Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Un abordaje de la función lineal a partir de la variación constante

Trabajo Final de Prácticas Profesionales Docentes

Carinelli, Fabricio Augusto

Zárate, Érica Celina

Supervisión de práctica profesional: Araceli Coirini Carreras, Silvina Smith

Equipo responsable de MyPE: Araceli Coirini Carreras, Nicolás Gerez Cuevas, Anibal Dario Gimenez, Silvina Smith

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 24-11-2022

Clasificación

97 Mathematical Education

97D Education and instruction in mathematics

Palabras claves

Función, Situaciones problemáticas, Graficar, Descontextualización, Contextualización

Resumen

En el presente informe se describirá y analizará nuestra experiencia en las prácticas docentes realizadas en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza, de la carrera de Profesorado en Matemática de la FAMAF - UNC. La práctica se desarrolló en dos cursos de tercer año en una escuela de gestión pública en la Ciudad de Córdoba. El tema que se desarrolló fue funciones y función lineal. Se hizo un abordaje a partir de situaciones problemáticas, haciendo hincapié en la variación constante como característica principal de las funciones lineales. En el primer capítulo, se da a conocer el contexto en el cual se llevaron a cabo las prácticas. En el segundo se muestra el proceso de planificación de clases, y también su implementación en el aula. En el tercer capítulo, se lleva a cabo un análisis de una problemática surgida a raíz de las prácticas.

Abstract

In this report we will describe and analyze our experience in the teaching practices carried out within the framework of the subject Methodology and Practice of Teaching, of the Mathematics Teacher Training Program at FAMAF - UNC. The practice was developed in two third year courses in a public school in Córdoba. The topic developed was functions and linear function. The approach was based on problematic situations, emphasizing constant variation as the main characteristic of linear functions. In the first chapter, the context in which the practices were carried out is presented. The second chapter shows the lesson planning process, as well as its implementation in the classroom. In the third chapter, an analysis of a problem that arose as a result of the practices is carried out.

ÍNDICE

Capítulo 1. Introducción

1.1. Presentación

En el presente trabajo abordamos una descripción y análisis de nuestras Prácticas Profesionales Docentes en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza, correspondiente al cuarto año de la carrera Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Córdoba.

En el primer capítulo describiremos, a modo de introducción y para situar al lector, características de la institución y de los cursos donde llevamos a cabo nuestra residencia. Para esto emplearemos la información recogida en la etapa pre-activa de la práctica, en donde realizamos observaciones a la institución, a clases de matemática y a clases de otras materias en dichos cursos.

En el segundo capítulo contrastaremos lo planificado con lo acontecido en la etapa activa de la práctica profesional, es decir en las clases, que se llevaron a cabo entre el 1 de agosto y el 7 de septiembre de 2022. Para esto presentaremos cada una de las actividades trabajadas, lo planificado en cuanto a ellas y lo finalmente acontecido en el aula. Además exhibiremos y analizaremos las evaluaciones llevadas a cabo en los cursos.

Por último, en el tercer capítulo, abordaremos una problemática surgida a raíz de las prácticas y presentaremos un análisis teórico de la misma.

1.2. Sobre la institución donde se realizaron las prácticas

La institución en donde realizamos las prácticas se encuentra ubicada en barrio Alberdi de la Ciudad de Córdoba, Argentina. Es una institución pública de gestión estatal fundada el 2 de junio de 1884. En sus comienzos, funcionó como una Escuela Normal Nacional de Maestras y luego a partir de la Ley de Presupuesto sancionada en el año 1913 fue convertida en Escuela Normal de Profesores adoptando desde ese entonces el nombre que lleva en la actualidad.

Hoy la escuela cuenta con cuatro niveles del sistema educativo: Nivel Inicial (sala de cuatro y cinco años), Nivel Primario, Nivel Secundario (con tres orientaciones: Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Lengua) y Nivel Superior (Profesorados de Educación Primaria y Educación Inicial). Además, ofrece propuestas para formación de posgrado, dictadas por el Instituto Superior de Estudios Pedagógicos. El nivel secundario cuenta con turno mañana y turno tarde. En el ciclo básico cada año cuenta con cinco divisiones.

El edificio de la Institución cuenta con dos plantas. En la planta baja funciona el Nivel Primario, y las aulas de 1^{ro} y 2^{do} año del Nivel Secundario. En esta misma planta se encuentran dos salas de profesores correspondientes al Nivel Secundario, la biblioteca, la cantina (una para alumnos y otra para docentes), la oficina de apoyo administrativo, secretaría y dos patios, siendo uno de ellos de uso exclusivo para educación física. Subiendo la escalera se encuentran las restantes aulas del Nivel Secundario, además de preceptorías, vicedirección, salón de actos, laboratorio de biología y la sala de computación. La escuela posee servicio de wifi de acceso libre aunque por la cantidad de personas conectadas, muchas veces no funciona correctamente.

1.3. Sobre los cursos

Los cursos en los cuales se realizaron las prácticas fueron 3^{ro} “A” y 3^{ro} “E” del turno mañana, ambos cursos con la misma docente a cargo. Durante nuestras observaciones en 3^{ro} “A” había 31 alumnos, 13 varones y 18 mujeres, aunque al momento de empezar las prácticas se sumó una nueva estudiante. En 3ro “E” se contabilizaron 27 alumnos de los cuales 17 eran varones y 10 eran mujeres. En 3ro “A” nos encontramos con un alumno judicializado, dos estudiantes que no concurrían a clases por problemas familiares y otro alumno quien se mudó a México durante el transcurso de nuestras prácticas. En ambos cursos nos encontramos con un alumno integrado. En el caso del estudiante integrado de 3^{ro} “E”, contaba con una maestra integradora que no estaba presente en el curso, pero revisaba las actividades con anterioridad por si hubiese que hacer alguna adaptación. Sin embargo, no fue necesario adaptar ninguna de las actividades propuestas.

Cada curso contaba con su propia aula, que estaba provista de un pizarrón blanco apto para la utilización de fibrones. Las aulas poseían mucha iluminación debido a las amplias ventanas y ausencia de cortinas. Los cursos contaban con tres filas de bancos -dobles y móviles- separadas por un pasillo y también con un escritorio destinado al profesor ubicado al costado del pizarrón. En la figura 1.1 podemos ver la distribución espacial de las aulas de 3^{ro} “A” y 3^{ro} “E”. Los estudiantes no tenían lugares asignados dentro del curso.

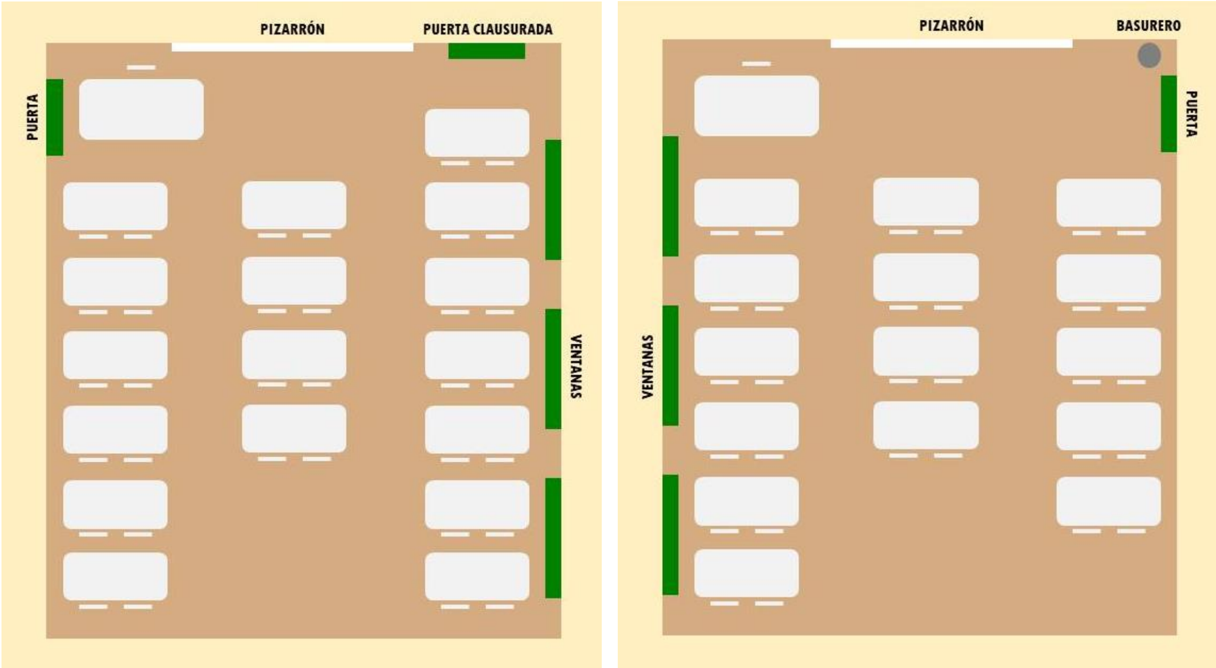


Figura 1.1: distribución espacial de las aulas de 3^{ro} “A” y 3^{ro} “E” respectivamente.

Otro espacio que utilizamos durante nuestras prácticas fue la sala de computación, la cual tuvimos que solicitar con anterioridad cada vez que la necesitamos, pues funcionaba como aula de un 6^{to} año. Fue necesaria pues en las aulas no había suficientes tomacorrientes para cargar las notebooks utilizadas, y además había demasiada luz lo que impedía el uso del proyector. En la Figura 1.2 puede verse la distribución espacial de la sala de computación.

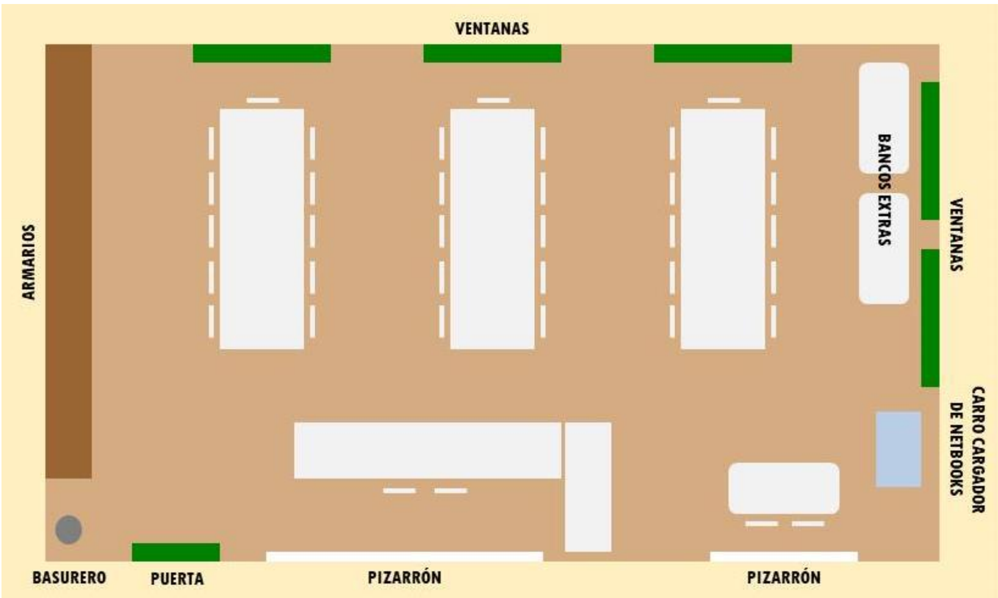


Figura 1.2: distribución espacial de la sala de computación.

1.4. La clase de matemática

Los horarios en los cuales se dictaban las clases de matemática pueden verse en la figura 1.3. Podemos notar que en el caso de 3ro "E" no contaban con 80 minutos continuos de clase, mientras que en 3ro "A" esto sólo ocurría el día miércoles.

HORARIO	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7:20 a 8:00			3ro "A"		
8:00 a 8:40			3ro "A"		
8:40 a 9:20	3ro "E"		3ro "E"		3ro "A"
RECREO					
9:30 a 10:10	3ro "E"		3ro "E"		3ro "A"
10:10 a 10:50	3ro "A"				
RECREO					
11:00 a 11:40					
11:40 a 12:20					
12:20 a 13:00	3ro "E"				

Figura 1.3: horarios de la clase de matemática de 3ro "A" y 3ro "E".

Empezamos las observaciones el lunes 16 de mayo del 2022. En ninguna de las dos semanas previstas para las mismas hubo clases los días miércoles debido al feriado por censo y al feriado por el 25 de mayo, por lo cual las observaciones se extendieron al día lunes y primer módulo del día miércoles y al día viernes de una tercer semana (para poder cumplir con lo estipulado sobre la cantidad de horas de clase observadas).

Al ingresar al curso, los alumnos se paraban para saludar a la profesora. La metodología principal utilizada en las clases por la docente, en ambos cursos, consistía en que ella copiase actividades en el pizarrón, los estudiantes las registraran en su carpeta y luego las resolvieran con la docente respondiendo dudas cuando los estudiantes lo requerían. Los estudiantes podían optar libremente por trabajar solos, con su compañero de banco, o en grupo. Luego del tiempo estipulado para la resolución de la actividad, se hacía una puesta en común en la cual los alumnos pasaban a resolver en el pizarrón un ejercicio o ítem. A veces, en vez de copiar el enunciado de las actividades en el pizarrón la docente les enviaba vía WhatsApp un documento con las mismas.

También se hizo evidente una muy buena relación entre la profesora y los estudiantes, charlando a veces sobre temas no relacionados a la clase, por ejemplo sobre las actividades del fin de semana.

Durante nuestras observaciones el tema que se estaba trabajando era Teorema de Pitágoras, perímetro y área. Los ejercicios trabajados en clase podrían encuadrarse en los ambientes de aprendizaje 1 y 3 según la clasificación planteada por Skovsmose (2000). El ambiente 1 refiere a actividades dentro del paradigma del ejercicio, con referencia a la matemática pura, en este caso la docente presentaba diversas figuras para calcular su perímetro o área. El ambiente 3 se encuentra también dentro del paradigma del ejercicio, pero con referencia a la semirrealidad, aquí la docente presentaba actividades para aplicar el Teorema de Pitágoras.

Tuvimos la oportunidad de estar presentes durante la evaluación correspondiente a cada curso sobre el tema que venían desarrollando. En 3^{ro} "E" fue el lunes 23 de mayo. Como este módulo estaba partido por un recreo, la metodología utilizada por la docente fue dividir ambos temas de la prueba en dos partes: se le hacía entrega a los estudiantes de la primera parte que debían entregar antes del recreo, luego del recreo debían resolver la segunda parte, sin poder volver sobre la primera. En 3^{ro} "A" se desarrolló el miércoles 1 de junio. En ambos cursos estaba permitido el uso de la calculadora del celular al igual que durante las clases. Al terminar la evaluación, los alumnos debían quedarse sentados en sus bancos sin poder salir del aula, esto generaba bullicio al final de la evaluación incluso con algunos estudiantes aun trabajando en la resolución. Además de esta evaluación escrita, a veces la docente mientras los estudiantes resolvían una actividad, decía algo como "¡Los primeros tres que terminen y hayan hecho bien la actividad tienen 10!". Luego, la profesora les pasaba esa nota a la libreta. Esto motivaba a algunos estudiantes mientras que otros no le daban importancia y seguían con la resolución de otra actividad, aunque no fuese la "premiada".

1.5. Observación de jornada completa

Antes de realizar la observación de jornada completa, decidimos quién iba a hacerse cargo de cada curso, determinando que Érica estaría en 3^{ro} "A" y Fabricio en 3^{ro} "E". Luego, el lunes 30 de mayo realizamos las observaciones de jornada completa en los respectivos cursos.

La primera observación importante que hicimos en ambos cursos fue que los estudiantes no forman ni saludan a la bandera, siendo entonces 7:20 el horario de comienzo de clases, aunque notamos que la mayoría de los estudiantes llegaban tarde y se iban incorporando paulatinamente a lo largo de los primeros 40 minutos del día.

En 3ro “A” las materias que correspondían al lunes eran: lengua, historia, matemática y educación tecnológica, aunque de esta última no había ningún docente a cargo, por lo que los estudiantes se retiraban más temprano. Durante la primera clase del día, lengua, cada alumno leía en voz alta una oración de un cuento. Los estudiantes leían desde el celular o fotocopias. Luego corregían la tarea en el pizarrón y la docente les daba más ejercicios. Durante todo el módulo había mucho silencio, y la docente no hablaba de otro tema que no fuera su materia. En el módulo de historia notamos una relación un poco “más cercana” con la docente: se hacían chistes, hablaban sobre la organización de un desayuno a futuro, y se veía mayor participación para leer las respuestas de la tarea. Por último, vimos el medio módulo correspondiente a matemática.

En 3ro “E” solo se pudo observar una materia más además de matemática, pues los lunes los estudiantes tenían clase de matemática, química y lengua; pero no había ningún docente a cargo de lengua. De este modo, en química, se pudo notar que, por el estilo de la profesora, había mucho más silencio en el aula. Se hizo evidente también que los estudiantes por lo general no cumplían con la tarea (pues tanto en matemática como en química hubo muchos estudiantes que no habían cumplido con lo solicitado). Algo interesante que sucedía durante las horas de química era que siempre iniciaba (según lo expresado por la profesora) solicitando a los alumnos que hagan una síntesis contando lo que se había trabajado en la clase anterior. Esta idea la adoptamos parcialmente para nuestras prácticas.

Capítulo 2. Diseño de la práctica e implementación en el aula

En el presente capítulo se abordará la etapa de planificación de la secuencia didáctica a implementar en las residencias, como así también su puesta en práctica. El capítulo se organizará de la siguiente manera: primero presentaremos el programa anual de la materia en la institución, luego parte de la etapa de planificación en la que detallaremos los recursos utilizados para planificar y presentaremos el cronograma de las actividades que se llevaron a cabo. En la tercera sección detallaremos lo sucedido en las clases, se analizará lo acontecido en ellas y se contrastará con lo planificado. Para llevar a cabo dicho análisis se recurrirá a las actividades planificadas, a lo conjeturado en la planificación y a los registros[1] y autorregistros[2] de clase. Finalmente, en la cuarta sección exhibiremos y analizaremos los dos tipos de evaluaciones llevadas a cabo en la práctica.

2.1. Programa anual de la materia

En esta sección mostraremos la planificación anual correspondiente a 3er año del turno mañana y turno tarde de la institución en la cual se desarrollaron nuestras prácticas. A continuación, en la Tabla 2.1 se detallan textualmente los aprendizajes y contenidos divididos en cuatro unidades:

Unidad Nº1: Números y Operaciones	▪ Revisión de los conjuntos numéricos: Enteros y Racionales. Operaciones y propiedades. ▪ Conjunto de los números reales. Números irracionales: representación en la recta numérica. Números reales. Ejercicios combinados. Intervalos reales. ▪ Razones y proporciones numéricas: propiedad fundamental. Propiedades. Proporcionalidad directa e inversa. Repartición proporcional.
Unidad Nº2: Geometría y Medida	▪ Segmentos proporcionales. Teorema de Thales. Semejanza de polígonos. Criterios de semejanza de polígonos y de triángulos. Razones trigonométricas: seno, coseno y tangente. Resolución de triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras: concepto y aplicación.

[1] Registros: como la práctica se realiza de a dos, mientras uno de los integrantes dictaba su clase, el par pedagógico construía un registro, en donde plasmaba acontecimientos relevantes de clase, diálogos, respuestas de los estudiantes, lo escrito en el pizarrón, etc.

[2] Autorregistros: finalizada cada clase, los practicantes escribimos un autorregistro en donde se plasmaban acontecimientos relevantes de la clase, así como también nuestros pensamientos, análisis y sensaciones en relación a lo ocurrido.

Unidad Nº3: Álgebra y Funciones	▪ Funciones: concepto. Dominio e imagen de una función. ▪ Análisis de funciones: lineales. Representación gráfica con tablas. Expresiones algebraicas: concepto, grado de una expresión algebraica. Operaciones. ▪ Ecuaciones lineales de primer grado con una incógnita. ▪ Sistema de ecuaciones lineales de primer grado con dos incógnitas. Resolución gráfica y analítica. Métodos de igualación y sustitución.
Unidad Nº 4: Estadística y Probabilidad	▪ Interpretación de gráficos cartesianos. Estadística: concepto-elementos. Tablas y gráficas estadísticas. Diagrama de barra. Diagrama circular. Pictogramas. Diagrama de línea. Diagrama de punto Media aritmética o promedio. Moda. ▪ Problemas de Conteo. Diagrama de Árbol.

Tabla 2.1: Programa anual de matemática.

Los contenidos que fueron trabajados durante nuestras prácticas corresponden a la Unidad N° 3: Álgebra y Funciones. Tras algunas conversaciones con la docente a cargo del curso, lo que se acordó fue que durante el mes que estuviéramos en la institución, desarrolláramos el tema de funciones, llegando hasta función lineal y algunas de sus características. Es decir, nos centraríamos en los primeros dos ítems de la Unidad N° 3.

En relación al Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba, los aprendizajes y contenidos trabajados durante la práctica corresponden al eje Álgebra y Funciones. Si bien la residencia se desarrolló en dos cursos de tercer año, era para la mayoría de los estudiantes el primer año completo en el que asistían presencialmente a la escuela secundaria (debido a la pandemia de COVID-19), es por esto que los contenidos a trabajar corresponden no solo a tercero, sino también a segundo año. Presentamos a continuación los aprendizajes y contenidos detallados en el Diseño Curricular y que consideramos que abordamos durante nuestras prácticas:

- Interpretación de relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas para resolver problemas en diversos contextos, tales como regularidades numéricas, proporcionalidad directa e inversa (segundo año).
- Análisis de variaciones uniformes y selección de la representación más adecuada de acuerdo al problema (segundo año).
- Interpretación de gráficos y fórmulas que representen variaciones lineales y no lineales (incluida la función cuadrática) en función del problema a resolver (tercer año, en las prácticas sólo abordamos variaciones lineales).

- Análisis de variaciones lineales expresadas mediante gráficos y fórmulas e interpretación de sus parámetros (tercer año).

(Ministerio de Educación, 2011, p. 40)

2.2. La planificación

Una vez que supimos qué temas abordaríamos, comenzamos la etapa de planificación que llevamos a cabo durante el mes de julio. Para construirla nos basamos en las ocho variables propuestas por Gvirtz y Palamidessi (2006):

a. las metas, objetivos o expectativas de logro;
b. la selección del/de los contenido/s;
c. la organización y secuenciación del/de los contenido/s;
d. las tareas y actividades;
e. la selección de materiales y recursos;
f. la participación de los alumnos;
g. la organización del escenario;
h. la evaluación de los aprendizajes.

A partir de algunas de estas variables organizaremos esta sección del presente capítulo. Presentaremos a continuación subsecciones para hablar sobre las metas, objetivos o expectativas de logro; la selección de los contenidos, agregando también los objetivos específicos correspondientes a cada contenido; por último incorporamos un cronograma de clase en el cual integramos tres variables: las tareas y actividades, la selección de materiales y recursos y la organización y secuenciación de los contenidos. En cuanto a las restantes variables: la organización del escenario, la evaluación de los aprendizajes y la participación de los alumnos; serán tratadas en secciones posteriores del informe como parte del análisis de lo acontecido en clases.

A la hora de planificar usamos el formato de guión conjetural presentado por Bombini y Labeur (2013). Es un texto en el cual imaginamos cada una de las clases que se llevarían a cabo. En él incorporamos las actividades, las respuestas esperadas, los posibles diálogos que ocurrirían en el aula, las explicaciones previas y ayudas que brindaríamos a los estudiantes durante la realización de las actividades, como así también durante las puestas en común.

Usar este formato de planificación nos permitió estar más tranquilos a la hora de dar clases, pues ya teníamos previstas y habíamos analizado muchas de las situaciones que podrían llegar a ocurrir. Esto fue muy útil a lo largo de toda la práctica, pero al inicio de las mismas lo fue aún más. A medida que avanzamos en las clases, pudimos “soltarnos” un poco y reaccionar mejor cuando ocurría alguna situación no prevista en el guión.

2.2.1. Expectativas de logro y selección de contenidos

En cuanto a las metas, objetivos o expectativas de logros, podemos decir que tomamos algunos de los objetivos generales planteados en el programa de la escuela como nuestras expectativas de logro, estos son:

- Promover la resolución de problemas y la formulación de interrogantes.
- Impulsar la defensa de sus propios puntos de vista en distintas situaciones problemáticas, considerar ideas y opiniones de otros, debatirlas y elaborar conclusiones, aceptando y tolerando los errores.
- Interpretar la información presentada en forma oral o escrita, pudiendo pasar de una forma de representación a otra.
- Utilizar adecuadamente el lenguaje matemático como expresión y organización del pensamiento.

Otro objetivo fue presentar a los estudiantes una visión de la matemática distinta a la usual, intentando alejarnos de las clases tradicionales donde se muestra a los estudiantes algoritmos de resolución, e intentando acercarnos a una matemática en la que los estudiantes construyan el conocimiento a partir de su propio trabajo matemático.

En relación a la selección de contenidos, como ya dijimos, abordamos los primeros dos ítems de la Unidad N°3:

- Funciones: concepto. Dominio e imagen de una función.
- Análisis de funciones: lineales. Representación gráfica con tablas. Expresiones algebraicas: concepto, grado de una expresión algebraica. Operaciones.

Sin embargo, decidimos agregar algunos contenidos considerando que iban a ser necesarios e importantes para el desarrollo del tema central que fue Función Lineal. Estos contenidos fueron:

- Plano Cartesiano: Ubicar puntos. Nombrar puntos. Identificar el nombre de los ejes, cuadrantes y componentes del par ordenado.
- Interpretación de gráficos cartesianos. Si bien éste último se encuentra en la Unidad N°4, nos pareció que complementaba la enseñanza de plano cartesiano y representación con tablas.

También decidimos no trabajar con algunos de los contenidos que aparecen en el programa, estos son:

- Dominio e Imagen de una función: a pesar de que consideramos que es un tema relevante en el estudio de funciones, los alumnos no conocían la notación de intervalos, por lo que, por cuestiones de tiempo, no lo abordamos de manera formal, aunque sí fue trabajado de manera intuitiva a partir de situaciones problemáticas.
- Expresiones algebraicas: si bien vimos expresiones algebraicas referidas a la función lineal, no se profundizó al respecto.

2.2.2. Secuenciación de los contenidos y objetivos específicos

Una vez que decidimos los contenidos que abordaríamos, los organizamos en tres grandes ejes, para cada uno de los cuales determinamos ciertos objetivos que esperábamos que los estudiantes logren. Esto se puede ver a continuación en la Tabla 2.2:

EJES	OBJETIVOS
Eje N°1: Plano cartesiano, variables y uso de tablas	▪ Reflexionar sobre la necesidad de realizar una convención con respecto al orden para nombrar los componentes de los pares ordenados. ▪ Ubicar puntos en el plano cartesiano y poder nombrarlos. ▪ Conocer los nombres de los ejes y cuadrantes de un plano cartesiano. ▪ Introducir la noción de variable. ▪ Introducir el uso de tablas para organizar información.
Eje N°2: Interpretación de gráficos	▪ Distinguir entre variables independientes y variables dependientes. ▪ Usar tablas como medio de registro de una situación y relacionarla con su respectivo gráfico. ▪ Realizar un gráfico a partir de una tabla. ▪ Obtener información y responder preguntas a partir de un gráfico. ▪ Reconocer (sin el nombre formal) máximos y mínimos.
Eje N°3: Función y Función Lineal	▪ Reconocer patrones de variación constante en una relación continua entre dos variables, y poder representarla algebraica y gráficamente. ▪ Conocer la definición de función y función lineal. ▪ Graficar una función lineal. ▪ Caracterizar a la función lineal.

	▪ Resolver situaciones problemáticas que impliquen el planteo de una función lineal. ▪ Conocer los conceptos de pendiente y ordenada al origen y cómo éstos se ven en el gráfico y en la fórmula.

Tabla 2.2: Ejes en los cuales se dividieron los contenido.

Decidimos dividir los contenidos en ejes para poder organizarnos mejor y poder tener más presentes los objetivos a la hora de elegir y secuenciar las actividades a llevar a cabo en clases. El orden elegido atiende a una secuenciación lógica matemática, consideramos que para poder desarrollar o lograr los objetivos propuestos para cada eje, es necesario haber ya trabajado sobre el eje anterior. Por ejemplo, para poder interpretar gráficos cartesianos e indicar un máximo o mínimo, se necesita saber nombrar puntos de manera correcta; para poder graficar una función lineal, se necesita primero saber realizar un gráfico a partir de una tabla.

Nos parece importante resaltar que hablaremos siempre de Función Lineal y no de Función Afín para seguir con la denominación utilizada en el programa de la institución.

2.2.3. Cronograma y recursos a utilizar

Presentamos a continuación el cronograma para cada curso donde se detalla: las semanas, el día, las actividades a realizar cada día, el eje al cual pertenecen, y los recursos necesarios para ello.

Como se puede observar en las Tablas 2.3 y 2.4 que se presentan a continuación, algunas clases precisaron para su desarrollo del uso de un proyector y de computadoras por parte de estudiantes. Dichas clases se desarrollarían en la sala de computación. Nos parece pertinente hacer notar que dicha sala funcionaba como aula de un curso de la institución, y que además no contaba con computadoras para todos los estudiantes; por lo cual para llevar a cabo las clases que requerían de los recursos antes mencionados, fue necesario hacer una gestión con anterioridad en la institución para solicitar el aula y además llevar computadoras desde la facultad.

A raíz de diferentes eventualidades relacionadas al proceso de enseñanza, el cronograma fue sufriendo modificaciones a lo largo del mes de residencia. Lo que presentamos a continuación en las Tablas 2.3 y 2.4 es el cronograma final que muestra efectivamente cómo se llevaron a cabo las prácticas.

SEMANA	EJE	CLASE	ACTIVIDADES	RECURSOS
N°1: 01/08 - 05/08	1	N°1: Lunes 1 (40 min.)	▪ Actividad 1	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares[3] ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
		N°2: Miércoles 3 (80 min.)	▪ Actividad 2 ▪ Actividad 3 ▪ Teoría de Plano Cartesiano ▪ Actividad 4	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Afiches
		N°3: Viernes 5 (80 min.)	▪ Experimento ▪ Actividad 5	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Botellas con agua ▪ Envases cilíndricos ▪ Vasitos ▪ Trapos ▪ Afiches
N°2: 08/08 - 12/08	2	N°4: Lunes 8 (40 min.)	▪ Actividad Hoja Milimetrada	▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Hoja milimetrada
		N°5: Miércoles 10 (80 min.)	▪ Actividad 6 ▪ Actividad 7	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
	3	N°6: Viernes 12 (80 min.)	▪ Actividad 8	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Computadora y proyector
N°3: 15/08 - 19/08		Lunes 15	Feriado	
		N°7: Miércoles 17 (80 min.)	▪ Actividad 9 ▪ Actividad 9 - Parte 2	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Computadora ▪ Proyector

[3] Consideramos como útiles escolares a carpetas, hojas cuadriculadas, cartuchera, regla, etc.

		N°8: Viernes 19 (80 min.)	▪ Definición de Función ▪ Definición de Función Lineal y sus características ▪ Actividad 10	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Afiches
N°4: 22/08 - 26/08		N°9: Lunes 22 (40 min.)	▪ Actividad 11	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
		N°10: Miércoles 24 (80 min.)	▪ Actividad 12 ▪ Actividad 13	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
	2	N°11: Viernes 26 (80 min.)	▪ Actividad 15	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
N°5: 29/08 - 02/08	3	N°12: Lunes 29 (40 min.)	▪ Actividad 16	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
		N°13: Miércoles 31 (80 min.)	▪ Actividad 17 (incisos a-e) ▪ Esquema de repaso	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
		Viernes 2	Feriado por intento de magnicidio	
N°6: 05/09 - 09/08		N°14: Lunes 5 (40 min.)	▪ Actividad 17 (incisos f-h)	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
		N°15: Miércoles 7 (80 min.)	▪ Evaluación escrita e individual	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares

Tabla 2.3: Cronograma final de 3ro "A".

SEMANA	EJE	CLASE	ACTIVIDADES	RECURSOS
N°1: 01/08 - 05/08	1	N°1: Lunes 1 (120 min.)	▪ Actividad 1 ▪ Actividad 2 ▪ Actividad 3 ▪ Actividad 4	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón ▪ Afiches

<table>
<tr><td></td><td></td><td>N°2:
Miércoles 3
(80 min.)</td><td>Experimento
Actividad 5</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón
Botellas con agua
Envases cilíndricos
Vasitos
Trapos
Afiches</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N°2:
08/08 -
12/08</td><td>2</td><td>N°3:
Lunes 8
(120 min.)</td><td>Actividad hoja milimetrada
Actividad 6
Actividad 7</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón
Hoja milimetrada</td></tr>
<tr><td rowspan="5">3</td><td>N°4:
Miércoles 10
(80 min.)</td><td>Actividad 8</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón
Computadora
Proyector</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N°3:
15/08 -
19/08</td><td>Lunes 15</td><td colspan="2">Feriado</td></tr>
<tr><td>N°5:
Miércoles 17
(80 min.)</td><td>Actividad 9
Actividad 9 parte dos</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón
Computadoras
Proyector</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N°4:
22/08 -
26/08</td><td>N°6:
Lunes 22
(120 min.)</td><td>Definición de Función
Definición de Función Lineal y sus características
Actividad 10
Actividad 11</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón
Afiches</td></tr>
<tr><td>N°7:
Miércoles 24
(80 min.)</td><td>Actividad 12
Actividad 13</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón</td></tr>
<tr><td rowspan="2">N°5:
29/08 -
02/08</td><td rowspan="2">2 y 3</td><td>N°8:
Lunes 29
(120 min.)</td><td>Actividad 13
Actividad 15
Actividad 16</td><td>Fotocopias
Útiles escolares
Fibrones
Pizarrón</td></tr>
<tr><td>N°9:</td><td>Actividad 17 (incisos</td><td>Fotocopias</td></tr>
</table>

		Miércoles 31 (80 min.)	a-e) ▪ Esquema de repaso	▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón
N°6: 05/09 - 09/08		N°10: Lunes 5 (120 min.)	▪ Actividad 17 (incisos a-e) ▪ Evaluación	▪ Fotocopias ▪ Útiles escolares ▪ Fibrones ▪ Pizarrón

Tabla 2.4: Cronograma final de 3ro “E”.

2.3. Las clases

En la presente sección detallaremos cómo fue planificada y cómo se desarrolló finalmente cada actividad en el aula. La sección se encuentra organizada siguiendo los tres ejes de la planificación. Presentaremos cada actividad desarrollada en clases, mostrando lo planificado y lo efectivamente acontecido en ésta. Para esto, exhibiremos el enunciado presentado a los estudiantes, las posibles ayudas planificadas en el guión conjetural, y haremos uso de registros y autorregistros de clase para mostrar algunas situaciones ocurridas en clase y diversas respuestas de los estudiantes.

2.3.1. Primer eje

ACTIVIDAD 1 - Batalla Naval

Lo conjeturado

El primer eje de la planificación estaba centrado en el plano cartesiano y cómo ubicar y nombrar puntos. El objetivo de esta primera actividad era que los estudiantes llegaran a la idea de convención y hacer notoria la necesidad de llegar a un acuerdo acerca del orden en el cual se nombran las coordenadas, para poder así luego ubicar y nombrar puntos en el plano cartesiano. Para ello les propusimos jugar dos veces a la batalla naval, cada estudiante lo hizo con su compañero de banco. A cada uno se le entregó un tablero con barcos (distinto al de su contrincante) y uno en blanco en el cual podían ir registrando los disparos ya hechos a su compañero. La primera partida consistía en un tablero (ver Figura 2.1) en el cual las columnas se indicaban con letras y las filas con números, tal como es el juego original.

La segunda partida consistía en jugar a la batalla naval con los tableros modificados de forma que tanto filas como columnas se indicaban con números (ver Figura 2.2). De esta manera, esperábamos que los estudiantes se tuviesen que poner de acuerdo sobre cómo comunicarse para poder jugar.

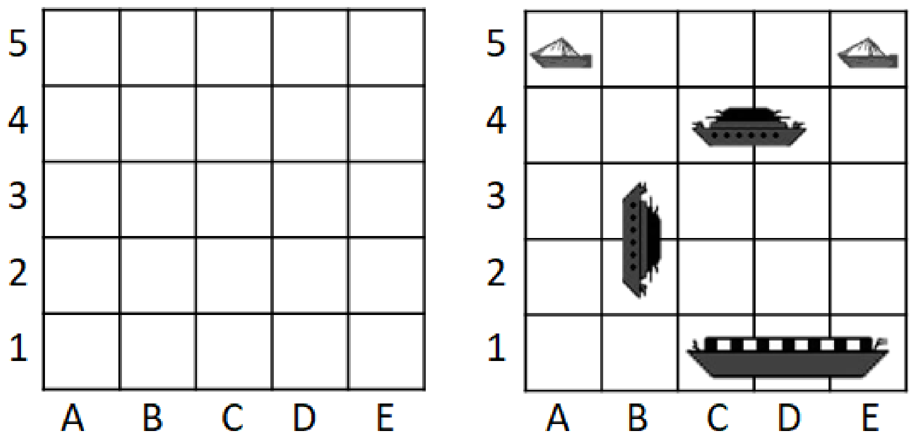


Figura 2.1: Ejemplo del primer tablero presentado.

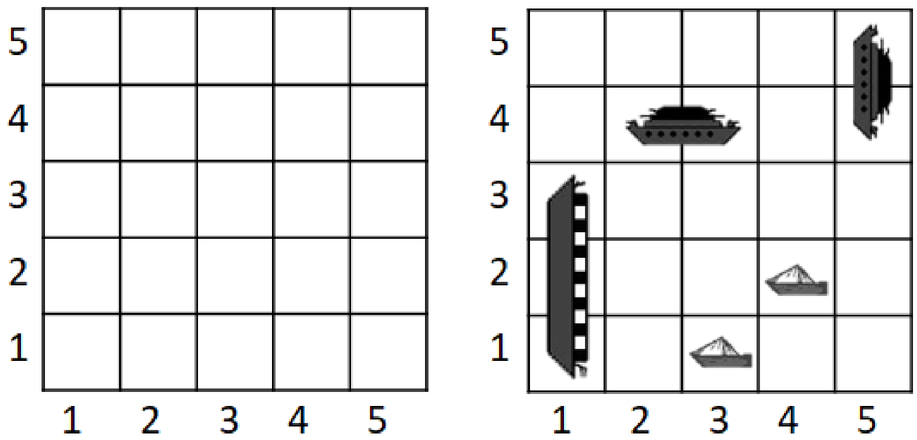


Figura 2.2: Ejemplo del segundo tablero presentado.

Lo acontecido

Al ingresar al curso y presentarnos nuevamente (los estudiantes ya nos habían conocido durante el período de observaciones), explicamos cómo se jugaba a la batalla naval y entregamos el primer tablero. Destinamos 10 minutos para esta primera partida. Luego entregamos el segundo tablero. Tras 10 minutos de juego, discutimos con los estudiantes las distintas formas de comunicarse que usaron, para llegar a la idea de convención.

Una situación que planificamos en el guión conjetural y que ocurrió en ambos cursos fue que para este segundo tablero algún grupo cambiara los números por letras. Esto claramente no estaba permitido y les dijimos que debían respetar la fotocopia.

Algunas formas de comunicarse que surgieron fueron: primero decir “el número de abajo” o decían primero las filas o las columnas. Una forma que surgió, y que no teníamos prevista, fue decir el resultado de la multiplicación, es decir la casilla 25 era la 5-5. No era una manera efectiva de comunicarse pues la casilla 6 podía ser la 2-3 o la 3-2.

Luego, hicimos una puesta en común sobre las diversas formas para comunicarse que cada pareja había adoptado. Le contamos a los estudiantes que lo que habían logrado era crear una convención acerca de cómo nombrar casillas y también que una convención “es un acuerdo, norma o práctica que está socialmente aceptado por un acuerdo general o costumbre” (Oxford Languages, sf.). Les dijimos que había varios órdenes posibles y eran igual de buenos, ninguno era mejor que el otro, pero lo importante era que se pusieron de acuerdo en utilizar un orden en particular, lo que les permitió que se haga efectiva la comunicación.

Esta actividad se llevó a cabo según lo previsto, en 40 minutos (entre el juego y la puesta en común), y nos permitió iniciar la práctica con los estudiantes entusiasmados.

ACTIVIDAD 2

Esta actividad fue la primera que tuvieron los estudiantes sobre plano cartesiano (ver Figura 2.3). Decidimos, durante el desarrollo de la actividad, nombrar al plano cartesiano como “esquema” pues aún los estudiantes no lo conocían. Esta actividad, junto con su puesta en común, llevó aproximadamente 25 minutos.

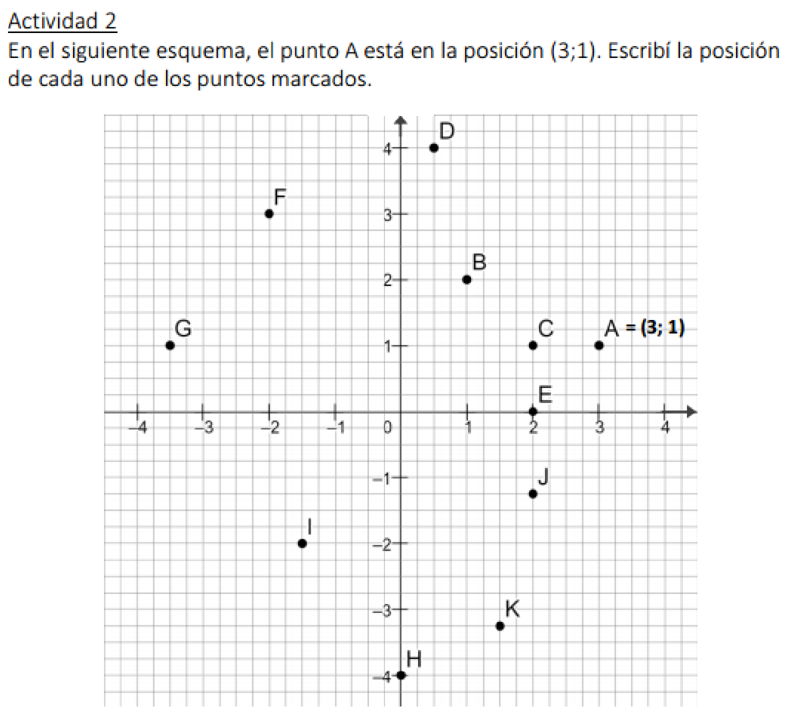


Figura 2.3: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 2.

Entregamos las fotocopias a los estudiantes y dejamos que trabajen en ella.

Lo conjeturado

Algunas posibles dificultades que previmos que podían aparecer, fueron las siguientes:

- Que no sepan por dónde empezar. Para esta situación lo que haremos es recordarles el juego de la batalla naval. "Imagínate que esta parte (señalando el primer cuadrante) es el tablero de la batalla naval. Solo que es un poco distinto, acá no tenés filas y columnas, tenés rectas (podemos señalar en un tablero las filas y columnas y en el plano las rectas horizontales y verticales de la cuadrícula). Por ejemplo, si supieras que tu compañero de juego tiene ubicado un barco en el punto C, ¿qué le dirías para hundirlo?" Eso creemos que les va a permitir iniciar.
- No saber cómo escribir la ubicación de los puntos con coordenadas racionales no enteras pues esos valores no están explicitados en los ejes. Lo que haremos será preguntar "¿qué número iría ahí?" (señalando el eje) y decirles que lo escriban. Una vez que lo tengan escrito en el eje, podremos retomar la batalla naval y preguntar: ¿si supieras que tu compañero de juego tiene un barco en el punto D, que dirías para hundirlo? Esperamos que, ahora que tienen escrito el número que corresponde a su posición en el eje *x*, puedan responder esa pregunta. Haríamos lo mismo en ambos ejes si fuese un punto con ambas coordenadas no enteras.
- No poder escribir las coordenadas de los puntos que están sobre los ejes. Para ayudar en esta situación, les pediremos que retomen los puntos que ya marcaron: "en el punto A la ubicación es 3 (señalando la recta horizontal/eje *x*) 1 (señalando ella recta vertical/eje *y*). ¿Por qué usamos los números 3 y 1? Entonces, si hacemos lo mismo con este punto ¿cómo queda?"
- Que los alumnos escriban la ubicación de los puntos como (*y;x*) en lugar de (*x;y*). Para esto les pediremos que nos digan cómo llegaron a eso. Suponemos que nos dirán que buscaron el número en la recta vertical, luego en la recta horizontal y escribieron eso. ¿Y en el punto A, entonces, como harías? Lo que esperamos con esto es que llegue a A = (1;3), para entonces preguntarle por qué le parece que le quedó distinto a la consigna. La idea con esto es que el estudiante se dé cuenta que usó un orden distinto al de la convención.
- Que no sepan qué hacer cuando se presentan coordenadas negativas. Si notamos que esto presenta una dificultad, pondremos un segundo punto como referencia, el cual esté ubicado en los cuadrantes II, III o IV, por ejemplo el (-2; 3). Más allá de eso, la ayuda que daremos en este caso sería: "imagínate que esta parte (señalando

el cuadrante) es el tablero de la batalla naval. Solo que es un poco distinto, los números no son todos positivos y además acá no tenés filas y columnas, tenés rectas (podemos señalar en un tablero las filas y columnas y en el plano las rectas horizontales y verticales de la cuadrícula). Por ejemplo, si supieras que tu compañero de juego tiene ubicado un barco en el punto I, ¿qué le dirías para hundirlo?"

Lo acontecido

No se presentaron problemas a la hora de entender qué había que hacer ni cómo empezar. También vimos que a veces escribían las coordenadas al revés, pero pensamos que fue un error "de distracción" porque ocurría luego de haber resuelto varios ítems.

Sí se presentaron dudas respecto a la ubicación de los números decimales y recurrimos a lo planificado. A veces ocurría que cuando la coordenada no era entera, escribían un entero cercano, no habíamos previsto esta posibilidad. Por ejemplo para el punto G cuyo par ordenado es (-3,5 ; 1), algunos estudiantes escribían (-3 ; 1) y otros escribían (-4 ; 1).

Para hacer la puesta en común de esta actividad y poder corregirla entre todos, realizamos un afiche (ver Figura 2.4) en el cual dibujamos el mismo esquema que tenían en su fotocopia (los ejes, los puntos y el cuadriculado). De esta forma pedimos a diferentes estudiantes que pasaran al frente, escribieran en el pizarrón el par ordenado y contaran cómo llegaron a ese resultado.

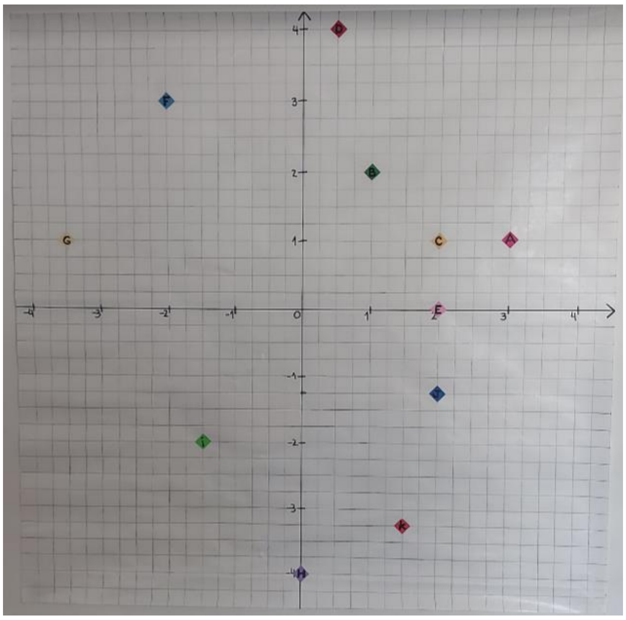


Figura 2.4: Afiche utilizado en la corrección de la Actividad 2.

ACTIVIDAD 3

El objetivo de esta segunda actividad sobre plano cartesiano (ver Figura 2.5) era hacer el "trabajo inverso" respecto a la anterior. O sea, si antes habían aprendido a nombrar puntos, la idea es que ahora aprendan a ubicarlos en el plano. Esta actividad y su puesta en común llevó 25 minutos.

Actividad 3

En el esquema, marcá los siguientes puntos

A=(3 ; 2) B=(0 ; -3) C=(-1 ; 1) D=(3 ; 0) E=(-2 ; $\frac{5}{2}$) F=(-2,25 ; 1) G=(- $\frac{6}{2}$; - $\frac{1}{4}$)

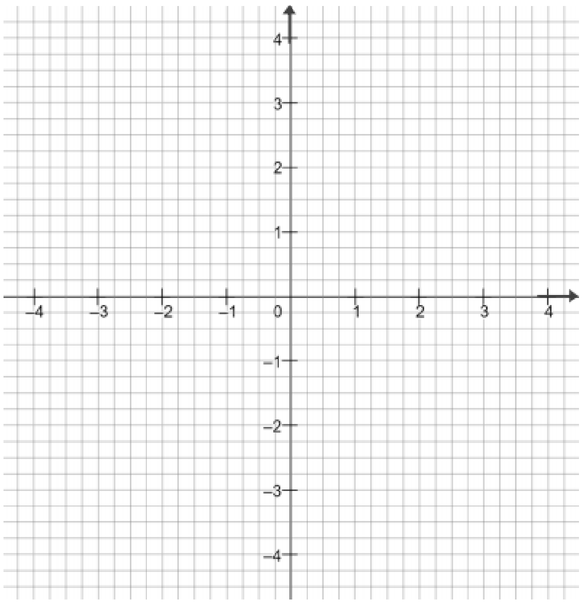


Figura 2.5: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 3.

Lo conjeturado

Algunas de las dificultades que pensamos que podían aparecer son:

- Que los alumnos no sepan por dónde empezar. Si notamos que es una duda general haremos el primer punto en el pizarrón. Si hay algunos grupos que no saben cómo empezar haremos la explicación en el banco. Lo que diremos será: "acá, en este tablero de batalla naval (lo tienen pegado en su carpeta) si yo te pido que me dibujes un barco en la casilla A3 ¿qué hacés?" Esperamos que nos respondan "busco la columna A, la fila 3 y lo dibujo ahí". "Si en el otro tablero te pido un barco en la casilla (2,3), ¿cómo lo ubicás?" Esperamos que responda "busco la columna 2, la fila 3 y dibujo ahí".
- Que no sepan ubicar los números escritos en forma de fracción. Para esto sugeriremos pasarlo a decimales (ya saben hacerlo) y que ubiquen dicho decimal en la recta correspondiente (posiblemente sea necesario recordar que la convención de

orden que estamos utilizando dice que el primer número corresponde a la recta horizontal y el segundo a la recta vertical).

Lo acontecido

Durante esta actividad, empezaron a hacerse evidentes algunas dificultades de los estudiantes con el manejo de los números decimales. En el registro de clases quedó asentado: “a muchos les cuesta entender que justo al medio del -3,5 y el -3 está el -3,25”. Además, si bien era el tema que habían trabajado en clases justo antes del comienzo de las prácticas (antes de las vacaciones de julio), muchos estudiantes no recordaban cómo pasar de fracción a decimal, lo que dificultó el uso de una de las ayudas que teníamos planificadas.

Para esta actividad realizamos una puesta en común para la cual también hicimos uso de un afiche (ver Figura 2.6) con los ejes y el cuadriculado. Los puntos estaban hechos de cartulina y se pegaban con cinta adhesiva sobre el afiche, lo que permitía que cuando los estudiantes pasaran al frente pudieran pegarlo y despegarlo según hiciera falta.

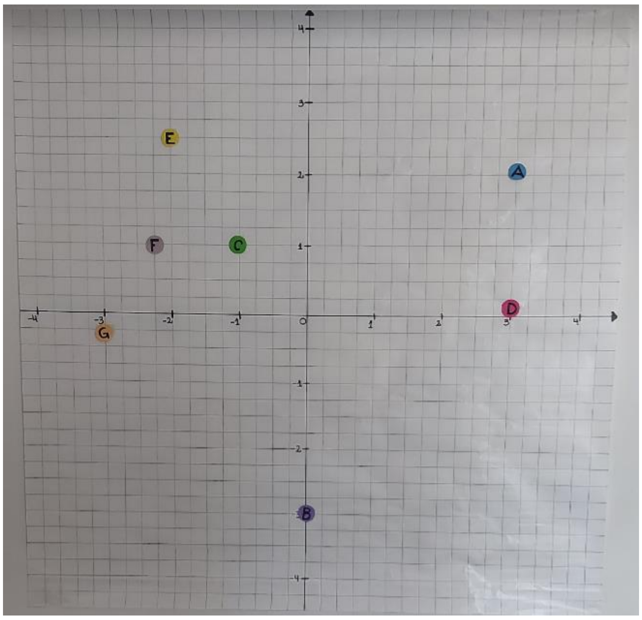


Figura 2.6: Afiche utilizado en la corrección de la Actividad 3.

Algo que notamos durante el desarrollo de las Actividades 2 y 3 es que los estudiantes se mostraban muy participativos y entusiasmados con la idea de pasar al pizarrón y mostrar su trabajo.

Finalizada la actividad entregamos a los estudiantes una fotocopia (ver Figura 2.7) en la cual mostramos que este “esquema” con el que trabajamos tenía el nombre de plano cartesiano.

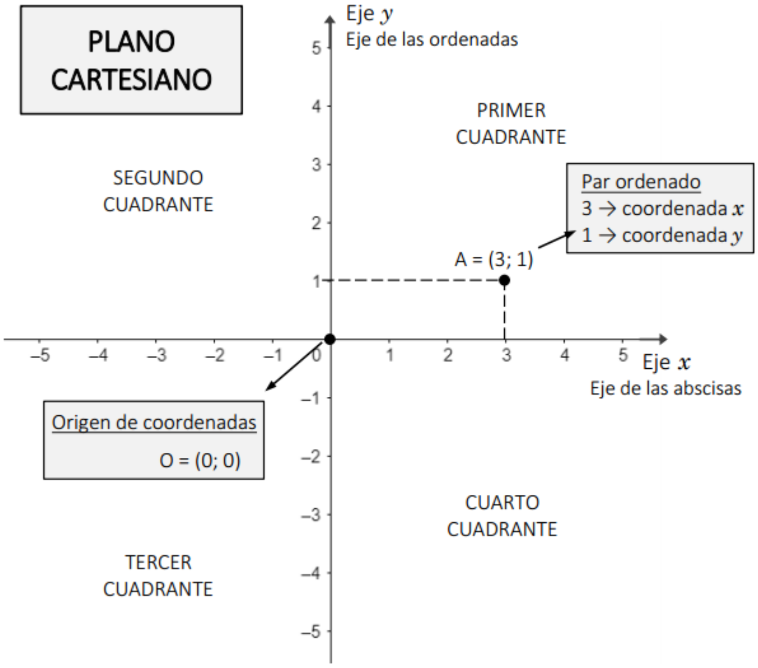


Figura 2.7: Fotocopia entregada a los estudiantes con la teoría del plano cartesiano.

Para la explicación teórica sobre plano cartesiano, fuimos construyendo en el pizarrón el mismo esquema que estaba en las fotocopias que entregamos a los estudiantes. Es decir, comenzamos dibujando ambos ejes colocando sus nombres, luego los cuadrantes y finalmente hablamos sobre un par ordenado en particular y el origen de coordenadas. La explicación nos llevó aproximadamente 20 minutos.

Nos parece importante destacar una situación que quedó expresada en los autorregistros de clase. Durante la realización de las actividades, los estudiantes trabajaban de a dos o de a cuatro, lo que generaba un ambiente de debate en el curso. Mientras que durante la explicación de la teoría guardaban silencio y prestaban atención a lo que ocurría al frente, a lo sumo había que hacer algún llamado de atención pero se lograba silencio.

ACTIVIDAD 4

El objetivo de esta actividad (ver Figura 2.8) era poner en juego los conceptos y nombres que acabábamos de formalizar con el esquema anterior.

Actividad 4 Dibujá un plano cartesiano.

a. Pensá en un punto cuya coordenada x sea cero y cuya coordenada y sea un racional no entero positivo. Si no se puede, explicá por qué. Si se puede, escribí el par ordenado que lo representa y luego ubicalo en el plano cartesiano.
b. Pensá en un punto que esté en el 1er o 4to cuadrante y cuya abscisa sea positiva. Si no se puede, explicá por qué. Si se puede, escribí el par ordenado que lo representa y luego ubicalo en el plano cartesiano.
c. Pensá en un punto que esté en el 3er cuadrante y cuya ordenada sea positiva. Si no se puede, explicá por qué. Si se puede, escribí el par ordenado que lo representa y luego ubicalo en el plano cartesiano.
d. Pensá en un punto que tenga sus dos coordenadas iguales. Si no se puede, explicá por qué. Si se puede, escribí el par ordenado que lo representa y luego ubicalo en el plano cartesiano.

Figura 2.8: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 4.

En ambos cursos quedó poco tiempo en clases para la realización de esta actividad, por lo cual su mayor parte quedó de tarea para los estudiantes. Muy pocos alumnos la realizaron, por ejemplo, en 3^{ro} “A” solo seis estudiantes cumplieron y de 3^{ro} “E” sólo diez.

No estuvo contemplada una puesta en común de la actividad 4 pues la intención era llevarnos para corregir las producciones que hiciesen los alumnos. Profundizaremos más sobre esto cuando hablemos sobre la evaluación formativa en la sección 2.4.1.

De las entregas que pudimos corregir destacamos lo siguiente:

→ El ítem a) sólo los realizaron correctamente dos alumnos de cada curso.
→ El ítem b) fue el que menos dificultades tuvo.
→ Hubo una dificultad general a la hora de construir los ejes.

EXPERIMENTO

Desde el comienzo del proceso de planificación, quisimos introducir el concepto de variación constante por medio de la incorporación de una experiencia práctica experimental, ya que esta noción sería muy importante para los contenidos que queríamos desarrollar y el abordaje que teníamos planeado. Considerábamos que de esta forma los alumnos podían apropiarse de los contenidos de una mejor manera. Además, también nos pareció una buena vía para introducir el registro en forma de tablas. Por otro lado, el experimento sirvió de hilo conductor durante toda la residencia, pues pudimos relacionarlo con actividades siguientes.

Debate previo al experimento

Antes de realizar el experimento decidimos introducir el concepto de variable en una discusión colectiva. Pensamos que sería más sencillo desarrollarlo a partir de ejemplos y no dando la definición concreta. Para esto preguntamos a los estudiantes “¿a qué les suena la palabra variable?” Las dos respuestas principales que obtuvimos fueron: “algo que varía o que cambia” y “la variedad de algo”. Es por esto que cuando pedimos a los estudiantes si podían dar ejemplos de relaciones entre variables, muchos de estos estaban relacionados a la variedad, es decir, dijeron por ejemplo: “la variedad de frutas, de recetas para hacer una torta, de jugadas en el ajedrez”. Fue una idea que surgió principalmente en 3ro “E” y no habíamos previsto esta posible respuesta cuando elaboramos el guión conjetural, por lo cual nos tomó por sorpresa y no fuimos capaces de dejar en claro en este momento que la noción de variable no tenía que ver con variedad. Al pedir otro ejemplo un estudiante respondió “la economía”. Esto nos dio pie a uno de los ejemplos previstos en el guión conjetural: el precio de un alfajor el año pasado era menor al precio que tiene este año, es decir, a medida que pasa el tiempo, el precio aumenta.

Comienzo del experimento

Luego de este debate inicial, les dijimos a los estudiantes que íbamos a llevar a cabo un experimento para saber más sobre la relación entre dos variables. Pedimos a los estudiantes que se agruparan de a cuatro e hicimos entrega de la consigna (ver Figura 2.9).

Lean atentamente todo el enunciado antes de comenzar:

- Con la botella de agua, llenen el vasito hasta la marca y viértanlo en el recipiente. Midan la altura del agua en la recipiente y anoten este dato.
- Agreguen otro vasito de agua al recipiente. Registren la cantidad de vasitos agregados hasta el momento y la altura del agua en el recipiente.
- Repitan esto tres veces más. Cada vez que agreguen un vasito de agua al recipiente, registren la cantidad de vasitos agregados hasta el momento y la altura del agua en el recipiente con dicha cantidad de vasitos. Este registro debe ser hecho en el afiche.

Figura 2.9: Fotocopia entregada a los estudiantes con la consigna del experimento.

Luego de leer el enunciado entre todos, entregamos los materiales necesarios: una botella con agua, un recipiente cilíndrico con una regla de papel pegada, un vasito con una marca, un cuarto de afiche y un fibrón (ver Figura 2.10), y dejamos que trabajaran. Destinamos para esta actividad 40 minutos.

Figura 2.10: Elementos utilizados en el experimento.

Mientras trabajaban (ver Figura 2.11) surgieron maneras interesantes a la hora de medir: usaban la linterna del celular para ver, con mayor precisión, hasta donde llegaba el agua; sacaban agua del recipiente para que la medida fuera un número natural (es decir, si la altura del agua del recipiente tras agregar el primer vasito era de 3,4 cm, sacaban agua hasta que midiera 3 cm); un grupo usó su propia regla para medir porque “no confiaban” en la que estaba en el recipiente. Todo esto nos hace decir que los estudiantes se comprometieron seriamente con la actividad, algunos esforzándose por ser lo más precisos posibles a la hora de medir y otros deduciendo que la variación debía ser constante e intentando que sus resultados sean correctos según esa lógica.

Figura 2.11: Estudiantes realizando el experimento.

A medida que cada grupo finalizaba la actividad, el afiche que habían producido se colgaba en el pizarrón. Esto ocasionaba que algunos de los estudiantes que aún seguían trabajando empezaran a dudar acerca de si lo que ellos habían realizado era correcto. Algunas de estas dudas tenían que ver con las formas de registro, y otras con los números que aparecían pues eran diferentes a los suyos. Los afiches que se realizaron pueden verse en las Figuras 2.12 y 2.13.

Figura 2.12: Afiches realizados en 3ro “A”.

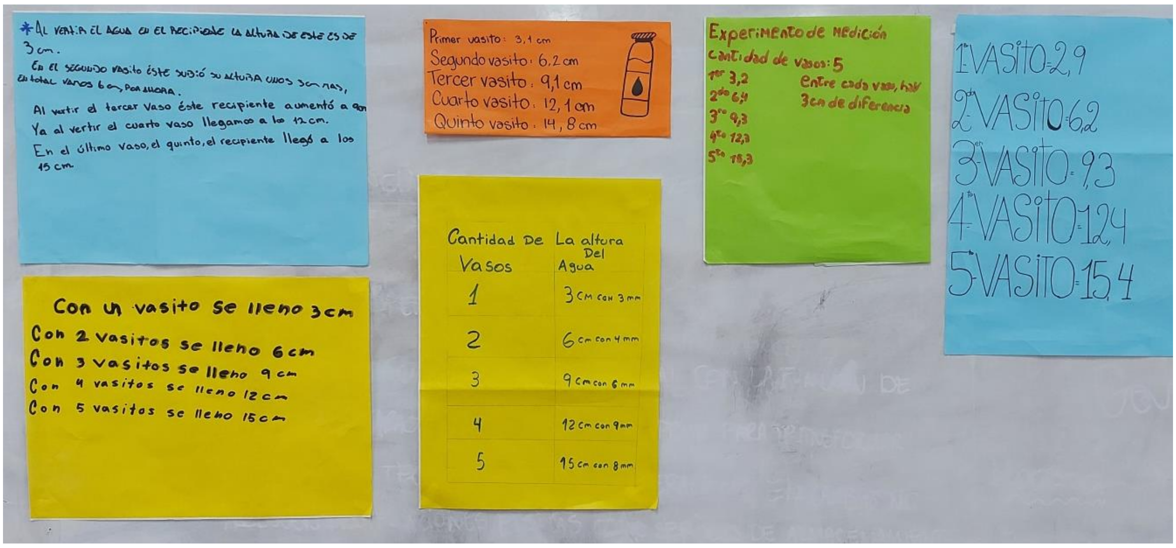


Figura 2.13: Afiches realizados en 3ro “E”.

Si bien la idea inicial por la cual incluimos el experimento en la secuencia didáctica fue empezar a tratar la noción de variación constante, decidimos finalmente no discutir sobre esto durante esta actividad. Habíamos seleccionado envases tales que la relación entre la cantidad de agua y la altura del agua en el recipiente fuera una función lineal, sin embargo creímos que los posibles errores de medición harían muy difícil llevar a cabo una discusión acerca de la variación constante. Por lo que finalmente destinamos el experimento para introducir el registro en tablas.

Lo planificado

Luego de que todos los afiches estuvieron en el pizarrón iniciamos un debate colectivo en el cual intentamos destacar algunas características positivas de algunas formas de registro e identificar algunas falencias de otras. En el guión conjetural habíamos dejado plasmados tres posibles escenarios para este momento de la clase:

a. Que todos los grupos hayan realizado una tabla. Si bien es poco probable, es una situación posible. Procuraremos que las tablas realizadas estén correctamente construidas: que las variables y sus unidades de medida estén en los encabezados, que las columnas y filas estén divididas por líneas (podrían realizar tablas que no tengan estas líneas).
b. Que ningún grupo haya realizado una tabla. Como cada grupo registrará en el afiche, pediremos que lo peguen en el pizarrón para que todos podamos verlas, y tendremos un cuarto de afiche vacío para construir la tabla allí (está construcción se dará más adelante). Para llegar a una tabla como forma de registro, retomaremos un registro que sea difícil de entender para que veamos entre todos algunas de las falencias de registrar de esa forma. Por ejemplo, viendo informes de años anteriores en donde se trabajó con formas de registro, vimos que algunas de las maneras de registrar que pueden aparecer son:
    1. Poco accesibles para personas que no hayan participado en el experimento (no tienen toda la información que una tabla si).
    2. Repiten muchas veces algunas palabras (son formas de registro poco económicas)

   Si entre las producciones de los estudiantes hubiese algún registro del tipo 1) una pregunta que podríamos hacer para destacar a la tabla sería: ¿si esto lo viese un chico de otro 3ro, podría saber que significan estos números?

   Si entre las producciones de los estudiantes hubiese algún registro del tipo 2) una pregunta que podríamos hacer sería: ¿podemos escribirlo sin repetir tantas veces lo mismo?

   Iremos escribiendo debajo de cada forma de registro sus características positivas (que es económico, que es ordenado, que es preciso, que cualquiera puede entenderlo por más que no haya hecho el experimento) para mostrar luego que la tabla cumple con todas estas características.
c. Que algún o algunos grupos hayan realizado una tabla. Creemos que en esta situación la discusión se dará de manera muy parecida a la anterior. Con la

salvedad que la tabla que usaremos para mostrar que cumple con ser un registro económico, ordenado, preciso, etc. será la propuesta por los estudiantes. Posiblemente haya que hacerle “arreglos” para que cumpla con todo esto. Por ejemplo, si presentara una tabla con las unidades repetidas en cada fila (en lugar del encabezado) podríamos destacar todas las otras buenas cualidades de un registro que cumple la tabla y cuando lleguemos a la parte de ser “económica” haremos notar que en este caso no lo es, pero con una simple modificación sí.

Debate final

Las situaciones que finalmente se dieron fueron la b (en 3^{ro} “A”) y la c (en 3^{ro} “E”), por lo cual las discusiones llevadas a cabo en ambos cursos fueron muy parecidas y nos llevaron entre 20 y 30 minutos aproximadamente. Al comenzar el debate, algunas de las preguntas que hicimos fueron: “¿cuál es el registro más fácil de leer?”, “si un compañero de otro curso viera este registro -señalando por ejemplo el afiche verde de la Figura 2.12- ¿podría entender de qué se trató el experimento?”, “si teníamos que hacer muchas más medidas ¿este registro -señalando por ejemplo el primer afiche celeste de la Figura 2.13- podría servirnos?” Si bien cada grupo quería justificar su producción, tras estas preguntas pudieron ver que algunas eran difíciles de leer o eran poco económicas. De esta manera construimos en un afiche una tabla, presentándola como la mejor manera de registro pues reunía todas las características positivas que habíamos destacado de los otros registros.

Como se puede ver en algunos afiches, por ejemplo en uno de los afiches amarillos de la Figura 2.13, algunos grupos se dieron cuenta que por cada vasito agregado la altura del agua debería aumentar tres centímetros. Esto fue planteado por algunos estudiantes en la discusión, por lo cual, aunque habíamos descartado inicialmente la idea de hablar sobre variación constante en este punto, los alumnos lo propiciaron.

ACTIVIDAD 5

Para finalizar la clase en la que trabajamos con el experimento, les presentamos a los alumnos la siguiente actividad (ver Figura 2.14).

Actividad 5:

a. Reescribí el registro que usaste para el experimento, pero en forma de tabla. Si ya habías hecho una tabla, verificá que sea concisa, económica, y que cualquier persona (haya hecho o no el experimento) pueda interpretarla.
b. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en este experimento?¿Están presentes en la tabla?

Figura 2.14: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 5.

Esta actividad llevó entre 10 y 15 minutos y con ella finalizamos la clase.

El ítem a) no presentó dificultades para los estudiantes. Mientras que para el ítem b) tras recibir varias preguntas mientras pasábamos por los bancos, decidimos retomarlo al frente. Preguntamos: ¿qué varía en esta situación? y a partir de distintas respuestas pudimos concluir entre todos que las variables eran: *cantidad de agua agregada (en vasitos)* y *altura del agua en el recipiente (en cm),* haciendo hincapié en diferenciar las variables de la unidad de medida. Una de estas respuestas, dada por un alumno, quedó plasmada en el registro de esa clase: "Al variar la cantidad de vasitos variaba los centímetros de agua".

2.3.2. Segundo eje

<u>ACTIVIDAD HOJA MILIMETRADA</u>

Esta actividad, cuya consigna presentamos oralmente, consistía en que los estudiantes pasaran del registro en forma de tabla que tenían sobre el experimento, a un registro en forma de gráfico en un plano cartesiano que debían construir en una hoja milimetrada. Destinamos para esto 40 minutos.

Antes de comenzar con esta actividad, mostramos en el pizarrón cómo pasar los datos que teníamos en la tabla construida en la Actividad 5 al plano cartesiano. Para esto, primero dijimos que muchas veces en una relación entre variables, una variable se denomina variable dependiente y la otra se conoce como variable dependiente. Luego, preguntamos a los estudiantes: ¿hay alguna variable que dependa de la otra? ¿Cuáles eran las variables? En el experimento ¿la cantidad de vasitos depende de la altura del agua o la altura del agua depende de la cantidad de vasitos agregados? Luego de esto, hicimos un breve repaso en el pizarrón sobre como nombrar y ubicar puntos en el plano cartesiano, y dijimos que por convención se usa el eje x para representar la variable independiente y el eje y para la variable dependiente.

Luego dijimos que los ejes ahora tendrían el nombre de la variable que representaban, es decir el eje x toma el nombre de "*cantidad de agua agregada (en vasitos)*" y el eje y "*cantidad de agua agregada en el recipiente (en cm)*". Tras esto mostramos que cada fila de la tabla representa un par ordenado en el cual la primera coordenada es la variable independiente y la segunda coordenada la variable dependiente. Entonces escribimos al lado de cada fila de la tabla el par ordenado correspondiente, que sería el que ubicaríamos en el plano cartesiano.

A la hora de ubicar los puntos en el plano cartesiano construido en el pizarrón, como algunas coordenadas eran números decimales, mostramos que estábamos graficando de manera inexacta pues el pizarrón no permitía mayor precisión. Con esta idea presentamos a los estudiantes una hoja milimetrada, la cual está formada por cuadrados de 1mm de lado, de esta forma los puntos con coordenadas decimales podían ser ubicados con mayor precisión.

Esta fue una de las actividades que decidimos llevarnos para corregir y entregar una devolución individual a cada estudiante. En general, los estudiantes no tuvieron mayores dificultades para su resolución, aunque sí fue notorio que debíamos hacer más hincapié en que coloquen nombre a los ejes.

ACTIVIDADES 6 Y 7

Ambas actividades, pertenecientes al segundo eje, tenían por objetivo interpretar información presentada en una tabla o un gráfico y poder pasar de un registro a otro, así como también seguir trabajando con lo visto hasta el momento: plano cartesiano y relaciones entre variables. Destinamos para cada una de ellas 40 minutos. Las fotocopias de las actividades que entregamos a los estudiantes pueden verse en las Figuras 2.15 y 2.16.

Actividad 6:

Durante el mes de junio se jugó la final de la Liga Nacional de Básquet entre Instituto de Córdoba y Quimsa. El entrenador, durante el último cuarto, registró al terminar cada minuto cuántos puntos había anotado Instituto durante ese minuto.

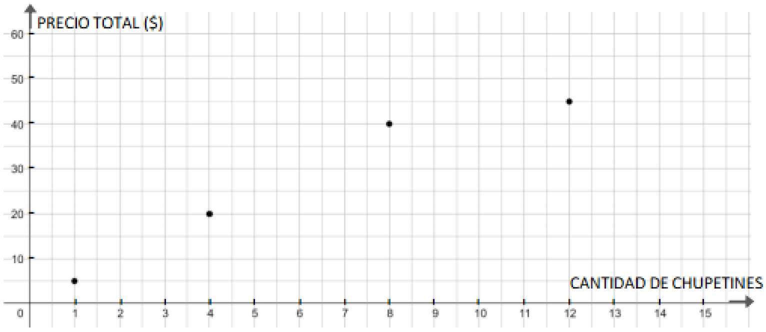
MINUTO DEL CUARTO	PUNTOS ANOTADOS
1	0
2	2
3	0
4	2
5	3
6	1
7	4
8	0
9	0
10	2

a. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en esta situación?
b. ¿Cuál es la variable dependiente? ¿y la variable independiente?
c. Graficá la relación en un plano cartesiano.
d. ¿En qué minuto anotó más puntos Instituto?
e. ¿Hay algunos minutos en los que Instituto haya anotado la misma cantidad de puntos? ¿Qué minutos?
f. ¿Cuántos puntos en total anotó Instituto durante el último cuarto del partido?

Figura 2.15: Fotocopia entregada a los estudiantes con la Actividad 6.

Actividad 7

A Juan le gustan mucho los chupetines, por lo que de vez en cuando suele ir a comprarlos en un negocio del centro de la Ciudad de Córdoba donde tienen distintos precios de los chupetines según la cantidad que se compre, es decir, si se compran muchos chupetines, el precio por chupetín es menor. Como en el negocio no está indicado el precio según la cantidad de chupetines, Juan cada vez que va anota cuántos chupetines compró y cuánto le salieron. A veces lo hace en una tabla y a veces lo hace en un plano cartesiano, pero ahora quiere completar tanto la tabla como el gráfico con todos los datos que tiene.



CANTIDAD DE CHUPETINES	PRECIO ($)
2	10
3	15
5	25
10	40
14	50
15	55

a. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en esta situación?
b. ¿Cuál es la variable independiente? ¿y la variable dependiente?
c. ¿Se usó la misma unidad en ambos ejes? ¿Por qué?
d. Completá el gráfico con los datos que aparecen en la tabla.
e. Completá la tabla con los datos que aparecen en el gráfico.
f. ¿Cuánto sale comprar 5 chupetines?
g. ¿Qué indica el punto (2,10) en el contexto del problema?
h. ¿Conviene comprar 8 chupetines o 10 chupetines? ¿Cómo se ve eso en el gráfico?
i. ¿Cuánto sale cada chupetín si compro 15?

Figura 2.16: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 7.

Lo planificado

Ambas actividades son muy similares entre sí, con lo cual las dificultades y posibles ayudas que habíamos anticipado en el guión conjetural también lo son. Presentamos a continuación, a modo de ejemplo, lo que había sido previsto para la Actividad 6:

- En principio puede aparecer una dificultad para entender la consigna: ¿qué es el último cuarto? Para anticiparnos a esto, preguntaremos cuando entreguemos la fotocopia si saben cuántos tiempos tiene un partido de básquet y cuánto dura cada uno. Si alguien no sabe, explicaremos que en básquet se dividen los tiempos en cuatro y cada uno dura 10 minutos, es decir, en la tabla se anotaron los puntos del último tiempo.
- En cuanto al inciso c), les vamos a pedir que al lado de cada fila de la tabla escriban el par ordenado que tienen que representar en el plano cartesiano, teniendo en cuenta cual es la variable dependiente e independiente y cuál era la convención sobre el orden de las coordenadas que habíamos adoptado, eso les va a ayudar a graficar.
- Para los incisos d) y e) pueden responderlos haciendo uso de la tabla o del gráfico. En este momento dejaremos que usen lo que les resulte más cómodo pues a medida que avancemos en las actividades se terminarán usando ambas formas, el gráfico o

la tabla, y durante las discusiones haremos ver ambas formas de solucionar, evidenciando que a veces una es más práctica que la otra.

- Para el ítem f), creemos que es posible que se le dificulte a los estudiantes responder pues no es algo que se pueda sacar directamente del gráfico. Para guiarlos, preguntaremos “¿cuántos puntos anotó Instituto en el primer minuto? ¿y en el segundo? Entonces: ¿cuántos puntos anotó en total en los primeros dos minutos?” “¿cómo podrías saber entonces cuántos puntos hizo en total?”

Lo acontecido

Llevamos a cabo una puesta en común para corregir y discutir esta actividad, pidiendo a algunos estudiantes que leyeran su respuesta (y que cuenten cómo la pensaron) o que pasaran a marcar los puntos en el gráfico. Notamos durante el desarrollo de la actividad que la mayoría de los estudiantes la resolvió usando sólo la tabla, por lo que fue importante mostrar en el pizarrón que también se podía hacer con el gráfico (cómo habíamos planificado).

Los estudiantes se mostraron inseguros en relación a responder las primeras preguntas, pues nos llamaban preguntando por el primer inciso de las actividades afirmando que no entendían que responder. Tras las preguntas “¿qué varía en esta situación?” o “¿cuál variable depende de cuál?” respondían correctamente.

Quedaron plasmados en los registros de clases interesantes aportes de los estudiantes, tanto en la puesta en común como así también durante el momento de resolución de la actividad. Por ejemplo en 3^ro^ “A”, mientras resolvían la Actividad 6 e intentaban decidir cuál variable era la independiente y cuál la dependiente, una alumna le decía a otra: “en un partido: ¿cuándo metes puntos cambia el tiempo, o a medida que pasa el tiempo cambian los puntos?”. Durante las puestas en común surgieron justificaciones como “los minutos van pasando independientemente de los puntos”. Acerca del inciso c), otro alumno explicó por qué graficó el punto (1;0): “1 porque es el primer minuto, lo busco en el eje x porque la variable independiente se representa en el eje x y la variable dependiente en el eje y”. Al preguntar por el inciso e) de la Actividad 6 y cómo podemos verlo en el gráfico una alumna respondió “están en la misma línea”.

Con respecto a la Actividad 7, es una actividad muy similar a la anterior pues también se solicita interpretar información presentada en una tabla o un gráfico y poder pasar de un registro a otro pero, lo que diferencia a las actividades es el contexto de semirrealidad que se les da. Otra diferencia es que aquí está presente el ítem c) en donde preguntamos si se usó la misma unidad en ambos ejes, algo que no estaba presente en la actividad anterior.

Creemos que era importante abordar este tema, pues al trabajar con situaciones problemáticas nos encontraríamos a veces con valores muy altos, por lo que sería necesario este cambio de unidad. Una de las justificaciones que dieron los estudiantes a la pregunta de por qué creían que había sido necesario usar distintas unidades en cada eje fue "como son números grandes no podemos ir de uno en uno hasta llegar al 60".

Esta actividad fue una de las que nos llevamos para corregir, por lo que pudimos analizar sus producciones. En general a todos les fue muy bien, sólo notamos dificultades respecto al último inciso: algunos respondieron $5, otros dividieron al revés y la mayoría escribía 3,6 sin indicar que era un número periódico (los estudiantes ya habían trabajado con esta notación).

2.3.3. Tercer eje

ACTIVIDAD 8

Esta actividad, junto con la Actividad 9, son las que dan inicio al tercer eje de la planificación, y fueron esenciales en el desarrollo de la secuencia didáctica, pues a partir de comparar la resolución de ambas actividades construimos una definición de Función Lineal y también identificamos algunas de sus características. Ambas actividades se desarrollaron en la sala de computación debido a que estaba previsto el uso del proyector y en segunda instancia también el uso de netbooks por parte de los estudiantes. Como consecuencia del cambio de escenario, algunas clases empezaron aproximadamente 10 minutos tarde por el traslado desde el aula a dicha sala. Durante la etapa de planificación estimamos que la resolución de la actividad llevaría entre 20 y 30 minutos, con lo cual podríamos iniciar la discusión y puesta en común antes del recreo y hacía el final de la clase podríamos entregar la Actividad 9 para que empiecen a resolverla. Sin embargo la resolución de la actividad llevó mucho más tiempo del previsto, aproximadamente 50 minutos, con lo cual, disponíamos de menos tiempo para la discusión posterior.

La fotocopia entregada a los estudiantes puede verse en la Figura 2.17.

Actividad 8

Alumnos de otro curso realizaron el mismo experimento y llegaron a la siguiente tabla, pero olvidaron registrar algunos datos y está incompleta.

CANTIDAD DE AGUA AGREGADA (en cm^3)	ALTURA DEL AGUA EN EL RECIPIENTE (en cm)
0	0
10	2,5
20	5
30	
60	
65	
	20

a. Completá la tabla.
b. ¿Si agrego 10cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
c. ¿Si agrego 5cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
d. ¿Si agrego 1cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
e. ¿Si agrego 7cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
f. Encontrá una fórmula para calcular la altura del agua en el recipiente si agregas cualquier cantidad de agua.

Figura 2.17: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 8.

Lo planificado

Teníamos previstas algunas ayudas en caso de dificultad a la hora de completar la tabla. Si aparece alguna duda con respecto a la altura correspondiente a los 30 cm^3, algunas preguntas que podemos hacer para guiar a los estudiantes son: "Miremos la primera fila, si no agregamos agua, la altura del agua en el recipiente es 0. En la segunda fila, agregamos 10 cm^3 de agua ¿cuánto aumentó la altura? En la tercera fila ¿cuánta agua agregamos respecto a la segunda fila? ¿Cuánto aumentó la altura del agua respecto de la segunda fila? Ahora, en la cuarta fila ¿cuánta agua agregamos respecto de la fila anterior? Entonces, respecto de la fila anterior ¿cuánto debería aumentar la altura?"

Sí la dificultad está en la altura correspondiente a los 65 cm^3, podemos hacer preguntas como: "¿cuántos cm^3 agregamos en los otros casos?" "¿cómo llegaron a que se agregan 10 cm^3?" "¿y ahora en este caso cuánto se está agregando?". Una vez que lleguemos a que se agregan 5 cm^3 de agua, pasaremos a analizar lo que ocurre con la altura: "¿hay alguna relación entre los números 10 y 5?" esperamos que nos digan que 5 es la mitad de 10, para luego preguntar "entonces si cuando agregamos 10 cm^3 de agua la altura aumenta 2,5 cm, ¿qué va a pasar con la altura si agregamos la mitad del agua?". Esperamos que esta pregunta los ayude a ver que la altura aumentaría la mitad que antes, o sea 1,25 cm.

Para los ítems b) y c) esperamos que puedan usar estas últimas ideas que ya se habrían adquirido a la hora de completar la tabla.

En cuanto al inciso d), si se presentasen dificultades, retomaremos el inciso c), preguntándole por ejemplo ¿por qué en el ítem c) dividiste? Esperamos que nos respondan que porque 5 cm^3 eran la mitad de 10 cm^3. Entonces le podemos preguntar: ¿y 1 cm^3 que parte de 5 cm^3 son?

En el inciso e), podríamos ayudar con algunas preguntas intermedias, por ejemplo: “Sabiendo que si agrego 1 cm^3 la altura aumenta 0,25 cm, si agrego 2 cm^3 ¿cuánto va a aumentar? ¿y si agrego 3 cm^3? ¿y si agrego 5 cm^3? ¿qué estás haciendo para llegar al resultado?”

Por último llegaríamos al inciso f). Haremos las siguientes preguntas para ayudar a que los estudiantes lleguen a la fórmula requerida: “Habíamos visto que si agregamos solo 1 cm^3 de agua, la altura iba a ser 0,25 cm, entonces, si agregamos 2 cm^3 de agua, ¿cuál va a ser la altura?” “¿Y si agrego 8 cm^3, cuál va a ser la altura?” “¿qué están haciendo para averiguar la altura?”.

Otra forma en la que podemos ayudar a los alumnos a que lleguen a la fórmula es preguntando si encontraban una regularidad entre los números de la primera columna y los números de la segunda columna. Por ejemplo, podemos preguntar: “Cuando tenemos 20 cm^3 de agua, ¿cuál es la altura? ¿hay alguna relación entre los números 20 y 5?”. Los alumnos podrían llegar a que 5x4 = 20 entonces 5 = 20/4. Entonces diremos que la altura es un cuarto de la cantidad de agua agregada. Luego pediríamos que vean si esto se cumple para todos los números de la tabla (que al dividir por 4 la cantidad de agua nos da la altura correspondiente).

Lo acontecido

Luego de dejar a los estudiantes trabajar, realizamos una puesta en común. En la mayoría de los estudiantes no notamos grandes dificultades a la hora de completar la tabla, de todas maneras sentimos que las ayudas previstas fueron de gran utilidad y favorecieron en gran medida el entendimiento por parte de aquellos estudiantes que inicialmente no comprendían de qué manera completar la tabla. Durante la resolución de la actividad notamos que algunos estudiantes se explicaban entre sí cómo resolverla, por ejemplo para completar la fila de 30 cm^3 decían: “La cantidad de agua agregada va de 10 en 10 y se suma 2,5 cm a la altura, entonces al 5 le sumo 2,5”. Para la fila de los 60 cm^3 identificamos que la estrategia más común utilizada fue multiplicar por 2 los valores de la fila anterior, y para la fila de los 65 cm^3 se percataban de que ahora la cantidad de agua agregada en el recipiente aumentaba solo 5 en relación a la fila anterior, por lo que dividían por 2 al 2,5 (pues cuando se agregaban 10 cm^3 la altura aumentaba 2,5 cm).

Respecto a la última fila de la tabla, fue la que más dificultades presentó. Destacamos cuatro maneras de justificar que dieron los estudiantes:

"Como arriba va de 10 en 10, tengo que llegar al 20 sumando 2,5"

"Yo lo hice con una división: 20 dividido 2,5"

"Vos tenés que si hay 60 cm^3 la altura es 15 cm, de 15 a 20 faltan 5. Cada vez que agregas 10, aumenta 2,5 cm, o sea que tenés que agregar dos veces 10, o sea es 80".

"Me di cuenta que la altura siempre era un cuarto del agua agregada, entonces para llegar al 80 multipliqué por 4 al 20".

Con respecto a los ítems restantes, es decir los incisos b), c), d) y e), les costó mucho diferenciar cuánto es lo que varía de cuanto es la altura del agua en el recipiente, dicho de otra forma se les dificultó diferenciar la pregunta "¿cuánto varía?" de la pregunta "¿cuál es la altura del agua?", pero una vez aclarado al frente pudieron avanzar sin problemas. En particular con el inciso e), ocurrió una situación que no habíamos planificado. Presentamos a continuación un fragmento de la clase en 3ro "A" del 12 de agosto:

Alumno 1: Acá, la f) profe…

Alumno 2: (Lee la consigna) Encontrá una fórmula para calcular la altura del agua en el recipiente si agregas cualquier cantidad de agua.

Érica: Bien… ¿Cómo hiciste el e)?

Alumno 1: ¿el e)? mmm eeh pusimos… porque…

Alumno 2: -lo interrumpe- el 5 era 1,25

Alumno 1: Eso, así que si le sumamos 1 en 1 que sería 0,25

Alumno 2: 0,25, sí, nos dio…

Érica: O sea… ¿Sumaron siete veces el 0,25?

Alumno 2: No

Alumno 1: Primero pusimos el 1,25 que sería la mitad de 10

Alumno 2: 5

Alumno 1: Y ahora para llegar a 7 le sumamos dos veces 0,25

Aquí podemos ver otra manera de resolver el inciso e), en donde los estudiantes hacen uso de dos de los ítems anteriores, el d) y el c).

Puesta en común y GeoGebra

Luego de realizar la puesta en común de la actividad, en la cual nos pareció muy sorprendente que sin ninguna indicación al respecto los estudiantes utilizaran las letras x e y (correctamente) para la escritura de la fórmula, procedimos a presentarles a los estudiantes el software de geometría dinámica GeoGebra. En esta primera instancia, quienes usamos la computadora fuimos únicamente los profesores, proyectando la pantalla de la misma en el pizarrón. Les contamos que este software posee muchísimas funcionalidades, pero que en esa clase íbamos a trabajar solo con algunas. De esta forma les indicamos cómo ingresar pares ordenados: a través de “entrada” y separando las coordenadas con comas (y usando un punto para denotar los decimales). Ellos procedieron a dictarnos los pares ordenados a partir de la tabla que habían completado. Finalmente ingresamos la fórmula a la que habían llegado:

$$y = 0{,}25 \cdot x$$

Al ver lo que apareció en la pantalla (ver Figuras 2.18 y 2.19) nos encontramos con muchas reacciones de asombro: “¡Uh! ¿Qué pasó?”, “¡wow!”, “pasa por los puntos que marcamos”. Fue realmente un momento hermoso escuchar la sorpresa y asombro de los estudiantes.

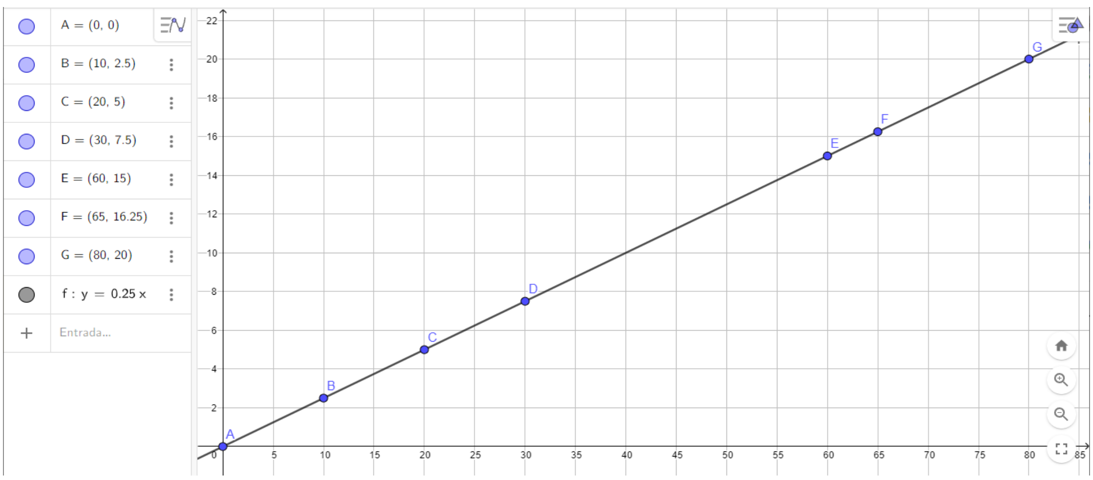


Figura 2.18: Captura de pantalla de GeoGebra.

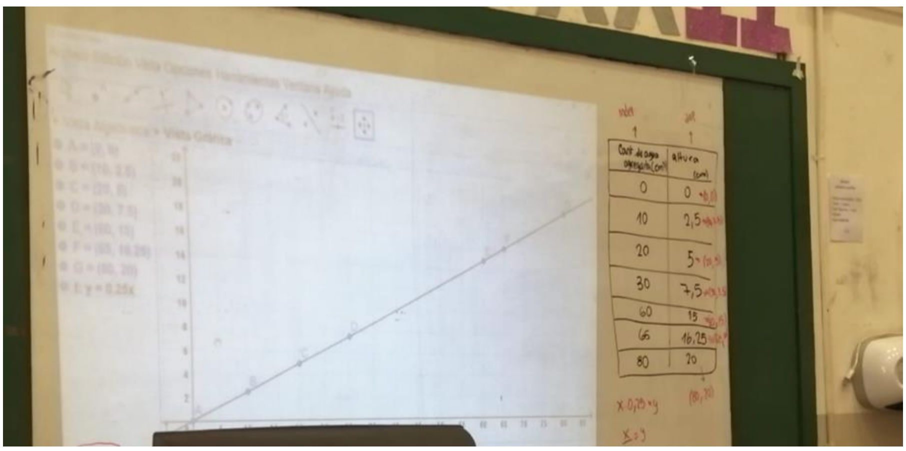


Figura 2.19: GeoGebra proyectado en el pizarrón de clase.

Para finalizar, les preguntamos qué tenían de diferente este gráfico con los anteriores que vimos (por ejemplo en las Actividades 6 y 7, donde los gráficos eran discretos):

"podemos saber qué pasa entre medio", "no hay puntos en la misma línea" (refiriéndose a que no había puntos alineados). También destacamos que este gráfico no tenía sentido en el tercer cuadrante. Para ello, marcamos puntos cuyas coordenadas tomaran valores negativos y preguntábamos, por ejemplo, si tenía sentido agregar -1 cm^3 de agua en el recipiente, o qué sería una altura de -2 cm.

Durante esta clase empezaron a hacerse más evidentes algunos problemas de comportamiento en un grupo de alumnos de 3^{ro} "E", quedó expresado de la siguiente forma en el autorregistro de dicha clase: "Por otro lado, Estudiante 1 y su amigo Estudiante 2 estuvieron trabajando muy bien hasta que se movieron de mesa con sus amigas y a partir de ahí empezaron a trabajar muy poco. Llegué a un acuerdo con ellos, si terminaban la actividad en tiempo y forma los dejaba seguir sentados allí. Funcionó. Las chicas de ese grupo están siendo un problema, hablan mucho y no hacen las actividades, hay que empujarlas mucho. Sin embargo tengo que medir un poco más el tiempo que destino a ese grupo y en particular a Estudiante 1, porque quizás estoy descuidando a otros estudiantes."

ACTIVIDAD 9 Y ACTIVIDAD 9-PARTE 2

El objetivo de esta actividad, así como la anterior, era introducir a los estudiantes al tema siguiente: Función Lineal. La fotocopia entregada a los estudiantes puede verse en la Figura 2.20. Estas actividades, llevaron en su conjunto y considerando también su puesta en común, 80 minutos.

Actividad 9

Los mismos alumnos realizaron otra vez el experimento. A diferencia de la vez anterior, esta vez antes de que ellos agreguen agua al recipiente, la altura de agua en el recipiente ya era de 2 cm. Obtuvieron la siguiente tabla, pero también olvidaron de registrar algunos datos:

CANTIDAD DE AGUA AGREGADA (en cm^3)	ALTURA DEL AGUA EN EL RECIPIENTE (en cm)
0	2
10	4,5
20	7
40	
60	
65	
	22

a. Completá la tabla.

Considerá ahora que la altura del agua en el recipiente es de 2 cm:

b. Si agrego 10cc más de agua, ¿cuál va a ser la altura del agua en el recipiente?
c. Si agrego 5cc más de agua, ¿cuál va a ser la altura del agua en el recipiente?
d. Si agrego 1cc más de agua, ¿cuál va a ser la altura del agua en el recipiente?
e. Encontrá una fórmula para calcular la altura del agua en el recipiente si agregas cualquier cantidad de agua.

Figura 2.20: Fotocopia entregada a los estudiantes con la Actividad 9.

Las ayudas previstas para esta actividad son muy parecidas a las presentadas en la actividad anterior, por lo cual no las detallaremos. Sí nos parece importante destacar que anticipamos la situación de que por ejemplo, para completar la fila del 40 un estudiante multiplicara por dos la altura de la fila anterior. Este procedimiento hubiese sido válido en la actividad anterior, cuando la relación era una función lineal con ordenada al origen igual a cero, de hecho, los valores de la columna izquierda fueron elegidos con esa intención: ver si cometían el mencionado error y poder aclararlo. Para aclararlo, recurriríamos a ver en las filas anteriores cuánto varía la altura por cada 10 cm^3 de agua agregada.

Lo acontecido

Mientras los estudiantes realizaban esta actividad, pudimos notar que a un curso le costó más que al otro. Por ejemplo en 3^{ro} "A" dos grupos de estudiantes calcularon la fórmula primero y luego completaron la tabla (una de ellas llegó a la fórmula a las 7:37, solo 17 minutos después del comienzo de la clase). Sus explicaciones para llegar a ella fueron:

> "10 cm^3 es igual a 2,5 cm, entonces 2,5 dividido 10 es 0,25 más los 2 que ya había, queda $y = 0{,}25 \cdot x + 2$".
>
> "Nos dimos cuenta que era igual a la actividad anterior, sólo que había que sumarle 2, entonces la fórmula es $y = \frac{x}{4} + 2$".

Otros alumnos querían usar las mismas estrategias que usaron antes (por ejemplo multiplicar por 2 la fila anterior), por lo que tuvimos que marcar la diferencia entre lo que aumentó y la altura. De todas maneras, cuando hicimos la puesta en común y pedimos justificaciones respecto a cómo completaron la tabla, fueron similares a las que dieron para la Actividad 8.

Por otra parte en 3^{ro} "E" hubo muchas dificultades para encontrar la fórmula, algunas de las que propusieron fueron:

$$x \cdot 0{,}25$$

$$(2 + 0{,}25) + x$$

$$2 + (x = 0)$$

Sólo un alumno pudo explicar cómo sería la fórmula, expresándola como:

$$cantidad\ de\ agua\ \cdot 0{,}25 + 2 = altura\ del\ agua\ en\ el\ recipiente$$

Luego, quedando 30 minutos en 3^{ro} "A" y 15 minutos en 3^{ro} "E", hicimos entrega de las netbooks a los estudiantes y de la fotocopia de la Figura 2.21.

Actividad 9 - Parte dos

a. Ingresá los datos de la tabla en GeoGebra (recordá que los puntos se introducen donde dice "Entrada" y por convención del programa las coordenadas se separan con coma y la coma decimal se escribe con un punto).

b. Ingresá la fórmula a la que llegaste en el ítem i) (recordá que por convención la variable independiente se representa con x y la variable dependiente con y).

c. Con la herramienta "Recta" traza una recta que pase por dos de los puntos que marcaste (la herramienta pide seleccionar dos puntos distintos para hacer la recta). Respondé en tu carpeta: ¿cómo es esta recta con respecto a la que construyeron usando la fórmula?

Figura 2.21: Fotocopia entregad a los estudiantes de la Actividad 9 - Parte 2.

En los primeros dos incisos solicitábamos realizar el mismo trabajo que habíamos mostrado para la Actividad 8. Respecto al ítem c), el objetivo era que pudieran ver que para construir una recta sólo hacían falta dos puntos. Esta idea facilitaría mucho las construcciones que veríamos más adelante.

Los estudiantes se mostraban muy entusiasmados por empezar a trabajar con las computadoras. Si bien estábamos preocupados por el cambio de notación que requería el uso del software, pues para separar las coordenadas habría que usar "," en lugar de ";" y además habría que usar "." en vez de "," para denotar los decimales, a ningún estudiante esto le representó una dificultad. Una situación que se presentó y que nos parece importante destacar es que al momento de usar la herramienta recta con dos de los puntos que había marcado, un estudiante notó que la recta no pasaba por todos los puntos. Este error ocurrió debido a que los puntos estaban mal marcados (el estudiante había elegido arrastrarlos por la cuadrícula en lugar de ingresarlos por la barra de entrada) por lo cual no estaban perfectamente alineados. Sin embargo, lo que nos interesa resaltar es que fue el propio estudiante quien se dio cuenta que la recta debería pasar por todos los puntos, lo cual da cuenta de que entendió lo que debía ocurrir.

Un hecho que nos parece importante de mencionar es que debido al ritmo de trabajo, y también a que hubo que hacer un repaso sobre la Actividad 8 antes de empezar con la Actividad 9, en 3ro "E" los estudiantes casi no tuvieron tiempo para usar la computadora. Esto fue muy frustrante, considerando además que por el procedimiento para llevar las netbooks a la escuela y también por lo difícil que era conseguir la sala de computación no habría otra oportunidad para que los estudiantes pudiesen retomar esta actividad.

TEÓRICO DE FUNCIÓN Y FUNCIÓN LINEAL

Antes de entregar la actividad siguiente a los estudiantes, dimos las definiciones de Función y de Función Lineal. Para esto, al comenzar la clase les dijimos a los estudiantes que esta relación entre variables con la que veníamos trabajando tomaba el nombre de Función y escribimos su definición en el pizarrón: *Una función es una relación entre dos* *variables tal que a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.*

Luego ejemplificamos esta definición con las actividades con las que habíamos trabajado.

Después, pegamos dos afiches en el pizarrón (ver Figuras 2.22 y 2.23) y les explicamos a los estudiantes que estos resumían las Actividades 8 y 9, presentando sus gráficos, fórmulas y tablas agregando algunas filas.

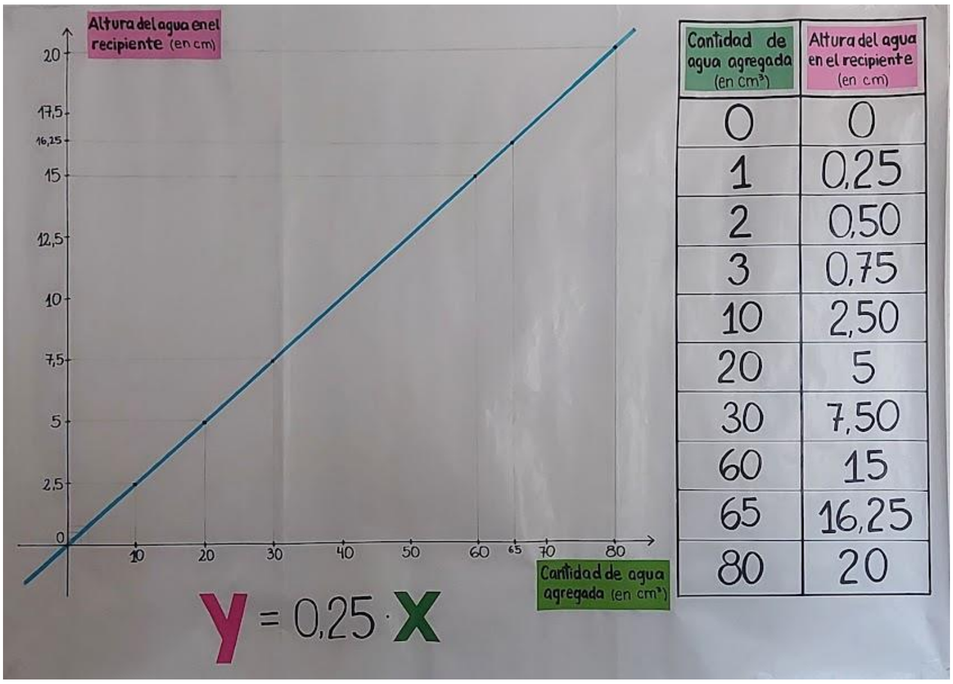


Figura 2.22: Afiche que resume la Actividad 8.

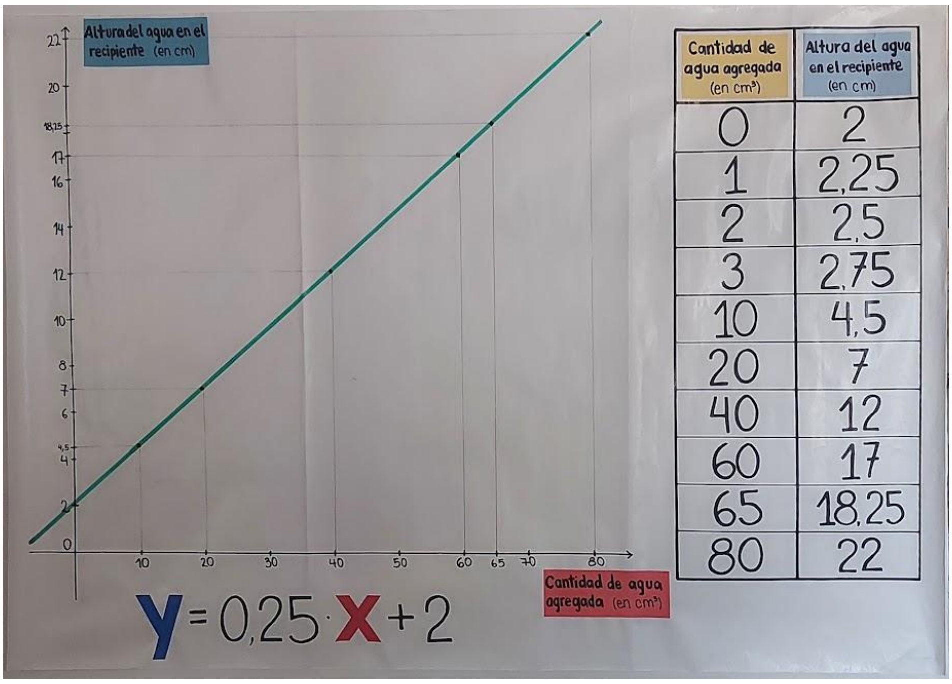


Figura 2.23: Afiche que resume la Actividad 9.

Una vez pegados los afiches preguntamos a los alumnos “¿qué ven en común y qué ven de distinto entre ambos afiches?” En nuestro guión conjetural planificamos que lo primero que responderían los alumnos sería que los gráficos eran similares, luego que las fórmulas tenían la misma estructura, y por último -y que quizás no lo dijeran- que la variación era constante.

En 3ro “A” dijeron rápidamente que ambos gráficos eran rectas. Luego una alumna comentó “aumenta de 0,25 en 0,25”, con lo cual formalizamos diciendo que cuando agregábamos 1 cm^3 de agua, la altura del agua en el recipiente aumentaba 0,25 cm. Por último, y con un poco de ayuda, haciendo hincapié en que vieran las fórmulas, dijeron que eran parecidas.

En 3ro “E” al hacer la pregunta los estudiantes se quedaron callados. Tras un momento de silencio, Fabricio preguntó por alguna similitud entre los gráficos, a lo que los estudiantes respondieron “ninguna”, sólo respondían que los nombres de los ejes eran iguales. Luego de preguntar algunas veces más, una alumna dice “es una línea”, lo que hizo que se pudiera avanzar sobre la idea. Luego dijeron que en ambas actividades aumentaba 0,25, y finalmente, también con algo de ayuda, encontraron la similitud entre las fórmulas.

Podemos notar que en ambos cursos no se dio lo planificado, sino que la variación constante fue más clara de ver que las fórmulas. Consideramos que esto puede ser una consecuencia de la importancia que se dio en las Actividades 8 y 9 respecto a la variación constante: fue tratada en la mayoría de los incisos, mientras que la fórmula se trabajó solo en el último ítem de cada actividad.

Una vez terminado este debate lo formalizamos en el pizarrón escribiendo la definición de función lineal y sus características:

FUNCIÓN LINEAL: Una función es lineal cuando la variación es constante. La variación es constante cuando a igual variación de la variable independiente x le corresponde una igual variación de la variable dependiente y.

CARACTERÍSTICAS

a. *El gráfico de una función lineal es una recta.*
b. *La fórmula de una función lineal es $y = ax + b$, en donde a toma el nombre de pendiente y b se llama ordenada al origen.*

También ejemplificamos estas definiciones con un ejemplo. Escribimos en el pizarrón la función $y = -2x + 1$, vimos que la fórmula nos indicaba que era una función lineal, luego realizamos una tabla similar a la de la Figura 2.24 en el pizarrón para ver en ella la variación constante y por último graficamos.

X	Y
1	-1
2	-3
3	-5
10	-19
11	-21

Figura 2.24: Tabla con anotaciones para explicar la variación constante.

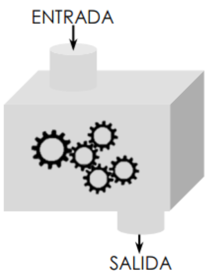
Toda esta explicación nos llevó entre 50 y 60 minutos.

ACTIVIDAD 10

Luego del desarrollo teórico anterior, hicimos entrega a los alumnos de la fotocopia de la Actividad 10, que puede verse en la Figura 2.25. La realización de esta actividad, junto con su puesta en común, llevó alrededor de 40 minutos.

Actividad 10

Observa la siguiente máquina; a ella se le introduce cualquier número y luego de procesarlos salen transformados en otros números:



ENTRADA	SALIDA
-1	-3
0	-2
1	-1
2,5	0,5
3	1
5	3

a. Si entra el número 6, ¿qué número saldrá en la máquina?
b. Si entra el número 7, ¿qué número saldrá en la máquina?
c. Si entra el número 10, ¿qué número saldrá en la máquina?
d. ¿La variación es constante? Justificá.
e. Si entra cualquier número en la máquina, ¿cómo podemos saber cuál saldrá? Escribí una fórmula que te permita averiguarlo.
f. Realizá el gráfico que representa a la relación de este problema.

Figura 2.25: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 10.

Lo planificado

Algunas ayudas previstas para esta actividad que dejamos plasmadas en el guión conjetural, fueron las siguientes: “Mirando la tabla, cuando ingresa el número 2, la máquina devuelve el número cero ¿qué le hizo la máquina al 2 para obtener el 0?” “¿qué pasa con los otros números de la tabla?” Otras preguntas que podríamos hacer serían “mirando la primera fila de la tabla, vemos que entró el 1 ¿salió el mismo número de la máquina? ¿No? ¿Cuál salió? ¿Y por qué es distinto el -1 que el 1, que tienen de distintos? ¿Qué le hizo la máquina al 1 para convertirlo al -1?”

Una vez que lleguen a la regularidad de que la máquina le resta dos a cada número que entra, podrán responder los primeros tres incisos.

Para el inciso e) retomaremos la conclusión a la que llegamos anteriormente: la máquina le resta 2 a cualquier número que ingresa "¿cómo lo podemos representar? Llamemos "x" a los números que entran a los números e "y" a los que salen. Si tenemos un x cualquiera ¿cómo hacemos para obtener el y?".

Para el ítem d) repasaremos las características que vieron de función lineal justo antes de empezar la Actividad 10, específicamente la característica b) en la que dijimos que la fórmula de la función lineal es $y = ax + b$. Preguntaremos si la fórmula a la que llegamos en el ítem anterior es como esta. Puede que en principio no parezca que es la misma fórmula pues en este caso $a = 1$, por lo que si no surgiera esta idea la diremos nosotros o la haremos surgir escribiendo $y = 1x + 2$. De esta forma podríamos estar seguros que estamos frente a una función lineal, con lo cual sabemos que su gráfico es una recta.

Lo acontecido

Durante esta actividad notamos que les costaba mucho justificar por qué la variación era constante, una respuesta que recibimos tras esta pregunta fue "sí es constante, porque se agregan números siempre". Finalmente, construyendo la tabla que se puede observar en la Figura 2.26 pudimos explicarlo. También notamos que todos decían que sólo marcando dos puntos se podía graficar, ya que sabíamos que era una función lineal y su gráfico era una recta.

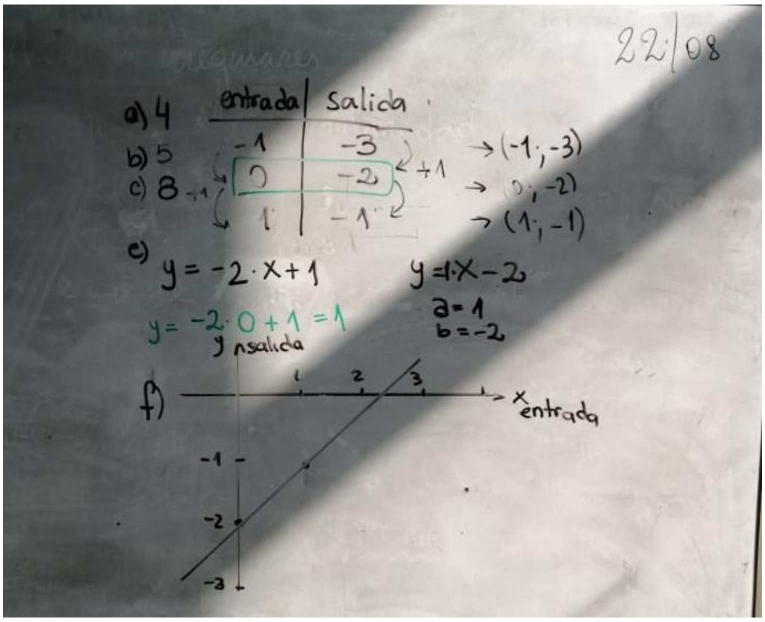


Figura 2.26: Fotografía del pizarrón de 3^{ro} "A".

ACTIVIDAD 11

El objetivo de esta actividad (ver Figura 2.27) era continuar con el abordaje de función lineal a partir de situaciones problemáticas, con la salvedad de que en este momento los estudiantes ya conocían todos los elementos teóricos que se iban a desarrollar durante la práctica, por lo cual, la idea de esta actividad y todas las posteriores fue que empiecen a poner en juego los conceptos ya trabajados en clase, en un contexto de semirrealidad.

Actividad 11

Camila compra en el vivero un plantín que mide 2 cm de alto y lo planta en una maceta. La señora del vivero le dijo a Camila que la relación entre el tiempo y el crecimiento de la planta durante las próximas 8 semanas es una función lineal. Considerando que luego de una semana de estar en la maceta la planta mide 2.5 cm de alto.

a. ¿Cuáles son las variables en juego en esta relación? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
b. ¿Cuál será la altura de la planta luego de dos semanas de estar en la maceta? ¿Y luego de 4 semanas? ¿Y luego de 5?
c. A partir de las respuestas del inciso b), elaborá una tabla con dichos datos.
d. Escribí una fórmula que permita saber, para cualquier cantidad de semanas luego de estar en la maceta, cuál será la altura de la planta. ¿Cuál es la pendiente? ¿Cuál es la ordenada al origen?
e. Graficá la relación en un sistema de ejes cartesianos. Con un color marcá en qué parte el gráfico tiene sentido.
f. Si la planta mide 5 cm ¿Cuántas semanas han pasado desde que Camila colocó la planta en la maceta?

Figura 2.27: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 11.

Esta fue la tercera y última actividad que nos llevamos para corregir, por lo que no hubo una puesta en común planificada. Si bien la actividad fue planificada para realizarse en 30 minutos, en ambos cursos quedó poco tiempo para trabajarla en el aula, por lo que quedó de tarea para la próxima clase.

Algunos alumnos tuvieron dificultades para decir cuáles eran las variables, pero una vez aclarada esta duda, pudieron seguir avanzando. En 3ro “E” al menos cinco estudiantes llegaron a una fórmula, pero ninguno finalizó todos los incisos durante el tiempo de clases.

Tal como habíamos notado durante el período de observaciones, no era una práctica habitual para los estudiantes cumplir en tiempo y forma con la tarea que se designaba para el hogar, por lo que varios no hicieron la entrega correspondiente la clase siguiente. Además, algunos estudiantes no asistieron a la siguiente clase por lo cual estos tenían una fecha de entrega distinta al resto. También hubo que considerar a quienes faltaron a la clase en la cual se entregó la actividad pero sí asistieron a la siguiente, estos estudiantes también tenían una fecha de entrega distinta pues la actividad no le había sido dada junto a sus compañeros. Todos estos sucesos colaboraron para hacer aún más ardua la tarea de insistirle a los estudiantes para que entreguen la actividad.

Corrección de las actividades entregadas

Dentro de las actividades que corregimos destacamos las siguientes observaciones:

→ No hubo dificultades con el ítem a). Algunos, muy pocos, llamaron a la variable dependiente e independiente al revés o definían como variable a las unidades de medida (por ejemplo, indicaban que la variable independiente eran las semanas).

→ En el segundo inciso muchos de los estudiantes confundieron la pregunta *cuál será la altura* con *cuánto creció*. También olvidaban sumar los 2 cm iniciales que medía el plantín. Presentamos a continuación, en la Figura 2.28, un esquema realizado por una alumna, del cual hizo uso para tener una guía acerca del crecimiento de la planta. En él podemos ver que realizó una recta en la que marcó las semanas (cero, primera, segunda, tercera, etc.) y de cada una con una flecha indicó la altura del plantín. Creemos que este esquema da cuenta de un buen entendimiento de la situación por parte de la estudiante.

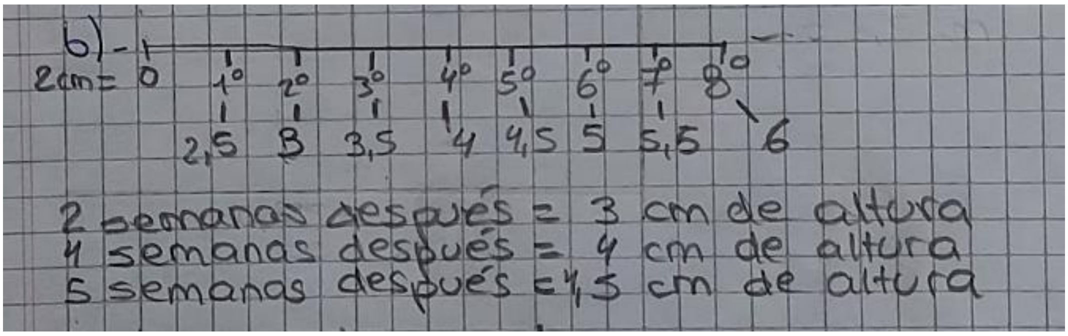


Figura 2.28: Producción de una estudiante de 3ro "A".

→ En el ítem c) en el cuál debían hacer una tabla notamos que, en cuanto a la construcción de la misma no tuvieron problemas, pero arrastraban errores anteriores, por ejemplo, en los encabezados colocaban "las semanas", o valores incorrectos calculados en el ítem b).

→ Al momento de dar una fórmula que relacione el tiempo con la altura del plantín, las propuestas fueron variadas:

$$2x + 0{,}5$$

$$x + 0{,}5 = y$$

$$2{,}5 + x$$

$$y = 0{,}5x + 2$$

Solo la última de estas fórmulas representa correctamente la situación planteada. Respecto de las restantes, notamos en este punto que los estudiantes no eran capaces de verificar (evaluando la fórmula y comparando los valores obtenidos con la tabla) si la fórmula propuesta era correcta o no. Notamos que en varias ocasiones aparecen los valores 2 y 0,5; consideramos que en este punto los estudiantes pudieron identificar que “había que hacer algo” con esos números, pero no pudieron escribir correctamente qué.

Al indicar la pendiente y la ordenada al origen, la mayoría no lo hizo o las identificó mal.

→ Pudimos notar que graficar no era una tarea que a los estudiantes les resultara sencilla, pues más de la mitad decidió no graficar. Otros graficaban sólo puntos, sin dibujar la recta que pasaba por ellos.

→ Por último en cuanto al inciso f), la mayoría de las respuestas dadas por los estudiantes eran erróneas, algunas porque seguían una fórmula mal planteada o la relación tiempo-crecimiento en lugar de la relación tiempo-altura que es la que se quería trabajar.

Presentamos a continuación dos producciones que corregimos (ver Figuras 2.29 y 2.30).

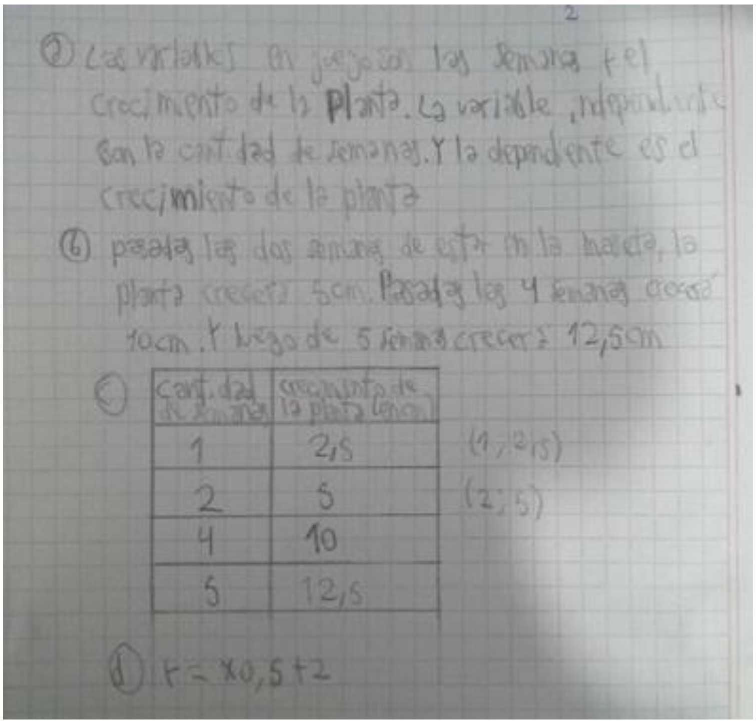


Figura 2.29: Producción de un estudiante de 3ro “E”.

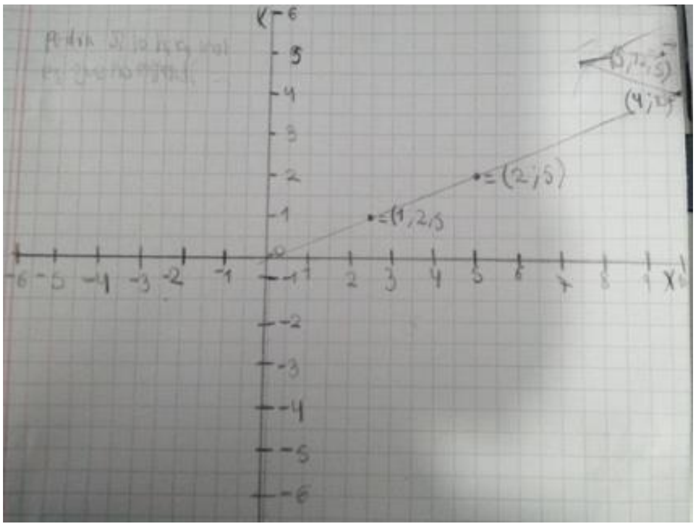


Figura 2.30: Producción de un estudiante de 3^{ro} “E”.

En la Figura 2.29 por ejemplo puede verse que el estudiante si bien parece saber que la variación debe ser constante, trabajó como si la ordenada al origen fuera cero, y además falló al interpretar la consigna pues entendió que el plantín crecería 2,5 cm por semana. En la Figura 2.30 se observa un gráfico de una función lineal que no es una recta; además de esto el alumno escribió al revés las coordenadas de los pares ordenados y uso el eje *x* para representar la variable dependiente y el eje *y* para representar la variable independiente.

A partir de varias producciones con errores similares decidimos, en conjunto con la docente supervisora, extender una clase más la residencia, ya que de otra manera quedaban solo 120 minutos de clases antes de la evaluación y consideramos que los estudiantes aún no estaban listos para la misma.

ACTIVIDADES 12, 13 Y 16[4]

Luego de la Actividad 11, confeccionamos tres actividades muy similares para seguir trabajando función lineal a partir de la resolución de problemas de semirrealidad (ver Figuras 2.31, 2.32 y 2.33).

Actividad 12

La tarifa de un taxi en Córdoba es de $180 por la bajada de bandera y $10 por cada cuadra recorrida.

a. ¿Cuánto debo pagar si recorrí 20 cuadras? ¿Y si recorrí 8? ¿Y si no recorrí ninguna?
b. ¿Cuáles son las variables en juego en esta relación? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
c. Registrá en una tabla los datos obtenidos a partir de las respuestas del ítem a).
d. Escribí una fórmula que permita saber, para cualquier cantidad de cuadras recorridas, cuánto habrá que pagarle al taxista.
e. Graficá la relación en un sistema de ejes cartesianos. Con un color marcá en qué parte el gráfico tiene sentido.
f. ¿La relación es una función lineal?
g. Si mi amiga Ana pagó $250 ¿Cuántas cuadras recorrió?

Figura 2.31: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 12.

[4] Las Actividades 14 y 15 corresponden al eje 2, y fueron presentadas para repasar antes de la evaluación.

Actividad 13

Araceli, la mejor amiga de Olivia, vive en Santa Cruz y acaba de tomar un vuelo a Córdoba para visitarla. Como Olivia está muy emocionada, quiere calcular cuántos kilómetros le faltan para llegar. Considerá que Santa Cruz está a 1500 km de Córdoba y que el viaje en avión tarda 6 horas. El día estaba soleado así que no hubo retrasos y el avión hizo el viaje a velocidad constante.

a. Si ya pasaron 3 horas desde que tomó el vuelo: ¿Cuántos kilómetros le faltan a Araceli para llegar? ¿Y si pasó solo 1 hora desde que subió al avión, cuántos kilómetros le faltan para llegar? ¿Y si pasaron 6?
b. ¿Cuáles son las variables en juego en esta relación? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
c. ¿La relación es una función lineal?
d. Escribí una fórmula que permita saber, para cualquier cantidad de horas transcurridas, cuántos kilómetros le faltan a Araceli para llegar a Córdoba.
e. Graficá la relación. Con un color marcá en qué parte el gráfico tiene sentido.
f. ¿A cuántos kilómetros de Córdoba estaba cuando pasaron 2 horas desde que se subió al avión? ¿Y cuando pasaron 2 horas y media?
g. Si Araceli hizo 500 kilómetros para llegar, ¿cuántas horas estuvo en el avión?

Figura 2.32: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 13.

Actividad 16

La compañía telefónica de Roberto le cobra \$500 mensuales de cuota y \$50 por cada minuto de llamada.

a. ¿Cuál sería el costo de la factura de un mes en el que ha realizado 20 minutos de llamada? ¿Y si son 50 minutos?
b. ¿Cuáles son las variables en juego en esta relación? ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
c. Calcular la función que proporciona el costo de la factura mensual de Roberto en función del número de minutos de llamada.
d. Si la factura del mes de junio fue de \$2000, ¿cuántos minutos de llamada realizó Roberto?
e. Graficá la relación. Con un color marcá en qué parte tiene sentido.
f. ¿La relación es una función lineal?

Figura 2.33: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 16.

Podemos observar que estas actividades como así también la Actividad 11, siguen un mismo esquema: responder por algunos valores particulares, identificar la variable dependiente e independiente, confeccionar una tabla, dar una fórmula, graficar la relación, preguntar por un valor que para encontrarlo se necesite usar la fórmula y reconocer si la relación presentada en el problema es una función lineal.

Lo acontecido

Respecto a la Actividad 13, el gráfico es decreciente (ver Figura 2.34). Los estudiantes presentaron muchas dificultades al momento de elaborar dicho gráfico. Aunque tuvieran la tabla y la fórmula correctas, les resultaba difícil hacer un gráfico “distinto” a los que venían trabajando. Fue una cuestión sobre la cual hicimos hincapié durante la puesta en común.

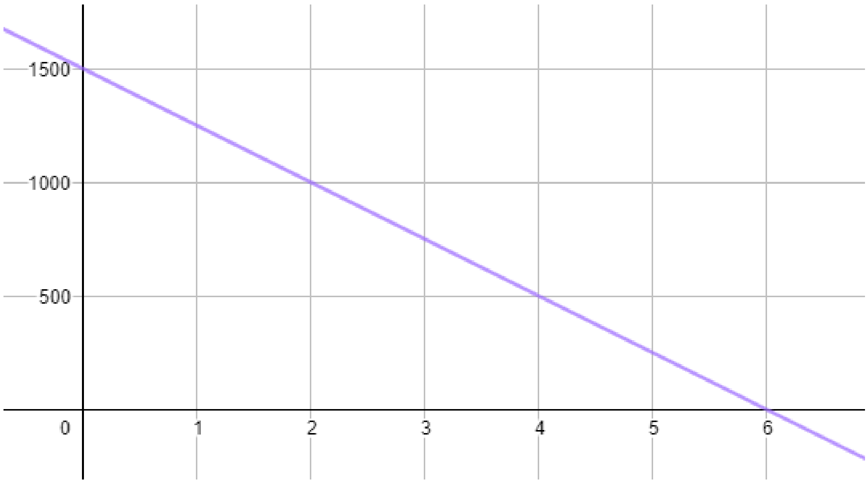


Figura 2.34: Gráfico correspondiente a la Actividad 13, cuya fórmula es y=1500-250x

Otra cuestión que surgió durante las puestas en común fue que los estudiantes supieron resolver de otras maneras aquellos ítems que tenían por objetivo incentivar que los estudiantes hagan uso de la fórmula (por ejemplo el ítem g) de la Actividad 12 y el ítem d) de la Actividad 16), sin que fuera necesario el uso de la misma, por ejemplo: en la Actividad 12, la fórmula es:

$$y = 10x + 180$$

Nuestro objetivo era que los estudiantes usen el hecho de que sabemos que Ana pagó \$250, para reemplazar en la fórmula y luego despejar:

$$250 = 10x + 180 \;\Rightarrow\; x = 7$$

Por el contrario, los estudiantes respondieron "sabemos que cuando recorre 8 cuadras, le cobran \$260, si le resto 10 -el precio por recorrer una cuadra- obtengo \$250, entonces son 7 cuadras".

También podemos notar que en los incisos en los que había que graficar, se pedía también "con un color marcá en qué parte el gráfico tiene sentido". El objetivo era que los estudiantes pudieran reconocer que al tratarse de problemas de semirrealidad, habría cuadrantes en los cuáles el gráfico no tendría sentido. En la puesta en común de la Actividad 12 ocurrió el siguiente diálogo:

> Fabricio: ¿El gráfico tiene sentido en todos lados?
>
> Varios alumnos: ¡Sí!
>
> Fabricio: (señala el -1 en el eje x) ¿Qué pasa acá?
>
> Varios alumnos: ¡Jaja! Se puede con una máquina del tiempo.

Aunque fue una de las primeras actividades en las que pedimos marcar la "parte con sentido" del gráfico, fue una dificultad recurrente en cada una de las actividades siguientes.

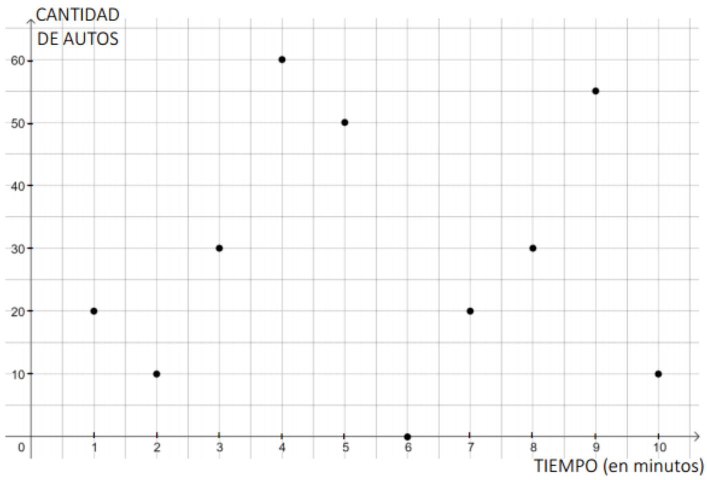
Para estas actividades, junto con su puesta en común, anticipamos que destinaríamos 40 minutos para cada una, lo cual cumplimos durante las prácticas.

ACTIVIDADES 14 y 15

Si bien las Actividades 14 y 15 se encuadran dentro de los contenidos y objetivos del eje 2 de la práctica, durante la etapa de planificación decidimos incluirlas en el tramo final de la secuencia a modo de repaso. Sin embargo, debido a los tiempos de las prácticas, y también a que habíamos notado un buen desempeño de los estudiantes en actividades similares, decidimos no llevar a clases la Actividad 14, y trabajar durante el repaso de este eje únicamente con la Actividad 15. Esta actividad, junto con su puesta en común, nos llevó alrededor de 30 minutos. Ambas actividades se pueden ver a continuación en las Figuras 2.35 y 2.36.

Actividad 14

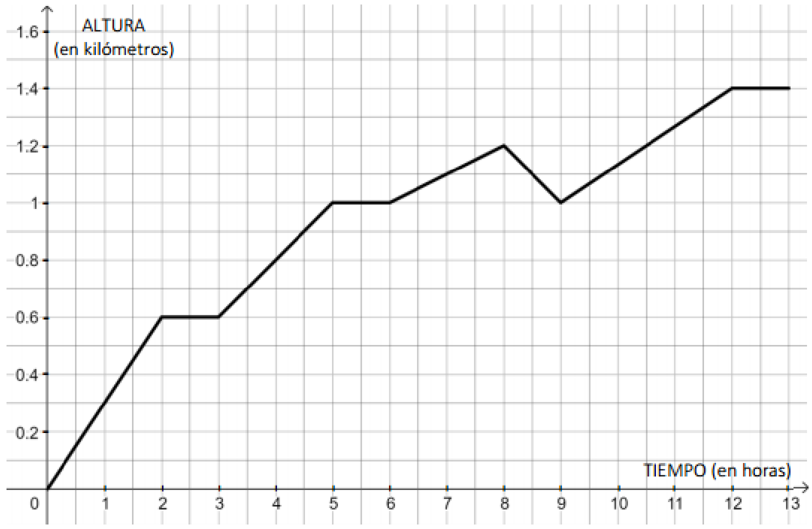
La empresa Ford realizó un estudio en distintas avenidas de la Ciudad de Córdoba para averiguar cuántos autos de esta marca circulan en la ciudad. Durante 10 minutos el encargado del estudio registró, en el siguiente plano cartesiano, al finalizar cada minuto cuántos autos de la empresa habían pasado durante ese minuto por la Avenida Colón.



a. ¿Cuáles son las variables que se relacionan en esta situación?
b. ¿Cuál es la variable dependiente e independiente?
c. ¿Se usó la misma unidad en ambos ejes?
d. Realizá una tabla con los datos que proporciona el gráfico.
e. ¿En qué momento pasó la mayor cantidad de autos de la marca Ford?
f. ¿Cuántos autos pasaron en total?
g. ¿Cuántos autos pasaron en el minuto 9?
h. ¿En algún momento no pasó ningún auto?
i. ¿Podemos saber cuántos autos pasaron en el minuto 3,5?

Figura 2.35: Fotocopia entregada a los estudiantes con la Actividad 14.

Actividad 15
El siguiente gráfico muestra la cantidad de kilómetros ascendidos por un alpinista hasta llegar a la cima a medida que transcurrió el tiempo.



a. ¿Cuáles son las variables en juego en esta relación? ¿Cuál es la variable independiente? ¿y la dependiente?
b. ¿Cuántos kilómetros había subido luego de que habían transcurrido 4 horas? ¿Y luego de 8 horas?
c. ¿Qué puede haber pasado para que el gráfico sea así entre las horas 8 y 9?
d. ¿Cuánto tiempo había pasado cuando subió 1 kilómetro?
e. ¿Cuánto tiempo había pasado cuando subió 1,1 kilómetros?
f. ¿A cuántos kilómetros se encuentra la cima? ¿Cuánto tiempo tardó en alcanzarla?
g. ¿Cuántas horas se detuvo para descansar?
h. ¿Cuántos kilómetros ascendió entre la segunda y la sexta hora?
i. ¿Cuántas horas tardó en ascender desde los 0,6 hasta los 1,4 kilómetros?

Figura 2.36: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 15.

Es importante destacar que en la Actividad 15 presentamos un gráfico continúo, por lo que varias preguntas eran acerca de valores intermedios. Como esperábamos, esta actividad no les resultó difícil a los estudiantes. Obtuvimos divertidas (y acertadas) respuestas del inciso c): "la montaña es irregular", "se cayó", "vino una avalancha y lo tiró", "volvió a buscar algo que se olvidó". Estas respuestas dan cuenta de que los estudiantes efectivamente estaban haciendo una buena interpretación de lo que significaba el gráfico en la situación planteada.

ACTIVIDAD 17

Esta actividad (ver Figura 2.37) no fue parte de la planificación inicial de la secuencia, sin embargo, debido a las falencias para graficar que veníamos notando, decidimos incluirla para poder repasar, paso a paso, cómo graficar una función lineal. Se destinaron 80 minutos de clase para esta actividad.

Actividad 17
Graficá las siguientes funciones lineales. Decir cuál es la pendiente y la ordenada al origen.

a. $y = -0{,}5x - 2$ b. $y = -0{,}25x + 3$ c. $y = 9x + 18$

d. $y = x$ e. $y = -x$

Figura 2.37: Fotocopia entregada a los estudiantes de la Actividad 17.

Nos sorprendió el hecho de que los estudiantes se notaban muy desorientados con lo que tenían que hacer, a pesar de que ya habían graficado muchas funciones lineales. Creemos que el hecho de que, a diferencia de todas las veces anteriores, la función que tenían que graficar no había sido encontrada por ellos a partir de una situación de semirrealidad, tomó por sorpresa a los estudiantes, que no supieron cómo empezar.

Esta actividad se trabajó el miércoles 31 de agosto en ambos cursos, y al notar el desconcierto, ambos graficamos paso a paso el primer inciso en el pizarrón (ver Figura 2.38).

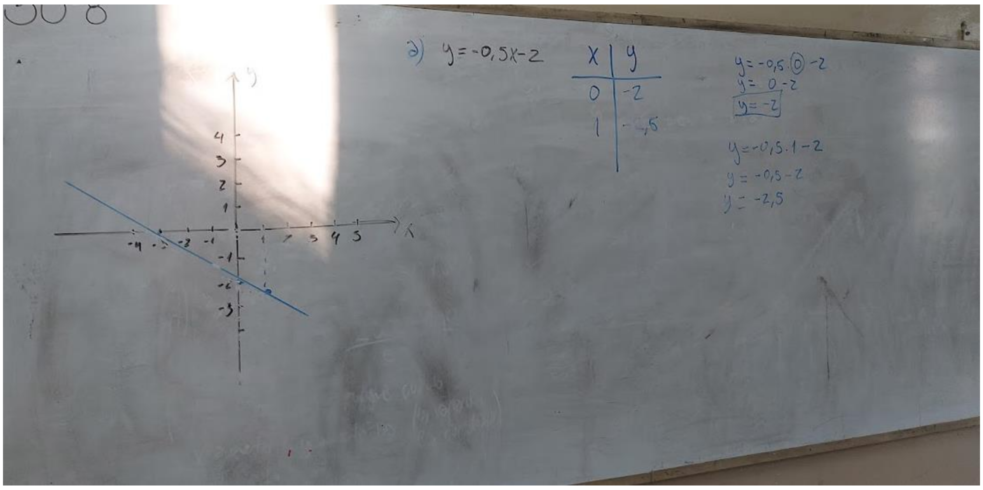


Figura 2.38: Fotografía del pizarrón de 3ro "E".

Particularmente en 3ro "A", tras moverse la fecha de evaluación, quedaba una clase de 40 minutos antes de la prueba, la cual no habíamos planificado inicialmente. Decidimos agregar tres nuevos incisos a la Actividad 17, los cuales fueron:

$$f)\ 0{,}5x + 2 = y$$

$$g)\ -3x + 1 = y$$

$$h)\ x - 0{,}5 = y$$

2.3.4. Consideraciones generales sobre la secuencia

Creemos que en general a los estudiantes les resultaron mucho más sencillas las actividades correspondientes a los primeros dos ejes de la planificación: plano cartesiano, variables y uso de tablas; e interpretación de gráficos. En relación a esto, durante el periodo de las prácticas en el que se desarrollaron estos ejes, ocurrieron menos situaciones no contempladas en el guión conjetural, en comparación al periodo en el cual se desarrolló el tercer eje. De hecho, durante el repaso previo a la evaluación teníamos planeado trabajar con dos actividades relacionadas al segundo eje, y finalmente presentamos solo una debido a esta facilidad que habíamos detectado.

2.4. La evaluación

Como parte de la secuencia didáctica presentada, propusimos y llevamos a cabo una evaluación sumativa y una evaluación formativa. A continuación exhibiremos cada una de ellas, la manera en la que se presentaron en el aula y analizaremos algunos resultados finales.

2.4.1. La evaluación formativa

Para realizar la evaluación formativa decidimos hacer un seguimiento de lo trabajado por los estudiantes en clase, llevándonos para corregir algunas de las actividades. Las actividades que seleccionamos para esto fueron las siguientes: Actividad 4, Actividad 7, Actividad 11. Elegimos las actividades de forma tal que en cada actividad a corregir, se incluyan contenidos también presentes en la actividad anterior que se corrigió, para de esta manera poder hacer un seguimiento del progreso de los estudiantes. Por ejemplo, parte de la Actividad 7 era graficar puntos en el plano cartesiano, y esto era un contenido que también era necesario en la Actividad 4.

Debido a los tiempos de clase, y también al hecho de que casi ningún estudiante hizo entrega de la Actividad 4, decidimos llevarnos para corregir también la Actividad de la hoja milimetrada.

Aun cuando la intención original era poder evaluar el progreso de los estudiantes comparando sus producciones en las distintas actividades entregadas, en los hechos, y debido a la vorágine de la práctica, cada actividad se corrigió y se analizó sin tener en cuenta las entregas anteriores del estudiante.

Además, si bien inicialmente no era nuestra intención que esta evaluación se reflejara en una nota para los estudiantes, respondiendo al pedido de la profesora a cargo del curso (que hizo pertinentemente al comienzo del periodo de prácticas) se promedió el resultado de todas las actividades corregidas para efectivamente obtener una calificación para cada alumno. En las Figuras 2.39 y 2.40 presentamos los resultados obtenidos en esta evaluación a partir de un gráfico el cual indica en el eje x las notas (del 1 al 10) y en el eje y la cantidad de estudiantes que obtuvieron cierta nota.

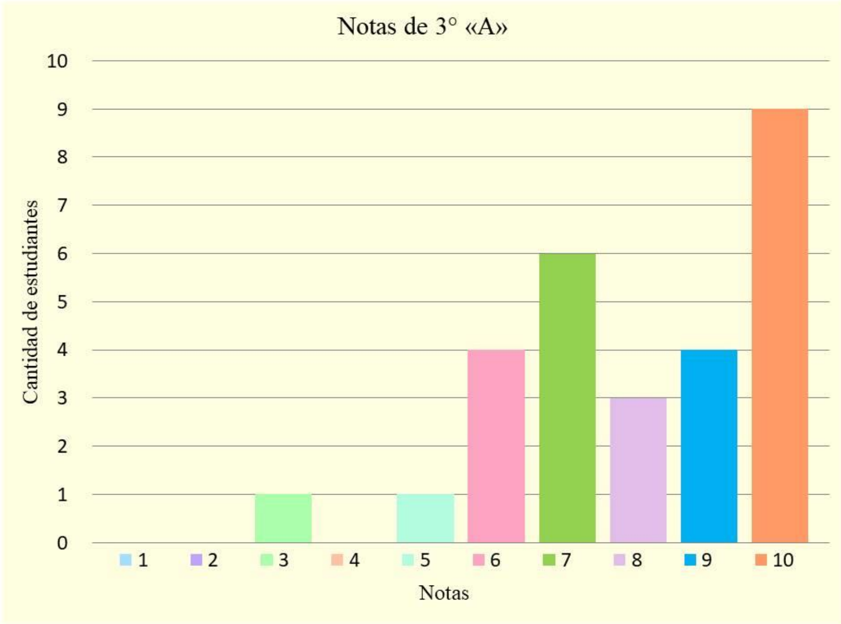


Figura 2.39: Notas de la evaluación formativa de 3ro "A".

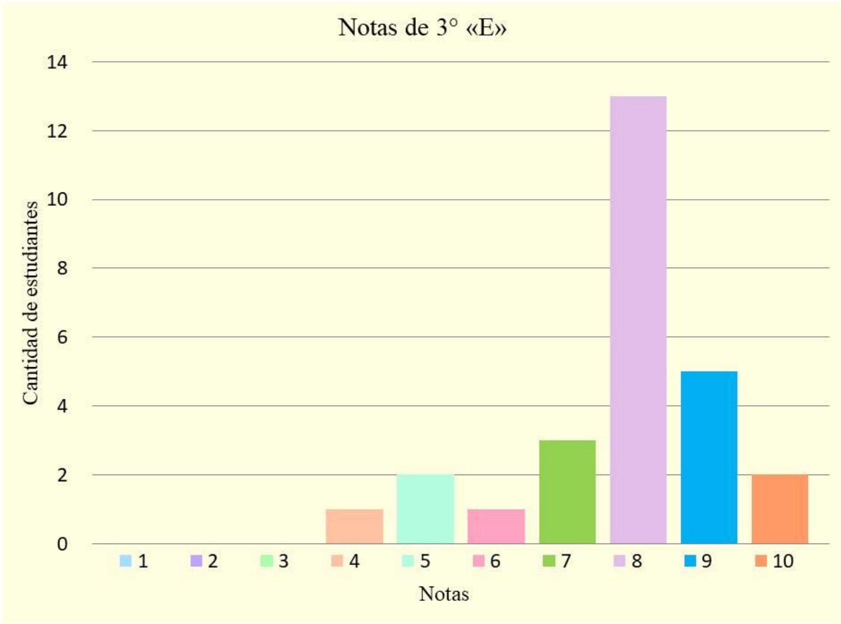


Figura 2.40: Notas de la evaluación formativa de 3ro "E".

En la sección 2.3 pueden verse las consignas de las tres actividades que forman la evaluación formativa, como así también las dificultades que tuvieron los estudiantes. Si bien no realizamos puestas en común de estas actividades, procuramos en las correcciones ser lo más explicativos posibles al indicar un error. De esta forma el alumno podía volver sobre ellos y reflexionar al respecto. Además, a la hora corregir cada una de las actividades realizamos una tabla en donde detallamos cada inciso y las respuestas de los estudiantes, para poder así hacer un seguimiento. Creemos que las notas de la evaluación formativa reflejan un buen compromiso con las tareas requeridas y con el trabajo diario en la materia por parte de la gran mayoría de los estudiantes.

Identificamos en la evaluación formativa llevada a cabo algunas cuestiones que la alejan de ser formativa, y algunas cuestiones que la acercan. Por ejemplo, creemos que el hecho de que una evaluación formativa, que se supone que evalúa el proceso de enseñanza, se refleje en una nota para los estudiantes es una de las cuestiones que aleja esta evaluación de ser formativa. Otro de los aspectos que identificamos como no formativos es que, sí bien durante la corrección de las actividades confeccionamos una tabla con los errores de cada alumno en cada inciso, para poder hacer un seguimiento; en la práctica (debido a los tiempos y la vorágine de la residencia) ese seguimiento nunca se llevó a cabo.

Entre los aspectos que identificamos como formativos podemos mencionar que efectivamente, poder ver individualmente las producciones de los alumnos nos permitió identificar cuanto habían podido apropiarse de lo trabajado en clases. Además, esta evaluación permitió modificar el proceso de enseñanza en pos de mejorarlo, por ejemplo retomando al frente errores comunes identificados y también modificando la secuencia (quitamos una de las actividades de repaso relacionadas al segundo eje) y agregando clases cuando notamos que los estudiantes tenían muchas dificultades con la Actividad 11, a poco de terminar las prácticas.

2.4.2. La evaluación sumativa

Al finalizar las prácticas decidimos tomar una evaluación escrita e individual. Entendemos por evaluación sumativa a aquella que analiza el producto del aprendizaje y mide el conocimiento del alumno a través de una calificación (Gvirtz y Palamidessi, 2006).

Dentro de la evaluación incorporamos actividades que retoman el trabajo hecho en clases sobre cada uno de los tres ejes abordados. Aunque no incorporamos explícitamente una actividad referida sólo al primer eje, estos contenidos eran necesarios para resolver el resto de actividades.

Elaboramos dos versiones o temas de la evaluación que diferían entre ellas únicamente en los números. A continuación, en las Figuras 2.41, 2.42 y 2.43 presentamos una de ellas.

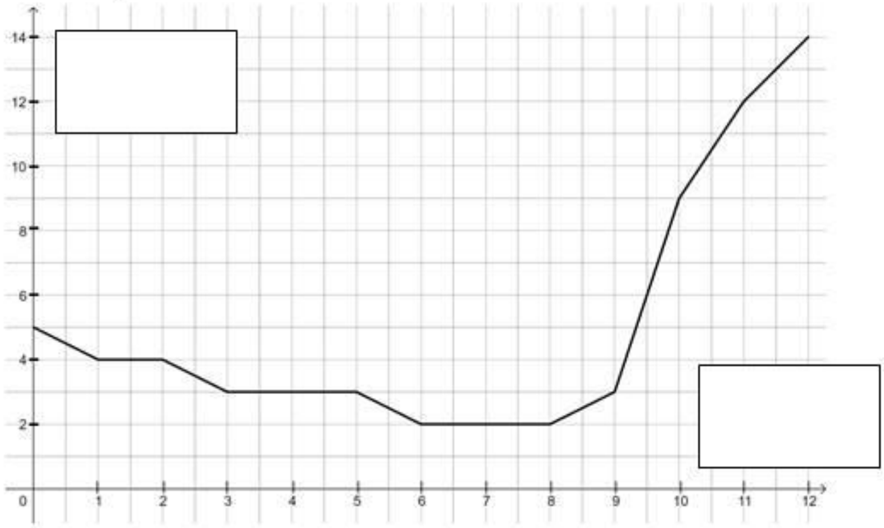
EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

Nombre y apellido ______________________________ Curso: 3° A Tema 1

Criterios de evaluación
- Justificar adecuadamente las respuestas.
- Interpretación correcta de las consignas presentadas demostrando capacidad para resolver situaciones problemáticas.
- Uso del lenguaje matemático incluyendo terminología y simbología adecuada a lo que se solicita.

Actividad 1

Un grupo de meteorólogos está haciendo un trabajo sobre la temperatura en Córdoba Capital durante las primeras 12 horas del día del domingo 3 de julio de 2022 (desde las 00:00hs hasta las 12:00hs del mediodía). Hicieron un gráfico en el cual fueron registrando los distintos cambios de temperatura (medida en grados Celsius: °C) que hubo en ese período de tiempo.



Respondé las siguientes preguntas:

a. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente? Completá en el gráfico los nombres de los ejes.

b. ¿Qué temperatura hizo a las 00:00hs?

c. ¿A qué hora se registró la mayor temperatura?

d. ¿Qué temperatura hizo entre la 01:00hs y las 02:00hs?

e. ¿Qué pasó con la temperatura entre las 05:00hs y las 06:00hs? ¿Y entre las 09:00hs y las 10:00hs?

f. ¿Qué temperatura hizo a las 09:30hs? ¿Y a las 07:30hs?

g. ¿En qué horarios se registraron 3°C?

h. Completá la siguiente tabla con los datos que te brinda el gráfico.

TIEMPO (en horas)	TEMPERATURA (en °C)
03:30	
11:00	
	6
	9
	14

Figura 2.41: Primera hoja de la evaluación - tema 1.

Actividad 2

Graficá la siguiente función en un plano cartesiano y decí cuál es la pendiente y la ordenada al origen.

$$y = -0{,}5\ x + 1$$

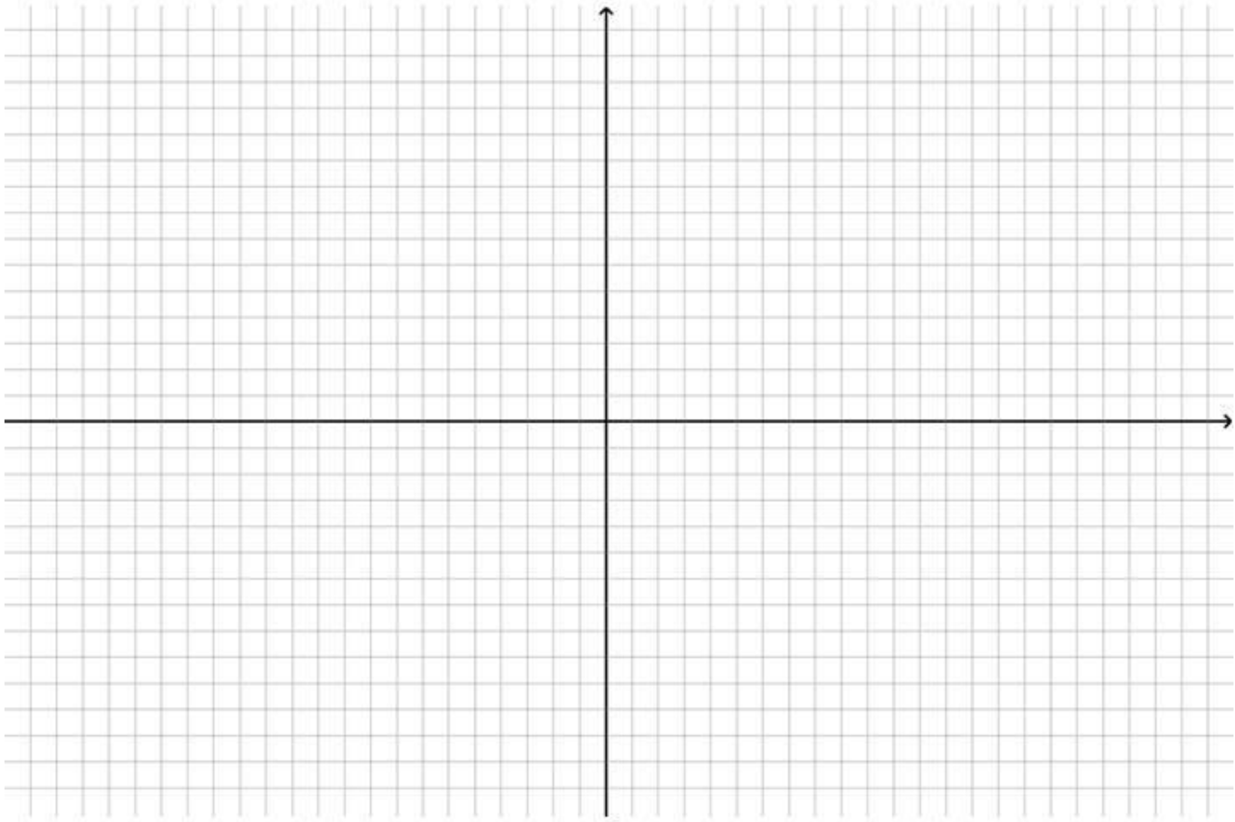


Figura 2.42: Segunda hoja de la evaluación - tema 1.

Actividad 3

Maxi trabaja como repartidor. Le pagan $500 fijo por día, y además por cada kilómetro que recorra ese día trabajando, le pagan $100.

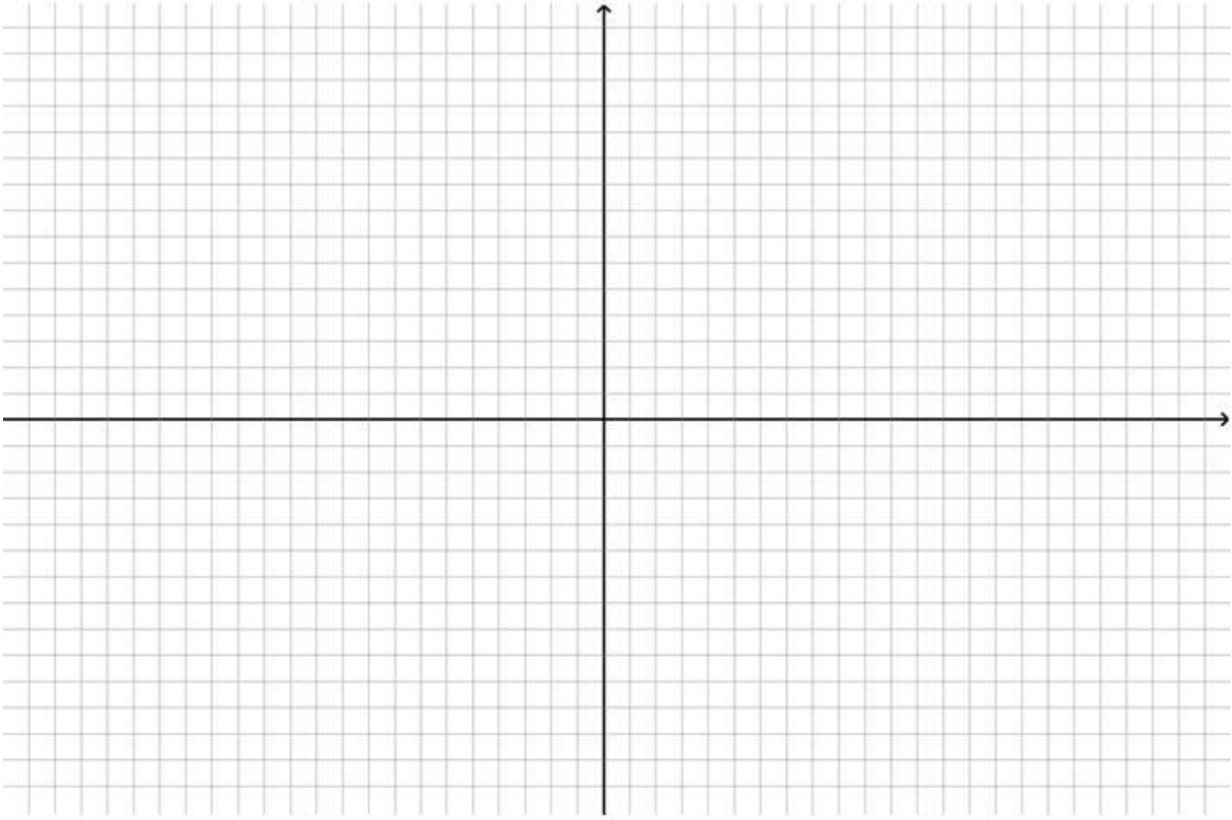
a. Si Maxi va a trabajar y recorre 3 kilómetros: ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si recorre sólo 2 kilómetros ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si un día recorre 0 kilómetros ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si un día recorre un solo kilómetro ¿cuánto le van a pagar ese día?

b. A partir de las respuestas del inciso a), elaborá una tabla con dichos datos.

c. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

d. Escribí una fórmula que permita saber, para cualquier cantidad de kilómetros recorridos, cuánto le pagarán en total a Maxi ese día. Explicá cómo llegaste a la fórmula.

e. Graficá la relación en un sistema de ejes cartesianos. Con un color marcá en que parte el gráfico tiene sentido para este problema.



f. ¿La relación es una función lineal? Justificá.

g. Si un día a Maxi le pagan 900 pesos: ¿cuántos kilómetros recorrió ese día? ¿Cómo hiciste para averiguarlo?

Figura 2.43: Tercera hoja de la evaluación - tema 1.

Antes de tomar las evaluaciones, elaboramos una grilla para posteriormente realizar la corrección más fácilmente y también con menos subjetividad. En esta detallamos cuántos puntos valía cada inciso de cada actividad, y también cuánto restaríamos por cada posible error que pudimos anticipar que los estudiantes cometerían. Dicha grilla (ver Figura 2.44) funcionó muy bien pues agilizó el proceso de corrección, y además no notamos ningún error que no hubiésemos previsto en la grilla.

ACTIVIDAD	PUNTAJE TOTAL	a	b	c	d	e	f	g	h
		0,75	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,5
1	3.5	-0: responde que la variable independiente es el tiempo (en horas) y que la dependiente es la temperatura (en °C)	-0: responde 5°	-0: responde 12hs.	-0: responde 4°	-0: responde entre las 5 y las 6 disminuyó, entre las 9 y las 10 aumentó. (Tambien se considerará correcto si escribe que a las 5 hacía 3 grados y luego 2)	-0: responde que a las 9:30 hizo 6° y a las 7:30 hizo 2°.	-0: responde que hizo 3° entre las 3 y las 5 y a las 9.	-0,1 por cada respuesta incorrecta
		-0,75: no responde o responde las dos mal	-0,25: no responde o responde incorrectamente.	-0,25: no responde o responde incorrectamente.	-0,25: no responde o responde incorrectamente.	-0,5: no responde o responde incorrectamente.	-0,5: no responde o responde incorrectamente.	-0.5: no responde o responde incorrectamente.	-0,05 si repite unidades
		-0,5: no clasifica o clasifica las dos mal (que diga que ambas son ind. o dep., que las ponga al revés, que incluya alguna variable que no nombró antes).				-0,25: responde que la temperatura cambió (sin especificar)	-0,25 responde solo una	-0,25: responde sólo una, o responde "a las 3, a las 5 y a las 9"	
		Cada variable vale 0,375 (bien nombrada y clasificada)				-0,25: responde sólo una.			
		-0,05: si escribe la unidad de medida en lugar de la variable (o al reves, o tambien si no completa el grafico)							

Figura 2.44: Grilla utilizada en la Actividad 1.

Las evaluaciones fueron tomadas el lunes 5 de septiembre en 3ro "E" y el miércoles 7 de septiembre en 3ro "A".

En 3ro "E" el día de la evaluación la clase de matemática estaba dividida, pues tenían 40 minutos de clase, luego otras materias y finalmente otros 40 minutos de matemática. De este modo, decidimos durante los primeros 40 minutos entregarles solo las Actividades 1 y 2 y al finalizar dicha hora cátedra los estudiantes tenían que entregar la resolución de estas actividades, no les sería devuelta luego para que continúen. En los últimos 40 minutos, los estudiantes tendrían que realizar únicamente la Actividad 3. Esta forma de hacer la evaluación es la que usaba la docente a cargo para tomar evaluaciones en este curso.

En general, consideramos que los estudiantes tuvieron un buen desempeño en la evaluación. Pueden verse a continuación en las Figuras 2.45 y 2.46 un gráfico en el cuál se detallan las notas (del 1 al 10) y la cantidad de estudiantes que obtuvieron dichas notas.

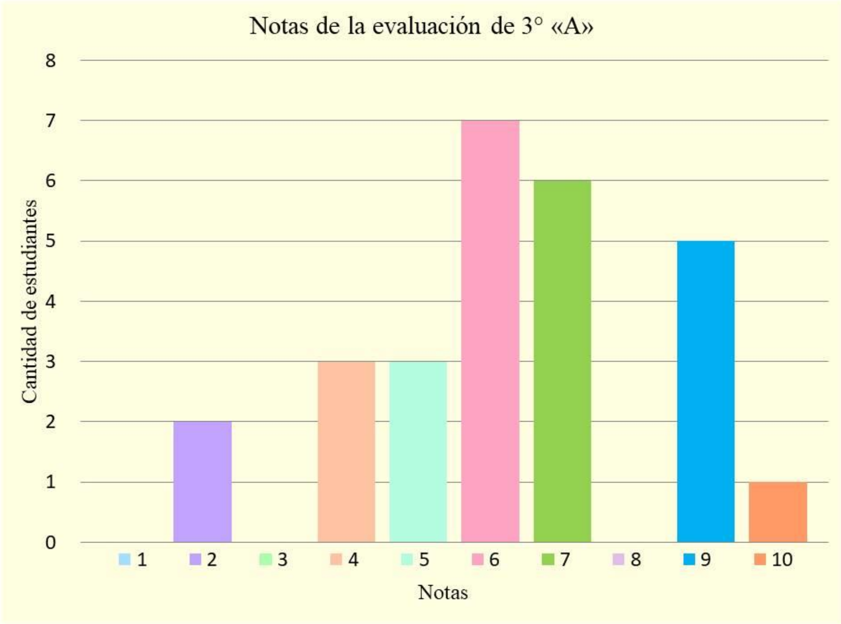


Figura 2.45: Notas de la evaluación sumativa de 3ro "A".

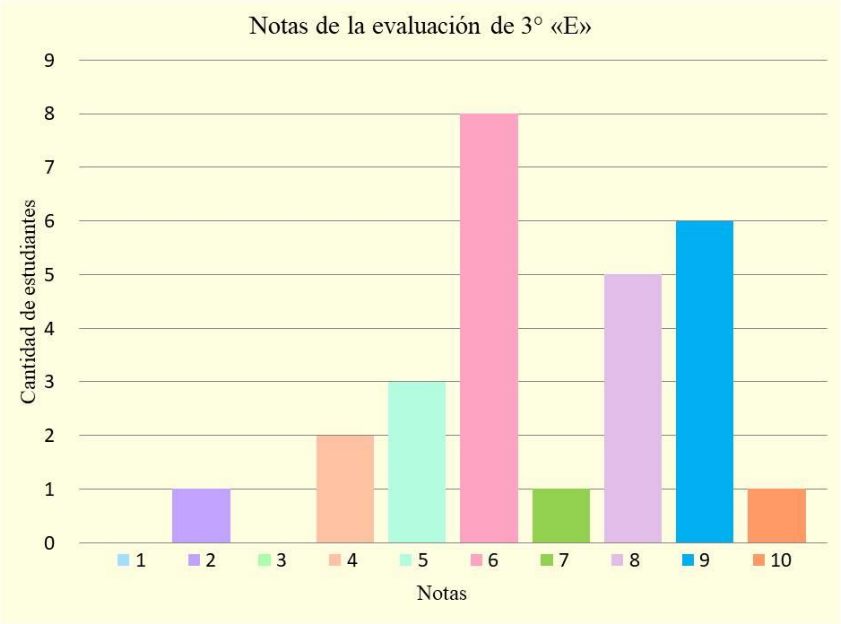


Figura 2.46: Notas de la evaluación sumativa de 3ro "E".

Volvió a hacerse evidente la dificultad de los estudiantes para graficar funciones lineales cuando no se presenta la fórmula en el contexto de un problema de semirrealidad. Esto puede notarse a continuación en las Figuras 2.47 y 2.48.

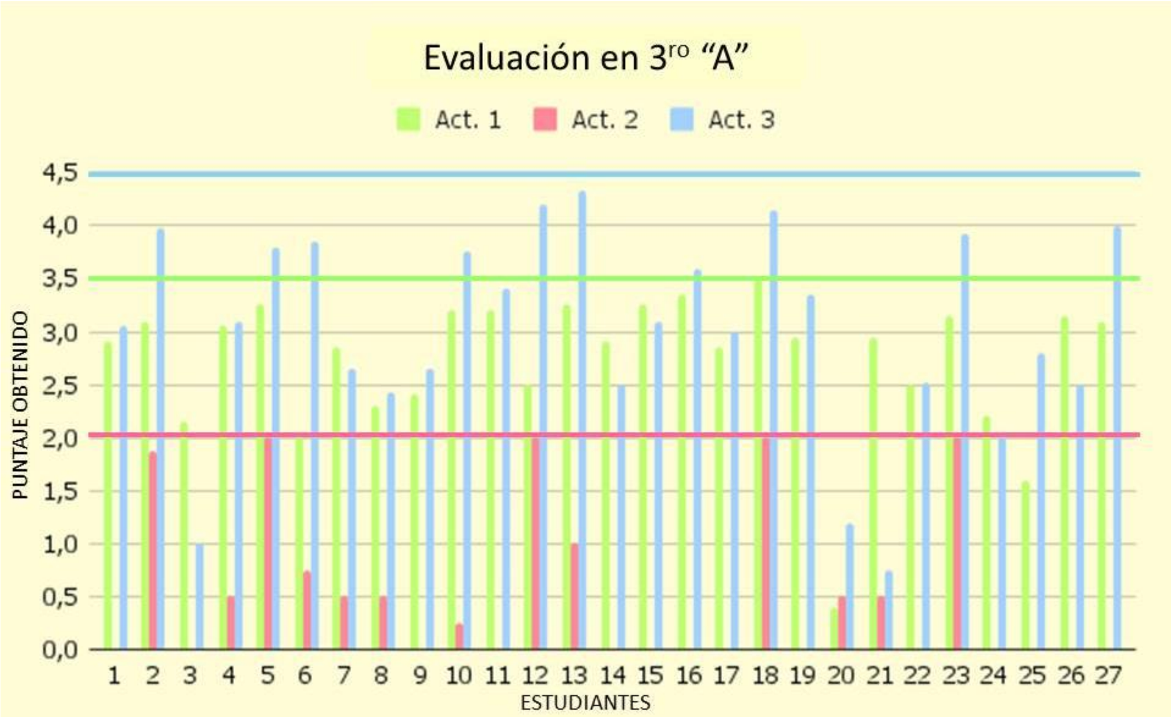


Figura 2.47: Puntajes obtenidos en cada actividad.

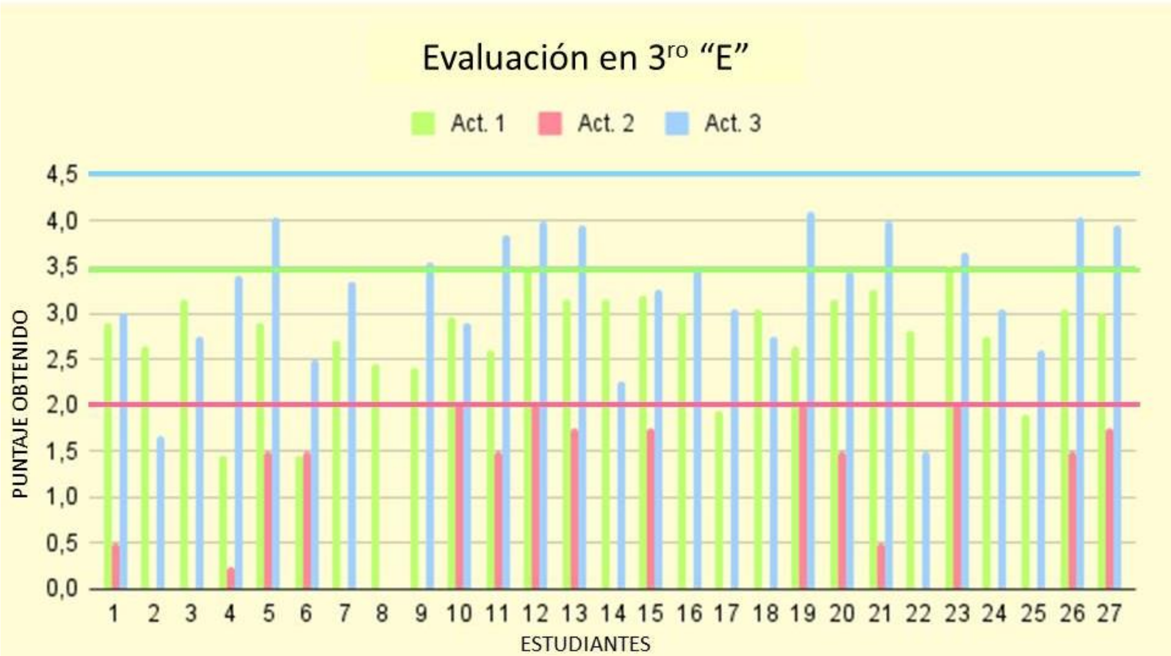


Figura 2.48: Puntajes obtenidos en cada actividad.

En los gráficos podemos observar el puntaje de cada estudiante (los números representan a cada alumno) obtenido en cada punto de la evaluación, y con líneas horizontales se exhibe el puntaje máximo posible de cada actividad. La primera actividad tenía un puntaje de 3,5, la segunda de 2 y la tercera de 4,5 puntos. Podemos notar claramente que la Actividad 2 es en la que los estudiantes tuvieron menor puntaje, muchos de ellos siquiera la realizaron. Sin embargo, todos los estudiantes pudieron hacer algo en las Actividades 1 y 3, obteniendo en general un buen porcentaje de puntos en las mismas, aunque pocos lograron obtener el puntaje completo.

Estamos muy contentos con el desempeño en general de los alumnos en la evaluación escrita. Logramos incluir en el examen actividades relacionadas a todo lo trabajado en clases, aun así creemos que medimos bien el tiempo necesario para realizar cada ejercicio, porque ningún estudiante expresó no haber resuelto algo por falta de tiempo. Además, comparando las notas obtenidas por los alumnos con el promedio que tenían en la primera etapa, notamos que hay muchos estudiantes que hasta entonces tenían una nota menor a 6 (el mínimo para aprobar) y ahora habían logrado aprobar. E incluso entre los alumnos que no lograron la nota mínima de aprobación en la evaluación, igual mejoraron en relación a la nota anterior que tenían.

2.5. Breves palabras finales sobre las prácticas

Empezamos las prácticas con muchísimos nervios. Sin embargo, a medida que pasaban las clases y empezamos a conocer más a los estudiantes, y a construir con ellos una relación más cercana, los nervios empezaron a desaparecer y la experiencia clase a clase empezó a hacerse más fácil.

Consideramos que la secuencia presentada nos permitió cumplir con muchos de los objetivos planteados para la práctica, en particular creemos que pudimos alejarnos un poco de las clases tradicionales y logramos presentar a los estudiantes durante este período actividades que les permitieran construir los conceptos a partir de su trabajo matemático. Sentimos además, que los estudiantes adoptaron con entusiasmo este tipo de clases, y se vieron motivados por participar en las discusiones, argumentar, pasar al pizarrón; y esto era parte de los objetivos planteados.

Realmente, además de una experiencia sumamente enriquecedora en nuestra formación como docentes, consideramos que fue una experiencia muy disfrutable y divertida aún con el arduo trabajo que significó.

Capítulo 3. Elección y análisis de una problemática en el marco de nuestras prácticas

3.1. Introducción a la problemática

La problemática que nos planteamos analizar a partir de nuestra experiencia de prácticas es: ¿Por qué graficar una función lineal a partir de su expresión algebraica, fuera del contexto de un problema, presentó más dificultades a los estudiantes de nuestras prácticas que graficar en el contexto de un problema?

Durante el transcurso de la residencia, y también luego de su finalización, reflexionamos sobre cada clase y sobre cada una de las actividades propuestas en la secuencia didáctica; analizando las dificultades que emergieron de los alumnos, identificando las que les resultaron sencillas, y también buscando potencialidades y defectos en pos de mejorar la propuesta de enseñanza, para que la secuencia planteada pueda ser repensada con el fin de volverse a utilizar en un futuro.

En este sentido, durante las últimas clases de la práctica, notamos que algunos estudiantes tenían dificultades a la hora de graficar, con esto nos referimos a hacer una *conversión* (Duval, 2006) de un registro algebraico a un registro gráfico en un plano cartesiano. Pudimos observar este problema a partir de las Actividades 11, 12 y 13. Es por esto que decidimos incluir a la secuencia la Actividad 17 (ver Figura 3.1), la cual consistió en graficar diversas funciones lineales, es decir presentando como dato sólo su expresión algebraica sin un contexto de referencia.

Actividad 17

Graficá las siguientes funciones lineales. Decir cuál es la pendiente y la ordenada al origen.

a. $y = -0{,}5x - 2$ b. $y = -0{,}25x + 3$ c. $y = 9x + 18$

d. $y = x$ e. $y = -x$

Figura 3.1: Actividad 17.

Sin embargo nos encontramos con que al momento de realizar dicha actividad, que a partir de ahora nombraremos como el *Ejercicio de Graficar*, incluso los estudiantes que antes habían podido graficar correctamente, ahora no sabían qué hacer, tal como si fuera la primera vez que se enfrentaban a la conversión de un registro algebraico a un registro gráfico.

3.2. Ejemplos que describen la problemática

Esta nueva dificultad a la hora de graficar fuera del contexto de un problema de semirrealidad se hizo más evidente durante la evaluación. En esta, se incorporaron dos actividades en las cuales había que graficar: La Actividad 2 (que llamaremos de ahora en más *Actividad de graficar sin contexto*) y el inciso e) de la Actividad 3 (que llamaremos *Actividad de graficar con contexto*).

Actividad 2
Graficá la siguiente función en un plano cartesiano y decí cuál es la pendiente y la ordenada al origen.

$$y = -0{,}5\,x + 1$$

Figura 3.2: Actividad de graficar sin contexto. Evaluación tema 1.

Actividad 2
Graficá la siguiente función en un plano cartesiano y decí cual es la pendiente y la ordenada al origen.

$$y = 0{,}5\,x - 1$$

Figura 3.3: Actividad de graficar sin contexto. Evaluación tema 2.

En la *Actividad de graficar sin contexto* (ver Figura 3.2 y 3.3) se solicita a los estudiantes pasar de un registro algebraico a uno gráfico. Para hacer esta conversión recomendamos a los estudiantes, durante las puestas en común en clases, primero convertir a un registro tabular (Macías Sánchez, 2014), aunque esta conversión no se sugiere ni se pide explícitamente en la consigna de la evaluación, sí fue trabajada en clases. Nos parece pertinente hacer notar que:

- En un caso la pendiente es positiva y en el otro negativa. La mayoría de las situaciones trabajadas en clase fueron funciones crecientes, es decir, con pendiente positiva.
- En un caso la ordenada al origen es positiva y en el otro negativa. En la mayoría de las situaciones trabajadas en clase, las funciones tenían ordenada al origen positiva.
- La expresión algebraica no está factorizada sino que está escrita en su forma $y = ax + b$, lo que facilita la identificación de pendiente y ordenada al origen.
- En ambos casos los números fueron elegidos para facilitar encontrar puntos próximos al origen (pendiente y ordenada al origen "pequeños"). La pendiente es

un racional no entero pero no es difícil calcular con él, esto se decidió pues sabíamos que algunos alumnos no contarían con calculadora.

Actividad 3
Maxi trabaja como repartidor. Le pagan $500 fijo por día, y además por cada kilómetro que recorra ese día trabajando, le pagan $100.

a. Si Maxi va a trabajar y recorre 3 kilómetros: ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si recorre sólo 2 kilómetros ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si un día recorre 0 kilómetros ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si un día recorre un solo kilómetro ¿cuánto le van a pagar ese día?

b. A partir de las respuestas del inciso a), elaborá una tabla con dichos datos.

c. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

d. Escribí una fórmula que permita saber, para cualquier cantidad de kilómetros recorridos, cuánto le pagarán en total a Maxi ese día. Explicá cómo llegaste a la fórmula.

e. Graficá la relación en un sistema de ejes cartesianos. Con un color marcá en que parte el gráfico tiene sentido para este problema.

Figura 3.4: Actividad de graficar con contexto. Evaluación tema 1.

Actividad 3
Maxi trabaja como repartidor. Le pagan $300 fijo por día, y además por cada kilómetro que recorra ese día trabajando, le pagan $200.

a. Si Maxi va a trabajar y recorre 3 kilómetros: ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si recorre sólo 2 kilómetros ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si un día recorre 0 kilómetros ¿cuánto le van a pagar ese día? Y si un día recorre un solo kilómetro ¿cuánto le van a pagar ese día?

b. A partir de las respuestas del inciso a), elaborá una tabla con dichos datos.

c. ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

d. Escribí una fórmula que permita saber, para cualquier cantidad de kilómetros recorridos, cuánto le pagarán en total a Maxi ese día. Explicá cómo llegaste a la fórmula.

e. Graficá la relación en un sistema de ejes cartesianos. Con un color marcá en que parte el gráfico tiene sentido para este problema.

Figura 3.5: Actividad de graficar con contexto. Evaluación tema 2.

En la *Actividad de graficar con contexto* (ver Figura 3.4 y 3.5) de la evaluación presentamos diversos ítems que recorren distintos registros: de la lengua natural (contextualización, enunciado del problema), el algebraico (ítem d), el tabular (ítem a) y finalmente el gráfico (ítem e). Podemos notar que en esta actividad la conversión entre registros está explícitamente demandada, a diferencia de la *Actividad de graficar sin contexto*.

Hubo, en ambos cursos, un porcentaje de entre 30% y 40% de alumnos que obtuvieron 0 puntos en la *Actividad de graficar sin contexto*, pero que pudieron hacer algo bien en la *Actividad de graficar con contexto*. Esto puede verse a continuación en la Figura 3.6. Para la realización del gráfico se contaron los alumnos que obtuvieron 0 puntos de los 1,5 en la *Actividad de graficar sin contexto* y que habían obtenido algún puntaje en la *Actividad de graficar con contexto.*

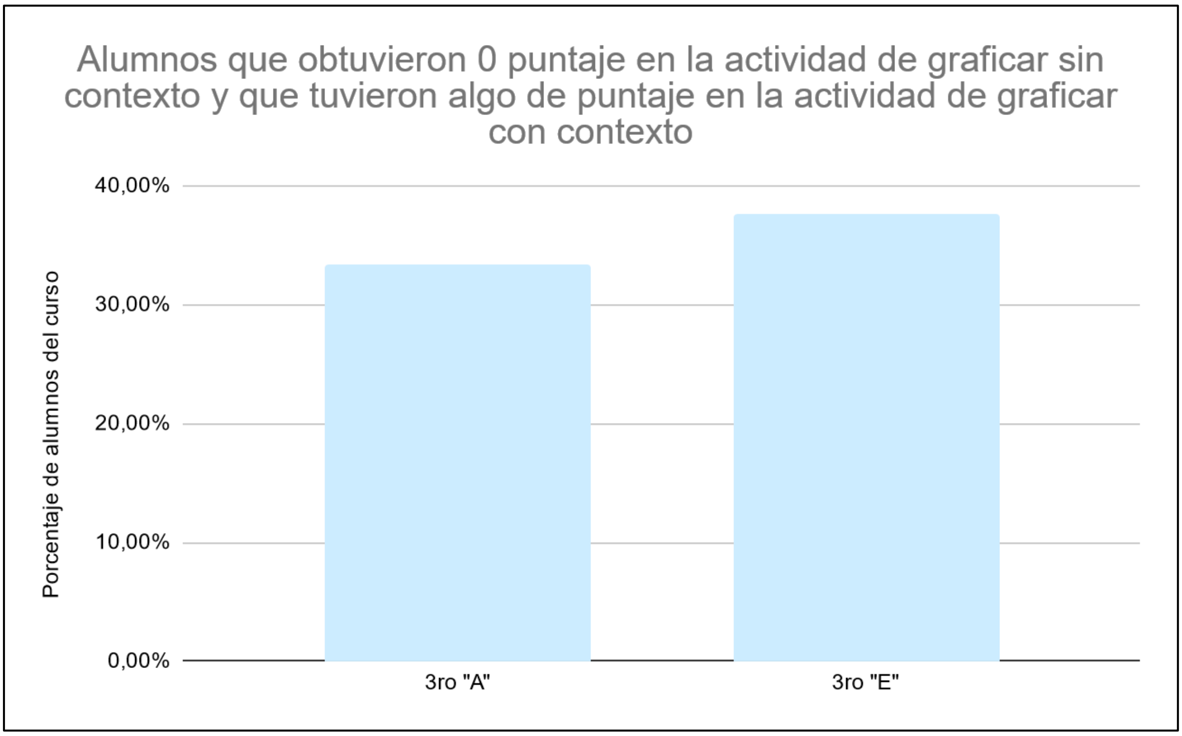


Figura 3.6: porcentaje de alumnos que tuvieron 0 puntaje en la Actividad de graficar sin contexto y que tuvieron algo de puntaje en la Actividad de graficar sin contexto.

Nos parece pertinente explicar que la *Actividad de graficar sin contexto* de la evaluación tenía un valor de 2 puntos, pero en ella se contemplaban 0,5 puntos que correspondían a identificar correctamente la pendiente y la ordenada al origen.

Mostraremos a continuación algunos ejemplos de producciones de tres estudiantes que presentaron dificultades en la *Actividad de graficar sin contexto*, pero realizaron un buen gráfico de la *Actividad de graficar con contexto*.

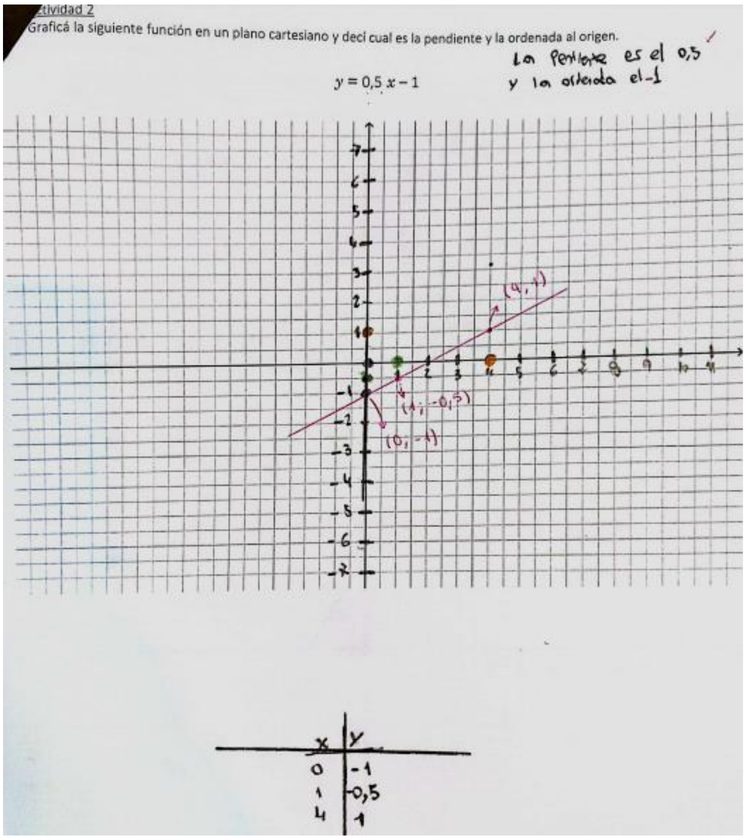


Figura 3.7: Producción de Estudiante 1.

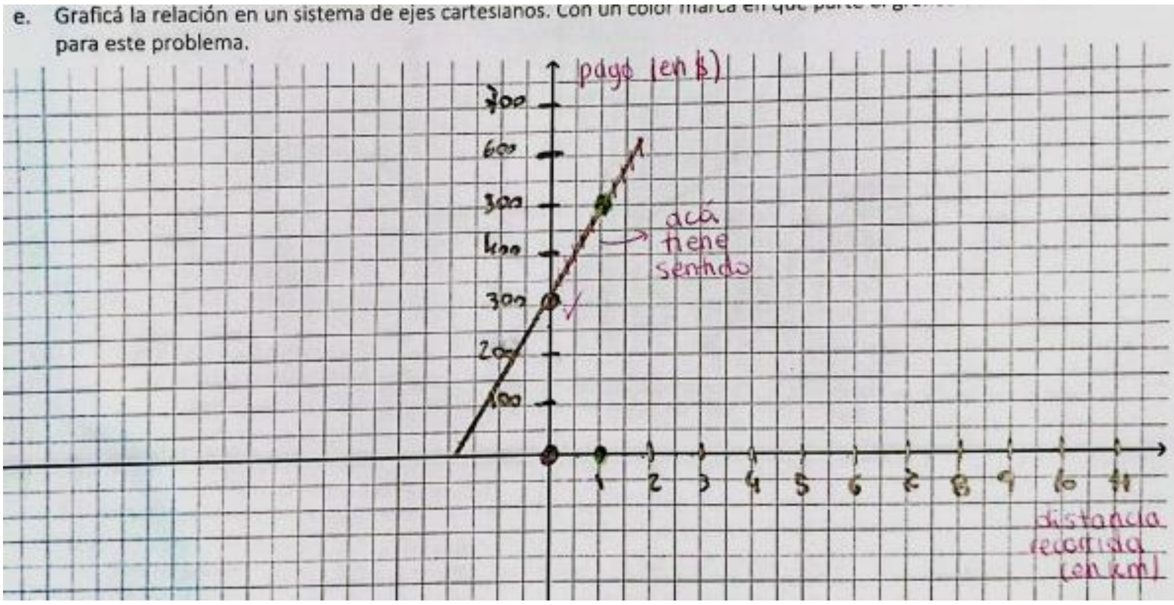


Figura 3.8: Producción de Estudiante 1.

En las Figuras 3.7 y 3.8 podemos ver la producción del Estudiante 1, en donde en la *Actividad de graficar sin contexto* reconoce correctamente la pendiente y la ordenada al origen, y realiza correctamente una conversión del registro algebraico a un registro tabular. Pero al graficar marca las coordenadas de los puntos, es decir, en lugar de marcar los puntos (0 ; -1), (1 ; -0,5) y (4 ; 1) a partir de los valores explicitados en su tabla, marca en el eje *x* el 0, el 1 y el 4, y en el eje *y* el -1, el -0,5 y el 1, por lo que no llega a obtener puntos alineados por los que pueda trazarse una recta. Sin embargo en la *Actividad de graficar con contexto* lo hace correctamente. Creemos que en este caso, el contexto de la segunda actividad, está cargando de significado los puntos que se marcan en el plano cartesiano; por ejemplo se marca el punto (0 ; 300) pues se entiende que en la situación presentada, eso significa que con 0 km recorridos, el repartidor cobrará \$300. Este sentido se pierde cuando el contexto no está presente, y se hace menos claro la relación entre las dos coordenadas del par ordenado.

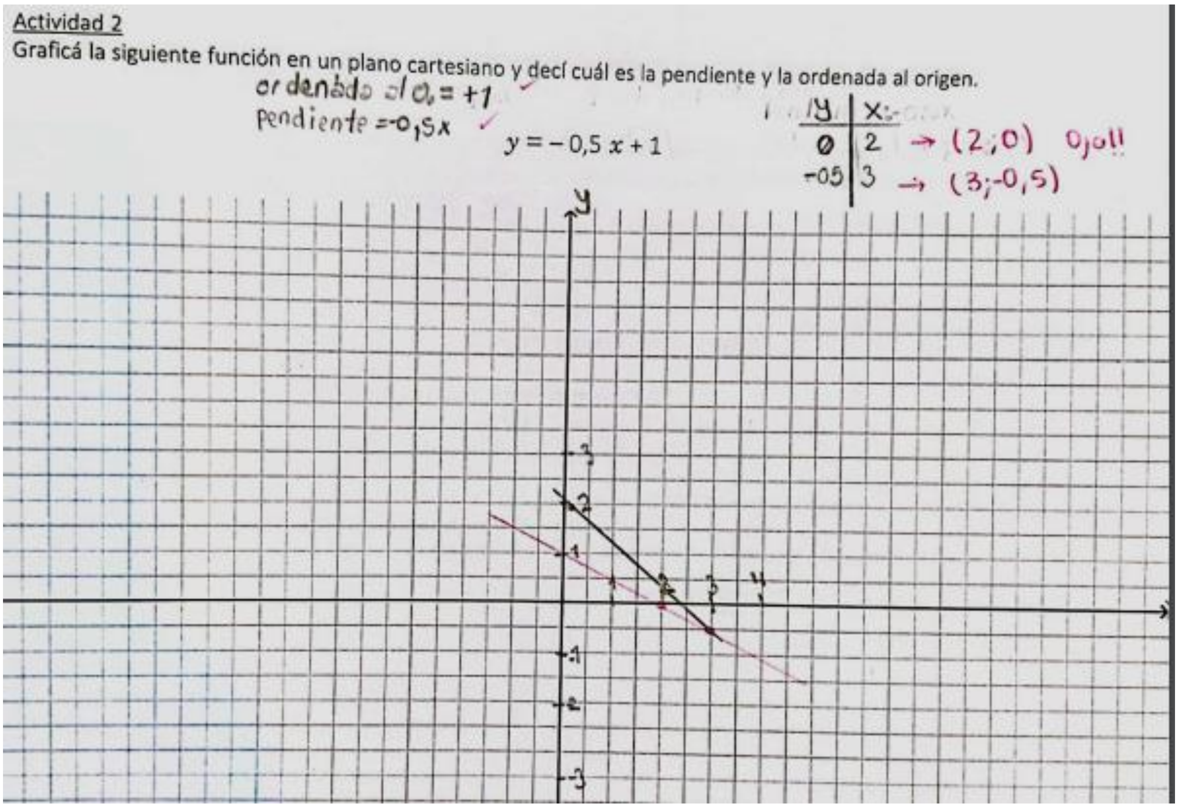


Figura 3.9: Producción de Estudiante 2.

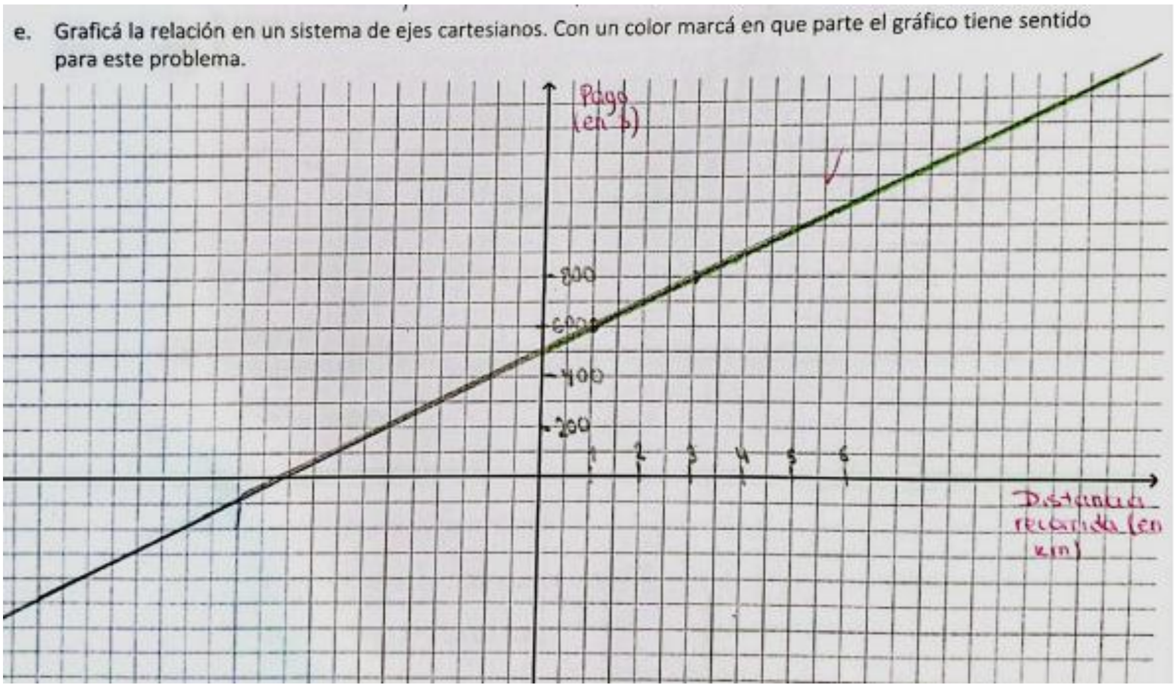


Figura 3.10: Producción de Estudiante 2.

En las Figuras 3.9 y 3.10 vemos que el Estudiante 2, al hacer la tabla en la *Actividad de graficar sin contexto* realiza primero la columna con los valores de *y* y luego los valores de *x*, por lo que al escribir las coordenadas, las escribe al revés, por lo tanto el gráfico obtenido no es correcto. Esto no ocurre en la *Actividad de graficar con contexto* en donde se ve que realiza un gráfico correcto e incluso marcando la parte con sentido en el contexto de este problema. Creemos que en este caso, el contexto le permite ver más claramente al estudiante qué variable depende de cuál, y al desaparecer el contexto también desaparecen las herramientas que tiene el estudiante para reconstruir esta dependencia.

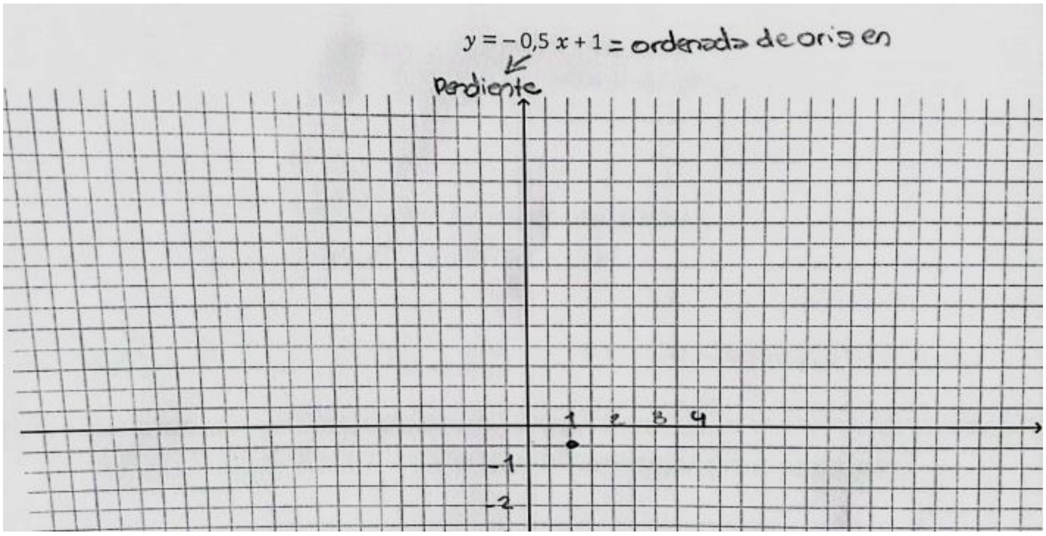


Figura 3.12: Producción de Estudiante 3.

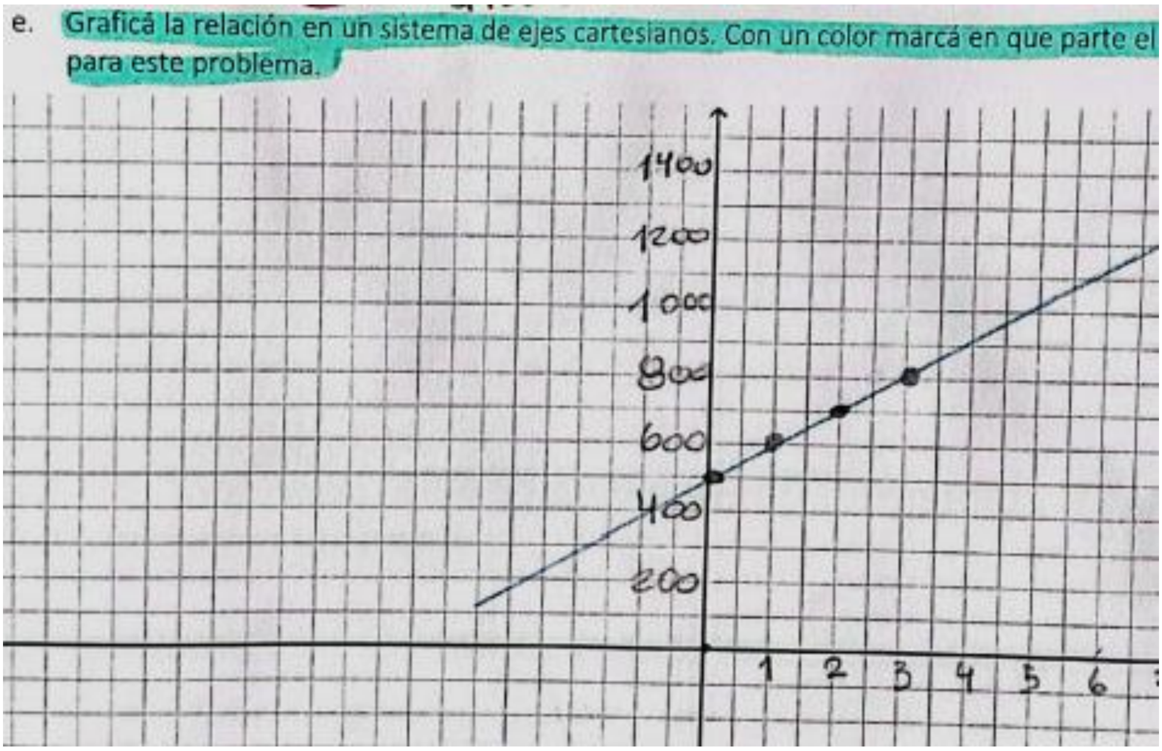


Figura 3.12: producción de Estudiante 3

Finalmente, en las Figuras 3.11 y 3.12 se ve la producción del Estudiante 3, quien en la *Actividad de graficar sin contexto* solamente hizo marcas en los ejes, es decir, comenzó a establecer una escala. Sin embargo, en la *Actividad de graficar con contexto* construyó perfectamente el gráfico solicitado. Creemos que en este caso, el contexto le aporta al Estudiante 3 todas las herramientas necesarias para graficar.

3.3. Una mirada teórica sobre la problemática

En la presente sección abordaremos la problemática planteada desde la perspectiva de diversos autores que aportan un marco teórico interesante para el análisis de la misma.

El primero de estos autores es Ole Skovsmose, quien a partir de diversas observaciones en clases de matemática propone una clasificación de las actividades: según el tipo de referencia y según la forma de organización de la actividad de los estudiantes. En cuanto al tipo de referencia reconoce tres posibilidades: matemática pura, semirrealidad y situaciones de la vida real. Por otro lado, plantea dos formas de organización de la actividad: paradigma del ejercicio (organización tradicional de las clases de matemática, se presentan actividades y no se pone en discusión por qué tendría relevancia realizarlas, además hay una única respuesta correcta) y escenario de investigación (tiene la potencialidad de promover el trabajo de indagación, se intenta resaltar el papel de los estudiantes como sujetos activos de su propio proceso de aprendizaje). Combinando los tres tipos de referencia y las dos formas de organización se definen seis ambientes de aprendizaje (ver Figura 3.13). El autor plantea esta clasificación pues piensa que moverse entre estos distintos ambientes de aprendizaje puede hacer surgir nuevos y valiosos recursos de enseñanza.

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemática pura	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 3.13: Ambientes de aprendizaje según Skovsmose.

Siguiendo esta caracterización, clasificamos las actividades correspondientes a función y función lineal de nuestra secuencia didáctica en la Tabla 3.1. Realizamos este primer análisis para tener un panorama general de las actividades propuestas y además, porque el autor expresa que "[...] las referencias también incluyen los motivos para la acción. En otras palabras, incluyen el contexto para ubicar un objetivo para la realización de una acción (llevada a cabo por los estudiantes en un salón de clase)" (Skovsmose, 2000, p.9). Es decir, la referencia de la actividad está fuertemente relacionada al contexto que la rodea, y que aporta a la construcción de significado matemático, y es por esto que el análisis nos parece relevante en el marco de la problemática planteada.

ACTIVIDAD[5]	TIPO DE REFERENCIA	FORMA DE ORGANIZACIÓN	AMBIENTE DE APRENDIZAJE
Experimento Estudio experimental de la relación entre el volumen y la altura del agua en un recipiente cilíndrico, con énfasis en el registro de datos.	Situaciones de la vida real	Escenario de investigación	6
Actividad 8[6] Problema en que los estudiantes debían encontrar la relación entre la cantidad	Semirrealidad	Escenario de investigación	4

[5] Cada una de estas actividades están detalladas en la sección 2.3.3 del Capítulo 2.
[6] Si bien esta actividad, junto con la Actividad 9, retoman una experiencia de la realidad, los datos están idealizados, por lo que consideramos que su tipo de referencia es de semirrealidad.

de agua agregada y la altura del agua en el recipiente (ordenada al origen 0).			
Actividad 9 Problema en que los estudiantes debían encontrar la relación entre la cantidad de agua agregada y la altura del agua en el recipiente (ordenada al origen distinto de 0).	Semirrealidad	Escenario de investigación	4
Actividad 10 Problema en el que en una máquina se introducen números, y salen otros y los estudiantes tienen que encontrar la relación.	Matemática pura	Escenario de investigación	2
Actividad 11 Problema en el que los estudiantes debían encontrar la relación entre el tiempo y la altura de una planta.	Semirrealidad	Escenario de investigación	4
Actividad 12 Problema en el que los estudiantes debían encontrar la relación entre la distancia recorrida en taxi y el precio a pagar.	Semirrealidad	Paradigma del ejercicio	3
Actividad 13 Problema en el que los estudiantes debían encontrar la relación entre la distancia a Córdoba de una persona, y el tiempo.	Semirrealidad	Paradigma del ejercicio	3
Actividad 16 Problema en el que los estudiantes debían encontrar la relación entre los minutos de llamada y el precio de la factura telefónica.	Semirrealidad	Paradigma del ejercicio	3

Ejercicio de Graficar	Matemática pura	Paradigma del ejercicio	1

Tabla 3.1: análisis de actividades según Skovsmose

Podemos notar a partir de la Tabla 3.1 que la mayoría de las actividades trabajadas se encuentran en la referencia de semirrealidad. Podemos notar que no nos movimos de la misma forma dentro de cada ambiente de aprendizaje, pues encontramos, por ejemplo, muchas actividades con referencia a la semirrealidad, sólo dos a la matemática pura, y solo una de ellas está dentro del paradigma del ejercicio. Entendemos entonces que posiblemente, el poco tránsito por algunos ambientes de aprendizaje, haya favorecido la emergencia de las dificultades que dieron origen a nuestra problemática.

Nuestra intención durante toda la práctica fue que los estudiantes pudieran construir el conocimiento a partir de su propio trabajo matemático. Pues en muchas ocasiones, la enseñanza de función lineal se restringe a la transmisión de su fórmula, ocasionando que muchas veces los estudiantes aplicarán, sin reconocer como característica de los procesos lineales, la variación constante[7] (Sadovsky, 2005). Para esto, propusimos actividades con un contexto que pensamos ayudaría a los estudiantes a construir los conceptos necesarios.

Al respecto del contexto en las actividades matemáticas, Sadovsky dice:

> [...] la contextualización en una situación que los alumnos pueden comprender independientemente del conocimiento del modelo matemático que puede describirla, y acerca de la cual pueden establecer algunas relaciones, contribuye a la construcción de ese modelo. (Sadovsky, 2005, p. 101)

La autora habla sobre situaciones contextualizadas, en este sentido, nosotros entendemos las actividades contextualizadas como aquellas en las que se presenta un conjunto de circunstancias que la rodean y que favorecen a su interpretación. Estas circunstancias, pueden ser referencias a la semirrealidad o también a la matemática pura. Por ejemplo, si se pide hallar la función lineal que relacione lo que va a cobrar al final del día un repartidor en función de la cantidad de pedidos que haga; el contexto ayuda a los estudiantes a poder reconstruir algunos conceptos; por ejemplo es claro que el pago

[7] Entendemos por reconocer la variación conteste a comprender que a igual variación en la variable independiente x, corresponde una igual variación en la variable dependiente y. Muchas veces, cuando se trabaja con función lineal, los estudiantes usan esta propiedad pero nunca se les dice que es una característica de este tipo de funciones.

depende de la cantidad de pedidos entregados, y esto colabora a determinar cuál es la variable dependiente y cuál la independiente. Lo mismo ocurre si la función que se pide encontrar es la que determina el perímetro de un cuadrado en relación a la medida de uno de sus lados, es claro que el perímetro depende de la medida del lado.

De esta forma podemos clasificar a todas las actividades como contextualizadas, a excepción del *Ejercicio de Graficar* (ver Figura 3.1), en la cual se presenta un registro algebraico lineal y se solicita su conversión a un registro gráfico.

Era la primera vez que los estudiantes tomaban funciones como objeto de estudio, sin embargo, al presentar las Actividades 8 y 9 (ver Figura 3.14) lograron escribir una fórmula que relacionaba las variables *Cantidad de agua agregada (en cm*^{3}*)* y *Altura del agua en el recipiente (en cm)* y además completar la tabla con la idea de variación constante sin tener herramientas teóricas al respecto.

Actividad 8

Alumnos de otro curso realizaron el mismo experimento y llegaron a la siguiente tabla, pero olvidaron registrar algunos datos y está incompleta.

CANTIDAD DE AGUA AGREGADA (en cm^3)	ALTURA DEL AGUA EN EL RECIPIENTE (en cm)
0	0
10	2,5
20	5
30	
60	
65	
	20

a. Completá la tabla.
b. ¿Si agrego 10cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
c. ¿Si agrego 5cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
d. ¿Si agrego 1cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
e. ¿Si agrego 7cc más de agua, cuánto va a variar la altura del agua en el recipiente?
f. Encontrá una fórmula para calcular la altura del agua en el recipiente si agregas cualquier cantidad de agua.

Actividad 9

Los mismos alumnos realizaron otra vez el experimento. A diferencia de la vez anterior, esta vez antes de que ellos agreguen agua al recipiente, la altura de agua en el recipiente ya era de 2 cm. Obtuvieron la siguiente tabla, pero también olvidaron de registrar algunos datos:

CANTIDAD DE AGUA AGREGADA (en cm^3)	ALTURA DEL AGUA EN EL RECIPIENTE (en cm)
0	2
10	4,5
20	7
40	
60	
65	
	22

a. Completá la tabla.

Considerá ahora que la altura del agua en el recipiente es de 2 cm:
b. Si agrego 10cc más de agua, ¿cuál va a ser la altura del agua en el recipiente?
c. Si agrego 5cc más de agua, ¿cuál va a ser la altura del agua en el recipiente?
d. Si agrego 1cc más de agua, ¿cuál va a ser la altura del agua en el recipiente?
e. Encontrá una fórmula para calcular la altura del agua en el recipiente si agregas cualquier cantidad de agua.

Figura 3.14: Actividades 8 y 9.

Creemos que el hecho de que los estudiantes lograran esto se debe en gran medida a que el contexto aportó muchas herramientas. En particular, el experimento al que hace referencia la actividad había sido realizado en clases la semana anterior (con otros valores, y además con errores propios del proceso de medición), y pensamos que el anclaje a esta experiencia práctica colaboró a que los estudiantes adquieran intuición en relación a la variación constante, si bien los estudiantes no vieron un patrón numérico, pudieron observar concretamente que al agregar 1 vaso de agua la variación de altura era la misma siempre. Esto permitió que pudieran completar la tabla y a partir de la misma encontrar una expresión algebraica que represente la relación. Este es un ejemplo de lo que buscábamos, en el sentido que plantea Sadovsky sobre el aporte del contexto, con esta secuencia de actividades.

Una autora que nos parece interesante retomar es Virginie Houle, quien en su publicación “Estudio de condiciones didácticas favorables a la descontextualización de los conocimientos matemáticos” (2016) aporta un marco teórico valioso para el presente análisis. En dicha publicación, Houle retoma la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998) y al respecto dice: “En la TSD se definen dos procesos de enseñanza: la devolución de una situación a-didáctica[8] (contextualización) y la institucionalización de los conocimientos (descontextualización)” (Houle, 2016, p.4, traducción realizada por la cátedra de MyPE). Además, la autora expresa que el papel del profesor es no sólo plantear la situación a-didáctica a los estudiantes y hacer que acepte la responsabilidad de encontrarle una solución al problema; sino también de institucionalizar el saber, es decir que comprendan que lo aprendido no es útil solamente en la situación local original, sino también en otros contextos (Houle, 2016). En la situación de nuestras prácticas pueden identificarse estos dos procesos: los estudiantes mencionados en la sección 3.2. “Ejemplos que describen la problemática”, lograron producir un gráfico de una función en el contexto de un problema, pero sin embargo el proceso de institucionalización llevado a cabo en clase, no alcanzó para que los estudiantes puedan descontextualizar y reinvertir sus conocimientos para resolver las tareas de aplicación directa sin un contexto de referencia que los ayude a reinterpretar los elementos matemáticos que debían poner en juego.

En relación a esto, Patricia Sadovsky, a pesar de plantear que el contexto ayuda a los estudiantes a construir conocimiento con el cual todavía no han trabajado, expresa que también “oculta” la necesidad de matematizar dichos conocimientos (Sadovsky, 2005). Para explicar esta idea, la autora propone como ejemplo la introducción de los números racionales presentándose como herramienta para medir. Sin embargo, los números racionales no alcanzan en la teoría para describir los procesos de medición (por ejemplo al medir la longitud de una circunferencia de radio 1 necesitamos el número π). De esta manera, la referencia al contexto ofrece algo (una primera idea de la necesidad de los números racionales para medir, por ejemplo para medir la altura) pero también inevitablemente oculta algo. Podría pensarse, entonces, en relación a nuestras prácticas,

[8] En la TSD la situación a-didáctica modeliza la relación de un estudiante con un medio con el que interactúa y que es, a su vez, factor de desequilibrios al retroalimentar las anticipaciones realizadas por el sujeto. A su vez, forma parte de la situación didáctica en tanto constituye aquello con lo que el docente interactúa. En tal sentido, una característica central de la situación a-didáctica es que el estudiante actúa de un modo relativamente autónomo, en tanto supone una interacción guiada por la necesidad de construir nuevos equilibrios y no por cumplir con las expectativas del maestro.

que el contexto provisto por el experimento y la tabla completada en la Actividad 8 favoreció un primer entendimiento del concepto de variación constante, de función lineal y de sus características (entre ellas, que el gráfico es una recta en el sistema de ejes cartesianos). Sin embargo "ocultó" por ejemplo que las rectas son infinitas, encontrándonos con gráficos construidos sólo en el primer cuadrante (ver Figura 3.15), pues durante el trabajo contextualizado se hizo hincapié en que sólo una parte del gráfico tenía sentido en la situación planteada. Si bien la actividad está corregida y la recta ha sido completada, podemos notar que el estudiante sólo trazó la recta en el cuadrante I.

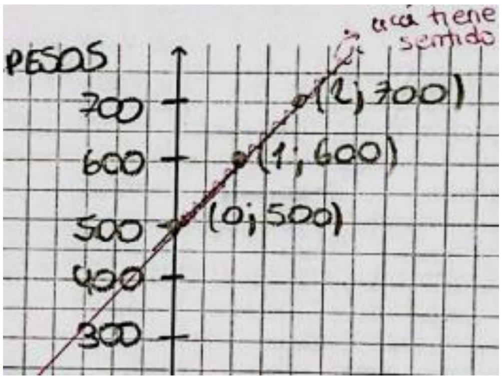


Figura 3.15: Producción de un estudiante.

Creemos que es posible que los estudiantes hayan asociado tan fuertemente la idea de función lineal a una relación entre dos variables (de la vida real, pues casi siempre trabajamos con situaciones de semirrealidad) en la cual la variación es constante; que les fue muy difícil asociar la idea de función lineal con un tipo de expresión algebraica, que es lo único que les fue ofrecido en la *Actividad de graficar sin contexto* de la evaluación y en el *Ejercicio de Graficar*.

Por otra parte Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1993) es una autora que trabaja sobre la enseñanza en "cursos flojos" (cursos de alumnos con pobres resultados académicos, los cuales se integran mayormente por estudiantes que provienen de un medio sociocultural desfavorecido) y estudia cómo influye en el aprendizaje la contextualización y descontextualización de los conocimientos. La autora plantea que la institucionalización del conocimiento debería darse a lo largo de todo el proceso de enseñanza y no solo al final del proceso y expresa al respecto:

> Si al cabo de una fase de búsqueda, no hay institucionalización, los alumnos sólo retienen el contexto y una parte de la acción sin reflexión sobre ésta, pero en cuanto hay institucionalización, hay riesgo de implementar una

> regla que va a ser utilizada sin referencia al sentido. Estamos entonces ante la necesidad de desestabilizar estas reglas tan pronto como se instalen, lo que puede destruir entonces toda posibilidad de referencia a la situación en la construcción de la noción a la que se apuntaba en esa situación. (Perrin-Glorian, 1993, p.14).

Respecto a esto, y en términos de la autora, una de las "reglas" que pedíamos implementar a los estudiantes era pintar con un color la porción del gráfico que tenía sentido en las actividades de semirrealidad. Al trabajar con el *Ejercicio de Graficar* (ver Figura 3.1), algunos estudiantes marcaban la parte "con sentido" en un problema descontextualizado. Esto podría encontrar una explicación en el hecho de que si bien trabajamos con que una parte del gráfico tenía sentido en el contexto trabajado, y otra no; no "desestabilizamos" esa regla a tiempo en un proceso de institucionalización y entonces se constituyó, para esos estudiantes, como una regla.

Cuando presentamos el *Ejercicio de Graficar* a los estudiantes, lo recibieron como una actividad completamente nueva, manifestando no entender la consigna o no saber qué hacer. No identificaron que ya habían graficado funciones lineales (o no identificaron que lo que tenían que graficar ahora, también eran funciones lineales). En relación a esto, Perrin-Glorian plantea:

> Además, y esto está ligado sin duda a la ausencia de una primera descontextualización en el curso mismo de la acción, no hay, para ciertos alumnos, puestas en relación, "enganchar" con lo anterior para reforzarlo o cuestionarlo. Inversamente, el hecho de no confrontar las experiencias nuevas con los conocimientos anteriores contribuye a su vez a la ausencia de representación mental de nivel intermedio y al estancamiento de los registros. Las experiencias parecen yuxtaponerse sin que en estos alumnos haya interacción entre lo antiguo y lo nuevo. Cada experiencia es nueva, o más exactamente, sólo es reconocido el contexto. (Perrin-Glorian, 1993, p.8).

Consideramos entonces que algo que contribuyó a que los estudiantes no puedan relacionar el *Ejercicio de Graficar* con lo hecho hasta el momento fue justamente la falta de descontextualización mientras los estudiantes graficaban en las actividades de semirrealidad. Más aún, cada problema de semirrealidad fue presentado a los alumnos como algo nuevo y haciendo hincapié en las diferencias (marcadas por el contexto) con el anterior, pero en la línea de pensamiento de la autora, creemos que hubiera sido valioso algún momento de reflexión sobre las similitudes entre todas las actividades correspondientes al eje de función y función lineal que propusimos, posiblemente esto hubiera aportado a descontextualizar la producción de gráficos. Por ejemplo, al igual que hicimos con las Actividades 8 y 9 (ver Capítulo 2), podríamos haber realizado diferentes afiches en donde se visualizaran los registros correspondientes a cada actividad, que siempre eran los mismos: registro de lengua natural, registro algebraico, registro tabular y registro gráfico; y podríamos haber analizado con los estudiantes cómo fue que, en cada caso, logramos convertir el registro algebraico en el registro gráfico, y de esta manera institucionalizar el conocimiento.

3.4. Conclusiones

Houle plantea tres condiciones didácticas que favorecen al proceso de descontextualización:

- Proceder a fases de institucionalización a lo largo de la enseñanza.
- Promover la abstracción de regularidades matemáticas.
- Presentar una variedad de situaciones matemáticas.

Hemos abordado durante el análisis de la problemática, las condiciones 1 y 3; y no hemos abordado la 2 porque consideramos que durante nuestras prácticas sí promovimos la abstracción de regularidades matemáticas. De hecho es lo que se hizo con las Actividades 8 y 9: presentamos afiches que visualizaron cada registro (gráfico, tabular y algebraico) con el fin de encontrar similitudes y diferencias entre ambas actividades, y de esta forma dar una definición y características de la función lineal.

Respecto a la primera condición, creemos que no hubo suficientes fases de institucionalización intermedias. Pensamos que podríamos haber incorporado en aquellas actividades contextualizadas (Actividades 10, 11, 12, 13, 16) ítems que refieran a la teoría, como por ejemplo preguntar cuál es la pendiente y la ordenada al origen en las fórmulas a las que llegaban; así como también momentos de la clase dedicados a revisar el trabajo ya hecho y compararlo con el trabajo por hacer, para encontrar similitudes y de esta manera favorecer la descontextualización.

En relación a la última condición, si bien trabajamos con diversas actividades, a partir del análisis propuesto por Skovsmose (ver Tabla 3.1) notamos que la mayoría de las actividades trabajadas están en el ambiente 3. Si bien, en un principio fue intencional incluir muchas actividades de este tipo, pues uno de nuestros objetivos era que los estudiantes reconozcan la función lineal en diversas situaciones problemáticas, el autor plantea que es importante moverse por todos los ambientes de aprendizaje (Skovsmose, 2000) y en nuestro caso incorporamos sólo una actividad de tipo 1 (el *Ejercicio de Graficar*, ver Figura 3.1). Creemos que esta falta de actividades con referencia a la matemática pura, dificultó el proceso de descontextualización.

También en relación a la última condición, creemos que hubiera sido valioso presentar actividades con más variedad en relación al trabajo para hacer con la expresión algebraica. Siempre se trabajó con conversiones del registro de la lengua natural al registro tabular, y luego al registro algebraico, para finalmente solicitar una conversión al registro gráfico. Hubiera sido interesante proponer otro tipo de tareas, con el fin de favorecer el proceso de descontextualización, por ejemplo hacer una conversión de un registro algebraico a un registro de la lengua natural; que al mismo tiempo podría verse como que los estudiantes tengan que dotar de contexto a una expresión algebraica.

Pensamos que el análisis realizado nos provee de valiosas herramientas para nuestro futuro ejercicio de la profesión docente, en donde podremos hacer cambios a la secuencia de enseñanza atendiendo a que se lleven a cabo con éxito los procesos de contextualización y descontextualización.

Reflexiones finales

Luego de un arduo trabajo tanto en la etapa previa como en la propia práctica, consideramos que la secuencia planificada nos permitió cumplir con muchos de los objetivos planteados. Uno de los que consideramos más importantes era que los estudiantes construyan el conocimiento a partir de su propio trabajo autónomo en el aula, con el profesor como guía para propiciar discusiones colectivas en la que se revise lo hecho y se concluyan resultados matemáticas. Creemos que pudimos acercarnos a ese tipo de experiencias. Además los estudiantes adoptaron muy bien esta propuesta de trabajo y siempre se mostraron entusiasmados y predispuestos a participar en las discusiones, argumentar, pasar al pizarrón, etc. Todo esto contribuyó a que, además de ser una experiencia enriquecedora en cuanto a nuestra formación como futuros docentes, las clases fueron agradables y las disfrutamos.

En cuanto a los contenidos trabajados en las prácticas, notamos mayor facilidad de los estudiantes respecto a plano cartesiano e interpretación de gráficos. Esto se vio reflejado en que durante esta etapa de la residencia ocurrieron menos situaciones no contempladas en el guión conjetural, en comparación al periodo en el cual se desarrolló el tercer eje. En este sentido creemos que el guión conjetural fue un formato de planificación que nos permitió tener una guía y estar tranquilos durante las primeras clases, que fueron los momentos de mayor nerviosismo.

Estamos muy contentos con el trabajo de los estudiantes, no sólo por lo mencionado anteriormente en cuanto a la participación en clase, sino también por su desempeño en la evaluación, pues notamos una mejora entre las notas anteriores y la obtenida en la prueba. Además, los alumnos que no lograron la nota mínima de aprobación en la evaluación, igual mejoraron en relación con la nota anterior que tenían.

A partir de la experiencia de prácticas, definimos una problemática. Este análisis nos permitió revisar la secuencia didáctica propuesta para buscar mejorarla y en un futuro, si quisiéramos utilizarla, proponer más actividades que favorezcan la descontextualización del contenido a trabajar. Por último creemos que llevar a cabo este análisis nos provee de una primera pequeña experiencia de investigación y consideramos que es muy valiosa para nuestro desarrollo como futuros profesionales.

Referencias

Bombini, G., & Labeur, P. (2013). Escritura en la formación docente: los géneros de la práctica. *Enunciación*.

Brousseau, G. (2015). *Fundamentos y métodos de la didática.* (D. Fregona, & M. Aguilar, Trads.) Córdoba, Argentina.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La gaceta de la RSME*.

Gvirtz, S., & Palamidessi, M. (1998). *El ABC de la tarea docente: curriculum y enseñanza* (Primera ed.). Buenos Aires: Aique Grupo Editor S.A.

Houle, V. (2016). Étude de conditions didactiques favorables à la décontextualisation des connaissances mathématiques. *Canadian Journal of Education*.

Macías Sánchez, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. *Revista de investigación educativa Conect@2*.

Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba (2011). *Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2015.* Disponible en: https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/LISTO%20PDF/TOMO%202%20Ciclo%20Basico%20de%20la%20Educacion%20Secundaria%20web%208-2-11.pdf

Oxford Languages. (sf.). *Oxford Languages and Google*. Obtenido de https://languages.oup.com/

Perrin-Glorian, M.-J. (2014). *Cuestionamientos de funcionamiento de los docentes en el colegio secundario: lo que nos enseña el estudio de "cursos flojos".* (D. Fregona, & M. Aguilar, Trads.) Córdoba, Argentina.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos* . Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista Ema*.

Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Trabajo Final de Prácticas de *Metodología y Práctica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.