)}{8,33 \times 10^{-9}} \right] = -112,5 \text{ N/mm}^2 \text{ (Máxima compresión)}$$

$$\sigma_2 = \left[\frac{312,5 \cdot 0,05}{8,33 \times 10^{-7}} \right] + \left[\frac{156,25 \cdot 0,005}{8,33 \times 10^{-9}} \right] = 112,5 \text{ N/mm}^2 \text{ (Máxima tracción)}$$

Se realiza la verificación:

$$\sigma_2 \leq q \cdot \sigma_f = 1,5 \cdot 120 = 180 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_2 \leq 180 \text{ N/mm}^2$$

Por lo tanto la barra verifica a flexión.

5 ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS CON OSCILACIÓN DE LOS CONDUCTORES

Cuando existe una falla debida a un cortocircuito, los esfuerzos que resultan de este no son puramente estáticos, sino que también son dinámicos. Pueden producirse vibraciones en las barras que provocan esfuerzos muy perjudiciales para estas y sus soportes. Los esfuerzos resultantes debidos a estas vibraciones pueden ser mucho más importantes que los esfuerzos producidos solo por la corriente de cresta de cortocircuito.

Estos esfuerzos en las barras y las fuerzas sobre los soportes, dependen de la relación entre la frecuencia propia del sistema mecánico y la frecuencia de red. Cuando la frecuencia de vibración corresponde a una frecuencia natural del conjunto de barras, pueden aparecer fenómenos de resonancia. En estos casos o próximos a este, las fuerzas y las tensiones mecánicas en el sistema pueden ser amplificadas.

A continuación se define la frecuencia natural del conductor y posterior a esta se definen las ecuaciones para determinar los esfuerzos a flexión y fuerzas en los soportes con los coeficientes dinámicos correspondientes. No se realiza estudio del corte en esta situación, solo se analiza la flexión de las barras en condiciones de vibración, debido a que es el caso más desfavorable, y por el cual se dimensionarán las mismas.

5.1 Frecuencia Natural

La frecuencia natural de oscilación de un conductor se hace más peligrosa cuando su relación con respecto a la frecuencia de la red es del orden de 2. Esto es debido a que los esfuerzos electrodinámicos provocados por la corriente de cortocircuito son pulsatorios y con una frecuencia principal igual al doble de las corrientes que los originan. El cálculo de la frecuencia natural de un conductor tomado aisladamente, se determina con la siguiente fórmula:

$$f_c = \frac{\gamma}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{m'}}$$

Siendo:

f_c :frecuencia natural de un conductor principal [Hz]

γ :coeficiente que depende del tipo y número de soportes.

E :módulo de elasticidad del material de la barra [N/m²]

J :momento de inercia de la sección transversal de la barra [m⁴]

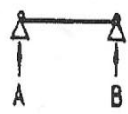
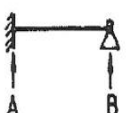

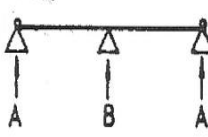
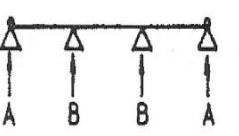
l : distancia entre soportes [m]

m' : masa del conductor por unidad de longitud [kg/m]

El módulo de elasticidad E es una constante propia del material de las barras, siendo para el cobre de 110×10^9 N/m².

La masa por unidad de longitud del conductor m' es un dato que entrega el fabricante de las barras.

El coeficiente γ se determina según los tipos y números de soportes, según la tabla de la Norma IRAM 2358.

Tipo de soportes		Coeficiente α	Coeficiente β	Coeficiente γ	
A y B soportes simples		A: 0,5 B: 0,5	1,0	0,157	
Viga de un solo tramo	A soporte empotrado B soporte simple		A: 0,625 B: 0,375	0,73	0,245
A y B soportes empotrados		A: 0,5 B: 0,5	0,5	0,356	
Vigas con- tinuas con soportes simples	dos tramos		A: 0,375 B: 1,25	0,73	0,245
equidistan- tes	tres y más tramos		A: 0,4 B: 1,1	0,73	0,356

El momento de inercia J fue determinado en el capítulo anterior, aplicándose el que corresponda según el eje de referencia y la disposición de las barras.

5.2 Esfuerzo de flexión en las barras con consideración de los efectos dinámicos

Para considerar los efectos dinámicos mencionados, es necesario afectar a los esfuerzos de flexión estáticos determinados anteriormente por coeficientes dinámicos.

Por lo tanto la flexión con las consideraciones dinámicas se define como:

$$\sigma_{md} = \sigma_m \cdot V_r \cdot V_\sigma$$

Siendo σ_m el esfuerzo de flexión estática y oblicua determinado en el capítulo anterior.

V_σ : Es el coeficiente dinámico denominado factor de esfuerzo. Es igual a la relación entre el esfuerzo real dinámico y el esfuerzo estático.

V_r : Es el coeficiente definido según la relación entre esfuerzos con ó sin recierre automático trifásico.

Los coeficientes dinámicos V_σ y V_r se determinan según las figuras 4 y 5, presentes en la norma IRAM 2358. Sus valores se obtienen ingresando a las curvas con la relación entre la frecuencia natural del conductor y la frecuencia de red $\left(\frac{f_c}{f}\right)$, interceptando la recta que corresponda.

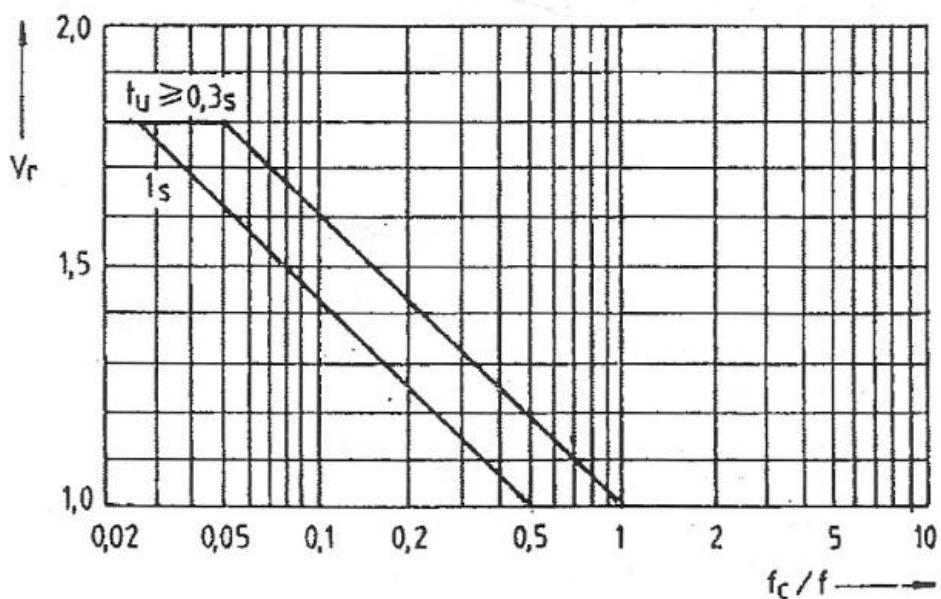


Figura 5.

Coficiente V_r a emplear en el caso de recierre trifásico

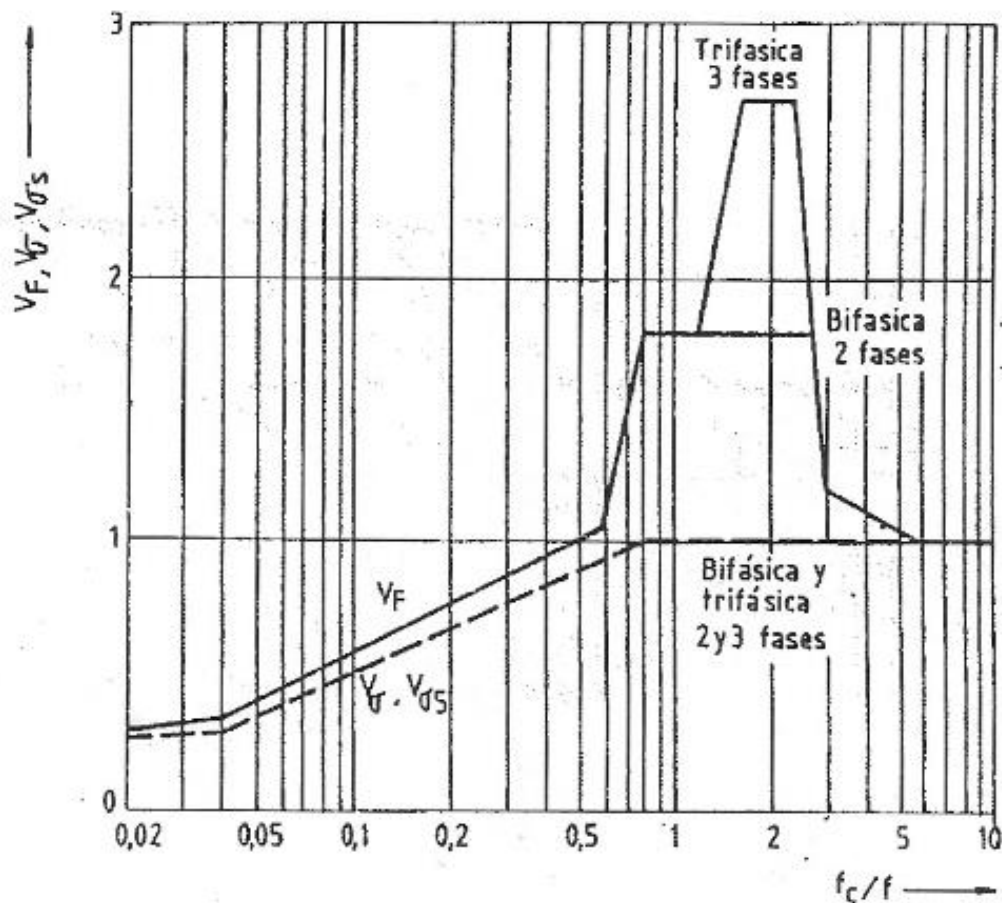


Figura 4

Coeficiente V_F , V_σ y $V_{\sigma s}$ a emplear en el caso de cortocircuitos bifásicos y trifásicos, excepto en disposiciones con $f_c/f < 0,5$ para los que $\kappa < 1,6$

Los coeficientes a aplicar dependen del amortiguamiento mecánico del sistema de conductores, y sus valores difieren si se trata de un cortocircuito trifásico ó bifásico. Al mismo tiempo también existe otro factor en las curvas, " $V_{\sigma s}$ ", que se determina de la misma manera que " V_σ ", y se define como la relación del esfuerzo real sobre el esfuerzo estático de cada subconductor. Definiendo subconductor a cada barra que compone una fase del sistema. En nuestro caso en particular no lo aplicamos, debido a que el estudio realizado solo contempla una barra por fase.

Verificación

Los esfuerzos de flexión con las consideraciones dinámicas descritas deben ser menores a los valores admisibles de dimensionamiento de las barras descritos en el capítulo anterior. En esta situación para la verificación se toma la condición admisible con deformación de las barras, pero sin interferir en su funcionalidad. Por lo tanto debe cumplir:

$$\sigma_{md} \leq q \cdot \sigma_f$$

Siendo:

q: Coeficiente de deformación según sección del conductor (dato obtenido de tabla 3 de la norma IRAM 2358). Para la disposición del caso en estudio $q = 1,5$

σ_f = Tensión límite de fluencia. Para el cobre vale 120 N/mm²

5.3 Fuerzas dinámicas sobre soportes

Las fuerza dinámicas sobre los soportes se determinan de la siguiente manera:

$$F_{md} = V_F \cdot V_r \cdot F_m [\text{N}]$$

La letra "m" determina el número de barra, F_m es la fuerza estática determinada anteriormente, V_r es el mismo coeficiente determinado en flexión y V_F es un coeficiente dinámico que expresa la relación entre el esfuerzo real dinámico y el esfuerzo estático sobre los soportes. La determinación de este último se realiza de la misma manera que los coeficientes " V_σ " y " V_{σ_s} ", con la salvedad que para su determinación la recta a la que se debe interceptar es diferente.

5.4 Ejemplo de cálculo

Tomando los mismos datos del ejemplo de cálculo del capítulo anterior, en primera instancia se calcula la frecuencia natural de oscilación de la barra y la relación de frecuencias, luego los coeficientes dinámicos correspondientes y por último la tensión de flexión, verificando a la tensión admisible.

Según el eje "z":

$$f_c = \frac{\gamma}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{m'}}$$

$$f_c = \frac{0,157}{0,5^2} \cdot \sqrt{\frac{(110 \times 10^9) \cdot (8,33 \times 10^{-9})}{8,89}} = 6,37 \text{ Hz}$$

$$\frac{f_c}{f} = \frac{6,37}{50} = 0,12$$

Ingresando a las rectas de la norma IRAM 2358 se obtiene:

$$V_r = 1,38$$

$$V_\sigma = 0,6$$

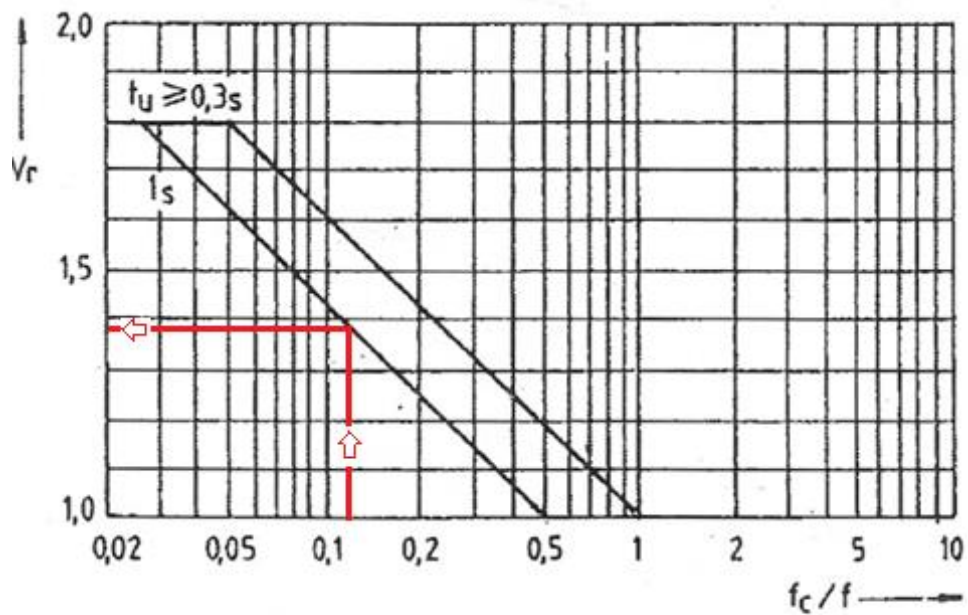


Figura 5.

Coefficiente V_r a emplear en el caso de recierre trifásico

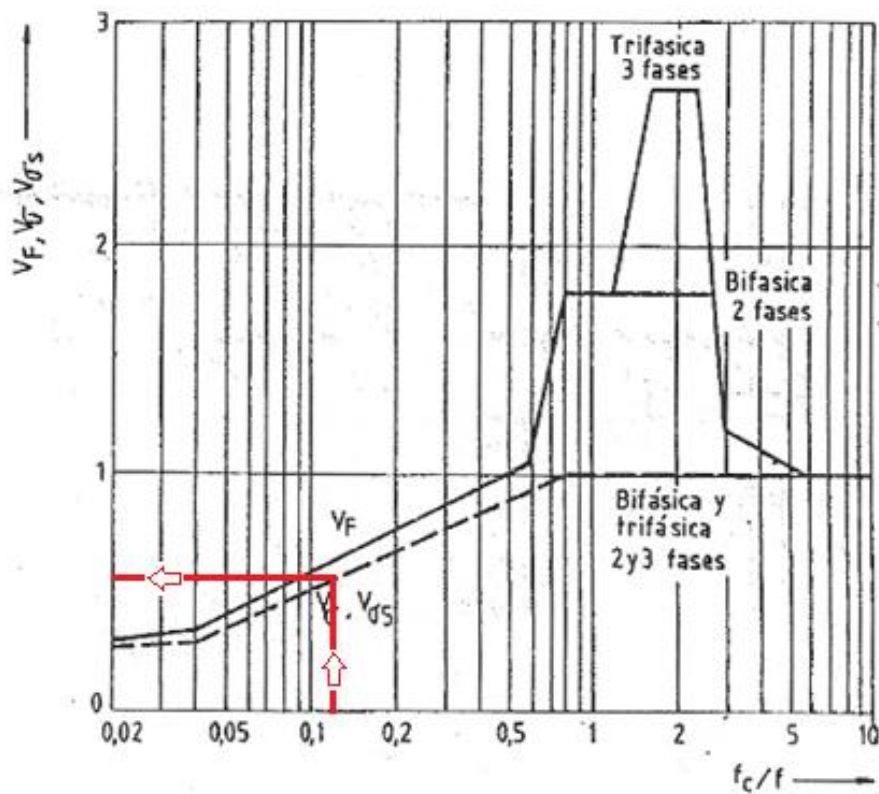


Figura 4

Coefficiente V_F , V_G y $V_G's$ a emplear en el caso de cortocircuitos bifásicos y trifásicos, excepto en disposiciones con $f_c/f < 0,5$ para los que $\kappa < 1,6$

Según el eje "y":

$$f_c = \frac{\gamma}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{m'}}$$

$$f_c = \frac{0,157}{0,5^2} \cdot \sqrt{\frac{(110 \times 10^9) \cdot (8,33 \times 10^{-7})}{m'}} = 63,7 \text{ Hz}$$

$$\frac{f_c}{f} = \frac{63,7}{50} = 1,27$$

Ingresando a las curvas de las Norma IRAM 2358 obtenemos los coeficientes:

$$V_\sigma = 1$$

$$V_r = 1$$

Cálculo de flexión oblicua total

$$\sigma_{2d} = \left(\frac{V_\sigma \cdot V_r \cdot M_{2_ymax}}{J_y} \cdot h/2 \right) + \left(\frac{V_\sigma \cdot V_r \cdot M_{2_zmax}}{J_z} \cdot b/2 \right)$$

$$\sigma_{2d} = \left(\frac{1 \cdot 1 \cdot 312,5}{8,33 \times 10^{-7}} \cdot 0,05 \right) + \left(\frac{0,6 \cdot 1 \cdot 38.156,25}{8,33 \times 10^{-9}} \cdot 0,005 \right)$$

$$\sigma_{2d} = 96,37 \text{ N/mm}^2$$

Verificación

$$\sigma_{md} \leq q \cdot \sigma_f$$

$$\sigma_{2d} \leq 1,5 * 120 = 180 \text{ N/mm}^2$$

La barra verifica, la flexión que soporta es menor a la tensión admisible.

6 ESFUERZOS TÉRMICOS

Las barras, debido a las corrientes de cortocircuito, no solo reciben esfuerzos electrodinámicos por las cuales se dimensionan, sino que también deben ser verificadas a los esfuerzos térmicos que estas corrientes ocasionan.

Si bien las corrientes de cortocircuito tienen tiempos de duración muy breves, el calor que se acumula en las barras es elevado y por este motivo las barras deben ser dimensionadas de manera que soporten los esfuerzos térmicos.

La acción térmica puede producir la destrucción de los materiales aislantes y de los conductores, provocando la fusión o debilitando la resistencia mecánica a alta temperatura.

6.1 Cálculo del calentamiento

Debido a que el cálculo del calentamiento es muy variable, depende de varios factores no lineales, se consideran las siguientes hipótesis simplificadoras:

- No se considera el efecto de proximidad (pelicular) entre conductores. Por lo tanto se considera que la densidad de corriente en cada barra es igual en toda su sección.
- Se considera que la resistencia del cobre varía en forma lineal con la temperatura.
- Se supone el calor específico del conductor constante.
- Se considera que el calentamiento es adiabático. No hay intercambio de calor del sistema (barras) con su entorno.

El balance térmico de un conductor con proceso adiabático queda determinado de la siguiente manera:

$$\frac{I_{th}^2 \cdot T_k \cdot \rho}{S} = \Delta\theta \cdot \delta \cdot S \cdot C$$

Siendo:

I_{th} : Corriente térmica equivalente de cortocircuito [A]

ρ : Resistividad del conductor [Ohm.m].

S : Sección transversal del conductor [m²]

$\Delta\theta$: Diferencia de temperatura conductor-ambiente [°C]

T_k : Duración del cortocircuito [seg].

δ : Densidad del cobre [$\frac{kg}{m^3}$].

C : Calor específico [$\frac{J \cdot kg}{^\circ C}$].

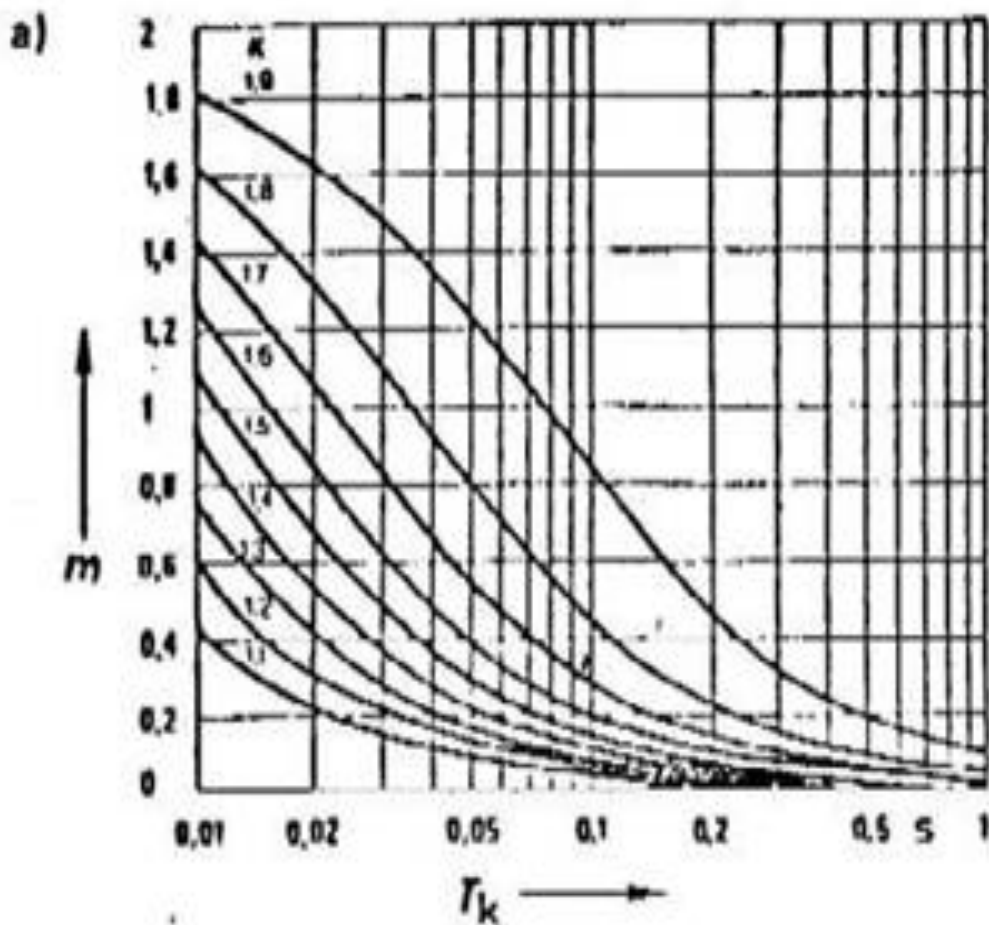
6.2 Corriente térmica equivalente de cortocircuito (I_{th})

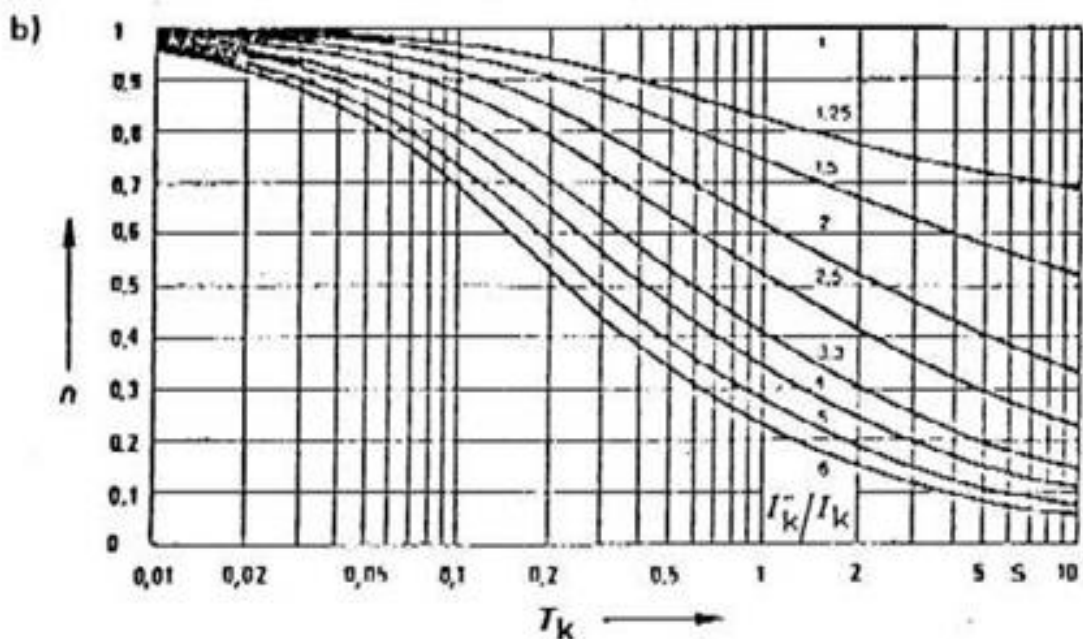
Cuando circula corriente por las barras se produce calor por efecto Joule (I²R). Por lo tanto para poder cuantificar la cantidad de calor, se define una corriente de valor constante equivalente que produce el mismo efecto térmico, es la corriente térmica equivalente de cortocircuito (I_{th}). Esta corriente depende de los efectos térmicos en función del tiempo de las componentes de continua y alterna de la corriente de cortocircuito, representando esto último con coeficientes “m” (considera componente continua) y “n” (considera componente alterna). Por lo tanto la corriente térmica equivalente de cortocircuito se calcula de la siguiente manera:

$$I_{th} = I''_k \cdot \sqrt{m + n} \quad [A]$$

Siendo I''_k el valor eficaz de la corriente de cortocircuito simétrica inicial.

Los valores “m” y “n” se obtienen de la figura 7 de la norma IRAM 2358.





**Fig. 7 -- a) Factor m, heatdissipation due to DC component
b) Factor n, heatdissipation due to AC component for three phase short-circuits.**

El coeficiente “m” depende del tiempo de duración del cortocircuito T_k y del factor k, que vimos cuando definimos la relación entre el valor eficaz de la corriente de cortocircuito y el valor pico de la misma, cuyo valor se determina de la siguiente manera:

$$k = \frac{I_s}{\sqrt{2} * I''_k}$$

Con I_s : Corriente de cresta de cortocircuito [A].

El coeficiente “n” depende de la relación (I''_k/I_k) , o sea del valor eficaz de la corriente simétrica inicial sobre el valor eficaz de la corriente simétrica permanente.

Para los cortocircuitos en BT el valor de $n=1$.

6.3 Dimensionamiento de barras por esfuerzos térmicos

Las barras del tablero de BT pueden ser dimensionadas de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$I_{th} \leq I_{thr} \text{ para } T_k \leq T_{Kr}$$

$$I_{th} \leq I_{thr} \sqrt{\frac{T_{Kr}}{T_k}} \text{ para } T_k \geq T_{Kr}$$

Siendo:

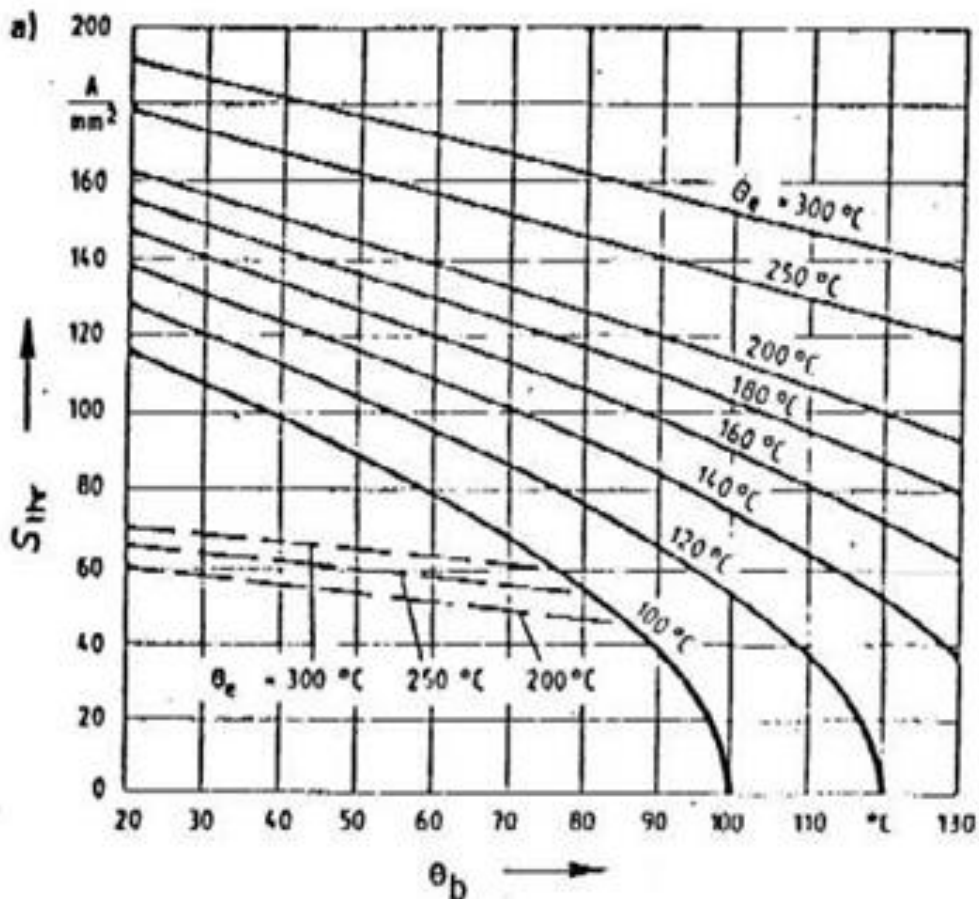
I_{thr} : corriente de cortocircuito nominal de corta duración (I_{thr}) dada para 1seg

T_{kr} : tiempo de corta duración nominal = 1seg

A demás siempre que la densidad de la corriente térmica equivalente de cortocircuito S_{th} cumpla la relación siguiente, las barras podrán ser dimensionadas:

$$S_{th} \leq S_{thr} \sqrt{\frac{T_{kr}}{T_k}}$$

La densidad de corriente nominal de corta duración S_{thr} se obtiene de las gráficas de la AEA 90909, que están indicadas en la figura 8, en donde θ_b es la temperatura de la barra antes del cortocircuito y se define que la temperatura máxima que puede adoptar el Cu y Al es 200°.



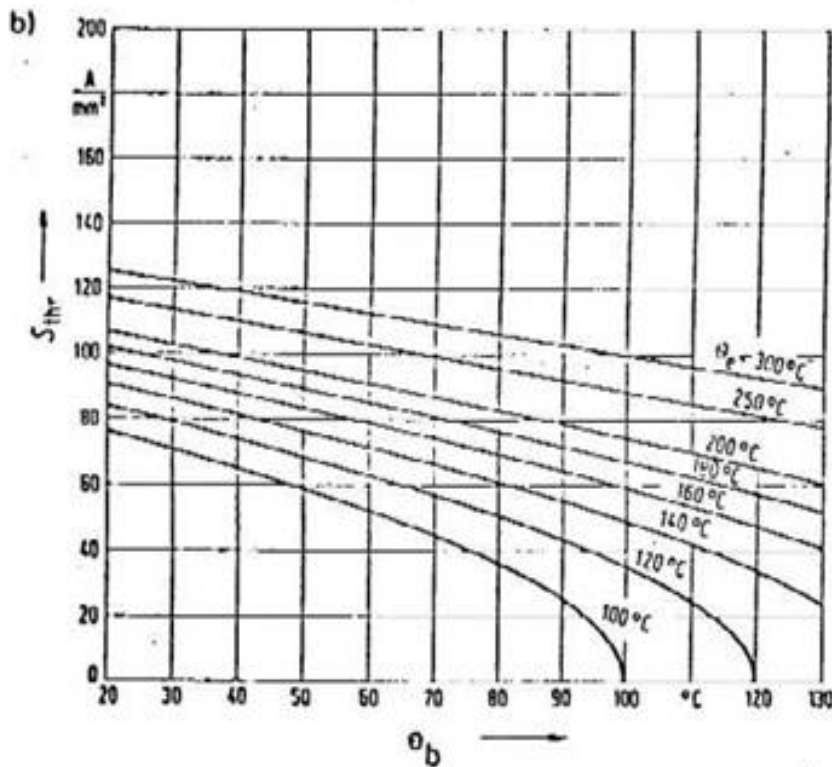


Fig. 8 -- Relation between rated short-time current density ($T_{kr}=1s$) and conductor temperature.

- a) Full lines: Copper
 Dotted lines: Flat product of unalloyed steel and steel cables.
- b) Aluminium, Aluminium Alloy, Aluminium conductor steel reinforced (ACSR) -----

6.4 Ejemplo de cálculo

Datos:

- Material barras: cobre
- Corriente de cresta: $I_s = 224 \text{ KA}$
- Corriente de cortocircuito simétrica inicial: $I''_k = 98 \text{ kA}$
- Temperatura de la barra antes del cortocircuito: $\theta_b = 70^\circ$
- Temperatura de la barra después del cortocircuito: $\theta_e = 200^\circ$
- Tiempo de duración del cortocircuito: $T_K = 0,05 \text{ seg}$

Es necesario para ello conocer los coeficientes "m" y "n", determinándolos ingresando a los diagramas de la figura 7 de la norma IRAM 2358.

Para determinar "m", debemos conocer k.

Se obtiene:

$$k = \frac{I_s}{\sqrt{2} * I''_k}$$

$$k = \frac{I_s}{\sqrt{2} * I''_k} = \frac{224KA}{\sqrt{2} * 98KA} = 1,62$$

Para ingresar al gráfico de la figura 7 de la norma IRAM 2358, ingresamos con $T_K = 0,05$ seg.

Intersectando la curva para $k = 1,62$, se obtiene $m = 0,41$.

Por otro lado consideramos $n = 1$, debido a que se considera que estamos alejados del generador, por lo cual $I''_k/I_k = 1$.

La corriente térmica equivalente de cortocircuito es:

$$I_{th} = I''_k \cdot \sqrt{m + n} = 98 \sqrt{0,41 + 1} = 116,36 \text{ kA}$$

Ingresando a la figura 8 a de la norma IRAM 2358 con θ_b y θ_e , obtenemos una densidad de corriente de $S_{thr} = 135 \text{ A/mm}^2$.

Se calcula la sección necesaria de la barra de la siguiente manera:

$$S_{th} = S_{thr} \sqrt{\frac{T_{kr}}{T_k}} = 135 \sqrt{\frac{1}{0,05}} = 603,73 \text{ A/mm}^2$$

Por lo tanto la sección transversal de la barra debe ser por lo menos de:

$$S = \frac{I_{th}}{S_{th}} = \frac{116,36}{0,603} = 192 \text{ mm}^2$$

7 ENSAYO DE ESFUERZOS ELECTRODINÁMICOS EN LABORATORIO DE ALTA TENSIÓN

Para verificar las fórmulas obtenidas en los capítulos anteriores, se realizó un ensayo de esfuerzos electrodinámicos en el Laboratorio de Alta Tensión (LAT) de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba.

El ensayo realizado fue a escala, y consistió en la aplicación de una corriente de cortocircuito sobre dos barras de cobre.

La onda generada se obtuvo realizando las conexiones entre las barras a ensayar y equipamiento perteneciente al LAT.

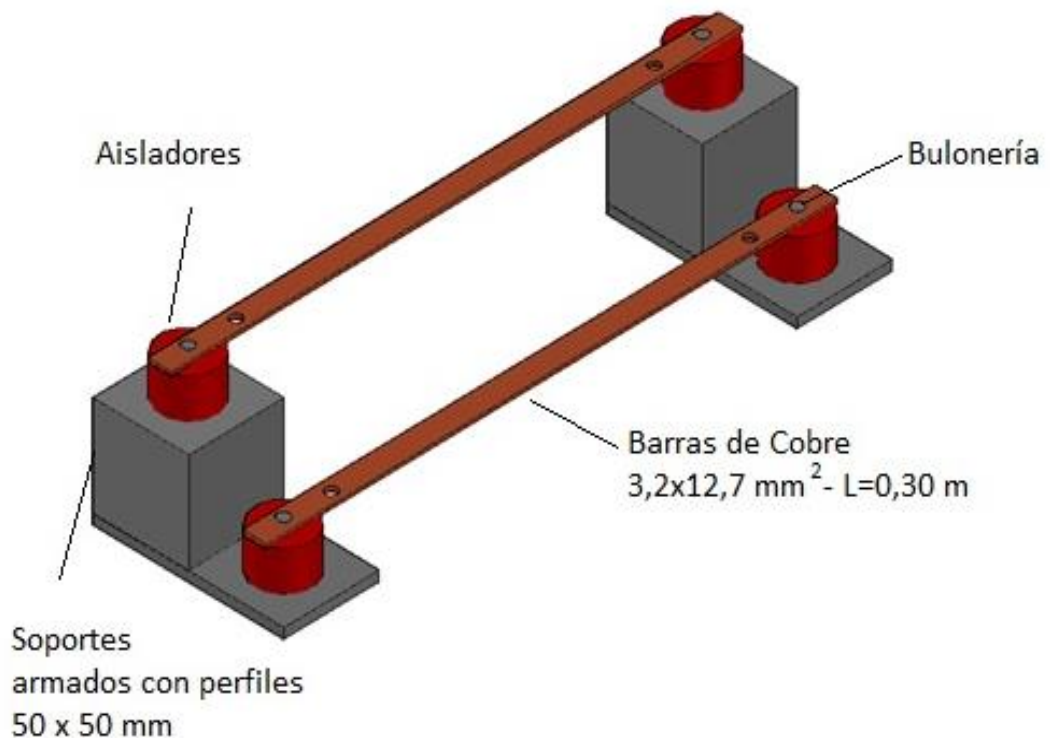
La conexión entre las barras y el equipo se realizó a través de conductores de sección adecuada.

7.1 Cronología de trabajos para la realización del ensayo

El ensayo se realizó siguiendo una cronología de trabajos, los cuales fueron:

- Armado de la estructura soporte y sujeción de las barras de cobre:

Se realizó el armado de la estructura soporte de barras con perfiles de acero cuadrados de 50x50 mm, de diferentes longitudes, de manera de respetar las dimensiones y datos descriptos a continuación:



Distancia entre ejes de barras $a = 5 \text{ cm}$

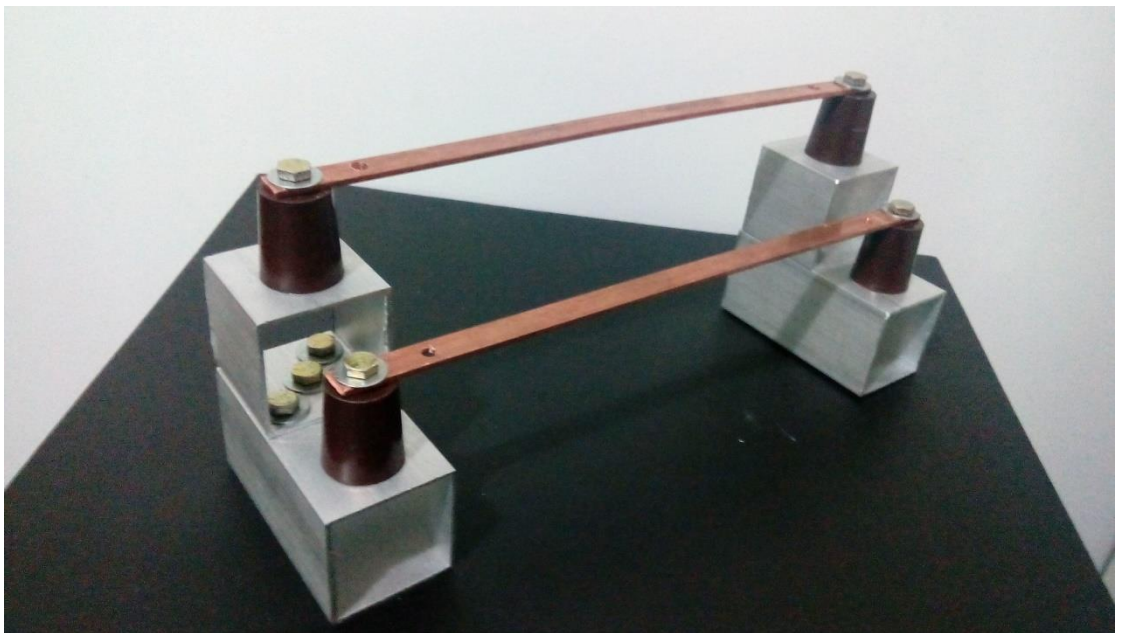
Largo de las barras $l = 30 \text{ cm}$

Angulo de inclinación entre barras $\alpha = 45^\circ$

4 Aisladores Pampaco modelo APA35

Para la sujeción de barras y aisladores se utilizó bulonería de acero.

En las siguientes fotos pueden apreciarse la estructura soporte, los aisladores y las barras en el momento previo a su conexión:



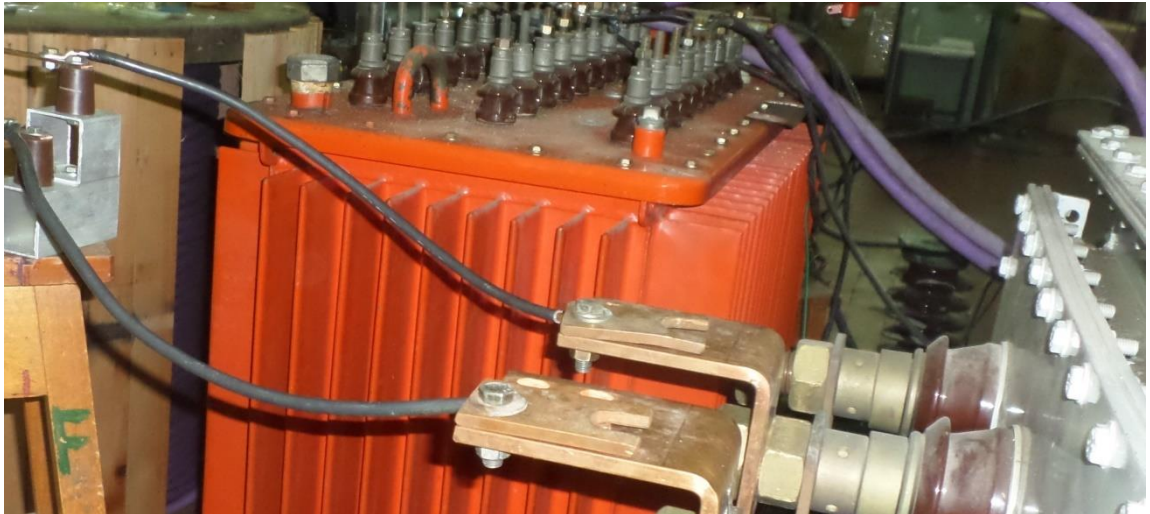
- Conexión de las barras:

Se realizó la conexión de las barras entre sí mediante un conductor de 25 mm² de sección. Las conexiones entre el conductor y las barras se realizaron con terminales aptos para 25 mm², realizando la sujeción de los terminales a los conductores y la unión de los terminales a las barras mediante bulonería adecuada como puede apreciarse en las fotos.

La sección transversal de cada barra fue de 12,7x3,2 mm y el largo de 30 cm. Las barras también fueron conectadas al transformador que generó la onda necesaria, mediante conductores de 25mm² de sección y de 50 cm de largo cada uno.

En las siguientes fotos pueden observarse la conexión de las barras entre sí y de las barras con el transformador.





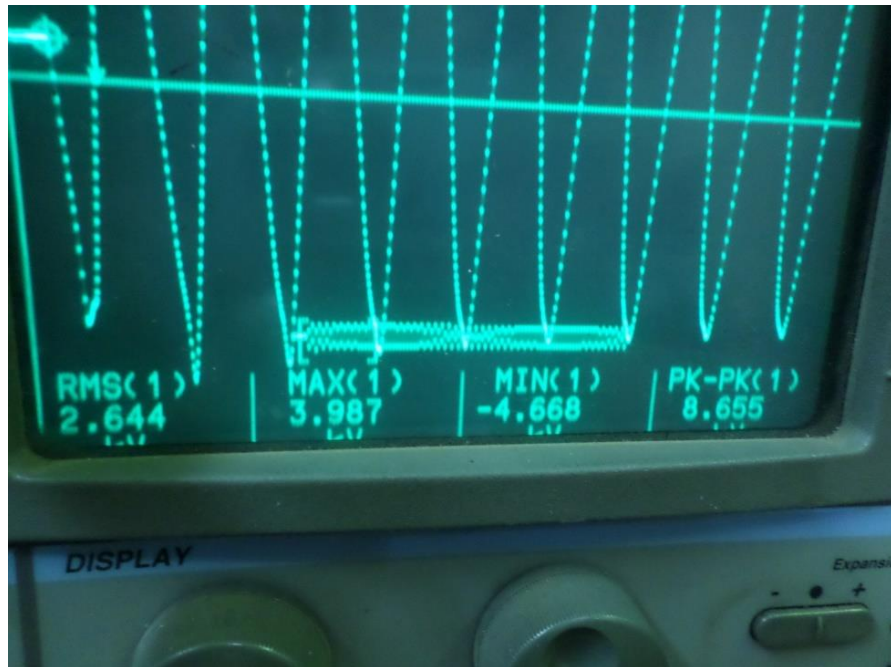
- Realización de las adecuaciones necesarias en el equipo generador:
Se realizaron las conexiones de los equipos necesarios para poder llevar a cabo el ensayo, y se realizaron las adecuaciones necesarias para generar una corriente de cortocircuito pico de aproximadamente 5 kA. También fueron conectados los equipos necesarios para la medición de la forma de onda del cortocircuito y la medición de la temperatura antes y después del cortocircuito.



En la foto puede observarse el osciloscopio mediante el cual se registraron las formas de onda de la corriente de cortocircuito generada.

- Ensayo propiamente dicho:

Se realizaron varios disparos de corrientes de cortocircuito con duraciones de 1 segundo cada uno. Los resultados de los mismos se exponen en punto 7.5.



En la foto pueden observarse los datos registrados en el osciloscopio, en uno de los disparos realizados.

- Verificación de las barras y los soportes aislantes:

Se verificó que las barras soportaron la corriente de cortocircuito aplicada, manteniendo sus propiedades eléctricas y mecánicas. Durante el ensayo se observaron pequeños movimientos en los conductores de conexión entre las barras y el transformador. Las barras por el contrario no sufrieron deformaciones, ni movimiento alguno.

- Cálculo teórico y verificación de las fórmulas obtenidas en el Proyecto Integrador:

En los puntos 7.2, 7.3 y 7.4 se realiza el cálculo teórico necesario y se verifican las fórmulas obtenidas en el presente proyecto integrador en forma teórica.

7.2 Cálculo de la corriente de cortocircuito

Se calculó en una primera instancia la tensión de ensayo, para que la corriente de cortocircuito permanente sea aproximadamente 2,5 kA (límite dado por los equipos existentes en el LAT)

Los extremos de las barras de cobre y el equipo de generación de onda estarán conectados a través de conductores unipolares de 25 mm² de sección. Los valores de resistencia y reactancia según el fabricante son:

$$R_{20^\circ}' = 0,78 \text{ Ohm/km}$$

$$X' = 0,154 \text{ Ohm/km}$$

Considerando una longitud del conductor de $l = 0,5 \text{ m}$, se obtiene:

$$R_{20^\circ} = R_{20^\circ}' \cdot l = 0,78 \cdot 0,0005 = 3,9 \times 10^{-4} \text{ Ohm}$$

$$X = X' \cdot l = 0,154 \cdot 0,0005 = 7,7 \times 10^{-5} \text{ Ohm}$$

Por lo tanto la impedancia es:

$$Z_{cc} = R_{20^\circ} + jX = 3,9 \times 10^{-4} + j \cdot 7,7 \times 10^{-5} = 3,975 \times 10^{-4} (11^\circ) \text{ Ohm}$$

Para determinar la tensión de ensayo que debemos obtener con el equipamiento del laboratorio, aplicamos la siguiente fórmula:

$$I''k = \frac{U}{2 \cdot Z_{cc}}$$

Despejando la tensión de ensayo:

$$U = I''k \cdot 2 \cdot Z_{cc}$$

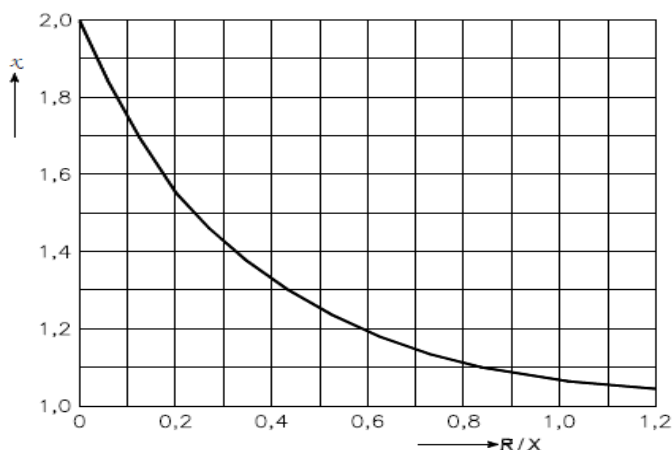
$$U = 2500 \cdot 2 \cdot (3,975 \times 10^{-4}) = 1,98 \text{ V}$$

La corriente pico de cortocircuito es:

$$I_s = k \cdot \sqrt{2} \cdot I''k$$

$$I_s = k \cdot \sqrt{2} \cdot I''k$$

El factor k se puede obtener del gráfico de la figura siguiente o calcular como:



$$k \cong 1,02 + 0,98 \cdot e^{-\left(\frac{3R}{X}\right)}$$

Para calcular este factor k, debemos considerar la impedancia que habrá en el circuito eléctrico, por lo tanto se deben determinar las impedancias de todos los transformadores intervinientes y considerar la impedancia del sistema en el punto de conexión de la EPEC (este último dato se obtiene a partir de la potencia de cortocircuito en el punto de conexión y a partir de la tensión nominal). Dado la imposibilidad de conseguir los datos de un autotransformador perteneciente al Laboratorio de Alta Tensión, y teniendo los instrumentos necesarios para realizar la medición de la forma de onda de la corriente de cortocircuito, se procedió a realizar el ensayo, leyendo los datos en un osciloscopio. La máxima corriente cresta de cortocircuito leída en el osciloscopio en uno de los disparos, fue de 5 kA, por lo tanto se tomará este valor para la verificación de las fórmulas del proyecto integrador.

7.3 Esfuerzos electrodinámicos

Se debe verificar que los esfuerzos de flexión generados cumplan la siguiente condición:

$$\sigma_{md} \leq q \cdot \sigma f$$

Siendo $q = 1,5$. Coeficiente que depende de la sección transversal de la barra.

$\sigma f = 120 \text{ N/mm}^2$. Tensión límite de fluencia.

Entonces:

$$\sigma_d \leq 180 \text{ N/mm}^2$$

Para calcular la tensión de flexión en las barras se aplica la siguiente fórmula, la cual corresponde cuando las barras se encuentran dispuestas en forma horizontal sobre los soportes:

$$\sigma_d = \left(\frac{V_\sigma \cdot V_r \cdot M_{y\max}}{J_y} \cdot b/2 \right) + \left(\frac{V_\sigma \cdot V_r \cdot M_{z\max}}{J_z} \cdot h/2 \right)$$

Los coeficientes dinámicos (V_σ, V_r) se determinan entrando a curvas de las figuras 4 y 5 de la norma IRAM 2358, para lo cual debemos conocer la relación entre la frecuencia natural de oscilación de las barras " f_c " (según el eje "y" y según el eje "z") y la frecuencia de la red " f_c " (50 Hz), además la curva que interceptan corresponden a un tiempo de desconexión de 1segundo.

Según eje y:

$$f_c = \frac{\gamma}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J_y}{m'}} = 5,67$$

$\gamma = 0,157$. Coeficiente que depende del tipo y número de soportes, valor que corresponde a apoyos simples en ambos extremos de las barras.

$E = 110 \times 10^9 \text{ N/m}^2$. Módulo de elasticidad del cobre.

$J_y = \frac{b^3 h}{12} = \frac{3,2^3 \cdot 12,7}{12} = 34,68 \times 10^{-12} \text{ m}^4$. Momento de inercia de la sección de la barra respecto al eje "y".

Siendo $b = 3,2 \text{ mm}$ el lado corto de la sección transversal de la barra y $h = 12,7 \text{ mm}$ el lado largo de la sección transversal de la barra.

$m' = 0,36 \text{ kg/m}$. Masa por unidad de longitud de la barra. Este dato es obtenido de tablas:

REFERENCIA				ÁREA	PESO	AMPERAJE
ESPESOR		ANCHO				
PULGADAS	mm.	PULGADAS	mm.	(mm ²)	(kg/mt)	
1/8	3.17	1/2	12.7	40.32	0.36	75
1/8	3.17	3/4	19.05	60.48	0.54	113
1/8	3.17	1	25.4	80.64	0.72	150
1/8	3.17	1.1/2	38.1	120.97	1.08	225
1/8	3.17	2	50.8	161.29	1.43	300
3/16	4.76	1/2	12.7	60.48	0.54	123
3/16	4.76	3/4	19.05	90.73	0.81	190
3/16	4.76	1	25.4	120.97	1.08	250
3/16	4.76	1.1/4	31.75	151.21	1.34	320
3/16	4.76	1.1/2	38.1	181.45	1.61	370
3/16	4.76	2	50.8	241.93	2.15	480
3/16	4.76	2.1/2	63.5	302.42	2.69	600
3/16	4.76	3	76.2	362.90	3.23	730
1/4	6.35	1/2	12.7	80.64	0.72	156
1/4	6.35	3/4	19.05	120.97	1.08	225
1/4	6.35	1	25.4	161.29	1.43	300
1/4	6.35	1.1/4	31.75	201.61	1.79	375
1/4	6.35	1.1/2	38.1	241.93	2.15	450
1/4	6.35	2	50.8	322.58	2.87	600
1/4	6.35	2.1/2	63.5	403.22	3.58	750
1/4	6.35	3	76.2	483.87	4.30	900
3/8	9.52	1	25.4	241.93	2.15	475
3/8	9.52	1.1/2	38.1	362.90	3.23	722
3/8	9.52	2	50.8	483.87	4.30	960
3/8	9.52	2.1/2	63.5	604.84	5.38	1200
3/8	9.52	3	76.2	725.80	6.45	1440
3/8	9.52	4	101.6	967.74	8.60	1900
1/2	12.70	1.1/2	38.1	483.87	4.30	950
1/2	12.70	2	50.8	645.16	5.74	1200
1/2	12.70	2.1/2	63.5	806.45	7.17	1500
1/2	12.70	3	76.2	967.74	8.60	1900

$l = 0,3 \text{ m}$. Distancia entre soportes.

Por lo tanto la relación de frecuencias es:

$$\frac{f_c}{f} = 0,11$$

Con estos valores e interceptando las curvas correspondientes, se obtiene:

$$V_r = 1,4$$

$$V_o = 0,5$$

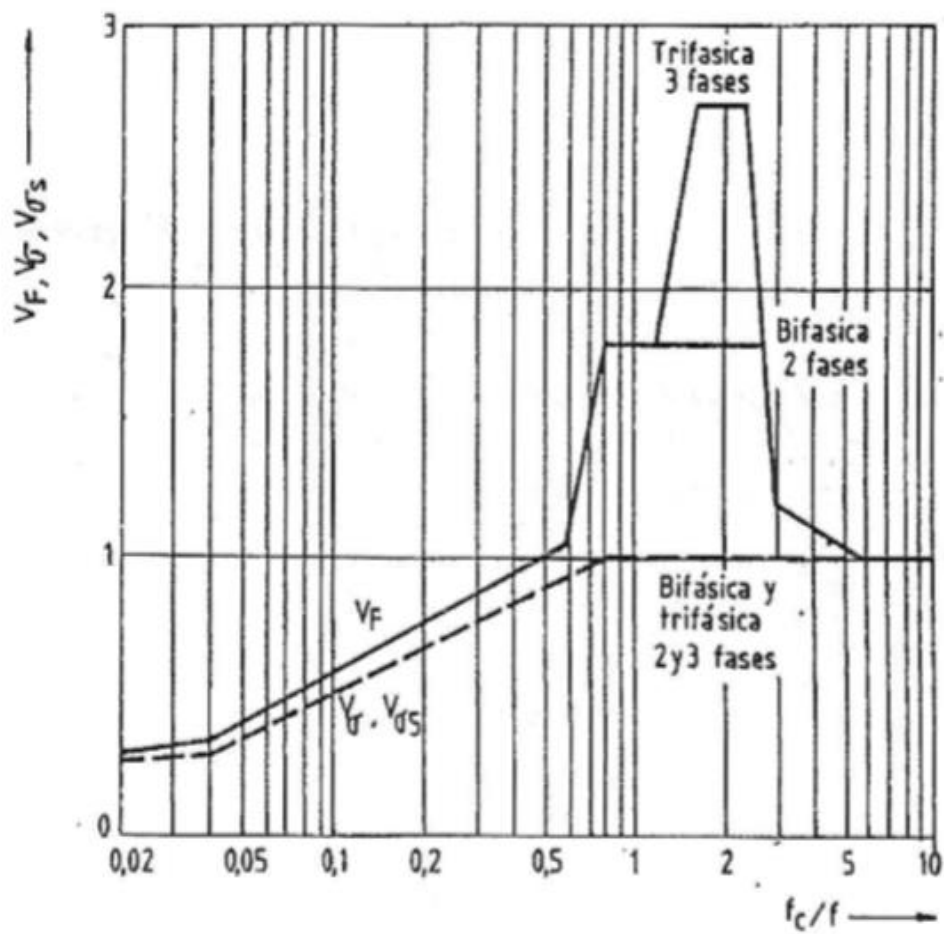


Figura 4

Coeficiente V_F , V_r y $V_o's$ a emplear en el caso de cortocircuitos bifásicos y trifásicos, excepto en disposiciones con $f_c/f < 0,5$ para los que $\kappa < 1,6$

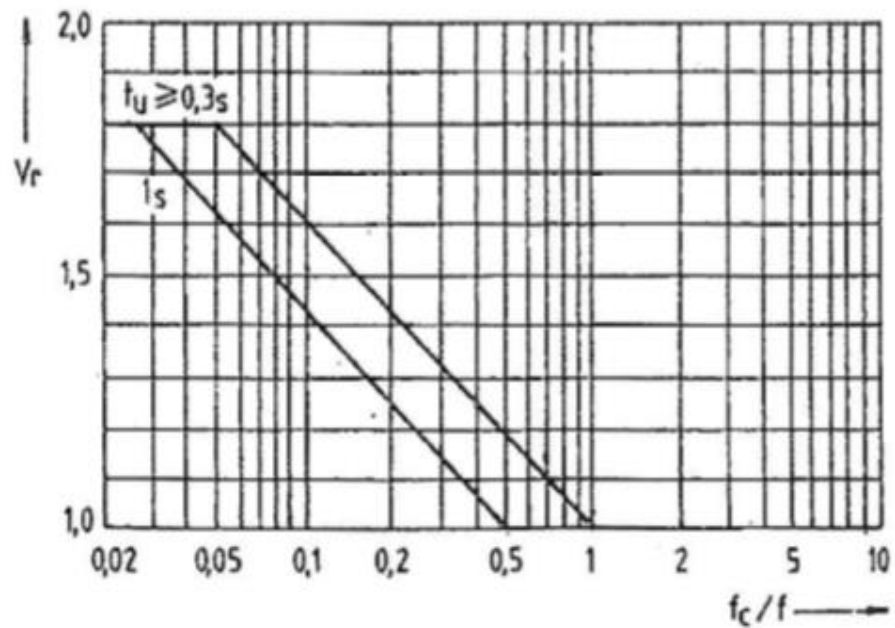


Figura 5.

Coefficiente V_r a emplear en el caso de recierre trifásico

Según eje z:

$$f_c = \frac{\gamma}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J_z}{m'}} = 20,69$$

$\gamma = 0,157$. Coeficiente que depende del tipo y número de soportes.

$E = 110 \times 10^9 \text{ N/m}^2$. Módulo de elasticidad del cobre.

$J_z = \frac{h^3 b}{12} = \frac{12,7^3 \cdot 3,2}{12} = 4,608 \times 10^{-10} \text{ m}^4$. Momento de inercia de la sección de la barra respecto al eje "z".

$m' = 0,36 \text{ kg/m}$. Masa por unidad de longitud de la barra.

$l = 0,3 \text{ m}$. Distancia entre soportes.

Por lo tanto la relación de frecuencias es:

$$\frac{f_c}{f} = 0,413$$

Con estos valores tenemos que:

$$V_r = 1,05$$

$$V_\sigma = 0,82$$

Los Momentos flectores dependen del tipo de soportes. Se considera que las barras están simplemente apoyadas sobre ambos extremos, por lo tanto los momentos máximos se calculan de la siguiente manera:

$$M_{y_{max}} = \frac{(wy \cdot l^2)}{8} = 0,202 \text{ N.m}$$

$$M_{z_{max}} = \frac{(wz \cdot l^2)}{8} = 0,202 \text{ N.m}$$

$$wy = 2.10^{-7} \cdot \frac{\cos(\alpha)}{a \cdot l} \cdot (Is^2) \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] = 17,97 \text{ N/m}$$

$$wz = 2.10^{-7} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha)}{a \cdot l} \cdot (Is^2) \cdot [\sqrt{l^2 + (a)^2} - a] = 17,97 \text{ N/m}$$

$a = 0,05 \text{ m}$. Distancia entre ejes de barras.

$\alpha = 45^\circ$

Por lo tanto la flexión en la barra es de:

$$\sigma_d = \left(\frac{0,5.1,4.0,202}{34,68 \times 10^{-12}} \cdot 0,0016 \right) + \left(\frac{0,82.1,05.0,202}{4,608 \times 10^{-10}} \cdot 0,00635 \right) = 8920356,3 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_d = 8,92 \text{ N/mm}^2$$

Por lo tanto se verifica que:

$$\sigma_d = 8,92 \leq 180 \text{ N/mm}^2$$

Las barras soportan la corriente de cortocircuito, y mantienen sus propiedades eléctricas y mecánicas.

7.4 Cálculo de la densidad de corriente

Para asegurar las propiedades eléctricas de las barras se debió calcular la densidad de corriente que admiten en el tiempo del cortocircuito.

Se considera para el cálculo, una temperatura del conductor antes del cortocircuito de $\theta_b = 20^\circ$ y una temperatura del conductor después del cortocircuito de $\theta_e = 70^\circ$ como máximo.

Por lo tanto, la corriente nominal de cortocircuito de corta duración (I_{thr}) es:

$$I_{thr} = S \cdot \sqrt{K} = 3,86 \text{ kA}$$

Dónde:

$S = (3,2 \times 12,7) \text{ mm}^2$ Sección del conductor.

$$K = \frac{C_t}{\alpha_{rt} \cdot \rho_c \cdot t_c} \cdot \ln\left(\frac{T_r + T_{max}}{T_r + T_a}\right) = 0,0951 \left[\frac{kA}{\text{mm}^2} \cdot \text{seg}\right]$$

Siendo:

$C_t = 3,422 \text{ [Joule/cm}^3/\text{°K]}$ Coeficiente de calor específico para el cobre.

$\alpha_{rt} = 0,00393 \text{ °C}[1/\text{°C}]$ Coeficiente de aumento de resistividad por temperatura del cobre, a 20°.

$\rho_c = 1,7241 \text{ [}\mu\Omega/\text{cm]}$ Resistividad del cobre.

$t_c = 1 \text{ [seg]}$ Tiempo de duración del cortocircuito.

$T_{max} = 70 \text{ [°C]}$ Temperatura máxima admitida por el conductor.

$T_a = 20 \text{ [°C]}$ Temperatura ambiente.

$$T_r = (1/\alpha_{rt}) - 20^\circ\text{C} = 234,45 \text{ [°C]}$$

Por otro lado, la corriente térmica equivalente de cortocircuito (I_{th}) se calcula de la siguiente manera:

$$I_{th} = I'_k \sqrt{m + n}$$

Donde $n = 1$ por estar lejos del generador, $I'_k/I_k = 1$

Y $m = f$ (tiempo de desconexión T_K, k)

Sabiendo que:

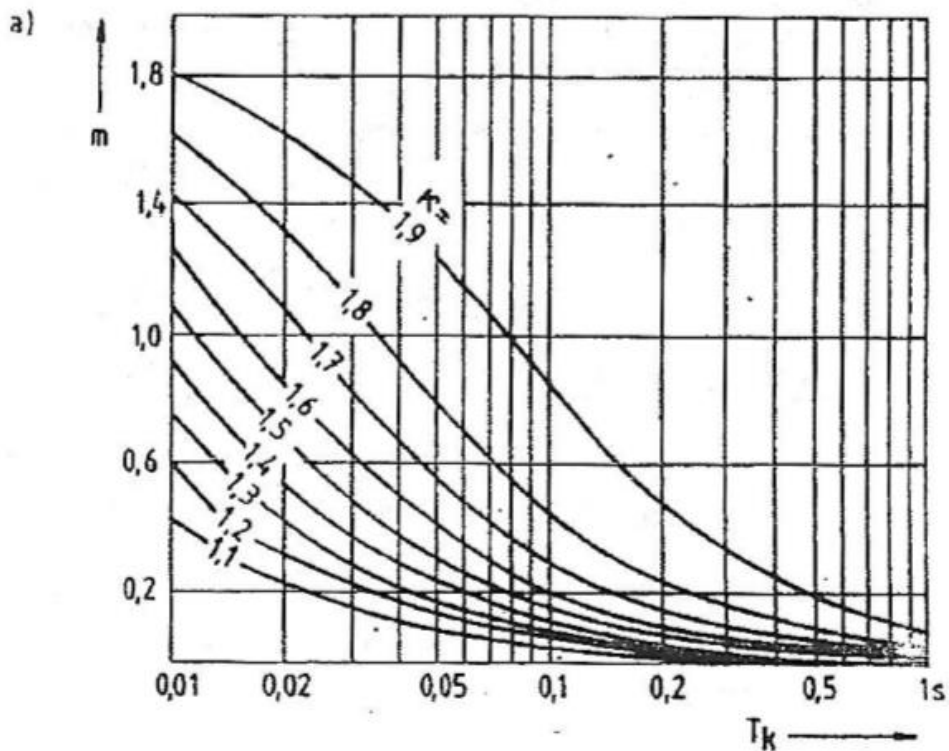
$$k = \frac{I_s}{\sqrt{2} \cdot I'_k} = \frac{5\text{KA}}{\sqrt{2} \cdot 2,5\text{KA}} = 1,41$$

$T_K = 1 \text{ seg}$ para $f = 50 \text{ Hz}$

$$T_K * f = 1 \text{ seg} * 50 \frac{1}{\text{seg}} = 50$$

Entonces ingresando al gráfico a) de la figura 7 de la norma IRAM 2358, se obtiene:

$$m = 0$$



Entonces:

$$I_{th} = 2,5\sqrt{0 + 1}$$

$$I_{th} = 2,5 \text{ kA}$$

Por lo tanto el juego de barras se considera que posee resistencia térmica suficiente si:

$$I_{th} \leq I_{thr} \sqrt{\frac{T_{kr}}{T_k}} = 3,86 \text{ kA}$$

Por lo tanto el juego de barras posee resistencia térmica suficiente.

7.5 Forma de Onda de la corriente de cortocircuito en los ensayos

En el presente ítem se exponen las mediciones del ensayo realizado en el Laboratorio de Alta Tensión.

Para todos los casos se realizaron mediciones de la temperatura de las barras antes que ocurra el cortocircuito, y posterior al mismo, obteniendo la temperatura con una termocupla. Las temperaturas promedio obtenidas fueron:

Temperatura antes del cortocircuito. $\theta_b = 20^\circ$

Temperatura después del cortocircuito. $\theta_e = 70^\circ$

Se realizaron varios disparos de corrientes de cortocircuito, obteniendo formas de onda como pueden observarse en los siguientes gráficos. Para todos los casos el tiempo de ensayo fue de 1 segundo.

Primer disparo (Icc1)

Corriente Pico $I_{s1(+)} = 3,36 \text{ kA}$

Corriente Pico $I_{s1(-)} = -3,10 \text{ kA}$

Segundo disparo (Icc2)

Corriente Pico $I_{s1(+)} = 3,65 \text{ kA}$

Corriente Pico $I_{s1(-)} = -3,97 \text{ kA}$

Tercer disparo (Icc3)

Corriente Pico $I_{s1(+)} = 3,94 \text{ kA}$

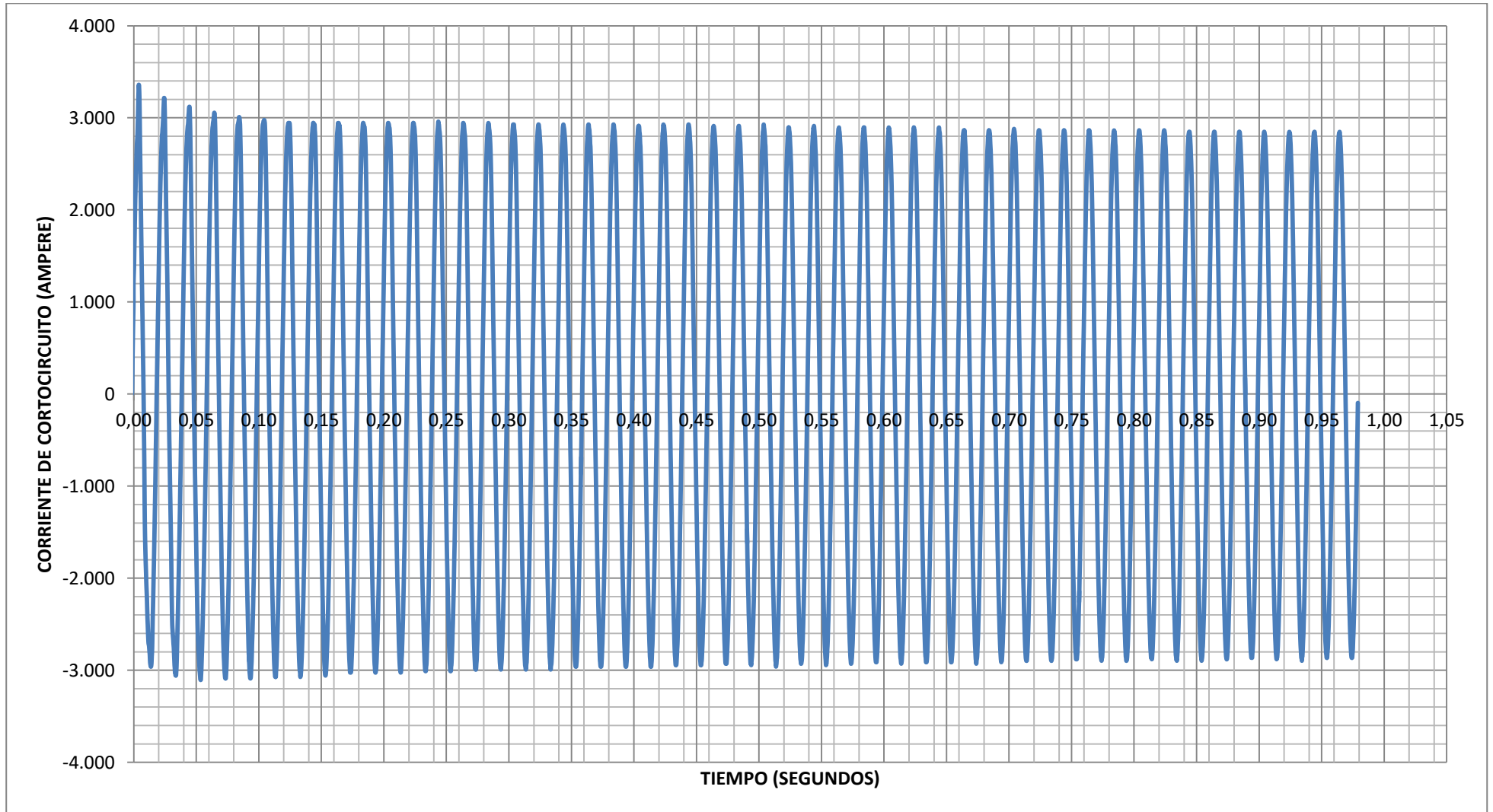
Corriente Pico $I_{s1(-)} = -4,08 \text{ kA}$

Cuarto disparo (Icc4). En la figura se representa solo una parte de la onda.

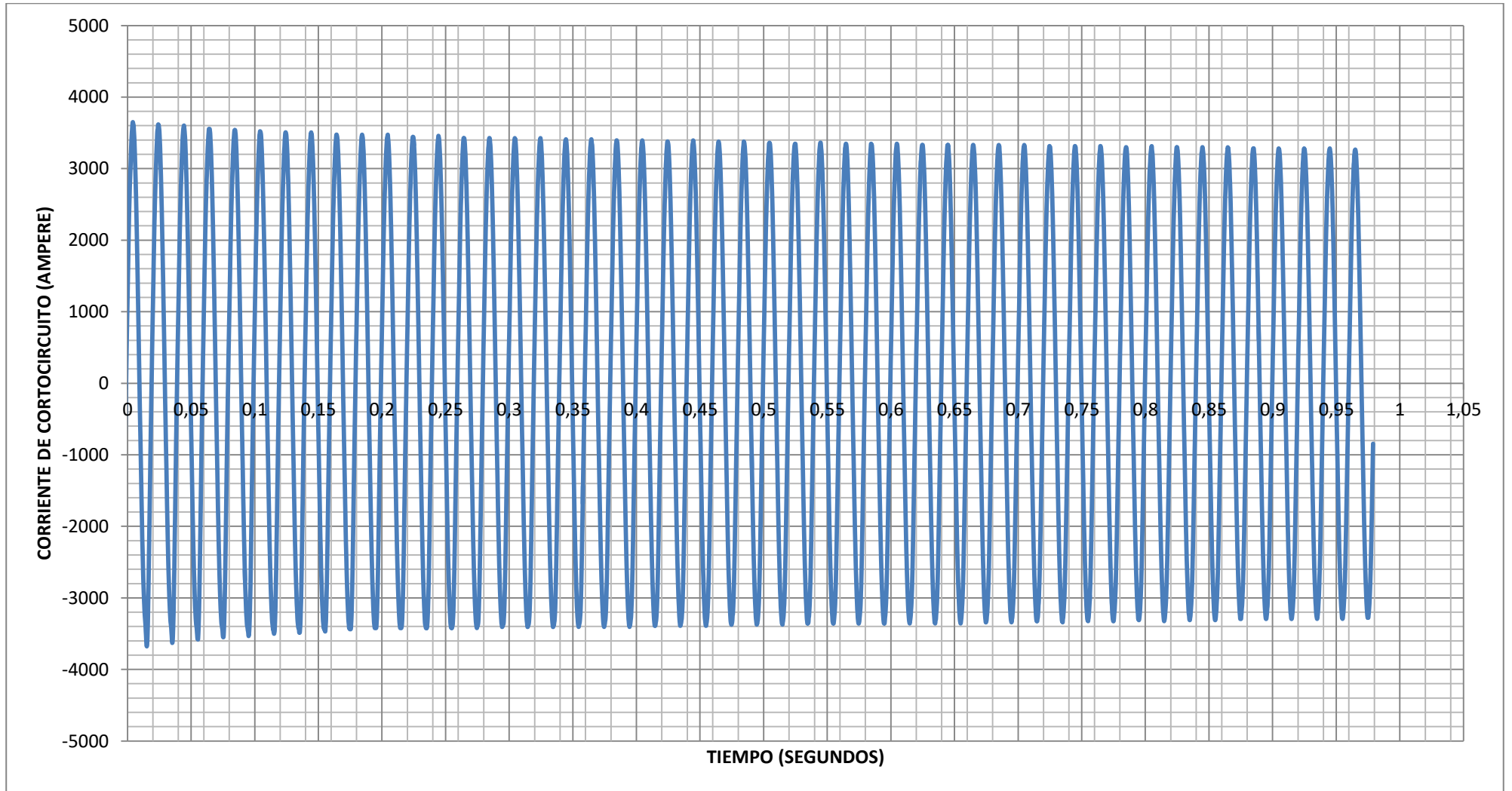
Corriente Pico $I_{s1(+)} = 5,00 \text{ kA}$

Corriente Pico $I_{s1(-)} = -4,36 \text{ kA}$

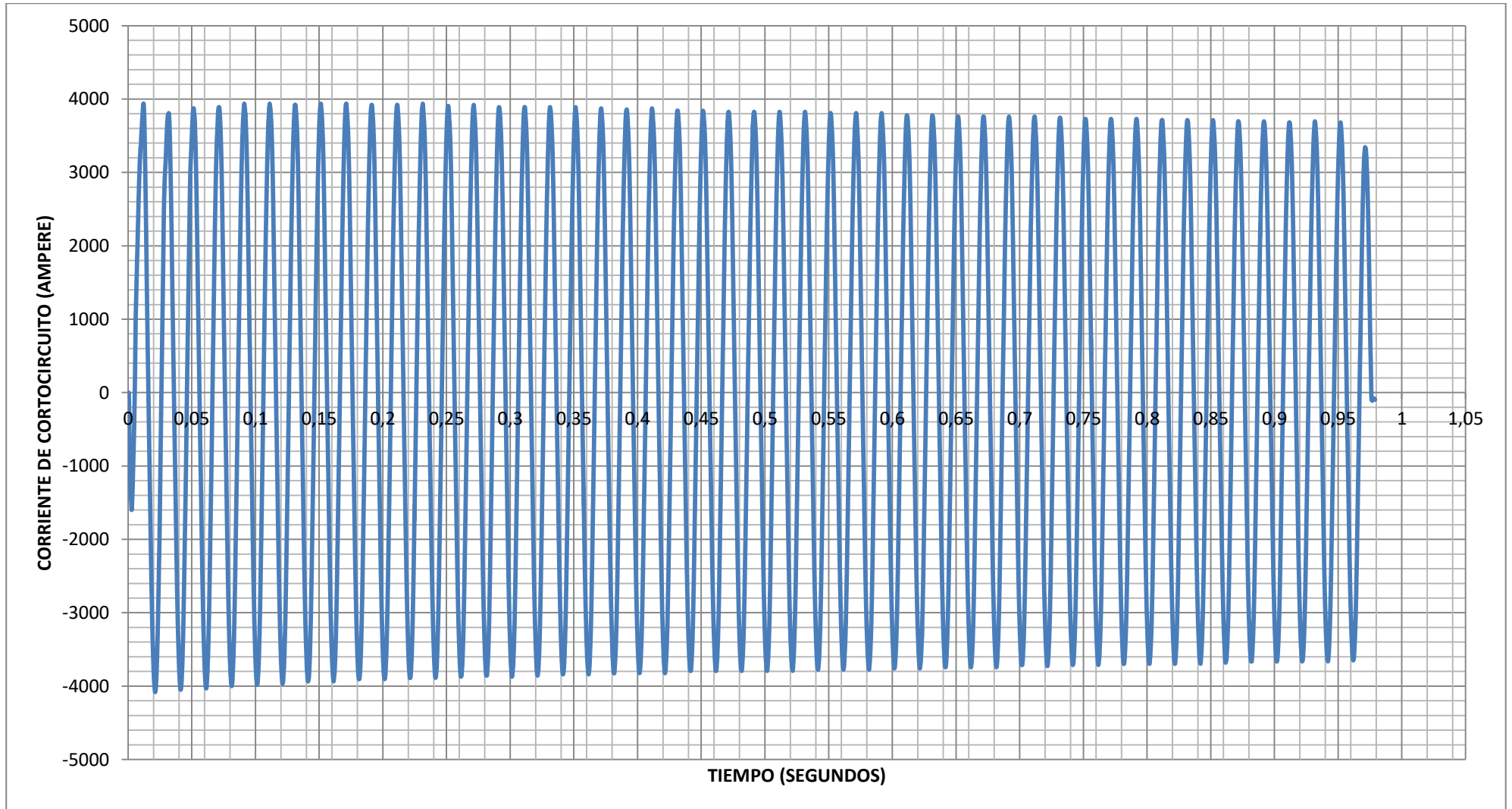
Primer Disparo – Corriente de Cortocircuito (Icc1)



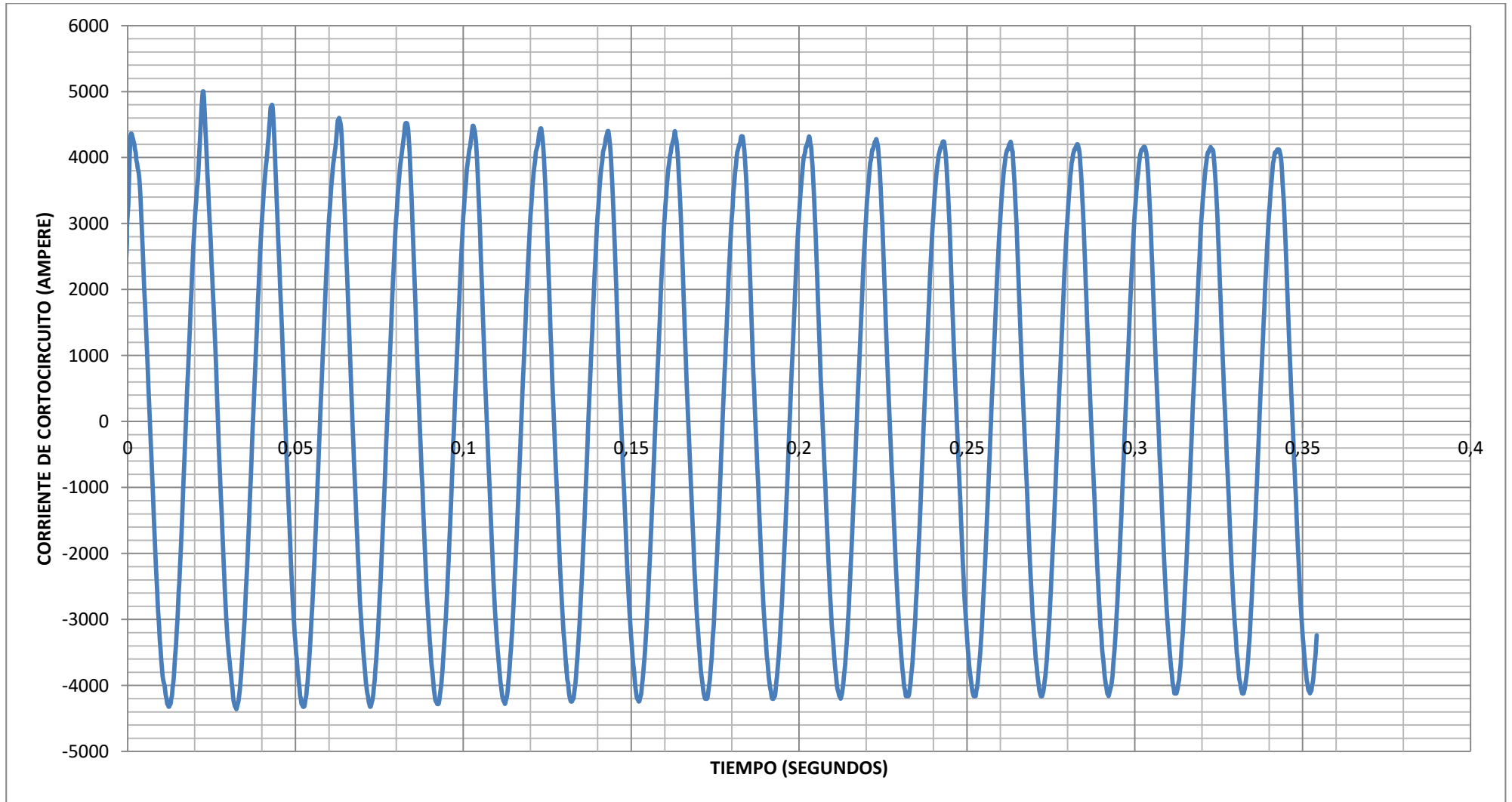
Segundo Disparo – Corriente de Cortocircuito (I_{cc2})



Tercer Disparo – Corriente de Cortocircuito (I_{cc3})



Cuarto Disparo – Corriente de Cortocircuito (I_{cc4})



CONCLUSIÓN

Las principales conclusiones obtenidas del presente proyecto integrador son:

- La máxima corriente de cortocircuito que sufren las barras de un Tablero de BT son las trifásicas.
- Las fuerzas electrodinámicas obtenidas para la disposición de barras escalonadas horizontales o escalonadas verticales, son mayores en la barra central. Sus fórmulas se obtuvieron en el capítulo 3.
- El mayor esfuerzo que deben soportar las barras en la posición planteada es el esfuerzo de flexión. En el capítulo 4 se describen las fórmulas para la obtención de la flexión sin la consideración de los efectos dinámicos. Se deben tener en cuenta varios aspectos para su determinación entre los que se encuentran: tipo de soportes, sección transversal de la barra, longitud de las barras, el ángulo entre ellas, etc.
- La flexión que sufren las barras en la disposición planteada es una flexión oblicua, por lo cual la flexión tiene componentes en dos dimensiones (eje "y" y eje "z").
- Para realizar un correcto dimensionamiento de las barras por esfuerzos electrodinámicos en disposición escalonada, los esfuerzos de flexión determinados en forma estática, deben ser afectados por coeficientes dinámicos que consideran la oscilación de las barras. Las fórmulas se obtuvieron en el capítulo 5.
- La forma de determinar los esfuerzos térmicos para barras dispuestas escalonadas se realiza de la misma manera que para las barras dispuestas horizontales o verticales contempladas en la norma IRAM 2358.

BIBLIOGRAFÍA

EGOR P. POPOV “Mecánica de sólidos”. Pearson, 2da Edición

JAMES M. GERE – BARRY J. GOODNO “Mecánica de los materiales” Cengage, 7ma Edición

TIMOSHENKO “Resistencia de Materiales” Espasa – Calpe. Madrid 1957

REGALAMENTACION AEA 90909-0 “Corrientes de cortocircuito en sistemas trifásicos de corriente alterna”. Parte I – 2004

NORMA IEC 60909 “Corrientes de Cortocircuito”

NORMA IRAM 2358 “Corrientes de cortocircuito – Métodos para el cálculo de sus efectos”. Octubre 1992

NORMA IRAM 2359-1 “Tableros Eléctricos - Barras de cobre para corriente permanente. Diseño” Agosto 1989

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA DE URUGUAY “Teoría y cálculo de las corrientes de cortocircuito”

FERMIN BARRERO “Sistemas de energía eléctrica” – Paraninfo, Madrid 2004.

SCHNEIDER ELECTRIC “Cuaderno Técnico N° 158 – Cálculo de corrientes de cortocircuito” Francia, Noviembre 1999.

SCHNEIDER ELECTRIC “Cuaderno Técnico N° 162 – Los esfuerzos electrodinámicos en los juegos de barras de BT” Francia, Enero 1993.

SIEMENS “Instalaciones eléctricas” Tomo I.

<http://www.ing.unlp.edu.ar>

APUNTES DE LA CATEDRA INSTALACIONES ELECTROMECHANICAS –Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales (UNC)

APUNTES DE LA CATEDRA DISEÑO ELECTROMECHANICO –Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales (UNC)