

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XIX JORNADAS

VOLUMEN 15 (2009)

Diego Letzen
Penélope Lodeyro

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



La caracterización de las lógicas paraconsistentes

Carlos Oller*

1. Introducción

La cuestión de la adecuada caracterización de la propiedad de la paraconsistencia es quizás el problema filosófico de mayor importancia que se plantea con respecto a las lógicas paraconsistentes.

El lógico Graham Priest, uno de los principales representantes de la escuela australiana de lógica paraconsistente, propone caracterizar a las lógicas paraconsistentes como aquellas que permiten realizar inferencias no triviales a partir de información inconsistente [5].

Una lógica que satisfaga esta caracterización de Priest permitirá diferenciar teorías inconsistentes de teorías triviales. Una teoría es, desde un punto de vista lógico, un conjunto Γ de fórmulas cerrado bajo una relación de consecuencia lógica. Una teoría Γ es inconsistente si y sólo si, para alguna fórmula A , tanto A como $\neg A$ pertenecen a Γ . Una teoría Γ es trivial si y sólo si, para toda fórmula A , se da que $A \in \Gamma$. La relación de consecuencia de la lógica clásica no permite efectuar esta distinción entre inconsistencia y trivialidad: un conjunto de fórmulas Γ cerrado bajo consecuencia clásica será inconsistente si y sólo si es trivial.

Sin embargo, la especificación formal de esa caracterización intuitiva resulta ser una cuestión complicada y para la cual no hay en la literatura una respuesta satisfactoria. En este trabajo plantearemos las limitaciones que presenta la caracterización formal estándar, puramente negativa, de la propiedad de paraconsistencia. Consideraremos, además, los obstáculos para ofrecer una caracterización positiva de las lógicas paraconsistentes y trataremos de explicar las razones de esta dificultad.

2. La caracterización formal de las lógicas paraconsistentes

La caracterización formal más comúnmente aceptada de las lógicas paraconsistentes considera que la paraconsistencia es una propiedad de la relación de consecuencia de esas lógicas. Sea \vdash una relación de consecuencia, caracterizada en términos sintácticos o semánticos. La relación de consecuencia \vdash es explosiva si y sólo si, para toda fórmula A y B , se da que $\{A, \neg A\} \vdash B$, un patrón inferencial al que se suele denominar *ex contradictione quodlibet* (ECQ). Una relación de consecuencia es paraconsistente si y sólo si no es explosiva. Una lógica es paraconsistente si y sólo si su relación de consecuencia es paraconsistente, i.e. si no valida la regla del *ex contradictione quodlibet*. Esta caracterización de las lógicas paraconsistentes está, pues, basada en un criterio puramente negativo.

Esta caracterización formal de la propiedad de paraconsistencia rescata, como señala Priest, una condición mínima que debe cumplir la relación de consecuencia de una lógica que permita distinguir inconsistencia de trivialidad, la motivación intuitiva que propone este lógico para la construcción de sistemas paraconsistentes.

*UBA/UNLP

Sin embargo, la caracterización negativa de la paraconsistencia no es suficiente para seleccionar sólo aquellos sistemas que cumplen satisfactoriamente el objetivo de extraer conclusiones sensatas a partir de información inconsistente. Así por ejemplo, la lógica minimal de Johansson [4] es paraconsistente de acuerdo a esa caracterización, pero no resulta útil para cumplir ese objetivo porque, aunque no valida el *ECQ*, valida las inferencias de la forma $\{A, \neg A\} \vdash \neg B$, para cualquier par de fórmulas A y B .

Parece natural, por lo tanto, reforzar esa caracterización de la paraconsistencia apelando a algún criterio más fuerte. Sin embargo, los criterios más fuertes propuestos en la literatura han sido criticados por resultar demasiado fuertes. Por ejemplo, pareciera sensato pedir, como lo hace da Costa en [3], que una lógica paraconsistente mantenga tanto de la lógica clásica como sea compatible con la paraconsistencia. Sin embargo, un lógico paraconsistente puede estar en desacuerdo con otros aspectos de la lógica clásica y, por lo tanto, no desear que esos aspectos aparezcan en su sistema lógico. Así por ejemplo, una forma inferencial de una de las paradojas del condicional material como $A \vdash (B \supset A)$ será rechazada en un sistema que pretenda capturar formalmente la idea de que la conclusión de un argumento deductivo debe estar contenida en sus premisas, y que para ello exija que la conclusión no contenga variables proposicionales que no aparezcan en las premisas.

Por otra parte, un criterio que sea más fuerte porque excluye principios lógicos que el criterio negativo por sí solo no excluye también podría resultar criticable por razones filosóficas. Un ejemplo de ello es la crítica que dirigen Priest y Routley [6] contra la lógica paraconsistente de da Costa. La negación de da Costa no sería, según estos autores, una verdadera negación porque la (verdadera) negación es un operador formador de contradictorios y su negación paraconsistente es sólo un operador formador de subcontrarios. Recordemos que dos fórmulas A y B son subcontrarias si $(A \vee B)$ es una verdad lógica, y contradictorias si $(A \vee B)$ es una verdad lógica y $(A \wedge B)$ es lógicamente falsa. Si $(A \wedge \neg A)$ no es lógicamente falsa, como sucede en la lógica de da Costa, entonces la negación simbolizada con \neg no es un operador formador de contradictorios y, por lo tanto, tampoco es una verdadera negación.

3. La diversidad de lógicas paraconsistentes

La dificultad para encontrar un criterio positivo unificador para caracterizar a las lógicas paraconsistentes parece deberse a que bajo esa denominación se agrupan sistemas cuyas motivaciones intuitivas y características formales son muy diferentes.

La siguiente derivación —de origen medieval, aunque todavía atribuida a C. I. Lewis en algunos textos— del *ECQ* en la lógica proposicional clásica:

1. A Premisa
2. $\neg A$ Premisa
3. $A \vee B$ Adición, 1
4. B Silogismo Disyuntivo, 3, 2

proporciona una primera indicación de la diversidad de sistemas que cubre la expresión “lógica paraconsistente”. En efecto, la derivación nos muestra que para invalidar el *ECQ* es necesario rechazar, por lo menos, la regla de adición o la regla de silogismo disyuntivo; aunque también es posible, aunque menos frecuente en la literatura, invalidar *ECQ* rechazando la transitividad de la

relación de consecuencia, i.e. si $\Gamma \vdash A$ para toda $A \in \Delta$ y $\Delta \vdash B$, entonces $\Gamma \vdash B$. Por lo tanto, un sistema paraconsistente puede generarse rechazando al menos uno de estos tres principios clásicos, y, como es de esperar, las distintas opciones generan lógicas muy diferentes.

La mayor parte de los sistemas paraconsistentes presentados en la literatura eligen invalidar la regla del silogismo disyuntivo y conservar los otros dos principios clásicos. Sin embargo, como la invalidación de una regla como el silogismo disyuntivo puede estar motivada por razones muy diversas y lograrse utilizando distintas técnicas, no puede usarse para fundamentar un criterio positivo de paraconsistencia. La relación entre las lógicas relevantes y las lógicas paraconsistentes que rechazan el silogismo disyuntivo ilustra esta diferencia de motivaciones que tiene como resultado sistemas con una interpretación intuitiva y propiedades formales diferentes.

Se puede caracterizar a las lógicas relevantes como aquellas que pretenden evitar las paradojas de la implicación material y de la implicación estricta [1] [2]. Un criterio formal para evitar la irrelevancia, que pretende reflejar la intuición de que debe haber alguna relación entre el contenido del antecedente y el consecuente de una implicación verdadera, pide que en una implicación verdadera el antecedente comparta alguna variable proposicional con el consecuente. Una manera de relacionar esta noción de relevancia con la que la considera como una propiedad de la relación de consecuencia consiste en establecer que $A \vdash B$ si y sólo si $(A \rightarrow B)$ —donde \rightarrow es la implicación relevante— es una verdad lógica de la lógica relevante. Como es obvio, la relación de consecuencia de una lógica que satisfaga este criterio será paraconsistente.

Sin embargo, como señala G. Priest, que aunque hay varios puntos de contacto entre las motivaciones de las lógicas paraconsistentes y de las lógicas relevantes, estas lógicas no son coextensivas. En efecto, una lógica paraconsistente puede no ser relevante. Por ejemplo, una relación de consecuencia \vdash caracterizada de manera tal que una oración A es una consecuencia de un conjunto de oraciones Γ si y sólo si es una consecuencia clásica de todos los subconjuntos maximales consistentes de Γ es paraconsistente pero no es relevante. Dado que las tautologías son consecuencias clásicas de cualquier conjunto de oraciones Γ , una inferencia como $p \vdash (q \vee \neg q)$ —que no satisface la exigencia de relevancia— resulta válida para esta noción de consecuencia.

El problema de la diversidad de sistemas formales que se agrupan bajo la denominación de “lógicas paraconsistentes” se ve agravado porque la aceptación de la caracterización intuitiva sugerida por Priest no determina unívocamente un solo sistema de lógica paraconsistente. En efecto, cuáles son las inferencias deductivas no triviales a partir de información inconsistente que es sensato y deseable aceptar es una cuestión discutible, del mismo modo que es discutible cuáles son las inferencias deductivas a partir de información consistente que es sensato y deseable aceptar. Como es de esperar, los problemas filosóficos respecto de la naturaleza y la caracterización de la inferencia deductiva que han motivado la creación de sistemas divergentes son relevantes para todas las lógicas deductivas, incluyendo aquellas que encuentran su motivación en la insatisfacción con la paradoja de la relevancia que supone el *ECQ*.

4. Consideraciones finales

En este trabajo hemos planteado los problemas que suscita la cuestión de encontrar una caracterización formal satisfactoria de las lógicas paraconsistentes, entendidas éstas como

aquellas lógicas que permiten realizar inferencias no triviales a partir de información inconsistente. Por una parte, una dificultad para encontrar una caracterización unificadora satisfactoria de las lógicas paraconsistentes parece deberse a que bajo esa denominación se agrupan sistemas cuyas motivaciones intuitivas y características formales son muy diferentes. Por otra parte, las lógicas paraconsistentes no escapan a la discusión filosófica acerca de cuáles son las inferencias deductivas que es sensato y deseable extraer a partir de determinado conjunto de premisas, sea este conjunto consistente o inconsistente. Es por ello que la caracterización intuitiva propuesta por Priest no encuentra una contraparte formal que resulte universalmente aceptable, y no es de esperar que pueda encontrarse una caracterización de ese tipo.

Bibliografía

- [1] Anderson, A. R. y Belnap, N. D., *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton, Princeton University Press, 1975.
- [2] Anderson, A. R. y Belnap, N. D., *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, vol. II, Princeton, Princeton University Press, 1992.
- [3] da Costa, N.C.A., On the theory of inconsistent formal systems, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15 (1974), 497-510.
- [4] Johansson, I., Der Minimalalkalcul, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus, *Compositio Mathematica*, 4 (1936), 119-136.
- [5] Priest, G., Paraconsistent Logic, en Gabbay, D. & Guenther, F. (eds.), *Handbook of Philosophical Logic (2nd Edition)*, vol. 6, 2002, 287-393.
- [6] Priest, G. & Routley, R., *Paraconsistent Logics, Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, Munich, 1989.