

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVII JORNADAS
VOLUMEN 13 (2007)

Pío García
Luis Salvatico
Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



Un caso muy raro (El cálculo de la distancia de la Tierra al Sol en Ptolomeo)

Christián C. Carman*

0. Introducción

En el debate acerca del realismo científico, los casos de teorías exitosas pero falsas juegan un papel muy importante como falsadores del argumento más sólido a favor del realismo. En efecto, el principal argumento realista –conocido como el del no milagro o de la mejor explicación– sostiene que la posición realista es la mejor o la única posible explicación del innegable éxito de la ciencia. Sería un milagro –sostienen– que las teorías exitosas no fueran verdaderas o que los términos teóricos centrales no tuvieran referencia exitosa.¹ El argumento ha recibido numerosas críticas,² pero la que más ha perdurado es la meta-inducción de Laudan (1981) que simplemente consiste en mostrar casos de teorías exitosas y falsas. Si en la historia de la ciencia abundan ejemplos de ese tipo, no se trata de un hecho milagroso, pues los milagros, por definición, son extraordinarios. Algunos de los ejemplos propuestos por Laudan han sido criticados³ y nuevos ejemplos han sido agregados.⁴ En el presente trabajo nos proponemos describir con cierto detalle un caso más que podría ser agregado a la lista de Laudan. Se trata de dos cálculos de la distancia de la Tierra al Sol realizados por Ptolomeo que son aparentemente independientes entre sí, que suponen una gran cantidad de valores erróneos e hipótesis falsas y que, sin embargo, los resultados coinciden asombrosamente. Además, ambos resultados coinciden también con un valor propuesto anteriormente por Aristarco de Samos. Se trata, por lo tanto, de una triple coincidencia –sin duda un éxito sumamente asombroso– de teorías indiscutiblemente falsas. En el presente trabajo nos limitaremos a presentar el caso histórico, dejando de lado cualquier análisis epistemológico.

1. El cálculo de Aristarco

Aristarco de Samos en el *Tratado sobre el tamaño y las distancias del Sol y la Luna*⁵ afirma que, cuando la Luna se encuentra en uno de sus cuartos, su elongación es de 87° . Con ese sólo dato, el astrónomo griego es capaz de obtener las proporciones entre la distancia Tierra-Luna (DL) y la distancia Tierra-Sol (DS).

Como puede desprenderse de la figura 1, en el instante en el que la Luna alcanza la cuadratura, el ángulo con centro en la Luna que une a la Tierra y el

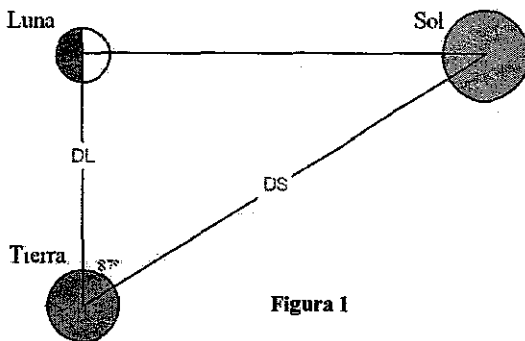


Figura 1

Sol es recto. Sabemos, además, que el ángulo con centro en la Tierra mide 87° , por lo tanto el tercer ángulo, con base en el Sol, será de sólo 3° . El seno de este último ángulo –que llamaremos S– nos dará la razón DL/DS . Lo cual implica que

$$DS = \frac{DL}{\text{sen}(s)} \quad (1)$$

* CONICET-UNQ ccarman@unq.edu.ar

Si consideramos a DL como la unidad, obtenemos que DS vale 19,107. Es decir, respecto de la Tierra, el Sol está 19.107 veces más lejos que la Luna.

Pero Aristarco no era capaz de encontrar un resultado tan preciso porque en el momento en que escribió su *Tratado* aún no contaba con funciones trigonométricas. Sin embargo, con un procedimiento ingenioso pero complicado, demuestra, por un lado, que la proporción tiene que ser mayor que 18 y, por otro, menor que 20. Actualmente se sabe que la proporción es muchísimo mayor, cercana a los 200. El método utilizado por Aristarco es incuestionable, pero la elongación de la Luna en cuarto creciente es mucho más cercana a los 90° (89° 50'). Mediante otros datos y otros cálculos, Aristarco obtiene las distancias absolutas, (no sólo las proporciones) y los tamaños del Sol y de la Luna.⁶

2. El cálculo de DS en el Almagesto

2.1 La distancia Tierra-Luna

Pocos siglos después, en el *Almagesto*,⁷ Ptolomeo obtiene la distancia máxima absoluta de la Luna de una manera altamente teórica.

Ptolomeo sabe que, en su máxima distancia, la distancia de la Tierra a la Luna es igual a la suma del valor de la excéntrica, más el radio del deferente, más el del epiciclo (ver figura 2).

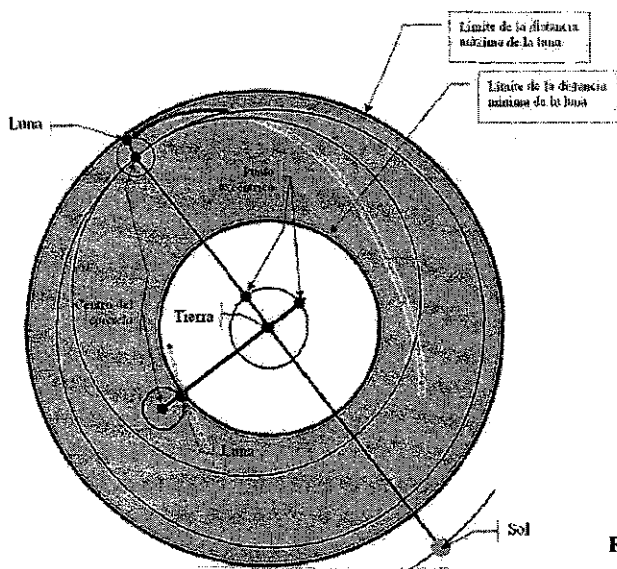


Figura 2

Ptolomeo tiene estos valores expresados en *partes*, es decir, de manera proporcional: el radio de la órbita de la excéntrica medirá 10;19^P (partes); el radio del deferente 49;41^P y el del epiciclo 5;15^P. Lo cual implica que, a su máxima distancia, la luna se encuentra a 65;15^P.

Para obtener el valor absoluto, Ptolomeo necesita saber que proporción hay entre sus *partes* y los radios terrestres. Y ello puede obtenerlo si, en un mismo instante, calcula el valor en partes y el valor en radios terrestres.

El instante que elegirá será 5 horas y 50 minutos pasados del mediodía del 1 de octubre de 135, en Alejandría. El valor de la distancia absoluta lo calcula a partir de la paralaje lunar (ver figura 3). Ptolomeo calcula la posición angular de la Luna en ese preciso instante desde su modelo y la compara con la que de hecho ha observado. Como los cálculos de su modelo deben darle los resultados vistos desde el centro de la Tierra, la diferencia entre los dos ángulos es, justamente, la paralaje lunar. A partir de la paralaje que obtiene, Ptolomeo puede calcular que la Luna, en ese momento, se encontraba a $39;45^{\text{rt}}$.⁸

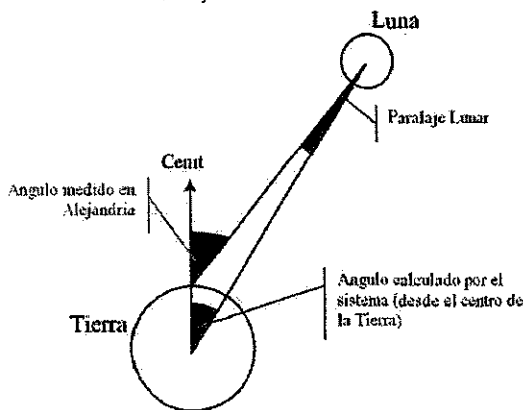


Figura 3

Ptolomeo no tiene dificultades en calcular el valor que, en partes, tiene la Luna en ese mismo instante. Según sus cálculos, se encontraba a $40;25^{\text{P}}$. Por lo tanto, la proporción que le permite obtener valores absolutos a partir de los relativos es $39;45/40;25$ [0,9835] que Ptolomeo aproxima en el valor $59/60$ [0,9833]. Pero $65;15^{\text{P}}$ multiplicado por $59/60$, da por resultado $64;10^{\text{rt}}$. Por lo que la Luna, a su máxima distancia de la Tierra, se encuentra a $64;10^{\text{rt}}$.

Por ciertas dificultades técnicas, a Ptolomeo no le conviene calcular el valor en radios terrestres de la distancia lunar directamente cuando ésta se encuentra a su máxima distancia y el cálculo que de hecho realiza lo hace cuando la Luna se encuentra cerca de una de sus cuadraturas. Como es bien conocido, la teoría de la Luna de Ptolomeo implicaba que ésta varía su posición respecto de la Tierra mucho más de lo que podía observarse. Particularmente cuando se encontraba cerca de las cuadraturas, la Luna se debía acercar a la Tierra tanto que tendría que encontrarse casi a mitad de camino respecto de su distancia en las sicigias (rever figura 2). La distancia máxima que obtiene está bastante cerca de los valores actualmente reconocidos, pero no su distancia mínima que es la que calcula. Es sumamente curioso –del que se podrá sacar jugo epistemológico– que Ptolomeo, partiendo de un valor equivocado, mediante una serie de errores de cálculo y modelos erróneos que, sin embargo, se cancelan entre ellos, obtenga como resultado un valor muy cercano al real. Pero continuemos con los cálculos.

2.2 El radio aparente de la Luna y de la Sombra de la Tierra

Con la distancia absoluta de la Luna, Ptolomeo podría calcular, utilizando la proporción establecida por Aristarco, la distancia absoluta del Sol. Pero prefiere un cálculo mucho más indirecto que utilizará, entre sus valores, el radio aparente de la Luna y el radio aparente de la sombra de la Tierra en un eclipse de Luna, ambos a su máxima distancia.

Los radios podían ser medidos mediante varios métodos que Ptolomeo descarta por poco precisos por lo que decide, para obtener valores precisos, realizar ciertos cálculos sumamente teóricos pero geniales. La intuición es muy sencilla.

En la figura 4 el círculo mayor representa la circunferencia de la sombra de la Tierra; en ambas figuras, la Luna (el círculo centrado en P) está inmersa parcialmente en la sombra de la Tierra. La línea horizontal que pasa por el centro de la sombra de la Tierra representa la eclíptica ya que, evidentemente, el centro de la sombra deberá estar en ella puesto que es la sombra que se produce por la luz del Sol, que recorre la eclíptica. El Sol, por lo tanto, estará a exactamente 180° del punto A. La Luna no sigue el recorrido de la eclíptica sino que se desplaza por una órbita propia, que cruza en dos puntos (llamados nodos ascendente y descendente) a la eclíptica con un ángulo de 5° . Evidentemente los eclipses tienen que producirse en cercanía de estos nodos, pues sólo allí se encuentran lo suficientemente cercanos en latitud como para

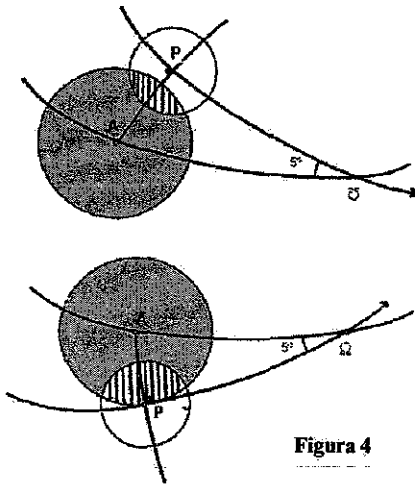


Figura 4

superponerse. El modelo lunar elaborado por Ptolomeo le permitía calcular, en un momento determinado, la distancia que existía entre el nodo y el centro de la Luna (línea ΩP). Como esa línea, en el momento de plenitud del eclipse (mayor ocultación) forma un ángulo recto con el centro de la sombra (A) —que también podía ser calculado conociendo la posición exacta del Sol— Ptolomeo tenía un triángulo rectángulo y era capaz de obtener el valor de AP. Conociendo qué tan sumergida en la sombra estaba la Luna (y esto se conocía mediante la magnitud del eclipse), fácilmente pueden conocerse los radios buscados. En la parte inferior de la figura 4, por ejemplo, justo la mitad de la Luna está sumergida por lo que la línea AP es exactamente igual al valor del radio de la sombra. En el gráfico de la parte superior vemos que sólo un cuarto de la Luna está sumergido por lo que AP es igual al radio de la sombra (que ya conocemos) más $\frac{1}{4}$ del diámetro de la Luna o $\frac{1}{2}$ de su radio.

Utilizando dos eclipses muy lejanos en el tiempo, Ptolomeo obtiene, para el radio aparente de la luna $\rho_{Lun} = 0;15,40''$ y, para la sombra $\rho_{som} = 0;40,40''$.

2.2.1 El cálculo de la distancia Tierra-Sol

Con estos datos y un diagrama de eclipses que Ptolomeo también toma de Aristarco, aunque reinterpretado, puede calcular la distancia absoluta del Sol. Ptolomeo no podía utilizar el mismo método que utilizó con la Luna porque, al encontrarse tan lejos el Sol, la paralaje sería instrumentalmente indetectable, por eso debe apelar a un método más indirecto.⁹

Ya desde antiguo se había notado que, en algunos eclipses solares, la circunferencia de la Luna coincidía exactamente con la del Sol. En esos eclipses, por lo tanto, el diámetro aparente de la Luna y del Sol es el mismo. Ptolomeo sostiene que esta coincidencia de diámetros se produce cuando la Luna se encuentra en su máxima distancia. Ahora bien, si consideramos un eclipse lunar en el que la Luna se encuentre a su máxima distancia, el diámetro aparente de ésta —que ya conocemos: $0;15,40''$ — será igual al del Sol y también conocemos el diámetro aparente de la circunferencia de la sombra de la Tierra a esa distancia ($0;40,40''$).

A partir de esos datos y la distancia máxima de la Luna, Ptolomeo es capaz de calcular DS. El cálculo no es complicado pero tiene varios pasos. Lo seguiremos de manera “cualitativa”, dando el resultado final. Mírese la figura 5. Ptolomeo conoce el valor del ángulo $\odot NH$ (que mide el radio aparente de la luna); también conoce el valor de $N\odot$, que mide, justamente, la distancia máxima de la Luna. Con esos valores y simple trigonometría puede calcular el radio absoluto de la Luna, esto es, $\odot H$. Ptolomeo supone que la proporción que hay entre los radios aparentes es la misma que hay entre los radios reales y, así, puede calcular PR, el radio real de la sombra de la Tierra.

Para obtener HS, realiza los siguientes cálculos. Por un lado, sabe que los puntos $\odot SPR$ forman un paralelogramo cuya altura media está dada por NM, esto es, por $1''$. Obtiene así HS y, luego, $\odot S$ que no es más que la suma de HS y $\odot H$. También sabe que $NM/HS = ND/\odot D$. Ya conoce NM y HS. Por otro lado, $\odot D = ND - N\odot$ y ya conoce el valor de $N\odot$, por lo que tiene una sola incógnita, ND que mide, justamente, la distancia de la Tierra al Sol. Ptolomeo obtiene el valor de $ND = 1210''$.

La distancia entre la Tierra y el Sol, entonces, es de $1210''$, que Ptolomeo considerará la distancia media. Para obtenerla, como hemos visto, además de algunos supuestos, ha utilizado sólo tres datos: el radio aparente del Sol y la Luna que equivalen a $0;15,40''$; el radio aparente de la sombra de la Tierra a esa altura, que corresponde a un valor de $0;40,40''$; y la distancia de la

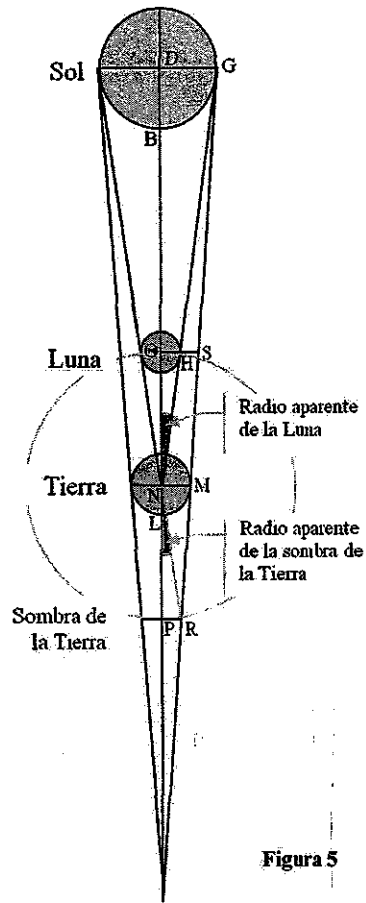


Figura 5

Luna a la Tierra, que vale $64;10^{\text{tr}}$. No ha utilizado la proporción establecida por Aristarco, sin embargo, su cálculo cae perfectamente dentro de lo que ésta exigía, ya que $1210^{\text{tr}}/64;10^{\text{tr}} = 18.86$.

3. El cálculo de DS en las Hipótesis

En una obra posterior, *Las Hipótesis Planetarias*,¹⁰ Ptolomeo intenta establecer las distancias absolutas de los planetas. Como hemos visto en el caso de la Luna, Ptolomeo podía calcular la proporción entre la distancia máxima que alcanzaría un planeta y la mínima. Esto es, podía calcular que tan *ancha* era una órbita. En el caso del Sol, que posee sólo una excéntrica con un valor de $2;30^{\text{P}}$ (si el deférente tiene 60^{P}), si la media, como hemos dicho es de 1210^{tr} , la mínima será, por lo tanto $1159;35^{\text{tr}}$ que Ptolomeo redondea en 1160^{tr} .

En el caso de Venus, la distancia máxima es $104;25^{\text{P}}$ y la mínima $15;35^{\text{P}}$

$$DV_x = 104;25^{\text{P}}$$

$$DV_n = 15;35^{\text{P}}$$

Y la proporción (el ancho de la órbita es: $104;25/15;35$). Los valores de Mercurio son:

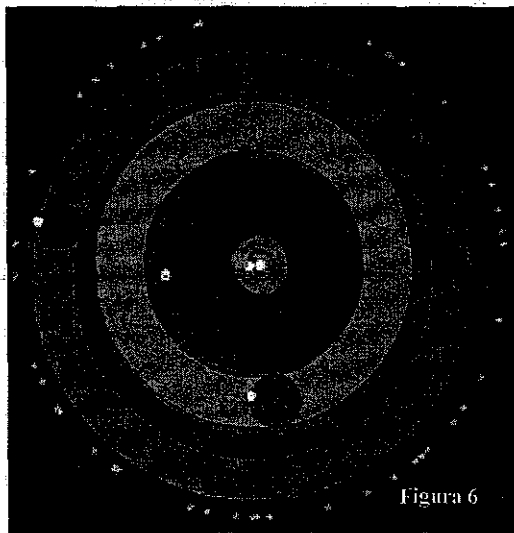


Figura 6

$$DM_x = 91;50^{\text{P}}$$

$$DM_n = 33;4^{\text{P}}$$

La proporción, entonces, entre DM_x/DM_n es igual a $91;30/33;4$.

Ptolomeo supone, además, que no existe el vacío y que, por lo tanto, la distancia máxima de un planeta tiene que coincidir con la mínima del planeta inmediato superior (ver figura 6). Si poseyera una distancia absoluta, podría calcular, en base a estas proporciones, la distancia máxima, media y mínima absolutas de cada planeta. Partiendo de los datos obtenidos en el *Almagesto*, Ptolomeo redondea la distancia máxima de la Luna en 64^{tr} . Coloca, por lo tanto, la distancia mínima de Mercurio (DM_n) en 64^{tr} y, tomando como la proporción DM_x/DM_n de Mercurio el valor de $88/34$, calcula DM_x en 166^{tr} que coincide, obviamente, con la distancia mínima del siguiente planeta,

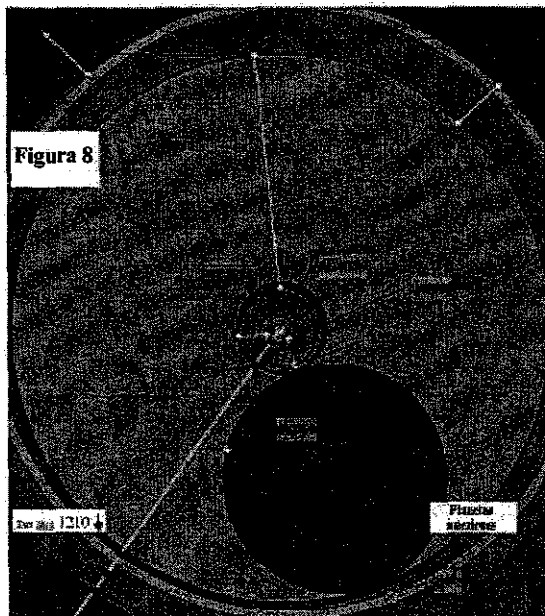


Figura 8

200 000 1210

Platacha
estrellas

Venus. La proporción entre las distancias de Venus (DV_x/DV_n) es $^{104}/_{16}$, por lo que DV_x es 1079^{ra} . Ahora bien, la distancia mínima del Sol (DS_0) era 1160^{ra} . Había varias razones para pensar que luego de Venus debía estar ubicado el Sol, por lo que DV_x debería ser igual a DS_n y, en efecto, la diferencia es de apenas 81^{ra} , menos del 7%. Una coincidencia más que sorprendente. Pero en realidad es mucho más sorprendente si tenemos en cuenta que, si Ptolomeo no hubiera redondeado los valores obtenidos en el *Almagesto* y hubiera sido más cuidadoso con sus cálculos (de hecho utiliza como proporción de Mercurio $^{88}/_{34}$, cuando el valor redondeado correcto sería $^{91}/_{33}$) DV_x alcanzaría 1189^{ra} que se pasaría de DS_n por apenas 29^{ra} , sólo el 2,4%, una coincidencia maravillosa teniendo en cuenta las dificultades de observación y cálculo que podía tener Ptolomeo. Pero puede aún ser más asombrosa si tenemos en cuenta este último detalle. En las *Hipótesis Planetarias*, Ptolomeo corrige brevemente los parámetros de Mercurio, si se realizan los cálculos con los parámetros corregidos, se obtiene para DV_x un valor de aproximadamente 1146^{ra} , con apenas 14^{ra} de diferencia, lo que representa un 1,1%. Simplemente increíble.

Ptolomeo, entonces, obtiene mediante dos cálculos sumamente cargados de teoría pero aparentemente independientes entre sí un valor impresionantemente parecido para DS . Ése valor, además, coincide perfectamente con los límites que había establecido Aristarco para la proporción entre DS y DL . Nos encontramos frente a una *triple coincidencia*. Sin duda, un caso interesante para ser discutido en el contexto del debate del realismo científico.

Notas

¹ Las formulaciones clásicas de este argumento pueden encontrarse en Putnam 1984: 140-141 y Boyd 1984: 58-59.

² Cfr. Hardin y Ronsenberg (1982) que Laudan responde en (1984). Cfr. También Lewis (2001) y los mencionados en la nota siguiente

³ Cfr. Kitcher 1982, 1993 y 2001; Psillos 1996 y 1999 y Worrall 1989 y 1994. Cfr. También Devitt 1991: 162, McMullin 1984: 17-18 y Chakravarty 1998.

⁴ Carrier (1991)

⁵ Heath [1913] 1997: 351-411

⁶ Para esos cálculos confrontar, en primer lugar, a Heath [1913] 1997: 329-336, luego a Neugebauer 1975: 634-643; van Helden 1986: 5-11; Dreyer 1953: 182-184.

⁷ Utilizaremos la traducción de Toomer, que ya se ha vuelto clásica (Toomer [1984] 1998).

⁸ Cuando reproduzcamos valores tomados de Ptolomeo, utilizaremos el sistema de coma y punto y coma, según lo ha popularizado Neugebauer ([1957] 1969: 13, nota 1). Para más detalles, consultar el capítulo 1 de Neugebauer [1957] 1969 o Newton 1977: 17-20.

⁹ Cfr. Evans 1998: 385-389, Neugebauer 1975: 101-112, Pedersen 1974: 203-214, van Helden 1986: 15-27, Swerdlow 1968: 41-71. El tratamiento de Ptolomeo (Toomer 1988: 243-257). En todas estas citas incluimos también el cálculo de DL .

¹⁰ La edición de Heiberg (1907) está incompleta. La parte restante está en árabe e inglés en Goldstein (1967). Existe traducción al castellano de la obra completa en Pérez Sedeño (1987).

Bibliografía

- Aristarchus. *Aristarchus of Samos on the Sixes and Distances of the Sun and Moon*. Traducido por T. L. Heath ([1913] 1997): 351-411
- Boyd, R. (1984) 'The current status of Scientific Realism' en Leplin (1984): 41-82.
- Carrier, Martin (1991) "What is wrong with the Miracle Argument?", *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 22, No. 1: 23-36
- Chakravarty, A. (1988) "Semirealism", *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 29, No. 3: 391-408
- Devitt, M. (1991) *Realism and Truth*, Princeton: Princeton University Press (second edition, first edition. 1984).

- Dreyer, J. L. (1953) *A History of Astronomy from Thales to Kepler*. Second edition, originally published as *History of the Planetary Systems from Thales to Kepler*. 1905. New York: Dover.
- Evans, J. (1998) *The History and Practice of Ancient Astronomy*. Oxford: Oxford University Press.
- Goldstein, B. R. (1967) *The Arabic version of Ptolemy's Planetary Hypotheses*. Transactions of the American Philosophical Society, New Series, Vol. 57, part. 4
- Hardin, C. & A. Rosenberg (1982) 'In defense of Convergent Realism' *Philosophy of Science* 49: 604-615.
- Heath, Th. ([1913] 1997) *Aristarchus of Samos. The Ancient Copernicus. A History of Greek Astronomy to Aristarchus together with Aristarchus' Treatise on the Sizes and Distances of the Sun and Moon*. (First edition: Oxford: Oxford University Press) Oxford: Oxford and Clarendon University Press.
- Heiberg, J. L. (ed.) (1898-1903) *Claudii Ptolemaei Opera quae exstant omnia*. Vol. I, Syntaxis Mathematica, 2 vols. Leipzig: Teubner
- Heiberg, J. L. (ed.) (1907) *Claudii Ptolemaei Opera quae exstant omnia*. Vol. II, Opera Astronomica Minora. Leipzig: Teubner
- Kitcher, P. (1982) 'Genes' *British Journal for the Philosophy of Science* 33: 337-359.
- Kitcher, P. (2001) 'Real Realism: The Galilean Strategy' *The Philosophical Review* 111: 151-197.
- Kitcher, P. ([1993] 2001) *El avance de la Ciencia. Ciencia sin leyenda, objetividad sin ilusiones*. Traducción de Héctor Islas y Laura Manríquez. Publicado originalmente como *The Advancement of Science* (Oxford: Oxford University Press). México, D.F.: UNAM.
- Laudan, L. (1981) 'A confutation of convergent realism', in Leplin (1984) (originally published in *Philosophy of Science*, Vol. 48, No. 1, 1981).
- Laudan, L. (1984) 'Realism without the Real' *Philosophy of Science* 51: 156-162.
- Leplin, J. (1984) *Scientific Realism*. Berkeley: University of California Press.
- Lewis, P. J. (2001) 'Why the Pessimistic Induction is a Fallacy' *Synthese* 129: 371-380.
- McMullin, E. (1984) 'A Case for Scientific Realism' en Leplin (1984): 8-40.
- Neugebauer, O. ([1957] 1969) *The Exact Sciences in Antiquity*. Second edition. New York: Dover.
- Neugebauer, O. (1975) *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences 1. 3 vols. Berlin: Springer.
- Newton, R. (1977) *The Crime of Claudius Ptolemy*. Baltimore and London: John Hopkins University Press.
- Pedersen, O. (1974) *A Survey of the Almagest*. Acta Historica Scientiarum Naturalium et medicinalium. Vol. 30. Odense: Odense University Press.
- Pérez Sedeño, E. (1987) *Las Hipótesis de los Planetas*. Introducción y notas de E. Pérez Sedeño. Traducciones de J. G. Blanco y A. Cano Ledesma. Madrid: Alianza.
- Psillos, S. (1996) 'Scientific Realism and the "Pessimistic Induction"' *Philosophy of Science* 63 (Proceedings): s306-s314
- Psillos, S. (1999) *Scientific Realism. How science tracks truth*. London and New York. Routledge.
- Ptolemy, C. *Almagest*. Ver Tommer (1998) y Heiberg (1898-1903)
- Ptolemy, C. *The Planetary Hypotheses*. Ver Goldstein (1969), Heiberg (1907) y Pérez Sedeño (1987).
- Putnam, H. (1984) 'What is Realism?' en Leplin (1984). 140-153.
- Swerdlow, N. M. (1968) *Ptolemy's Theory of the Distances and Sizes of the Planets. A Study in the Scientific Foundation of Medieval Cosmology*. Tesis Doctoral, Yale University.
- Swerdlow, N. M. (1969) 'Hipparchus on the Distance of the Sun'. *Centaurus* 14: 287-305.
- Toomer, G. J. (1998) *Ptolemy's Almagest*. (Primera edición: London: Duckworth, 1984) Princeton. Princeton University Press.
- van Helden, A. (1986) *Measuring the Universe. Cosmic Dimensions from Aristarchus to Halley*. London: The University of Chicago Press.
- Worrall, J. (1989) 'Structural Realism: The Best of Both Worlds?' *Dialectica* 43, 1-2. 99-124.
- Worrall, J. (1994) 'How to Remain (Reasonably) Optimistic: Scientific Realism and the "Luminiferous Ether" in D. Hull, M. Forbes and R. M. Burian (eds.) PSA 1994, Vol. 1, East Lansing, MI: Philosophy of Science Association.