EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS

VOLUMEN 16 (2010)

Pío García
Alba Massolo

Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Interpretación modal-hamiltoniana, no-separabilidad y no-localidad

*Juan Sebastián Ardenghi** • *Olimpia Lombardi***

1. Introducción

Uno de los mayores escollos que debe sortear cualquier interpretación de la mecánica cuántica es el llamado problema de la no-separabilidad. Formulado por primera vez en el famoso artículo de Einstein, Podolsky y Rosen (EPR) de 1935, el problema consiste en explicar las correlaciones que pueden establecerse entre sistemas espacialmente separados −correlaciones descriptas por la teoría y confirmadas experimentalmente− sin apelar a una interacción no-local que violaría las restricciones relativistas.

Recientemente hemos presentado una nueva interpretación de la mecánica cuántica, la Interpretación Modal-Hamiltoniana (IMH) (Lombardi & Castagnino 2008, Castagnino & Lombardi 2008), argumentando que resuelve correctamente el problema de la contextualidad y el problema de la medición, este último tanto en el caso de mediciones ideales como no-ideales. En los artículos iniciales, el problema de la indistinguibilidad, si bien no resuelto, fue abordado desde la nueva perspectiva, y la interpretación fue aplicada con éxito a muchos modelos tradicionales de la práctica efectiva de la física. Más recientemente hemos demostrado que la interpretación es invariante frente a las transformaciones de Galileo (Lombardi, Castagnino & Ardenghi 2009, 2010). Sin embargo, el problema de la no-separabilidad no fue aún abordado desde este marco interpretativo. El objetivo del presente trabajo consiste precisamente en enfrentar ese problema, argumentando que la no-separabilidad sólo se convierte en no-localidad como consecuencia del supuesto del "colapso" del estado cuántico, y que la IMH, en tanto interpretación sin colapso, brinda una explicación de las correlaciones cuánticas en experiencias tipo-EPR que resulta satisfactoria y consistente con la teoría de la relatividad.

2. Los problemas conceptuales de la mecánica cuántica

A pesar de su enorme éxito predictivo, la mecánica cuántica continúa presentando grandes desafíos a la hora de su interpretación. Estos problemas se pueden agrupar del siguiente modo:

- **El problema de la contextualidad:** Las relaciones de indeterminación de Heisenberg demuestran que, en el caso de observables que no conmutan ($AB \neq BA$), la teoría no permite asignar valores precisos a ambos simultáneamente. No obstante, algunos autores mantuvieron

* CONICET – IAFE – UBA

**CONICET – UBA

la esperanza de interpretar el formalismo cuántico al modo de la mecánica estadística clásica, donde las probabilidades tienen un significado exclusivamente gnoseológico: los observables que no conmutan tienen valores precisos simultáneamente, pero la teoría no nos dice cuáles. Esta esperanza se vio frustrada por el teorema de Kochen y Specker (1967), que demuestra la contextualidad cuántica: el formalismo de la teoría impide asignar, de un modo consistente, un valor preciso a todos los observables de un sistema que se encuentra en un cierto estado cuántico. Por lo tanto, sólo podemos afirmar la ocurrencia de ciertas propiedades desde un contexto, y de ciertas otras desde un contexto diferente.

• **El problema de la medición:** Un sistema cuántico puede encontrarse en un estado de superposición respecto de los valores de un cierto observable, de modo tal que la teoría no asigna un valor definido a tal observable. Este hecho se torna particularmente grave cuando las superposiciones se transfieren al plano macroscópico a través de la medición, tal como lo muestra el famoso caso del gato de Schrödinger. Para afrontar este problema, la interpretación de Copenhague postuló el colapso como un proceso físico: durante la medición, el estado "colapsaría" indeterminísticamente hacia uno de los elementos de la superposición, donde el observable macroscópico adquiere un valor definido.

• **El problema de la indistinguibilidad:** Los sistemas cuánticos, considerados en agregados, no responden a la estadística clásica (Maxwell-Boltzmann) sino a estadísticas peculiares (Fermi-Dirac y Bose-Einstein), las cuales ponen en crisis la interpretación de los sistemas como individuos en un sentido filosófico del concepto. En efecto, las "partículas" cuánticas resultan absolutamente indistinguibles, de modo tal que no es posible reidentificarlas a través del tiempo o del espacio.

El problema de la no-separabilidad: A través de su famoso experimento mental, Einstein, Podolsky y Rosen pusieron de manifiesto la no-separabilidad cuántica: luego de interactuar, dos sistemas pueden adoptar un estado entrelazado (*entangled*) por el cual sus propiedades se mantienen correlacionadas aun cuando la interacción haya concluido y los dos sistemas se encuentren separados por cualquier distancia. La explicación de tales correlaciones en términos de acción instantánea a distancia implicaría una no-localidad que violaría las restricciones relativistas.

A continuación comenzaremos por considerar el problema de la medición y la propuesta de solución a través de la hipótesis del colapso. Si bien podría suponerse que este camino nos aleja de nuestro propósito de abordar el problema de la no-separabilidad, este análisis de la medición nos permitirá argumentar que la no-separabilidad conduce al problema de la no-localidad sólo cuando la medición es explicada a través del colapso.

3. Medición y colapso

En la formulación estándar de la medición cuántica (von Neumann), ésta se concibe como una interacción ordinaria entre un sistema S y el aparato de medición M Antes de la interacción, M se prepara en un estado "listo para medir" $|r_0\rangle$, autovector del observable puntero R de M, y el estado de S se considera en una superposición de autoestados $|a_i\rangle$ del observable A de S La interacción introduce una correlación entre autoestados $|a_i\rangle$ de A y los autoestados $|r_i\rangle$ de R (Mittelstaedt 1998):

$$|\Psi_0\rangle = \sum c_i |a_i\rangle \otimes |r_0\rangle \quad \rightarrow \quad |\Psi\rangle = \sum c_i |a_i\rangle \otimes |r_i\rangle \qquad (1)$$

El problema de la medición consiste, entonces, en explicar por qué, siendo el estado $|\Psi\rangle$ una superposición de los $|a_i\rangle \otimes |r_i\rangle$, el puntero R adquiere un valor definido.

En la interpretación ortodoxa de la mecánica cuántica, el problema de la medición se resuelve suponiendo que el estado cuántico $|\Psi\rangle$ "colapsa" indeterminísticamente a una de las componentes de la superposición, digamos $|a_k\rangle \otimes |r_k\rangle$, con probabilidad $|c_k|^2$ (Jammer 1974) El estado $|\Psi\rangle$ se transforma, así, en el estado colapsado $|\Psi_k^c\rangle$:

$$\sum c_i |a_i\rangle \otimes |r_i\rangle \quad \Rightarrow \quad |\Psi_k^c\rangle = |a_k\rangle \otimes |r_k\rangle \qquad (2)$$

En consecuencia, se asume que, luego de la detección, el estado del aparato de medición es el autoestado $|r_k\rangle$ del puntero R y, por ello, R adquiere un valor definido r_k, esto es, el autovalor correspondiente a $|r_k\rangle$.

4. No-separabilidad, colapso y no-localidad

La no-separabilidad de los sistemas cuánticos es una de las características más intrigantes de la mecánica cuántica, que se manifiesta a través de las correlaciones entre observables de dos sistemas cuánticos, aun cuando estos sistemas ya no interactúan y se encuentran separados por cualquier distancia. Para comprender esta característica, consideremos dos sistemas cuánticos S_A y S_B que, antes de interactuar, se encuentran en los estados:

$$|\Psi_A\rangle = \sum_i \alpha_i |a_i\rangle \qquad |\Psi_B\rangle = \sum_i \beta_i |b_i\rangle \qquad (3)$$

donde los $|a_i\rangle$ son los autovectores del observable A del sistema S_A y los $|b_i\rangle$ son los autovectores del observable B del sistema S_B. Por medio de un hamiltoniano de interacción H_{int}, cuya función es la de "aparear" los autovectores $|a_i\rangle$ del observable A con los autovectores $|b_i\rangle$ del observable B, el estado final resulta:

$$|\Psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle \otimes |b_i\rangle \qquad (4)$$

La peculiaridad del estado (4) es que no puede escribirse como el producto tensorial de estados cuánticos pertenecientes a los subsistemas S_A y S_B, o dicho de otro modo, en el estado (4) no es posible discernir la parte que representa al subsistema S_A y la parte que representa al subsistema S_B. Se dice, entonces, que los estados de S_A y S_B son *no-separables* y se encuentran entrelazados (*entangled*). Este entrelazamiento se manifiesta en que, si se mide un cierto valor a_k del observable A en S_A, entonces puede asegurarse que se medirá el valor b_k del observable B en S_B. El problema consisten en explicar las correlaciones entre los valores del observable A y los valores del observable B, que se mantienen aun cuando los dos sistemas S_A y S_B han dejado de interactuar. Nótese que hasta aquí nada se ha dicho de la no-localidad, en el sentido de acciones instantáneas entre sistemas espacialmente separados.

La explicación natural consistiría en suponer que, a partir del instante de la interacción, los observables A y B tienen los valores a_k y b_k previa e independientemente a la medición, la cual sólo descubre estos valores preexistentes. Pero esta explicación presenta una seria dificultad. En algunos casos, el estado $|\Psi\rangle$ puede describirse en términos de un entrelazamiento diferente:

$$|\Psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle \otimes |b_i\rangle = \sum_i c_i' |a_i'\rangle \otimes |b_i'\rangle \qquad (5)$$

donde los $|a_i'\rangle$ son los autovectores de un observable A' de S_A, los $|b_i'\rangle$ son los autovectores de un observable B' de S_B, y A' no conmuta con A. Si en este caso decidimos medir A' y obtenemos el valor a_k', aplicando la misma explicación que en el caso anterior deberíamos afirmar que también A' tiene el valor a_k' previa e independientemente a la medición. Pero esto contradice la contextualidad cuántica, según la cual observables que no conmutan no pueden pertenecer al mismo contexto y, por ello, no pueden poseer simultáneamente valores definidos.

Ahora bien, si se asume la hipótesis del colapso, cuando se efectúa una medición sobre el sistema S_A en la que, por ejemplo, se detecta el valor a_k del observable A, entonces el estado posterior a la medición será $|\Psi_k^c\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \sum_i c_i |a_i\rangle \otimes |b_i\rangle \quad \Rightarrow \quad |\Psi_k^c\rangle = |a_k\rangle \otimes |b_k\rangle \qquad (6)$$

El colapso implica, entonces, que si se efectúa una medición sobre el sistema S_B, se detectará el valor b_k del observable B. Pero puesto que en la medición sobre S_A el observable A adquiere el valor a_k al momento de la medición, el observable B de S_B deberá adquirir el valor b_k instantáneamente. Esto requeriría una acción *no-local* entre los sistemas S_A y S_B, los cuales podrían encontrarse espacialmente muy separados. Pero la no-localidad viola las restricciones impuestas por la teoría de la relatividad, que prohíben cualquier tipo de interacción instantánea entre sistemas.

5. Interpretación Modal-Hamiltoniana

Durante los últimos años, las llamadas *interpretaciones modales* de la mecánica cuántica, inspiradas en los trabajos de van Fraassen en los años 70' (1972, 1973, 1974), han cobrado relevancia como alternativa a la visión ortodoxa de la teoría basada en la interpretación de Copenhague. Según estas interpretaciones realistas que rechazan el colapso de la función de onda, la mecánica cuántica sólo describe las propiedades posibles del sistema; por ello, complementan el formalismo estándar con alguna regla de actualización para seleccionar, entre todas las propiedades posibles, aquéllas que actualmente posee el sistema (Dieks & Vermaas 1998). De este modo, las interpretaciones modales pretenden resolver el problema de la medición cuántica. No obstante, varios miembros de esta familia de interpretaciones se han enfrentado con dificultades al momento de dar cuenta de las mediciones no-ideales. La IMH, desarrollada por nuestro grupo, (i) presenta una regla de actualización adecuada para mediciones tanto ideales como no-ideales, y (ii) enfrenta el desafío que la contextualidad impone a la categoría ontológica tradicional de individuo mediante una ontología de propiedades y relaciones, sobre la base de una adecuada modificación de la conocida teoría del haz (*bundle theory*) de la metafísica contemporánea.

La formulación detallada de la IMH ha sido presentada en trabajos previos (Lombardi & Castagnino 2008, Castagnino & Lombardi 2008). Aquí sólo recordaremos, prescindiendo de tecnicismos, cómo la idea básica de la interpretación se plasma en dos postulados interpretativos básicos.

5.a) Sistemas y subsistemas

En la IMH, un sistema cuántico queda definido por el conjunto de sus observables (que representan propiedades posibles) y su hamiltoniano (que representa una de tales propiedades). El hamiltoniano cumple un papel protagónico en la ley dinámica de la teoría, esto es, la ecuación de Schrödinger, $|\varphi(t)\rangle = e^{-i(H/\hbar)t}|\varphi(0)\rangle$. Un sistema cuántico puede descomponerse en partes de muchas formas, pero no siempre las partes son, a su vez, sistemas cuánticos que cumplen con la ley dinámica de la teoría. Esto último sólo sucede cuando no existe interacción entre los subsistemas y, por lo tanto, el hamiltoniano H_T del sistema total puede expresarse como suma de los hamiltonianos H_1 y H_2 de los subsistemas componentes, $H_T = H_1 + H_2$. En este caso diremos que el sistema total es un sistema compuesto. No obstante, la descomposición de un sistema cuántico no siempre es posible: puede suceder que el hamiltoniano H_T no pueda expresarse como una suma no trivial de hamiltonianos componentes. En este caso diremos que el sistema cuántico es *elemental*.

En definitiva, la IMH proporciona un criterio preciso para distinguir entre sistemas elementales y compuestos, y tal criterio se basa en el hamiltoniano del sistema.

5.b) Regla de actualización

Como ya fue señalado, la contextualidad cuántica impide asignar de un modo consistente valores precisos a todos los observables de un sistema cuántico en un instante dado. Por lo tanto, toda interpretación realista está comprometida a seleccionar el contexto privilegiado, esto es, el conjunto de observables que adquieren valores definidos o, en otras palabras, el conjunto de propiedades posibles cuyos valores se actualizan.

La regla de actualización de la IMH se basa en el papel central que cumple el hamiltoniano en la ley dinámica de la mecánica cuántica. La idea básica puede expresarse en la máxima "*Ubi lex non distinguit, nec nos distinguere debemus*": donde la ley no distingue, nosotros tampoco debemos distinguir. Puesto que en este caso la "ley" es la ecuación de Schrödinger, que sólo contiene el hamiltoniano, es el hamiltoniano el que gobierna la actualización. Por lo tanto, la regla de actualización de la IMH establece que el contexto privilegiado de un sistema cuántico elemental está constituido por el hamiltoniano H y todos los observables que conmutan con H y no introducen entre las propiedades del sistema una discriminación más "fina" que la que introduce H (ver detalles técnicos en Lombardi & Castagnino 2008).

Sin duda, la IHM, como cualquier otra interpretación, no está determinada por la estructura formal de la teoría. La adopción de estos postulados interpretativos se basa en su fecundidad para brindar una respuesta adecuada al problema de la medición, tanto en su versión ideal como no-ideal, y para dar cuenta de situaciones físicas bien conocidas, como el átomo de Hidrógeno, los átomos multielectrónicos, el efecto Zeeman, la estructura fina, etc. (ver Castagnino & Lombardi 2008).

6. Interpretación Modal-Hamiltoniana, ontología y no-separabilidad

A diferencia de otras interpretaciones modales, que concentran sus esfuerzos en la solución del problema de la medición, la IMH ha avanzado en la caracterización de la ontología descripta por la mecánica cuántica. En efecto, según la IMH, los observables –realizados matemáticamente mediante operadores– representan ontológicamente propiedades-tipo potenciales, es decir, identifican las propiedades-tipo que pueden tener los sistemas cuánticos. Los autovalores de los observables representan las propiedades-caso potenciales, es decir, los valores posibles de cada propiedad-tipo. Por otra parte, el estado cuántico –realizado matemáticamente mediante un vector en el espacio de Hilbert– codifica las propensiones a la actualización de las diferentes propiedades-caso de cada propiedad-tipo. Es decir, para cada autovalor de los observables, el estado asigna un coeficiente que se identifica como una medida de la propensión a la actualización de ese valor. El módulo al cuadrado de estos coeficientes cumple con las reglas de Kolmogorov de la probabilidad siempre y cuando se los restrinja a un contexto que, en el caso de la IMH, es el contexto privilegiado del hamiltoniano, tal como afirma la regla de actualización (ver detalles en Lombardi & Castagnino 2008).

Sobre la base de esta caracterización de la ontología cuántica resulta claro que, según la IMH, la mecánica cuántica no fija los valores actuales de las propiedades de un sistema cuántico, sino sólo determina los valores posibles de tales propiedades con sus correspondientes probabilidades. En otros términos: a partir de una realidad que se despliega en dos ámbitos igualmente existentes, el ámbito de lo posible y el ámbito de lo actual, la IMH sostiene que la teoría nos habla del ámbito de lo posible y no del ámbito de lo actual.

Desde esta perspectiva ontológica, el problema de la no-separabilidad adquiere un aspecto muy diferente al que presenta en el contexto de la interpretación ortodoxa. Ya no se trata de explicar la dependencia entre eventos actuales (los eventos de que dos observables A y B adquieran sus valores actuales a_k y b_k respectivamente) bajo el supuesto del colapso. En el marco de la IMH, las correlaciones habitan el ámbito de lo posible. En efecto, el estado (4), que se establece luego de la interacción entre los sistemas S_A y S_B, pone de manifiesto las correlaciones entre los valores posibles a_i del observable A y los valores posibles b_i del observable B. Pero estas correlaciones posibles no nos hablan del ámbito de lo actual, donde se jugaría la no-localidad, esto es, la interacción instantánea entre sistemas espacialmente separados.

En el marco de la IMH, estas correlaciones propias del plano de lo posible tienen su origen en la interacción entre los dos sistemas. Y aun cuando la interacción cesa, su efecto queda impreso en el estado entrelazado, que evoluciona determinísticamente según la ecuación de Schrödinger: en el ámbito de lo posible, las correlaciones al momento de la medición dependen unívocamente de las correlaciones en el instante de la interacción.

Hasta aquí nos hemos restringido al ámbito de lo posible. Pero, ¿cómo se manifiestan las correlaciones en el ámbito de lo actual? Consideremos el caso sencillo en que los observables que se miden en los sistemas S_A y S_B son los espines E_A y E_B en dirección z, con autoestados $|\uparrow_A\rangle$, $|\downarrow_A\rangle$ y $|\uparrow_B\rangle$, $|\downarrow_B\rangle$ respectivamente. Supongamos que, en el estado que resulta de la interacción, tales autoestados se encuentran perfectamente anticorrelacionados del siguiente modo:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow_A\rangle \otimes |\downarrow_B\rangle - |\downarrow_A\rangle \otimes |\uparrow_B\rangle\right) \tag{7}$$

Sin necesidad del colapso podemos calcular la probabilidad de que E_A posea el valor $\uparrow_A$ y la probabilidad de que E_B posea el valor $\downarrow_B$ en el estado $|\Psi\rangle$ mediante la regla de Born:

$$\Pr(\uparrow_A) = \langle\Psi|\Pi_{(\uparrow_A)}|\Psi\rangle = \frac{1}{2} \qquad \Pr(\downarrow_B) = \langle\Psi|\Pi_{(\downarrow_B)}|\Psi\rangle = \frac{1}{2} \tag{8}$$

donde los proyectores se calculan como.

$$\Pi_{(\uparrow_A)} = |\uparrow_A\rangle\langle\uparrow_A| \otimes I_B \qquad \Pi_{(\downarrow_B)} = I_A \otimes |\downarrow_B\rangle\langle\downarrow_B| \tag{9}$$

Si los dos eventos fueran independientes, su probabilidad conjunta debería ser:

$$\Pr^{Ind}\left(\uparrow_A \wedge \downarrow_B\right) = \Pr\left(\uparrow_A\right) \Pr\left(\downarrow_b\right) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \tag{10}$$

Pero cuando tal probabilidad se calcula mediante la regla de Born, resulta:

$$\Pr\left(\uparrow_A \wedge \downarrow_B\right) = \left\langle \Psi \right| \Pi_{\left(\uparrow_A \wedge \downarrow_B\right)} \left| \Psi \right\rangle = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{4} \tag{11}$$

donde

$$\Pi_{\left(\uparrow_A \wedge \downarrow_B\right)} = \left|\uparrow_A\right\rangle\left\langle\uparrow_A\right| \otimes \left|\downarrow_B\right\rangle\left\langle\downarrow_B\right| \tag{12}$$

lo cual demuestra que el evento de que E_A posea el valor $\uparrow_A$ y el evento de que E_B posea el valor $\downarrow_B$ no son independientes, sino que se encuentran correlacionados de un modo claramente definido.

Ahora bien, puesto que los observables E_A y E_B corresponden a subsistemas diferentes, conmutan entre sí y podrían pertenecer ambos al contexto privilegiado. En este caso, según la IMH, se puede aplicar el cálculo de probabilidades estándar y calcular la probabilidad condicional de $\downarrow_B$ dado $\uparrow_A$.

$$\Pr\left(\downarrow_B / \uparrow_A\right) = \frac{\Pr\left(\uparrow_A \wedge \downarrow_B\right)}{\Pr\left(\uparrow_A\right)} = \frac{1/2}{1/2} = 1 \tag{13}$$

Este resultado nos dice que, si el observable E_A del sistema S_A adquiere el valor $\uparrow_A$, entonces el observable E_B del sistema S_B adquiere el valor $\downarrow_B$ con certeza. Y para obtener este resultado no fue necesario postular el colapso ni admitir la no-localidad que de él resulta: la correlación se encuentra codificada en el estado del sistema compuesto.

7. Conclusiones y perspectivas

En el presente trabajo hemos argumentado que la IMH puede dar cuenta de la no-separabilidad cuántica en términos de correlaciones en el ámbito de lo posible. Estas correlaciones entre sistemas cuánticos, que podrían estar separados espacialmente, se deben a la interacción inicial entre ellos que, si bien ha cesado luego de cierto tiempo, queda impresa como un entrelazamiento entre los estados cuánticos respectivos y, por lo tanto, como una correlación entre las probabilidades de los diferentes valores de los observables de cada sistema. También hemos mostrado, en un ejemplo muy simplificado, cómo puede afirmarse con certeza la ocurrencia de un cierto valor de un observable de un sistema sobre la base de la ocurrencia de un cierto valor de otro observable en otro sistema, y ello sin postular conflictivas interacciones no-locales.

Sin duda, el ejemplo tratado constituye una simplificación extrema, puesto que no se toman en consideración los aparatos de medición en el arreglo experimental: el tratamiento de casos más realistas y complejos será objeto de próximos trabajos. No obstante, los argumentos presentados aquí bastan para señalar una suerte de holismo de los sistemas cuánticos: aun compuesto por subsistemas que ya no interactúan, un sistema cuántico constituye una unidad, que no requiere de interacciones instantáneas entre sus partes para comportarse como un todo inescindible a través de toda su evolución.

Bibliografía

Castagnino, M. & Lombardi, O. (2008), "The role of the Hamiltonian in the interpretation of quantum mechanics", *Journal of Physics. Conferences Series*, 28. # 012014.

Dieks, D. & Vermaas, P. E. (1998), *The Modal Interpretation of Quantum Mechanics*, Dordrecht: Kluwer Academis Publishers.

Einstein, A., Podolsky, B. & Rosen, N. (1935), "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?", *Physical Review*, 47: 777-780.

Jammer, M. (974), *The Philosophy of Quantum Mechanics*, New York: John Wiley & Sons.

Kochen, S. & Specker, E. (1967), "The problem of hidden variables in quantum mechanics", *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17. 59-87

Mittelstaedt, P. (1998), *The Interpretation of Quantum Mechanics and the Measurement Process*, Cambridge: Cambridge University Press.

Lombardi, O. & Castagnino, M. (2008), "A modal-Hamiltonian interpretation of quantum mechanics", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 39: 380-443.

Lombardi, O., Castagnino, M. & Ardenghi, S. (2009), "Mecánica cuántica: interpretación e invariancia", *Theoria*, 24: 5-28.

Lombardi, O., Castagnino, M. & Ardenghi, S. (2010), "The modal-Hamiltonian interpretation and the Galilean covariance of quantum mechanics", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 41: 93-103.

van Fraassen, B. C. (1972), "A formal approach to the philosophy of science", en R. Colodny (ed.), *Paradigms and Paradoxes: The Philosophical Challenge of the Quantum Domain*, Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 303-366.

van Fraassen, B. C. (1973), "Semantic analysis of quantum logic", en C. A. Hooker (ed.), *Contemporary Research in the Foundations and Philosophy of Quantum Theory*, Dordrecht: Reidel, 80-113.

van Fraassen, B. C. (1974), "The Einstein-Podolsky-Rosen paradox", *Synthese*, 29: 291-309