EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS V JORNADAS
1995

Alberto Moreno
Editor

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Luis Adrian Urtubey
Universidad Nacional de Córdoba

SIGNIFICADO Y REGLAS DE INFERENCIA EN EL RAZONAMIENTO INEXACTO

1. INTRODUCCION

Las presentaciones más comunes de los procesos de inferencia lógica suelen basarse en la presencia de una implicación y de una regla de inferencia asociada con ella. No sólo puede observarse esto en los sistemas axiomáticos, sino también por ejemplo en el mecanismo inferencial empleado en algunas variedades de "sistemas expertos", que intentan, al menos, representar formas de inferencia menos rigurosas. La más común entre estas reglas de inferencia es sin duda la conocida por su nombre latino como *Modus Ponens*, y que suele representarse a través de un esquema como el siguiente:

$$a, a \rightarrow b \vdash b$$

Este esquema expresa algo así como: si 'a' es verdadero y 'a → b' es verdadero, entonces 'b 'es verdadero. Lo destacable es que -como se ha hecho notar- la inferencia es un procedimiento que se vale de la implicación para obtener enunciados verdaderos. Ahora bien, en muchos casos, el procedimiento implicado por el Modus Ponens puede describirse por medio de una función. Trillas y otros autores han examinado en diferentes trabajos la existencia de estas funciones para las conectivas que expresan la implicación en diferentes sistemas lógicos, considerando asimismo la forma de construir estas conectivas a partir de tales funciones, denominadas funciones generadoras respecto al *Modus Ponens* (MP-generadoras)[1] Este hecho puede vincularse con la cuestión respecto a la naturaleza de la relación entre la conectiva que expresa la implicación y la regla de inferencia MP. Relación que puede hacerse pasar a través del significado de la conectiva y su vinculación con la regla. El punto que parece plantearse aquí es si realmente puede separarse la conectiva de la regla, cuando según lo antes señalado, no puede decirse en este contexto, que una se ubique antes que la otra.

El propósito del presente trabajo es considerar la significación que pueden tener los resultados que surgen de esta caracterización funcional de la regla MP, para un modelo del significado del condicional que fuese aplicable también en el contexto del razonamiento inexacto.

2. IMPLICACION Y FUNCIONES MP-GENERADORAS.

Siguiendo el trabajo de Trillas y Valverde, el Modus Ponens como procedimiento para obtener el valor o la evaluación de un enunciado 'b' a partir de la evaluación de los

[1] Cfr. TRILLAS, E. y VALVERDE, L.(1985).

enunciados 'a', $v(a)$, y 'a $\rightarrow$ b', $v(a \rightarrow b)$, puede describirse mediante una función m que cumple las siguientes condiciones:

(MP1) $m(v(a), v(a \rightarrow b)) \leq v(b)$.

(MP2) $m(1,1) = 1$

(MP3) $m(0,y) = y$

(MP4) Si $x \leq x'$, entonces $m(x,y) \leq m(x',y)$.

De una función m que satisface (MP1)-(MP4) se dice que es una función MP-generadora. El dominio de esta función cambia de un sistema a otro, así en la lógica clásica de funciones booleanas, en la lógica probabilista y en la polivalente, este dominio será el conjunto VxV, siendo V el conjunto de valores de verdad; por el contrario en la lógica difusa m es una función de $[0,1]^U \times [0,1]^{UxV}$ en $[0,1]^V$.

Veamos ahora la existencia de funciones MP-Generadoras para cierta clase de funciones de implicación de los sistemas polivalentes introducidas en el ámbito del razonamiento inexacto. Dados los límites impuestos al trabajo, haremos referencia sólo a las llamadas S-implicaciones.

Las S-implicaciones son funciones **I** de [0,1] x [0,1] en [0,1], tales que,

$$I(x,y) = G(n(x),y),$$

siendo G una t-conorma continua y n una función de negación fuerte. Entre las S-Implicaciones, por ejemplo, una de las más conocidas y usadas es la implicación de Lukasiewicz, i.e.,

$$I_L(x,y) = Min(1-x+y,1),$$

generada por $G(x,y) = Min(x+y,1)$ y $N(x) = 1-x$. Tenemos entonces el siguiente teorema (Trillas y Valverde): **Teorema 1:** Sea **I** una S-Implicación generada por G y n, i.e., $I(x,y) = G(n(x),y)$, entonces la función m de [0,1] x [0,1] en [0,1] definida como: $m(x,y) = Inf\{ c \in [0,1] \mid G(n(x),c) \geq y \} = G(n(x),y)$, es una función MP-Generadora para I.[2]

En el caso de la implicación de Lukasiewicz, la función en cuestión es $m_L(x,y) = Max(x+y-1,0)$, que corresponde a la t-norma n-dual de G, dado que m(x,y), al ser igual a la función quasi-inversa de G, en el caso de las S-Implicaciones, en particular, es igual a la t-norma n-dual de la función generadora de I.

Ahora bien, como antes señalamos es también posible definir las funciones MP-Generadoras sin hacer referencia a la implicación material, de modo tal que la función para el *Modus Ponens* se puede usar para definir la implicación. Esto puede lograrse reemplazando la condición (MP1) por la siguiente condición:

(MP1') Para todo x,y, existe $I(x,y) = Sup\{ c / m(x,c) \leq y\}$.

3. ACERCA DEL SIGNIFICADO DEL CONDICIONAL MATERIAL.

Son muchas las consideraciones que se han hecho sobre la relación entre el significado del condicional material y la regla de *Modus Ponens*. Es conocida por todos los que pasaron por algún curso introductorio de lógica la dificultad para conciliar la tabla de verdad del condicional material con el sentido que se le da en el lenguaje corriente a

[2] Cfr. TRILLAS y VALVERDE, *op. et. loc. cit.*

este tipo de enunciados. En general parece entenderse en el uso corriente, que los enunciados del tipo "si A entonces B" expresan la idea de que B se producirá si se produce A, idea que en el uso corriente no se identifica con un enunciado como '¬A v B'. En un artículo que considera el *Modus Ponens* desde una perspectiva similar, Mc Gee señala que es un rasgo común observable en la gran variedad de condicionales que encontramos en el lenguaje corriente que, cuando hemos aceptado un condicional y aceptamos su antecedente, estamos dispuestos a aceptar también su consecuente[3] . Todo esto implica que pareciera asumirse el *Modus Ponens* en el significado del condicional y que el modelo del proceso de inferencia se impone al significado de la conectiva.

Como es bien sabido, desde las primeras ideas de Gentzen al respecto, mucho se ha dicho sobre la relación entre reglas de inferencia y significado de las conectivas. En particular el tema ha sido ampliamente elaborado desde la perspectiva de la lógica intuicionista en relación con los sistemas de Deducción Natural . Si nos ubicamos en este contexto la regla de *Modus Ponens*, tendría un lugar poco destacado como regla de eliminación para la implicación en un sistema de este tipo. En tal sentido, dado el carácter superfluo de las eliminaciones, esta regla toma su contenido del significado aportado por la regla de introducción. Pero en este caso en la lógica intuicionista en particular, pese a algunas discrepancias en cuanto a su elaboración, la afirmación de un condicional se asocia con la existencia de una función que aplicada sobre una demostración del antecedente produce una demostración del consecuente[4] De modo que, para nada aparece tampoco la conectiva que queda absorbida por la función.

Si esta idea expresa realmente o no el significado del condicional material, es algo más o menos problemático. Hace tiempo Dana Scott expuso de una manera muy ingeniosa y simpática algunas tesis sobre el significado del condicional vigentes por esa época[5] . En este artículo, Dana Scott contaba las investigaciones de un "arqueólogo semántico" que analiza la interpretación de las expresiones halladas en unos paneles pertenecientes a una antigua civilización extinguida, y que los arqueólogos coinciden en que se trata de los principios de un sistema lógico. Entre las tesis consideradas se encontraba por supuesto la interpretación intuicionista, que tiene la simpatia del autor , no sin reparar en la artificialidad que parece encerrar. La exposición de la idea que hace Dana Scott es muy interesante, ya que separa con suma naturalidad el aspecto intuitivo de la formulación matemática de la idea, que parece siempre tener más fuerza. Veamos finalmente su exposición:

"Consideremos el problema de establecer [p ⊃ q]. Puede haber muchas maneras de hacerlo. En el momento, puede que no sepamos si p es verdadero, pero podemos tener alguna idea acerca de los diversos modos en que puede establecerse su verdad. Si vamos a afirmar que [p ⊃ q] es correcto, tenemos que mostrar para nuestro bien una conexión precisa que vaya de p a q (...) ¿Cómo hacerlo? Bien, por qué no producir un

[3] Cfr. Mc GEE, V.(1985).
[4] Cfr. PRAWITZ. D. (1974).
[5] Cfr. SCOTT, D.(1972)

método que transforme cualquier medio de establecer p en un medio para establecer q. Esto ciertamente convencerá a cualquiera.

Puede proporcionarse una formulación matemática para esta interpretación. Denominamos construcción para una proposición a un modo de establecer esta proposición, y asociamos con la proposición el conjunto de todas las construcciones que la establecen. Supongamos que P está asociada con p y Q con q. ¿Qué se asociará con $[p \supset q]$ (Sea este conjunto $(P \Rightarrow Q)$) En vista de la discusión intuitiva anterior, trataremos de definir $(P => Q)$ como el conjunto de todas las funciones definidas sobre P que toman valores en Q (En notación matemática esto se escribe a menudo como Q^P). A modo de ejemplo consideremos el principio del silogismo... Ahora el conjunto

$$S = ((P => Q) => ((Q => R) => (P => R)))$$

parece algo complicado, pero puede analizarse fácilmente.

Supongamos que

$f \in (P => Q)$, por lo tanto sabemos que es una función. Deseamos transformar esto en algo como

$$T(f) \in ((Q => R) => (P => R)).$$

¿Cómo definir $T(f)$? Bien, debe ser una función. Supongamos que g e (Q => R). Debemos tener entonces:

$$T(f)(g) \in (P => R)$$

Pero, ¿cómo definir $T(f)(g)$? Bien, nuevamente debe tratarse de una función. Supongamos que $x \in P$. Finalmente tenemos:

$$T(f)(g)(x) \in R.$$

¿Cómo definir esta función? Es fácil:

$$T(f)(g)(x) = g(f(x)),$$

como cualquiera puede ver. Dado que conocemos los dominios de f, g, y el conjunto al que pertenece x , la ecuación anterior define $T \in S$ de manera rigurosa. Este ejemplo demuestra la naturalidad de la interpretación".[6]

4.CONCLUSION

Como hemos visto, una regla de inferencia elemental relacionada con la implicación material como el Modus Ponens, puede caracterizarse como un procedimiento y representarse por medio de una función, las aquí llamadas funciones MP-Generadoras. Por otro lado, la posibilidad de dirigir este proceso en el sentido contrario, y obtener la función para la implicación a partir de la función para el Modus Ponens, haría pensar que la conectiva lleva en sí la idea de un modelo de inferencia previamente asumido. Una idea afín podría encontrarse en cierta interpretación de la tesis intuicionista sobre el significado de las conectivas. Como tratamos de hacer notar en la cita de Dana Scott, el significado está muy ligado al rol en la inferencia de un modo inmediato. La idea intuitiva que en el fondo parece imponerse es que el uso de este condicional en el lenguaje corriente sugiere que, también en el caso del razonamiento inexacto, parecería preferible rescatar el modelo

---

[6] Op. cit. pag. 672.

del proceso de inferencia, antes que la implicación material propiamente dicha. Porque de algún modo, como concluye Dana Scott en el artículo citado, hasta que no se hallen los libros de gramática aún perdidos, que expliquen exactamente cómo entendían los nativos sus implicaciones, las interpretaciones basadas en diferentes enfoques, seguirán siendo sólo hipótesis.

REFERENCIAS

TRILLAS, E., VALVERDE, L., "On mode and implication in approximate reasoning", en M.GUPTA *et al* (eds), *Approximate Reasoning in Expert Systems*, Elsevier Science Pub., B.V. North Holland.

Mc GEE, V.,"A counterexample to *Modus Ponens*", *JP*, 1985.

PRAWITZ,D.,"On the idea of a general proof theory", *Synth.*,27,1974.

SCOTT, D., "Semantical Archaelogy: A Parable", en DAVIDSON, D. y HARMAN, G., (eds.) *Semantics of Natural Language*, Reidel, Dordrecht, 1972.