

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVII JORNADAS
VOLUMEN 13 (2007)

Pío García
Luis Salvatico
Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



Sobre la contrastación de la Hipótesis de Conjuntos Anidados en Psicología del Razonamiento

Gustavo Bodanza* y Rodrigo Moro†

1. Introducción

A comienzos de los '70 el *Heuristics and Biases Programme* (en adelante "HBP"), desarrollado por Tversky y Kahnemann, ha descubierto que las personas tienden a cometer varias falacias cuando resuelven problemas de probabilidades. Un caso particular es que la gente usualmente no usa la información sobre la tasa base (*base rate*) cuando resuelve problemas de probabilidad condicional. Esta falacia ha sido llamada "la negligencia de la tasa base" (*the base rate neglect*). En los '90, sin embargo, psicólogos evolucionistas descubrieron que si los mismos problemas eran planteados de un modo distinto, específicamente, reemplazando formatos probabilistas por formatos frecuentistas, las respuestas de la gente mejoraban notablemente. Este fenómeno ha sido llamado "el efecto frecuencia" (*the frequency effect*). Se han ofrecido dos explicaciones para dar cuenta del efecto frecuencia. Los psicólogos evolucionistas han propuesto la "hipótesis frecuentista". El HBP, por su parte, ha ofrecido la "hipótesis de los conjuntos anidados" (*nested sets hypothesis*). Sloman et al. (2003) sostienen haber encontrado evidencia que muestra la superioridad de esta última sobre la hipótesis frecuentista. En este trabajo analizaremos la evidencia que estos autores aportan y plantearemos algunas dudas acerca de si la hipótesis de conjuntos anidados provee una buena explicación para los fenómenos en cuestión.

2. El problema del diagnóstico médico

Uno de los problemas a los que se ha enfrentado a la gente en experimentos es el "problema del diagnóstico médico". He aquí una primera versión del problema.

Versión a)

Consider a test to detect a disease that a given American has a 1/1000 chance of getting. An individual that does not have the disease has a 5% chance of testing positive. An individual who does have the disease will definitely test positive. What is the chance that a person selected at random and found to have a positive result actually has the disease, assuming that you know nothing about the person's symptoms or signs? _____%

La mayoría de la gente tiende a responder "95%". La respuesta correcta de acuerdo al cálculo de probabilidades es aproximadamente 2%. Los estudios muestran que típicamente menos del 20% de los sujetos obtienen la respuesta correcta. El HBP interpreta este fenómeno como sigue. La gente sólo enfoca la información sobre el test y desatiende la información sobre la tasa base de la hipótesis en cuestión (que la persona tiene la enfermedad), o sea, la gente tiende a soslayar que sólo 1 de 1000 americanos tiene la enfermedad. Por lo tanto, éste sería un caso claro de la falacia de la tasa base. Durante veinte años desde su descubrimiento, esta tendencia humana a cometer este tipo de falacia fue demostrada en una amplia variedad de condiciones.

* Universidad Nacional del Sur / CONICET, Argentina. ccbodanz@criba.edu.ar

† University of South Carolina, Columbia, SC, USA moro@mailbox.sc.edu

A mediados de los '90 Gerd Gigerenzer y otros psicólogos evolucionistas avanzaron dando un importante giro a la cuestión. Comenzaron notando que el problema tiene dos particularidades: 1) la información es presentada en formato probabilista (por ejemplo, la tasa base se informa diciendo que *la probabilidad de que un americano tenga la enfermedad es 1/1000*) y 2) la pregunta formulada es sobre la probabilidad de un evento singular (cuál es *la probabilidad de que una persona tenga la enfermedad*). Luego mostraron que si el mismo problema era presentado en términos de frecuencias y no de probabilidades la respuesta de la gente mejoraba notablemente. Más precisamente, la respuesta correcta era obtenida por aproximadamente un 50% de los sujetos examinados, al expresar la información diciendo, por ejemplo, "1 de cada 1000 americanos tiene la enfermedad" en lugar de "la probabilidad de que un americano tenga la enfermedad es 1/1000". Una versión frecuentista sería:

Versión b)

One out of every 1000 American has disease X. A test has been developed to detect when a person has disease X. Every time the test is given to a person who has the disease, the test comes out positive. But sometimes the test also comes out positive when it is given to a person who is completely healthy. Specifically, out of every 1000 people who are perfectly healthy, 50 of them test positive for the disease.

Imagine we have arranged a random sample of 1000 Americans. They were selected by lottery. Those who conducted the lottery had no information about the health status of any of these people.

Given the information above, on average, how many people who test positive for disease will actually have the disease?

_____ out of _____

Esta versión es matemáticamente equivalente a la versión a). Sin embargo, la gente responde mucho mejor con ésta. Este fenómeno, conocido como "efecto frecuencia", es ampliamente aceptado. La cuestión, que ha sido el principal foco del debate por más de diez años, es cómo explicarlo.

3. La "hipótesis de los conjuntos anidados"

El HBP ha ofrecido la "hipótesis de los conjuntos anidados" para explicar el efecto frecuencia. Propone que las versiones frecuentistas tienden a hacer transparentes las relaciones de conjuntos relevantes del problema. En el problema del diagnóstico médico, la versión frecuentista haría claro que el conjunto de personas con un test positivo incluye dos subconjuntos, uno con las personas que tienen la enfermedad y otro con las personas que no la tienen. Cuando los sujetos ven claramente estas relaciones de conjuntos tienden a usar correctamente la tasa base y, en consecuencia, responden mejor. El HBP señala que el éxito del efecto frecuencia no radica en el formato frecuentista *per se*. Predicen que cualquier formato que haga claras las relaciones de conjunto relevantes mostrará el mismo efecto.

Sloman et al. (2003) afirman que una representación efectiva de las tres categorías relevantes al problema sería isomorfa a los círculos de Euler de la figura 1. En este caso, la representación muestra claramente que el conjunto de personas que tienen la enfermedad está incluido en el conjunto de personas con un test positivo. Una vez que esta relación es entendida, es fácil calcular la respuesta del problema. La proporción de gente que tiene la enfermedad respecto de la gente con test positivo es de aproximadamente 1 a 50.

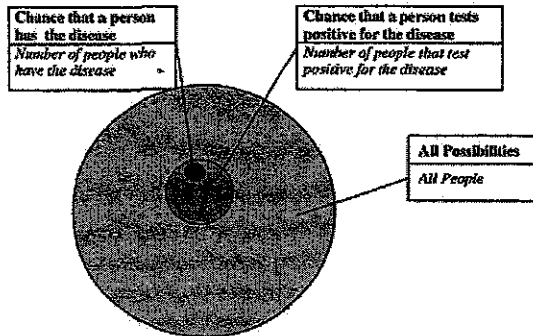


Figura 1 Tomada de Sloman et al. (2003, p. 298).

La estrategia de Sloman et al. (2003) es usar formatos *probabilísticos* que hacen claras las relaciones de conjuntos y tratar de mostrar que estos formatos producen resultados tan buenos como los formatos frecuentistas. Para ello usan el ejemplo clásico en tres versiones diferentes. Argumentan que la dificultad de la versión a) radica en que no hace transparentes las relaciones de conjuntos, y usan esta versión como variable de control. También usan la versión frecuentista b), donde el elemento facilitador –argumentan– son las relaciones de conjuntos que aparecen claras. Finalmente, usan una tercera versión en la que las relaciones de conjunto están claras pero expresadas bajo un formato probabilístico. Predicen que si la hipótesis de los conjuntos anidados es correcta, entonces esta última versión debería producir aproximadamente el mismo porcentaje de respuestas correctas que la versión frecuentista. Un ejemplo de la tercera versión es el siguiente:

Versión c)

The prevalence of disease X among Americans is 1/1000. A test has been developed to detect when a person has the disease X. Every time the test is given to a person who has the disease, the test comes out positive. But sometimes the test also comes out positive when it is given to a person who is completely healthy. Specifically, the chance is 50/1000 that someone who is perfectly healthy would test positive for the disease.

Imagine that we have given the test to a random sample of Americans. They were selected by lottery. Those who conducted the lottery had no information about the health status of any of these people.

What is the chance that a person found to have a positive result actually has the disease?

En el primer experimento, los sujetos trataron de resolver una de las tres versiones. El resultado que obtuvieron es que sólo el 20% de los que recibieron la versión probabilista a) resolvieron bien el problema, resultado que es típico. Otro resultado no sorprendente fue que el 51% de los que recibieron la versión frecuentista b) resolvieron correctamente el problema. Pero el resultado interesante es que el 48% de los que recibieron la versión c), versión probabilística con relaciones de conjuntos claras, resolvieron correctamente el problema. Luego hicieron un test ANOVA y encontraron que la diferencia entre los dos últimos grupos no era significativa, por lo

que el resultado del experimento parece indicar que el factor facilitador no es el formato frecuentista *per se* sino la transparencia de las relaciones de conjunto.

A continuación intentaremos mostrar que la conclusión de arriba *no* está realmente soportada por esos experimentos.

4. Problemas en la evidencia

Nuestra crítica se enfocará en los materiales utilizados en los experimentos de Sloman et al. (2003). Argumentaremos que algunas de las versiones utilizadas presentan ambigüedades en la formulación del problema, y que estas ambigüedades pueden conducir a error. Como resultado, la interpretación de las respuestas de los sujetos examinados es problemática. Una respuesta incorrecta podría deberse o bien a un error de razonamiento o bien a un error en la comprensión del problema, provocado por la formulación ambigua (varias veces se ha señalado en la literatura que la formulación del problema debe ser muy clara para evitar tales dificultades).

1) El primer problema es sobre la versión a). El punto es que la pregunta es acerca de la probabilidad de que una persona seleccionada al azar esté enferma, cuando la información sobre la prevalencia de la enfermedad es con respecto a los americanos, no a la gente en general. Dado que la clase de los americanos es un subconjunto de la clase de toda la gente, se obtiene un cuadro totalmente distinto de las relaciones de conjuntos. Tal como está formulado, el problema no dice nada sobre la prevalencia de la enfermedad entre gente no americana. Esto puede sugerir la representación gráfica de la figura 2, que difiere claramente de la estructura supuesta.

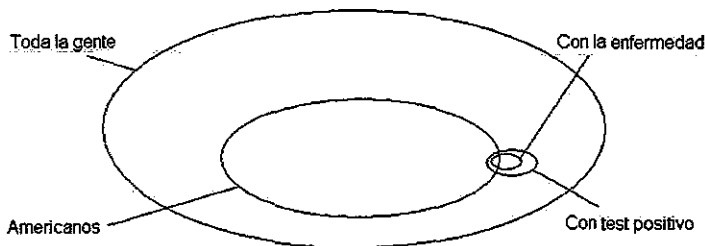


Figura 2

Aún sabiendo calcular probabilidades bayesianas, uno debería conocer la prevalencia de la enfermedad entre la gente en general. Pero no se tiene esta información. Aplicando la fórmula de Bayes tenemos:

$$P(\text{enfermo/positivo}) = \frac{P(\text{enfermo}) \times P(\text{positivo/enfermo})}{P(\text{positivo})}$$

Si la pregunta es interpretada literalmente (i.e. acerca de una persona al azar antes que de un americano), la respuesta requiere conocer la prevalencia de la enfermedad entre la gente en general $-P(\text{enfermo})-$, lo cual se desconoce.

Esta ambigüedad es crucial en el estudio. Querían explorar si la gente usa la información de la tasa base, pero le dieron a los sujetos un problema en el que, estrictamente hablando, la tasa base es completamente irrelevante. Los autores no se percataron de esto. Por otro lado, hallaron

otra ambigüedad en la versión a) (que no discutiremos aquí) y la salvaron, pero al hacerlo eliminaron también la ambigüedad que nosotros señalamos. La nueva versión que produjeron es la siguiente:

Versión d)

The chance that a randomly chosen person has a particular disease is 1/1000. Consider such a randomly chosen person. If this individual does not have the disease, the person's chance of testing positive is 50/1000. A person who does have the disease will definitely test positive. What is the chance that, if a randomly chosen person is found to have a positive result, this person actually has the disease? _____ %

Esta versión resuelve el problema que señalamos porque ahora la tasa base y la pregunta versan sobre el mismo grupo: la gente en general. El resultado del experimento con esta versión fue que el 39% de los sujetos obtuvo la respuesta correcta. Comparemos este resultado con el 20% de respuestas correctas obtenidas en la versión ambigua a). La versión mejorada d) produjo casi el doble de respuestas correctas. Sin embargo, los investigadores no hallaron significativa esta diferencia. Pero el 39% de respuestas correctas es muy cercano a los resultados de las versiones b) y c) con relaciones de conjunto transparentes. En efecto, este 39% *no es significativamente diferente* del 48% o 51% de respuestas correctas de las otras versiones. Esto significa que la clarificación de las relaciones de conjuntos *no produjo* un resultado significativamente diferente. Esta es una evidencia fuerte contraria a la hipótesis de conjuntos anidados. Los autores reconocen sutilmente este punto:

Therefore, although the possibility remains that nested-set hypothesis representations must be made explicit for some people to solve the problem, these data do not directly support such a conclusion (op. cit. p. 302)

¡*Eo ipso!* Cuando las ambigüedades del problema son eliminadas, las versiones con relaciones de conjuntos transparentes no parecen mejorar la performance de los sujetos.

2) Se podría argumentar que si bien la diferencia no es estadísticamente significativa, aún hay una mejora en la performance (de 39% a 48% o 51%) que merece ser considerada como apoyo a la hipótesis de conjuntos anidados. Pero aún así trataremos de mostrar que la evidencia no apoya la hipótesis. El problema está en otra ambigüedad en la versión c): es presentada como probabilística, pero contiene varias piezas de información cuyo formato parecería ser más bien frecuentista.

i) La tasa base de la enfermedad es presentada como sigue: '*The prevalence of disease X among Americans is 1/1000*'. Esta frase no contiene ni frases probabilísticas típicas (por ejemplo, '*there is x% chance that...*') ni frases típicamente frecuentistas (por ejemplo, '*for every x cases of ..., there are y cases of ...*'). Sin embargo, pensamos que el modo más directo de leerlo es en realidad frecuentista. La frase '*the prevalence of the disease X among Americans is 1/1000*' claramente sugiere que 1 de cada 1000 americanos tiene la enfermedad. Contrástese esta versión con la versión probabilística a): '*...a disease that a given American has a 1/1000 chance in getting*'. Aquí está perfectamente claro que la tasa base es presentada en términos probabilísticos: cada americano tiene una chance de 1/1000 de tener la enfermedad. *Mutatis mutandis*, lo mismo se puede decir de la versión d). Los autores podrían haber repetido cualquiera de estas frases (tal como se presentan en las versiones a) o d)) pero en cambio eligieron otra frase que parece sugerir

una interpretación frecuentista. Ahora, si la versión c) contiene realmente información en términos frecuentistas, la performance exitosa podría deberse a esto, apoyando en consecuencia a la hipótesis rival.

ii) La tasa de éxito (*hit rate*) también es presentada así: *'Every time the test is given to a person who has the disease, the test comes out positive'*. Esta presentación de hecho es idéntica a la de la versión frecuentista.

iii) Finalmente, consideremos la presentación de la tasa de falsa alarma: *'But sometimes the test also comes out positive when it is given to a person who is completely healthy. Specifically, the chance is 50/1000 that someone who is perfectly healthy would test positive for the disease'*. Aquí la tasa de falsa alarma es presentada en un formato típicamente probabilístico, pero es precedido por una frase que invita a una lectura frecuentista: la palabra *'sometimes'* sugiere dicha interpretación. La única parte que está claramente expresada en términos probabilísticos es la pregunta.

En resumen, sin negar que las relaciones de conjunto sean más transparentes en la versión c), pensamos que el costo de esta transformación es que la versión parece más cercana a la versión frecuentista que a la probabilística. Al menos, los autores deberían haber dado alguna justificación de la opinión contraria. En realidad notaron el problema, pero en vez de justificar su formulación realizaron otro experimento (número 3) con una nueva versión probabilística:

Version e)

The probability that an average American has disease X is 1/1000. A test has been developed to detect if a person has disease X. If the test is given and the person has the disease, the test comes out positive. But the test can come out positive even if the person is completely healthy. Specifically, the chance is 50/1000 that someone who is perfectly healthy would test positive for the disease.

Consider an average American. Assume you know nothing about the health status of this person. What is the probability that if this person is tested and found to have a positive result, the person would actually have the disease?

Esta versión hace transparentes las relaciones de conjunto, pero no puede ser confundida con una versión frecuentista. Como resultado las respuestas correctas cayeron del 48% al 40%, pero la diferencia fue declarada no significativa y se concluyó que no había nada erróneo en la versión c). Sin embargo, falta una comparación con una versión completamente libre de ambigüedades. Hagamos la comparación entre las versiones d) y e). De acuerdo a los propios reportes de Sloman y colegas, cuando la gente es enfrentada a versiones probabilísticas *sin* relaciones de conjunto claras un 39% responde correctamente; y cuando es enfrentada a versiones probabilísticas *con* relaciones de conjunto claras un 40% responde correctamente. O sea, se obtiene prácticamente el mismo resultado. Por lo tanto, la clarificación de las relaciones de conjuntos anidados no parecen aportar ninguna mejora significativa. En consecuencia, esta evidencia reportada por Sloman et al. (2003) es más bien *contraria* a la hipótesis de conjuntos anidados.

3) Un resultado importante es que la evidencia presentada tampoco parece apoyar la hipótesis frecuentista. Los resultados producidos por la versión frecuentista b) no son significativamente mejores que en los casos probabilistas. En otro experimento (número 1b), los autores intentaron replicar los resultados encontrados por Cosmides y Tooby (1996). Encontraron

que solamente el 31% de los sujetos resolvieron correctamente el problema en la versión frecuentista b). Si observamos el promedio de este resultado con el del experimento 1 (51%), y dado que los tamaños de las muestras son similares, el porcentaje de respuestas correctas está nuevamente alrededor del 40%, que es lo mismo que para las versiones probabilistas clarificadas. Luego, la evidencia encontrada por los autores parece contraria también a la hipótesis frecuentista. Sin embargo, una tercera ambigüedad arroja dudas sobre esta conclusión.

El punto es que la hipótesis frecuentista desarrollada por los psicólogos evolucionistas no es acerca de cualquier versión frecuentista, sino sólo sobre versiones con *frecuencias naturales*. Es verdad que Cosmides y Tooby (1996) no aclaran este punto, pero Gigerenzer y Hoffrage (1995) y Brase, Cosmides y Tooby (1998) sí lo aclaran, restringiendo sus predicciones a tales versiones. Y la versión frecuentista b) presentada en los experimentos *no* es una versión natural. Es muy cercana, pero en realidad no califica como tal. La razón es que las frecuencias están normalizadas en 1000, y una característica clave de las frecuencias naturales es que *no* están normalizadas. Una versión frecuentista natural se vería así:

Versión f)

One out of every 1000 Americans has the disease X. A test has been developed to detect when a person has the disease X. Every time the test is given to a person who has the disease, the test comes out positive. But sometimes the test also comes out positive when it is given to a person who is completely healthy. Specifically, out of every 999 Americans who are perfectly healthy, 50 of them would test positive for the disease.

Imagine we have assembled a random sample of 1000 Americans. They were selected by lottery. Those who conducted the lottery had no information about the health status of any of these people.

Given the information above, on average, how many people who test positive for the disease will actually have the disease? _____ out of _____

Podría pensarse que la diferencia es tan sutil que no puede producir cambios significativos, pero de hecho la gente suele ser sensible a tales cambios. Notemos, entonces, estas dos diferencias: 1) las frecuencias relevantes no están normalizadas, 2) la información está presentada como si surgiera de un *muestreo natural*.

Es posible que esta versión no produzca cambios significativos pero, en todo caso, esto es lo que debería investigarse.

Conclusión

En este trabajo hemos analizado la propuesta de Sloman et al. (2003) quienes, luego de reportar una serie de experimentos, afirman haber encontrado evidencia favorable a la hipótesis de conjuntos anidados, contraria a su vez a la hipótesis frecuentista. Al revisar la evidencia presentada hallamos que el material utilizado en los experimentos presenta varias ambigüedades que podrían perturbar los resultados obtenidos. Cuando estas ambigüedades son aclaradas, la propia evidencia presentada por los autores parece volverse en contra de la hipótesis que dicen confirmar. Además de esto, los resultados de los experimentos de Sloman et al. (2003) también son contrarios a la hipótesis frecuentista, según nuestra interpretación. Hemos argumentado, sin embargo, que esta última conclusión depende crucialmente de otra ambigüedad en la formulación de los problemas presentados a los sujetos, y en tanto no se realice una nueva serie de experimentos con esta ambigüedad eliminada la evidencia no parece ser suficiente como para

confirmar o refutar la hipótesis frecuentista. Además, aún concediendo que la evidencia refuta también la hipótesis frecuentista, no está claro que refute la hipótesis de las frecuencias naturales, que es la hipótesis más específica defendida por los psicólogos evolucionistas.

Finalmente, hemos planteado algunas dudas acerca de si la hipótesis de conjuntos anidados provee una buena explicación del efecto frecuencia.

Es importante aclarar —como hemos señalado en el trabajo— que hay otros estudios que intentan ofrecer evidencia empírica a favor de la hipótesis de conjuntos anidados. En realidad, este artículo es el primero de una serie cuyo objetivo es analizar el debate acerca de la explicación del efecto frecuencia. La evidencia analizada hasta aquí, concluimos, no parece apoyar ni contrariar a ninguna de las dos hipótesis propuestas.

Referencias

- Brase, G. L., L. Cosmides & J. Tooby (1998): "Individuals, counting, and statistical inference: The role of frequency and whole-object representations in judgment under uncertainty", *Journal of Experimental Psychology*, 127, 3-21.
- Cosmides, L., & J. Tooby (1996): "Are humans good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty", *Cognition*, 58, 1-73.
- Gigerenzer, G. & U. Hoffrage (1995): "How to improve Bayesian reasoning without instruction: frequency formats", *Psychological Review*, Vol. 102(4), 684-704.
- Sloman, S., D. Over, L. Slovak & J. Stibel (2003): "Frequency illusions and other fallacies", *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, Vol. 91(2), 296-309.