

# EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVI JORNADAS

VOLUMEN 12 (2006)

José Ahumada  
Marzio Pantalone  
Víctor Rodríguez  
Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



# Sobre los aparatos de medición en la teoría cuántica

*Leonardo Vanni\* y Roberto Laura†*

## Introducción

Bohr y Heisenberg asignaron un papel preponderante a los aparatos de medición en la teoría cuántica. Así fue surgiendo la idea de que la mecánica cuántica se ocupaba de describir los resultados obtenidos por los aparatos de medición, por ejemplo de las manchas en una placa fotográfica o de las trazas en una cámara de niebla, y no se ocupaba, o se ocupaba sólo indirectamente, de la realidad del mundo microscópico que producía estos fenómenos.

La crítica de Einstein a la interpretación de Copenhague se basaba en que para él la física debía ser “un intento conceptual de captar la realidad como es, en forma independiente de cómo es observada”<sup>1</sup>. Hubo entonces una tendencia a tratar de interpretar a la mecánica cuántica como una descripción de una realidad microscópica independiente del observador y de sus aparatos de medición. Es de destacar, en este sentido, que la mayoría de los libros de texto de las últimas décadas casi no hacen referencia a los dispositivos experimentales que realizan las mediciones.

Según W.M. de Muynck<sup>2</sup> “en mecánica cuántica la actitud de los físicos en la interpretación de la teoría”... “es a menudo una mezcla de influencias empiristas y realistas, donde por un lado hay un declarado rechazo a la “metafísica”, y por otro lado se considera probada la existencia real de exóticas partículas porque pueden ser usadas para la explicación de algún proceso de scattering”.

El importante papel que debe asignarse a los procesos de medición ha sido señalado más recientemente por varios autores, entre los que cabe mencionar a L. E. Ballentine<sup>3</sup>, en un texto que tiene la rara virtud de dedicar un capítulo al tema de las mediciones cuánticas, y también por A. Peres<sup>4</sup> y W.M. de Muynck<sup>5</sup>. También es interesante notar que en las aplicaciones a la computación cuántica deben considerarse mediciones generalizadas, en las que los resultados corresponden a diferentes registros de un aparato y no directamente a valores de un observable del sistema<sup>6</sup>.

Nos proponemos en este trabajo, a través de la discusión del conocido experimento de la doble ranura, discutir el papel particular que juega el proceso de medición en la teoría cuántica.

## Los aparatos de medición en la experiencia de la doble ranura

En este conocido experimento, que es presentado en varios textos de mecánica cuántica<sup>7 8</sup>, analizaremos ahora la influencia de los aparatos de medición.

Consideremos una fuente de electrones, que se preparan de modo de incidir sobre una pantalla opaca que tiene dos ranuras verticales. A cierta distancia de la pantalla se coloca una

\* Instituto de Astronomía y Física del Espacio (UBA – CONICET)

† Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (Universidad Nacional de Rosario) Instituto de Física Rosario (CONICET – UNR)

*Epistemología e Historia de la Ciencia*, Volumen 12 (2006)

placa fotográfica para registrar la llegada de los electrones. El dispositivo experimental se muestra esquemáticamente en la figura 1A.

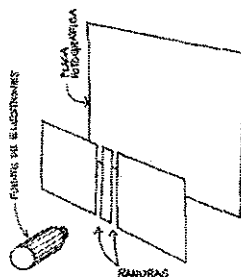


Figura 1A

Consideremos en primer lugar lo que registra la placa fotográfica cuando la ranura de la derecha está tapada. La imagen se forma gradualmente, por acumulación de pequeñas manchas en la placa, cuya distribución tiene el aspecto que indica la figura 1B.

Cuando es la ranura izquierda la que está cubierta, la placa fotográfica registra la imagen que se representa en la figura 1C.

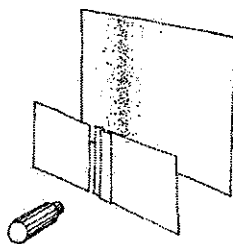


Figura 1B

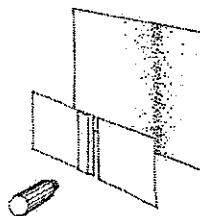


Figura 1C

Este resultado es compatible con una interpretación de los electrones como partículas, es decir como pequeños objetos localizados que se mueven en el espacio. Según esta interpretación, algunos de estos objetos pasan por la ranura, que eventualmente los desvía de su trayectoria inicial, y posteriormente impactan en la película fotográfica, que registra su presencia con pequeñas manchas.

Sin embargo, esta interpretación no es compatible con lo que se obtiene cuando los electrones inciden sobre una pantalla que tiene las dos ranuras abiertas. Si la interpretación de partícula fuese válida, cada electrón debería pasar por una de las dos ranuras, y entonces el ennegrecimiento registrado en la placa fotográfica como consecuencia del impacto de muchos electrones debería ser la acumulación de las manchas que se producen con cada una de las dos ranuras abiertas por separado.

Sin embargo, el ennegrecimiento registrado es el que se indica en la figura 1D. Aparecen figuras de interferencia, que parecieran corresponder a una interpretación del electrón como onda. Estas interferencias nos recuerdan la superposición de las perturbaciones que se propagan en la superficie de una laguna cuando caen simultáneamente dos piedras. Pero la analogía no es completa: las franjas en la placa fotográfica se forman por la acumulación de pequeñas manchas, cada una de ellas debida al registro localizado de un electrón en la placa fotográfica.

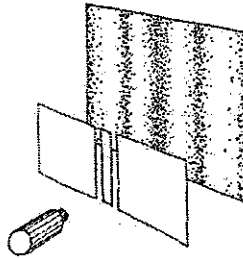


Figura 1D

Que la distribución de manchas que se obtiene con ambas ranuras abiertas no sea la suma de las dos distribuciones con sólo una ranura abierta, pone en cuestión la posibilidad de atribuir al mundo microscópico propiedades que damos como evidentes en el mundo macroscópico. Así por ejemplo, con las dos ranuras abiertas, parece no tener sentido preguntarse por cuál de ellas pasa cada electrón. Si tuviera sentido decir que cada electrón pasa por una de las ranuras, su comportamiento no debería depender de que la otra ranura estuviera abierta o cerrada, y entonces la distribución de manchas con ambas ranuras abiertas debería ser la acumulación de las dos distribuciones con una sola ranura abierta. Pero esto no sucede, y la distribución que se obtiene es la que tiene las franjas de interferencias que se representan en la figura 1D

Estos resultados muestran que no es posible la descripción del electrón en el marco teórico de la mecánica clásica, como un objeto localizado con posición y velocidad. Tampoco es posible describirlo desde una teoría clásica de campos, como la acústica o el electromagnetismo.

La teoría cuántica asocia con el estado del electrón una función de onda, cuyo módulo al cuadrado representa la probabilidad de encontrar al electrón en distintos lugares del espacio.

Cuando la ranura izquierda está abierta y la derecha cerrada, la correspondiente función de onda es  $\phi_1(\vec{r})$ , representada esquemáticamente en la figura 2A. Los máximos con línea llena, y los mínimos con línea de puntos, son arcos de circunferencia con centro en la ranura izquierda. La amplitud de esta función de onda decrece para valores de  $\vec{r}$  que se alejan de la ranura, y también decrece para direcciones que se apartan de la inicial de los electrones incidentes. La probabilidad de que los electrones sean registrados en distintos puntos de la placa fotográfica es el módulo al cuadrado de la función de onda, es decir  $P_1(\vec{r}) = |\phi_1(\vec{r})|^2$

Cuando la ranura derecha está abierta y la izquierda está cerrada, la función de onda asociada al electrón es  $\varphi_2(\vec{r})$ , ahora con máximos y mínimos que son circunferencias con centro en la ranura derecha, como se indica esquemáticamente en la figura 2B. En este caso, la probabilidad de registrar el electrón es  $P_2(\vec{r}) = |\varphi_2(\vec{r})|^2$ .



Figura 2A.  $\varphi_1(\vec{r})$

Figura 2B.  $\varphi_2(\vec{r})$

Figura 2C.  $\varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r})$

Si ambas ranuras están abiertas, la función de onda asociada es la suma de las dos funciones de onda para cada ranura abierta. Habrá regiones del espacio donde se superpone un máximo de una función de onda con un mínimo de la otra, como se indica esquemáticamente en la figura 2C, y en esas regiones la función de onda resultante se anulará, produciendo franjas de interferencia. La correspondiente probabilidad de encontrar al electrón es el módulo al cuadrado de esa suma, es decir

$$P_{12}(\vec{r}) = |\varphi_1(\vec{r}) + \varphi_2(\vec{r})|^2 = |\varphi_1(\vec{r})|^2 + |\varphi_2(\vec{r})|^2 + 2\text{Re} \varphi_1(\vec{r})^* \varphi_2(\vec{r})$$

La expresión anterior para la probabilidad con ambas ranuras abiertas no es la suma de las probabilidades con una sola ranura abierta ( $P_{12}(\vec{r}) \neq P_1(\vec{r}) + P_2(\vec{r})$ ), y reproduce la distribución de probabilidades con interferencias que efectivamente registra la placa fotográfica.

La descripción cuántica del experimento se hizo hasta aquí considerando como sistema cuántico al electrón, representado por su función de onda. En esa descripción, no hemos incluido a la película fotográfica como sistema cuántico en interacción con los electrones. Esto se puede hacer considerando también como parte del sistema cuántico a los átomos de la película fotográfica, con la correspondiente interacción con los electrones incidentes. La interacción produce la excitación o ionización de átomos de la película, lo que funciona como catalizador de una reacción química, que producirá posteriormente las pequeñas manchas que registra la foto. Esta modelización permite predecir que la probabilidad de excitación, y por lo tanto de ennegrecimiento de la placa, es una función creciente del módulo al cuadrado de la función de onda del electrón incidente sobre la placa. El ennegrecimiento de la película "copia" el valor del módulo cuadrado de la función de onda del electrón. Es por eso que fue posible hacer una descripción cuántica del electrón sin ocuparnos de hacer al mismo tiempo una descripción cuántica del aparato.

El relato anterior puede haber dado la impresión equivocada de que el papel de la placa fotográfica, y en general de los aparatos usados para medir un sistema cuántico, es secundario. Sin embargo, esto no es así. R. Feynman describe lo que sucede si se realiza el experimento con ambas ranuras abiertas, pero ahora colocando cerca de ellas un detector capaz de reconocer por cuál ranura pasa cada electrón<sup>7</sup>.

Se encuentra experimentalmente que los electrones que son detectados pasando por la ranura izquierda se distribuyen con probabilidad  $P_1(\vec{r}) = |\varphi_1(\vec{r})|^2$ , y los que son detectados pasando por la ranura derecha se distribuyen según  $P_2(\vec{r}) = |\varphi_2(\vec{r})|^2$ . Una placa fotográfica registrará ahora la suma de las distribuciones de cada ranura: ¡la presencia del detector hace desaparecer la interferencia!

Para describir teóricamente este fenómeno es imprescindible considerar al sistema cuántico electrón-detector, y eso es lo que haremos a continuación. Además de la variable continua  $\vec{r} = (x, y, z)$ , asociada al electrón, consideraremos también una variable discreta  $d$ , asociada al detector, que puede tomar solo tres valores: 0 si no se registra el paso de un electrón, 1 si se registra al electrón pasando por la ranura izquierda, y 2 si se lo registra pasando por la ranura derecha. La función de onda del sistema compuesto electrón-detector debe depender de las dos variables  $\vec{r}$  y  $d$ .

Se define entonces una función de onda  $\varphi(\vec{r}, d, t)$  cuyo módulo al cuadrado es la probabilidad de encontrar al electrón en  $\vec{r}$  y al detector en  $d$ , al tiempo  $t$ .

La probabilidad de encontrar cualquier  $\vec{r}$  y cualquier  $d$  debe ser uno, y entonces resulta

$$\int d^3r \sum_d |\varphi(\vec{r}, d, t)|^2 = 1$$

Hemos incorporado el tiempo  $t$  en la descripción, ya que se trata de un proceso dinámico en el cual el registro del detector se produce con anterioridad a que el electrón produzca una mancha en la placa fotográfica. La dinámica de la función de onda está gobernada por la ecuación de Schrödinger, cuya forma depende explícitamente de la interacción electrón-detector.

Consideremos que para el tiempo  $t=0$  el detector no registra el paso de un electrón por ninguna de las dos ranuras, y que la probabilidad de encontrar el electrón es distinta de cero en una pequeña región situada entre las ranuras y el detector. Supongamos entonces que la función de onda inicial para el sistema compuesto electrón-detector es

$$\varphi(\vec{r}, d, t=0) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1(\vec{r}, t=0) + \varphi_2(\vec{r}, t=0)) & \text{si } d=0 \\ 0 & \text{si } d=1 \\ 0 & \text{si } d=2. \end{cases}$$

(1)

donde las dos funciones  $\varphi_1(\bar{r}, t=0)$  y  $\varphi_2(\bar{r}, t=0)$  son diferentes de cero en pequeñas regiones separadas del espacio, vecinas a las ranuras izquierda y derecha respectivamente, y corresponden a las funciones de onda iniciales para cuando sólo una ranura está abierta.

Se puede resolver la ecuación de Schrödinger para la evolución del sistema electrón-detector, y se obtiene

$$\varphi(\bar{r}, d, t=T) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{cases} 0 & \text{si } d = 0 \\ \varphi_1(\bar{r}, t=T) & \text{si } d = 1 \\ \varphi_2(\bar{r}, t=T) & \text{si } d = 2 \end{cases} \quad (2)$$

Si la energía del electrón es mucho mayor que la necesaria para activar el detector, es una buena aproximación considerar que las funciones  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  al tiempo  $T$  se obtienen de las correspondientes funciones al tiempo  $t$  a partir de la evolución que produce la ecuación de Schrödinger para el electrón libre de interacciones<sup>9</sup>.

En el caso en que los electrones tienen una energía mucho mayor que la necesaria para activar el detector que está próximo a las ranuras, nuestra intuición del mundo clásico nos hace esperar que la evolución del estado del electrón resulte independiente de la presencia del detector. En otras palabras, esperaríamos que el rol del detector fuera solo "observar" a los electrones sin modificarlos. Sin embargo, como ya dijimos, se verifica experimentalmente que su presencia modifica significativamente la distribución de manchas en la placa fotográfica.

Esto también se puede verificar analizando la ecuación (2), que es la función de onda para el sistema compuesto electrón-detector, evaluada en un tiempo  $T$  posterior a la interacción. Se obtiene la siguiente expresión para la probabilidad de encontrar al electrón en  $\bar{r}$  y de que el detector registre su paso por la ranura izquierda

$$P(\bar{r}, d=1) = \frac{1}{2} |\varphi_1(\bar{r}, t=T)|^2.$$

La probabilidad para el electrón en  $\bar{r}$  junto con un registro en la ranura derecha es

$$P(\bar{r}, d=2) = \frac{1}{2} |\varphi_2(\bar{r}, t=T)|^2.$$

La probabilidad de encontrar el electrón en  $\bar{r}$ , sin importar cual es el registro del detector, resulta entonces

$$P(\bar{r}) = \frac{1}{2} (|\varphi_1(\bar{r}, t=T)|^2 + |\varphi_2(\bar{r}, t=T)|^2)$$

Es esta última distribución de probabilidad, sin términos de interferencia, la que será registrada por la película fotográfica.

## Discusión

Con una sola ranura abierta, las pequeñas manchas que se producen en la película fotográfica son compatibles con una interpretación del electrón como partícula, es decir como un pequeño objeto localizado viajando por el espacio.

Cuando hay dos ranuras abiertas, la figura que registra la película fotográfica tiene franjas de interferencia, que parecen ser compatibles con una interpretación ondulatoria del electrón. Sin embargo, se puede verificar que las figuras de interferencia en la película fotográfica se producen por acumulación de pequeñas manchas, como si fuesen producidas por el impacto de pequeños objetos.

Pero aún con la evidencia del registro localizado de manchas en la película fotográfica, la interpretación del electrón como objeto localizado no puede hacerse sin entrar en contradicciones: si cada electrón fuese un pequeño objeto que pasa por una de las dos ranuras, su movimiento posterior no debería depender de que la otra ranura esté abierta o cerrada, pero entonces la acumulación de manchas no produciría figuras de interferencia.

La pregunta de por cuál ranura pasa cada electrón tiene respuesta sólo realizando el experimento para detectarlo. Un detector colocado muy cerca de las ranuras se activará indicando por cuál ranura pasa el electrón, pero en ese caso la película fotográfica registrará una figura que corresponde a superponer, sin interferencias, los registros de cada ranura por separado.

Hay un aspecto muy importante para destacar en una medición: los estados del sistema a medir y del aparato son estadísticamente independientes antes de su interacción, pero no lo son después de la medición. Esto se puede verificar en las ecuaciones (1) y (2), que representan la función de onda del sistema electrón-detector, antes y después de su interacción. En el primer caso la función de onda se puede escribir como el producto de una función de la variable  $\bar{F}$  por otra función de la variable  $d$ , lo que lleva a que las probabilidades del compuesto sean el producto de una probabilidad para  $\bar{F}$  y de otra para  $d$ . Esta descomposición no es posible para la función de estado posterior a la interacción, que es la dada en la ecuación (2). Después de una medición, sistema y aparato de medición ya no son estadísticamente independientes.

Todos estos resultados experimentales y teóricos ponen en cuestión la propia identidad de ese hipotético objeto que hemos llamado electrón. Los resultados de los distintos experimentos se resisten a ser compaginados como distintas perspectivas de algún objeto autónomo, con características independientes del diseño experimental que intenta registrarlo.

El uso del formalismo de la mecánica cuántica para describir la interacción entre los aparatos de medición y el sistema a medir, no sólo puede proveer una descripción correcta de los resultados experimentales, sino que permite avanzar en la comprensión del carácter particular que posee el proceso de medición en esta teoría.

## Agradecimientos.

Este trabajo fue financiado por la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (BID 1201/OC-AR - PICT N° 04-17687). Los autores quieren agradecer especialmente a Mario Castagnino, Andrea Costa, Graciela Domenech y Olimpia Lombardi por las discusiones que ayudaron a dar forma a este trabajo.



---

## Notas

- <sup>1</sup> A. Einstein, *Notas Autobiográficas*, Alianza Editorial, S. A., Buenos Aires (1984)
- <sup>2</sup> W. M. de Muynck, *Measurement and the interpretation of quantum mechanics and relativity theory*, *Synthese* **102**, 293-318 (1995)
- <sup>3</sup> L. E. Ballentine, *Quantum Mechanics*, Prentice Hall (1990)
- <sup>4</sup> A. Peres, *Quantum Theory: Concepts and Methods*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1993)
- <sup>5</sup> W. M. de Muynck, *Foundations of Quantum Mechanics, an Empiristic Approach*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (2002)
- <sup>6</sup> M.A. Nielsen, I L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge University Press (2000)
- <sup>7</sup> R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman lectures on physics*, Addison-Wesley Publishing Company (1963)
- <sup>8</sup> R. Feynman, *The character of physical law*, The MIT Press, (1967)
- <sup>9</sup> W. H. Zurek, *Phys. Rev D*, **24**, 1516 (1981)