

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XIX JORNADAS

VOLUMEN 15 (2009)

Diego Letzen
Penélope Lodeyro

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



La matemática árabe y sus influencias en el desarrollo económico y científico

Diego Melchiori* y Mauro Nicodemo†

Introducción

Este trabajo intenta describir cuales fueron las diferentes vías de penetración de la notación posicional indo-arábiga y las técnicas de cálculo y de resolución algebraica en la Europa de fines de la Edad Media y comienzos del Renacimiento. A su vez intenta un primer análisis de cómo fueron influyendo en distintos sectores de esta sociedad medieval tardía y renacentista, y cómo esta influencia posibilitó su masificación. Analizando distintos autores queremos señalar el vínculo que se establece entre la utilización de la notación posicional, las técnicas de cálculo y algebraicas, y el desarrollo mercantil, proponiendo a su vez una retroalimentación entre ambos. Es decir que a la vez que las técnicas matemáticas facilitaban los cálculos mercantiles, el comercio impulsaba el desarrollo de estas técnicas al plantearle nuevos problemas. Se concluirá el trabajo revisando algunas propuestas sobre las condiciones socioeconómicas que condujeron al inicio de la Revolución Científica y su relación con la proliferación de las técnicas y notaciones matemáticas antes analizadas.

Comparación de potencialidades

En el año 1202 Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci, publica *Liber abaci* (El libro de los ábacos) en el cual muestra las ventajas del sistema posicional con cifras hindúes¹ por sobre el sistema de numeración romano. Estos dos sistemas de numeración tienen potencialidades de cálculo completamente diferentes. Tomando el ejemplo que propone J. Rey Pastor (1997) podemos ver que para escribir un mismo número, en este caso el cuatro mil trescientos veintiuno, necesitamos cuatro símbolos (cifras) para hacerlo con notación posicional (4321) a diferencia de los diez símbolos necesarios para hacerlo con notación romana (MMMMCCCXXI). Tal vez esta diferencia es ejemplificadora pero no ilustrativa de las ventajas de un sistema sobre otro. Las principales ventajas radican en la velocidad y el modo de cálculo: con la notación posicional los cálculos pueden realizarse en papel sin necesidad de recurrir al uso del ábaco, y por lo tanto sin necesidad de “borrar” o “tirar” los cálculos parciales.

Difusión del nuevo sistema y de las nuevas técnicas

Fibonacci estuvo en África del norte y recorrió más tarde países musulmanes. En estos viajes toma contacto con la matemática árabe y con el sistema de numeración hindú. La publicación de su libro es concordante con la creciente utilización por parte de los comerciantes de la Europa mediterránea de este sistema de numeración así como también de las técnicas y los algoritmos de cálculo. Al tomar contacto con este cálculo por las mismas vías que Leonardo, pareciera que los mercaderes no dudan en adoptar un sistema que le otorga mayor posibilidades para el desarrollo de su actividad económica:

* Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

† Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Desde le siglo XII, venecianos o genoveses se organizan, se asocian para llevar a cabo operaciones ultramarinas. [...] Comienza a hacer falta saber contar, repartir los beneficios o las pérdidas en función del contrato (Benoit, 1998. 228).

La expansión comercial vivida en la Europa medieval genera la conformación y el ascenso del grupo social de los comerciantes. Para que este grupo pueda asegurar su reproducción y mantenimiento tanto de su posición como de su ascenso, será necesario formar a las futuras generaciones en el uso de los nuevos instrumentos contables.

La numeración árabe, introducida por Leonardo Fibonacci en 1202 encontró su empleo principal en la contabilidad comercial. En unas pocas décadas las cuatro reglas de la aritmética, que hasta entonces habían sido un misterio limitado a los matemáticos, se convirtieron en enseñanza obligada para todo aprendiz de mercader... (Bernal, 1973: 274)

Es así como toman importancia los matemáticos dedicados a enseñar técnicas contables y de cálculo a los hijos de los mercaderes. Esta función proporcionará a los matemáticos no sólo un medio de subsistencia, sino también un reconocimiento dentro de la sociedad, (expresado en la profesionalización de su actividad):

En Florencia existe un grupo de profesores, de profesionales que viven de las matemáticas y, más en concreto, del cálculo. Su posición en la ciudad se reconoce y se estima. A fines del siglo XV un florentino, Luca Landucci, al definir a los hombres 'mas nobles y valerosos' de su ciudad, coloca entre ellos, junto a Cosme de Medicis, a siete artistas y dos obispos, pero también a dos maestros de cálculo (Benoit, 1998. 230).

Desde esta posición los matemáticos comienzan a redactar textos dirigidos a la enseñanza de la notación y de las técnicas de cálculo totalmente vinculadas con los problemas producidos por las transacciones comerciales. Estos libros no siguen la corriente tradicional de los escritos matemáticos griegos, fuertemente determinado por el estilo de Euclides, sino que su línea directriz está basada en la resolución de problemas prácticos de intercambio comercial y contabilidad. No se basan en la demostración de enunciados, sino en la resolución de problemas "tipo": equivalencia monetaria (problemas de cambio en diferentes monedas), regla de tres, interés simple y compuesto, superficies y volúmenes, reparto de beneficios y pérdidas. Esto da muestras de la mutua influencia entre el comercio y las técnicas y resoluciones matemáticas. A la vez que el comercio se desarrolla rápidamente, beneficiado en parte por la introducción de nuevas técnicas de cálculo, él mismo fomenta la creación, producción y desarrollo de nuevas técnicas destinadas exclusivamente a la resolución de sus problemas.

Otros rasgos importantes a destacar de estos libros, que dan cuenta de su aceptación y difusión en la sociedad, son el idioma en que están escritos y la importancia que le otorgan a cada tema.

A diferencia de los textos tradicionales escritos en latín, los libros sobre cálculo están escritos en idioma vulgar, lo que posibilita que sean accesibles a mayores sectores de la población. Claramente estas ediciones no estaban dirigidas a un público académico.

De la importancia otorgada a cada tema puede inferirse el nivel de conocimiento público alcanzado por cada uno de los temas expuestos. Benoit hace un resumen de cada uno de los temas más importantes, tratados por la mayoría de los escritores. En cuanto a la numeración

posicional y las operaciones más simples (suma y resta) hace referencia a que no se tratan muy extensamente, con lo que concluye que pareciera que “se considera como algo ya adquirido”.

A modo de ejemplo para ver la estructura y los contenidos incluidos en la mayoría de los manuales o tratados sobre cálculo, podemos citar el índice del *Liber abaci*:

Índice del *Liber abaci* de Leonardo de Pisa (1202)

Las nueve figuras de las Indias, las cifras y la numeración.

La multiplicación de enteros.

La adición.

La sustracción.

La división.

La multiplicación de enteros y fracciones, la multiplicación de fracciones.

La adición, la sustracción, la división de enteros y fracciones y la reducción a común denominador.

Las compras y las ventas.

Las baratas (trueques).

Las sociedades.

El cambio de moneda.

Las soluciones de múltiples problemas.

La regla de chatayn² que permite resolver varios problemas.

La extracción de raíces cuadradas y cúbicas y las operaciones con raíces.

La geometría y las cuestiones de álgebra.

Legados para la Revolución Científico

La siguiente cita expresa la perspectiva con la que abordamos el análisis de la génesis y desarrollos posteriores de la actividad matemática.

El aumento del comercio y las mejoras en las técnicas del transporte y la manufactura le empujaban lentamente hacia una economía mercantil y dineraria en lugar del régimen del servicio obligado. El aspecto técnico de esta revolución económica acabo siendo un factor decisivo en la creación de una ciencia experimental nueva y progresiva que tomará el lugar de la estática ciencia racional de la Edad Media. Presentaba a los hombres del Renacimiento situaciones y problemas con los que era incapaz de enfrentarse el viejo saber. (Bernal, 1973: 258)

Bernal hace referencia a la ciencia en general. Nuestra intención es poder ver esta misma relación que él describe, pero para la matemática en particular. Podemos intentar una “reescritura”: El aumento del comercio y las mejoras en las técnicas y resolución de cálculo le empujaban lentamente hacia una economía mercantil [...]. El avance en las escrituras posibilitó la cuantificación de mediciones, la resolución de cálculos, lo que acabó siendo un factor decisivo en la creación de una ciencia experimental nueva [...]. Presentaba a los hombres del Renacimiento situaciones y problemas matemáticos, contables y de cálculo con los que era incapaz de enfrentarse el viejo saber.

Es decir, la actividad matemática es una técnica más dentro de las técnicas desarrolladas y utilizadas por el hombre. A la luz del desarrollo posterior de la ciencia creemos que este aporte de la matemática vista como técnica no es menor.

Los éxitos de Galileo y Kepler fueron posibles porque dominaron la *nueva matemática* que había florecido en el Renacimiento. Vieta (1540-1603) había dado el paso decisivo al convertir en simbólica toda la argumentación matemática utilizando letras tanto para las cantidades conocidas como para las desconocidas [...]. Este artificio de carácter puramente técnico aumentó enormemente la rapidez de los cálculos, eliminando la confusión que producen inevitablemente las palabras.[...] La antigua geometría griega siguió conservando su prestigio [...] pero los cálculos numéricos se podían realizar mucho más fácilmente por medio de los métodos algebraicos. [...] Al abreviarse los cálculos se multiplicó el número de astrónomos y físicos activos (Bernal, 1973: 327).

Si bien esta cita hace referencia a la astronomía, no hay que confundir el fin último que esta persigue. Si bien todavía en este período la astronomía estaba fuertemente ligada a la astrología, financiada por príncipes o miembros de la realeza, la nueva burguesía comienza a necesitar de resultados en esta área ya no para la confección de cartas natales sino para la confección de cartas de navegación.

Una segunda razón que exigía la resolución del problema de los planetas estaba referida a cuestiones del mayor interés técnico. La navegación, actividad primordial en una época de expansiones coloniales y viajes de exploración y conquista, necesitaba de mapas actualizados; la orientación en alta mar requería conocimientos astronómicos, y era imprescindible, por otra parte, la reforma del calendario, para lo cual se debía determinar con gran precisión la duración del año (Boido, 1998: 65)

Con respecto a las condiciones económicas apoyamos la afirmación de Bernal de que “El trayecto seguido por la ciencia [...] es el mismo que el del comercio y la industria (1973: 45)”. Siguiendo nuestra línea argumentativa de que tanto la asimilación de la matemática árabe como la producción matemática renacentista fueron pilares del desarrollo comercial europeo, podemos establecer una relación transitiva indirecta entre el desarrollo matemático y la producción científica. Es decir, la matemática incide fuertemente en el desarrollo de la economía, a la vez que ésta última influye decisivamente en el desarrollo científico.

Conclusiones

A modo de cierre podemos decir que de éste análisis de la influencia de los cambios matemáticos operados en el período en análisis surge una relación recíproca entre matemática, economía y ciencia. Sobre la relación entre economía y ciencia sólo diremos que es recíproca³³. La influencia de la matemática en la economía estuvo dada por la simplificación de cálculos y la resolución de problemas, facilitados por la nueva notación y los nuevos algoritmos de cálculo. Asimismo, la economía le planteó a la matemática nuevos problemas derivados de las necesidades de la expansión mercantil, los cuales operaron como base para el posterior desarrollo matemático. Posteriormente, esta misma relación recíproca se dio análogamente entre la matemática y la ciencia, una vez que estos cambios y desarrollos matemáticos alcanzaran crecientes niveles de difusión.

Notas

¹ El sistema de numeración posicional indo-arábigo es el que usamos en la actualidad, salvo por algunas diferencias en cuanto a la grafía de los cifras y a la escritura de fracciones o números racionales.

² Orts Muñoz describe de qué se trata este método y cómo se articula en el *Liber abaci*. “Leonardo de Pisa (Fibonacci) utiliza el término *elchataym* (del árabe *hisab al-Kkhataayn*) para designar la regla de la doble falsa posición. En el capítulo 13 (...) explica este método en detalle y lo usa para resolver problemas. Anteriormente, en el capítulo 12, había presentado la regla de simple falsa posición” (Resolución de problemas mediante la regla de falsa posición: un estudio histórico. *Suma* (56) pp. 55-61). La regla de simple falsa posición sirve y se usó para resolver problemas que, escritos en un lenguaje algebraico actual, podrían modelarse con ecuaciones del tipo $ax = c$. Mientras que la regla de la doble falsa posición fue usada para resolver problemas relacionados tanto con ecuaciones del tipo $ax + b = c$ como con sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Para un detalle del modo de resolución se puede consultar el artículo citado.

³ No se ampliará ni profundizará sobre este tema ya que esto excede las intenciones del presente trabajo. Es por eso que nos limitaremos a utilizar conclusiones ampliamente aceptadas.

Bibliografía

- [1] Benoit, Paul *Cálculo, álgebra y mercancia*. En Serres, Michel (ed) *Historia de las ciencias*. Madrid. Ediciones Cátedra, 1998.
- [2] Bernal, John D. *Historia social de la ciencia I*. Barcelona. Península, 1973.
- [3] Boido, Guillermo *Noticias del planeta tierra: Galileo Galilei y la revolución científica*. Buenos Aires. A-Z, 1998.
- [4] Orts Muñoz, Abilio Resolución de problemas mediante la regla de falsa posición: un estudio histórico. En *Suma*, Noviembre 2007, no. 56, pp. 55-61
- [5] Rey Pastor, J. y Babin, J. *Historia de la matemática – Volumen I* Barcelona. Editorial Gedisa, 1997.