EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XIX JORNADAS
VOLUMEN 15 (2009)

Diego Letzen
Penélope Lodeyro

Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Sistemas Argumentativos y agregación. Algunos resultados

Marcelo Auday[*]

Introducción

Dung (1995) introdujo la noción de sistema argumentativo, consistente en un conjunto de argumentos y una relación de ataque entre ellos. Los argumentos son completamente abstractos, es decir, no se postula ninguna estructura interna particular, y la relación de ataque no cumple, en principio, ninguna propiedad típica[1], tal como reflexividad, completitud, transitividad, etc, pero sí tiene una comportamiento determinado sobre la cual se construye el sistema argumentativo: si un argumento *a* ataca a un argumento *b* y ningún argumento ataca a *a*, se dice que *b* ha sido derrotado mientras que *a* no, por lo cual *a* es defendible en tal sistema, mientras que *b* no; a su vez, si un argumento *a* ataca a un argumento *b*, y *b* ataca a un argumento *c*, mientras que ningún argumento ataca a *a*

o a *c* (además de b), *a* y *c* son defendibles en el sistema pero *b* no. El aspecto interesante de esta presentación tan abstracta reside en que permite un tratamiento muy general y elegante de los mecanismos de interacción entre argumentos. Tales mecanismos son atrapados mediante diferentes nociones de *extensiones*, las cuales definen qué argumentos triunfan (esto es, son defendibles) dado un sistema argumentativo particular.

Un problema no tratado por Dung es el de un sistema argumentativo con más de una relación de ataque, el cual serviría para representar un caso de debate o argumentación colectiva. Esta multiplicidad de relaciones de ataque (y de extensiones asociadas), implica dos problemas de agregación: por una parte, agregar las relaciones de ataque individuales para obtener una relación de ataque grupal, a partir de la cual generar la extensión grupal (en base a las definiciones de extensiones conocidas). Por otra parte, agregar directamente las extensiones individuales para obtener la extensión grupal.

El problema general de la agregación de argumentos ha recibido atención en la literatura sólo recientemente. Coste-Marquis et al. (2007) ofrecen un mecanismo específico de agregación de relaciones de ataque individuales, y no se ocupan de la agregación de extensiones; en particular, critican la agregación de argumentos por medio de mecanismos de votación. Tohmé, Bodanza y Simari (2008) tratan de encontrar propiedades generales en la agregación de argumentos por medio de mecanismos de votación y para ello se apoyan en resultados conocidos de la teoría de la elección social. Al final del trabajo, señalan como un problema abierto el de si los dos procedimientos de agregación mencionados pueden conmutar (esto es, pueden producir el mismo resultado, suponiendo que el criterio de agregación es el mismo en ambos casos), aunque advierten que hay razones para ser pesimista al respecto. El interés por este problema radica en que si las dos formas de agregación no producen los mismos resultados, entonces es necesario encontrar justificaciones para una u otra de las de ellas; en otras palabras, ¿cuál es la manera correcta de agregar? O ¿bajo qué criterios puede establecerse que un tipo de agregación es superior al otro?

---

[*] UNS

El objeto del presente trabajo es ofrecer un primer intento de estudio sistemático de la relación entre los dos tipos de agregación cuando los mecanismos utilizados son mecanismos de votación o similares.

Luego de describir qué es un sistema argumentativo según Dung, en la sección 3 planteamos qué se entiende por el problema de la conmutación en sentido estricto, para mostrar que el mismo no tiene solución, al menos para una familia muy amplia de operadores de agregación. Luego redefinimos el problema y mostramos una familia de operadores que conmutan, en este segundo sentido. Sin embargo, la conmutación funciona sólo para sistemas argumentativos con dos argumentos. En los comentarios finales relacionamos este trabajo con la teoría de la elección social y las condiciones arrovianas, en línea con la propuesta de Tohmé, Bodanza & Simari (2008).

El sistema argumentativo de Dung

Un sistema argumentativo es un par $T = \langle A, \rightarrow \rangle$ donde A es un conjunto de argumentos (elementos abstractos) y $\rightarrow$ es una relación binaria definida sobre A. Así, si $a, b \in A$, "$(a \rightarrow b)$" significa que el argumento *a* ataca al argumento *b*. A partir de la relación de ataque pueden definirse diferentes nociones de *extensión*, las cuales especifican qué argumentos son defendibles en dicho sistema, esto es, qué argumentos son aceptables teniendo en cuenta la interacción entre los diferentes ataques. Damos entonces las definiciones de extensiones más conocidas (completa, preferida, fundada y estable, (Dung, 1995)).

Un conjunto $S \subseteq A$ es *libre de conflicto* sii no hay ataques dentro de S. Un argumento $a \in A$ es *aceptable* en S sii para todo argumento $b \in A$ que ataque a *a*, hay un argumento $c \in S$ tal que c que ataca a *b*. S es una extensión *admisible* sii S es libre de conflicto y todos sus componentes son aceptables en S. S es una extensión *preferida* sii S es admisible y maximal en F. Para cualquier $S \subseteq A$ definimos $\Phi(S) = \{a \in A : a \text{ es aceptable en } S\}$. Entonces S es una extensión *completa* sii $\Phi(S) = S$ (es decir, S es un punto fijo de $\Phi(.)$). S es una extensión *fundada* sii es el menor (según $\subseteq$) punto fijo de $\Phi(.)$. Finalmente, S es una extensión *estable* sii S es libre de conflicto y todo argumento que no pertenece a S es atacado por algún argumento de S. Por ejemplo, sea el sistema argumentativo $T = \langle \{a,b\}, \{(a \rightarrow b), (b \rightarrow a)\} \rangle$; entonces, $S = \emptyset$ es una la extensión fundada, mientras que tanto $S_1 = \{a\}$ como $S_2 = \{b\}$ son extensiones admisibles, preferidas, completas y estables.

El problema de la conmutación

Consideremos ahora un sistema argumentativo para n agentes, cada uno representado por una relación de ataque: $T = \langle A, \rightarrow_1, \ldots, \rightarrow_n \rangle$ (2). Dada una determinada noción de extensión, el sistema determina n extensiones individuales $\langle G_1, \ldots, G_n \rangle$ (3). El problema de la conmutación puede expresarse, entonces, de la siguiente forma: determinar si existe un tipo de extensión y un criterio de agregación[4] tal que la agregación de las n extensiones individuales (formalmente, C[5]) coincide con la extensión producida a partir de la relacion de ataque obtenida mediante la agregación de las n relaciones de ataque individuales (formalmente, G(F)).

Obviamente, el problema de la conmutación depende del criterio usado para generar las extensiones. Ahora bien, mientras que las extensiones fundadas están bien definidas y son únicas para cualquier relación de ataque, hay ciertas relaciones de ataque que determinan más de una extensión preferida, a la vez que hay otras para las cuales la extensión estable no está definida (Dung, 1995). Por otra parte, si sólo consideramos relaciones de ataque acíclicas (esto es, no tienen ciclos de ningún grado), todas las extensiones están bien definidas y coinciden entre sí. Por esto, y para simplificar el tratamiento, sólo analizaremos el caso de las extensiones fundadas. Sin embargo, en los casos en que usemos solamente relaciones acíclicas los resultados valdrán para todas las extensiones mencionadas.

En lo que sigue veremos que el problema de la conmutación, tal como está planteado, no tiene solución positiva. Mostraremos esto, en primer lugar, para la regla de unanimidad y luego, mediante variaciones, para toda una familia de mecanismos de agregación que incluyen todos los mecanismos típicos de votación por mayorías, y variaciones de éstos. En tal sentido, si bien el resultado obtenido no es completamente general, deja pocas esperanzas de que mecanismos de agregación más o menos naturales o plausibles conmuten.

El criterio de unanimidad establece que un resultado es socialmente aceptable si y sólo si es unánimemente aceptado. La adaptación natural de este criterio a la agregación de ataques y de extensiones, respectivamente, es la siguiente:

$F = \{(a \rightarrow b)$: tal que $(a \rightarrow_i b)$, para todo agente $i\}$.

$C = \{a$: tal que $a \in G_i$, todo agente $i\}$.

El siguiente ejemplo muestra que la conmutación no se cumple bajo unanimidad: sea el sistema argumentativo T: $<\{a,b\}, \{(a \rightarrow_1 b)\}, \varnothing_2>$(6). Entonces, las extensiones fundadas individuales son $G_1=\{a\}$, $G_2=\{a,b\}$; la extensión agregada es $C=\{a\}$; la relación de ataque agregada es $F(\rightarrow_1, \rightarrow_2)=\varnothing$, y la extensión fundada de la relación de ataque agregada es $G(F)=\{a,b\}$. Como se ve, no hay coincidencia entre C y G(F).

Dado que las relaciones usadas son acíclicas, el resultado se aplica a todos los tipos de extensiones mencionados. Además, conviene recalcar que el contexto de agregación considerado es el más simple posible, a saber, dos agentes y dos argumentos.

Variaciones del mismo ejemplo permiten ver que bajo cualquier otra regla que exija menos que la unanimidad tampoco se cumplirá la conmutación. Sea n el número de agentes en un sistema argumentativo y sea, q, la cuota, $1 \leq q \leq n$. Definimos la regla-q de agregación:

$F_q = \{(a \rightarrow b)$: tal que $|\{i: (a \rightarrow_i b)\}| > q\}$. Esto es, $(a \rightarrow b)$ forma parte de la relación de ataque agregada si el número de agentes que tiene dicho ataque es mayor que q.

$C_q(G_1, \ldots, G_n) = \{a$: tal que $|\{i : a \in G_i\}| > q\}$. Esto es, *a* pertenece a la extensión agregada si el número de agentes que tiene a *a* en su extensión es mayor que q.

La cuota q establece la cantidad mínima de votos que necesita una opción (argumento, relación de ataque) para recibir la aprobación social. Obviamente, las cuotas usuales y razonables son aquellas donde q establece establece al menos una mayoría. Sin embargo, optamos aquí por un tratamiento más general.

El siguiente ejemplo muestra que la conmutación no se cumple para ninguna regla-q: sea el sistema argumentativo T: $<AR, \rightarrow_1, \ldots, \rightarrow_n>$ tal que A = {a,b}. Ahora, para cada n y q constrúyase un ejemplo de la siguiente forma: $(a \rightarrow_i b)$ para i:1, ..., q; $\varnothing_j$ para j: q+1, ..., n. Entonces, $G_i = \{a\}$, para i:1, ..., q; $G_j=\{a,b\}$, para j: q+1, ..., n. Por lo tanto, $F_q = \varnothing$ y $G(F_q) = \{a, b\}$, mientras que $C_q=\{a\}$.

Dado que ninguna cuota asegura la conmutación reforzaremos el criterio exigiendo que además haya un subconjunto fijo de agentes, U, cuya unanimidad sea requerida para establecer un resultado social. Denominaremos a este tipo de reglas reglas-q calificadas:

$F_{q,U} = \{(a \rightarrow b)$: tal que $|\{i: (a \rightarrow_i b)\}| > q$ y $U \subseteq \{i: |\{i: (a \rightarrow_i b)\}$.

$C_{q,U} = \{a$: tal que $|\{i : a \in G_i\}| > q$ y $U \subseteq \{i: a \in G_i\}$.

Nuevamente, podemos construir un ejemplo para cualquier n, q y un U fijo donde la conmutación no se cumple: sea el sistema argumentativo T: $\langle AR, \rightarrow_1, \ldots, \rightarrow_n \rangle$ tal que $A = \{a,b\}$. Entonces, para cada n y q constrúyase un ejemplo de la siguiente forma.

$|U-1|$ agentes de U tienen la relación de ataque $(a \rightarrow_i b)$, el resto de los agentes tiene la relación de ataque $\varnothing_j$. Por lo tanto, $F_{q,U} = \varnothing$ y $G[F_{q,U}] = \{a,b\}$. Por otra parte, hay $|U-1|$ extensiones $G_i = \{a\}$ y el resto $G_j = \{a,b\}$. Por ende, todos los agentes del sistema tienen *a* en su extensión, mientras que no todos los agentes en U tienen *b* en su extensión. Por lo tanto, $C_{q,U} = \{a\}$.

Los contraejemplos anteriores, si bien no son una prueba completa de la imposibilidad de la conmutación para cualquier par de operadores de agregación, sí muestran que los operadores típicos de votación no funcionan. Veamos ahora, con un ejemplo dónde reside el problema de la conmutación tal como la hemos definido.

Sea el sistema argumentativo $T = \langle \{a,b\}, \{a \rightarrow_1 b) \}, \varnothing_2 \rangle$ y supongamos que el resultado de agregación para este caso nos provee toda la información necesaria para extraer la regla de agregación subyacente[7]. Hay cuatro resultados agregados posibles:

(1) $F = \{(a \rightarrow b)\}$, el cual produce una extensión agregada $G(F) = \{a\}$

(2) $F = \varnothing$, el cual produce una extensión agregada $G(F) = \{a,b\}$

(3) $F = \{(b \rightarrow a)\}$, el cual produce una extensión agregada $G(F) = \{b\}$

(4) $F = \{(a \rightarrow b), (b \rightarrow a)\}$, el cual produce una extensión agregada $G(F) = \varnothing$

La regla de agregación de relaciones de ataque subyacente, en cada uno de estos casos, puede describirse de la siguiente manera:

(1) F: unión de las n relaciones de ataque individuales;

(2) F: intersección de las n relaciones de ataque individuales;

(3) F: complemento de la unión de las n relaciones de ataque individuales;

(4) F: complemento de la intersección de las n relaciones de ataque individuales.

A su vez, la regla de agregación de extensiones subyacente, en cada uno de estos casos, puede describirse como sigue:

(1) C: Intersección de las n extensiones individuales;

(2) C: unión de las n extensiones individuales;

(3) C: complemento de la intersección de las n extensiones individuales;

(4) C: complemento de la unión de las n extensiones individuales;

En resumen, la intuición es que los operadores de agregación de relaciones de ataque basados en el operador de unión están asociados a operadores de agregación de extensiones basados en el operador de intersección.

Replanteo del problema
Podemos replantear el problema de la conmutación de la siguiente manera: dado el sistema argumentativo para n agentes $T = \langle A, \rightarrow_1, \ldots, \rightarrow_n \rangle$, encontrar los mecanismos F y C de forma tal que se cumpla $C = G(F)$, suponiendo que las extensiones individuales $(G_1, \ldots, G_n)$ y la extensión agregada G(F)) son del mismo tipo. A diferencia del planteo anterior del problema, aquí no se presupone que el mismo criterio de agregación para ambos mecanismos.

Reconsideremos nuevamente la regla-q ya vista, definiendo a la vez dos nuevos operadores de agregación:

$F_q=\{(a \rightarrow b)$: tal que $|\{i: (a \rightarrow_i b)\}| > q\}$.

$C_q=\{a$: tal que $|\{i : a \in G_i\}| > q\}$.

$F^q=\{(a \rightarrow b)$: tal que $|\{i: \neg(a \rightarrow_i b)\}| \leq q\}$.

$C^q=\{a$: tal que $|\{i : \neg(a \in G_i)\}| \leq q\}$.

Veamos los dos agregadores de relaciones de ataque: (1) para que un ataque sea socialmente aceptable F_q exige que dicho ataque sea apoyado por más de q agentes; por su parte, F^q exige que quienes no apoyen dicho ataque sean cuanto mucho q agentes. Los operadores para extensiones se interpretan de manera análoga. (2) que un agente i 'no apoya que a ataca a b' significa simplemente que "$\neg(a \rightarrow_i b)$". (3) Las dos reglas son distintas: en cualquier situación donde hay 2p agentes y exactamente p agentes apoyan el ataque $(a \rightarrow b)$, $(a \rightarrow b)$ está incluido en F^q pero no en F_q.

Proposición: Sea el sistema argumentativo $T = \langle A, \rightarrow_1, \ldots, \rightarrow_n \rangle$, tal que $A=\{a,b\}$, las extensiones $G_1, \ldots, G_n$ y G(F) son fundadas, y las relaciones de ataque individuales no tienen ciclos de grado 1[8]. Entonces, los siguientes pares de mecanismos conmutan para cualquier cuota q y cualquier número n de agentes: (1) F_q y C^q, (2) F^q y C_q.

Prueba:

(1) *a* está incluida en $G(F_q)$ sii F_q no incluye el ataque $(b \rightarrow a)$ sii el número de agentes que tienen el ataque $(b \rightarrow a)$ es igual o menor a q sii el número de agentes cuya extensión individual no incluye *a* es menor o iguala q sii *a* está incluida en C^q.

(2) *a* está incluida en C_q sii el número de agentes cuya extensión individual incluye *a* es mayor que q sii el número de agentes cuya relación de ataque no incluye $(b \rightarrow a)$ es mayor que q sii F^q no incluye el ataque $(b \rightarrow a)$ sii *a* está incluida en $G(F^q)$.

Como es obvio, la regla-q calificada también conmuta, además de asegurar que la agregación sea acíclica. Sin embargo, los operadores definidos no requieren la aciclicidad completa para conmutar.

Ahora bien, todos los operadores definidos fallan en conmutar si hay más de tres argumentos. Para mostrar esto damos la manera de construir un ejemplo para cualquier n y cualquier q. Hay dos casos que considerar: (1) $n-q \leq q$ y (2) $n-q > q$.

Caso (1): sean q individuos con la relación de ataque $\{(a \rightarrow_i b), (b \rightarrow_i c)\}$, y n-q individuos con la relación de ataque $\{(b \rightarrow_j c)\}$. Entonces, hay q extensiones $G_i= \{a,c\}$, y n-q extensiones $G_j= \{a,b\}$. Por lo tanto,

$C_q=\{a\}$ (pues *a* es el único argumento que está en más de q extensiones).

$C^q=\{a,b,c\}$ (pues nadie excluye a *a*, n-q (<q) individuos excluyen *c*, y exactamente q individuos excluyen *b*).

F_q={(b→c)} (pues es el único ataque apoyado por más de q individuos), y $G(F_q)$={a,b}. Por lo tanto, C^q y $G(F_q)$ no coinciden.

F^q={(a →b), (b →c)} (pues nadie excluye (b →c), y menos de q individuos excluyen (a →b)), y $G(F^q)$={a,c}. Por lo tanto, C_q y $G(F^q)$ no coinciden.

Caso (2): sean q individuos con la relación de ataque {(a$\rightarrow_i$b), (b$\rightarrow_i$c)}, 1 individuo con la relación de ataque {(b$\rightarrow_j$c)} y n-q-1 individuos con la relación de ataque $\varnothing_k$. Entonces, hay q extensiones G_i= {a,c}, 1 extensión G_j= {a,b} y n-q-1 extensiones G_k= {a,b, c}. Por lo tanto,

C_q={a} (pues *a* es el único argumento que está en más de q extensiones).

C^q={a,b,c} (pues nadie excluye *a*, 1 (≤q) individuo excluye *c*, y exactamente q individuos excluyen *b*).

F_q={(b →c)} (pues es el único ataque apoyado por más de q individuos), y $G(F_q)$={a,b}. Por lo tanto, C^q y =$G(F_q)$ no coinciden.

F^q={(b→c)} si hay q individuos con la relación ∅, y se genera la extensión $G(F^q)$={a,b}, o F^q= ∅ si hay más de q individuos con la relación ∅, y se genera la extensión $G(F^q)$ ={a,b,c}. En cualquier caso, C_q y $G(F^q)$ no coinciden.

Comentarios finales

Una característica importante de los ejemplos utilizados es que tanto las relaciones de ataque individuales como las agregadas son acíclicas, por lo cual el ejemplo afecta a todos los tipos de extensiones mencionados al principio. En otras palabras, la aciclicidad no resuelve nada: para el caso de dos argumentos, no es necesaria; para el caso de tres argumentos, fracasa. Además, otro aspecto interesante es que el problema de la conmutación no guarda relación tampoco con que haya demasiada diversidad en las relaciones de ataque individuales, como puede verse a partir del perfil de relaciones usado en los ejemplos.

El que sólo haya conmutación para sistemas argumentativos con sólo dos argumentos puede ser desalentador, pero está en línea con los teoremas de imposibilidad típicos de la teoría de la elección social: El teorema de Arrow y el teorema de Gibbard-Satterthwaite[9] requieren que haya al menos tres alternativas. En relación con esto, también podemos agregar que todas las reglas de agregación de relaciones de ataque consideradas cumplen el principio de Pareto, la condición de independencia y la de no-dictatorialidad[10]. Sin embargo, dado que tales condiciones no han sido usadas explícitamente para obtener los resultados anteriores, la imposibilidad presentada en los mismos tiene un carácter más general. Una continuación natural del presente trabajo es la de tratar de establecer condiciones bajo las cuales obtener la coincidencia entre los dos modos de agregación; un primer intento de esto puede verse en Bodanza & Auday (2009).

Notas

1 Reflexividad, simetría, asimetría, transitividad,completitud, etc.

2 En nuestra versión, todos los agentes comparten el mismo conjunto de argumentos, pero pueden diferir en las relaciones de ataque sobre los mismos. Para un análisis del caso en que los agentes no comparten el mismo conjunto de argumentos, ver Coste-Marquis et al. (2007).

3 Usaremos "G_i" como abreviatura de "$G(\rightarrow_i)$", es decir la extensión del agente *i* a partir de su relación de ataque $\rightarrow_i$.

4 En verdad, el criterio se aplica a dominios distintos y, por ende, hay dos operadores de agregación involucrados: uno para relaciones de ataque individuales (que simbolizaremos con "F") y otro para extensiones individuales (que

simbolizaremos con "C"). Aunque estrictamente son dos operadores distintos, la idea subyacente es que es el mismo criterio de agregación (por ejemplo, regla de mayoría absoluta) aplicado a dominios distintos. Sin embargo, el problema de definir tal par de operadores de manera que reflejen correctamente el criterio subyacente podría no ser trivial.

[5] Usaremos "C" como abreviatura de "$C(G_1, \ldots, G_n)$" y "G(F)" como abreviatura de "$G[F(\rightarrow_1, \ldots, \rightarrow_n)]$".

[6] Mediante "$\varnothing_i$" simbolizamos la relación de ataque vacía para el individuo i.

[7] Obviamente, este es un supuesto más que fuerte, pero sirve para mostrar que algo está mal en el planteo del problema.

[8] Es, decir ningún argumento se ataca a sí mismo.

[9] Reny (2001) para una presentación muy clara de ambos resultados y sus demostraciones.

[10] Ver Tohmé, Bodanza, & Simari, (2008).

Bibliografía

Bodanza, G. & Auday, M. (2009) Social argument justification, some mechanisms and conditions for their coincidence, 10th European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty, Verona, Italy, July 1-3, http://www.isib.cnr.it/ecsqaru2009/program.html.

Dung, P.M. (1995) On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games, Artificial Intelligence, 77: 321-358.

Reny, Ph. (2001) Arrow's theorem and the Gibbard-Satterthwaite theorem: a unified approach, Social Choice and Welfare, 70: 99-105.

Tohmé, F., Bodanza, G. & Simari, G. (2008) Aggregation of Attack relations: a Social-Choice Theoretical Analysis of Defeasibility Criteria, Lecture Notes in Computer Science, vol. 4932, pp. 8-23, ISBN: 978-3-540-77683-3.