

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS VII JORNADAS

1997

Patricia Morey

José Ahumada

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



INDUCCION Y ALGORITMOS:

Solomonoff, Proyectabilidad y Entrenchment.

A pesar de los prolongados debates que se han suscitado a lo largo de la historia de la filosofía en torno al problema de la inducción, un breve recorrido de la literatura contemporánea sobre el tema permite observar primero una vigencia permanente del mismo en las discusiones corrientes vinculadas a la legitimación de las inferencias cognoscitivas, y segundo una ramificación en subtemas que han recogido numerosos matices epistemológicos provenientes de diversas corrientes filosóficas.

El abordaje que aquí se realizará supone un recorte bastante considerable del planteamiento general que suele aparecer como el contexto ortodoxo en cuanto a estilo y argumentos propios de esta temática. Por un lado, se vinculará a las estrategias inductivas con ciertos modos de expresión algorítmica, y por otro, se harán algunas ponderaciones sobre las relaciones entre el enfoque técnico de Solomonoff y las nociones de proyectabilidad y entrenchment, próximas al enfoque goodmaniano. La principal motivación subyacente a este trabajo es la percepción de que a partir de Goodman, aún en los enfoques técnicos acotados a dominios específicos, es posible observar resabios de las limitaciones inferenciales que han generado los famosos "riddles" inductivos. De todos modos, es necesario acotar que este abordaje no pretende cubrir todos los matices de una relación tan compleja como la mencionada, sino a lo sumo un pequeño conjunto de cuestiones asociadas a ciertos conceptos claves en la articulación de metodologías que suponen inferencias inductivas.

En el año 1964, R.J.Solomonoff escribió un artículo en dos partes, en el que apareció de un modo algo sofisticado el enfoque de usar la teoría de la complejidad computacional de Kolmogorov en la inferencia inductiva. Sin duda que este trabajo visto desde la distancia ha marcado con un perfil muy especial toda una gama de desarrollos posteriores sobre el tema. Uno podría pensar en un modo de expresión simple de este enfoque, como el resultado de tomar a la formación de teorías como un proceso de compactación de las observaciones pasadas sumadas a las predicciones futuras. Esto es, un proceso que pretende obtener descripciones compactas. Esta idea ha tenido un desarrollo considerable en las obras prácticamente simultáneas de Kolmogorov y Chaitin, aunque sólo en lo referido a la noción de compactación de la información, fundamentalmente para poder diferenciar expresiones aleatorias de otras conteniendo ciertas regularidades, y de ese modo lograr una adecuada definición de aleatoriedad en función de ausencia de compresibilidad, es decir de incapacidad de comprimir una serie de unidades de información en una cadena menor. Este enfoque ha tenido una influencia seductora debido a que presenta una

interesante alternativa a las versiones frecuentistas que presuponen la apelación a entidades o procesos que se encuentran más allá de la esfera de lo constructivo y por ende de muy difícil precisión conceptual al momento de pretender claras aplicaciones a partir de las nociones derivadas de aleatoriedad.

La intención de Solomonoff es realmente ambiciosa. Pretende que tanto los diseños experimentales, como las hipótesis, como los ensayos y resultados, etc., pueden ser codificados y expresados como el fragmento inicial de una sucesión binaria infinita. Naturalmente, la estrategia consiste en representar las regularidades obtenidas por medio de una teoría que de cuenta de ellas y permita predecir a partir de las mismas. El aspecto original de la representación radica en la suposición de que estas teorías pueden ser representadas como programas computacionales que computan sucesiones binarias. Como es posible obtener una gama inmensa de sucesiones a partir de esta base, llega a una representación a través de un concepto de medida sobre un espacio de muestra continuo. Si se diseña un alfabeto a partir de estas condiciones y se establece una analogía con los conceptos elaborados en las diferentes teorías científicas, un concepto aparece como una distribución de probabilidad sobre un espacio de muestra. El ensamblamiento aquí se realiza con el aporte del enfoque bayesiano en lo referido a probabilidades condicionales. Con una inferencia inductiva elaborada de esta manera, podemos predecir el próximo elemento de la sucesión, o inferir el proceso que generó al mismo.

Es frecuente asimilar los casos determinísticos generales a máquinas de Turing, o en su defecto a máquinas de Turing probabilísticas tipo procesos de Markov. La línea argumental de Solomonoff concluye con el intento de encontrar una aproximación universalmente válida para la distribución condicional, y esta es en realidad la tarea característica de su inferencia inductiva. Uno de los problemas inmediatos de este enfoque en los términos expresados es el reconocimiento de las limitaciones de esta empresa, aún al nivel técnico. Una consecuencia ha sido intentar restringir la clase de probabilidades anteriores a semi medidas recursivas para los propósitos de la predicción. Debe destacarse que en la teoría algorítmica de la probabilidad es frecuente usar enfoques poco ortodoxos con respecto a la teoría de la medida. Una semi medida, por ejemplo, es una medida defectuosa. La idea subyacente es extender la probabilidad de espacios de muestra finitos, que pueden representar por ejemplo los resultados de un proceso, a espacios de muestra continuos. Como no se puede expresar adecuadamente la probabilidad para los elementos de estos espacios continuos, se la define para subconjuntos de ellos, y como hay demasiados subconjuntos, se la define primero para conjuntos contables. Luego la definición se amplía a muchos más subconjuntos de acuerdo con los axiomas de Kolmogorov.

De este modo se articula una red teórica en torno de las inferencias inductivas con claras analogías con otros dominios del tratamiento de la información, por ejemplo, las similitudes entre la noción de codificación que usualmente se trabaja con la versión de Shannon de la codificación sin ruido en teoría de la información. Este tipo de interacción conceptual permite elaborar conceptos mucho más sutiles que los clásicos términos bipolares como regularidad - azar. Un ejemplo al respecto es la noción de deficiencia aleatoria de un objeto finito con respecto a una distribución de probabilidad recursiva.

Dado que no es posible exponer en todo detalle la teoría de Solomonoff por razones de espacio, es conveniente comentar que a partir de la estrategia general comentada se pueden derivar varios conceptos que constituyen la trama fina del enfoque. Para los detalles técnicos remitimos a las referencias bibliográficas. Es instructivo observar la génesis de estas ideas y su cruzamiento. Solomonoff obtuvo por vía independiente la complejidad llamada de Kolmogorov, como un subproducto del concepto de probabilidad a priori universal en relación con la regla de Bayes. En realidad, recibió la influencia de Carnap y se benefició con la interacción en la famosa conferencia de Dartmouth de 1956, donde se sentaron las bases de la inteligencia artificial. Inmediatamente elaboró un trabajo sobre una máquina de inferencia inductiva en el que describía un programa para inferir fórmulas aritméticas a partir de ejemplos sin interacción. En 1960 publicó otro trabajo donde dió un bosquejo de la noción de probabilidad universal a priori, y su uso de acuerdo con la regla de Bayes. Posteriormente en 1964 introdujo el concepto de enumeración de máquinas monótonas y derivó su noción de probabilidad a partir de ellas.

En líneas generales puede decirse que un significativo aporte suyo es el haber permitido usar una probabilidad a priori universal en lugar de la probabilidad a priori que se obtiene aplicando la regla de Bayes. De cualquier modo su apelación a las máquinas de Turing no logró el objetivo deseado, ya que había problemas de divergencia con la probabilidad a priori. En un intento de solucionar este punto, introdujo posteriormente el concepto de normalización en 1978. En su opinión este no ha sido un precio elevado.

Es necesario mencionar aquí otros trabajos que continuaron con este enfoque y lo extendieron tanto en cuestiones formales como metodológicas. Levin en 1970 elaboró una expresión matemática de una probabilidad a priori como una semi medida universal enumerable. De acuerdo con Li y Vitányi (1993), de quienes hemos extraído gran parte de esta breve reseña histórica, Levin analizó las semi medidas continuas relacionadas a máquinas monótonas y mostró la construcción de la semi medida universal enumerable, su igualdad con la probabilidad universal a priori, y el test de aleatoriedad universal para medidas arbitrarias. Es importante destacar que Solomonoff continuó con el uso de medidas probabilísticas tradicionales. Esto naturalmente lo condujo a enfrentarse con dificultades de consideración, ya que es difícil elegir una medida natural entre muchas extensiones posibles. Así, posteriormente, Solovay mostró en 1989 que cualquier extensión cambiaría la medida más allá de un factor constante y que destruiría sus propiedades algorítmicas. La secuela constructiva de Solomonoff muestra fisuras, tenues, pero fisuras al fin, a pesar de haber pagado un alto precio por las restricciones terminológicas y lingüísticas arriba expuestas de modo fragmentario. De cualquier modo resulta en nuestra opinión sumamente sugerente el planteo de la inducción desde la perspectiva de los nuevos lenguajes que incorporan computabilidad, aleatoriedad, teoría matemática de la medida como sintaxis probabilística, y la traducción de la información a listas de signos finitas pero extendibles. Quizás se trate de una de las aplicaciones más originales de la concepción algorítmica de la complejidad computacional, al menos en esta versión clásica, que es la que ha ganado mayores adeptos en el terreno de las versiones alternativas sobre fundamentación de la aleatoriedad e información.

Una aclaración necesaria es que muchos de estos términos tienen diferentes expresiones de acuerdo con los autores; así hay por ejemplo diferentes versiones de las semi medidas, como medidas defectuosas en Feller (1970), medidas inferiores para conjuntos no medibles, etc. Hasta aquí hemos tratado de exponer a grandes rasgos las ideas consideradas relevantes para la comparación que se desea establecer con tópicos vinculados a estrategias inductivas pero expresados a través de conceptos que provienen de otras tradiciones epistemológicas.

Intentaremos establecer algunas conexiones entre el enfoque de Solomonoff y las nociones goodmanianas arriba mencionadas. En 1955 Goodman introdujo un nuevo enfoque para el problema de la inducción. A los fines de este trabajo, sólo se tendrán en cuenta dos aspectos parciales de este nuevo enfoque, reflejados en los conceptos de proyectabilidad y entrenchment (que podríamos traducir como atrincheramiento). En realidad se trata de dos neologismos. Ya en 1946 Goodman había expresado el problema de la proyectabilidad. Estos conceptos han recibido extenso tratamiento en la literatura filosófica, así que nos limitaremos a dar los aspectos relevantes para los fines de nuestra argumentación con la primera parte de este trabajo.

Una versión usual sería por ejemplo, la caracterización de una expresión como la siguiente: "ha sido examinado antes de t y conduce la electricidad o no ha sido examinado antes de t y no conduce la electricidad". Este predicado puede ilustrar el uso de ambos conceptos. Si lo comparamos con el predicado "conduce la electricidad", podemos decir que el primero está menos protegido o atrincherado que el segundo porque la clase que representa y ejemplifica ha sido menos usada para formular inducciones. Como dice Scheffler (1958), la objeción más natural a este enfoque es que Goodman no ha suministrado una explicación adecuada del entrenchment en sí mismo.

Este tipo de críticas ha sido desde hace muchos años analizada desde al menos dos puntos de vista. Por un lado, da la impresión de que no son muy efectivas, debido a que el objetivo de Goodman se realiza al menos parcialmente, al permitir caracterizar ciertas inducciones en términos de criterios relacionados con información disponible y que ello puede tener claros efectos sobre las estrategias predictivas. Por otro lado, es atendible la observación de que, en el modo expresado arriba, el entrenchment puede llevar a la exclusión de predicados que resultan poco familiares, lo que en última instancia puede redundar en perjuicio de la actividad científica por su renuencia a aceptar nueva terminología por su eventual sofisticación. En su relación con la proyectabilidad, se ha sugerido reiteradamente que la misma es un eco de su anterior concepción de legalidad, así se aliviaría la tensión existente entre predicados verdaderos tipo ley e hipótesis proyectables con sus correlatos disposicionales. Recordemos que para Goodman "green" es proyectable, mientras que "grue" no lo es. Como supo decir Quine (1970), le puso un nombre a un problema y su paso hacia la solución es la doctrina del entrenchment. Quine también, al relacionar el problema de Hempel con el de Goodman, llegó a afirmar que el complemento de un predicado proyectable no necesita ser proyectable.

Otra expresión que ha sido usada en relación con la teoría de Goodman es que en realidad se trata de un intento de responder a la pregunta de qué es lo que permite distinguir a las generalizaciones inductivas creíbles de las no creíbles. Por cierto que esto coloca en la

escena una cierta dosis de relativismo, dado que en el fondo estos conceptos parecen expresar comparabilidad, y en alguna medida reflejar una cuestión de grados. Así, también se ha sugerido que nuestras elecciones intuitivas inductivas corresponden a nuestros juicios virtuales de proyectabilidad. Continuando con esta gama de enfoques, para nuestros fines nos es conveniente introducir un punto de vista algo más pluralista en torno a los usos de estos conceptos. Para J.Earman (1985) las cuestiones acerca de la proyectabilidad aparecen en las más mundanas de las hipótesis y predicados donde no es necesaria la estrategia de Goodman. Habría desde este punto de vista diferentes conceptos de proyectabilidad, cada uno correspondiente a un problema diferente de la inducción. Algunos de estos problemas no son sólo solubles, sino que han sido resueltos en el sentido de que se han hallado conjuntos de condiciones suficientes y/o necesarias para la proyectabilidad. Hay casos en que las condiciones son realmente suaves de modo que es difícil mantener un escepticismo inductivo coherente, mientras que en otros casos las condiciones son tan exigentes que el escepticismo aparece como la única alternativa atractiva. La consecuencia de esto es que para algunos casos la estrategia goodmaniana es central mientras que para otros es irrelevante.

Otra perspectiva que arroja luz sobre el tema y va a contribuir a nuestra comparación con el enfoque de Solomonoff es expresada por G.Harman (1994) en los siguientes términos. La forma más básica del "new riddle" aparece a partir del hecho de que cuando los científicos toman ciertos datos para apoyar una hipótesis, habrá casi siempre otras infinitas hipótesis, menos simples, que se ajustan de igual modo a los datos. El problema de Goodman puede ser expresado consecuentemente como el desafío de cómo caracterizar la clase relevante de simplicidad. Pero esto lleva naturalmente a la situación existente de encontramos con diferentes usos y diferentes conceptos de simplicidad.

En todo este punto nos encontramos muy próximos al contexto de Solomonoff, aunque expresándonos en términos bastante diferentes. Las variantes de teorías de la medida y las estrategias inductivas elaboradas en su entorno, usan correlatos de la navaja de Occam, y es en realidad la versión más simple, la más parsimoniosa, la que en última instancia prevalece. Analicemos este aspecto con un poco más de detalle. Una forma de ver la navaja de Occam en un contexto cercano a Solomonoff es la siguiente. Si consideramos un autómata finito determinista como compuesto por un número finito de estados. A cada paso el autómata lee el próximo símbolo input y cambia su estado de acuerdo con el estado corriente y el símbolo input. Usualmente se mide la simplicidad por el número de estados en el autómata. Una consecuencia de esto es que se puede demostrar que si se extraen datos suficientes aleatoriamente a partir de alguna distribución fija, entonces con alta probabilidad el más pequeño autómata consistente predecirá correctamente con alta probabilidad la aceptación o rechazo de la mayoría de los datos que son extraídos luego de esta distribución (Li, Vitányi, 1993).

Otro elemento que acerca el enfoque de Goodman al de Solomonoff en nuestra opinión es que, a pesar de las críticas a las caracterizaciones en términos de predicados por parte de numerosos colegas de Goodman, no debemos olvidar que él expuso explícitamente en 1972 su teoría de la proyección en términos de hipótesis, no de predicados.

“Una hipótesis es proyectable si y sólo si es apoyada, no violada, y no agotada, y todas las hipótesis que están en conflicto con ella se anulan.

“Una hipótesis es improyectable si y sólo si es no apoyada, violada, o agotada o anulada.

“Una hipótesis es no proyectable si ella y una hipótesis conflictiva son apoyadas, no violadas, inagotadas, y no anuladas”.

Parece razonable asociar estas consideraciones sobre simplicidad e hipótesis con las ideas subyacentes en el enfoque de Solomonoff.

Donde la analogía no parece dar los resultados esperados es con relación al entrenchment. Hay fuertes argumentos para sospechar que sea necesario este concepto para poder proyectar un predicado o una hipótesis; en realidad este concepto no justifica el uso de un predicado ni justifica la inducción, sino que, como dice I. Hacking (1994), se usa para enunciar una regla consistente, para la cual, se espera, no hay contraejemplos latentes ni patentes. Sin embargo, como el mismo Hacking sostiene, hay algún valor pragmático en su uso.

El giro nuevamente, en relación con la primera parte de este trabajo, pasa por la aceptación de que aún cuando el entrenchment no da en el núcleo de la solución al problema de la inducción, llega bastante cerca del mismo, queriendo significar con esto que es otro modo de expresar una justificación pragmática de la inducción. Si esto es así, hemos rescatado la similaridad con el enfoque de Solomonoff, bajo la suposición de que la estrategia bayesiana que usa, sumada a una particular aplicación de la navaja de Occam, permiten una lectura goodmaniana de la relación entre la teoría de Kolmogorov, Chaitin, Solomonoff y el particular enfoque de este último sobre la inferencia científica y las estrategias inductivas. Es necesario acotar que probablemente las diferencias entre ambos enfoques existen si consideramos otros puntos de vista y nos focalizamos en otros conceptos relacionados. En particular, la proximidad del enfoque de Goodman sobre la proyectabilidad con el problema de los condicionales contrafácticos y con el análisis de los términos disposicionales, permitiría una extensión en direcciones diferentes a la priorizada en este trabajo.

De esta comparación surgen varios comentarios que se exponen a modo de conclusión. Por un lado, tiene su atractivo el intento de esclarecer el trasfondo lingüístico de las estrategias inductivas, y aún cuando los campos de exploración suenen ostensiblemente diferentes, como por ejemplo, decodificación en listas de símbolos binarios y predicabilidad o hipótesis, parece reforzarse una interpretación pragmática similar de los modos de justificación involucrados en ambos estilos. Por otra parte, existe una marcada analogía en el uso de criterios que van a jugar un rol epistémico, como ha sido expuesto en el caso de la simplicidad. Además, es de mencionar que probablemente por razones técnicas, el tratamiento de Solomonoff no ha recibido un grado de atención similar al enfoque de Goodman, sin embargo, es de suponer que el grueso de las críticas que ha recibido Goodman y que dejan a la luz ciertas debilidades de sus conceptos claves, también puede extenderse naturalmente con cambios conceptuales al enfoque algorítmico.

Finalmente, es sugerente la posibilidad de contrastar estrategias similares en ámbitos lingüísticos diferentes. Forzando la analogía, uno estaría tentado a asociar el uso de

la noción de probabilidad de Solomonoff con alguna forma de proyectabilidad, y al entrenchment con el fragmento inferencial que le corresponde a la extensión de la regla de Bayes en la inducción de Solomonoff. Pero esto al momento no es mucho más que una analogía. En todo caso, se trata de una hipótesis que merece en nuestra opinión continuar siendo explorada.

Nota: Este trabajo ha sido realizado dentro de un proyecto de investigación subsidiado por SECYT, UNC.

Bibliografía:

- R.J.Solomonoff: *A formal theory of inductive inference*, part 1 and part 2, Inform.Contr., 7(1964), 1-22, 224-254.
- A.N.Kolmogorov: *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea, 1956.
- G.J.Chaitin: *Information, Randomness and Incompleteness - Papers on Algorithmic Information Theory*, World Scientific, 1987, 1992.
- R.J.Solomonoff: *An Inductive Inference Machine*, IEEE Symp. on Information Theory, 1956.
- R.J.Solomonoff: *A preliminary report on a general theory of inductive inference*, Tech.Rept.ZTB-138, Zator Co., Cambridge Mass., 1960.
- R.J.Solomonoff: *Complexity Based Induction Systems: comparisons and convergence theorems*, IEEE Trans.Inform. Theory, IT-24:422-432, 1978.
- A.K.Zvonkin, L.A.Levin: *The complexity of finite objects and the development of the concepts of information and randomness by means of the theory of algorithms*. Russian Math.Surveys, 25(6):83-124, 1970.
- M.Li, P.Vitányi: *An Introduction to Kolmogorov Complexity and its Applications*, Springer Verlag, N.York, 1993.
- R.M.Solovay: *e-mail - P Vitányi, L.A.Levin*, 1989.
- W.Feller: *An Introduction to probability Theory and Its Applications, Vol.II*, Wiley, 1970.
- N.Goodman: *Fact, Fiction and Forecast*, Harvard Univ. Press, 1955.
- N.Goodman: *A Query on Confirmation*, Journal of Philosophy 43 (1946):383-385.
- I.Scheffler: *Inductive Inference: A New Approach*, Science, Vol.127, N° 3291, Jan.1958, 177-181.
- W.V.Quine: *Natural Kinds*, In: *Essays in Honor of Carl G.Hempel*, Ed. by N.Rescher et al. 1-23, Dordrecht:D.Reidel, 1970.
- J.Earman: *Concepts of Projectibility and the Problems of Induction*, Nous, Vol.19, N°4, Dec.1985: pp.521-535.
- G.Harman: *Simplicity as a Pragmatic Criterion for Deciding What Hypotheses to Take Seriously*, In: Grue, Ed. by D.Stalker, Open Court, Chicago, 1994.
- N.Goodman: *Problems and Projects*, indianapolis: Bobbs-Merrill, 1972.
- I.Hacking: *Entrenchment*, In: Grue, Ed.by D.Stalker, Open Court, Chicago, 1994.