

Título: ABORDAJE DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS A TRAVÉS DE GEOGEBRA.

Autores: López, Eliana - Moreno, Ana Paula.

Profesores de MOPE: Delgado Piñol, Érika - Dipierri, Iris Carolina - Fregona, Dilma - Gerez Cuevas, Nicolás - Losano, Leticia - Villarreal, Mónica - Viola, Fernanda.

Carrera: Profesorado en Matemática.

Fecha: 20-11-2015



ABORDAJE DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS A TRAVÉS DE GEOGEBRA. por López, Eliana; Moreno, Ana Paula se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons ution-NonCommercial-SinDerivar 2.5 Argentina](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/argentina/).

CLASIFICACIÓN:

97 Mathematical Education

PALABRAS CLAVES:

Geometría, Triángulo, GeoGebra

RESUMEN:

En el presente informe se describirá y analizará la experiencia de prácticas docentes realizadas en dos primeros años de una escuela secundaria ubicada en un barrio de la zona sur de la ciudad de Córdoba.

Se trabajaron conceptos básicos de Geometría utilizando las construcciones geométricas como medio para producir conjeturas y validar propiedades, que a su vez permitieran la deducción y descubrimiento de nuevas propiedades.

Para lograr este objetivo, se trabajó con un software dinámico llamado GeoGebra que posibilita la realización de un abordaje experimental de los conceptos geométricos.

Finalmente, se analizaron desde un punto de vista teórico los alcances y limitaciones de las nuevas tecnologías en la enseñanza de la Geometría en el aula.

ABSTRACT:

This report will describe and analyze the experience of teaching practices developed in first two years of a secondary school in a suburb of the southern city of Cordoba.

We have worked basics of geometry using geometric constructions as means for producing conjectures and validate properties, which in turn allowed the deduction and discovery of new properties.

To achieve this goal, we worked with a dynamic software called GeoGebra that allows the realization of an experimental approach to geometric concepts.

Finally, we have analyzed from a theoretical point of view the scope and limitations of new technologies in teaching geometry in the classroom.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA Y FÍSICA

METODOLOGÍA Y PRÁCTICA DE LA ENSEÑANZA

Abordaje de propiedades geométricas a través de GeoGebra

López, Eliana

Moreno, Ana Paula

Índice

Prefacio	6
1. INTRODUCCIÓN.....	6
1.1 La institución	6
1.2 Los recursos	6
1.3 Los cursos.....	7
1.4 Las clases de matemática.....	7
2. DISEÑO DE LA PRÁCTICA E IMPLEMENTACIÓN EN AULA	10
2.1 Contenidos desarrollados por la docente previo al inicio de las prácticas.....	10
2.2 Unidad trabajada.	10
a. Las metas, objetivos o expectativas de logro.....	10
b. La selección, organización y secuenciación de los contenidos.	11
Secuenciación	11
c. La selección de materiales y recursos.	13
d. Las tareas y actividades. Descripción de las clases.	14
CLASE 1.....	14
CLASE 3.....	21
CLASE 4.....	25
CLASE 5.....	30
CLASE 6.....	32
CLASE 7.....	36
CLASE 8.....	39
CLASE 9.....	41
CLASE 11.....	45
e. La participación de los alumnos y la organización del escenario.....	47
f. La evaluación de los aprendizajes	48
3. ELECCIÓN Y ANÁLISIS DE UN PROBLEMA.....	58
• De la visualización icónica a la no icónica	59
• Exploración de la Desigualdad triangular en GeoGebra	64
• Uso de un applet para la verificación de la propiedad de la suma los ángulos interiores de un triángulo	70
• Noción de compás como concepto geométrico	72
4. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES PERSONALES.....	74

5.	BIBLIOGRAFÍA.....	75
6.	ANEXOS	76
	6.1 ANEXO A: Guía de Actividades.....	76
	6.2 ANEXO B: Fotocopia de Sistema Sexagesimal.....	84
	6.3 ANEXO C: Instructivos.....	86
	6.3.1 GeoGebra	86
	6.3.2 Entorno Windows.....	95
	6.3.3 Cómo dibujar un ángulo con un transportador	100
	6.4 ANEXO D: Planificación de la docente tutora.....	102
	6.5 ANEXO E: Distribución de los triángulos para <i>Actividad 15</i>	103
	6.6 ANEXO F: Anexo digital (ver CD): Aplicación de GeoGebra para generalizar la Suma de ángulos interiores de un triángulo.....	108

Prefacio

A lo largo de este informe se describirá y analizará la experiencia de prácticas docentes realizadas durante el año 2015 en dos primeros años de una escuela secundaria ubicada en un barrio de la zona sur de la ciudad de Córdoba. El desarrollo de estas prácticas tuvo lugar en el marco de la materia Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza (M.O.P.E), correspondiente al cuarto año del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física (Fa.M.A.F) de la Universidad Nacional de Córdoba (U.N.C).

1. INTRODUCCIÓN

1.1 La institución

Las prácticas docentes se realizaron en un Instituto Provincial de Enseñanza Media (I.P.E.M) de gestión estatal. De acuerdo con el diseño curricular de la provincia, la propuesta de educación secundaria de la institución se estructura en dos ciclos: el Ciclo Básico y el Ciclo Orientado. Los estudiantes del Ciclo Básico concurren a la escuela en el turno mañana, mientras que el Ciclo Orientado se dicta en el turno tarde. Las especialidades del Ciclo Orientado son Ciencias Naturales y Comunicación.

El I.P.E.M comparte edificio con una escuela de nivel primario en ambos turnos. Dicho edificio posee dos pisos, en los cuales se encuentran dispuestos los niveles primario y secundario de manera variada. En la planta baja se ubican el hall de ingreso, el patio, las direcciones de primario y secundario, la preceptoría, la secretaría, la biblioteca-laboratorio de computación, la sala de profesores, un salón-comedor, una fotocopiadora, los baños y cinco aulas (una de ellas ubicada en el patio, aislada del resto de la estructura edilicia). En la planta alta sólo se sitúan 8 aulas. En general, todas las aulas poseen características similares. Cada una cuenta con un gran ventanal, dos ventiladores y con buena iluminación artificial.

La institución cuenta con un programa de tutorías destinadas a aquellos alumnos que tienen notas bajas en las materias Biología, Matemática, Lengua, Química, Física, Historia y Ciudadanía y Participación. Además, en el I.P.E.M se llevan a cabo el Programa Conectar-Igualdad y el Programa de Asistencia Integral de Córdoba (P.A.I.Cor).

1.2 Los recursos

La institución dispone de instrumentos de geometría para pizarrón como regla, compás y transportador. Además, cuenta con fibrones para pizarra y 17 netbooks. Cabe destacar que para el trabajo en el aula, los alumnos disponen también de regla, compás y transportador, propios y de la escuela.

Si bien todas las aulas cuentan con un modem Wi-Fi, los estudiantes no están autorizados a conectarse a Internet en horarios de clase.

1.3 Los cursos

Las prácticas se llevaron a cabo en las divisiones B y C de primer año a cargo de una misma docente, a quien nos referiremos de ahora en adelante como profesora tutora. En un principio, en la división B había 34 alumnos, de los cuales 14 eran varones y 20 mujeres. Durante el transcurso de las prácticas, dos alumnos (una mujer y un varón) pidieron un pase a otra escuela y otros dos alumnos (ambos varones) se incorporaron al curso. En cuanto a primer año C, los alumnos eran 31, de los cuales 13 eran varones y 18 mujeres.

En ambos cursos, había bancos dobles y simples organizados en cuatro filas dobles. Los lugares donde se ubicaban los alumnos eran asignados por la preceptora y debían ser respetados en todas las materias.

Cada primer año contaba con una carga horaria de cinco horas cátedra¹ semanales de Matemática, distribuidas de la siguiente manera:

HORARIOS	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7:30-8:10		1° C	1° B		
8:10-8:50		1° C	1° B		
9:00-9:40		1° C	1° B		
9:40-10:20			1° C		
10:30-11:10			1° C		
11:10-11:50	1° B				
11:50-12:25	1° B				

1.4 Las clases de matemática

Para el desarrollo de las clases la profesora tutora se apoyaba en una guía de fotocopias de elaboración propia, la cual poseía contenidos teóricos y prácticos extraídos del libro Aprendamos Matemática 7 de la editorial Comunicarte (2005). Las actividades presentes en la guía eran explicadas y posteriormente corregidas por el docente en el pizarrón.

La mayoría de estas actividades hacían referencia a matemática pura y semirrealidad, en relación al paradigma del ejercicio según los ambientes de aprendizaje propuestos por Ole Skovsmose (2000).

Para resolver los ejercicios de la guía, además de las carpetas los alumnos utilizaban calculadora. Las netbooks del Programa Conectar-Igualdad llegaron al colegio unos 10 días antes del comienzo de las prácticas, y se usaron para resolver algunos ejercicios de la guía. Durante las clases previas al comienzo de las prácticas, los alumnos utilizaron un software para verificar los resultados obtenidos mediante manipulación algebraica con lápiz y papel.

¹ Una hora cátedra equivale a 40 minutos reloj de trabajo áulico.

El estilo de trabajo en la clase de matemática era de intercambio entre el docente y los alumnos, aunque mayormente las clases eran de tipo expositivas. En cuanto al uso del tiempo, la profesora tutora no fijaba plazos para la realización de las tareas áulicas, sino que brindaba a los alumnos el tiempo necesario para que pudieran ejecutarlas. En ocasiones la duración de la clase no era suficiente para concretar las actividades propuestas, quedando encomendadas por la profesora como tarea para la casa.

La relación docente-alumno era agradable y respetuosa. El vínculo entre los alumnos era amigable y no percibimos conflictos entre ellos. Ambos cursos eran participativos, tenían buena predisposición para pasar al pizarrón a corregir los ejercicios y para responder cuando la profesora preguntaba algo. Sin embargo, había momentos en que los estudiantes se distraían, no respetaban los momentos de escucha, no se quedaban sentados en sus bancos y no trabajaban en las actividades propuestas por la profesora. En consecuencia, ella debía llamarles la atención y en ocasiones hacía uso de la Carpeta de Seguimiento², en donde se registraba el hecho a modo de advertencia para los alumnos.

Por otro lado, observamos que no todos los alumnos tenían el mismo ritmo de trabajo y a esto se sumaba la disparidad en el manejo de los contenidos matemáticos propios del nivel primario.

Además de las clases de matemática, en 1º B observamos una clase de Tecnología, en la cual el profesor se dedicó a corregir las carpetas y los cuadernillos de los estudiantes, ya que debía cerrar promedios. Mientras él trabajaba en su escritorio, los alumnos charlaban y se trasladaban en el aula constantemente. En un momento dado el profesor intentó hacer un repaso al frente de lo que habían trabajado la clase anterior, pero los alumnos no prestaban atención, por lo que desistió y continuó corrigiendo. El contenido trabajado era el análisis de la función de ciertos productos tecnológicos, por ejemplo, la necesidad que implicó la invención de la lamparita, que conocimientos fueron utilizados para su creación y que procedimientos fueron llevados a cabo. La clase concluyó con la lectura de los promedios.

En 1º C observamos una clase de Geografía, en la cual los alumnos realizaron una actividad con mapas. En esta clase, los estudiantes trabajaron de manera individual y grupal, y cuando precisaron la ayuda de la profesora se dirigieron a su escritorio. El contenido trabajado fue la delimitación física de los continentes, la división política y cultural de América y el señalamiento de las líneas imaginarias que circunscriben al planeta Tierra.

Luego de finalizar la tarea que estaban realizando, se la entregaron a la docente para su posterior corrección.

En comparación con las clases de matemática, pudimos observar que los alumnos también trabajaban con un cuadernillo y con la carpeta en las horas de Tecnología y

² La Carpeta de Seguimiento es un documento en el que se registran las indisciplinas de los alumnos.

Geografía. Con respecto al comportamiento de los estudiantes, percibimos más movimiento y desconcentración que en las horas de matemática.

Cabe destacar que, a diferencia de la clase de matemática, en las otras dos asignaturas los alumnos no hacían uso de las netbooks.

2. DISEÑO DE LA PRÁCTICA E IMPLEMENTACIÓN EN AULA

2.1 Contenidos desarrollados por la docente previo al inicio de las prácticas.

Previo al inicio de nuestras prácticas, la profesora tutora desarrolló en los cursos los contenidos correspondientes a la unidad N° 2 del programa. En particular trabajó con los contenidos: Números Enteros. Representación gráfica. Propiedades del conjunto de números enteros. Operaciones: Adición, Sustracción, Multiplicación y División. Propiedades de las operaciones. Expresiones algebraicas. Ecuaciones. Problemas.

Si bien muchos de estos contenidos no poseen grandes vinculaciones con la temática asignada para las prácticas, algunos conceptos de Números enteros fueron utilizados para trabajar ciertos aspectos de la misma. Además, hicimos uso de ecuaciones para trabajar con la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, esto nos sirvió para ensamblar las prácticas con lo que los estudiantes venían trabajando.

2.2 Unidad trabajada.

Para la implementación de las prácticas acordamos con la profesora tutora el abordaje de las siguientes unidades:

Unidad N° 4: “Geometría”

Conceptos básicos. Punto, recta y plano. Posiciones de la recta en el plano. Semirrecta, segmento y ángulo. Sistema sexagesimal. Figuras convexas y cóncavas. Ángulo: Clasificación de ángulos y sus propiedades. Mediatriz de un segmento. Bisectriz de un ángulo. Ángulos determinados por dos rectas cortadas por una transversal. Propiedades.

Unidad N° 6: “Figuras planas: Polígonos: Triángulos”

Figuras planas: Cóncavas y convexas. Polígonos. Triángulos: clasificación. Propiedades de los ángulos y de los lados de un triángulo. Perímetro de una figura. Problemas. (Extracto del programa de la materia, ver Anexo D).

De acuerdo a las variables propuestas en el texto *El ABC de la Tarea Docente: Currículum y Enseñanza* de Gvirtz, S. y Palamidessi, M. (2008), se explicitan a continuación aquellas más relevantes a la hora de diseñar la planificación para nuestras prácticas docentes.

a. Las metas, objetivos o expectativas de logro.

Para el abordaje de las unidades 4 y 6 se formularon los siguientes objetivos:

- Realizar construcciones geométricas y analizarlas acudiendo a argumentos deductivos.
- Producir y validar enunciados sobre relaciones y propiedades geométricas, sin recurrir a la constatación empírica.
- Recurrir al uso de lenguaje geométrico para generalizar propiedades geométricas.

- Emplear y explicitar las propiedades de figuras geométricas en la resolución de problemas.

b. La selección, organización y secuenciación de los contenidos.

A partir de la selección de las unidades 4 y 6 pactada con la profesora tutora, decidimos alterar el orden en el que aparecían en el programa (ver ANEXO D) y secuenciar de otra manera los contenidos, para construir los conceptos propios de la Geometría haciendo uso de figuras planas, particularmente del triángulo.

De esta manera, y a partir de las unidades asignadas, se realizó la siguiente selección de contenidos teniendo en cuenta la planificación anual de la docente y el Diseño Curricular del Ciclo Básico de la provincia de Córdoba (2011-2015):

- Triángulos: Clasificación. Propiedades de los ángulos y de los lados de un triángulo. Construcción de triángulos utilizando regla y compás y regla y transportador.
- Conceptos básicos. Punto, recta, semirrecta y segmento. Posiciones de la recta en el plano: rectas paralelas, secantes y perpendiculares.
- Ángulo: Clasificación de ángulos.
- Figuras planas: cóncavas y convexas. Polígonos: Clasificación.

En un primer momento, habíamos decidido no incluir Sistema Sexagesimal en la planificación. Pero durante el desarrollo de las prácticas, la profesora tutora nos solicitó que lo agreguemos a los contenidos previamente seleccionados.

Secuenciación

Comenzamos abordando la noción de triángulo mediante una actividad exploratoria y de construcción. El objetivo de esta actividad fue abrir camino a la construcción de triángulos utilizando regla y compás e identificando los elementos que conforman a esta figura. Teniendo en cuenta dichos elementos, elaboramos una definición de triángulo.

Una vez incorporados estos contenidos y mediante actividades de construcción realizadas con GeoGebra, trabajamos la propiedad de la desigualdad triangular para garantizar la existencia de triángulos a partir de conocer la longitud de sus lados.

Luego, a través de otra actividad exploratoria similar a la primera, introdujimos la clasificación de triángulos según sus lados.

Con el objetivo de desarrollar las nociones de recta, semirrecta y segmento realizamos un debate para conducir a los estudiantes, a partir de sus conocimientos previos, a las propiedades y características de cada uno de estos conceptos.

A continuación, trabajamos con la definición de ángulo y su respectiva clasificación. Luego, a través de una actividad de construcción con regla y transportador, introdujimos la clasificación de triángulos según sus ángulos.

Con ejemplos explicamos el algoritmo de suma y resta de ángulos, y propusimos una serie de ejercicios de rutina para que los estudiantes los pusieran en práctica.

Con el objetivo de introducir la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo realizamos una actividad de tipo exploratoria que consistió en el recorte de los ángulos de un triángulo (Imagen 1) y luego generalizamos dicho resultado utilizando una aplicación de GeoGebra realizada por nosotras.

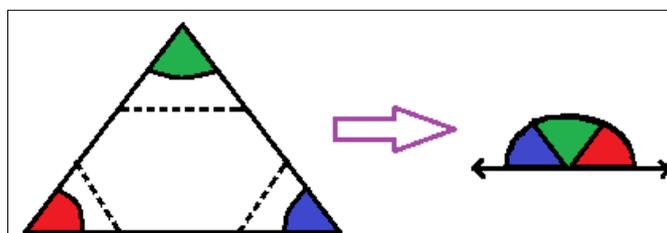


Imagen 1: Actividad de recorte de los ángulos de un triángulo.

Explicamos la definición de polígono, sus elementos, las definiciones de polígono cóncavo y convexo y los guiamos a las definiciones de polígono regular e irregular y a la clasificación de los polígonos según la cantidad de lados. Por último, para afianzar dichos contenidos realizamos una actividad de construcción de polígonos utilizando distintos tipos de triángulos.

En general adoptamos la modalidad de abordar propiedades mediante actividades de construcción exploratorias que desemboquen en la formulación y validación de estas. Ya que “en este tipo de situaciones se pone en evidencia con más fuerza que los dibujos son meros representantes de los objetos geométricos.” (Itzcovich, H, 2005, pág. 24).

Debido a diferentes sucesos, como un paro de transporte y un feriado, el cronograma se atrasó y no pudimos dar los contenidos seleccionados en los plazos previstos, además nos extendimos tres clases más de las previstas para poder completar la planificación.

El cronograma se implementó de la siguiente manera:

FECHA	CONTENIDOS TRABAJADOS	ACTIVIDADES DESARROLLADAS ³
Clase 1	Construcción de triángulos utilizando regla y compás. Definición de triángulo y sus elementos.	Realizamos las Actividades 1 (a y b), 2 y 3. Retirando esta última para ser corregida.
Clase 2	Construcción de triángulos con regla y compás. Uso del software GeoGebra	Corregimos la Actividad 3. Hicimos una lectura grupal del instructivo de GeoGebra.
Clase 3	Construcción de triángulos utilizando GeoGebra.	Realizamos la Actividad 4.
Clase 4	Desigualdad triangular. Construcción de triángulos utilizando GeoGebra	Realizamos las Actividades 5 y 6.
Clase 5	Clasificación de triángulos	Completamos de manera

³ Las ACTIVIDADES DESARROLLADAS están incluidas en una Guía de Actividades elaborada por nosotras que desarrollaremos en el inciso siguiente: “La selección de materiales y recursos”.

	según sus lados. Construcción de triángulos utilizando GeoGebra.	grupal la Actividad 7 y realizamos la Actividad 8.
Clase 6	Conceptos básicos. Recta, semirrecta y segmento. Posiciones de dos rectas en el plano: rectas paralelas, secantes y perpendiculares. Ángulos: definición y clasificación. Construcción de triángulos utilizando regla y transportador.	Completamos de manera grupal la Actividad 9 y la 10. Explicamos la noción de Ángulo y completamos grupalmente la Actividad 11. Hicimos una lectura grupal del Instructivo: <i>¿Cómo dibujar un ángulo con transportador?</i> Realizamos la Actividad 12.
Clase 7	Clasificación de triángulos según sus ángulos. Sistema Sexagesimal (Suma de ángulos)	Completamos de manera grupal la Actividad 13. Realizamos las Actividades a, b, c y d de la fotocopia de Sistema Sexagesimal.
Clase 8	Sistema Sexagesimal (Resta de ángulos)	Realizamos las Actividades e, f, g y h de la fotocopia de Sistema Sexagesimal.
Clase 9	Suma de los ángulos interiores de un triángulo.	Realizamos la Actividad 14. Exploramos una aplicación en GeoGebra de Suma de Ángulos Interiores de un triángulo. Realizamos un repaso para la evaluación.
Clase 10	EVALUACIÓN.	Realizamos una evaluación de los temas dados y una posterior corrección grupal de esta.
Clase 11	Polígonos. Clasificación según su forma: Cóncavos y convexos. Regulares e irregulares. Clasificación según la cantidad de lados.	Exploramos grupalmente la definición de polígono (cóncavo y convexo), polígono regular e irregular. Realizamos las Actividades 16, 17 y 15, esta última fue realizada a modo de trabajo práctico.

c. La selección de materiales y recursos.

Para el desarrollo de las clases, elaboramos una Guía de Actividades con contenidos teóricos y prácticos (ver ANEXO A), la cual estuvo disponible para los alumnos en la fotocopidora de la institución una semana antes del comienzo de las prácticas.

Para confeccionar este material utilizamos como guía informes de M.O.P.E de años anteriores (Arbez Chalabe, M.; Romanenghi, E. (2013). Camposano Iglesias, L.; Paez, J.;

Trincavelli, M. (2014)) y el libro *Iniciación al estudio didáctico de la geometría: de las construcciones a las demostraciones* de Horacio Itzcovich (2005), incluyendo actividades de elaboración propia.

Además, confeccionamos tres instructivos para los estudiantes sobre uso de GeoGebra (vista gráfica, descripción de diferentes herramientas), uso de entorno Windows (cómo crear una carpeta y cómo guardar archivos en ella) y uso del transportador (doble gradación). Estos instructivos eran anexos de la Guía de Actividades.

Por otro lado, durante todas las clases dispusimos sólo de 6 netbooks de la escuela, ya que estas eran las únicas que tenían instalado GeoGebra. Además, contamos con las netbooks del Programa Conectar-Igualdad, las cuales llegaron a manos de los estudiantes aproximadamente diez días antes del comienzo de nuestras prácticas.

Sin embargo, había alumnos que no habían recibido sus netbooks, y los que las tenían no siempre las llevaban a la clase de matemática. Los estudiantes que no la llevaban se excusaban planteando que los padres no los dejaban trasladar la computadora al colegio debido a la inseguridad del barrio, o que estaba en el servicio técnico. Ante esta situación se decidió habilitar el trabajo grupal de dos integrantes.

Queremos destacar que para poder trabajar con las netbooks de la escuela teníamos que avisar en la biblioteca-laboratorio con al menos un día de anticipación, allí dejábamos registrado qué máquinas íbamos a utilizar (estas se identificaban con un número) para poder asegurarnos de que iban a estar disponibles y con la batería cargada.

Otros recursos que decidimos utilizar para llevar a cabo algunas de las actividades planificadas, fueron triángulos de cartulina con los que los alumnos construyeron polígonos y dos triángulos grandes (también de cartulina) con los cuales abordamos la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

d. Las tareas y actividades. Descripción de las clases.

CLASE 1

Comenzamos esta clase presentándonos ante el curso. Luego, les preguntamos a los alumnos qué habían visto en la escuela primaria acerca de geometría y registramos algunas respuestas en el pizarrón ya que englobaban conceptos claves para el desarrollo de las prácticas, como por ejemplo *figuras, triángulos, rectas paralelas y perpendiculares, ángulos, grados, etc.*

Para introducir este tema, les pedimos a los chicos que realicen la *Actividad 1* de la Guía de Actividades. Como la mayor parte de los alumnos no tenía este material, decidimos leer entre todos el enunciado del problema y lo escribimos en el pizarrón para que todos los alumnos puedan trabajar. Además, repartimos algunas copias extras que habíamos llevado. Cabe destacar que esta fue una constante que se presentó a lo largo de todas las prácticas. Para sortear esta dificultad decidimos llevar material de trabajo extra todas las clases.

1) Resolver el siguiente problema:



El avión oficial de la Selección Argentina de Fútbol parte de una ciudad A hacia una ciudad B que se encuentra a 300 km de la primera, donde recoge a los jugadores y los traslada a una ciudad C que se halla a 600 km de la B. Luego de dejarlos allí, el avión regresa a la ciudad A que queda a 400 km de la C.

Suponiendo que el avión viaje en línea recta:

- a) Realizar un gráfico que represente el recorrido del avión. (Ayuda: se pueden representar 100 km con 1 cm).
- b) ¿Cuántas soluciones posibles hay?

En relación a la escala propuesta para representar el recorrido del avión no se presentaron inconvenientes ya que los alumnos estaban trabajando esta temática en Física.

Destinamos entre veinte y treinta minutos a la ejecución de esta actividad y repartimos hojas A4 blancas a los estudiantes para que comiencen a trabajar de forma grupal en la solución del problema. Mientras ellos trabajaban, nosotras recorríamos el curso para brindarle ayuda a quien la necesite.

Con respecto al inciso a), en un primer momento, muchos alumnos quisieron representar el recorrido del avión sobre una misma línea recta. Pero al darse cuenta de que las distancias planteadas en el enunciado no se cumplían, decidieron dibujar un triángulo para graficar la trayectoria del avión. Si bien el triángulo era la figura indicada para realizar una representación del problema que plantea el enunciado, el hecho de que los alumnos lo dibujaran utilizando únicamente la regla trajo como consecuencia que las medidas para representar las distancias fueran imprecisas y que algunos triángulos no pudieran formarse. En consecuencia, los alumnos forzaban las medidas para poder cerrar el triángulo. La siguiente imagen muestra el trabajo realizado por un alumno que ejemplifica este hecho.

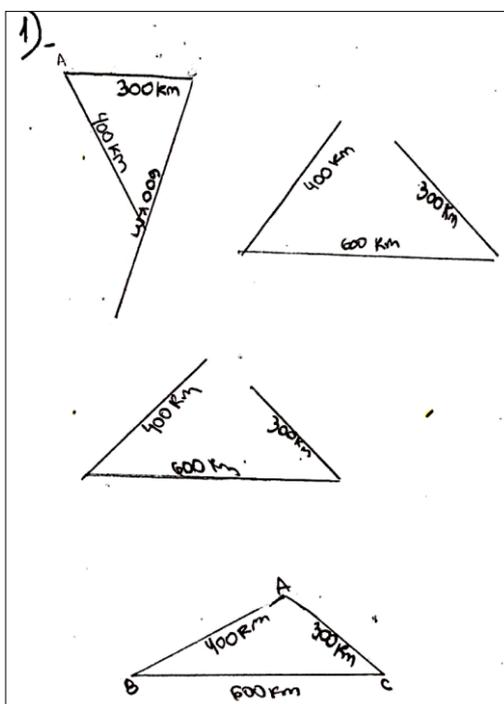


Imagen 2: Gráfico realizado por un estudiante para representar el recorrido del avión.

También se presentaron inconvenientes a la hora de representar las ciudades, ya que algunos alumnos recurrieron a representaciones de tipo icónicas, como en la siguiente imagen:

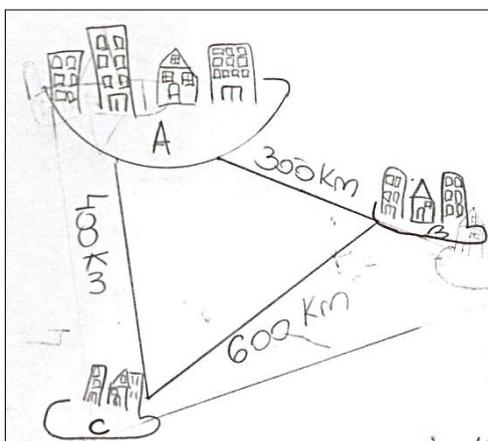


Imagen 3: Gráfico realizado por un estudiante para representar el recorrido del avión.

En este caso discutimos las ventajas de representar las ciudades con puntos. Para esto planteamos a los alumnos que el avión debía llegar al mismo lugar del que había partido, y que esta condición no se cumplía en el caso de la representación que se muestra en la Imagen 3. Esto les hizo reflexionar acerca de la mejor representación gráfica, sabiendo que el recorrido del avión no debía tener “cortes”.

Luego, debatimos acerca de cómo graficar correctamente el triángulo que representaba la trayectoria del avión. Para ello, dibujamos el segmento de 3 cm que representaba la distancia entre las ciudades A y B en el pizarrón. Luego les preguntamos a los alumnos dónde podía ubicarse la ciudad C con respecto a la B y nos dijeron que debía estar a 6 cm. Entonces les mostramos el siguiente gráfico y les

preguntamos si ese era el único punto que estaba a 6 cm de B o si existía algún otro punto que cumpla esa condición.

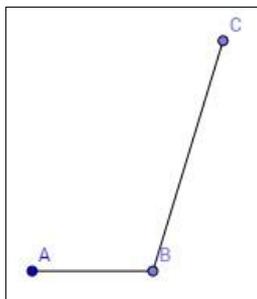


Imagen 4: Gráfico realizado por las practicantes en el pizarrón.

Los estudiantes respondieron que sí y, a pedido nuestro, nos propusieron otro lugar para ubicar la ciudad C (Imagen 5).

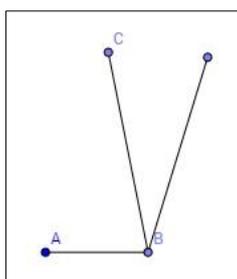


Imagen 5: Gráfico realizado por las practicantes en el pizarrón.

Repetimos sistemáticamente esta pregunta y los alumnos lograron darse cuenta que todos los puntos que estaban a 6 cm de B formaban una circunferencia con centro en B y cuyo radio era de 6 cm.

Análogamente, discutimos acerca de la ubicación de C con respecto a A y también los chicos notaron que todos los puntos que estaban a 4 cm de A formaban una circunferencia con centro en A y radio de 4 cm de longitud. De esta manera, quedó planteado el siguiente gráfico en el pizarrón:

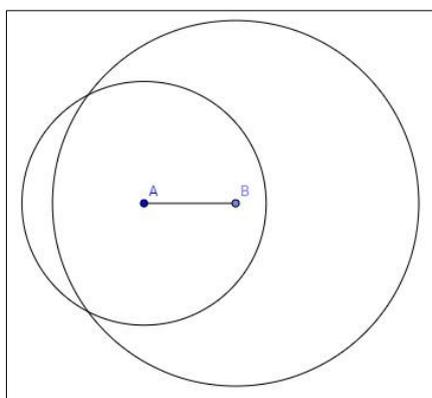


Imagen 6: Gráfico realizado por las practicantes en el pizarrón.

Luego, les preguntamos en qué lugar podíamos ubicar el punto C de manera que estuviera a 6 cm de B y 4 cm de A. En ambos cursos, la mayoría de los alumnos no logró identificar que C debía ubicarse en la intersección de las circunferencias, por lo

que debimos explicarles que el punto de intersección cumplía simultáneamente las dos condiciones planteadas ya que se encontraba en ambas circunferencias. Así, marcamos los puntos de intersección y elegimos uno de ellos para dibujar el siguiente triángulo:

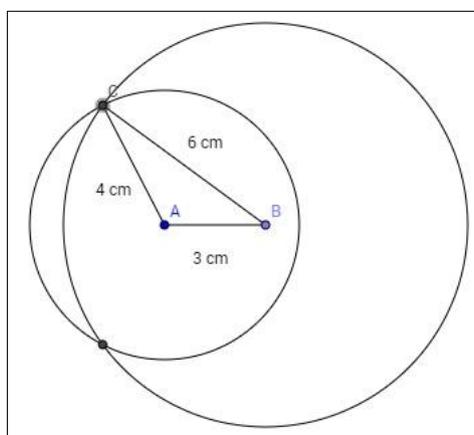


Imagen 7: Gráfico realizado por las practicantes en el pizarrón.

A partir de este debate llegamos a la conclusión de que la construcción no podía realizarse sin regla y compás.

En relación al inciso b), los alumnos notaron que se podían graficar dos triángulos utilizando los dos puntos de intersección de las circunferencias. Entonces nosotras les preguntamos cuántas soluciones posibles había. En ambos cursos, algunos chicos dijeron que había dos soluciones porque se podían dibujar dos triángulos. Otros estudiantes dijeron que había una solución porque los dos triángulos eran iguales. De esta manera, realizamos una discusión en la que les planteamos que como C era una ciudad, no era lo mismo que esté ubicada “arriba” de A que “abajo” de A. En el caso de 1º C, una de las alumnas hizo el siguiente aporte: *“No es lo mismo ubicar la ciudad al norte que ubicarla al sur”*.

Finalmente, entre todos concluimos que este problema tenía dos soluciones que se muestran a continuación.

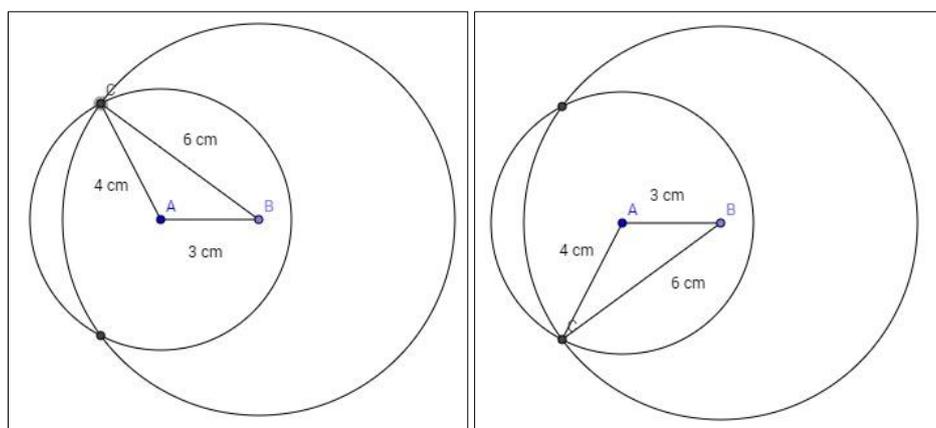


Imagen 8: Gráfico realizado por las practicantes en el pizarrón.

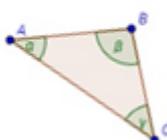
Una vez finalizada esta actividad, con los alumnos elaboramos una definición de triángulo y debatimos acerca de los elementos que lo conforman y sus respectivas

notaciones. Entre todos realizamos la *Actividad 2* en el pizarrón y luego cada uno la completó en su Guía de Actividades. La definición que construimos fue la siguiente: "Un triángulo es una figura geométrica formada por tres lados y que tiene tres vértices y tres ángulos".

2) Completar con la definición de triángulo y la tabla con los elementos que lo conforman:

"Un triángulo es.....

"



ELEMENTOS	NOTACIÓN

Finalmente, les pedimos a los alumnos que, teniendo en cuenta lo hecho en el primer problema, realizaran la *Actividad 3* de la Guía de Actividades: **Construcción de triángulos con regla y compás:** Describir los pasos que seguimos para construir un triángulo dada la longitud de sus 3 lados. Luego, debían entregárnosla para que podamos corregirla. A continuación, se muestran algunas elaboraciones realizadas por los alumnos:

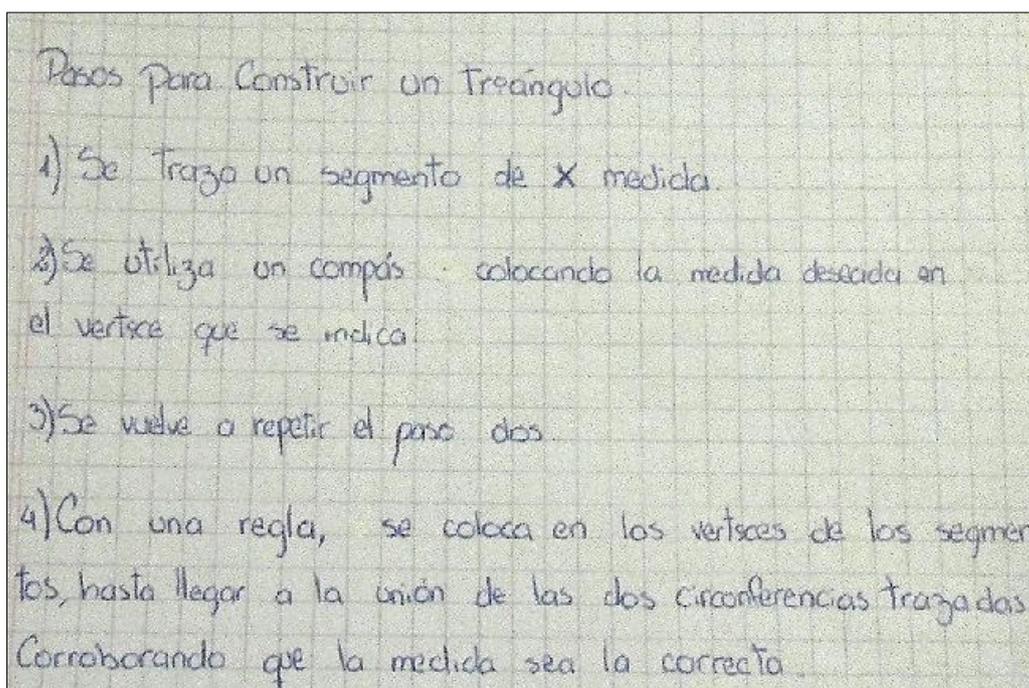


Imagen 9: Actividad 3 realizada por una alumna.

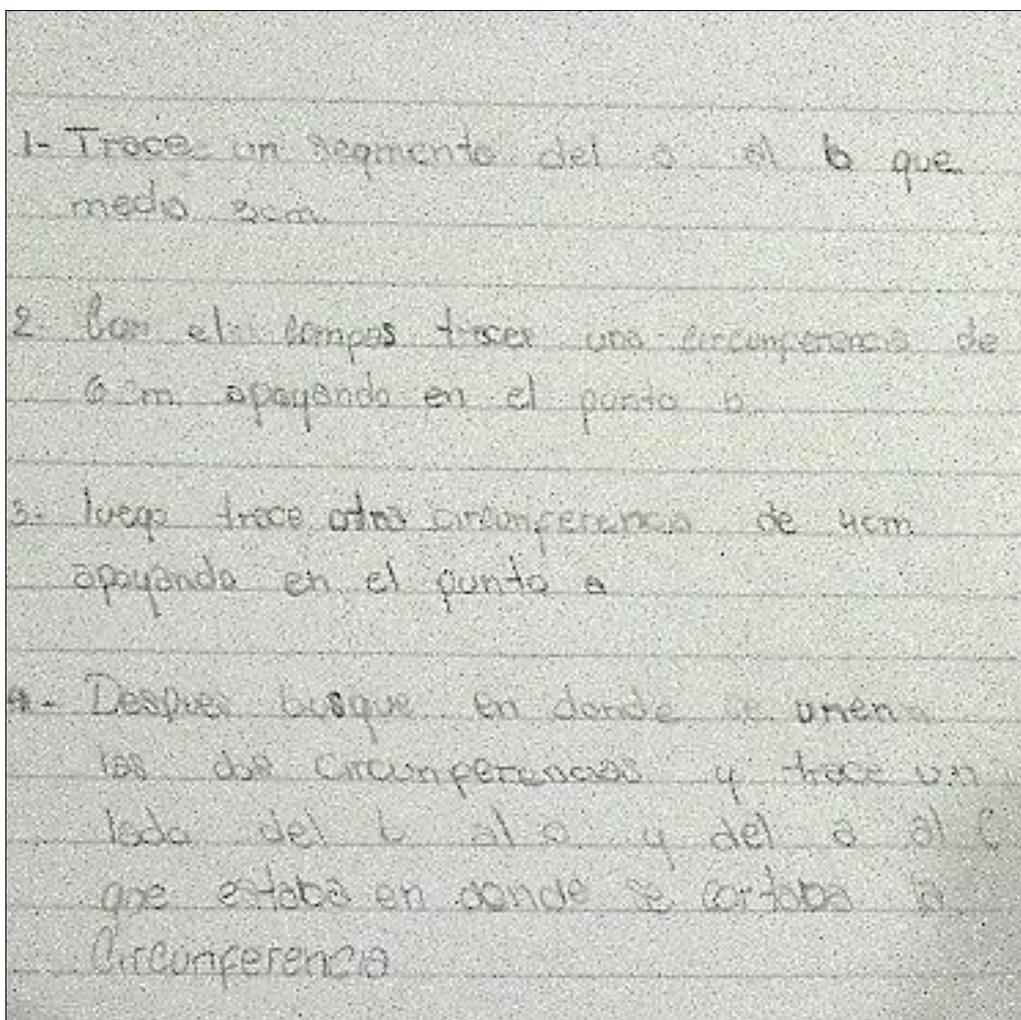


Imagen 10: Actividad 3 realizada por un alumno.

CLASE 2

Comenzamos con un repaso de los temas vistos la clase anterior. Para esto reproducimos la tabla de la *Actividad 2* y la completamos con la ayuda de los alumnos. Una vez finalizado esto repartimos la *Actividad 3* corregida para que la reformulen, teniendo en cuenta las observaciones realizadas tanto oralmente como de manera escrita. Les dimos diez minutos para que realicen dicha actividad.

Para iniciar el trabajo con GeoGebra hicimos una pequeña introducción en donde explicamos de qué se trata el software mientras leíamos de manera grupal la introducción del instructivo (ver ANEXO C). A medida que avanzábamos con la lectura, íbamos indicándoles donde se encontraba cada herramienta y como utilizarla, de manera que pudieran ir aplicándola con un ejemplo en su computadora. En esta clase alcanzamos a concluir la lectura del instructivo.

Si bien comenzaron leyendo el instructivo los estudiantes, debido a que había mucha distracción decidimos leerlo nosotras. En general se mostraron atentos a la lectura del instructivo e interesados con las exploraciones que iban realizando en la computadora. Fueron pocos los alumnos a los que hubo que llamar la atención por no respetar las pautas de trabajo y usar las computadoras para otros fines.

CLASE 3

Comenzamos la clase haciendo un repaso oral de lo que habíamos visto hasta el momento, principalmente en relación al trabajo realizado en GeoGebra la clase anterior.

El objetivo era introducir la propiedad de la Desigualdad Triangular, para esto trabajamos con la Actividad 4 de la Guía de Actividades:

4) Construir triángulos (en GeoGebra) utilizando los siguientes datos:

a) $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{BC}=3\text{cm}$, $\overline{CA}=4\text{cm}$

b) $\overline{AB}=3\text{cm}$, $\overline{BC}=2\text{cm}$, $\overline{CA}=2\text{cm}$

c) $\overline{AB}=1\text{cm}$, $\overline{BC}=4\text{cm}$, $\overline{CA}=2\text{cm}$

d) $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=6\text{cm}$, $\overline{CA}=6\text{cm}$

e) $\overline{AB}=7\text{cm}$, $\overline{BC}=4\text{cm}$, $\overline{CA}=2\text{cm}$

Les solicitamos a los alumnos que cada uno cree una *Carpeta Nueva* en el escritorio para guardar los archivos que generen a partir de la actividad. Además del instructivo de GeoGebra, los estudiantes disponían de un instructivo para crear una carpeta y otro que indicaba cómo se guardaban los archivos en ella (ver ANEXO C).

Además les señalamos que podían trabajar con su compañero de banco y que contaban con treinta minutos para realizar la actividad.

Durante este tiempo recorrimos el curso para aclarar dudas individuales.

Se trataba de una actividad de tipo exploratoria. La idea era promover una reflexión sobre las longitudes que debían tener los lados del triángulo y las relaciones entre estos para asegurar la existencia de dicho triángulo.

En los primeros incisos se presentaron inconvenientes con respecto a la técnica de construcción de triángulos usando compás, ya que si bien habíamos trabajado con ella en las primeras actividades de la guía, los alumnos no se dieron cuenta de aplicarla en GeoGebra o la aplicaban mal. Por ejemplo, al intentar construir el triángulo del inciso a) observamos las siguientes situaciones:

Situación 1: Algunos alumnos comenzaban trazando un segmento con alguna de las longitudes pedidas utilizando la herramienta *Segmento de longitud dada*. Luego trazaban el segundo lado haciendo clic en uno de los extremos del primer segmento dibujado utilizando la misma herramienta. Debido a que esta herramienta siempre dibuja los segmentos en forma horizontal, para generar la figura hay que desplazar uno de los extremos del segmento de longitud 4:

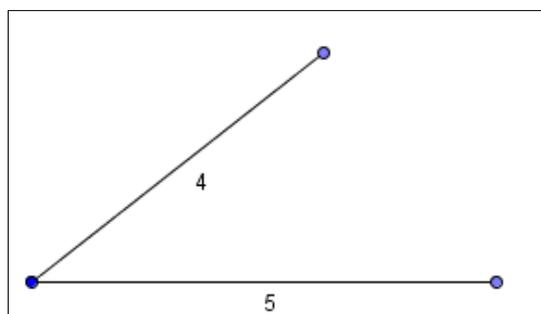


Imagen 11: Dos lados del triángulo construidos con la herramienta *Segmento de longitud dada*.

A continuación, utilizando la herramienta *Segmento*, trazaban el tercer lado uniendo los extremos de los segmentos trazados anteriormente. Finalmente, usando la herramienta *Elige y mueve* movían uno de los extremos de dicho lado hasta lograr la longitud deseada:

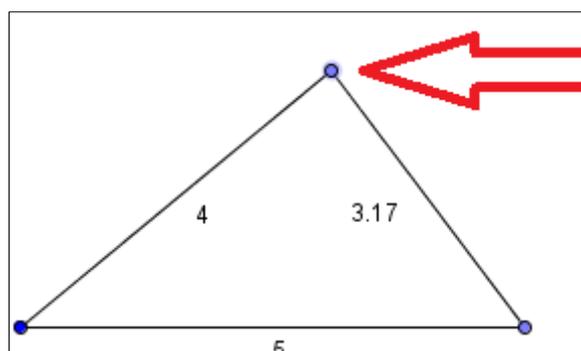


Imagen 12: Representación de una de las primeras construcciones realizada por los alumnos.

Aquí, les señalábamos las ventajas de construir el triángulo usando compás. Una de ellas era que se puede encontrar el tercer vértice con más eficacia y precisión sin tener que estar “acomodando” la longitud del tercer lado. Era importante que los alumnos descartaran esta manera de construir triángulos ya que al aumentar el número de decimales en la medición de los lados eventualmente el tercer lado arrojaba una medición inexacta.

Situación 2: En este caso comenzaban trazando los tres lados del triángulo de manera consecutiva utilizando la herramienta *Segmento de longitud dada*:



Imagen 13: Tres lados del triángulo dibujados con la herramienta *Segmento de longitud dada*.

Luego, utilizando la herramienta *Elige y mueve*, hacían coincidir los extremos de los segmentos para cerrar el triángulo:

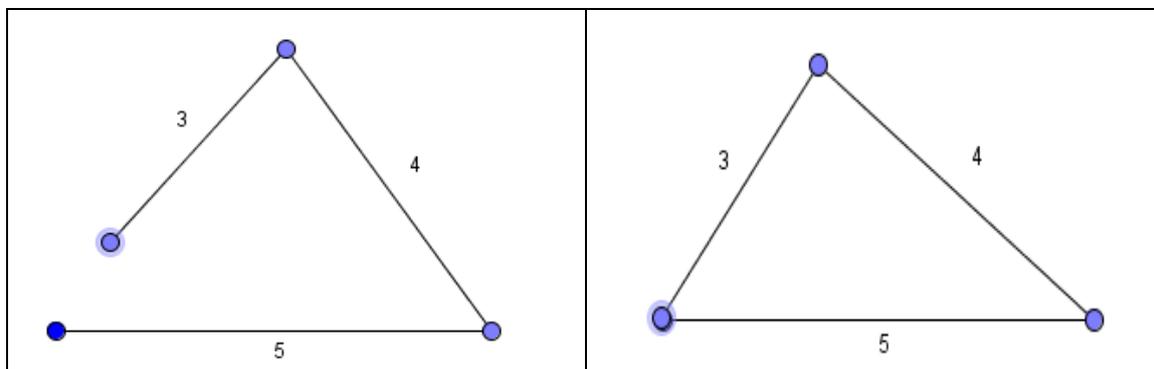


Imagen 14: Secuencia que seguían algunos alumnos para cerrar el triángulo utilizando la herramienta *Elige y mueve*.

Aquí evidenciábamos el error haciendo zoom en la *Vista gráfica*:

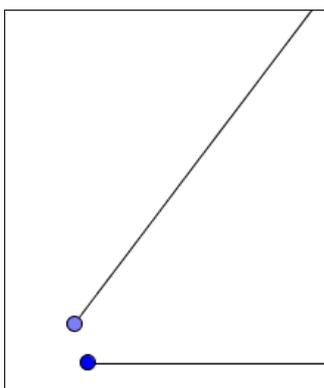


Imagen 15: Zoom realizado sobre uno de los vértices del triángulo de la Imagen 14.

De esta manera podían visualizar que el triángulo no estaba construido correctamente ya que los extremos no coincidían.

También les señalábamos que al aplicar la técnica trabajada para construir un triángulo dadas las longitudes de sus tres lados dibujando las circunferencias para encontrar el tercer vértice podían evitar cometer este error.

Además observamos que, si bien aplicaban la técnica de construcción correctamente no utilizaban las herramientas de GeoGebra adecuadas para dibujar los triángulos. Por ejemplo, trazaban las circunferencias con la herramienta *Compás* y “acomodaban” la longitud del radio con la herramienta *Elige y mueve*, aquí les planteábamos la imprecisión de esta acción ya que si se le aumentaba el número de decimales a la medición seguramente esta arrojaría un error, a raíz de esto notaron que les convenía utilizar la herramienta *Circunferencia (centro, radio)*. Por último, presentaron muchas dificultades para incorporar la herramienta *Intersección*, la mayoría utilizaba la herramienta *Punto* para marcar el punto de corte entre las dos circunferencias. Haciendo zoom sobre la imagen les hacíamos notar la imprecisión de esta herramienta (Imagen 16).

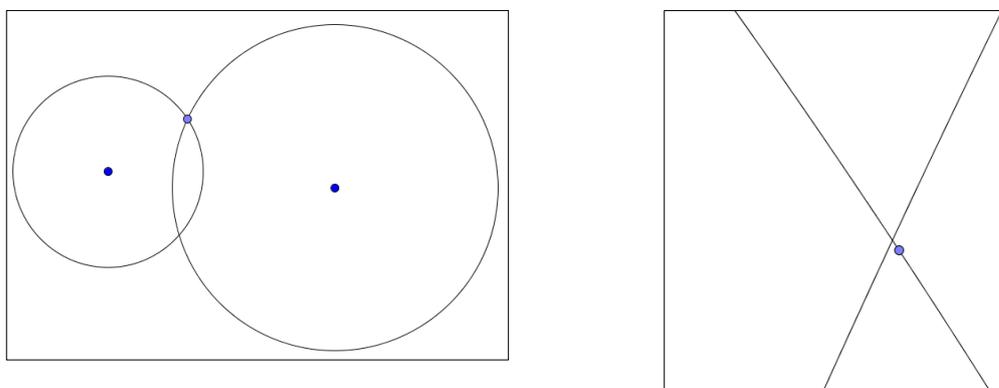


Imagen 16: Intento de búsqueda del punto de intersección entre las dos circunferencias usando la herramienta *Punto*.

Si bien muchos estudiantes notaron que cuando la herramienta *Punto* pinta de *negrita* ambas circunferencias indica el punto de intersección, les planteamos que la herramienta *Intersección* es más precisa y marca todos los puntos de corte entre ambas figuras de una sola vez. Finalmente, lograron construir los triángulos utilizando las herramientas que más les convenían.

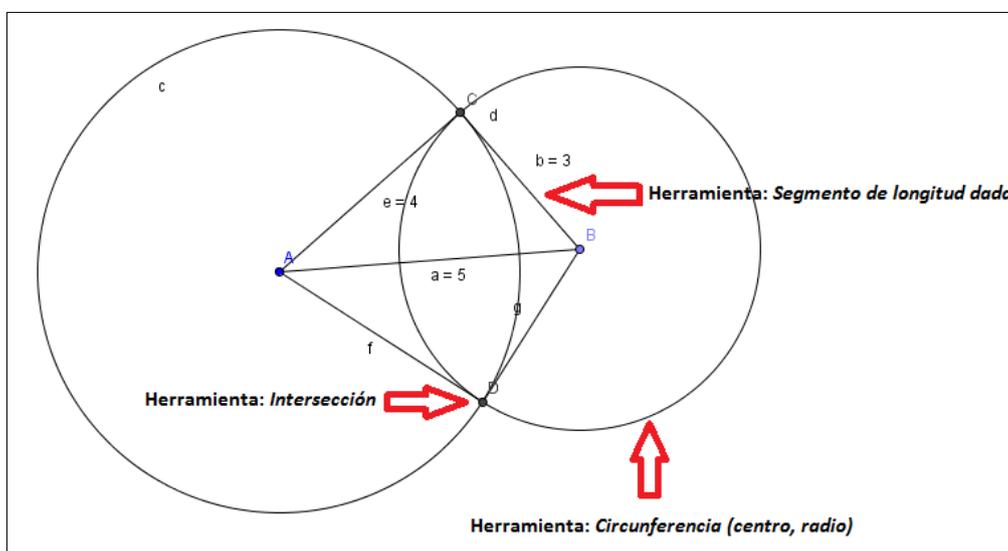


Imagen 17: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4a).

Con respecto a los incisos c) y e) muchos alumnos manifestaron que “*el triángulo no se puede armar*”. Les preguntamos por qué les parecía que pasaba esto, a lo que ellos respondían cosas como *las circunferencias no se cortan, los segmentos no se juntan, etc.* A raíz de esto les dijimos que piensen qué podían hacer o cambiar para que el triángulo pueda ser construido y que anoten sus conclusiones en la *Vista gráfica* para poder utilizarlas en la puesta en común. Estos fueron algunos trabajos realizados por los estudiantes:

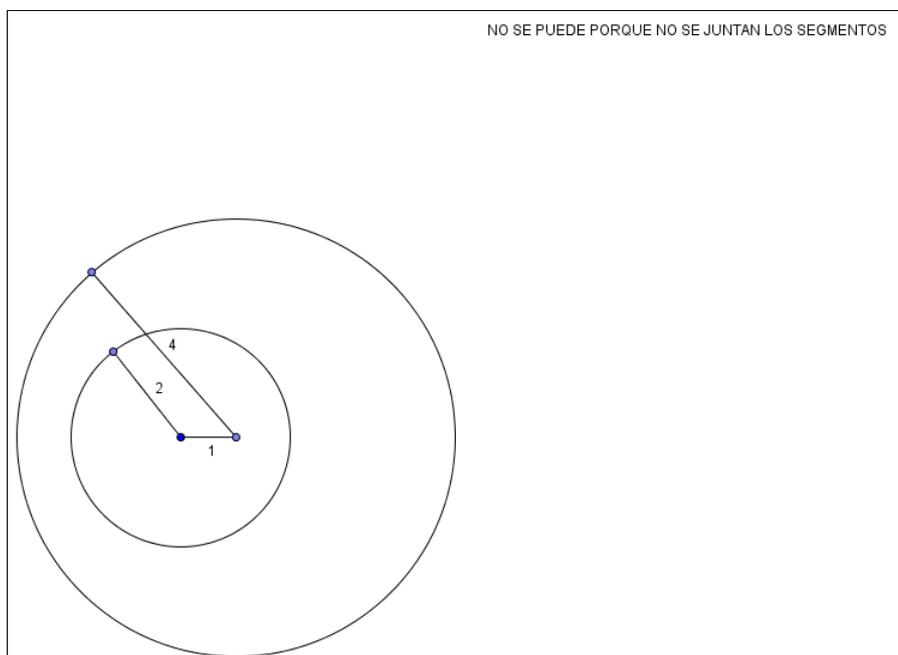


Imagen 18: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4c).

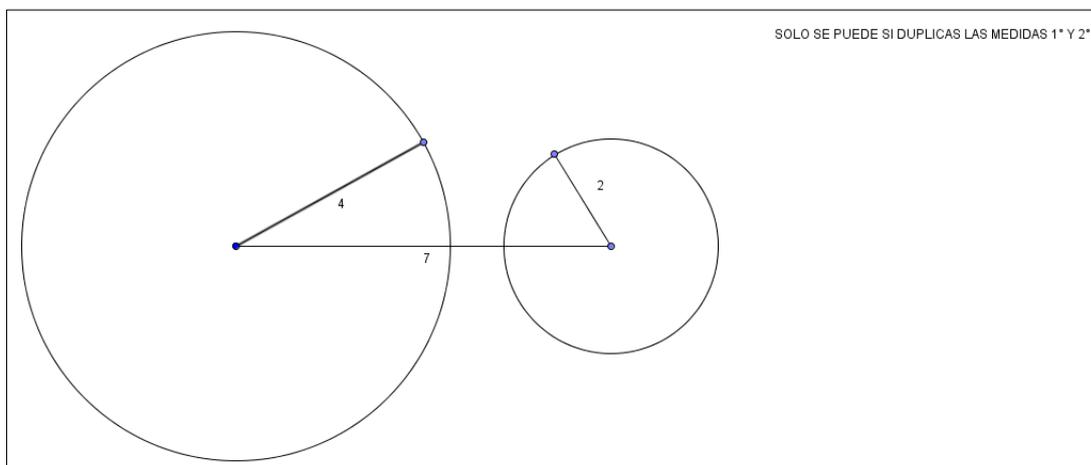


Imagen 19: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4e).

En esta clase los alumnos concluyeron la Actividad 4, pero no alcanzamos a corregirla.

CLASE 4

Comenzamos corrigiendo la *Actividad 4* que había sido resuelta la clase anterior.

En cuanto a los incisos a), b) y d), los alumnos pudieron realizarlos sin dificultades y usaron como guía los pasos elaborados en la *Actividad 3*. En relación a los incisos c) y e), nos advirtieron que no habían podido hacerlos porque cuando graficaban las circunferencias éstas no se tocaban (Imagen 20 e Imagen 21).

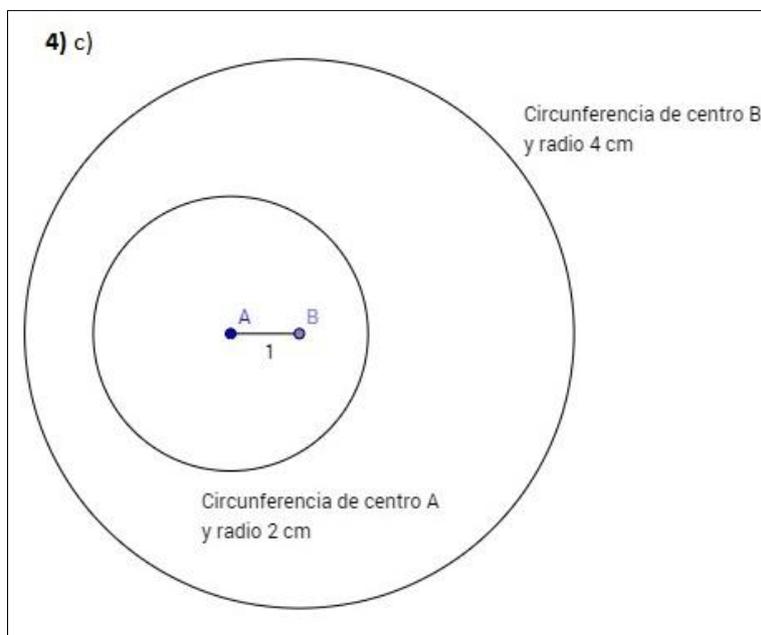


Imagen 20: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4c).

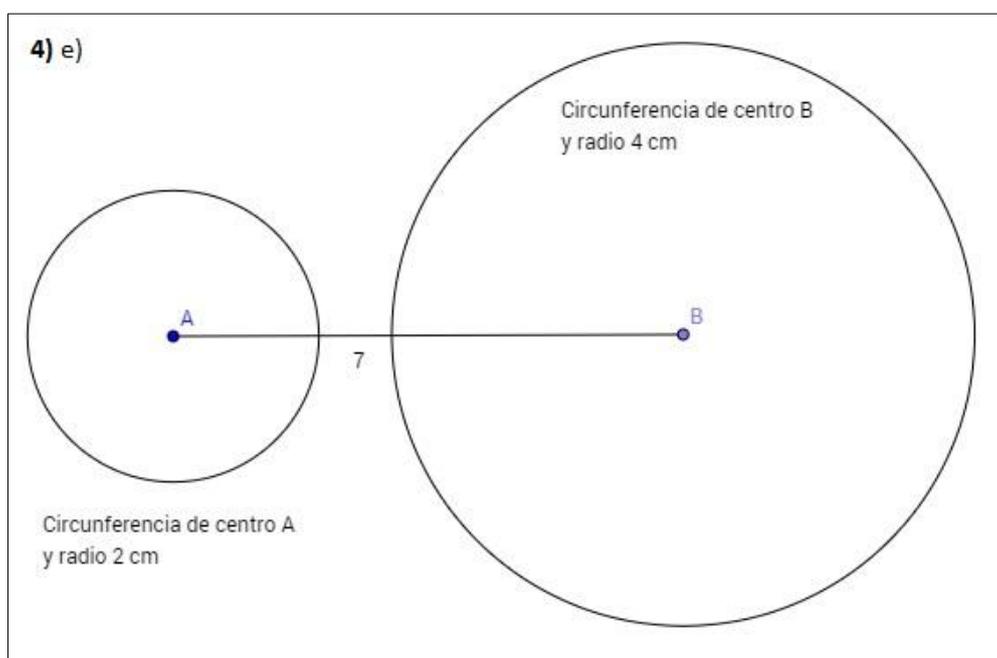


Imagen 21: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4e).

En consecuencia, surgió un debate en el que los alumnos nos plantearon la idea de “agrandar/achicar” una de las circunferencias (es decir alterar la longitud del radio de la circunferencia) o modificar la longitud del segmento \overline{AB} para que éstas pudieran tocarse. En torno a esta discusión, nosotras les planteamos la posibilidad de cambiar la longitud del segmento \overline{CA} del inciso e) a 3 cm. Nuevamente realizamos un gráfico, mediante el cual los alumnos pudieron ver que el triángulo no se podía construir (Imagen 22).

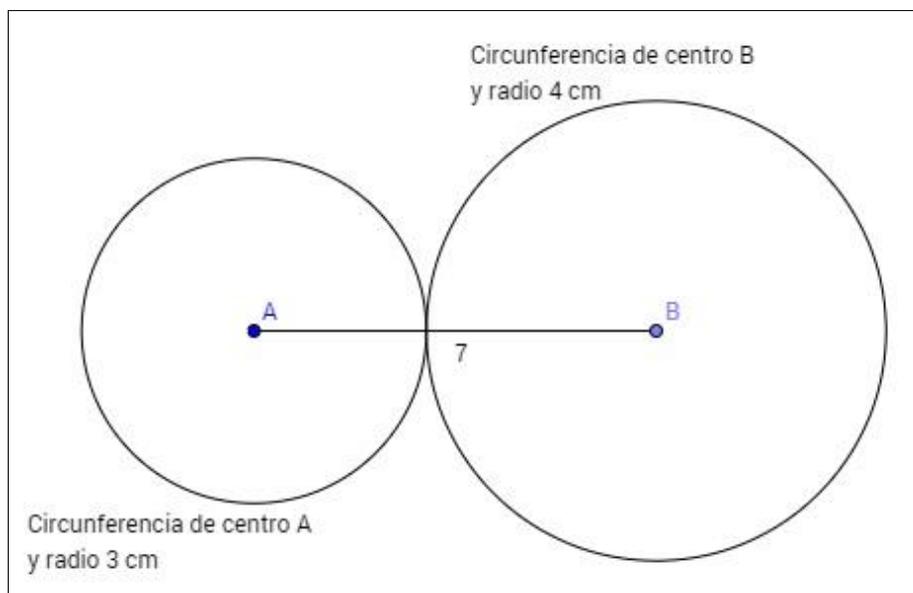


Imagen 22: Construcción realizada en el pizarrón por las practicantes.

Luego, un alumno nos propuso cambiar la longitud del segmento \overline{CA} a 4 cm. De esta manera pudimos graficar un triángulo con dos lados de 4 cm de longitud y un lado de 7 cm (Imagen 23).

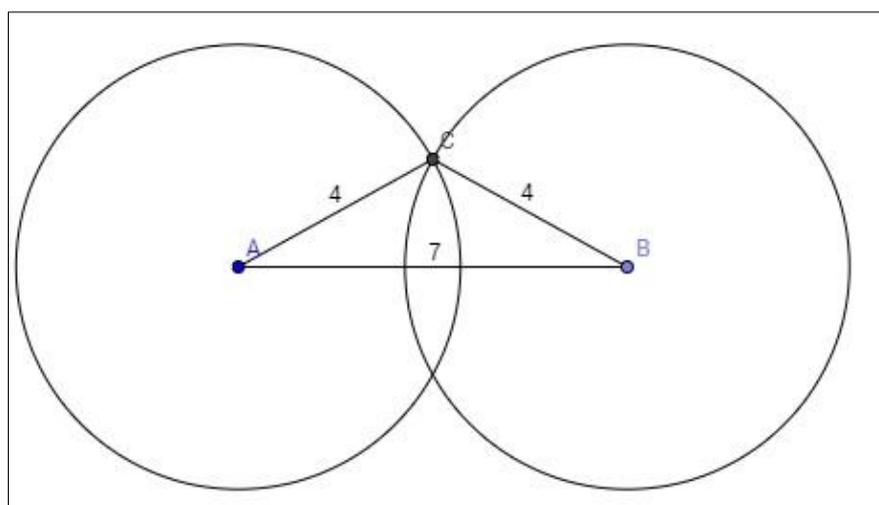


Imagen 23: Construcción realizada en el pizarrón por las practicantes.

Mediante este debate lo que hicimos fue guiarlos a la propiedad de la desigualdad triangular.

Una vez que les explicamos en qué consistía dicha propiedad, la escribimos en el pizarrón: *“Para que un triángulo exista es necesario que la suma de las medidas de dos de sus lados sea mayor que la medida del tercero”*. Además, a partir de ella escribimos las desigualdades que debían cumplirse entre los lados de un triángulo. Para esto, fue necesario recordar a los alumnos qué significaba cada signo de desigualdad.

Una vez enunciada esta propiedad, retomamos el inciso c) y vimos que no se podía construir el triángulo porque sus medidas no cumplían las condiciones de la desigualdad triangular.

Luego, les dimos diez minutos a los estudiantes para que completen la *Actividad 5*.

5) Completar la siguiente propiedad:

DESIGUALDAD TRIANGULAR:

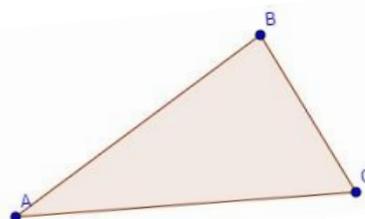
.....

A partir de esta propiedad completar las siguientes desigualdades:

$\overline{BC} + \overline{CA} > \dots\dots\dots$

$\overline{BC} < \dots\dots\dots$

$\overline{CA} < \dots\dots\dots$



A continuación, propusimos a los estudiantes trabajar junto al compañero de banco y usando GeoGebra en la Actividad 6.

6) Un barco de turistas debe llevarlos a visitar 3 islas distintas. Debe ir de la Isla Arrecifes a la Isla Nieves, que se encuentra a una distancia de 50 km para luego ir de la Isla Nieves a la Isla Antigua, y finalmente el barco termina su recorrido regresando a la Isla Arrecifes.



Sabiendo que las islas no se encuentran sobre la misma línea recta, resolver utilizando GeoGebra:

- a) Suponiendo que la distancia entre las 3 islas es la misma construir un gráfico que represente dicha situación.
- b) Ahora supongamos que la distancia entre Arrecifes y Antigua es la misma que entre Arrecifes y Nieves, es decir 50 km. Construir un gráfico que represente dicha situación. ¿Es el único posible?
- c) Finalmente supongamos que la distancia entre las 3 islas es distinta. Construir un gráfico que represente dicha situación. ¿Es el único posible? (Recordar que la distancia entre las islas Arrecifes y Nieves es de 50 km).

(Ayuda: se pueden representar 10 km con 1 cm).

Ésta era una actividad exploratoria, que tenía como objetivo introducir la clasificación de triángulos según sus lados. Destinamos veinticinco minutos para su realización.

Con respecto al inciso a), los alumnos no presentaron dificultad en la realización del triángulo equilátero de 5 cm de lado.

En relación al apartado b), surgieron muchas construcciones diferentes. Todos los chicos dibujaron un triángulo con dos lados de 5 cm, pero la medida del tercer lado era distinta en todos los gráficos.

Algunos alumnos dibujaban primero un segmento \overline{AB} de 5 cm. Luego, graficaban una circunferencia de radio 5 cm y centro en A, por ejemplo. Después, trazaban una circunferencia de radio 3, 4, 6 ó 7 (estas eran las longitudes más usadas por los estudiantes) y centro en B. Y finalmente, unían A con C y C con B para armar el triángulo (Imagen 24).

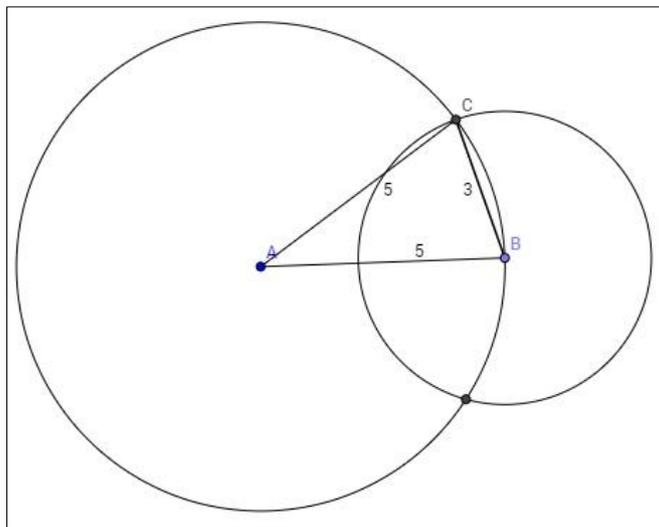


Imagen 24: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4b).

Otros alumnos, trazaron un segmento \overline{AB} de 5 cm y luego graficaron una circunferencia de radio 5 cm y centro en A. Después, utilizando la herramienta de GeoGebra *Punto en objeto*, colocaron un punto C sobre la circunferencia y mediante segmentos lo unieron con A y con B. Así, quedó formado un triángulo con dos lados de 5 cm de longitud y un tercer lado que no tenía una longitud fija, ya que esta variaba cuando los estudiantes movían el punto C sobre la circunferencia. En este caso, los alumnos pudieron ver rápidamente que existían infinitas soluciones para este apartado (Imagen 25).

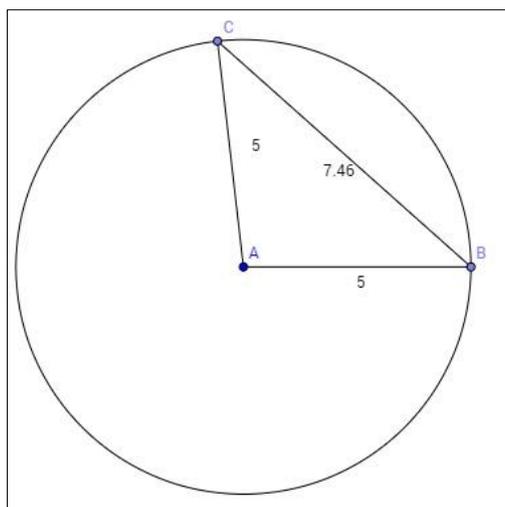


Imagen 25: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 4b).

Con la idea de analizar la cantidad de soluciones posibles y de afianzar la desigualdad triangular, decidimos preguntarles a los alumnos si se podía construir un triángulo (propuesto por uno de los alumnos) que tuviera dos lados de 5 cm y uno de 15 cm. Algunos de ellos contestaron que sí se podía y otros dijeron que no porque si trazábamos un segmento de 15 cm y en sus dos extremos dibujábamos dos circunferencias de 5 cm respectivamente, éstas no se iban a tocar. Sólo uno de ellos dijo que no se podía porque $5+5$ no es mayor que 15. Entonces, les recordamos que como estas medidas no cumplían la desigualdad triangular, el triángulo no se podía construir.

Finalmente, les explicamos que bajo las condiciones de la desigualdad triangular había infinitas soluciones posibles. Para ello dibujamos en el pizarrón un segmento \overline{AB} de 5 cm y una circunferencia de radio 5 cm y centro en A. Luego, les mostramos que tomando diferentes puntos en la circunferencia se podían construir infinitos triángulos (Imagen 26).

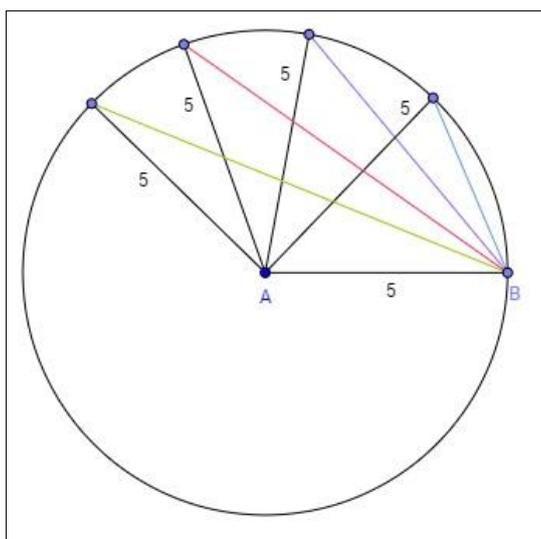


Imagen 26: Gráfico realizado en el pizarrón por las practicantes.

En cuanto al inciso c), todos los alumnos construyeron diversos triángulos respetando la condición de que sólo un lado debía medir 5 cm y los otros dos lados debían tener longitudes diferentes. En este punto, también llegamos a la conclusión de que existen infinitas soluciones, siempre y cuando se cumpla la desigualdad triangular.

CLASE 5

Comenzamos esta clase con un repaso sobre la *Actividad 6*. En base a las construcciones hechas en esta actividad, les preguntamos a los alumnos si sabían cómo se llamaban los triángulos que tenían tres lados iguales y los que tenían tres lados distintos. Ellos contestaron equilátero y escaleno, respectivamente. Utilizando sus respuestas, escribimos las definiciones de triángulo equilátero y triángulo escaleno en el pizarrón. Después les preguntamos si sabían cuáles eran los triángulos isósceles y la mayoría contestó que eran los que tenían dos lados iguales. Entonces les preguntamos si un triángulo que tenía sus tres lados de 5 cm de longitud era isósceles y todos contestaron que no, que ese triángulo era equilátero. Luego, les explicamos

que como los triángulos equiláteros cumplen la condición de tener dos lados de igual longitud también son isósceles. De esta manera, les mostramos que los triángulos isósceles son aquellos que tienen al menos dos lados de igual longitud.

Finalmente, registramos esta definición en el pizarrón y ellos completaron la *Actividad 7* sobre clasificación de triángulos según sus lados. Destinamos diez minutos para la compleción de esta actividad.

7) Completar:

CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS SEGÚN SUS LADOS

Un triángulo que tiene sus tres lados de igual longitud se denomina

Un triángulo que tiene sus tres lados de diferentes longitudes se denomina

Un triángulo que tiene al menos dos lados de igual longitud se denomina

Una vez terminada la actividad anterior, indicamos a los alumnos que debían realizar la *Actividad 8* utilizando GeoGebra.

8) Construir los siguientes triángulos usando GeoGebra:

- a) *Un triángulo isósceles con un lado de 4 cm y otro de 6 cm.*
- b) *Un triángulo escaleno con un lado de 5 cm.*
- c) *Un triángulo equilátero que tenga como lado un segmento de 7 cm.*
- d) *Un triángulo escaleno con un lado de 3 cm y otro de 6 cm.*
- e) *Un triángulo isósceles con un lado de 2cm y otro de 5 cm.*

Decidir en cada caso cuántas construcciones posibles hay.

El objetivo de esta actividad era afianzar la clasificación de los triángulos según sus lados y la propiedad de la desigualdad triangular, ya que los alumnos mostraban dificultad a la hora de poner esta propiedad en juego. No obstante, los chicos realizaron con mucha rapidez esta actividad y recordaron tener en cuenta la desigualdad triangular a la hora de decidir la cantidad de construcciones posibles. Esta actividad tuvo una duración de treinta minutos aproximadamente.

En cuanto al inciso a), algunos alumnos construyeron un triángulo con dos lados de 4 cm y uno de 6 cm, y otros dibujaron un triángulo con dos lados de 6 cm y uno de 4 cm. También hubo alumnos que graficaron ambos triángulos. La puesta en común de las diferentes construcciones permitió al grupo de clase concluir que en este punto había dos soluciones posibles.

Con respecto al apartado b), todos los alumnos dibujaron diferentes triángulos escalenos que tuvieran un lado de 5 cm. Aquí les recordamos a los estudiantes que las

medidas de los lados del triángulo debían cumplir la propiedad de la desigualdad triangular, si no éste no se podía construir. Luego concluimos que existían muchas soluciones que satisfacían lo que pedía el enunciado.

En relación al inciso c), los alumnos no mostraron dificultad en realizar la construcción del triángulo solicitado ni en identificar esta construcción como la única posible.

En cuanto al apartado d), todos los alumnos dibujaron diferentes triángulos escalenos que tuvieran un lado de 3 cm y uno de 6 cm. Una vez más, debatimos sobre la desigualdad triangular analizando las longitudes que podía tener el tercer lado del triángulo. Probando con diferentes medidas, entre todos llegamos a la conclusión de que el tercer lado debía medir entre 4 cm y 9 cm. En base a las diversas construcciones realizadas por los estudiantes, concluimos que este punto tenía infinitas soluciones posibles.

Finalmente, en relación al inciso e), todos los alumnos construyeron un triángulo con dos lados de 5 cm y uno de 2 cm. Entonces les preguntamos si, como en el apartado a), habían podido dibujar un triángulo con dos lados de 2 cm y uno de 5 cm y nos dijeron que no porque ese triángulo no cumplía con la desigualdad triangular. Otros dijeron que no se podía graficar el triángulo porque $2+2$ no era mayor que 5. También hubo alumnos cuya respuesta fue no, ya que las circunferencias no se “cortaban”. Así, entre todos concluimos que en este caso existía una única solución.

CLASE 6

Comenzamos esta clase debatiendo con los alumnos acerca de las nociones de recta, semirrecta y segmento. Teniendo en cuenta sus aportes, construimos una caracterización de cada uno de estos elementos.

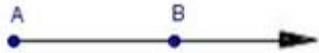
En el caso de la recta, los alumnos de 1º B aportaron las siguientes ideas: *“Es una línea”, “Es una línea sin principio ni final”, “Tiene que ser derecha”*. Cuando les preguntamos cuántos puntos tenía una recta, contestaron *“uno”, “dos”, “ninguno”, “muchos”*. En 1º C, los estudiantes dijeron *“Una recta es una línea derecha”, “Una recta no tiene principio ni fin”, “Una recta está determinada por dos puntos”*. En relación a la cantidad de puntos que contiene una recta, los chicos de esta división hicieron los mismos aportes que los alumnos de 1º B.

En cuanto a la semirrecta, en 1º B dijeron *“La semirrecta es la mitad de la recta”, “La semirrecta es como la recta pero sí tiene principio”*. En 1º C, los alumnos aportaron las siguientes ideas: *“La semirrecta es la mitad de la recta”, “Es un pedacito de la recta”, “Tiene principio pero no tiene fin”*.

En relación al segmento, ambos cursos señalaron que éste era una porción de la recta que tenía principio y fin.

Después de esta discusión, completamos grupalmente el cuadro de la *Actividad 9*.

9) Completar las siguientes definiciones:

NOMBRE	PROPIEDADES Y CARÁCTERÍSTICAS	NOTACIÓN	GRÁFICO
Recta	<i>Una Recta es una línea derecha que no tiene principio ni final y que está formada por infinitos puntos</i>	\overleftrightarrow{AB}	
Semirrecta	<i>Una Semirrecta es una porción de la recta que tiene principio pero no tiene fin. El principio se llama origen</i>	\overrightarrow{AB}	
Segmento	<i>Un Segmento es una porción de la recta que tiene principio y fin. Al principio y al final se los denomina extremos del segmento</i>	\overline{AB}	

Luego, les propusimos a los alumnos que observen el gráfico de la *Actividad 10*, el cual contenía un plano de las calles aledañas a la escuela.

10) Observar la siguiente imagen y completar las definiciones:



“Dos rectas son **paralelas** si no se cortan en ningún punto”

“Dos rectas son **secantes** si se cortan en un punto”

Para introducir los conceptos de rectas paralelas y rectas secantes, les preguntamos qué diferencias veían entre los pares de calles Tanti y Cosquín por un lado y Olimpia y De Pascua por otro. En 1º C, la mayoría notó que el primer par de calles no se cortaba en ningún punto. Asimismo un alumno dijo que sí se cortaban porque había muchas

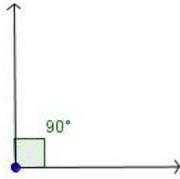
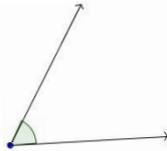
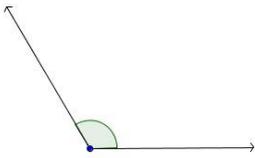
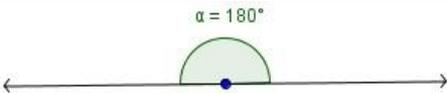
calles que “cruzaban” por Tanti y Cosquín. Entonces le explicamos que ambas calles no se cortaban entre sí. En el caso de 1º B, los alumnos dijeron que Tanti y Cosquín eran paralelas porque no se cortaban en ningún punto. En ambos cursos, los estudiantes notaron que Olimpia y De Pascua se cortaban en un punto y nos dijeron que esas calles eran perpendiculares. En efecto, nosotras les señalamos que las rectas que se cortan en un punto se denominan secantes y que no todo par de rectas secantes son necesariamente perpendiculares.

Una vez trabajadas estas nociones, leímos grupalmente la definición de ángulo que se encontraba en la Guía de Actividades.

Luego entre todos realizamos la *Actividad 11* sobre clasificación de ángulos. Para ello, les preguntamos si sabían o si recordaban cómo se llamaban cada uno de los ángulos graficados en la actividad. Aquí queremos resaltar que los alumnos manejaban con bastante fluidez y claridad esta clasificación.

11) Completar la siguiente tabla:

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS:

Ángulo	Mide 90°	
Ángulo	Mide menos de 90°	
Ángulo	Mide más de 90°	
Ángulo	Mide 180°	
Ángulo	Mide 0°	

A partir de la clasificación de ángulos, comentamos a los estudiantes que había un tipo particular de rectas secantes que al cortarse formaban cuatro ángulos rectos y que recibían el nombre de rectas perpendiculares. Esta definición se encontraba en Guía de Actividades, inmediatamente después de la clasificación de los ángulos.

Con el objetivo de que los alumnos aprendan a graficar ángulos, les propusimos leer grupalmente un instructivo que explicaba cómo debía usarse el transportado para medir ángulos (ver ANEXO C). A medida que íbamos leyéndolo, ellos iban dibujando en su carpeta el ángulo que figuraba como ejemplo en el instructivo.

Finalmente, les pedimos que realicen la *Actividad 12* teniendo en cuenta las indicaciones del instructivo.

12) Dibujar en la carpeta los siguientes triángulos utilizando regla y transportador:

- Un triángulo con un lado de 5 cm y otro de 3 cm. Además el ángulo formado por estos dos lados mide 75° .
- Un triángulo con un lado de 6 cm. Uno de los ángulos con vértice en uno de los extremos de este lado mide 30° y el otro ángulo con vértice en el otro extremo de este lado mide 110° .
- Un triángulo con un lado de 4 cm y otro de 2 cm. Además el ángulo formado por estos dos lados mide 90° .

En cuanto al inciso a), algunos alumnos construyeron correctamente el triángulo y otros se equivocaron al medir la amplitud del ángulo. Esto ocurrió porque no tuvieron en cuenta qué graduación del transportador debían utilizar de acuerdo al punto que habían elegido como vértice del ángulo. Por ejemplo, uno de los alumnos graficó el siguiente triángulo:

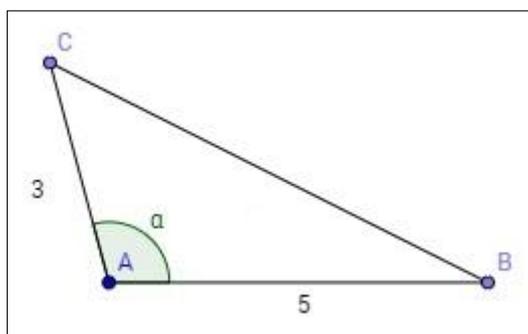


Imagen 27: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 12a).

Aquí el alumno utilizó como vértice del ángulo el punto A, pero en vez de medir el ángulo con la graduación interna del transportador (sentido antihorario), lo midió con la externa (sentido horario). Esto provocó que obtuviera un ángulo interior de 105° y no uno de 75° .

Luego de aclarar dudas en relación al uso del transportador, los alumnos corrigieron el triángulo que habían dibujado.

Con respecto al inciso b), muchos alumnos tuvieron problemas para graficar los ángulos ya que las dificultades en el uso del transportador persistían. Por ejemplo, uno de ellos no pudo dibujar el triángulo, ya que al tomar el punto B como vértice del

ángulo de 30° utilizó la graduación interna del transportador, es decir, usó la misma graduación en ambos extremos del segmento \overline{AB} (Imagen 28).

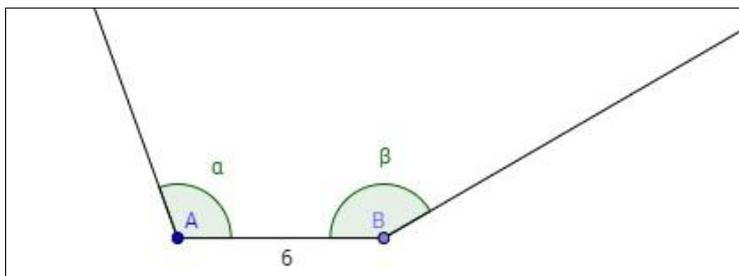


Imagen 28: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 12b).

Nuevamente, fue necesario recordarles que debían tener en cuenta qué graduación usar dependiendo si el vértice era el extremo derecho o izquierdo del segmento lado. Por otro lado, hubo alumnos que midieron y representaron correctamente los ángulos, pero como sólo sabían la longitud de uno de los lados del triángulo nos presentaban dibujos como el siguiente:

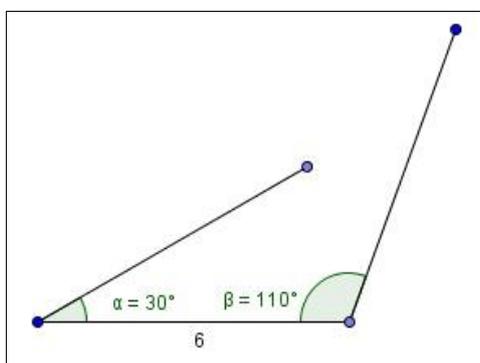


Imagen 29: Gráfico realizado por un alumno correspondiente al ejercicio 12b).

En este caso, les preguntamos si el problema especificaba la longitud de los otros dos lados. El objetivo era conducirlos a la idea de prolongar los lados de los ángulos hasta que se corten para así poder encontrar el tercer vértice del triángulo.

En relación al inciso c), todos los alumnos construyeron correctamente el triángulo. En este punto no se presentó ningún tipo de dificultad en cuanto al uso del transportador, ya que los 90° coinciden en ambas graduaciones de este instrumento geométrico.

CLASE 7

Los conceptos a trabajar fueron: Clasificación de triángulos según sus ángulos y Sistema Sexagesimal, suma de ángulos.

Comenzamos corrigiendo la *Actividad 12*, y dedicamos quince minutos a esta corrección. Para esto un alumno elegido al azar fue indicando cómo construir el triángulo y nosotras, siguiendo sus instrucciones, reproducimos el dibujo en el pizarrón. Una vez corregida la actividad completamos con la ayuda de los alumnos, el cuadro que se muestra más abajo correspondiente a la *Actividad 13* de la Guía de Actividades.

13) Completar el siguiente cuadro:

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS

Nombre del triángulo	Característica	¿Qué triángulo/s de la Actividad 12) corresponde/n?
	<i>Tiene sus tres ángulos agudos</i>	
	<i>Tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos</i>	
	<i>Tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos</i>	

Para completar dicho cuadro indagamos, por ejemplo, *¿Sabes cómo se llaman los triángulos que tienen sus tres ángulos agudos?* Luego de que varios alumnos respondieran correctamente, preguntamos *¿Hay algún triángulo de este tipo en la Actividad 12?* Procedimos de igual modo con las demás filas del cuadro y luego les dimos unos minutos para que lo completaran en su guía.

Seguidamente comenzamos a trabajar con el Sistema Sexagesimal. Para esto utilizamos una fotocopia (ver ANEXO B) que no estaba incluida en la Guía de Actividades que realizamos al comenzar las prácticas debido a que, como explicamos anteriormente, este tema fue agregado después por una recomendación de la docente tutora del curso. Luego de repartir esta fotocopia a los estudiantes, la leímos grupalmente y a medida que avanzábamos con la lectura explicábamos al frente. Recordamos cómo se representa un ángulo de 360° dibujándolo en el pizarrón.

A partir de esto explicamos que, al dividir éste ángulo en 360 partes iguales obtenemos un ángulo de 1° (grado). A su vez, si a un ángulo de 1° lo dividimos en 60 partes iguales obtenemos $1'$ (minuto), y si a $1'$ (minuto) lo dividimos en 60 partes iguales obtenemos $1''$ (segundo), es decir, 1° (grado) equivale a $60'$ (minutos) y $1'$ (minuto) equivale a $60''$ (segundos). Por esto se llamaba Sistema sexagesimal, y su unidad es el grado. Un alumno preguntó por qué grados y no horas, en una primera instancia le contestamos que estábamos midiendo grados y trabajando en el sistema sexagesimal, no horario. A raíz de esto nuestra profesora supervisora nos hizo notar que esto no respondía la duda del estudiante ya que estábamos midiendo ángulos no grados y por otro lado el sistema horario es sexagesimal. Por lo que al volver del recreo aclaramos esto e hicimos una analogía con el sistema horario mediante el siguiente ejemplo:

Supongamos que quedo de juntarme con un amigo en la plaza a las 15:65 hs ¿A qué hora debo ir?

La mayoría se dio cuenta que debía ir pasadas las 16 hs pero mostraron ciertas dificultades en determinar con exactitud la cantidad de minutos. De esta manera recalcamos que el sistema horario es también un sistema sexagesimal, esto significa que, cuando se alcanzan y/o superan los 60 minutos, estos 60 minutos se transforman en una hora. Lo mismo pasa con los segundos, pero en ese caso, los 60 segundos se transforman en un minuto. De esta manera introdujimos el algoritmo de la suma de ángulos.

Comenzamos a resolver en el pizarrón los ejemplos de sumas de ángulos incluidos en la fotocopia. Estos ejercicios estaban seleccionados de manera tal que se pudieran ejemplificar los cuatro casos que se pueden presentar a la hora de sumar ángulos. En el segundo ejemplo los minutos del resultado superan los 60, en el tercero esto sucede sólo con los segundos, en el cuarto ejemplo con ambos y en el primero ni los minutos ni los segundos del resultado de la suma superan los 60.

Suma y resta de ángulos

Para sumar dos ángulos se suman los grados con los grados, los minutos con los minutos y los segundos con los segundos. Veamos los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 50^{\circ} 16' 21'' \\ + 3^{\circ} 32' 29'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27^{\circ} 45' 10'' \\ + 12^{\circ} 19' 37'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41^{\circ} 08' 32'' \\ + 19^{\circ} 25' 44'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24^{\circ} 35' 48'' \\ + 32^{\circ} 27' 36'' \\ \hline \end{array}$$

El primer ejemplo se resolvió sin problemas, los alumnos iban dictando el resultado de las sumas parciales y nosotras los completábamos en el pizarrón.

En el segundo ejemplo la suma quedó determinada de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 27^{\circ} 45' 10'' \\ + 12^{\circ} 19' 37'' \\ \hline 39^{\circ} 64' 47'' \end{array}$$

Imagen 30: Suma realizada en el pizarrón por las practicantes.

En este punto les recordamos que “*los minutos no deben pasarse de 60*”, ya que 60 minutos equivalen a un grado. Mostramos que los 64', obtenidos a partir de la suma parcial de minutos, pueden escribirse como 60'+4' y que esto equivale a 1° 4'. EL grado se suma en la columna de los grados y los 4' son los que quedan en la columna de los minutos. Esto quedó registrado en el pizarrón de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} 27^{\circ} 45' 10'' \\ + 12^{\circ} 19' 37'' \\ \hline 39^{\circ} 64' 47'' \\ + 1^{\circ} -60' \\ \hline 40^{\circ} 4' 47'' \end{array} \quad \begin{array}{l} 64' = 60' + 4' \\ = 1^{\circ} 4' \end{array}$$

Imagen 31: Suma realizada en el pizarrón por las practicantes.

Los demás ejemplos se trabajaron de manera análoga.

Para terminar, dedicamos lo que quedaba de la clase para que los alumnos resolvieran los ejercicios a, b, c y d de la fotocopia.

¡Sumamos y restamos ángulos!

a) $23^{\circ}15'47'' + 80^{\circ}32'10'' =$
 b) $17^{\circ}52'39'' + 91^{\circ}45'' =$
 c) $66^{\circ}47' + 25^{\circ}29'30'' =$
 d) $104^{\circ}57'33'' + 8^{\circ}46'55'' =$
 e) $165^{\circ}27'48'' - 41^{\circ}13'35'' =$
 f) $98^{\circ}50'14'' - 37^{\circ}18'20'' =$
 g) $113^{\circ}22'' - 56^{\circ}42'11'' =$
 h) $155^{\circ} - 121^{\circ}56'59'' =$

(Ayuda: cuando los minutos y/o los segundos no aparecen es porque son iguales a 0)

CLASE 8

Durante esta clase trabajamos el algoritmo de la resta en el Sistema Sexagesimal. Comenzamos corrigiendo las sumas que habían resuelto la clase anterior. Para esto fuimos eligiendo alumnos al azar para que pasen al frente a resolverlas.

Una vez que terminamos de corregir dichas sumas, explicamos cómo restar ángulos. Esta explicación se dio de manera análoga a la explicación del algoritmo de la suma, es decir, resolvimos en el pizarrón los cuatro ejemplos incluidos en la fotocopia de Sistema Sexagesimal.

Para restar dos ángulos se restan los grados con los grados, los minutos con los minutos y los segundos con los segundos. Veamos los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 110^{\circ} 54' 39'' \\ - 32^{\circ} 28' 19'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87^{\circ} 14' 20'' \\ - 51^{\circ} 34' 01'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 134^{\circ} 23' 35'' \\ - 90^{\circ} 15' 37'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180^{\circ} \\ - 76^{\circ} 49' 13'' \\ \hline \end{array}$$

Al igual que en la suma, estos ejercicios ejemplifican los 4 casos que pueden presentarse a la hora de resolver una resta de ángulo. En el primer ejemplo los minutos y los segundos del minuendo son mayores a los del sustraendo, en el segundo ejemplo los minutos del minuendo son menores a los del sustraendo, en el tercer ejemplo los segundos del minuendo son menores a los del sustraendo y, finalmente, en el cuarto ejemplo tanto los minutos como los segundos del minuendo son menores a los del sustraendo.

Al comienzo les costó comprender la idea de que si “pedimos” un grado del minuendo para poder restar los minutos, este grado equivale a 60’ que son los que deben sumarse a los minutos del ángulo del minuendo. Lo mismo pasó con los segundos y los minutos.

A continuación mostramos un ejemplo de cómo quedó registrada una de estas restas en el pizarrón:

$$\begin{array}{r} 59' 60'' \\ - 1' + 60'' \\ 179^{\circ} 60' \\ - 1^{\circ} + 60' \\ \del{180^{\circ}} 00' 00'' \\ - 76^{\circ} 49' 13'' \\ \hline 103^{\circ} 10' 47'' \end{array}$$

Imagen 32: Resta realizada en el pizarrón por las practicantes.

Una vez que desarrollamos los cuatro ejemplos en el pizarrón les dimos veinte minutos para que resuelvan las actividades e, f, g y h de la fotocopia de Sistema Sexagesimal.

Pasados estos minutos, y observando que la mayoría había concluido la actividad, hicimos pasar a cuatro alumnos al azar al pizarrón para corregirlas.

Notamos que a los alumnos les costó más comprender el algoritmo de la resta que el de la suma. Principalmente cuando el minuendo era menor al sustraendo. Los alumnos se confundían cuando tenían que pedir un grado o minuto de la izquierda, ya que lo asociaban a la resta del sistema decimal y ocasionalmente en vez de sumar de a 60 sumaban de a 10 minutos o segundos respectivamente. Además nos encontramos con que gran parte del curso mostraba dificultad para sumar o restar con dos cifras. Esto provocaba que los estudiantes se demorasen mucho al resolver la operación y que perdieran de vista la idea global del algoritmo de la suma y la resta para el sistema sexagesimal.

Luego de corregir en el pizarrón les dimos unos minutos para que corrijan en su carpeta.

CLASE 9

Durante esta clase trabajamos la propiedad de la Suma de los ángulos interiores de un triángulo.

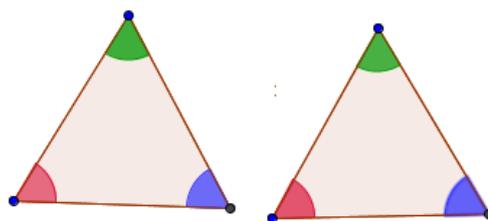
Decidimos introducir la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo a través de una actividad manual para “acercar” a los alumnos a esta propiedad, y luego la validamos y generalizamos con un applet realizado en GeoGebra.

Tomamos esta decisión basándonos en ideas de Itzcovich. H (2005), quien afirma que en este tipo de demostraciones empíricas

“no se recurre a ninguna propiedad geométrica que dé cuenta de la necesidad del resultado obtenido, ni hay certeza geométrica de que pudiera provenir de concatenar propiedades que permiten inferir tal resultado. A su vez, no hay indicaciones que muestren que lo que ocurre con el triángulo con el que se trabaja se repite con todos los triángulos, perdiendo la perspectiva del alcance general de la propiedad” (pág. 45-46)

Dimos a los alumnos las siguientes indicaciones para comenzar a trabajar:

Dibujar dos triángulos iguales en la hoja. Luego recortarlos y pintar sus ángulos interiores de la siguiente manera:



Pegar uno de los triángulos en la carpeta. Al triángulo que queda, recortarle los ángulos interiores y pegarlos en el cuadro de la Actividad 14, uno al lado del otro de manera que los tres vértices se toquen.

Escribimos estas instrucciones en el pizarrón para que queden a la vista de todos. Debido a que en el 1° C se habían presentado dificultades a la hora de pegar los ángulos ya que en general no hacían coincidir los vértices decidimos construir dos triángulos de cartulina (Imagen 33) para una mejor comprensión y representación en el pizarrón. Estos triángulos fueron realizados con un papel de tamaño A4 para que los alumnos pudieran verlos desde sus bancos.

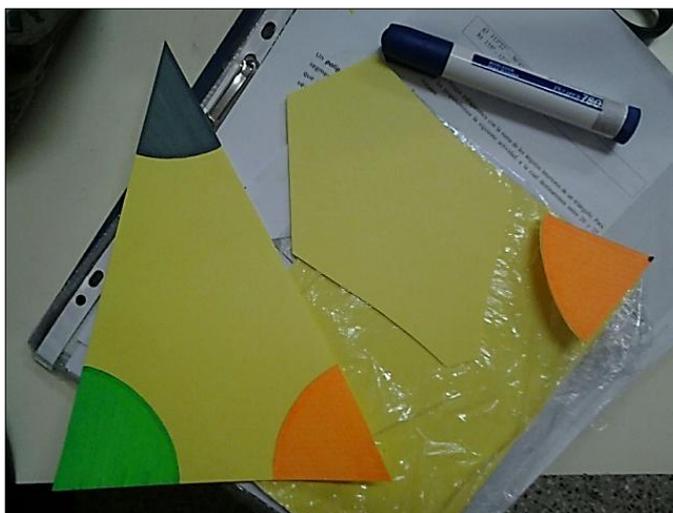


Imagen 33: Triángulos utilizados para explicar la Actividad 14

Luego de explicar al frente los primeros pasos (cortar el triángulo, pintar los ángulos interiores y recortarlos), les dimos veinte minutos para que completen la actividad. A pesar de que los alumnos entendieron como debían pegar los ángulos se les presentaron dificultades, ya que no dibujaban el arco de cada uno como en la imagen y los cortaban como triángulos lo que hacía que perdieran de vista el vértice, o pintaban una porción muy pequeña y luego no podían visualizar el ángulo de 180° . Pasados estos veinte minutos, explicamos en el pizarrón (con la ayuda de los triángulos de cartulina) cómo debían pegarse los ángulos interiores en el cuadro de la *Actividad 14*. Esto quedó registrado en el pizarrón de la siguiente manera:

14) Completar la siguiente propiedad:

“La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de.....”



Una vez que todos los estudiantes tuvieron pegados los ángulos interiores les preguntamos si reconocían algo que les llamara la atención en esta imagen. En ambos cursos hubo estudiantes que respondieron que se formaba un ángulo de 180° . Para mostrar esto, prolongamos las semirrectas, que serían los lados de dicho ángulo, y marcamos su origen (vértice del ángulo) en el pizarrón:

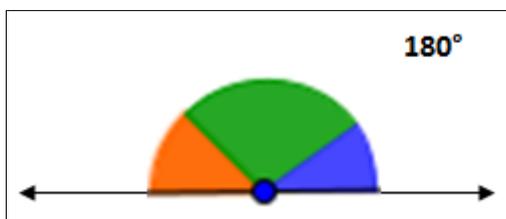


Imagen 34: Gráfico realizado en el pizarrón por las practicantes, correspondiente a la Actividad 14.

Luego de esto, explicamos que este ángulo de 180° era el resultado de sumar las amplitudes de estos tres ángulos (que eran los ángulos interiores del triángulo), y les hicimos notar que a todos les había quedado construido el mismo ángulo a pesar de que todos los triángulos eran diferentes.

Viendo que todos entendieron esta idea, les preguntamos: *¿Es suficiente que se cumpla esta propiedad en estos treinta y dos triángulos para decir que la suma de los ángulos interiores de TODO triángulo da 180°?* La mayoría de los alumnos contestó que sí y el resto no contestó nada. Entonces para poder verificar que esta propiedad se cumple en absolutamente todos los triángulos, les mostramos un applet en GeoGebra (ver ANEXO F) que previamente habíamos descargado en sus netbooks.

El applet mostraba un triángulo y señalaba la amplitud de sus ángulos interiores. Al costado del triángulo, había un texto en el que aparecían sumadas las amplitudes de dichos ángulos (Imagen 35).

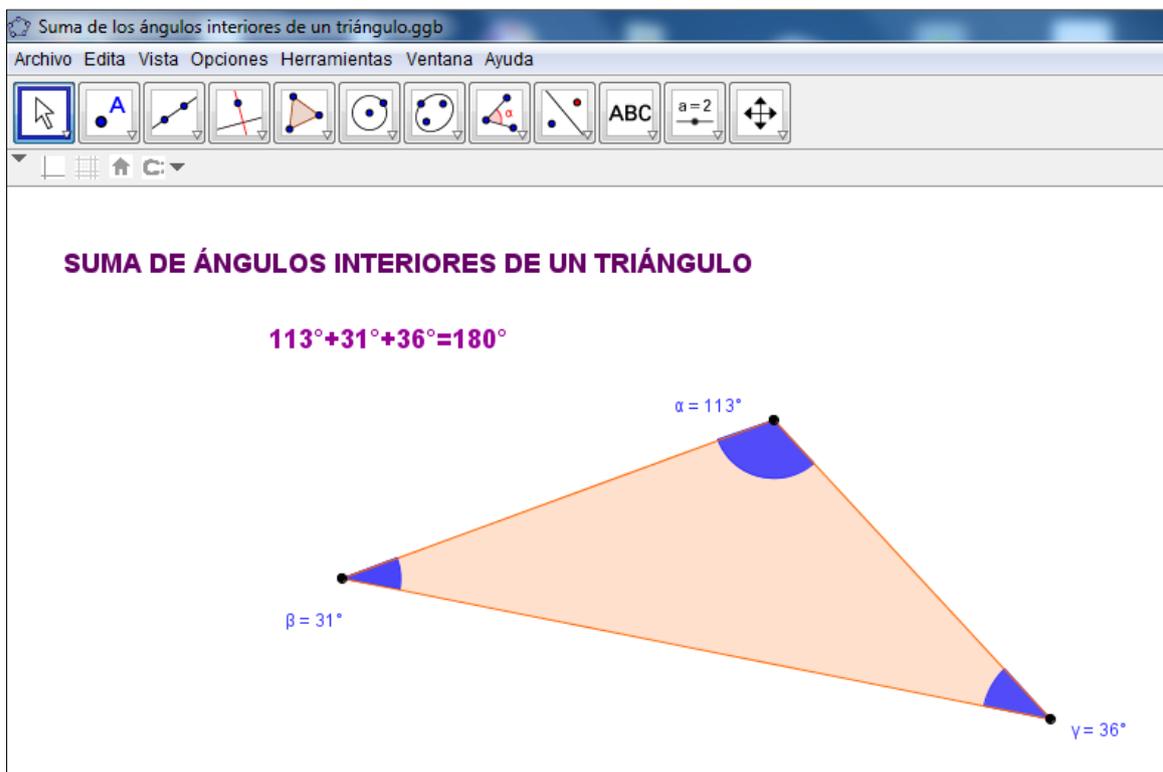


Imagen 35: Captura de pantalla de la aplicación realizada en GeoGebra.

Para generalizar la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo pedimos a los chicos que usando la herramienta *Elige y Mueve* seleccionaran cualquier vértice del triángulo y lo movieran para cualquier lado. Con esto lograron ver que a

pesar de que el triángulo y las amplitudes de sus ángulos interiores iban variando, la suma siempre daba 180° .

Varios alumnos movían los vértices y nos mostraban triángulos como los siguientes:

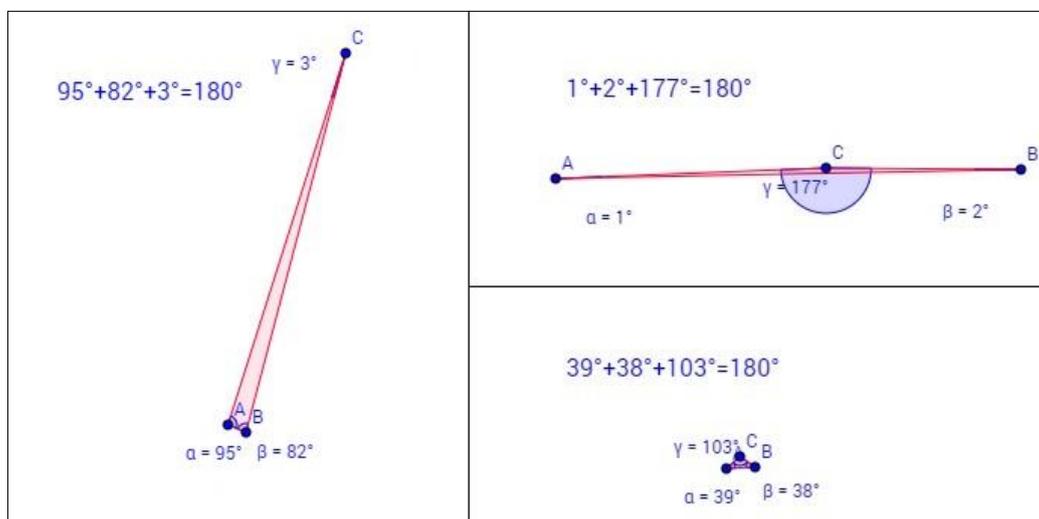


Imagen 36: Representación de exploraciones realizadas por los alumnos en GeoGebra.

Esta actividad no sólo nos permitió verificar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre da 180° , sino que también nos dejó ver el interés y la curiosidad que los alumnos tenían sobre esta propiedad. Fue por eso que nos mostraron triángulos tan particulares como los de la imagen de arriba en los que se notaba que desafiaban de cierta manera los alcances de la aplicación.

Luego de la actividad anterior, les repartimos unas fotocopias (Imagen 37) para realizar un repaso previo a la evaluación y entre todos leímos las actividades para despejar dudas. Los estudiantes están acostumbrados a esta modalidad, por lo que la docente tutora nos sugirió que realizáramos este repaso la clase anterior a la evaluación.

REPASO

- 1) Construir los siguientes triángulos. Clasificarlos según sus lados y según sus ángulos.
 - a. $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 3 \text{ cm}$
 - b. Un triángulo que tenga un lado de 5 cm. Uno de los ángulos que se apoya sobre este lado mide 45° y el otro ángulo que se apoya sobre este lado mide 115° . ¿Cuánto mide el tercer ángulo?
- 2) ¿Puede construirse el siguiente triángulo? ¿Puede contestarse esta pregunta sin dibujar el triángulo?

$\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 1 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 5 \text{ cm}$
- 3) Construir los siguientes triángulos. Decidir cuántas construcciones posibles hay y justificar la respuesta.
 - a. Un triángulo isósceles con un lado de 7 cm y otro de 3 cm.
 - b. Un triángulo escaleno con un lado de 4 cm y otro de 5 cm.
- 4) Resolver las siguientes operaciones:

$$\begin{array}{r} 35^\circ 28' 47'' \\ + 58^\circ 16' 29'' \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 107^\circ 15' 06'' \\ - 26^\circ 16' 57'' \\ \hline \end{array}$$

Imagen 37: Fotocopia entregada a los alumnos.

En cuanto a la pregunta del ejercicio 1) b.: *Construir un triángulo que tenga un lado de 5 cm. Uno de los ángulos que se apoya sobre este lado mide 45° y el otro ángulo que se apoya sobre este lado mide 115° . ¿Cuánto mide el tercer ángulo?*, en ambos cursos uno de los alumnos dijo que para averiguar la medida del tercer ángulo teníamos que sumar 45° y 115° y a ese resultado restárselo a 180° , ya que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° .

Como esta respuesta es correcta y ellos ya saben resolver ecuaciones, decidimos plasmar dicha respuesta en el pizarrón de la siguiente manera:

$$45^\circ + 115^\circ + X = 180^\circ$$

Entonces les dijimos que la medida del ángulo que falta sería la incógnita de nuestra ecuación y que por eso la llamamos "X". Luego ellos nos dijeron que al resultado de sumar 45° y 115° lo "pasábamos restando para el otro lado", es decir $X = 180^\circ - 160^\circ$, y que de esa forma averiguaríamos el valor de X, o sea la medida del tercer ángulo.

Consideramos que relacionar lo que los chicos sabían de ecuaciones con lo que estábamos viendo en geometría fue una buena decisión ya que ayudó a afianzar en ellos la suma de los ángulos interiores de un triángulo y la resolución de ecuaciones.

CLASE 11

En esta clase comenzamos trabajando con la definición de polígonos. Grupalmente, leímos esta definición y la clasificación en cóncavos y convexos, que se encontraban explicitados en la Guía de Actividades que tenían los alumnos.

A su vez, diferenciamos los polígonos regulares de los irregulares y completamos la *Actividad 16* con las definiciones de ambos tipos de polígonos.

16) Completar las siguientes definiciones:

Se dice que un polígono es **regular** si todos sus lados tienen la misma longitud y todos sus ángulos tienen la misma amplitud.

Se dice que un polígono es **irregular** si no es regular.

Luego, entre todos completamos el cuadro de la *Actividad 17*, en el cual había que colocar la cantidad de lados que podía tener un polígono y el nombre que éste recibía. Realizamos esta actividad en diez minutos.

Aquí queremos mencionar que los alumnos sólo conocían el nombre de los polígonos con pocos lados. Por eso, la clasificación de los polígonos de más de cinco lados se los proporcionamos nosotras. Además, para el nombre de los polígonos de cuatro lados, los estudiantes sugerían tipos específicos de cuadriláteros como cuadrado y rectángulo. En consecuencia, les hicimos notar que todas las figuras que tienen cuatro lados (rombo, romboide, trapecio, trapezoide, cuadrado y rectángulo) reciben el nombre de cuadrilátero.

17) A partir de las construcciones realizadas en la Actividad 15 completa el siguiente cuadro:

POLÍGONOS

<i>Cantidad de lados</i>	<i>Nombre del polígono</i>
3	<i>triángulo</i>
4	<i>cuadrilátero</i>
5	<i>pentágono</i>
6	<i>hexágono</i>
7	<i>heptágono</i>
8	<i>octógono</i>
9	<i>eneágono</i>
10	<i>decágono</i>

En base a lo trabajado anteriormente, propusimos a los alumnos que realicen la *Actividad 15* de la Guía de Actividades. En esta actividad debían construir diversos polígonos utilizando distintos tipos de triángulos de cartulina que nosotras les proporcionaríamos.

Aquí queremos resaltar que el contenido teórico de esta clase fue abordado con mucha rapidez ya que, por cuestiones que mencionaremos más adelante, la actividad sobre construcción de polígonos fue realizada a modo de trabajo práctico evaluativo. También fue por este motivo que decidimos realizar primero las *Actividades 16* y *17* y dejar para el último la *Actividad 15*. Los detalles de esta última actividad serán explicados con más profundidad en la sección *La evaluación de los aprendizajes*.

Cabe destacar que con esta actividad culminaron nuestras prácticas docentes.

e. La participación de los alumnos y la organización del escenario.

Con respecto a la participación de los alumnos, observamos que, en general, ambos cursos eran muy participativos. Presentaban buena predisposición para pasar al frente o leer el enunciado de las actividades. La mayoría trabajaba en clase, como las actividades se resolvían de a dos, debatían con el compañero de banco mientras trabajaban.

En cuanto a la organización del escenario, los alumnos se agrupaban en cuatro filas de bancos dobles, formando tres pasillos por los cuales podíamos recorrer el aula, tal como se muestra en la siguiente imagen:



Imagen 38: Distribución de los alumnos en el aula.

El curso de 1° B se mantuvo durante todas las prácticas en un aula ubicada en la planta baja del edificio, en cambio, el curso de 1° C fue trasladado a un aula ubicada en el primer piso, esta aula era más grande que las de la planta baja, por lo que los alumnos se dispersaban mucho, notamos esta diferencia cuando los alumnos tuvieron clases en un aula en el patio de la escuela. Antes de que finalizaran las prácticas volvieron a su aula habitual en la planta baja y el cambio de la dinámica grupal también se hizo notorio. La razón por la que los habían trasladado en primer lugar era que un estudiante que cursaba usualmente en el primer piso se había accidentado y no podía subir las escaleras.

f. La evaluación de los aprendizajes

- Evaluación general

En base a la dinámica del trabajo realizado en el aula y al desarrollo de los contenidos, consideramos realizar una evaluación sumativa el décimo día de clases.

A la hora de elaborar el instrumento de evaluación, decidimos incluir las actividades que habían resultado más sustanciosas, en cuanto importancia y trascendencia, durante el desarrollo de las prácticas. A su vez, confeccionamos ejercicios en los que se abordaban de forma relacionada todos los temas vistos.

En un principio, pensamos elaborar una evaluación que contuviera actividades para realizar de forma escrita y con GeoGebra. Debido a que no podíamos garantizar que todos los chicos tuvieran una computadora con carga y con el programa instalado (puesto que no todos los alumnos tenían sus netbooks y no todas las computadoras de la escuela nos eran útiles), decidimos que la evaluación sería de carácter escrito e individual.

De esta manera, quedaron confeccionadas las siguientes evaluaciones:

<u>EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA (Tema 1)</u>	
Nombre y Apellido:	
Curso:	
Fecha:	
1)	<p>a. Construir un triángulo con $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 5 \text{ cm}$. Clasificarlo según sus lados y según sus ángulos.</p> <p>b. Construir un triángulo que tenga un lado de 4 cm. Uno de los ángulos que se apoya sobre este lado mide 25° y el otro ángulo que se apoya sobre este lado mide 100°. Clasificarlo según sus lados y según sus ángulos ¿Cuánto mide el tercer ángulo?</p>
2)	¿Puede construirse un triángulo con $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 6 \text{ cm}$? ¿Puede contestarse esta pregunta sin dibujar el triángulo?
3)	<p>Construir los triángulos solicitados en cada ítem. Decidir cuántas construcciones posibles hay en cada caso y justificar la respuesta.</p> <p>a. Un triángulo isósceles con un lado de 3 cm y otro de 8 cm.</p> <p>b. Un triángulo escaleno con un lado de 5 cm y otro de 7 cm.</p>
4)	<p>Resolver las siguientes operaciones:</p> <p>a. $24^\circ 07' 38'' + 39^\circ 55' 47'' =$</p> <p>b. $170^\circ 15' 23'' - 86^\circ 29' 51'' =$</p>

Imagen 39: Evaluación (Tema 1).

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA (Tema 2)

Nombre y Apellido:

Curso:

Fecha:

- 1) a. Construir un triángulo con $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 4 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 4 \text{ cm}$. Clasificarlo según sus lados y según sus ángulos.
 b. Construir un triángulo que tenga un lado de 6 cm. Uno de los ángulos que se apoya sobre este lado mide 20° y el otro ángulo que se apoya sobre este lado mide 120° . Clasificarlo según sus lados y según sus ángulos ¿Cuánto mide el tercer ángulo?
- 2) ¿Puede construirse un triángulo con $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 1 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 4 \text{ cm}$? ¿Puede contestarse esta pregunta sin dibujar el triángulo?
- 3) Construir los triángulos solicitados en cada ítem. Decidir cuántas construcciones posibles hay en cada caso y justificar la respuesta.
 a. Un triángulo isósceles con un lado de 6 cm y otro de 2 cm.
 b. Un triángulo escaleno con un lado de 4 cm y otro de 8 cm.
- 4) Resolver las siguientes operaciones:
 a. $17^\circ 13' 40'' + 24^\circ 48' 29'' =$
 b. $180^\circ 10' 14'' - 60^\circ 22' 32'' =$

Imagen 40: Evaluación (Tema 2).

Cabe destacar que dividimos las evaluaciones en Tema 1 y Tema 2 ya que la docente tutora procedía de esta manera.

Luego de confeccionar las pruebas, elaboramos los criterios con los que evaluaríamos el trabajo de los alumnos, a los fines de garantizar una corrección equitativa de todas las evaluaciones.

Los criterios establecidos fueron los siguientes:

PUNTAJE:

Ejercicio 1		Ejercicio 2	Ejercicio 3		Ejercicio 4		TOTAL
a	b		a	b	suma	resta	
1	1,5	2,5	1,25	1,25	1,25	1,25	10

- 1) a. Construir un triángulo con $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 5 \text{ cm}$. Clasificarlo según sus lados y según sus ángulos.
 b. Construir un triángulo que tenga un lado de 4 cm. Uno de los ángulos que se apoya sobre este lado mide 25° y el otro ángulo que se apoya sobre este lado mide 100° . Clasificarlo según sus lados y según sus ángulos ¿Cuánto mide el tercer ángulo?

En este ejercicio se evaluarán los siguientes contenidos:

Informe Final M.O.P.E - 2015

López, Eliana; Moreno, Ana Paula

- Técnica de construcción de triángulos.
- Clasificación de triángulos según sus lados.
- Clasificación de triángulos según sus ángulos.
- Suma de ángulos interiores de un triángulo

Se considerarán:	PUNTOS
No realiza el ejercicio	0
Con respecto al Ejercicio 1)a.:	
❖ Utiliza la técnica de construcción (regla y compás):	
➤ Clasifica correctamente según sus lados y sus ángulos	1
➤ No clasifica correctamente según sus ángulos pero si según sus lados o viceversa	0,67
➤ Realiza incorrectamente ambas clasificaciones o no las realiza	0,33
❖ No utiliza la técnica de construcción (regla y compás):	
➤ Clasifica correctamente según sus lados y sus ángulos	0,67
➤ No clasifica correctamente según sus ángulos pero si según sus lados o viceversa	0,33
➤ Realiza incorrectamente ambas clasificaciones o no las realiza	0
Con respecto al Ejercicio 1)b.:	
❖ Utiliza la técnica de construcción (regla y transportador):	
➤ Clasifica correctamente según sus lados, sus ángulos y responde correctamente cuánto mide el tercer ángulo	1,5
➤ Realiza sólo una de las clasificaciones correctamente y responde correctamente cuánto mide el tercer ángulo.	1,12
➤ Realiza sólo una de las clasificaciones correctamente y responde incorrectamente cuánto mide el tercer ángulo.	
◆ Si reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° pero no suma o resta correctamente	1
◆ Si no responde la pregunta o no reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° (es decir lo realiza incorrectamente)	0,75
➤ Realiza incorrectamente ambas clasificaciones o no las realiza y responde correctamente cuánto mide el tercer ángulo	0,75
➤ Realiza correctamente ambas clasificaciones pero responde incorrectamente o no responde cuánto mide el tercer ángulo*.	
◆ Si reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° pero no suma o resta correctamente	1,4
◆ Si no responde la pregunta o no reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° (es decir lo realiza incorrectamente)	1,12
➤ Realiza incorrectamente ambas clasificaciones y responde incorrectamente cuánto mide el tercer ángulo*, o no realiza el ejercicio.	
◆ Si reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° pero no suma o resta correctamente	0,65
◆ Si no se realiza el ejercicio o no reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° (es decir lo realiza incorrectamente)	0
❖ No utiliza la técnica de construcción (regla y transportador):	
➤ Clasifica correctamente según sus lados, sus ángulos y responde correctamente cuánto mide el tercer ángulo.	1,12
➤ Realiza sólo una de las clasificaciones correctamente y responde correctamente cuánto mide el tercer ángulo.	0,75

➤ Realiza sólo una de las clasificaciones correctamente y responde incorrectamente cuánto mide el tercer ángulo*.	
◆ Si reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° pero no suma o resta correctamente	0,65
◆ Si no responde la pregunta o no reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° (es decir lo realiza incorrectamente)	0,37
➤ Realiza incorrectamente ambas clasificaciones o no las realiza y responde correctamente cuánto mide el tercer ángulo	0,37
➤ Realiza correctamente ambas clasificaciones pero responde incorrectamente o no responde cuánto mide el tercer ángulo*.	
◆ Si reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° pero no suma o resta correctamente	0,65
◆ Si no responde la pregunta o no reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° (es decir lo realiza incorrectamente)	0,75
➤ Realiza incorrectamente ambas clasificaciones y responde incorrectamente cuánto mide el tercer ángulo*,	
◆ Si reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° pero no suma o resta correctamente	0,28
◆ Si no se realiza el ejercicio o no reconoce que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° (es decir lo realiza incorrectamente)	0
Se realizan ambos ejercicios correctamente	2,5

2) ¿Puede construirse un triángulo con $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$, $\overline{CA} = 6 \text{ cm}$? ¿Puede contestarse esta pregunta sin dibujar el triángulo?

En este ejercicio se evaluarán los siguientes contenidos:

- Desigualdad Triangular.

Se considerarán:	PUNTOS
❖ Si realiza correctamente el ejercicio (responde correctamente utilizando la desigualdad triangular)	2,5
❖ Si grafica correctamente, responde correctamente la primer pregunta y responde la segunda pregunta correctamente	2,5
❖ Si responde correctamente la primer pregunta utilizando correctamente la técnica de construcción pero no responde la segunda pregunta	1,25
❖ Si realiza incorrectamente la construcción pero responde correctamente la primer pregunta y no responde la segunda pregunta	0,62
❖ Si responde mal la primer pregunta debido a un mal uso de la desigualdad triangular (por ejemplo si se invierte la desigualdad)	0

3) Construir los triángulos solicitados en cada ítem. Decidir cuántas construcciones posibles hay en cada caso y justificar la respuesta.

a. Un triángulo isósceles con un lado de 3 cm y otro de 8 cm.

b. Un triángulo escaleno con un lado de 5 cm y otro de 7 cm.

En este ejercicio se evaluarán los siguientes contenidos:

- Técnica de construcción de triángulos.
- Clasificación de triángulos según sus lados.
- Desigualdad triangular.

Se considerarán:	PUNTOS
Si no se realiza el ejercicio	0
Con respecto a cada inciso:	
❖ Utiliza la técnica de construcción (regla y compás):	
➤ Construye bien el triángulo, decide y justifica correctamente la cantidad de construcciones posibles	1,25
➤ Construye bien el triángulo, decide correctamente y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación	0,93
➤ Construye bien el triángulo, decide y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación o el apartado completo	0,62
➤ Construye mal el triángulo (medidas incorrectas), decide y justifica correctamente la cantidad de construcciones posibles	0,62
➤ Construye mal el triángulo (medidas incorrectas), decide correctamente y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación	0,31
➤ Construye mal el triángulo (medidas incorrectas), decide y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación o el apartado completo	0
❖ No utiliza la técnica de construcción (regla y compás):	
➤ Construye bien el triángulo, decide y justifica correctamente la cantidad de construcciones posibles	0,93
➤ Construye bien el triángulo, decide correctamente y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación	0,62
➤ Construye bien el triángulo, decide y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación o el apartado completo	0,31
➤ Construye mal el triángulo (medidas incorrectas), decide y justifica correctamente la cantidad de construcciones posibles	0,62
➤ Construye mal el triángulo (medidas incorrectas), decide correctamente y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación	0,31
➤ Construye mal el triángulo (medidas incorrectas), decide y justifica incorrectamente la cantidad de construcciones posibles o no realiza la justificación o el apartado completo	0

4) Resolver las siguientes operaciones:

a. $24^{\circ} 07' 38'' + 39^{\circ} 55' 47'' =$

b. $170^{\circ} 15' 23'' - 86^{\circ} 29' 51'' =$

En este ejercicio se evaluarán los siguientes contenidos:

- Sistema Sexagesimal: suma y resta de ángulos.

Se considerarán:	PUNTOS
Si no se realiza el ejercicio	0
Con respecto a cada operación:	
❖ Si realiza correctamente la operación (suma/resta bien y corrige bien los minutos y los segundos)	1,25
❖ Si realiza parcialmente bien la operación (suma/resta bien pero corrige bien los minutos y mal los segundos o viceversa, o corrige bien los minutos y no corrige los segundos o viceversa)	0,83
❖ Si realiza parcialmente bien la operación (suma/resta bien pero corrige mal los minutos y los segundos, o corrige mal los minutos y no corrige los segundos o viceversa, o no corrige ni los minutos ni los segundos)	0,42
❖ Si realiza incorrectamente la operación (suma/resta mal y por ende corrige mal los minutos y/o los segundos o suma/resta mal y no corrige los minutos y los segundos) o no la realiza	0

Pese al repaso previo al examen y a la buena predisposición de los alumnos para realizar las actividades en clases, los resultados obtenidos en las evaluaciones no fueron los que esperábamos. En el siguiente gráfico, mostramos las notas de los estudiantes de ambos cursos.

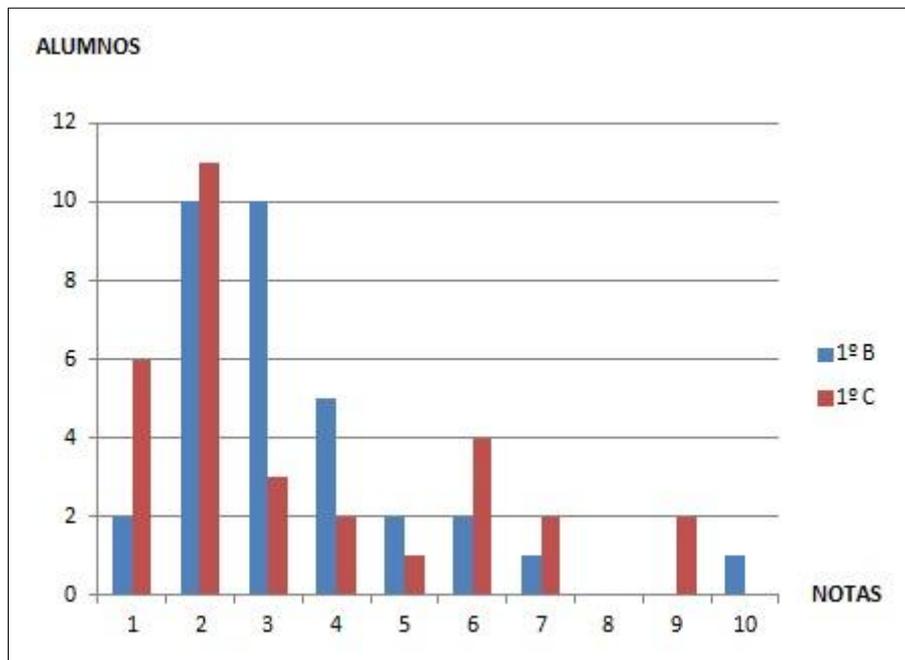


Imagen 41: Notas de las evaluaciones de ambos cursos.

Como esta calificación era la última del trimestre y con ella cerraban los promedios, la profesora tutora del curso nos pidió que realicemos un trabajo práctico, para que los alumnos levanten la nota de la evaluación escrita.

Fue así que decidimos que la actividad sobre construcción de polígonos (ver ANEXO E) sería de carácter evaluativo. Por recomendación de la docente del curso, cada alumno obtendría un máximo de cuatro puntos por este trabajo, los cuales se sumarían a la evaluación anterior.

Fue por eso que en la clase 11, luego de trabajar diferentes conceptos acerca de polígonos, repartimos cada dos alumnos un sobre que contenía triángulos de cartulina para que armaran los polígonos que les solicitábamos. En estos triángulos se consignaban las medidas de los ángulos y de los lados. En algunos casos, decidimos rotular los lados con letras, ya que las medidas eran irracionales.

En 1º C se presentaron algunos inconvenientes ya que había triángulos que estaban bien confeccionados, pero mal rotulados. Fue necesario que pasáramos por los bancos salvando este error. Aun así, esta actividad se pudo llevar a cabo.

A continuación, mostramos algunas construcciones de los alumnos:

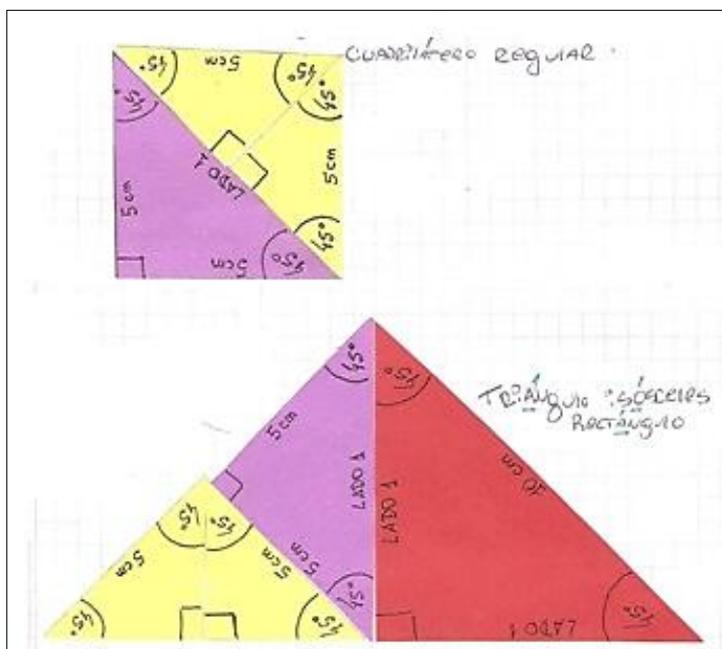


Imagen 42: Polígonos construidos por un grupo de alumnos.

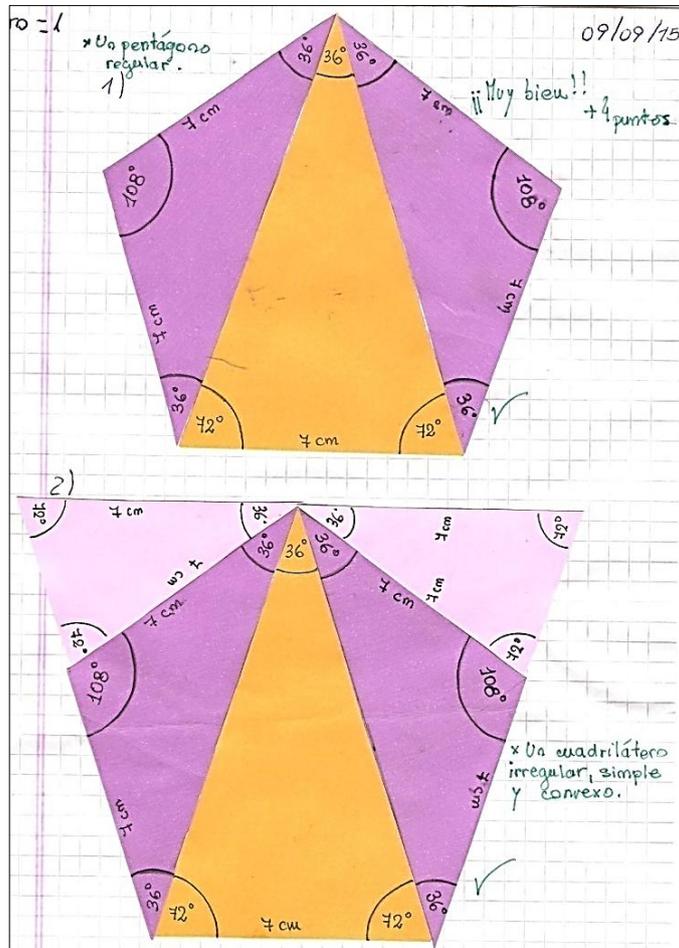


Imagen 43: Polígonos construidos por un grupo de alumnos.

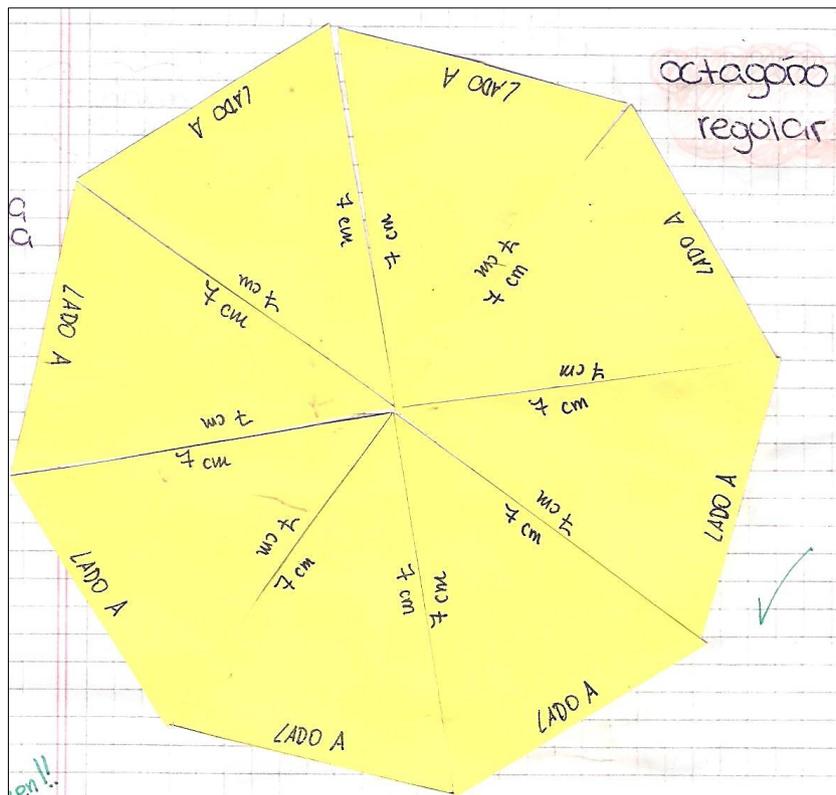


Imagen 44: Polígono construido por un grupo de alumnos.

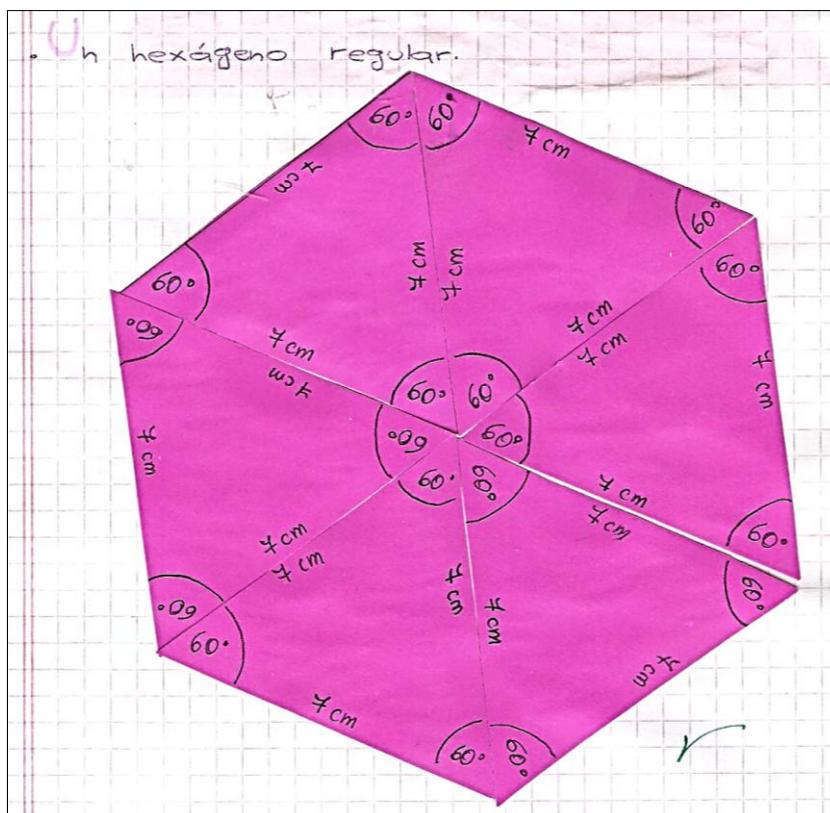


Imagen 45: Polígono construido por un grupo de alumnos.

A partir de la corrección de este trabajo práctico, las notas de ambos cursos quedaron de la siguiente manera:

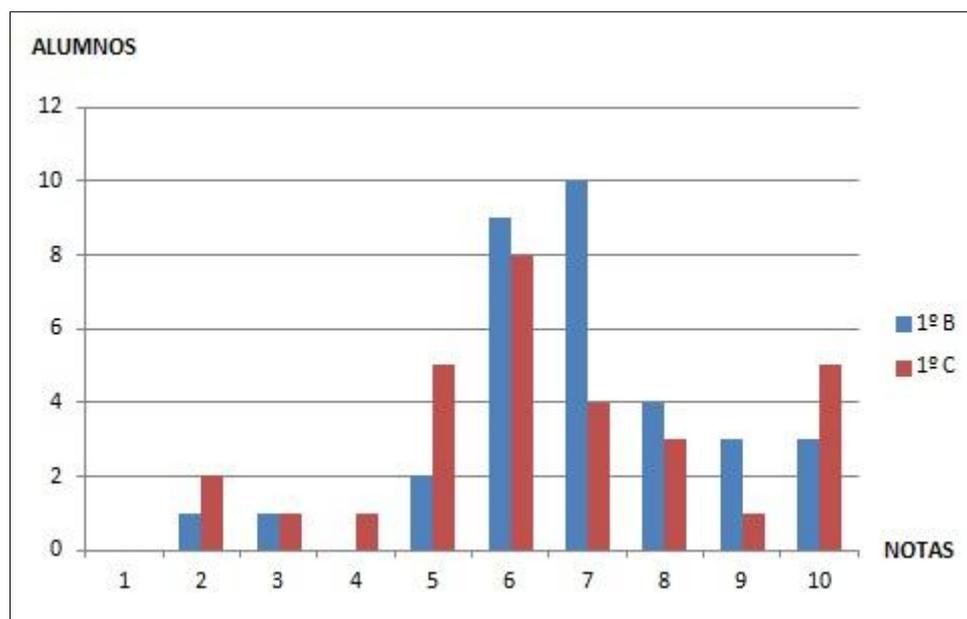


Imagen 46: Calificaciones finales de los alumnos de ambos cursos.

- Evaluación adaptada

En 1º C había un alumno que tenía **profesora integradora**, la cual se encargaba de adaptar la evaluación y de explicarle en clases particulares las actividades de la Guía de Actividades.

Este alumno no poseía **adaptaciones curriculares significativas**, por lo que en su título no se hará referencia que tuvo necesidades educativas especiales.

A continuación mostramos la evaluación adaptada que realizó este estudiante.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

NOMBRE Y APELLIDO:

1- Construir los siguientes triángulos:

- Un triángulo que tenga un lado de 6 cm y otro lado de 2 cm. Además el ángulo formado por estos dos lados mide 70°

- Un triángulo que tenga un lado de 5 cm y otro de 3 cm. Además el ángulo formado por estos dos lados mide 60°.

2- Clasificación de los triángulos según sus **ángulos** (acutángulo, rectángulo, obtusángulo)

- tiene sus tres ángulos agudos.
- tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos.
- tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos.

Imagen 47: Evaluación adaptada.

3- Resolver las siguientes operaciones:

$35^{\circ} 28' 47''$	$107^{\circ} 18' 06''$
$+$	$-$
$58^{\circ} 16' 29''$	$26^{\circ} 16' 57''$

4- Construir los siguientes triángulos en **GeoGebra**:

- Un triángulo **isósceles** con un lado de 7 cm y otro de 3 cm.
- Un triángulo **escaleno** con un lado de 4 cm y otro de 5 cm.

Imagen 48: Evaluación adaptada.

Otro alumno de este curso tenía **adaptaciones de acceso**. Esto significa que no tuvo adaptaciones cognitivas, sólo cambió su modalidad de trabajo.

Este estudiante tenía una dificultad motriz en uno de sus brazos, por lo cual le costaba utilizar los instrumentos de geometría. En consecuencia, decidimos que realizara la misma prueba que sus compañeros, pero utilizando GeoGebra para la confección de representaciones gráficas.

3. ELECCIÓN Y ANÁLISIS DE UN PROBLEMA

A partir del trabajo que realizamos donde la implementación del programa GeoGebra fue central para la exploración de las propiedades geométricas abordadas, nos proponemos analizar los alcances y limitaciones en el uso de este software durante nuestras prácticas pedagógicas. Así como también, indagar sobre el papel que desempeñó el uso de TIC para el abordaje de los conocimientos matemáticos que pretendíamos alcanzar con cada actividad.

En nuestras prácticas, buscamos realizar un abordaje experimental de algunas propiedades geométricas a través de la resolución de problemas o actividades exploratorias usando GeoGebra.

Contreras y Carrillo (1998) proponen cuatro concepciones en torno a la resolución de problemas: tradicional, mecanicista, espontaneísta e investigativa. Jhan y Gomes (2010) caracterizan las concepciones tradicional e investigativa de la siguiente manera:

Concepciones			
Categorías	Indicadores	Tradicional	Investigativa
Sentido de la Matemática escolar.	Tipos de problemas.	Problemas monográficos bien definidos. Con proceso de resolución y solución únicos.	Problemas polivalentes, incluyendo los abiertos. Condiciones iniciales modificables, generando nuevos problemas; de proceso y solución múltiples.
Metodología.	Cuándo y cómo se usan.	Al final de los temas, como aplicación de la teoría enseñada.	Durante todo el proceso, como entrenamiento en unidades flexibles de adquisición de conocimiento conceptual y procedimental.
Papel del estudiante.	Qué hace.	Intenta identificar conceptos y algoritmos a aplicar.	Aborda el problema como una investigación.
Papel del profesor.	Cómo divide las responsabilidades.	Inicia y protagoniza el proceso de forma exclusiva.	Propone problemas e involucra a los alumnos.
Evaluación.	Qué se evalúa.	La aplicación mecánica de conceptos aprendidos.	Pertinencia de las nociones construidas.

Imagen 49: Cuadro extraído del texto de Jhan y Gomes (2010) pág. 191 (traducción propia).

Durante nuestras prácticas desplazamos el trabajo áulico de una concepción más tradicional hacia una concepción que prendió ser investigativa, proponiendo la adquisición de conocimientos no solo conceptuales sino también procedimentales, elaborando problemas polivalentes en los cuales los alumnos debían realizar exploraciones para poder descubrir propiedades y relaciones, algunos de estos problemas hacían referencia a la “matemática pura” y otros se ubicaban en contextos de “semirealidad”. Sin embargo, también trabajamos en una concepción tradicional ya que utilizamos ejercicios de rutina para fortalecer el aprendizaje de ciertos contenidos. El abordaje experimental promovido, característico de la concepción investigativa, se vio potenciado por la presencia de medios tecnológicos. En relación a esto Borba y Villarreal (2005) sostienen que

(...) el abordaje experimental-con-tecnología proporciona:

- La posibilidad de testar una conjetura usando un gran número de ejemplos y la oportunidad de repetir el experimento, debido al feedback rápido dado por la computadora;
- La oportunidad de obtener más fácilmente diferentes tipos de representaciones de una situación dada. (pág. 75)

La cantidad y variedad de representaciones que habilita el trabajo con medios tecnológicos facilita la exploración visual de cambios, relaciones y regularidades. Basaremos nuestro análisis en términos de visualización matemática entendiéndola como:

“...la habilidad, el proceso y el producto de la creación, interpretación, uso de y reflexión a partir de fotos, imágenes, diagramas, presentes en nuestras mentes, sobre el papel o producidas con herramientas tecnológicas, con el fin de representar y comunicar información, pensar y desarrollar ideas previamente desconocidas y anticipar comprensiones” (Gómez Chacón & Escribano, *en prensa*, pág. 4).

Para ello, expondremos distintos casos en los que el uso de un software dinámico de visualización, en este caso GeoGebra, nos permitió realizar un abordaje experimental para introducir propiedades geométricas.

A modo de conclusión, propondremos una manera de evaluar los conocimientos incorporados por los estudiantes a través de los recursos tecnológicos.

- **De la visualización icónica a la no icónica**

En el texto *Geometric locus activities in a dynamic geometry system. Non-iconic visualization and instrumental genesis*, Gómez Chacón y Escribano (2014) distinguen dos tipos de visualización a la hora de representar objetos: la icónica y la no icónica. En la visualización icónica el reconocimiento de lo que se representa se hace por el parecido con el objeto real o por la comparación con un modelo de tipo de formas. En cambio, en la visualización no icónica

“se reconocen las formas en virtud de las limitaciones internas de organización que hacen imposible ciertas deformaciones o ciertas aproximaciones, en virtud de deducciones efectuadas discursivamente en función de las propiedades que han sido enunciadas en las definiciones o en los teoremas, o a partir de hipótesis que declaran lo que representa una figura”. (Gómez Chacón, Escribano, 2014, pág. 5)

En el aprendizaje geométrico sólo la visualización no icónica es pertinente para los procedimientos geométricos que se quieren realizar. (Gómez Chacón, Escribano, 2014, pág. 5)

Durante nuestras prácticas docentes, estos diferentes tipos de representación aparecieron a la hora de abordar el siguiente problema:

1) Resolver el siguiente problema:



El avión oficial de la Selección Argentina de Fútbol parte de una ciudad A hacia una ciudad B que se encuentra a 300 km de la primera, donde recoge a los jugadores y los traslada a una ciudad C que se halla a 600 km de la B. Luego de dejarlos allí, el avión regresa a la ciudad A que queda a 400 km de la C.

Suponiendo que el avión viaje en línea recta:

- a) Realizar un gráfico que represente el recorrido del avión. (Ayuda: se pueden representar 100 km con 1 cm).*
- b) ¿Cuántas soluciones posibles hay?*

Para graficar el recorrido del avión, en un primer momento los alumnos recurrieron a representaciones de tipo icónica (Imagen 44 e Imagen 45). En consecuencia, se generó una discusión acerca de cuánto se ajustaban estas representaciones a lo solicitado en el enunciado.

Como primera medida, planteamos el hecho de que el avión debía volver al mismo lugar del que había partido. Además, hicimos hincapié en las condiciones que proponía el problema en relación a las distancias entre las ciudades. De esta manera, los alumnos se dieron cuenta que las representaciones que habían realizado no eran las más adecuadas para resolver el problema.

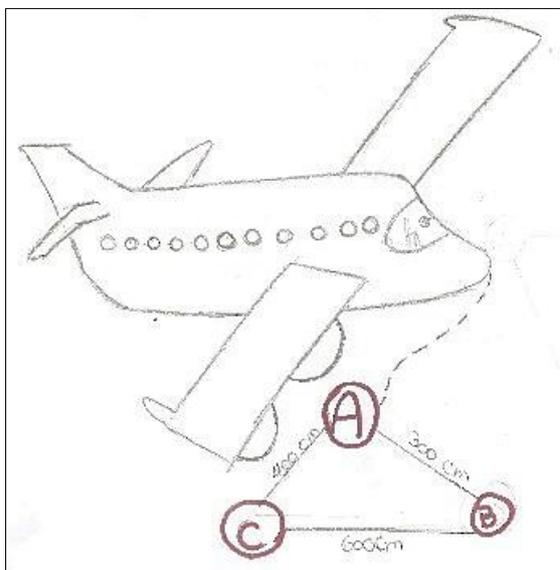


Imagen 50: Dibujo realizado por un alumno para representar el recorrido del avión.

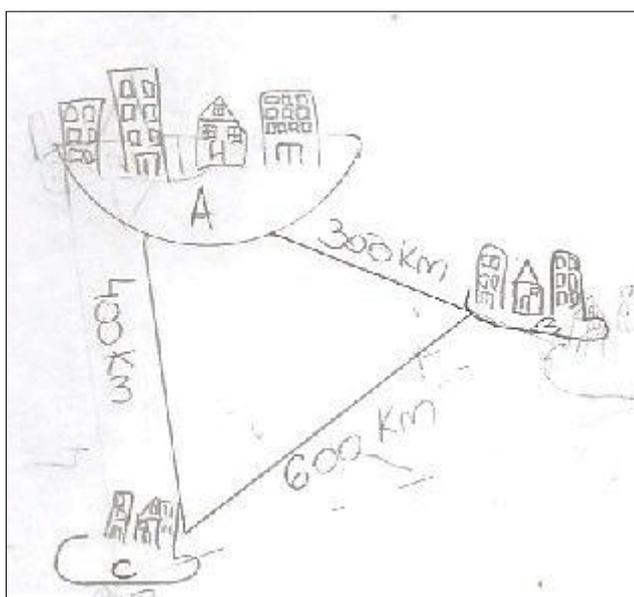


Imagen 51: Dibujo realizado por un alumno para representar el recorrido del avión.

En consecuencia, les planteamos que para facilitar la resolución del problema les convenía reemplazar el dibujo de las ciudades por algo más simple, ya que muchas veces en matemática es necesario representar los datos de un problema de una forma más sencilla para poder resolverlo. Aludiendo a los beneficios de las representaciones no icónicas, sugerimos a los alumnos que la forma más conveniente de representar las ciudades era utilizando puntos. De esta manera, ellos podrían realizar un gráfico que cumpliera los requisitos del problema.

Al momento de realizar la *Actividad 6* en GeoGebra, los estudiantes decidieron representar cada isla con un punto y el recorrido del barco con segmentos. De esta manera, pudimos ver que los alumnos empezaban a reconocer la visualización no icónica como la forma más apropiada de representación para el trabajo matemático.

6) Un barco de turistas debe llevarlos a visitar 3 islas distintas. Debe ir de la Isla Arrecifes a la Isla Nieves, que se encuentra a una distancia de 50 km para luego ir de la Isla Nieves a la Isla Antigua, y finalmente el barco termina su recorrido regresando a la Isla Arrecifes.

Sabiendo que las islas no se encuentran sobre la misma línea recta, resolver utilizando GeoGebra:



- Suponiendo que la distancia entre las 3 islas es la misma construir un gráfico que represente dicha situación.
- Ahora supongamos que la distancia entre Arrecifes y Antigua es la misma que entre Arrecifes y Nieves, es decir 50 km. Construir un gráfico que represente dicha situación. ¿Es el único posible?
- Finalmente supongamos que la distancia entre las 3 islas es distinta. Construir un gráfico que represente dicha situación. ¿Es el único posible? (Recordar que la distancia entre las islas Arrecifes y Nieves es de 50 km).

Estos fueron algunos de los gráficos que presentaron los alumnos en relación a esta actividad:

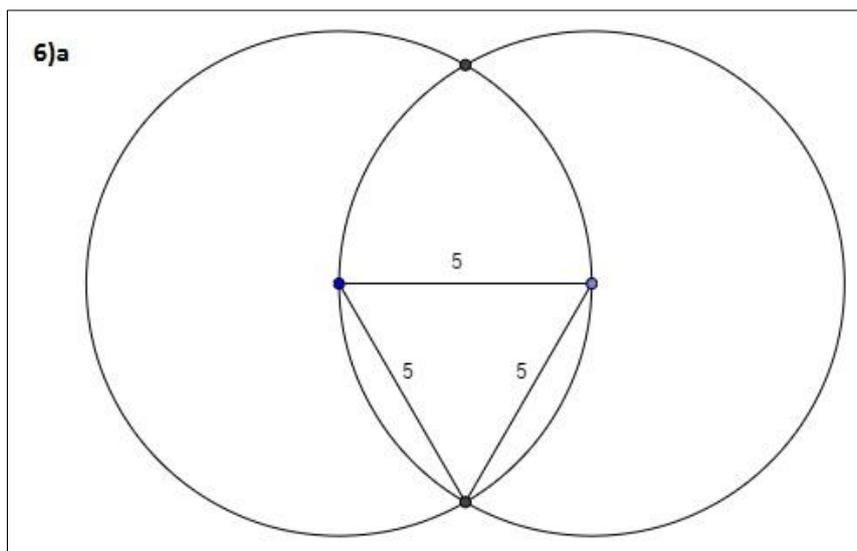


Imagen 52: Gráfico realizado por un estudiante correspondiente al ejercicio 6a).

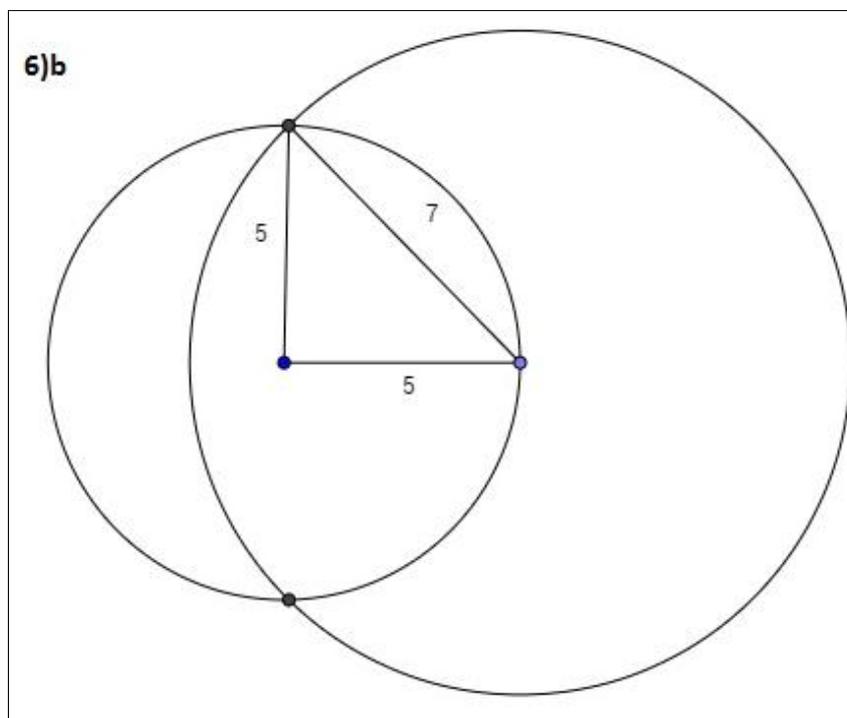


Imagen 53: Gráfico realizado por un estudiante correspondiente al ejercicio 6b).

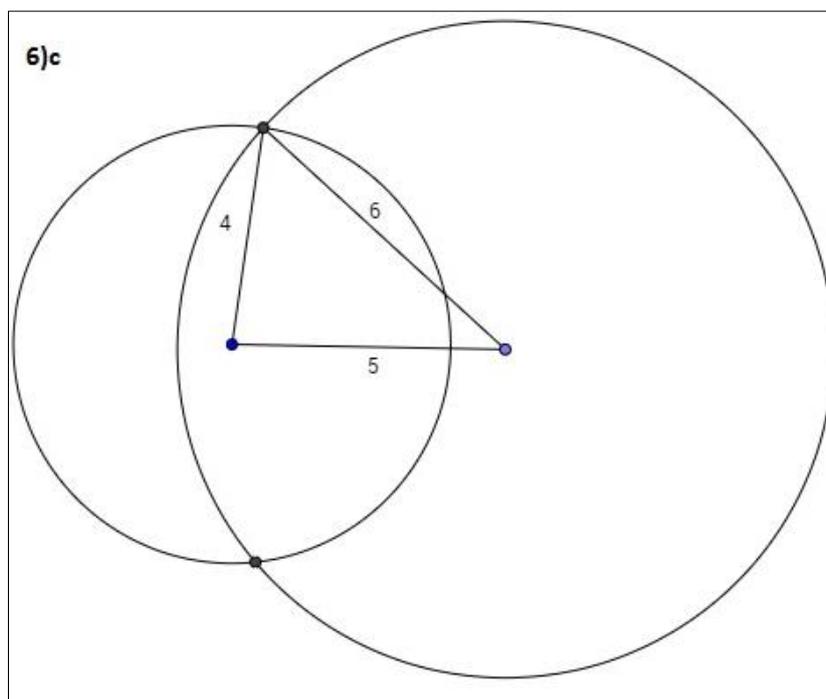


Imagen 54: Gráfico realizado por un estudiante correspondiente al ejercicio 6c).

A través de esta experiencia, descubrimos que la ventaja de trabajar este tipo de actividades con GeoGebra es que, si bien el software permite realizar dibujos e insertar imágenes en la vista gráfica, también ofrece a los alumnos herramientas que favorecen una representación no icónica.

Además, es importante resaltar que, aunque el alumno opte por realizar un “dibujo” (utilizando únicamente regla) en lugar de una construcción geométrica, el software ofrece la posibilidad de representar figuras geométricas pero no de una manera estática.

“Su capacidad de arrastre de las figuras construidas favorece la búsqueda de propiedades que permanecen invariantes durante la deformación. Es entonces en este sentido que la naturaleza de las figuras es diferente a la de las realizadas con lápiz y papel”. (Esteley, Marguet, Cristante, 2012, pág. 21)

- **Exploración de la Desigualdad triangular en GeoGebra**

Decidimos trabajar algunas propiedades de los triángulos a través de construcciones, pues consideramos que, bajo ciertas condiciones, estas construcciones permitirían a los alumnos comprender que “los dibujos son meros representantes de los objetos geométricos.” (Itzcovich, H. 2005) y a partir de esto realizar conjeturas de carácter general en relación a las propiedades de los triángulos.

Bajo esta perspectiva, se debe tener en cuenta que, lo que una persona pueda reconocer de la representación de una figura va a depender de los conocimientos que posea y del tipo de representación que se tiene de la figura. En particular, docente y alumno no van a identificar las mismas propiedades al observar el dibujo de una misma figura.

“las situaciones que se propongan a los alumnos con la finalidad de indagar, identificar o reconocer propiedades de las figuras deben impactar en procesos intelectuales que permitan hacer explícitas las características y propiedades de los objetos geométricos, más allá de los dibujos que se utilicen para representar dichas figuras.” (Itzcovich, 2005, pág. 18)

Para lograr una exploración más fructífera de estas propiedades, planteamos actividades de construcción utilizando GeoGebra. Dicho software permite que se realice un abordaje visual y dinámico facilitando así la formulación de conjeturas, dando espacio a la reflexión por parte del alumno.

Según Jhan y Allevato (2010) el profesor debe tener en cuenta determinados elementos a la hora de elaborar problemas para ser resueltos por los alumnos con la utilización de computadoras,

¿Qué se pretende que los alumnos aprendan con el problema? ¿Cuáles sub-habilidades son exigidas para su resolución? ¿Qué tipo de problema y que cuestiones deben ser elaboradas para que los alumnos arriben al objetivo propuesto? ¿Cuáles son los conocimientos instrumentales necesarios para el uso de los recursos? (pág. 195)

A continuación analizaremos algunas actividades identificando estos elementos.

Una de las actividades que planteamos fue la siguiente:

4) Construir triángulos (en GeoGebra) utilizando los siguientes datos:

- a) $\overline{AB}= 5cm, \overline{BC}=3 cm, \overline{CA}=4cm$
- b) $\overline{AB}=3cm, \overline{BC}=2cm, \overline{CA}=2cm$
- c) $\overline{AB}= 1cm, \overline{BC}=4cm, \overline{CA}=2cm$
- d) $\overline{AB}=6cm, \overline{BC}=6cm, \overline{CA}=6cm$
- e) $\overline{AB}=7cm, \overline{BC}=4cm, \overline{CA}=2cm$

Con esta actividad pretendíamos desembocar en la Desigualdad Triangular. Para poder resolverla los alumnos debían saber construir triángulos dadas las longitudes de sus lados, habilidad que habían desarrollado con las actividades anteriores, y además debían tener una idea de cómo trabajar con GeoGebra, para esto contaban con el instructivo que detallaba la función de las herramientas necesarias.

Los triángulos de los incisos a), b) y d) podían ser construidos ya que cumplían con la desigualdad triangular, por lo que no se presentaron grandes dificultades al realizarlos. En cuanto a los incisos c) y e), los alumnos nos advirtieron que no habían podido construirlos debido a que las “circunferencias no se tocaban”.

Este es el ejemplo de una producción realizada por un alumno en el inciso e):

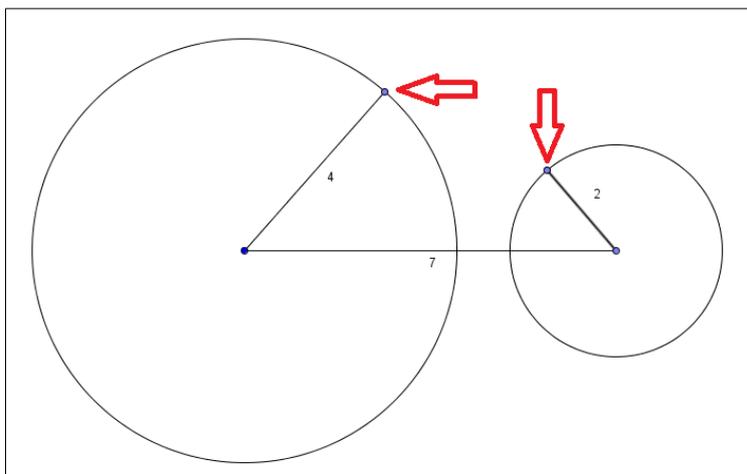


Imagen 55: Construcción realizada por un alumno en GeoGebra.

A través de la herramienta *Elige y mueve*, los alumnos podían seleccionar y desplazar los puntos señalados en la imagen. Dichos puntos sólo iban a moverse recorriendo la circunferencia sobre la cual estaban graficados por lo que la longitud de los segmentos no variaba. De esta manera podía observarse que cuando más próximos están los extremos de los lados es cuando se “apoyan” sobre el segmento de mayor longitud.

En 1° B un alumno propuso dibujar primero el lado de 4 cm. lo que produjo la siguiente imagen:

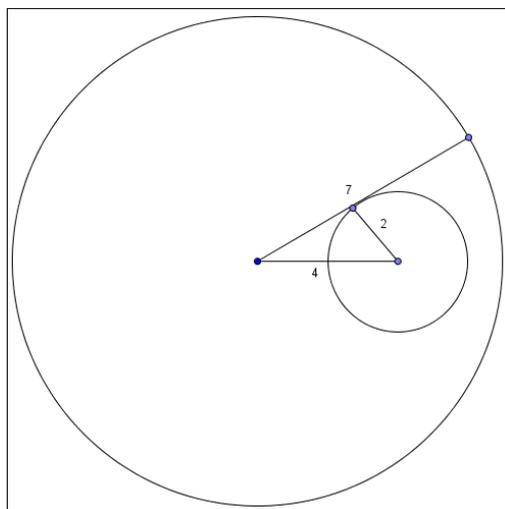


Imagen 56: Construcción realizada por un alumno en GeoGebra correspondiente a la actividad 4e).

En este caso los alumnos plantearon que los extremos de los lados no llegaban a tocarse, y como antes pudieron mover los puntos sobre las circunferencias para dar cuenta de esto.

De esta manera, la exploración a través de GeoGebra permitió validar la hipótesis de que el triángulo no podía ser construido. Esto no podría haber sucedido de igual manera si el alumno hubiera realizado dicha construcción en una hoja, pues el dibujo es estático.

A través de esta actividad logramos introducir la idea de que dadas tres longitudes cualesquiera, no siempre es posible construir un triángulo que tenga lados con esas longitudes. Existe al menos una condición que hay que tener en cuenta para poder afirmar que dicho triángulo existe. Para profundizar esta idea realizamos un debate en el que indagamos *¿Qué debe pasar para que las circunferencias se toquen?*, a raíz de esta pregunta muchos alumnos nos respondieron que las circunferencias debían “agrandarse o achicarse”, es decir, que debían modificar la medida de los radios. A pesar de que los estudiantes notaron que las longitudes debían variar, no pudieron arribar solos a la noción de desigualdad triangular, fue necesario que nosotras la formulemos en el pizarrón. Una vez explícita la relación que las longitudes de los lados de un triángulo debían cumplir, intentamos hacer notar a los alumnos que dadas tres longitudes es posible saber si existe o no un triángulo con lados cuyas longitudes se correspondan con estas medidas sin tener que dibujarlo.

Otra actividad en la que se trabajó con construcciones fue la siguiente:

8) Construir los siguientes triángulos usando GeoGebra:

- a) Un triángulo isósceles con un lado de 4 cm y otro de 6 cm.
- b) Un triángulo escaleno con un lado de 5 cm.
- c) Un triángulo equilátero que tenga como lado un segmento de 7 cm.
- d) Un triángulo escaleno con un lado de 3 cm y otro de 6 cm.
- e) Un triángulo isósceles con un lado de 2cm y otro de 5 cm.

Decidir en cada caso cuántas construcciones posibles hay.

Con esta actividad pretendíamos afianzar tanto la desigualdad triangular como la clasificación de triángulos según sus lados. En los incisos a), b) y c) los alumnos no presentaron inconvenientes. En cuanto al inciso d), los alumnos realizaron diversas construcciones, como las que se muestra a continuación:

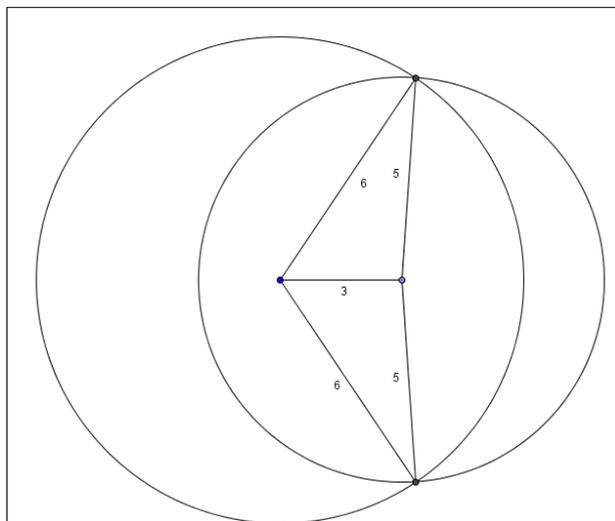


Imagen 57: Construcción realizada por un alumno en GeoGebra correspondiente a la actividad 8d).

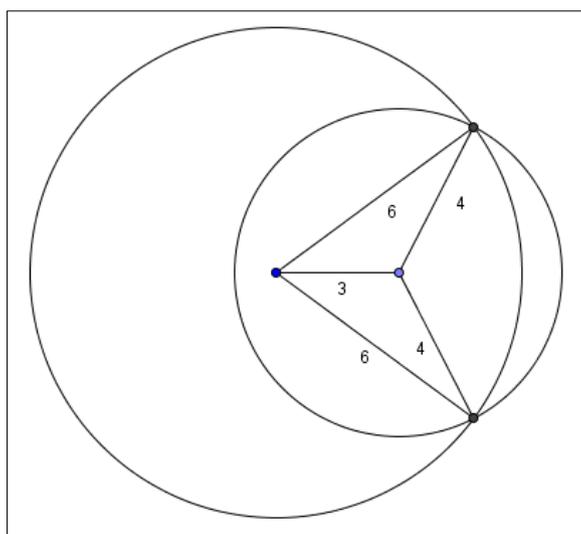


Imagen 58: Construcción realizada por un alumno en GeoGebra correspondiente a la actividad 8d).

En dichas construcciones se hizo uso de GeoGebra sólo para aplicar la técnica de construcción que trabajamos con regla y compás en la hoja. Por lo que consideramos se provocó una domesticación de la tecnología, Villarreal (2012) afirma que

“Dicha domesticación se produce cuando las TIC son utilizadas sólo como un barniz de modernidad, sin afectar el *status quo* de la actividad escolar vigente, manteniendo inalterados los objetivos, contenidos, tipos de problemas, metodologías de enseñanza o formas de evaluación” (pág. 84).

Una vez que los alumnos tuvieron claro que se podían construir muchos triángulos que cumplieran con las condiciones planteadas en el inciso d), les preguntamos: *¿Podemos construir un triángulo con un lado de 6 cm, uno de 3 cm y el tercero de 10 cm?* Muchos

alumnos respondieron que no, cuando se les pregunto por qué, contestaron que las circunferencias no iban a cortarse. Les preguntamos cómo se llamaba la propiedad que fundamentaba este hecho y de que se trataba. Algunos alumnos revisaron en su guía de Actividades y poco a poco recordamos la noción de desigualdad triangular. Luego de esto volvimos a la construcción y les preguntamos *¿Cuál les parece que va a ser la medida más grande que puede tomar el tercer lado?*, una parte de la clase respondió 8 cm, y otra respondió 9 cm. Después de un debate concluimos que el tercer lado no podía medir 9 cm., dado a que no trabajamos con el concepto de triángulo degenerado. Propusimos explorar los triángulos posibles utilizando GeoGebra. Para esto les indicamos realizar el siguiente procedimiento:

Primero dibujen uno de los lados del triángulo (los alumnos ya manejaban con fluidez la herramienta Segmento de longitud dada).

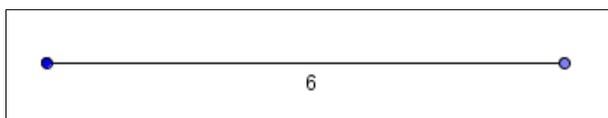


Imagen 59: Representación del procedimiento propuesto a los alumnos.

Luego grafiquen una circunferencia de radio 3 con centro en uno de los extremos de este lado. Sobre esta circunferencia marcar un punto utilizando la herramienta Punto en objeto.

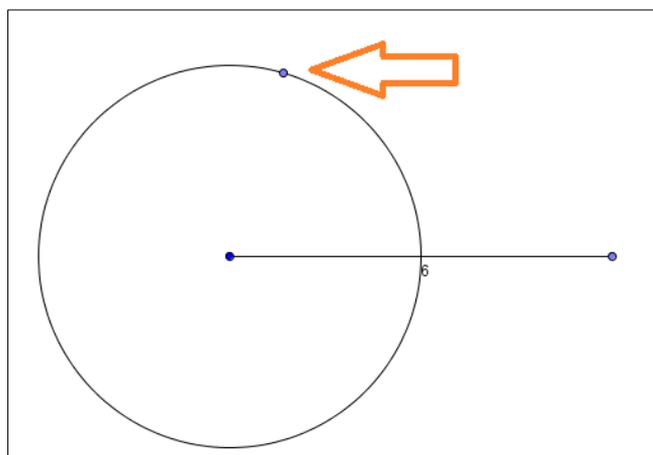


Imagen 60: Representación del procedimiento propuesto a los alumnos.

A continuación, trazar un segmento que una el punto trazado anteriormente con el centro de la circunferencia.

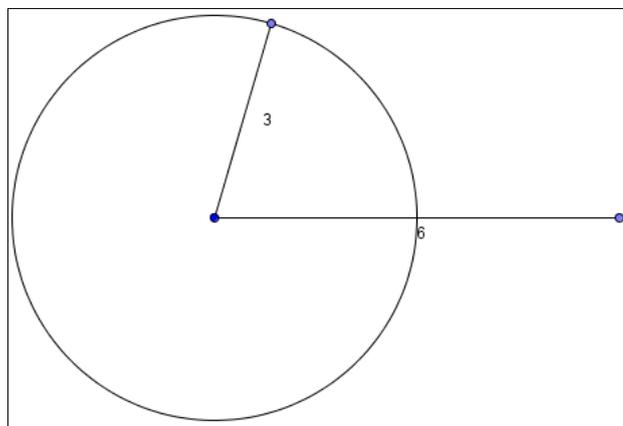


Imagen 61: Representación del procedimiento propuesto a los alumnos.

Por último, trazar un segmento que una el otro extremo del primer lado con el punto sobre la circunferencia.

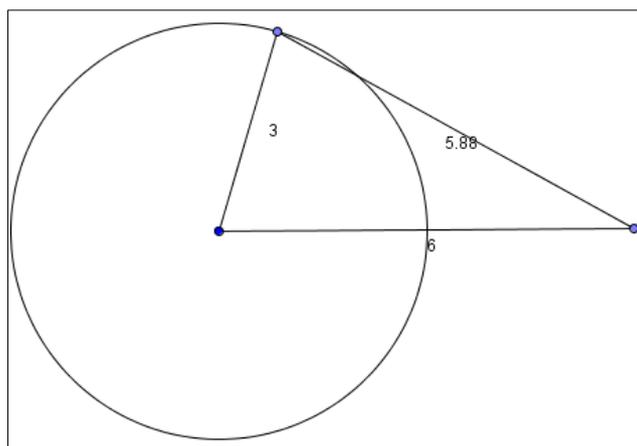


Imagen 62: Representación del procedimiento propuesto a los alumnos.

Si este tercer lado tiene una longitud diferente a 3 y a 6, entonces hemos logrado construir un triángulo escaleno que cumple con las condiciones dadas. Si no, utilizando la herramienta *Elige y mueve*, podemos seleccionar el punto graficado sobre la circunferencia y trasladarlo sobre ella, la herramienta *Punto en objeto* no permite mover el punto fuera de la circunferencia. Así se pueden explorar todos los triángulos escalenos que cumplan con las condiciones de la actividad.

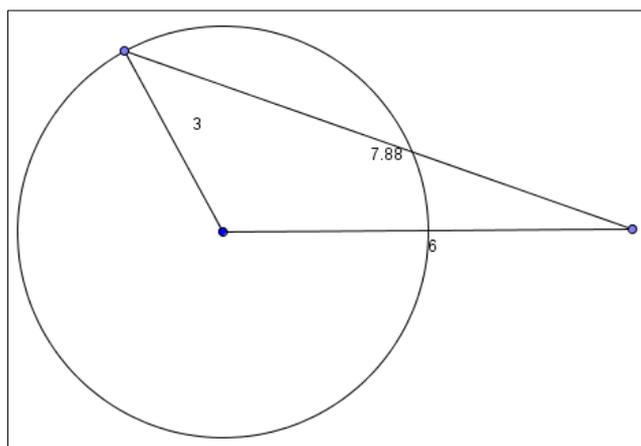


Imagen 63: Representación del procedimiento propuesto a los alumnos.

Con la herramienta *Distancia o Longitud* se pudieron explorar las medidas entre las cuales varía la longitud del lado.

De esta manera se logró, mediante GeoGebra una exploración mucho más fructífera sobre desigualdad triangular que la que habría habilitado la construcción en papel.

- **Uso de un applet para la verificación de la propiedad de la suma los ángulos interiores de un triángulo**

Las representaciones digitales brindadas por GeoGebra posibilitan que el estudiante pueda realizar manipulaciones para hacer visible lo que es difícil de ver o imaginar. Además facilitan el pasaje del nivel concreto al abstracto e incrementan la capacidad para adquirir habilidades y conceptos.

GeoGebra nos da la posibilidad de modificar construcciones asegurando que estos no pierdan sus propiedades, según plantea Acosta Gempeler (2004):

“...Esto quiere decir que toda propiedad geométrica se traduce en un fenómeno visual que se produce al arrastrar los objetos, de manera que el arrastre se convierte en un medio de reconocimiento y verificación de las propiedades geométricas en un dibujo dinámico” (Amman, Bífano, Cicala, González, Lupinacci, 2012, pág. 20)

Estas representaciones permiten a los alumnos:

- Explorar las figuras geométricas de maneras que no son posibles con figuras físicas.
- Razonar mientras manipulan estas figuras geométricas.
- Priorizar el proceso de pensamiento a medida que construyen el conocimiento matemático.
- Reflexionar acerca de propiedades y características de los objetos geométricos.

Siguiendo esta línea de pensamiento, elaboramos una aplicación en GeoGebra mediante la cual los alumnos podían manipular la amplitud de los ángulos y la longitud de los lados de un triángulo para corroborar que la suma de los ángulos de un triángulo siempre es de 180° .

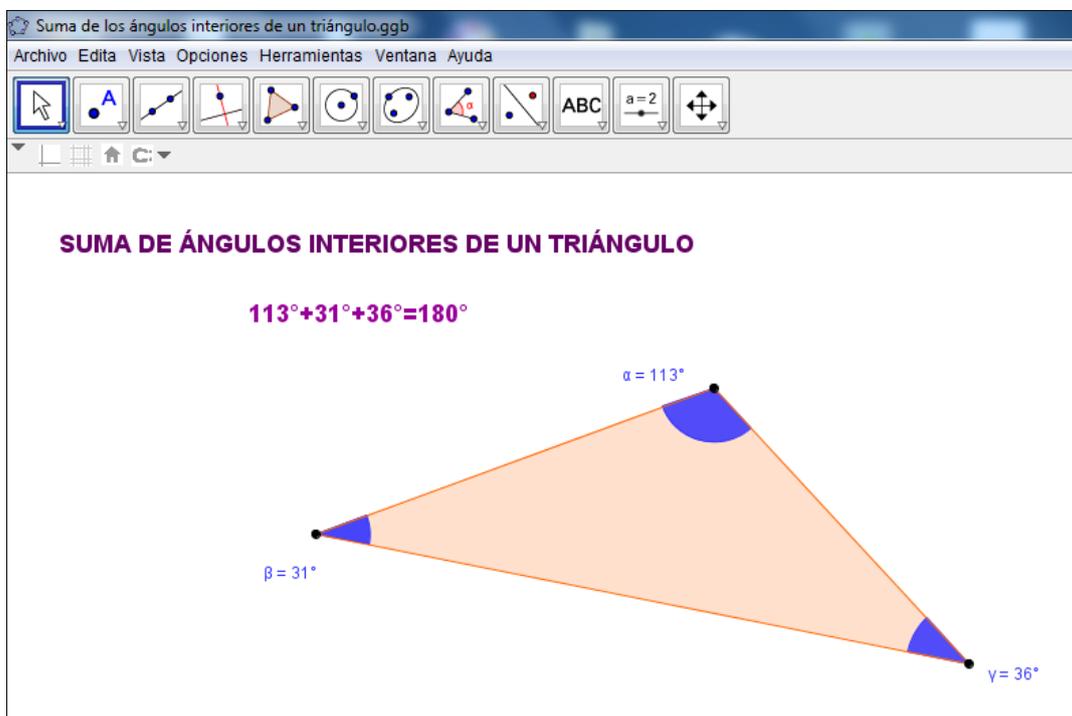


Imagen 64: Applet de GeoGebra.

Con la herramienta *Elige y mueve*, los alumnos seleccionaban uno de los vértices del triángulo y lo desplazaban en la Vista Gráfica de GeoGebra. Mediante esta manipulación, alteraban los sumandos de la operación y podían ver que el resultado de la suma no se modificaba.

Con la siguiente imagen mostramos cuáles fueron algunas de las manipulaciones que hicieron los estudiantes con la aplicación:

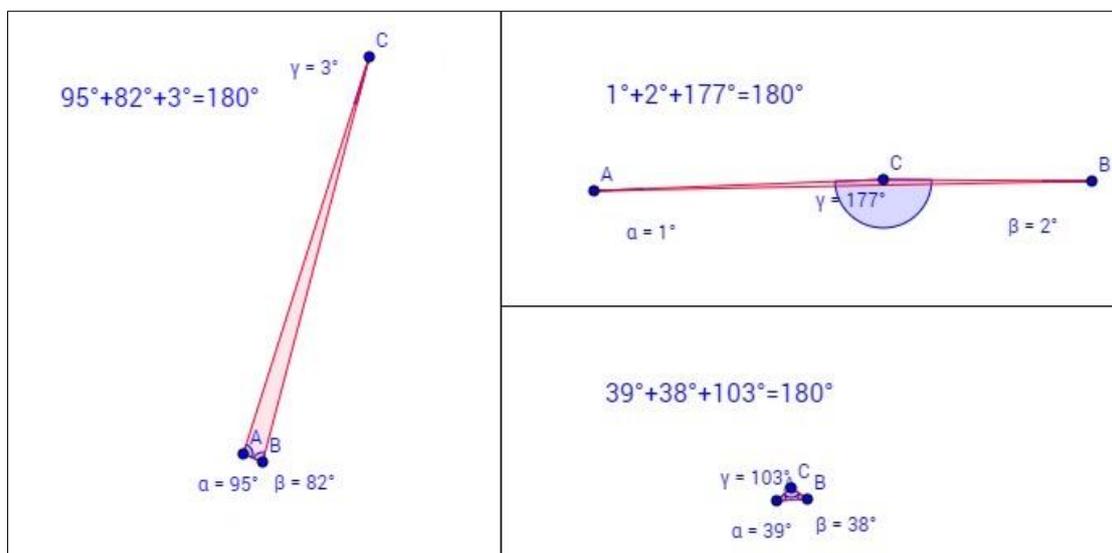


Imagen 65: Representación de exploraciones realizadas por los alumnos en GeoGebra.

A partir de esta experiencia, logramos validar la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo ya que esta aplicación permitió a los alumnos realizar una exploración exhaustiva de dicha propiedad.

- **Noción de compás como concepto geométrico**

En este apartado, realizaremos un análisis de otra de las ventajas de trabajar con el software dinámico GeoGebra. Para ello, proponemos como material de estudio y análisis el inciso c) de la *Actividad 8: Utilizando GeoGebra construir un triángulo equilátero que tenga como lado un segmento de 7 cm.*

Al momento de abordar esta actividad, ya habíamos debatido con los alumnos la necesidad de utilizar compás para graficar triángulos, ya que este instrumento garantizaba una construcción correcta en cuanto a la precisión de las medidas. Aun así, esto no resultaba del todo convincente para los estudiantes, pues forzando levemente las medidas muchos conseguían la representación del triángulo sin recurrir al compás.

En consecuencia, a la hora de realizar la actividad en GeoGebra algunos alumnos pasaron por alto el uso del compás. Por ejemplo, en el ejercicio 8c) había quienes graficaban tres segmentos con la herramienta *Segmento de longitud dada* (uno de los segmentos compartía sus extremos con los otros dos) (Imagen 66).

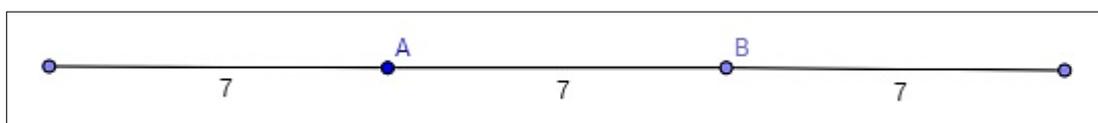


Imagen 66: Representación de la construcción propuesta por un alumno.

Luego trataban de unir los extremos no compartidos para poder formar el triángulo (Imagen 67).

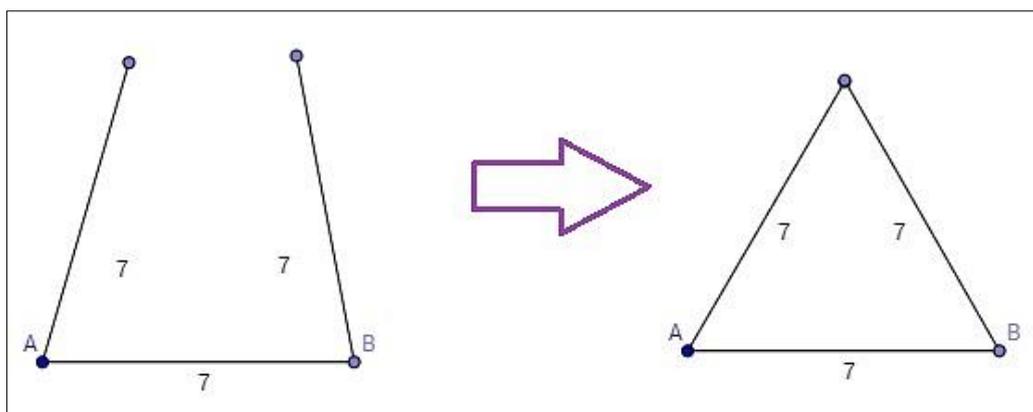


Imagen 67: Representación de la construcción propuesta por un alumno.

A simple vista, pareciera ser que el triángulo está bien construido ya que cumple con lo que solicita el enunciado. Por ese motivo, los estudiantes estaban convencidos de que su construcción era válida. Fue en este punto que sentimos la necesidad de recurrir a los aportes dinámicos que ofrece GeoGebra. Así, propusimos a los alumnos que con la herramienta *Zoom* se acercaran al vértice para corroborar si los puntos que lo conformaban realmente se superponían.

Con el uso de esta herramienta, los estudiantes lograron observar que los puntos no se tocaban y que por ende el triángulo no se cerraba (Imagen 68).

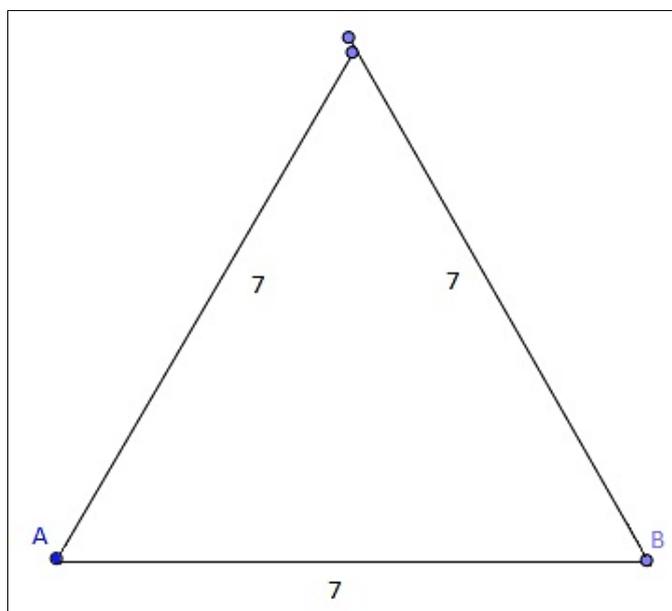


Imagen 68: Representación de la construcción propuesta por un alumno.

Esta faceta de GeoGebra ayudó a explicitar la necesidad de recurrir al compás para construir un triángulo, dadas las longitudes de sus lados. De esta manera los estudiantes pudieron darle sentido al uso del compás, ya que es la única herramienta que permite hallar el lugar geométrico de todos los puntos que distan de un punto dado. En este sentido apareció el compás como un concepto geométrico y no solo como un instrumento.

A modo de conclusión...

A partir de nuestra experiencia como docentes, podemos decir que la visualización dinámica que ofrece GeoGebra permitió:

- Facilitar la interpretación de la actividad geométrica.
- Poner en evidencia las relaciones existentes entre los elementos de una figura.
- Producir conjeturas en torno a propiedades a partir de construcciones y/o representaciones.

Por otra parte, en nuestras prácticas profesionales pudimos observar que realizar una evaluación sumativa o integradora utilizando GeoGebra implicaba un problema a la hora de garantizar una netbook para cada alumno. Fue por este motivo que decidimos realizar una evaluación escrita de los conocimientos. No obstante, somos conscientes de que muchos conceptos adquiridos por los alumnos no pudieron ser apreciados por el hecho de no haber utilizado el software en el instrumento de evaluación. En consecuencia, desde una opinión personal, proponemos que durante el trabajo con tecnologías sea realizada una evaluación continua como instrumento para verificar si los alumnos se han apropiado de los conceptos y propiedades trabajados.

4. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES PERSONALES

A modo de conclusión, queremos presentar las siguientes reflexiones personales basadas en nuestra experiencia como docentes.

En primer lugar, las prácticas profesionales fueron un proceso gratificante mediante el cual aprendimos mucho acerca de la docencia. Pudimos darnos cuenta de la complejidad de la tarea del profesor desde el momento de planificar cada clase hasta la hora de implementar dicha planificación en el curso. Además, descubrimos y valoramos la importancia del trabajo en equipo entre los compañeros de prácticas y con el docente supervisor.

Por otra parte, creemos que las prácticas docentes son el escenario ideal para introducirse a la cultura escolar, ya que a la hora de ejercer nuestra profesión vamos a contar con una experiencia previa.

Finalmente, queremos destacar la importancia que tuvo el uso de GeoGebra en las clases de matemática. Si bien fue un poco complejo gestionar estas clases, este software nos permitió explorar ciertos conceptos y propiedades geométricas y descubrir y validar otras.

5. BIBLIOGRAFÍA

- Amman, S.; Bifano, F.; Cicala, R.; González, C.; Lupinacci, L. (2012). *GeoGebra entra al aula de matemática*, Editorial Miño y Dávila, Buenos Aires.
- Arbez Chalabe, M.; Romanenghi, E. (2013). Una experiencia de construcción de triángulos con geogebra en una escuela de gestión estatal.
- Camposano Iglesias, L.; Paez, J.; Trincavelli, M. (2014). El estudio de triángulos contextualizado en el Nivel Secundario.
- Cravero, M.; Cristante, A.; D'Andrea, C.; Esteley, C.; García, G.; Marguet, I.; Montoro, V.; Soto, G.; Tauber, L. *XXXV Reunión de Educación Matemática Unión Matemática Argentina* (Trabajos de Matemática Serie B, FaMAF 2012/61).
- Diseño curricular de Educación Secundaria (2011-2015) – Tomo 2. Gobierno de la provincia de Córdoba p. 36-44.
- Gómez-Chacón, I.; Escribano, J. (2014). Geometric locus activities in a dynamic geometry system. Non-iconic visualization and instrumental genesis.
- Gvirtz, S.; Palamidessi, M. (2008). *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*, Editorial Aique. Buenos Aires.
- Itzcovich, H. (2005) *Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones*, Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Jahn, A.; Gomes Allevato, N. (2010). *Tecnologias e educação matemática. Ensino aprendizagem e formação de professores*, Biblioteca de Educador Matemático, Coleção SBEM. V.7, p. 185-263.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, V. 6, n.1, p. 3-26.
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Virtualidad, Educación y Ciencia*. V.3, N.5, p. 73-94. <http://revistas.unc.edu.ar/index.php/vesc>

6. ANEXOS

6.1 ANEXO A: Guía de Actividades

Geometría

1) Resolver el siguiente problema:



El avión oficial de la Selección Argentina de Fútbol parte de una ciudad A hacia una ciudad B que se encuentra a 300 km de la primera, donde recoge a los jugadores y los traslada a una ciudad C que se halla a 600 km de la

B. Luego de dejarlos allí, el avión regresa a la ciudad A que queda a 400 km de la C.

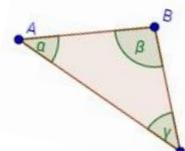
Suponiendo que el avión viaje en línea recta:

- Realizar un gráfico que represente el recorrido del avión. (Ayuda: se pueden representar 100 km con 1 cm).
- ¿Cuántas soluciones posibles hay?

2) Completar con la definición de triángulo y la tabla con los elementos que lo conforman:

“Un **triángulo** es.....

”



ELEMENTOS	NOTACIÓN

3) **Construcción de triángulos con regla y compás:** Describir los pasos que seguimos para construir un triángulo dada la longitud de sus 3 lados.

4) Construir triángulos (en GeoGebra) utilizando los siguientes datos:

- $\overline{AB}= 5\text{cm}$, $\overline{BC}=3 \text{cm}$, $\overline{CA}=4\text{cm}$
- $\overline{AB}=3\text{cm}$, $\overline{BC}=2\text{cm}$, $\overline{CA}=2\text{cm}$
- $\overline{AB}= 1\text{cm}$, $\overline{BC}=4\text{cm}$, $\overline{CA}=2\text{cm}$
- $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=6\text{cm}$, $\overline{CA}=6\text{cm}$
- $\overline{AB}=7\text{cm}$, $\overline{BC}=4\text{cm}$, $\overline{CA}=2\text{cm}$

5) Completar la siguiente propiedad:

DESIGUALDAD TRIANGULAR:

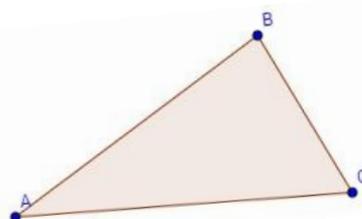
.....

A partir de esta propiedad completar las siguientes desigualdades:

$\overline{BC} + \overline{CA} > \dots\dots\dots$

$\overline{BC} < \dots\dots\dots$

$\overline{CA} < \dots\dots\dots$



6) Un barco de turistas debe llevarlos a visitar 3 islas distintas. Debe ir de la Isla Arrecifes a la Isla Nieves, que se encuentra a una distancia de 50 km para luego ir de la Isla Nieves a la Isla Antigua, y finalmente el barco termina su recorrido regresando a la Isla Arrecifes.



Sabiendo que las islas no se encuentran sobre la misma línea recta, resolver utilizando GeoGebra:

- a) Suponiendo que la distancia entre las 3 islas es la misma construir un gráfico que represente dicha situación.
- b) Ahora supongamos que la distancia entre Arrecifes y Antigua es la misma que entre Arrecifes y Nieves, es decir 50 km. Construir un gráfico que represente dicha situación. ¿Es el único posible?
- c) Finalmente supongamos que la distancia entre las 3 islas es distinta. Construir un gráfico que represente dicha situación. ¿Es el único posible? (Recordar que la distancia entre las islas Arrecifes y Nieves es de 50 km).

(Ayuda: se pueden representar 10 km con 1 cm).

7) Completar:

Clasificación de triángulos según sus lados

Un triángulo que tiene sus tres lados de igual longitud se denomina

Un triángulo que tiene sus tres lados de diferentes longitudes se denomina

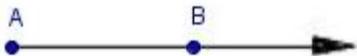
Un triángulo que tiene al menos dos lados de igual longitud se denomina

8) Construir los siguientes triángulos usando GeoGebra:

- a) Un triángulo isósceles con un lado de 4 cm y otro de 6 cm.
- b) Un triángulo escaleno con un lado de 5 cm.
- c) Un triángulo equilátero que tenga como lado un segmento de 7 cm.
- d) Un triángulo escaleno con un lado de 3 cm y otro de 6 cm.
- e) Un triángulo isósceles con un lado de 2cm y otro de 5 cm.

Decidir en casa caso cuántas construcciones posibles hay.

9) Completar las siguientes definiciones:

NOMBRE	PROPIEDADES Y CARÁCTERÍSTICAS	NOTACIÓN	GRÁFICO
Recta			
Semirrecta			
Segmento			

10) Observar la siguiente imagen y completar las definiciones:

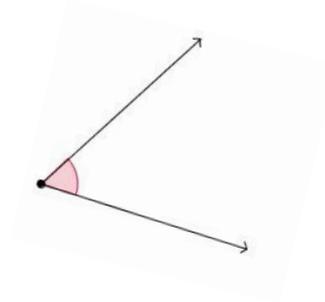
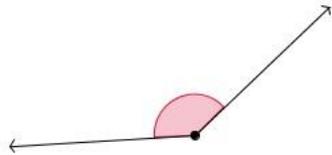


“Dos rectas son **paralelas** si.....”

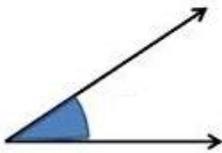
“Dos rectas son **secantes** si.....”

ÁNGULOS

Un **ángulo** es la unión de dos semirrectas con el mismo origen. Este origen común es el vértice del ángulo y las semirrectas son los lados del ángulo.



Se denota con letras griegas como por ejemplo: α (alfa), β (beta), γ (gamma), δ (delta), ϵ (épsilon).

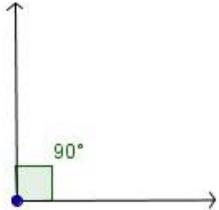
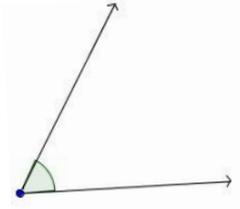
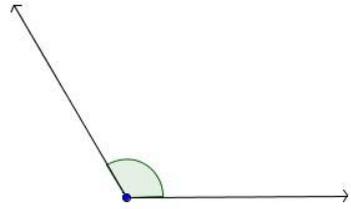
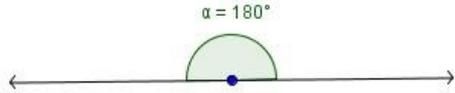


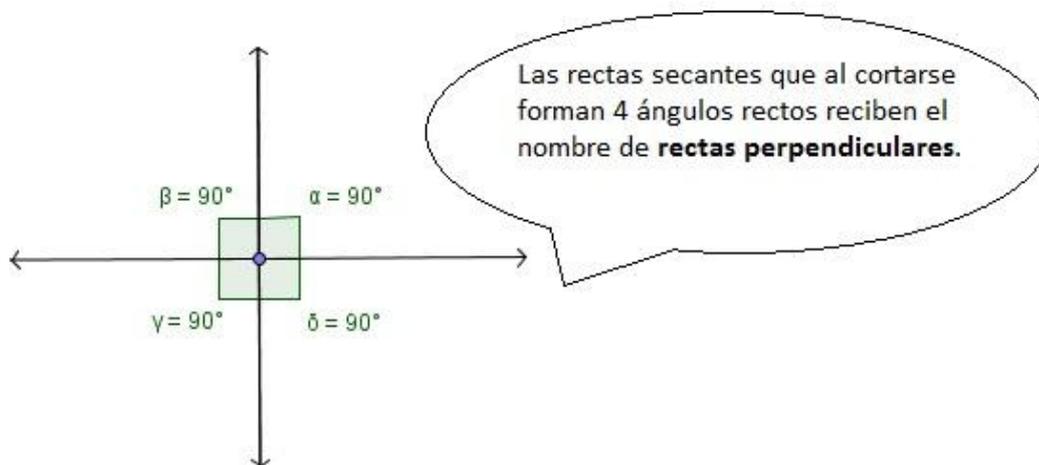
La amplitud de un ángulo puede medirse con un sistema llamado **sistema sexagesimal**, cuya unidad es el **grado (°)**. Un ángulo de giro completo mide 360° .



11) Completar la siguiente tabla:

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

Ángulo.....	Mide 90°	
Ángulo.....	Mide menos de 90°	
Ángulo.....	Mide más de 90°	
Ángulo.....	Mide 180°	
Ángulo.....	Mide 0°	



12) Dibujar en la carpeta los siguientes triángulos utilizando regla y transportador:

- a) Un triángulo con un lado de 5 cm y otro de 3 cm. Además el ángulo formado por estos dos lados mide 75° .
- b) Un triángulo con un lado de 6 cm. Uno de los ángulos con vértice en uno de los extremos de este lado mide 30° y el otro ángulo con vértice en el otro extremo de este lado mide 110° .
- c) Un triángulo con un lado de 4 cm y otro de 2 cm. Además el ángulo formado por estos dos lados mide 90° .

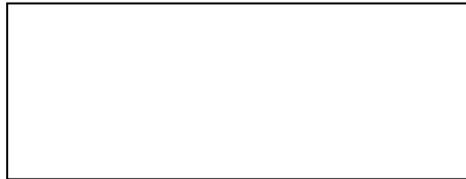
13) Completar el siguiente cuadro:

Clasificación de los triángulos según sus ángulos

Nombre del triángulo	Característica	¿Qué triángulo/s de la Actividad 12) corresponde/n?
.....	Tiene sus tres ángulos agudos	
.....	Tiene un ángulo obtuso y dos ángulos agudos	
.....	Tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos	

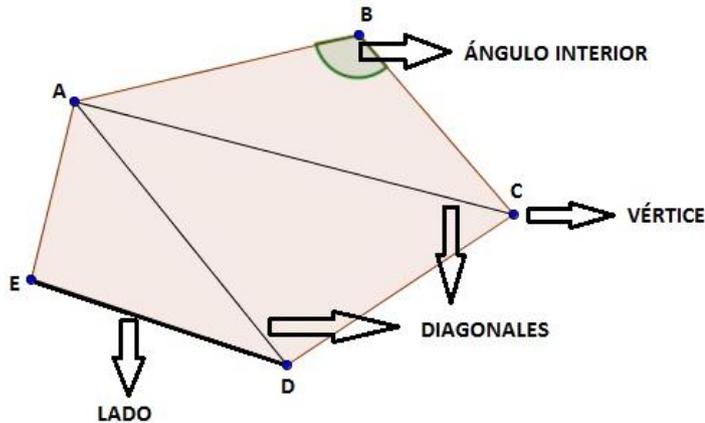
14) Completar la siguiente propiedad:

“La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de.....”



POLÍGONOS

Un **polígono** es una figura plana compuesta por la unión de segmentos consecutivos. Estos segmentos son llamados lados, y los puntos en que se cortan son los vértices del polígono. Para que una figura sea un polígono esta unión de segmentos debe ser cerrada, es decir, el primer vértice debe ser igual al último.



Una **diagonal** es todo segmento que une dos vértices no consecutivos del polígono.

Los polígonos pueden ser:

<p>CONVEXOS: Si todos los segmentos que trazamos entre dos puntos del polígono quedan dentro de éste.</p>	<p>CÓNCAVOS: Si alguno de los segmentos que trazamos entre dos puntos del polígono queda fuera de éste.</p>
--	--

15) ¡A construir polígonos!

Construye polígonos convexos utilizando las figuras del sobre.

16) Completar las siguientes definiciones:

Se dice que un polígono es **regular**
si.....
.....
.....
.....

Se dice que un polígono es **irregular**
si.....
.....
.....
.....

17) A partir de las construcciones realizadas en la *Actividad 15* completa el siguiente cuadro:

POLÍGONOS	
Cantidad de lados	Nombre del polígono

6.2 ANEXO B: Fotocopia de Sistema Sexagesimal

SISTEMA SEXAGESIMAL

El **sistema sexagesimal** es un sistema que se utiliza para medir la amplitud de los ángulos, cuya unidad es el grado.

Si a un ángulo de giro completo (360° (grados)) lo dividimos en 360 partes iguales obtenemos un ángulo de 1° (grado). A su vez, si a un ángulo de 1° (grado) lo dividimos en 60 partes iguales obtenemos 1' (minuto), y si a 1' (minuto) lo dividimos en 60 partes iguales obtenemos 1'' (segundo). Es decir:

$$1^\circ (\text{grado}) = 60' (\text{minutos})$$

$$1' (\text{minuto}) = 60'' (\text{segundos})$$

Suma y resta de ángulos

Para sumar dos ángulos se suman los grados con los grados, los minutos con los minutos y los segundos con los segundos. Veamos los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 50^\circ 16' 21'' \\ + 3^\circ 32' 29'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27^\circ 45' 10'' \\ + 12^\circ 19' 37'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41^\circ 08' 32'' \\ + 19^\circ 25' 44'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24^\circ 35' 48'' \\ + 32^\circ 27' 36'' \\ \hline \end{array}$$

Para restar dos ángulos se restan los grados con los grados, los minutos con los minutos y los segundos con los segundos. Veamos los siguientes ejemplos:

$$\begin{array}{r} 110^\circ 54' 39'' \\ - 32^\circ 28' 19'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87^\circ 14' 20'' \\ - 51^\circ 34' 01'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 134^\circ 23' 35'' \\ - 90^\circ 15' 37'' \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 76^\circ 49' 13'' \\ \hline \end{array}$$

¡Sumamos y restamos ángulos!

- a) $23^{\circ}15'47'' + 80^{\circ}32'10'' =$
- b) $17^{\circ}52'39'' + 91^{\circ}45'' =$
- c) $66^{\circ}47' + 25^{\circ}29'30'' =$
- d) $104^{\circ}57'33'' + 8^{\circ}46'55'' =$
- e) $165^{\circ}27'48'' - 41^{\circ}13'35'' =$
- f) $98^{\circ}50'14'' - 37^{\circ}18'20'' =$
- g) $113^{\circ}22'' - 56^{\circ}42'11'' =$
- h) $155^{\circ} - 121^{\circ}56'59'' =$

6.3 ANEXO C: Instructivos.

6.3.1 GeoGebra

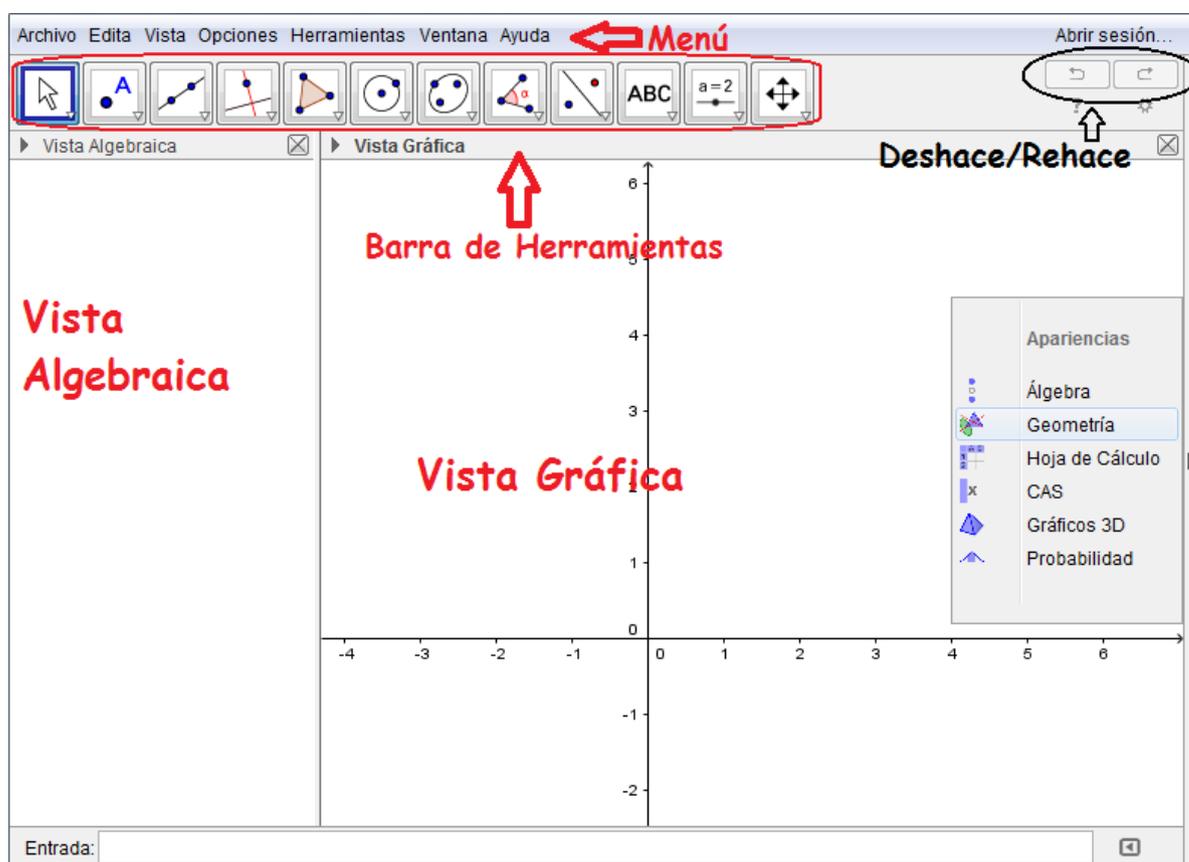


GeoGebra es un Programa Informático para la enseñanza y aprendizaje de la matemática en todos los niveles educativos.

Este software permite la realización de construcciones geométricas mediante el empleo de herramientas operadas con el mouse.

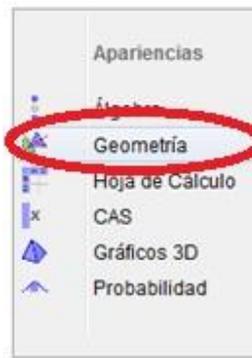
¡Aprendamos a utilizarlo!

Al abrir GeoGebra aparecerá la siguiente ventana:

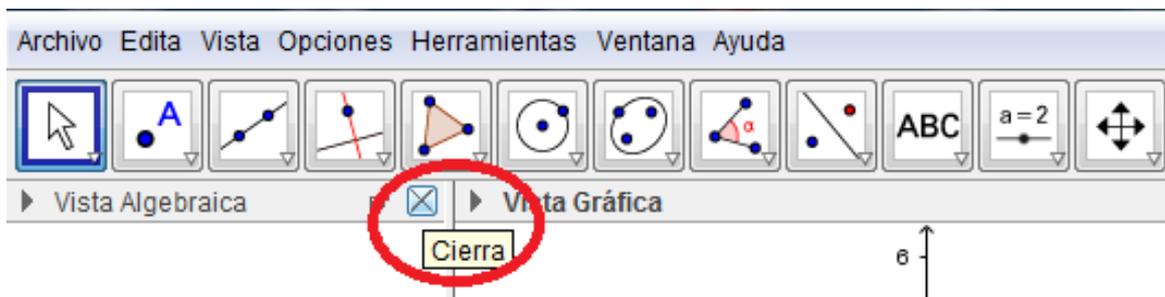


El programa cuenta con un *Menú*, una *Barra de Herramientas* en donde se encuentran todos los elementos necesarios para trazar construcciones en la *Vista Gráfica*, una *Vista Algebraica* que se encuentra a la izquierda de la pantalla y una *Vista Gráfica* ubicada a la derecha.

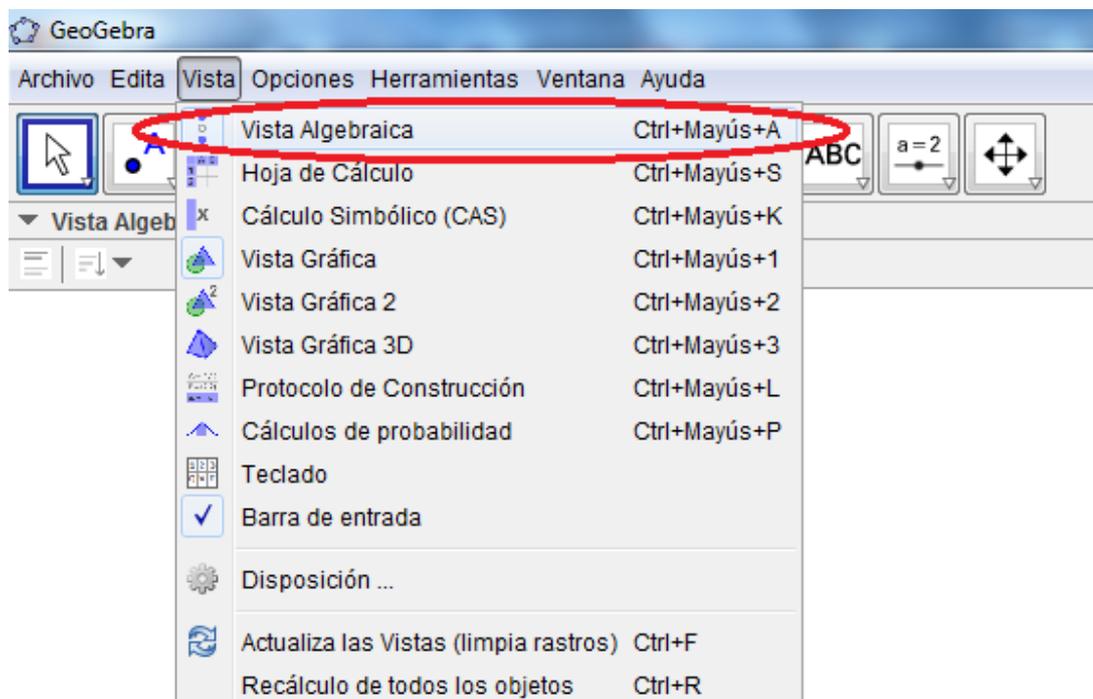
Para empezar hacemos clic en la opción *Geometría* del cuadro *Apariencias*.



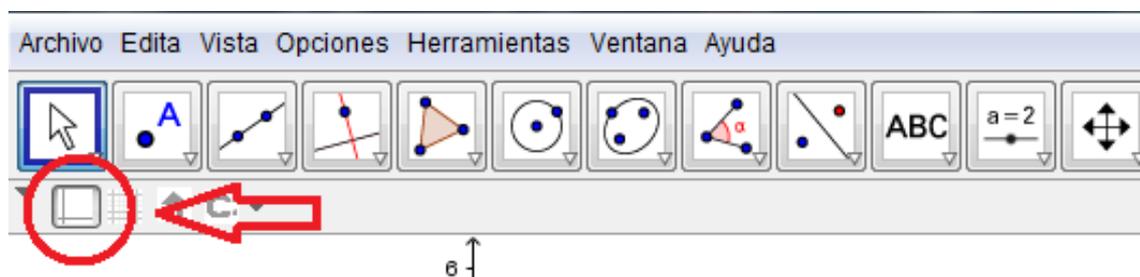
No necesitaremos de la *Vista Algebraica*, por lo que podemos desactivarla haciendo clic en la cruz.



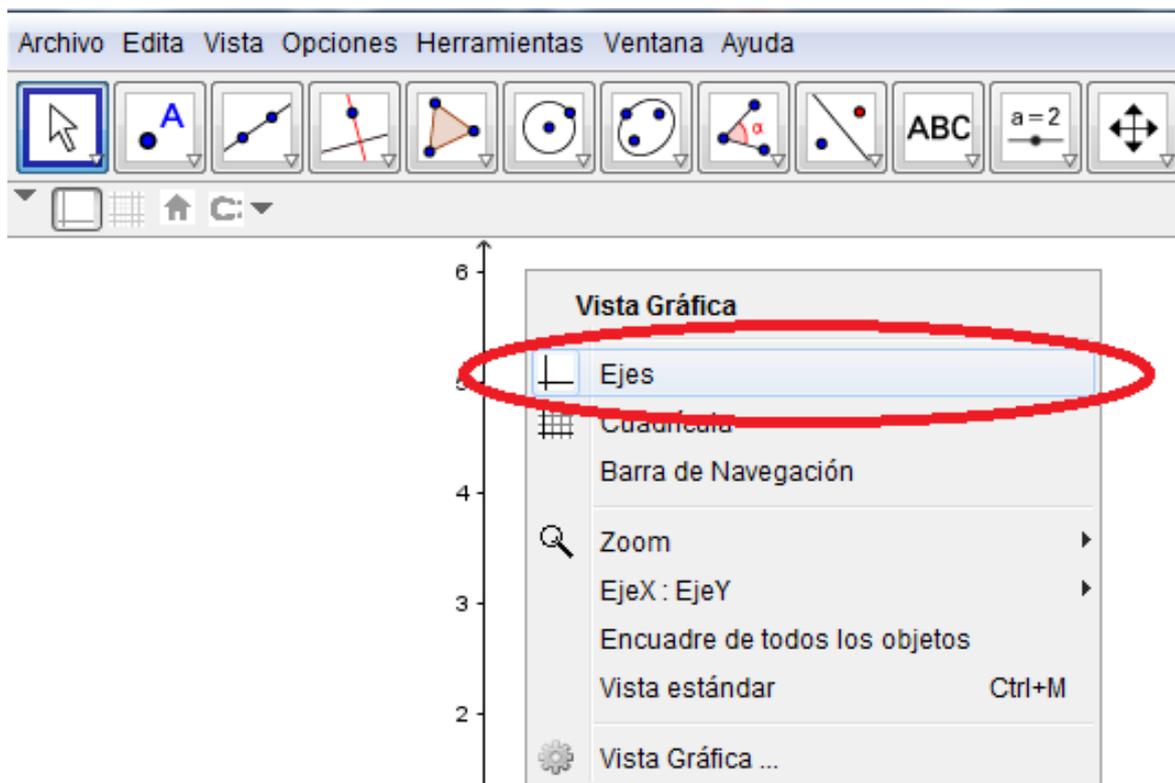
También puede desactivarse haciendo clic en la opción *Vista* del *Menú*. Observen que se despliega una ventana emergente con una serie de opciones. Hacemos clic en la opción *Vista algebraica*.



Tampoco necesitaremos los *Ejes*, por lo que podemos eliminarlos haciendo clic en la imagen de los ejes ubicada en la esquina superior izquierda de la *Vista Gráfica*.



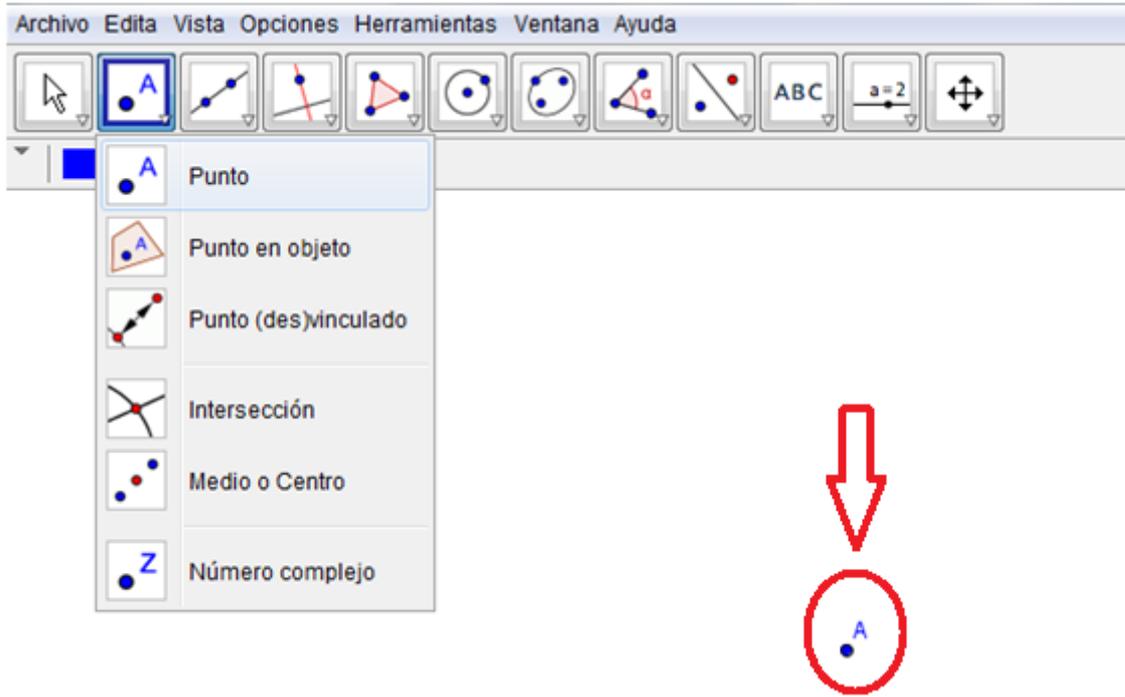
También pueden eliminarse haciendo clic con el botón derecho del mouse en la *Vista Gráfica* y seleccionando la opción *Ejes*.



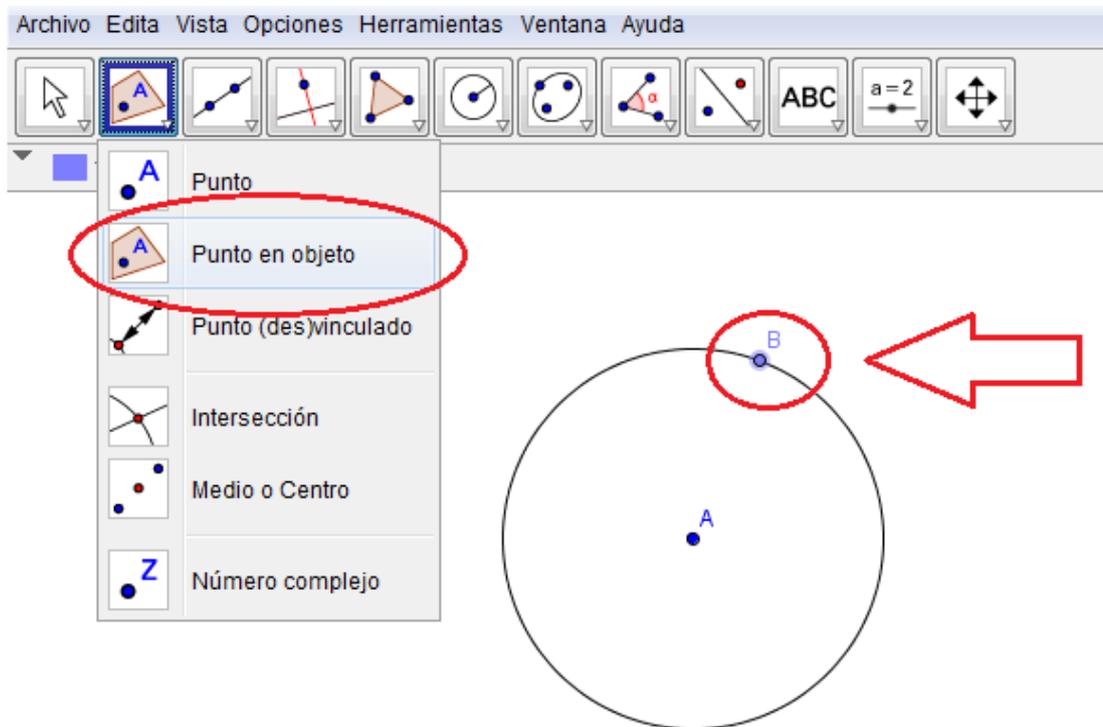
¿Cómo graficar un punto?

Hay muchas formas de graficar un punto con GeoGebra. Haciendo clic en el segundo ícono de la

Barra de Herramientas  encontramos estas diferentes opciones:  *Punto*: para seleccionarlo hacemos clic en esta opción. Luego hacemos clic izquierdo en el lugar de la *Vista Gráfica* donde queremos representar el punto.



Punto en objeto: para seleccionarlo hacemos clic en esta opción. Luego colocamos el mouse sobre el objeto donde queremos que se dibuje el punto. Cuando dicho objeto se oscurezca hacemos clic izquierdo sobre él.

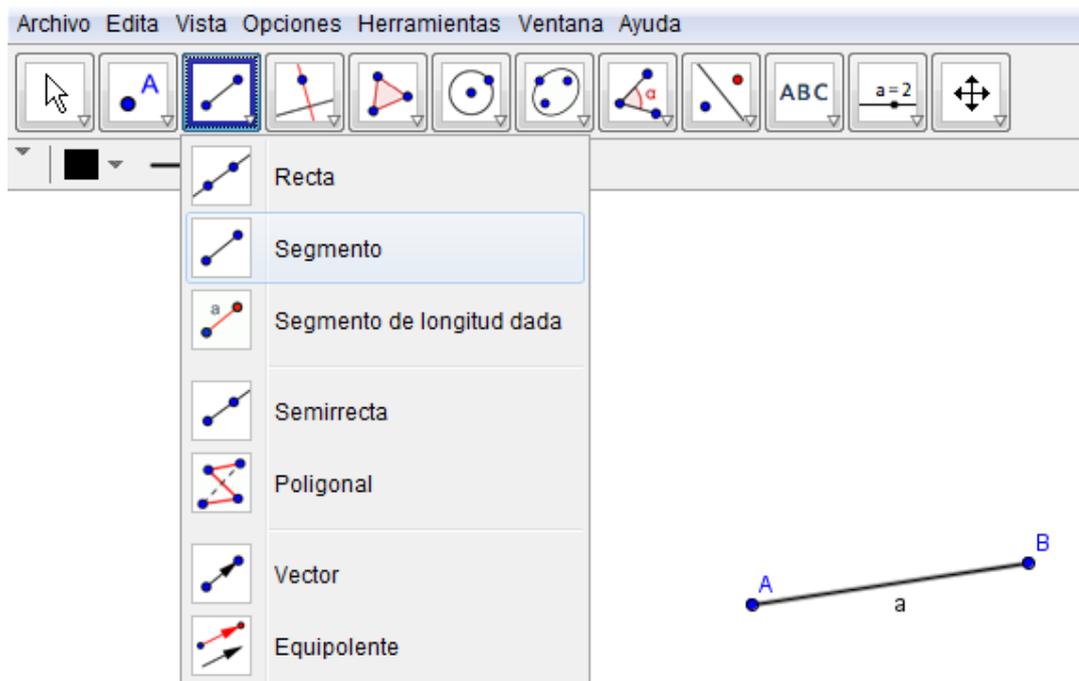


¿Cómo graficar un segmento?

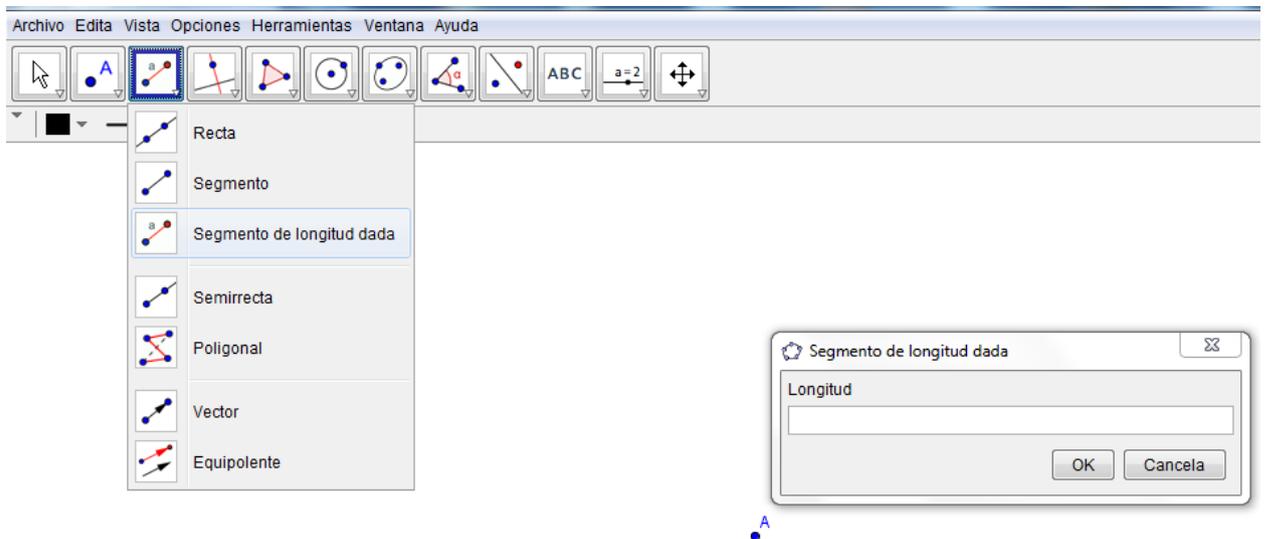
Hay dos formas de graficar un segmento. Haciendo clic en el tercer ícono de la *Barra de*

Herramientas  encontramos estas diferentes opciones.

- 1)  La herramienta *Segmento* permite graficar un segmento entre dos puntos dados. Para representar un segmento en la *Vista Gráfica* con esta herramienta, simplemente tenemos que marcar los puntos extremos del segmento.



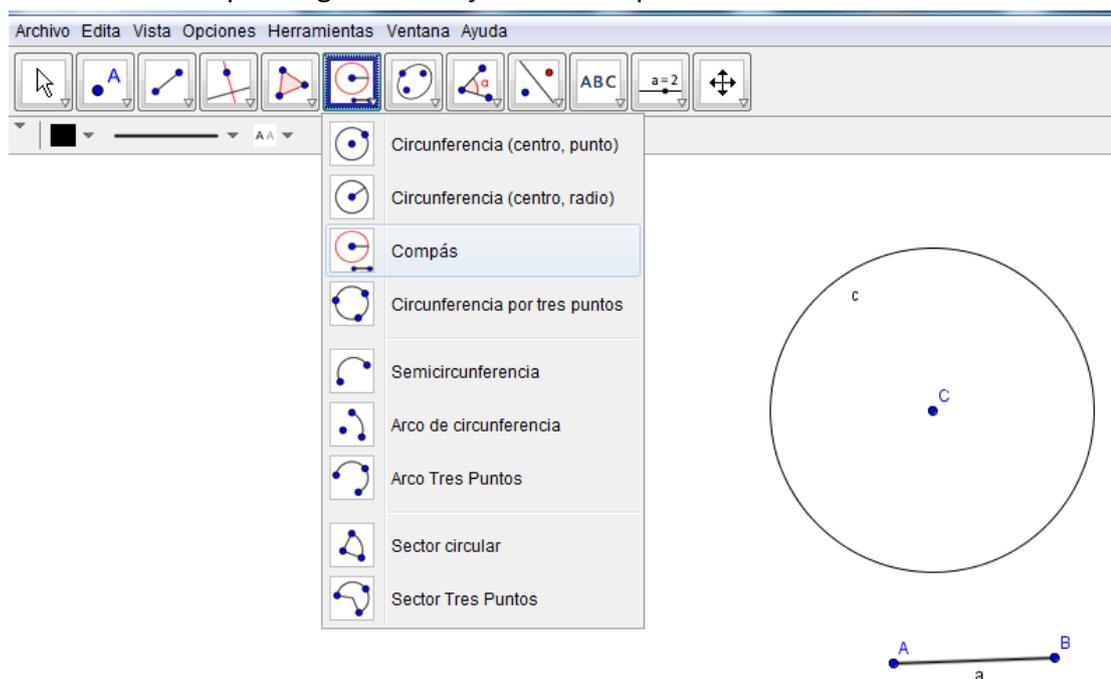
- 2)  La herramienta *Segmento de Longitud Dada* nos permitirá representar un segmento dando uno de sus extremos y su longitud. Para ello, en la *Vista Gráfica* marcamos un extremo y nos aparecerá una ventana emergente para ingresar la longitud deseada (sólo escribimos el número). Luego le damos *OK* y aparecerá el segmento dibujado.



GeoGebra cuenta con un *Compás* que podemos encontrar haciendo clic en el sexto ícono de la

Barra de Herramientas.  Esta herramienta nos sirve para trazar circunferencias y además nos permite trasladar distancias en el plano sin medirlas.

Para trazar una circunferencia a partir de la medida de un segmento, seleccionamos la herramienta y luego hacemos clic en el segmento deseado y marcamos el centro de la circunferencia en cualquier lugar de la hoja o sobre el punto deseado.

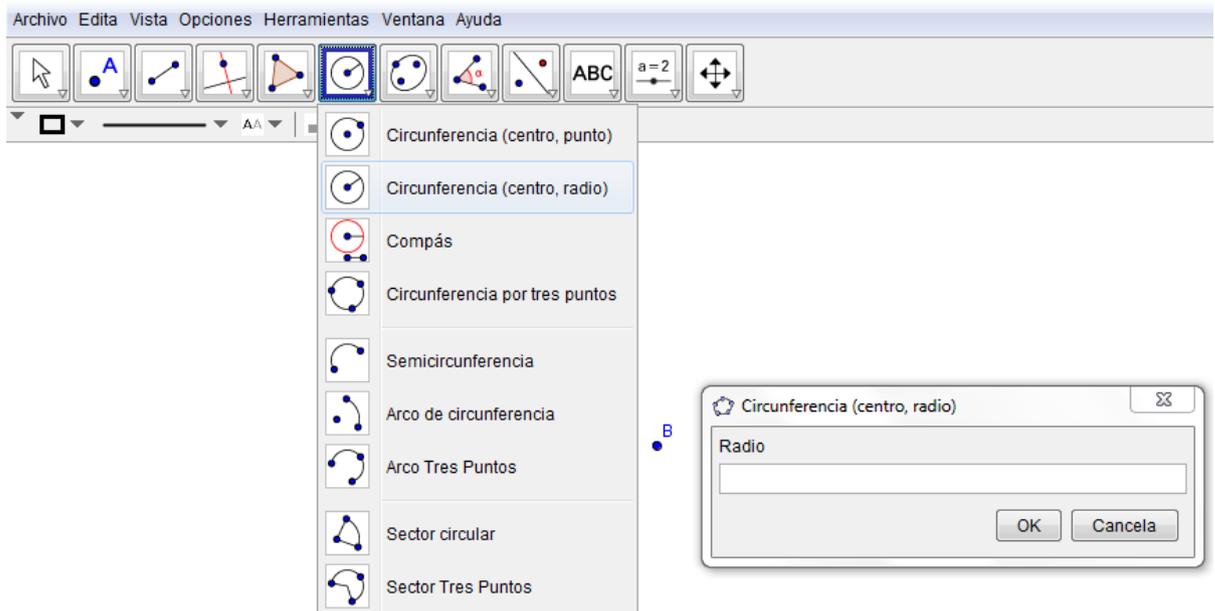




Circunferencia (centro, radio)

Esta herramienta nos permite trazar circunferencias a partir de un punto y la medida de su radio. La encontraremos haciendo clic en el sexto ícono de la Barra de Herramientas.

Para trazar una circunferencia a partir de su centro y su radio, hacemos clic en la *Vista Gráfica* y marcamos su centro. Inmediatamente nos aparecerá una ventana emergente para ingresar el *Radio* deseado (sólo escribimos el número). Luego le damos *OK* y aparecerá la circunferencia dibujada.



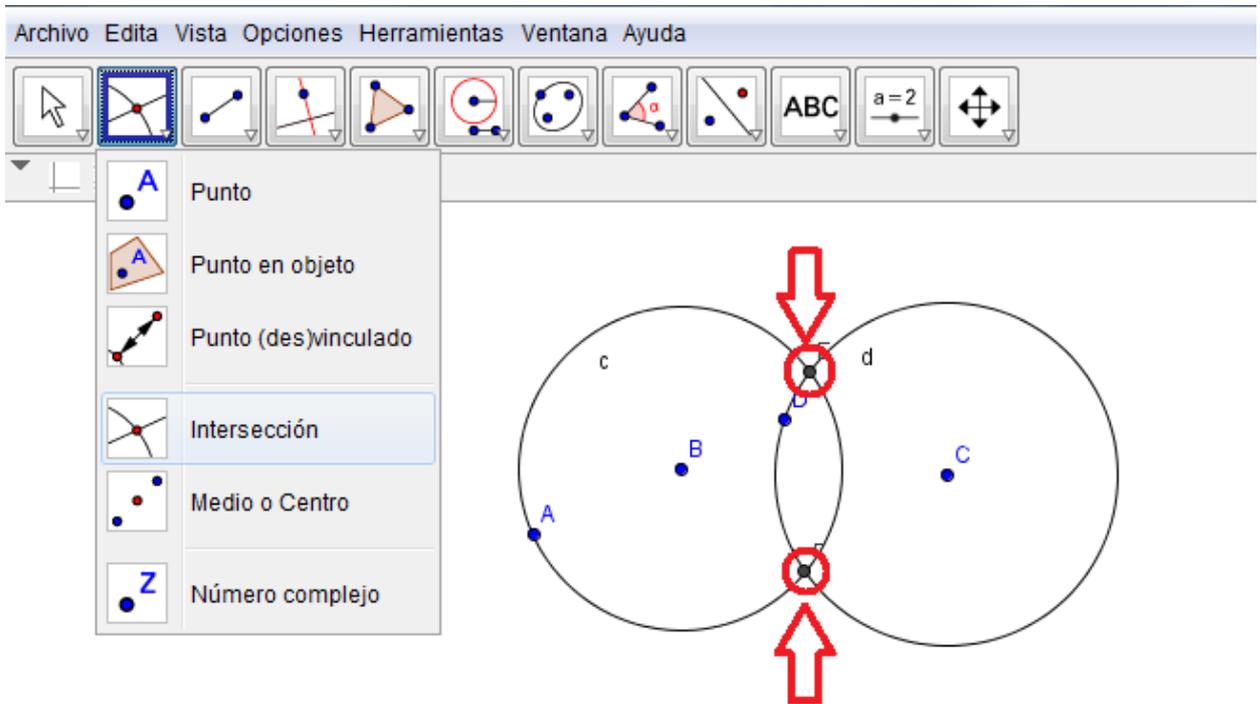
La diferencia entre esta última herramienta y el *Compás*, es que para trazar una circunferencia dado su centro y su radio es necesario conocer la medida de su radio.

¿Cómo encontramos los puntos comunes entre dos objetos?

Para encontrar el/los puntos comunes entre dos objetos debemos seleccionar la opción



Intersección, ubicada en el segundo ícono de la *Barra de Herramientas*. Luego hacemos clic en los dos objetos y automáticamente se marcarán los puntos buscados.



Otras herramientas útiles:

Desplaza Vista Gráfica: Desplaza la Vista seleccionada.

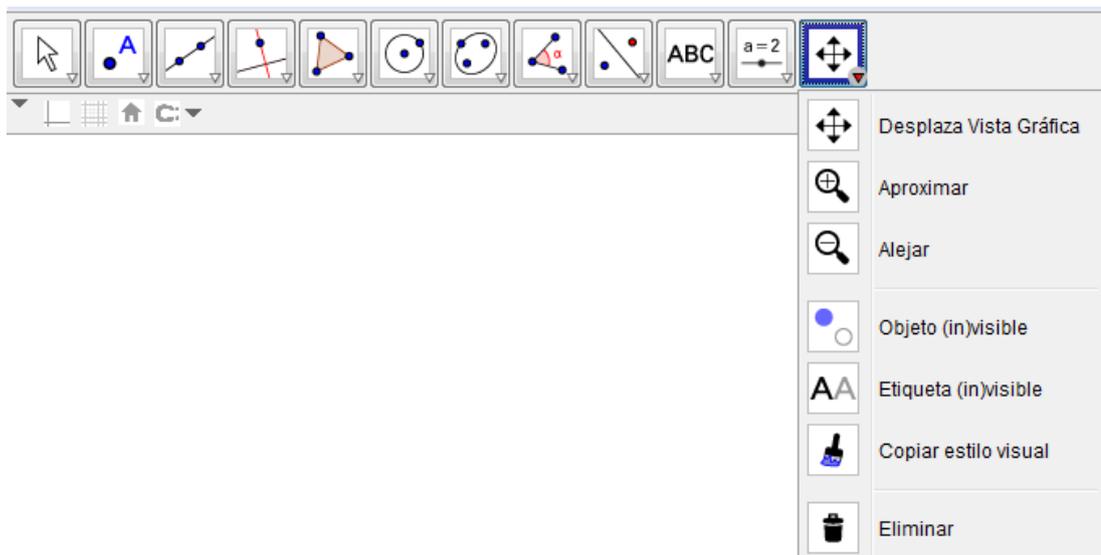
Aproximar/Alejar: Amplía o reduce la vista gráfica seleccionada.

Objeto (in)visible: Oculta o muestra el objeto seleccionado.

Etiqueta (in)visible: Oculta o muestra la etiqueta o nombre del objeto seleccionado.

Copia estilo visual: Copia el estilo (por ejemplo el color) de un objeto en otro.

Eliminar: Borra el objeto seleccionado.



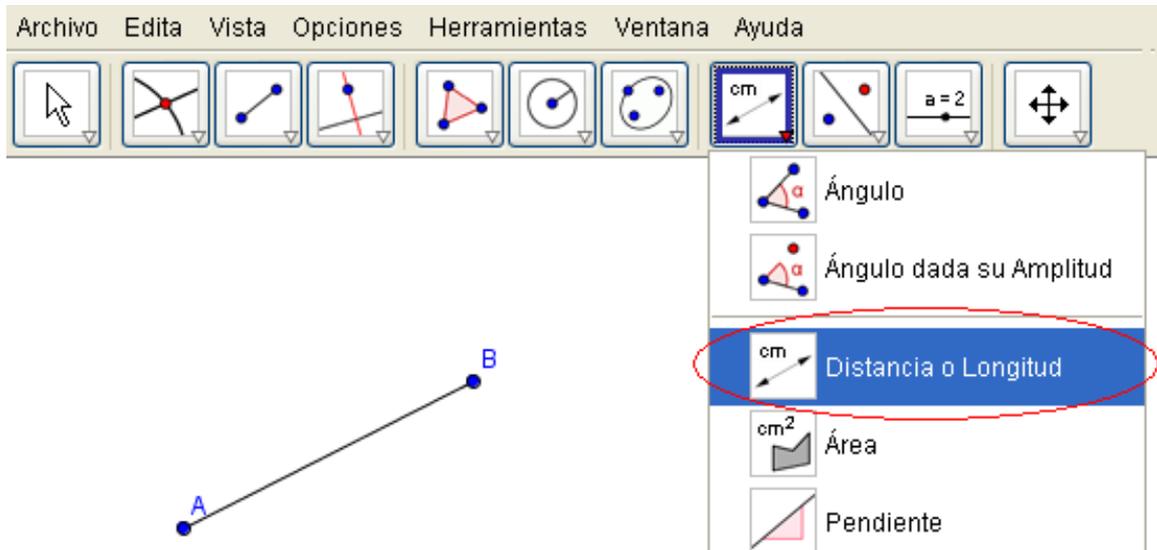
Elige y mueve: Permite desplazar un objeto seleccionado en la *Vista Gráfica*.



Distancia o Longitud: Encontramos esta herramienta en el octavo ícono de la *Barra de*



Herramientas. Nos sirve para averiguar la distancia entre dos puntos o la longitud de un segmento en centímetros. Para utilizarla, hacemos clic izquierdo sobre el ícono y luego clic izquierdo en el objeto en cuestión en la *Vista Gráfica*. Automáticamente nos dará la longitud.

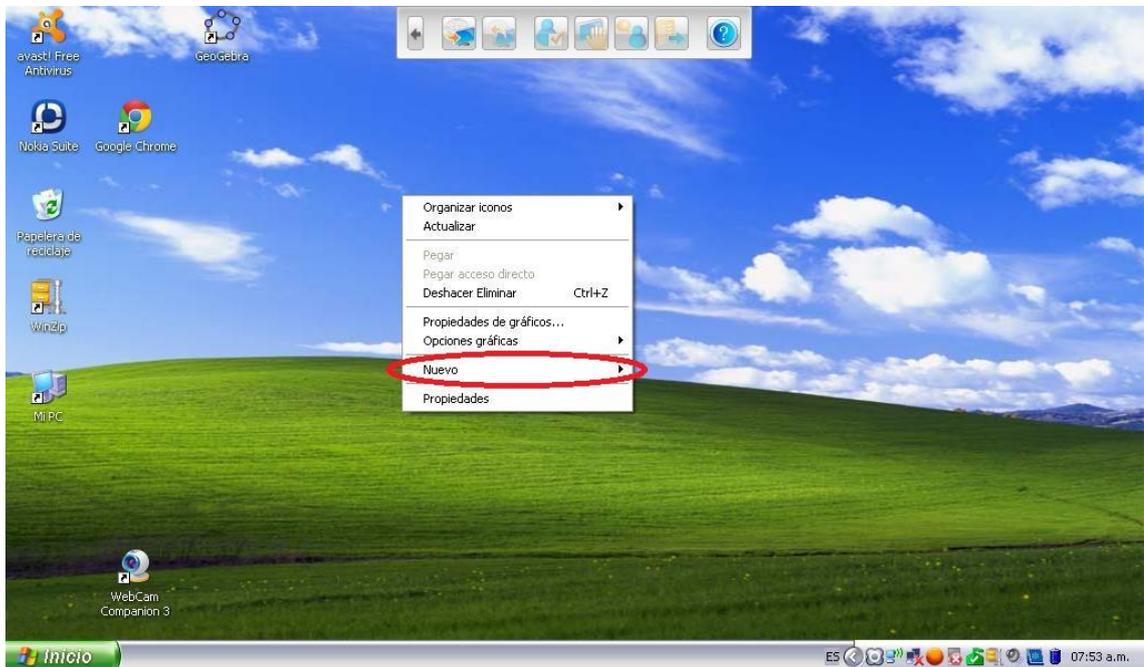


6.3.2 Entorno Windows.

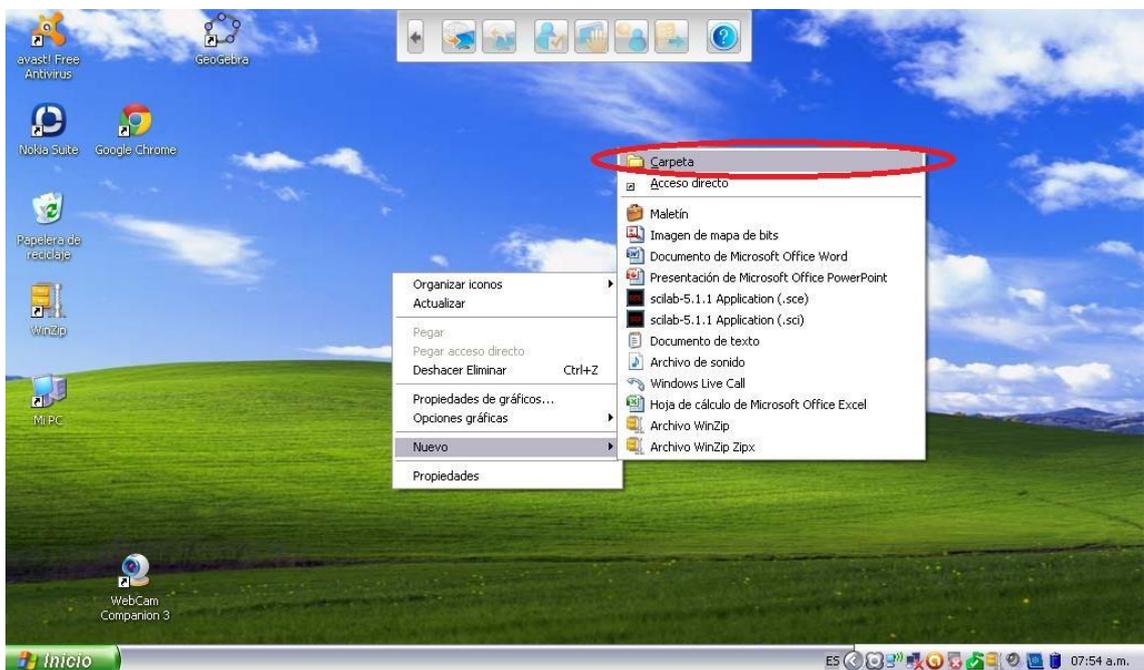
¿Cómo crear una Carpeta?

Crear una carpeta en el escritorio

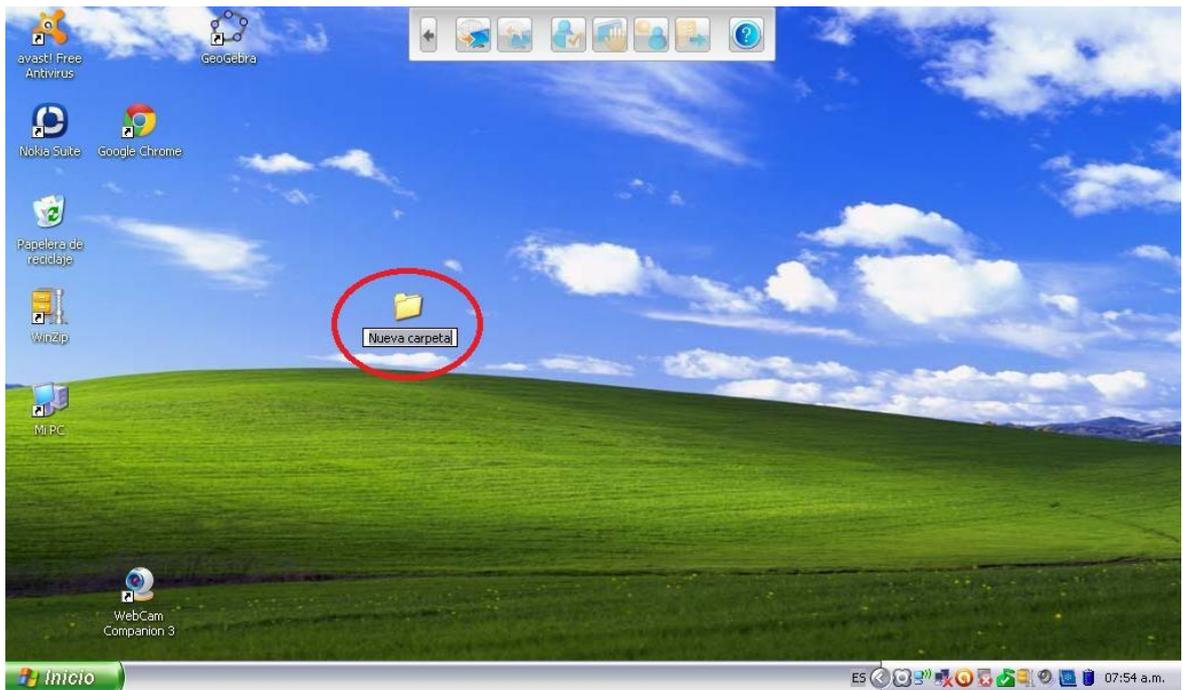
Para crear una carpeta en el escritorio debemos hacer clic derecho sobre el mismo. Aparecerá una ventana emergente con diferentes opciones. Debemos hacer clic izquierdo sobre *Nuevo*.



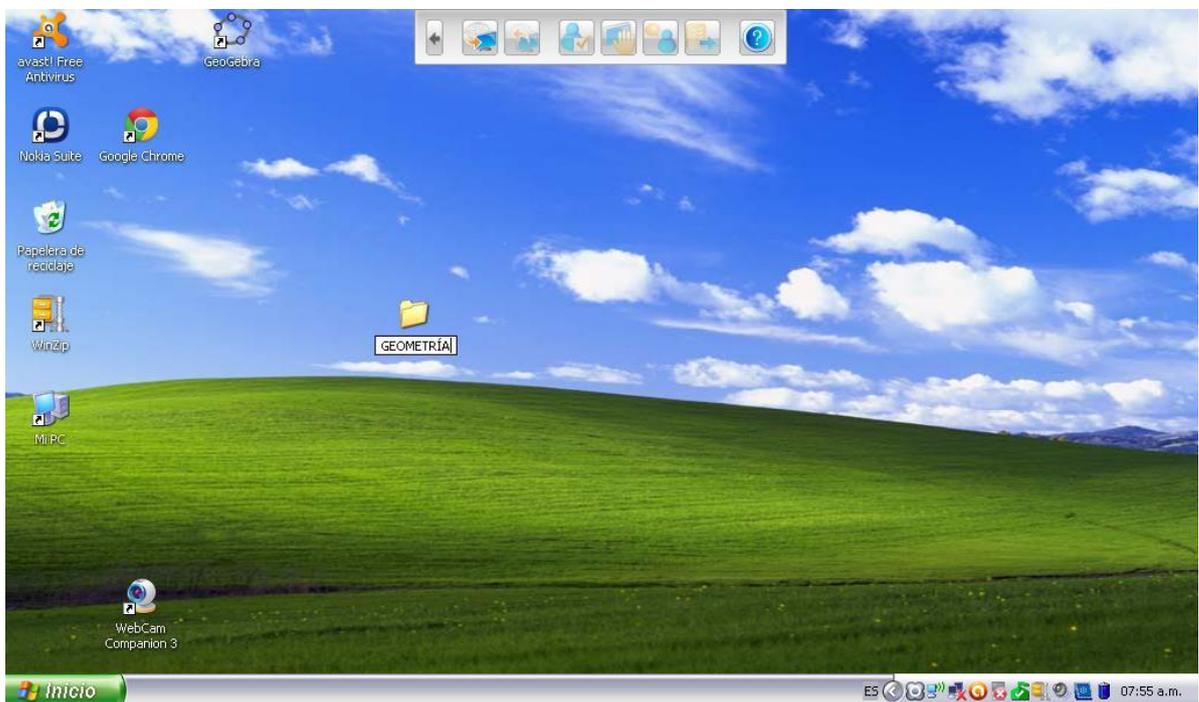
Al hacer clic izquierdo en *Nuevo* se desplegará una nueva ventana con más opciones. Hacemos clic izquierdo en *Carpeta*.



Aparecerá una carpeta en nuestro escritorio con el nombre *Nueva carpeta*.



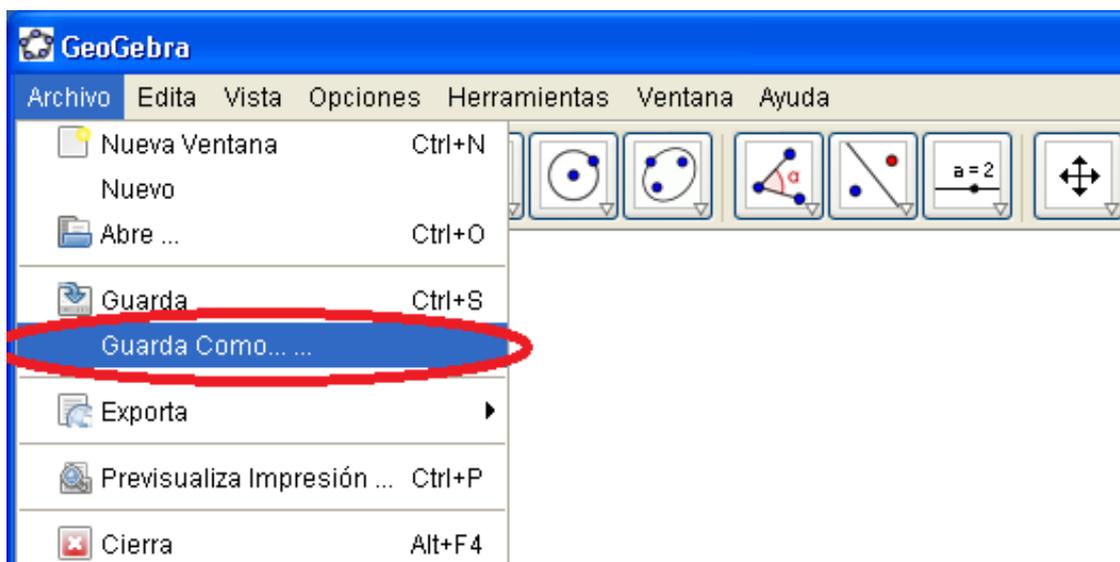
Observaremos que el nombre *Nueva carpeta* aparece pintado de celeste. Esto significa que podemos reescribir tipeando un nuevo nombre, en este caso *GEOMETRIA*. Para finalizar presionamos Enter.



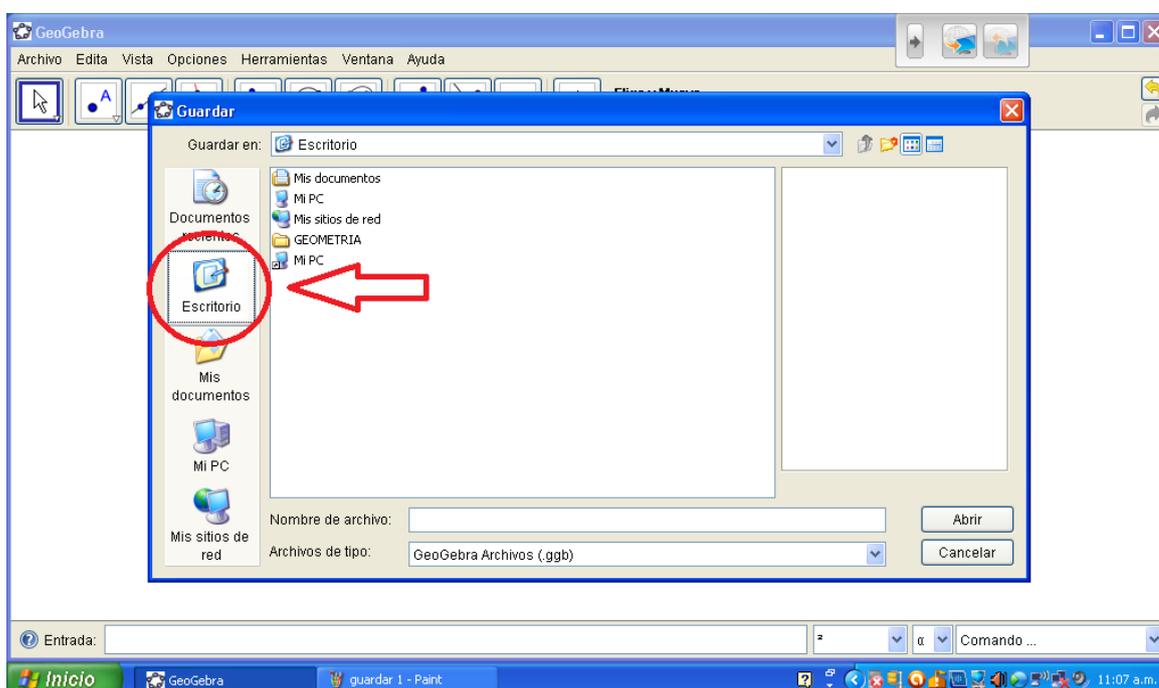
¿Cómo guardar un archivo?

Guardar un archivo de GeoGebra en la carpeta *GEOMETRÍA*

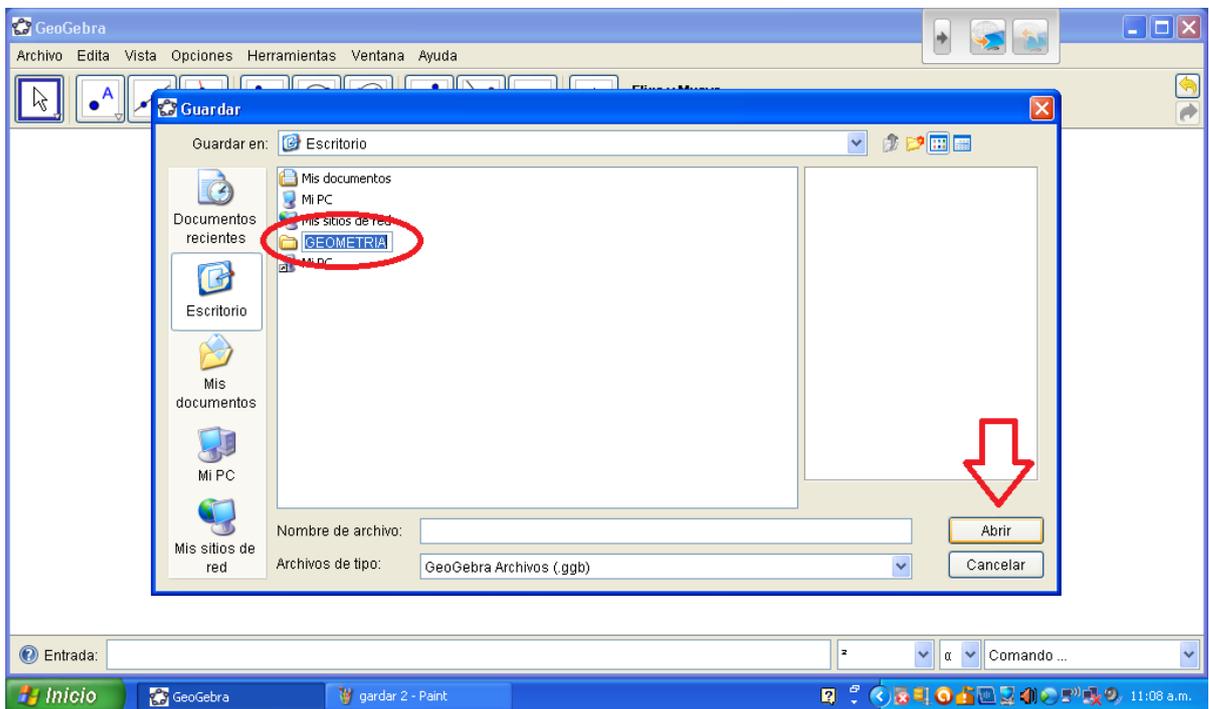
Para guardar un archivo de GeoGebra en la carpeta *GEOMETRÍA* debemos hacer clic izquierdo sobre la opción *Archivo* en el *Menú*, se desplegará una ventana y allí tenemos que hacer clic izquierdo en *Guarda Como...*



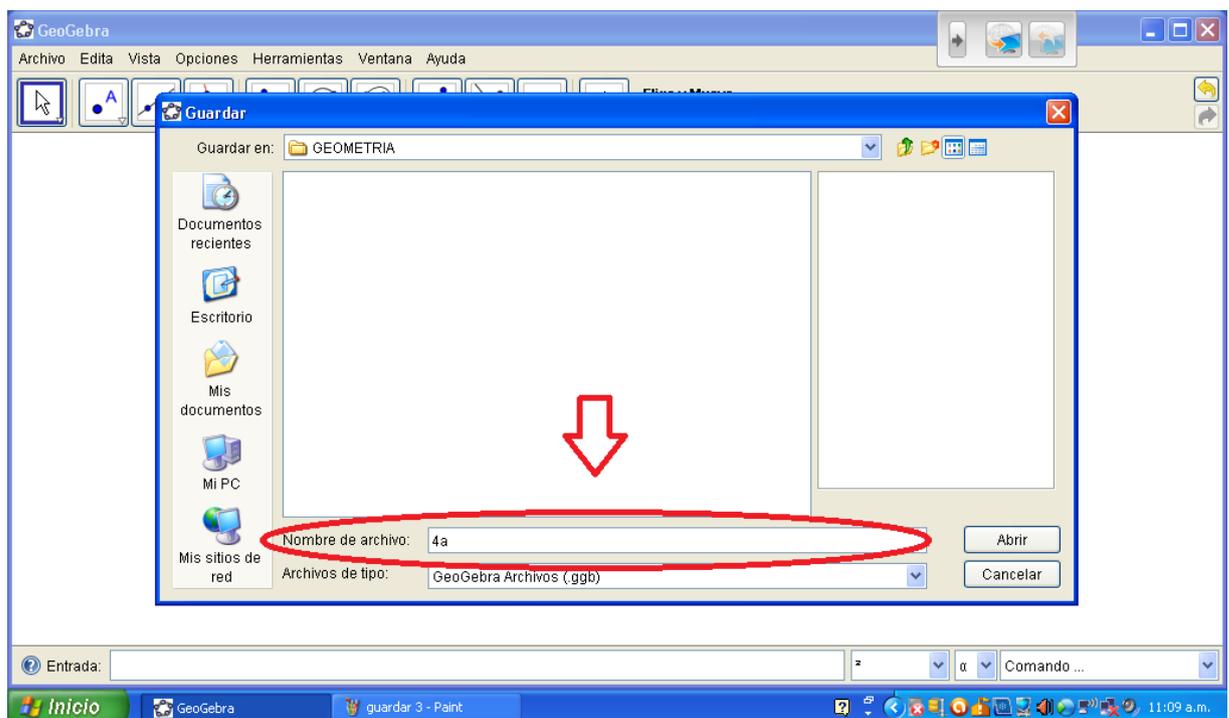
Luego aparecerá una ventana emergente, debemos hacer clic izquierdo en el ícono de *Escritorio*, ubicado a la izquierda de dicha ventana.



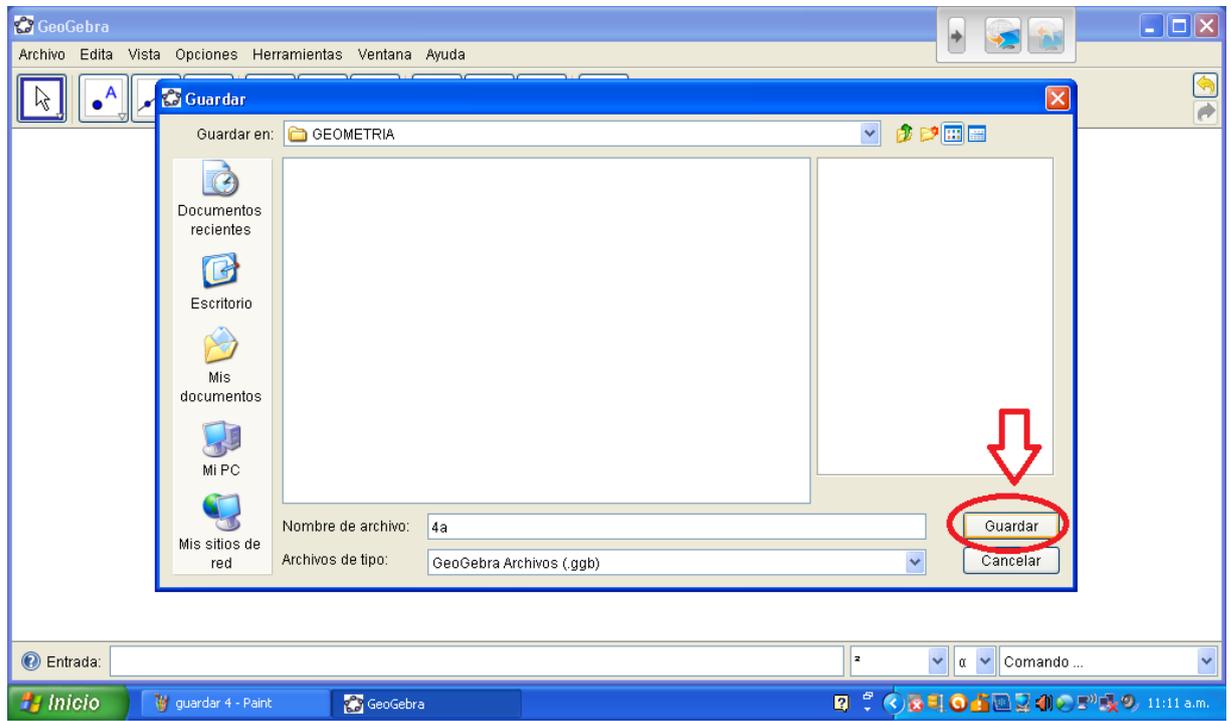
Seleccionamos la carpeta *GEOMETRIA* haciendo clic izquierdo sobre ella. Luego hacemos clic izquierdo en *Abrir*, ubicado en la parte inferior derecha de la ventana



Una vez abierta la carpeta, hacemos clic izquierdo en el recuadro blanco señalado y escribimos el nombre con el cual queremos guardar el archivo.



Una vez ingresado el *Nombre de Archivo* hacemos clic izquierdo en *Guardar*.



6.3.3 Cómo dibujar un ángulo con un transportador ¿Cómo dibujar un ángulo con un transportador?

PASO 1: Trazar en una hoja la semirrecta que será uno de los lados del ángulo y marcar su origen que será el vértice del ángulo.



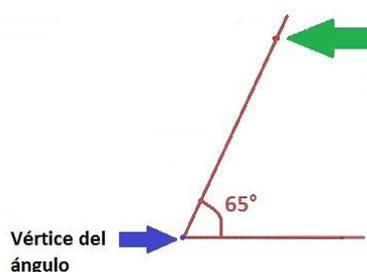
PASO 2: Apoyar el transportador de forma que su centro coincida con el vértice del ángulo y su eje con el lado anteriormente trazado.



PASO 3: Buscar en el transportador la medida del ángulo deseado (por ejemplo 65°) y marcar un punto sobre la hoja.



PASO 4: Retirar el transportador y unir el vértice del ángulo con el punto marcado en el paso 3.

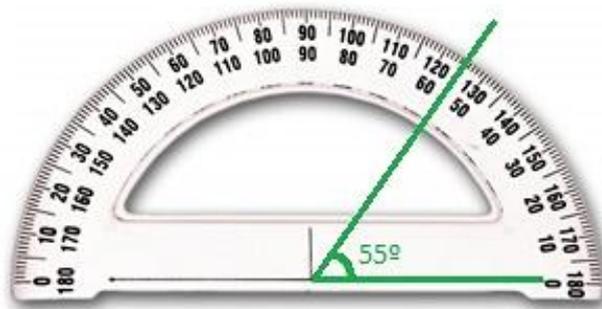


¡ATENCIÓN!

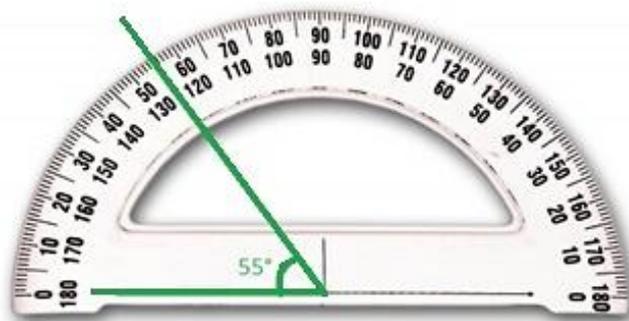
Observemos que el transportador tiene dos graduaciones, una interior y otra exterior.



Si el lado trazado en el paso 1 apunta hacia la derecha, por lo tanto, se utiliza la graduación interior para medir el ángulo.



En cambio, si el lado trazado en el paso 1 apunta hacia la izquierda se utiliza la graduación exterior para medir el ángulo.



6.4 ANEXO D: Planificación de la docente tutora.

PROGRAMA ANUAL 2015

Unidades didácticas

Unidad N° 1: “Números naturales”

El orden de la recta. Sistema de numeración. Operaciones con números naturales: adición, sustracción, multiplicación, división. Propiedades. Cálculos con operaciones combinadas. Métodos de resolución de problemas. Lenguaje simbólico, lenguaje coloquial. Ecuaciones. Problemas.

Unidad N° 2: “Números enteros”

El conjunto de los números enteros. Representación gráfica. Módulo o valor absoluto. Propiedades del conjunto de números enteros. Operaciones: adición, sustracción, multiplicación y división. Propiedades de las operaciones. Factor común. Expresiones algebraicas. Ecuaciones, inecuaciones. Problemas.

Unidad N° 3: “Potenciación y radicación de números de entero”

Potenciación, regla de los signos. Radicación, regla de los signos. Divisibilidad. Múltiplo común menor y divisor común mayor. Problemas.

Unidad N° 4: “Geometría”

Conceptos básicos. Punto, recta y plano. Posiciones de la recta en el plano. Semirrecta, segmento y ángulo. Sistema sexagesimal. Figuras convexas y cóncavas. Ángulo: Clasificación de ángulos y sus propiedades. Mediatriz de un segmento. Bisectriz de un ángulo. Ángulos determinados por dos rectas cortadas por una transversal. Propiedades.

Unidad N° 5: “Números racionales”

Fracciones. Expresión decimal de una fracción. Fracciones decimales. Números racionales: representación en la recta numérica. Fracciones equivalentes. Orden en \mathbb{Q} . Operaciones con fracciones y decimales. Porcentaje. Problemas.

Unidad N° 6: “Figuras planas: Polígonos: Triángulos”

Figuras planas: Cóncavas y convexas. Polígonos. Triángulos: clasificación. Propiedades de los ángulos y de los lados de un triángulo. Perímetro de una figura. Problemas.

Unidad N° 7: “Estadística”

Introducción a la estadística: gráficos cartesianos. Elementos estadísticos: población, muestra, variable y frecuencia. Representación gráfica: diagrama de barra, diagrama circular, pictograma. Interpretación de gráficos. Promedio o media aritmética. Moda.

6.5 ANEXO E: Distribución de los triángulos para *Actividad 15*.

Triángulos Compañeros:

Tipo A: Triángulo isósceles con base de 7 cm., dos ángulos de 72° y uno de 36°

Tipo B: Triángulo isósceles con un par de lados de 7 cm., dos ángulos de 36° y uno de 108°

Tipo C: Triángulo isósceles con un par de lados de 7 cm., dos ángulos de 72° y uno de 36°

SOBRE 1

CONTENIDO: Triángulos Compañeros

2 del Tipo A

4 del Tipo B

2 del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un pentágono regular.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.

SOBRE 9

CONTENIDO: Triángulos Compañeros

2 del Tipo A

4 del Tipo B

2 del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un pentágono regular.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.
- ✓ Un triángulo isósceles-acutángulo.

SOBRE 2

CONTENIDO: Triángulos Compañeros

3 del Tipo A

3 del Tipo B

1 del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un triángulo isósceles-acutángulo.
- ✓ Un pentágono irregular, simple y convexo.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.

SOBRE 16

CONTENIDO: (Triángulos compañeros)

16 triángulos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un decágono regular.
- ✓ Un hexágono irregular, simple y convexo.

SOBRE 3

CONTENIDO: 9 Triángulos equiláteros de 7 cm de lado

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un hexágono regular.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo

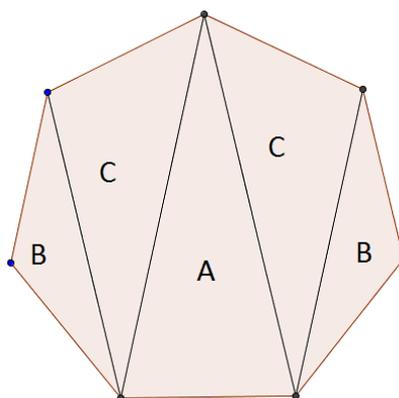
SOBRE 4

CONTENIDO: 8 Triángulos equiláteros de 7 cm de lado

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un triángulo equilátero.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.

SOBRE 5



CONTENIDO:

- 1 triángulo isósceles del Tipo A
- 2 triángulos isósceles del Tipo B
- 4 triángulos escalenos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un heptágono regular.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.

SOBRE 6

CONTENIDO: (Mismo tipo de triángulos del SOBRE 5)

- 1 triángulo isósceles del Tipo A
- 2 triángulos isósceles del Tipo B
- 4 triángulos escalenos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un pentágono irregular, simple y convexo.
- ✓ Un hexágono irregular simple y convexo.

SOBRE 11

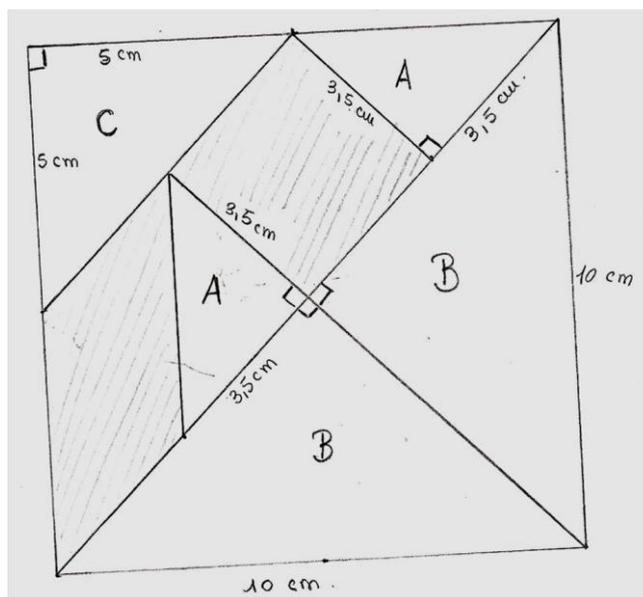
CONTENIDO: (Mismo tipo de triángulos del SOBRE 5)

- 1 triángulo isósceles del Tipo A
- 4 triángulos isósceles del Tipo B
- 2 triángulos escalenos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un heptágono regular. (Figura 15-pág. 6)
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.

TANGRAM



SOBRE 7

CONTENIDO:

- 2 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo A
- 3 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo B
- 2 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un pentágono irregular, simple y convexo.
- ✓ Un triángulo isósceles-rectángulo.

SOBRE 8

CONTENIDO:

- 4 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo A
- 3 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo B
- 2 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un pentágono irregular, simple y convexo.
- ✓ Un cuadrilátero irregular, simple y convexo.

SOBRE 10

CONTENIDO:

- 4 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo A
- 2 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo B
- 2 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un hexágono irregular, simple y convexo.
- ✓ Un cuadrilátero regular.

SOBRE 12

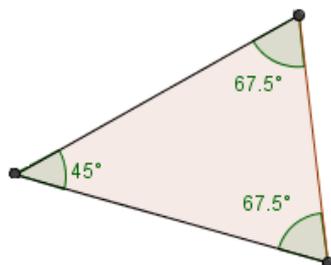
CONTENIDO:

- 4 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo A
- 1 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo B
- 2 triángulos isósceles-rectángulos del Tipo C

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un cuadrilátero regular.
- ✓ Un triángulo isósceles-rectángulo.

SOBRE 13



CONTENIDO:

- 14 triángulos isósceles iguales con un par de lados de 7cm.

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un octógono regular.
- ✓ Un hexágono irregular, simple y convexo.

SOBRE 15

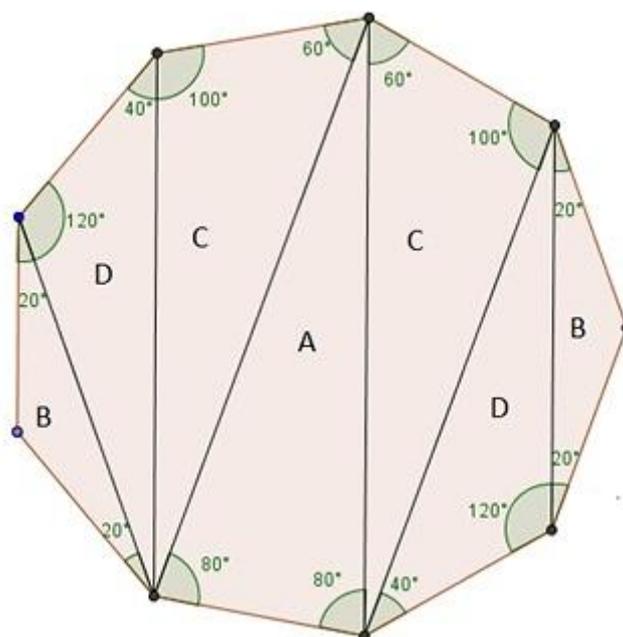
CONTENIDO:

8 triángulos isósceles iguales

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un triángulo isósceles-acutángulo.
- ✓ Un pentágono irregular, simple y convexo.

SOBRE 14



CONTENIDO:

- 2 triángulos isósceles del Tipo A
- 2 triángulo isósceles del Tipo B
- 4 triángulos escalenos del Tipo C
- 4 triángulos escalenos del Tipo D

CONSIGNA: Construir todas las figuras pedidas de modo tal que no queden piezas sin usar:

- ✓ Un heptágono irregular, simple y convexo.
- ✓ Un eneágono regular.

6.6 ANEXO F: Anexo digital (ver CD): Aplicación de GeoGebra para generalizar la Suma de ángulos interiores de un triángulo.