EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVII JORNADAS

VOLUMEN 13 (2007)

Pío García
Luis Salvatico
Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Elección social y no discriminación

*Marcelo Auday**

Introducción

Desde su inicio, con el trabajo de Kenneth Arrow (1951), la teoría de la elección social ha estado signada por los resultados de imposibilidad, esto es, teoremas en los que se demuestra que ciertas condiciones, aceptadas como razonables o deseables por diversos motivos, son incompatibles entre sí: no hay mecanismos de agregación (sistemas de votación, por ejemplo) que puedan satisfacerlas todas simultáneamente. El ejemplo más conocido es la regla de mayoría simple; esta regla satisface todas las condiciones exigidas por Arrow en su célebre teorema de imposibilidad (que luego presentamos con mayor detalle) salvo el requisito de que las preferencias sociales generadas sean transitivas (de hecho, esta regla produce, en ciertas situaciones, preferencias estrictamente cíclicas). Otro ejemplo es la regla de Borda, que también satisface todas las condiciones de Arrow menos una, a saber, la de independencia[1].

Una de las exigencias de Arrow fue que las preferencias sociales no estuvieran controladas por un único individuo; en otras palabras, su condición de *no dictadura* establecía que no hubiese ningún individuo tal sus preferencias estrictas se transforman en preferencias sociales estrictas. Por otra parte, Sen (1970) definió la condición de *liberalismo mínimo*, con la cual trató de incorporar al marco formal de la teoría de la elección social una noción muy débil de libertad individual. La idea detrás de dicha condición es que hay asuntos que deberían ser considerados personales y, en tal sentido, las preferencias sociales sobre tales asuntos deberían coincidir con las preferencias del individuo involucrado. Esta nueva condición dio lugar a un nuevo teorema de imposibilidad, conocido como *dilema del liberal paretiano*, el cual dio comienzo a toda una área de investigación cuyo objetivo es incorporar la noción de derechos individuales y de libertad individual en la teoría de la elección social y de la teoría de juegos.

El tercer resultado, y sobre el cual se concentrará este trabajo, es el obtenido por Xu (2000), mediante la incorporación de la condición de *no discriminación*, la cual se relaciona con la noción de liberalismo mínimo y de no dictadura, e intenta representar formalmente la idea de imparcialidad utilizada en muchos mecanismos de decisión social. La condición de *no discriminación* establece que, en ciertos asuntos, los individuos deberían ser tratados como iguales y, en particular, sus preferencias deberían recibir el mismo trato. En términos generales, esta condición remite a la noción de justicia según la cual los iguales deben ser tratados como iguales en aquello que son iguales. Consideremos el siguiente ejemplo dado por Xu: en una comunidad hay una ordenanza que regula la instalación de cercas alrededor de las casas. La regulación establece que cualquier residente puede colocar cercas alrededor de su propiedad (sujeta a ciertas normas preestablecidas). Sean dos individuos, i, j, los cuales están considerando, respectivamente, si colocar o no una cerca en sus respectivas propiedades. Supongamos, además que i y j son similares en un conjunto de aspectos relevantes para la

* Universidad Nacional del Sur

regulación; sólo difieren respecto de qué tipo de cerca colocar; en particular, suponemos que hay sólo dos tipos de cercas, de hierro, y de madera. Consideremos entonces las tres alternativas siguientes: $x=(hierro_i, hierro_j)$(es decir, ambos individuos colocan rejas de hierro), $y=(madera_i, hierro_j)$, $z=(hierro_i, madera_j)$. x e y se diferencian sólo respecto del tipo de cerca de i; x y z se diferencian sólo respecto del tipo de cerca de j. Por lo tanto, para que la regulación no sea discriminatoria, debería tratarlos simétricamente[2]: o bien respeta las preferencias de ambos en sus respectivos pares o bien niega a ambos tal cumplimiento. Es esta idea la que Xu (2000) intenta atrapar dentro del marco de la teoría de la elección social. A tal efecto, introduce la condición formal de *no discriminación*. Informalmente, la misma establece que si hay dos situaciones de elección que involucran a dos individuos respectivamente y si, en algún sentido relevante, tanto las situaciones entre sí como los individuos entre sí son similares, entonces las respectivas decisiones sociales sobre ambas situaciones también deberían ser similares. Como dijimos, y se verá luego, el trabajo de Xu guarda estrecha relación con la condición de liberalismo mínimo de Sen; al igual que éste, Xu incorpora la noción de no-discriminación en una versión minimal, mediante su condición de *no discriminación mínima*[3].

Los puntos importantes del trabajo de Xu son, en resumen, la introducción de la noción de no discriminación en el marco de la teoría de la elección social y la obtención de un resultado de imposibilidad comparable al dilema del liberal paretiano, con el cual guarda relación directa, tanto formal como conceptualmente. Nuestro aporte consistirá en extender este resultado y establecer de forma más precisa la conexión entre el teorema de Arrow, el de Sen y el de Xu.

Luego de introducir el marco formal necesario para el análisis (sección 2), presentamos los teoremas de Arrow, Sen y Xu (sección 3). En la sección 4 establecemos nuestro primer resultado, al mostrar que las condiciones de Xu son incompatibles aún cuando las preferencias sociales son acíclicas. En la sección 5 mostramos que la incompatiblidad se matiene aún si debilitamos el principio débil de Pareto, pero además obtenemos un resultado de posibilidad.

Conceptos básicos

Sea X un conjunto de alternativas mutuamente excluyentes y N (la sociedad) un conjunto de individuos. Suponemos que ambos conjuntos son finitos, y que tienen al menos tres elementos cada uno.

Cada individuo i de N queda caracterizado mediante una relación binaria R_i definida sobre X, la cual representa sus preferencias sobre tal conjunto: "$(x,y)\in R_i$" significa "el individuo i prefiere débilmente la alternativa X a la alternativa y". En particular, suponemos que tales R_i son reflexivas, transitivas y completas. P_i e I_i representan, respectivamente, la parte asimétrica y la parte simétrica de R_i. La sociedad, en una instancia dada, queda caracterizada por una configuración de preferencias de este tipo, descripta mediante $(R_1,...,R_n)$; W^N es el conjunto de todas las configuraciones posibles, es decir, de todas las posibles descripciones de la sociedad.

Dada una relación binaria R, usamos la notación $R|_S$ para referirnos a la restricción de R al subconjunto S; en particular, $R|_{xy}$ es la restricción de R al subconjunto {x,y}. De la misma manera, dada cualquier configuración $\sigma=(R_1,\dots,R_n)$, $\sigma|_S=(R_1|_S,\dots,R_n|_S)$ es la restricción de todas las relaciones binarias en σ al subconjunto S.

Respecto del mecanismo de agregación, en este trabajo adoptamos el enfoque relacional, esto es, consideramos el problema de obtener una relación de preferencia *social*[4] a partir de las configuraciones de preferencias individuales. El enfoque alternativo sería considerar como resultado de la agregación no una preferencia social sino una elección social, definida en términos de funciones de elección. Sin embargo, esto no altera sustancialmente los resultados, dado que hay maneras establecidas de pasar de un enfoque al otro[5]. Así, caracterizamos el mecanismo de agregación mediante una *función de agregación* $f: D(W^N)\to B$, donde $D(W^N)$ es un subconjunto de W^N y B el conjunto de relaciones binarias reflexivas y completas definidas sobre X.

Usualmente, se exige que las preferencias sociales satisfagan también algún grado de coherencia, expresado en términos de niveles de *transitividad*; en particular, las condiciones más usadas han sido la *transitividad* propiamente dicha, la *cuasi-transitividad*, y la *aciclicidad* de R. Mientras que la transitividad de R implica que P e I son también transitivas, la cuasi-transitividad implica que sólo P es necesariamente transitiva, y la aciclicidad significa que P no tiene ciclos[6]. Mientras que la aciclicidad es, desde el punto de vista de la coherencia, una condición bastante débil, tiene la virtud de asegurar (en conjunción con la completitud y la reflexividad) que para cualquier subconjunto de X hay óptimos[7].

Arrow, Sen y Xu

El teorema de imposibilidad de Arrow (1951) establece que no hay ninguna función de agregación que cumpla a la vez las siguientes condiciones: dominio irrestricto, principio débil de Pareto, independencia, no- dictadura, y preferencias sociales transitivas.

Dominio irrestricto (U): el dominio de la función de agregación es el conjunto de todas las configuraciones posibles de preferencias individuales: $D(W^N)=W^N$.

Principio débil de Pareto (PD): si todos los individuos prefieren estrictamente la opción x a la opción y entonces la sociedad preferirá estrictamente x a y: Para cualquier par de alternativas {x,y} y para toda configuración σ: $(x,y)\in P_N^\sigma$ implica $(x,y)\in P^\sigma$ (donde "$(x,y)\in P_N^\sigma$" significa que $(x,y)\in P_i^\sigma$, para todo i = 1, ..., n).

Independencia (I): la misma información genera los mismos resultados; esto es, si dos configuraciones son iguales respecto de un par de alternativas, entonces las preferencias sociales asociadas a cada configuración coinciden respecto de ese par de alternativas: Para todo par de alternativas {x,y} en X y para todo par de configuraciones σ,δ se cumple: $\sigma|_{xy}=\delta|_{xy}$ implica $R^\sigma|_{xy}=R^\delta|_{xy}$.

No dictadura (D): ningún individuo controla todas las alternativas: no existe un individuo i tal que para toda configuración σ: $(x,y)\in P_i^\sigma$ implica $(x,y)\in P^\sigma$.

El dilema del liberal paretiano (Sen, 1970) establece que U y PD son incompatibles con la condición de *liberalismo mínimo*, aún si sólo se exige que las preferencias sociales sean acíclicas (en vez de transitivas).

Liberalismo Mínimo (LM): hay al menos dos individuos tal que cada uno de ellos controla un par distinto de alternativas: existen dos invididuos, i, j y dos pares distintos de alternativas $\{x,y\}$, $\{z,w\}$ tal que para toda configuración σ: $(x,y) \in P_i^\sigma$ implica $(x,y) \in P^\sigma$, y $(z,w) \in P_j^\sigma$ implica $(z,w) \in P^\sigma$.

Finalmente, Xu (2000) demuestra que U y PD son incompatibles con la condición de *no discriminación mínima*, si reestablecemos la transitividad de las preferencias sociales.

No discriminación mínima (NDM): hay al menos dos individuos distintos, i y j, y hay al menos dos pares de alternativas distintos $\{x,y\}$ y $\{z,w\}$ tal que se cumple una y sólo una de las siguientes tres condiciones para todas las configuraciones de preferencias σ tales que $[(x,y) \in P_i^\sigma, (z,w) \in P_j^\sigma]$: (a) $\{(x,y),(z,w)\} \subseteq P^\sigma$, (b) $\{(x,y),(z,w)\} \subseteq I^\sigma$, (c) $\{(y,x),(w,z)\} \subseteq P^\sigma$.

Un aspecto que merece aclaración aquí es la relación entre las condiciones de no dictadura e independencia por una parte y de liberalismo mínimo y no discriminación mínima por otra. Por cuestiones de espacio sólo daremos una descripción suscinta de tales conexiones:

(1) LM implica D, dado que exige que haya al menos dos *dictadores locales distintos* (individuos que sólo controlan un par de alternativas), lo cual impide que haya un dictador *global*, (la inversa no es cierta);

(2) NDM implica D (es fácil ver que si hay un dictador *global* entonces NDM no puede cumplirse porque dicho dictador controla todos los pares, incluidos los asignados por NDM a dos individuos distintos).

(3) LM implica NDM (LM de hecho puede verse como la reducción de MND a la subcondición (a)), pero la inversa no es cierta (por ejemplo, cuando NDM se cumple bajo sus subcondiciones (b) o (c)). (4) Ni I implica LM o NDM, ni ninguna de éstas implica I: por una parte, I puede cumplirse aún cuando se respetan las preferencias de i pero no las de j (y esto viola tanto LM como NDM); por otra parte, LM y NDM pueden cumplirse aún cuando I falle en cualquier otro par de alternativas.

La verdadera dimensión del conflicto

A diferencia de lo que Xu sostiene en una nota al pie de su artículo, en verdad puede probarse un resultado más fuerte que el suyo, resultado que además termina por conectar la condición de no discriminación con la condición de liberalismo mínimo:

Teorema 1: No existe ninguna función de agregación que cumpla simultáneamente U, PD, NDM y aciclicidad.

Prueba

Suponemos que a los individuos i,j se les asigna, respectivamente, los pares $\{x,y\}$, y $\{z,w\}$.

Primer caso: un elemento en común. Demostramos sólo el subcaso $x = w$. La demostración en los demás subcasos es similar.

(1) Por U, sea σ una configuración tal que $\{(x,y),(z,x)\} \subseteq P_N^{\sigma}$. (2) Por PD, $\{(x,y),(z,x)\} \subseteq P^{\sigma}$. (3) Además, vemos que en σ se cumple $(x,y) \in (P_i^{\sigma} \cup P^{\sigma})$ y $(z,x) \in (P_j^{\sigma} \cup P^{\sigma})$. (4) Por U, sea σ' una configuración tal que $(x,y) \in P_i^{\sigma'}$, $(z,x) \in P_j^{\sigma'}$ y $(y,z) \in P_N^{\sigma'}$ ([8]). (5) Por PD obtenemos $(y,z) \in P^{\sigma'}$. (6) De (3) y (4) por NDM obtenemos $(x,y) \in P^{\sigma}$ y $(z,x) \in P^{\sigma'}$. Por lo tanto hay un ciclo, lo que viola la aciclicidad de R.

Segundo caso: todos los elementos distintos.

(1)Por U, sea σ una configuración tal que $\{(x,y),(z,w)\} \subseteq P_N^{\sigma}$. (2) Por PD, $\{(x,y),(z,w)\} \subseteq P^{\sigma}$. (3) Además, vemos que en σ se cumple $(x,y) \in (P_i^{\sigma} \cup P^{\sigma})$ y $(z,w) \in (P_j^{\sigma} \cup P^{\sigma})$. (4) Por U, sea σ' una configuración tal que $(x,y) \in P_i^{\sigma'}$, $(z,x) \in P_j^{\sigma'}$, $\{(y,z),(w,x)\} \subseteq P_N^{\sigma'}$. (5) Por PD obtenemos $\{(y,z),(w,x)\} \subseteq P^{\sigma'}$. (6) De (3) y (4) por NDM obtenemos $(x,y) \in P^{\sigma}$ y $(z,w) \in P^{\sigma'}$. Por lo tanto hay un ciclo y se viola entonces la aciclicidad de R.

El principio débil de Pareto y la no imposición

Un cuarto resultado que también merece atención aquí es una versión más fuerte del dilema del liberal paretiano, obtenida debilitando el principio débil de Pareto. Tal resultado, obtenido por Kelsey (1988) establece que no hay funciones de agregación acíclicas que cumplan a la vez dominio irrestricto, liberalismo mínimo y la condición de *no imposición*. Esta última establece que para cada par de alternativas $\{x,y\}$ existe una familia de configuraciones en las cuales el resultado social es $(x,y) \in P$, y otra familia de configuraciones en las cuales el resultado social es $(y,x) \in P$. Además, esas familias son tales que la información sobre el par $\{x,y\}$ es invariante. En términos más formales: dada una configuración σ, denominamos *configuración-σ-sobre-$\{x,y\}$* a la familia de configuraciones σ' tales que $\sigma'|_{xy} = \sigma|_{xy}$. Dada una *configuración-σ-sobre-$\{x,y\}$*, "$(z,w) \in P^{\{\sigma\}}$" significa "para toda configuración σ' tal que $\sigma'|_{xy} = \sigma|_{xy}$ se cumple $(z,w) \in P^{\sigma'}$".

No imposición (NI): Para todo par de alternativas $\{x,y\}$ hay una configuración-σ-sobre-$\{x,y\}$ tal que $(x,y) \in P^{\{\sigma\}}$, y otra configuración-δ-sobre-$\{x,y\}$ tal que $(y,x) \in P^{\{\delta\}}$.

Es fácil ver que PD implica NI pero no a la inversa: dado que para cualquier par $\{x,y\}$ hay configuraciones donde $(x,y) \in P_N$, y otras donde $(y,x) \in P_N$ se obtienen, por medio de PD, respectivamente los resultados $(x,y) \in P$ y $(y,x) \in P$, y se cumple NI. La inversa no es cierta porque NI puede cumplirse mediante cualquier otra regla distinta de PD. Por lo tanto, NI es claramente un debilitamiento de PD. En virtud de esto, es interesante analizar si hay algún tipo de conflicto entre NI y NDM. De hecho, logramos mostrar que tal conflicto depende del tipo de transitividad exigido; en particular, si exigimos menos que la transitividad, la incompatibildad desaparece:

Teorema 2: No existe ninguna función de agregación que cumpla simultáneamente U, NI, NDM y transitividad.

Prueba

Primer caso: un elemento en común. Demostramos sólo el subcaso $x = w$. La demostración de los demás subcasos es similar.

(1) Por NI hay una configuración-σ-sobre-$\{y,z\}$, tal que $(y,z) \in P^{\{\sigma\}}$. (2) Dado que en las configuraciones definidas en (1) no hay restricciones sobre otros pares distintos de $\{y,z\}$, entonces hay al menos una configuración σ' tal que $\sigma'|_{yz} = \sigma|_{yz}$, $(x,y) \in P_i^{\sigma'}$ y $(z,x) \in P_j^{\sigma'}$. (3) Aplicando NDM sobre σ' tenemos tres posibilidades, dos de las cuales fracasan: (3.1) De (1) y la condición (a) obtenemos $\{(x,y),(y,z),(z,x)\} \subseteq P^{\sigma'}$. Se viola la transitividad. (3.2) Análogo para la condición (b). (3.3) Por lo tanto, la única opción es aplicar la condición (c), por la cual obtenemos $\{(y,x),(x,z)\} \subseteq P^{\sigma'}$. (4) Por NI hay una configuración-β-sobre-$\{z,y\}$ tal que $(z,y) \in P^{\{\beta\}}$. (5) Por el mismo razonamiento que en el paso (2), hay una configuración β' tal que $\beta'|_{zy} = \beta|_{zy}$, $(x,y) \in P_i^{\beta'}$ y $(z,x) \in P_j^{\beta'}$. (6) De (4) y NDM-(c) (sólo esta condición hay que considerar pues es la que se usó en la configuración σ') obtenemos $\{(y,x),(x,z),(z,y)\} \subseteq P^{\beta'}$. Se viola la transitividad.

Segundo caso: todos los elementos distintos.

(1) Por NI hay (a) una configuración-σ-sobre-$\{y,z\}$ tal que $(y,z) \in P^{\{\sigma\}}$, y (b) una configuración-δ-sobre-$\{x,w\}$ tal que $(w,x) \in P^{\{\delta\}}$. (2) En virtud de cómo están definidas las configuraciones en (1) hay al menos una configuración σ' tal que $\sigma'|_{xy} = \sigma|_{zy}$, $\sigma'|_{wx} = \delta|_{wx}$, $(x,y) \in P_i^{\sigma'}$ y $(z,w) \in P_j^{\sigma'}$. (3) Luego, las condiciones (a) y (b) de NDM generan resultados incompatibles: (3.1) Por la condición (a): $\{(x,y),(y,z),(z,w),(w,x)\} \subseteq P^{\sigma'}$. Se viola la transitividad. (3.2) Por la condición (b): $\{(y,z),(w,x)\} \subseteq P^{\sigma'}$ y $\{(x,y),(z,w)\} \subseteq I^{\sigma'}$. Se viola la transitividad. (3.3) Por lo tanto, la única opción es aplicar la condición (c): $\{(y,x),(w,z)\} \subseteq P^{\sigma'}$. (4) Por NI hay (a) una configuración-λ-sobre-$\{y,z\}$ tal que $(z,y) \in P^{\{\lambda\}}$, y (b) una configuración-μ-sobre-$\{w,x\}$ tal que $(x,w) \in P^{\{\mu\}}$. (5) En virtud de cómo están definidas las configuraciones en (4) hay al menos una configuración λ' tal que $\lambda'|_{zy} = \lambda|_{zy}$, $\lambda'|_{xw} = \mu|_{xw}$, $(x,y) \in P_i^{\lambda'}$ y $(z,w) \in P_j^{\lambda'}$. (6) Por NDM y cómo fue aplicada en (3.3) obtenemos $\{(y,x),(x,w),(w,z)\ ,\ (z,y)\} \subseteq P^{\lambda'}$. Se viola la transitividad.

Teorema 3: Hay funciones de agregación cuasi-transitivas que cumplen U, NI y NDM.

Prueba:

Consideramos sólo el caso en que hay un elemento en común. Demostramos sólo el subcaso $x = w$. Las demostraciones de los demás subcasos, así como la del caso en que no hay elementos en común, son similares. (1) Supongamos que el resultado no es cierto. Por lo tanto, hay al menos una configuración tal que produce un ciclo de preferencias, violando la cuasi-transitividad. (2) Consideremos entonces cualquier configuración σ tal que $(x,y)\in P_i^\sigma$ y $(z,x)\in P_j^\sigma$. Un ciclo sobre tres elementos tendrá la forma $(p,q)\in P^\sigma,(q,r)\in P^\sigma,(r,p)\in R^\sigma$, para alguna asignación de $\{p,q,r\}$ en $\{x,y,z\}$. (3) Las preferencias sociales sobre dos de estos tres pares deben cumplir NDM (bajo alguna de sus tres subcondiciones). Ahora bien, si NDM se cumple bajo (b), entonces no hay manera de generar el ciclo, pues habría dos pares indiferentes y a lo sumo un par con preferencias estrictas, lo cual no viola nunca la cuasi-transitivdad. (4) Por lo tanto, la única manera de generar el ciclo es que NI fuerce a aplicar NDM bajo (a) o (c). (5) Para esto se requiere que al menos uno de los siguientes resultados: $(x,y)\in P^\sigma,(y,x)\in P^\sigma,(z,x)\in P^\sigma,(x,z)\in P^\sigma$, se genere vía NI en alguna configuración tal que en alguno de los dos primeros casos i tenga preferencias estrictas sobre $\{x,y\}$, y en alguno de los dos últimos casos j tenga preferencias estrictas sobre $\{x,z\}$. (6) Por lo tanto, basta con que NI produzca estos resultados en configuraciones donde i y j, respectivamente, son indiferentes respecto de sus pares personales, para que NDM pueda cumplirse en los mismos vía (b), y el ciclo no pueda generarse.

De todo lo anterior se sigue que la compatibilidad se obtiene al precio de aplicar NDM vía la subcondición (b), esto es, al precio de la indiferencia. Por lo tanto, si exigiéramos que NDM se cumpla bajo (a) o (c), esto es, mediante la determinación de preferencias sociales estrictas, la incompatibilidad resurge aún debilitando PD y exigiendo sólo aciclicidad.

Conclusión

Xu (2000) introduce su condición de *no discriminación* como una manera de incorporar formalmente en el marco de la teoría de la elección social el criterio de imparcialidad, ampliamente utilizado en diferentes contextos de decisión social. Obtiene un resultado de imposibilidad que guarda estrecha relación con otros dos teoremas claves de esta disciplina, a saber, el teorema de imposibilidad de Arrow (1951) y el dilema del liberal paretiano de Sen (1970). En este trabajo hemos obtenido nuevos resultados que extienden esta línea de investigación. En particular, mostramos que la incompatibilidad señalada por Xu es más profunda de lo que su teorema establece, puesto que es posible preservarla debilitando el grado de transitividad exigido a la relación de preferencia social, o bien reemplazando el *principio débil de Pareto* por la condición más débil de *no imposición*. Los resultados así obtenidos mejoran nuestra comprensión de cómo se conectan los teoremas de Arrow, Sen y Xu.

Notas

[1] Todas las condiciones son presentadas, informal y formalmente, en las secciones siguientes.

[2] Hay otro sentido de trato igualitario que podría aplicarse en este tipo de ejemplo, a saber, si simplemente se establece una ordenanza que prohibe el uso de cercas de hierro, por ejemplo. Este tipo de trato igualitario es independiente de las preferencias individuales. Esto implica que la noción de trato igualitario no necesariamente debe ser entendida, como en el trabajo de Xu, en términos de preferencias. Sin embargo, la noción de Xu tiene mérito y peso propio como para que merezca atención.

[3] La idea de *minimalidad* implica, em abos autores, que la regla se aplica a al menos dos individuos.

[4] Usaremos "R", "P" e "I" sin subíndices para referirnos a las preferencias sociales.
[5] Ver Aleskerov (1999) para un tratamiento exhaustivo de estos diferentes enfoques.
[6] En particular, dado que exigimos la completitud de R, cualquier cadena $(x_1, x_2) \in P, (x_2, x_3) \in P, \ldots, (x_{n-1}, x_n) \in P$ implica que $(x_1, x_n) \in R$
[7] Es decir, en todo subconjunto S de X hay al menos un elemento que es tan bueno (según R) como todos los demás.
[8] Es fácil ver que las restricciones exigidas son compatibles, por lo cual la existencia de tal configuración está asegurada.

Referencias

Aleskerov, F. (1999) *Arrovian Aggregation models*, Boston. Kluwer Academic Publishers.
Arrow, K. (1951) *Social Choice and Individual Values*, New York: Wiley.
Kelsey, D. (1988) What is the responsible for the Paretian Epidemic?, *Social Choice and Welfare*, , 303-306.
Sen, A.K. (1970) The Impossibility of a Paretian liberal, *Journal of Political Economy*, , 152-157.
Xu, Y. (2000) Non-Discrimination and the Pareto Principle, *The Japanese Economic Review*, 1, 54-60.