Titulo: FUNCIÓN EXPONENCIAL. PROCESO DE MODELIZACION MATEMÁTICA
Autores: Vera Natalia , Villagra Constanza.
Profesoras de MOPE: Esteley Cristina, Delgado Piñol Érika, Villarreal Mónica, Viola Fernanda.
Carrera: Profesorado en Matemática.
Fecha: Diciembre 2012.

Clasificación:

97 Mathematical Education

Palabras Claves:

Proceso de Modelización Matemática
Simulación
Función Exponencial
Experiencia
Graphmatica
Ajuste de curva
Representación gráfica

Resumen:

El presente informe habla sobre las practicas docentes llevadas a cabo por las autoras en el curso 5to año de una institución privada. El tema trabajado en dichas prácticas fue Función Exponencial. Para abordar dicho tema se trabajó con Proceso de Modelización Matemática. En el trayecto del informe se describe la planificación de las clases en torno al tema mencionado, que incluye objetivos, contenidos y actividades a desarrollar, las evaluaciones y sus respectivos resultados, y por último el análisis de un problema desde un punto de vista teórico.

ÍNDICE:

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo pretende dar cuenta de las actividades llevadas a cabo durante nuestra práctica profesional, cuya realización se requiere como instancia obligatoria para la finalización de la carrera de Profesorado en Matemática. Dicha práctica tuvo lugar en un curso de 5to año, específicamente en la sección "A" correspondiente a la orientación en Ciencias Naturales, integrado por 20 alumnas. La misma se realizó los días lunes (de 8: 50 hs a 10:30 hs y de 12:05 hs a 12:45 hs) y viernes (de 12:50 hs a 14:15 hs) durante el período comprendido entre el 6 de agosto hasta el 10 de septiembre del corriente año. En este punto, cabe señalar que previamente se procedió a observar al grupo desde el 25 de mayo hasta el 18 de junio del 2012 en los horarios mencionados con anterioridad y que corresponden a los módulos de matemática. Por otra parte, el día 3 de agosto se realizó una observación de jornada completa.

Particularmente en lo atinente a la institución seleccionada para la realización de la práctica profesional, podemos decir en primer lugar que la misma está ubicada en el centro de la ciudad de Córdoba Capital, en la calle Rivera Indarte. Es una institución pública y de gestión privada, a la que asisten solo mujeres. Posee 3 niveles de enseñanza: inicial, primario y secundario.

En cuanto a su infraestructura edilicia, cuenta con 3 pisos dispuestos con vista a un patio interno. En planta baja se encuentran la cantina, el jardín de infantes, la capilla, la fotocopiadora, el despacho de la directora y las oficinas correspondientes a las actividades administrativas. En el primer piso, se localiza la sala de profesores, la cual es amplia y espaciosa lo que les permite disponer de una larga y ancha mesa, haciendo posible el uso simultáneo de la misma por parte de todos los docentes; además se encuentran la dirección de primario, la oficina de la vicedirectora, el gimnasio, la biblioteca y la sala de lectura. En el segundo piso, se distribuyen 2 gabinetes de computación, uno que cuenta con 20 computadoras del cual hace uso el nivel Primario y otro con solo 6 computadoras correspondiente al nivel Secundario, además se encuentran la Preceptoría del Ciclo Básico, el laboratorio de Química y la sala de Biología. Por último, en el tercer piso encontramos la sala de Música, la sala de Plástica y la Preceptoría del Ciclo de Especialización. Cabe destacar que las aulas están distribuidas entre el 1er, 2do y 3er piso, contando en total, incluidos todos los niveles, con 28 aulas. Varias de estas aulas tienen ventanas que dan a la calle lo que los hace muy ruidosos si se abren las ventanas.

En cuanto al nivel secundario, los horarios de cursado son por la mañana con algunos contra turnos. El Ciclo de Especialización cuenta con dos orientaciones: Ciencias Naturales y Ciencias Sociales y Humanidades

Por otra parte, un hecho a destacar, es que la institución logra mantener una gran limpieza general, tanto dentro de los cursos como en los pasillos y el patio, lo cual es posible gracias a las encargadas de la limpieza como así también a la colaboración de todos los integrantes de la institución.

En la Figura N° 1 se puede observar el patio interno de la institución.

Figura N° 1: patio interno del colegio.

Por otra parte, en cuanto a las características del aula, podemos decir que era amplia, lo cual permitía una distribución espaciada de los bancos; estos no eran fijos, y sus sillas estaban separadas de las mesas. Las alumnas estaban dispuestas en tres filas dobles con espacio suficiente para permitir la circulación de la docente. Además contaba con amplios ventanales que permitían una buena iluminación, un televisor, un reproductor de video, y un armario donde las alumnas podían guardar sus materiales.

En lo que respecta al trabajo áulico, podemos decir que fue realizado en forma simultánea y colaborativa, dividendo previamente a cada clase, las tareas a realizar por cada una de nosotras[1]. En el periodo de observación, el material de trabajo utilizado era una guía teórica-practica elaborada por la profesora. Debido a que la misma era entregada impresa y contenía información detallada, la docente hacia poco uso del pizarrón. En general cedía el mismo a las alumnas para la resolución de ejercicios o la toma de notas.

Por otra parte tenían acceso a los gabinetes de computación para lo cual debían reservar con anterioridad; las computadoras estaban bien equipadas y todas tenían acceso a internet. Durante el desarrollo de nuestras observaciones no se hizo uso de los mismos.

En cuanto a la relación docente-alumno puede decirse que era buena e interactiva, tanto del docente hacia el alumno como viceversa; si bien la docente tomaba el mando de la clase, teniendo un rol de guía muy fuerte, dejaba lugar a las alumnas para su libre opinión y participación. No existían tiempos especificados para el desarrollo de distintas actividades sino que la mayoría de las clases se desarrollaba en torno a la guía, haciéndose un seguimiento lineal de la misma.

Si bien se trataba de un curso desordenado y “charlatán” la profesora lograba llevar un ritmo de clase adecuado, por lo que no era necesario llamarles la atención de manera seguida para que se concentraran.

[1] Las actividades de cada clase las dividimos según la seguridad de cada una de nosotras ante ellas. Por ello, en todas las clases, el mando de las mismas estaba dividido según quien llevara a cabo la actividad.

Con respecto a la modalidad de trabajo en otras asignaturas, como pudimos observar en Geografía, Música e Ingles, el material de trabajo en el caso de Geografía consistía también en un apunte elaborado por la docente y algunas fotocopias extras, mientras que en Ingles era un libro de texto. En las 3 asignaturas las docentes hicieron uso del pizarrón, destacando que en el caso de Ingles también se cedió a las alumnas el uso del mismo. No observamos el uso de otros recursos tecnológicos. La relación e interacción docente-alumno era en general igual de buena con cada una de las distintas profesoras.

A continuación presentamos el análisis de la planificación de toda la práctica y la puesta en aula, y posteriormente planteamos el análisis de un problema desde un punto de vista teórico.

PLANIFICACIÓN

LA PLANIFICACIÓN ANUAL DE LA PROFESORA:

El programa anual de la profesora se dividía en:

- Competencias fundamentales;
- Dos ejes I y II subdivididos en unidades: el eje I incluye cuatro unidades y el eje II dos unidades;
- Bibliografía para el alumno;
- Bibliografía de consulta;
- Criterios de evaluación.

Las competencias fundamentales establecidas por la profesora fueron**:**

- Usar adecuadamente el lenguaje oral, gráfico, escrito y simbólico utilizando el vocabulario matemático para expresar ideas, comunicar conceptos y explicar procedimientos.
- Distinguir distintos tipos de funciones en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Distinguir los conjuntos numéricos: Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales; reconociendo sus propiedades y utilizándolas para operar.
- Usar el razonamiento lógico para relacionar, explorar resultados y validarlos a través de ejemplos y contraejemplos.
- Hacer generalizaciones y realizar demostraciones formales.
- Utilizar la calculadora de manera pertinente y algunos programas computacionales para graficar, aproximar funciones y presentar conclusiones.
- Consolidar y profundizar los contenidos de estadística descriptiva.
- Construir tablas de frecuencias y porcentajes y representar gráficamente.
- Interpretar conjuntamente en gráficos, parámetros estadísticos de posición y dispersión.
- Calcular probabilidades en distribuciones Normales.

Los ejes y unidades a desarrollar por la docente durante el año fueron:

Eje I: Las relaciones funcionales con dominio en los números reales como modelos matemáticos de situaciones de la vida cotidiana y como objeto matemático.

Unidad N° 1: De las Sucesiones Numéricas a los Números Reales (R), como extensión de los conjuntos numéricos. Propiedades y operaciones en R. Relaciones y aplicaciones intra y extra matemáticas de números irracionales especiales como φ y π.

Unidad N° 2: Modelización matemática como estrategia pedagógica y como instrumento útil para resolver un problema real. Las funciones de primer grado

con dominio continuo y su relación con las sucesiones aritméticas con dominio discreto. Funciones definidas por partes.
Unidad N° 3: Los modelos exponenciales vinculados a una situación real. Las sucesiones geométricas
Unidad N° 4: Las estrategias de factorización de polinomios como instrumento útil y las funciones polinómicas como objeto matemático.

Eje II: La estadística como herramienta para introducir el estudio de la realidad estocástica

Unidad N° 5: La estadística como herramienta descriptiva y predictiva de problemáticas no matemáticas
Unidad N° 6: La probabilidad como herramienta de análisis de problemas matemáticos y no matemáticos de naturaleza no determinística

Nuestro tema de práctica corresponde a temáticas de la Unidad N° 3, la cual se detalla a continuación:

> Resolución de una situación real. La sucesión geométrica y la función exponencial como modelos apropiados para resolver la problemática estudiada. Término general. Cálculo de la suma de una sucesión geométrica. Resolución de situaciones problemáticas

Previamente a ello se trabajó con la Unidad N°2 y posteriormente estaba planificado continuar con la Unidad N°4.
Cabe destacar que la profesora tenía 5 horas cátedra de clase, de las cuales 4 horas eran destinadas a trabajar con los contenidos del Eje I, mientras que paralelamente, en la hora restante se trabajaba con el Eje II.
Si bien para el desarrollo de nuestras prácticas estaba previsto solo el uso de esas 4 horas, debido a ciertos imprevistos sobre la marcha de las mismas y ajenos a nosotras, la profesora a cargo del curso nos cedió la hora dedicada al Eje II.

A continuación se presenta nuestra planificación en donde detallamos los objetivos, los contenidos, la secuenciación y organización de los mismos, las tareas y actividades, la participación de los alumnos, y la organización de los escenarios y la evaluación.

NUESTRA PLANIFICACIÓN

La planificación que se presenta se pensó para alumnos de 5° año con orientación en Ciencias Naturales y tuvo por finalidad montar en aula un escenario de M**odelización Matemática** poniendo en juego actividades de **experimentación y simulación**. La temática del mundo real que inspiró éste escenario fue el fenómeno de "Desintegración Radiactiva". En este escenario se favoreció el uso de tecnologías y a la vez, las mismas, fueron necesarias para poder llevar a cabo todo el proceso. En todos los casos se buscó que las alumnas experimenten o pongan en juego el proceso de modelización completo según lo define Bassanezi (2002),definiéndose *escenario de modelización* [2] como *"el conjunto de situaciones, hechos, materiales, acciones y relaciones involucradas en el proceso de estudio, creación, implementación y evaluación de proyectos de modelización matemática desarrollados en contextos educativos"*.(Esteley 2010,Tesis Doctoral: Desarrollo Profesional en Escenarios de Modelización Matemática: Voces y Sentidos).

El modelo matemático al que se arribó fue un **Modelo Exponencial**, el cual, posteriormente, dio lugar al estudio de la Función Exponencial, haciendo un análisis de su expresión general, de la variación de sus parámetros y su influencia en la representación gráfica.

Dicha planificación fue pensada a partir del trabajo previo observado, donde pudimos ver el desarrollo de la Unidad N°2, cuyo objetivo era el estudio del proceso de Modelización Matemática. Para tal estudio, se comenzó definiendo "modelo" y "modelo matemático" y se presentó, posteriormente, cada una de las etapas de tal proceso las cuales fueron definidas de la siguiente manera:
Etapa1: Formular un problema dentro de un tema o problemática que interese ser estudiada.
Etapa2: A partir de los datos obtenidos, construir un modelo matemático que represente el sistema en estudio.
Etapa3: Deducir una solución para el modelo.
Etapa4: Testear el modelo y la solución deducida para él con el problema real.

Para llevar a cabo este proceso de Modelización, en lo que corresponde a la primera etapa, el tema escogido por la docente fue "La Dinámica Poblacional de una colmena de abejas".Para abordar la segunda etapa se recurrió a la ayuda de una estudiante de Agronomía, la cual brindó toda la información necesaria acerca de tal temática. En las Figuras N°2 y N°3 presentamos a la especialista que brindó la información.


Figura N°2: Estudiante de Agronomía


Figura N°3: Charla sobre la dinámica poblacional de las abejas con las alumnas.

[2] Cuando se hable de Modelización se estará haciendo referencia a Modelización Matemática.

A partir de esta información se planteó una problemática, que haciendo uso de los datos brindados les permitió arribar a un modelo, el cual consistió en una función definida por partes. En la tercera etapa, se busco una generalización de dicho modelo. Y para finalizar, en la cuarta etapa, para testear el modelo se recurrió nuevamente a un especialista que en este caso era el padre de una de las alumnas (para más detalles, en anexo 1 Pág. 51, se puede observar la primera parte de la guía utilizada por la profesora a cargo).

Todo este ambiente de trabajo previo, fue clave y favorable para el posterior desarrollo de nuestra práctica, puesto que las alumnas ya manejaban las nociones de modelización y lo podían vincular con hechos experimentales de fenómenos extra matemáticos.
Cabe destacar, además, que la docente del curso, previo al desarrollo de la Unidad N°2, trabajó el tema Sucesiones Numéricas y Búsqueda de Regularidades lo cual también fue clave al momento de obtener el modelo exponencial.

✓ OBJETIVOS

Objetivos generales. Se esperaba que las alumnas:

- Valoraran el trabajo en grupo como fuente de construcción de conocimientos a través del intercambio de ideas.
- Reconocieran la presencia de la matemática en situaciones y fenómenos de la vida real.
- Valorizaran los aportes de la matemática al mundo real extra-matemático.

Objetivos específicos. Se esperaba que las alumnas

- Fortalecieran su capacidad de recolección de datos a través de tablas.
- Utilizaran programas graficadores (*Graphmatica)* para graficar, analizar datos, aproximar funciones y observar la variación de parámetros de la función en estudio.
- Identificaran e interpretaran la función más adecuada polinómicas , exponenciales como modelo matemático para interpretar problemas de la realidad, incluyendo la selección y comparación de modelos de acuerdo con la necesidad que impone el problema.
- Abordaran el estudio de la función exponencial a través del proceso de modelización.
- Reconocieran la Simulación como herramienta para abordar un modelo matemático.
- Identificaran e ilustraran las nociones de probabilidad
- Analizaran el comportamiento de las funciones exponenciales, desde las diferentes formas de representación, interpretando sus parámetros
- Usaran y analizaran variaciones funcionales (exponenciales) como herramientas para resolver problemas recurriendo cuando sea posible al uso reflexivo de recursos tecnológicos.
- Utilizaran e interpretaran funciones exponenciales como modelo matemático para resolver problemas, seleccionando el modelo más adecuado en función del problema.
- Aplicaran el conocimiento del modelo matemático para la resolución de problemas intra y extra matemáticos y enriquecieran tal conocimiento a través del análisis de los problemas.

✓ CONTENIDOS

Modelización matemática. Simulación. Función exponencial: análisis de la variación de sus parámetros, resolución de problemas intra y extra matemáticos. Reconocimiento de situaciones extra matemáticas en las que se haga evidente un comportamiento exponencial. Probabilidad (experimento aleatorio, suceso, espacio muestral, probabilidad). Uso de *Graphmatica* (ingreso de datos, ajuste de curvas, ingreso de funciones, ajuste del rango de la cuadricula). Relación matemática con el mundo real.

✓ LA ORGANIZACIÓN Y SECUENCIACION DE LOS CONTENIDOS.

Para llevar a cabo el proceso de modelización se comenzó, en una primera instancia, con la realización de una experiencia a partir de la cual se buscó simular el fenómeno de Desintegración Radiactiva. Sin entrar en el estudio del Fenómeno, se hizo un análisis de los datos obtenidos de dicha experiencia, haciendo uso del Software *Graphmatica*, (apelando a la herramienta "ajuste de curva") obteniendo como modelo gráfico una curva exponencial.

En una segunda instancia se abordó el estudio teórico del Fenómeno en cuestión para, finalmente, establecer la relación entre la teoría estudiada y la experiencia realizada, y a partir de ello derivar en el modelo matemático (Función Exponencial) que representa el problema en estudio.
Posteriormente se abordó en el estudio de tal función, para ello, primeramente, se comenzó ilustrando la expresión general de la misma e identificando sus parámetros, luego se adentró en el análisis de la variación de sus parámetros (recurriendo nuevamente al uso de *Graphmatica*) y su representación grafica. Para finalizar se trabajó con distintos ejercicios y problemas intra y extra matemáticos.

✓ LAS TAREAS Y ACTIVIDADES

A continuación se presenta el cronograma de clases en el cual se detalla por día los objetivos, actividades y recursos de cada una, y en páginas posteriores se muestra la guía de actividades con la cual se trabajó durante todo el periodo de práctica, la misma fue previamente corregida y aprobada por la profesora del curso. Sobre cada actividad se detallan en color los comentarios sobre el desarrollo de la misma:

CRONOGRAMA DE CLASES:

Inicio de actividad: Lunes 6-08-12
Tiempo estimado de prácticas: 5 semanas (hasta lunes 10-09-12)

✓ **6-08 lunes:**

Objetivo: lograr a través del repaso, el uso correcto del *Graphmatica* para su posterior utilización. Llevar a cabo la experiencia en grupos.

Actividades:

- Presentación en Power Point sobre la organización de las prácticas.
- Trabajo en laboratorio. Repaso del uso del *Graphmatica*: ingreso de datos, ajuste de curvas, ingreso de funciones, ajuste del rango de la cuadricula haciendo uso del Power Point.
- Experiencia con caja y corchos. Recolección de datos en tablas.

Recursos: 6 computadoras en las cuales se hará uso del programa nombrado.
Proyector.
Fotocopia: tutorial de uso del *Graphmatica* (uno por grupo).
Guía de actividades.
6 cajas de cartón y 1200 fichas de corchos las cuales llevamos nosotras.

✓ **10-08 viernes: paro docente provincial.**

✓ **13/08 lunes:**

Objetivos: Hacer el análisis adecuado de los datos obtenidos en la experiencia. Comprender el fenómeno de Desintegración Radiactiva, como así también, la noción e importancia de la simulación.

Actividades:

- Continuación de la experiencia con cajas y corchos.
- Trabajo en laboratorio: Ingreso de datos obtenidos. Exploración y ajuste con distintas curvas (lineal, cuadrática, exponencial).
- Análisis, reflexión y selección de la curva adecuada. Aparición de la curva exponencial.
- Teoría de desintegración radiactiva y definición de Simulación.

Recursos: 6 computadoras.
Guía de actividades.
Fotocopia con esquema de trabajo.
Tabla periódica.

✓ **17-08 viernes:**

Objetivos: Lograr establecer una relación de la experiencia realizada con el fenómeno estudiado. Formular el modelo matemático subyacente.

Actividades:

- Presentación en Power Point de lo realizado hasta el momento en cada una de las etapas del proceso de modelización tomando como temática central la Desintegración Radiactiva.
- Simulación modelo físico. Ejemplo de simulación: papas. Nuestra simulación
- Relación con la experiencia. Modelo matemático para un fenómeno químico.
- Tabla con datos reales para la obtención de la formula analítica. Verificación de los datos obtenidos en la experimentación a través de la presentación en Power Point en la que figurara la tabla promedio obtenida a partir de todas las tablas de las alumnas.

Recursos: Guía de actividades.
Fotocopia de las etapas de modelización.
Proyector.

- ✓ **20 -08 lunes: feriado**

- ✓ **24/08 viernes:** actividad especial en el colegio, sin clases

- ✓ **27/08 lunes:**

Objetivos: Hacer notar la presencia del modelo exponencial en otras situaciones extra matemáticas. Lograr a través del software un análisis individual de las características de la función exponencial.

Actividades:

- Exploración de otros modelos exponenciales.
- Formula general de la función exponencial
- Trabajo en el laboratorio: análisis de la función exponencial. Utilización del *Graphmatica* para el análisis del dominio, imagen, crecimiento y decrecimiento, asíntotas y puntos de corte a través de la variación de sus parámetros.

Recursos: Computadoras una por alumna.
Guía de actividades.

- ✓ **31/08Viernes :**

Objetivos: Rescatar a partir de la tabla resumen propuesta en la guía las nociones más importantes sobre el análisis de la función exponencial, lo cual será de utilidad para el desarrollo de las actividades. Lograr a partir de las actividades la transferencia de las nociones aprendidas.

Actividades:

- Repaso de la variación de los parámetros de la función para completar la tabla resumen.
- Resolución de problemas de la guía.

Recursos: Guía de actividades
Fotocopia con gráficos para la visualización de la variación de los parámetros.

- ✓ **03/09 lunes:**

Objetivos: Lograr a partir de las actividades la transferencia de las nociones aprendidas.

Actividades:

- Resolución y corrección de problemas de la guía.

Recursos: Guía de actividades.

- ✓ **07-09 viernes:**

Objetivos: analizar el grado de conocimientos obtenidos y la capacidad de transferencia de los mismos.

Actividades:

- evaluación.

✓ **10/09 lunes:**

Objetivos: Lograr descubrir, a partir del juego "Las torres de Hanoi", la presencia de la función exponencial en otro contexto y poder, a través de la búsqueda de regularidades, encontrar su formula.

Actividades:

- Devolución de la evaluación
- Juego-actividad: la torres de Hanoi

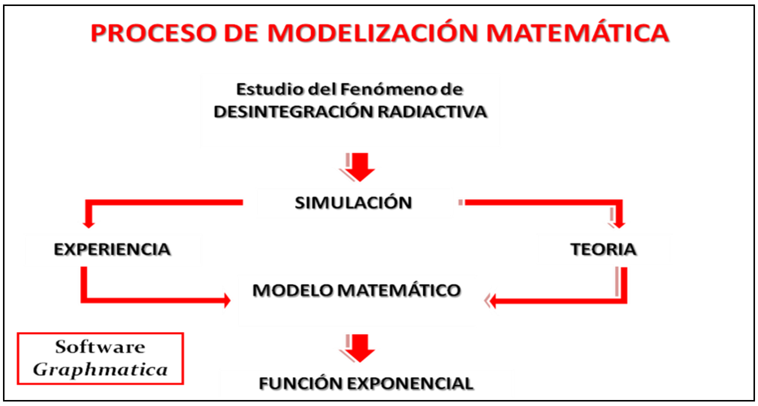
Recursos: 5 círculos de distintos radios por grupo y un tablero de cartulina.

GUÍA DE ACTIVIDADES:

MODELIZACION MATEMATICA- GUÍA DE ACTIVIDADES

Para continuar trabajando con el proceso de Modelización Matemática se propondrá un conjunto de actividades relacionadas con tal proceso que nos permitirá abordar el estudio de un fenómeno extra matemático relacionado con la química: "desintegración Radiactiva" y un modelo matemático que nos permite explicar este fenómeno y muy importante para la matemática como es la función exponencial.
Dos recursos de mucha utilidad para todo el proceso son el software *Graphmatica* y la simulación.

Previo al desarrollo de la primera actividad se presentó a las alumnas, haciendo uso de Power Point, un esquema sobre la organización de las prácticas haciendo hincapié en que se trabajaría nuevamente con proceso de modelización. A continuación se presenta dicho esquema:



A demás se hizo una introducción sobre el uso del *Graphmatica* teniendo en cuenta sus principales funciones y las de utilidad en el desarrollo de las prácticas. En anexo 2 (ver pág. 59), se puede ver un "tutorial" que se les entregó al momento de dicha explicación.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA- PRIMERA PARTE

Actividad 1: Experiencia con cajas y corchos

Actividad a realizar en grupos de 3 o 4.

Materiales a utilizar por grupo:

- Una caja de cartón.
- 200 “fichas” de corcho con una de sus caras pintadas.
- Guía de actividad para completar las tablas con los datos obtenidos.
- Software :*Graphmatica*

Procedimiento:

Distribuir las 200 fichas en la caja de cartón con la cara pintada hacia abajo, taparla y agitarla durante varios segundos. Posteriormente abrirla, y retirar todas aquellas fichas que se hayan dado vuelta (es decir las que tengan el lado de la cara pintada hacia arriba). Luego contar la cantidad de fichas que quedaron dentro de la caja en ese intento y anotar el número de fichas en la Tabla 1.

No volver a introducir las fichas sacadas.

Repetir el procedimiento hasta que quede una sola ficha o ninguna e ir anotando siempre en la Tabla 1 cuántas quedan en cada intento, es decir, en la Tabla 1 deberán figurar el número de intentos con sus correspondientes números de fichas.

Volver a colocarlas dentro de la caja con la cara pintada hacia abajo y repite el procedimiento anterior utilizando la Tabla 2, y del mismo modo para la tabla 3

TABLA 1: Primer Experimento	
INTENTO	CANTIDAD DE FICHAS EN LA CAJA

TABLA2: Segundo experimento	
INTENTO	CANTIDAD DE FICHAS EN LA CAJA

TABLA 3: Tercer Experimento	
INTENTO	CANTIDAD DE FICHAS EN LA CAJA

Actividad en laboratorio 1:

Programa: *Graphmatica.*

a) Ingresa los datos anotados en la Tabla 1 en el editor de datos, (ajusta la cuadricula).
b) Prueba ajustar los datos ingresados con las curvas que conoces (lineal, cuadrática) y responde:
   i) Teniendo en cuenta la experiencia realizada, ¿consideras dicho ajuste adecuado? ¿Por qué?
   ii) Prueba con otras curvas (polinómicas de grado n>2) que figuran en el editor, ¿consideras que alguna de ellas se ajusta de manera mas aproximada a los puntos?
c) Intenta ajustar con una “exponencial”. ¿Consideras este ajuste adecuado?, ¿Por qué?
d) Utilizando *Graphmatica* y tomando como referencia el ajuste de los datos de la Tabla 1, entra los datos de las Tabla 2 y ajústalos con la curva que mejor se aproxima. Realiza lo mismo con los datos de la Tabla 3.

La experiencia fue llevada a cabo en la sala de computación, donde además de las 6 computadoras se disponía de espacio y bancos suficientes que permitían la distribución de las alumnas en grupos, y trabajar cómodamente (ver Figura N°4 y N°5)
El material necesario para realizar esta experiencia fue proporcionado por nosotras, el mismo consistió en 1200 “fichas” de corchos con una de sus caras pintada y 6 cajas de cartón tamaño grande, además se les proporcionó una fotocopia que contenía las mismas 3 tablas a completar de la guía, la cual debían entregarnos completa con los datos obtenidos al finalizar la experiencia.
La realización de dicha actividad fue pensaba para desarrollarse en una clase, pero debido a contratiempos fue necesario el uso de 2 clases.
En cuanto a la participación de las alumnas puede decirse que demostraron entusiasmo a la hora de trabajar y, a la vez, se mostraban ansiosas por saber cuál sería el fin de tal actividad.
Por otra parte, la actividad en laboratorio1 también fue llevada a cabo en grupos.

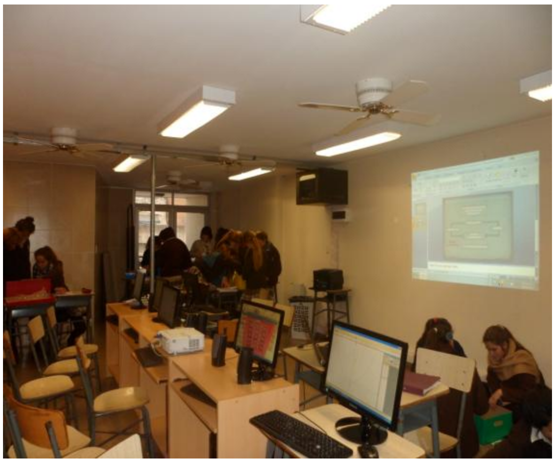


Figura N°4: Alumnas trabajando en grupo con la experiencia en la sala de computación.

Figura N°5: Alumnas realizando la experiencia.

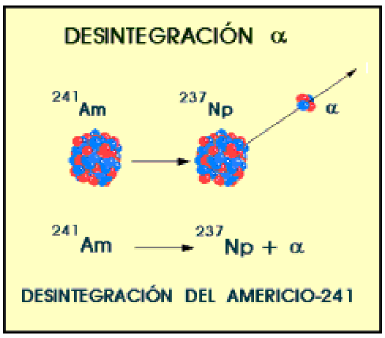
<u>MODELIZACIÓN MATEMÁTICA – SEGUNDA PARTE</u>

DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA

Isótopos: dícese de los átomos que ocupan el mismo lugar en la tabla periódica. Tienen el mismo número atómico, es decir, el mismo número de protones en el núcleo (y, para mantener la neutralidad, el mismo número de electrones en la periferia). Se diferencian en el número de neutrones.
Entre los isótopos, existen algunos que permanecen estables a través del tiempo, en cambio, otros son inestables y emiten radiaciones. Estos últimos se conocen con el nombre de nucleidos o **radioisótopos**.
La pregunta que surge es: ¿Por qué algunos átomos (más precisamente sus núcleos) son estables y otros no lo son?
Sabemos que en los elementos químicos las cargas de igual signo se repelen. Sin embargo, en el núcleo, los protones pueden permanecer unidos debido a una fuerza de atracción muy intensa, llamada **fuerza nuclear**; los neutrones actuarían como "ganchos" que mantienen unidos a los protones, atrapándolos en una especie de red. Cuando la cantidad de protones resulta muy alta (más de 83), o hay exceso de protones o de neutrones en el núcleo, éste es inestable y se desintegra emitiendo radiaciones. La emisión espontánea de radiaciones se conoce como **Radiactividad natural.** Este fenómeno es una de las pruebas fundamentales para apoyar la idea de que los átomos son divisibles. Las radiaciones emitidas pueden ser:

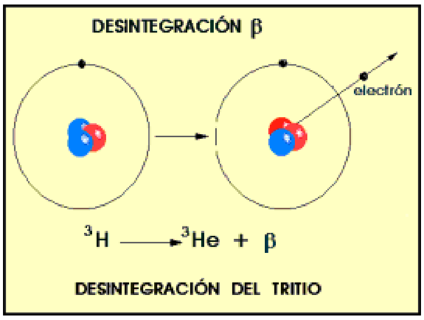
Radiaciones alfa: son partículas materiales, con la masa de un núcleo de Helio, es decir están formadas por dos protones y dos neutrones. Tienen carga positiva +2.
Cuando un núcleo emite una partícula alfa, su número másico se reduce en cuatro unidades y su número atómico en dos unidades. Este proceso se da en átomos con un número atómico elevado.

<u>Ejemplo:</u>

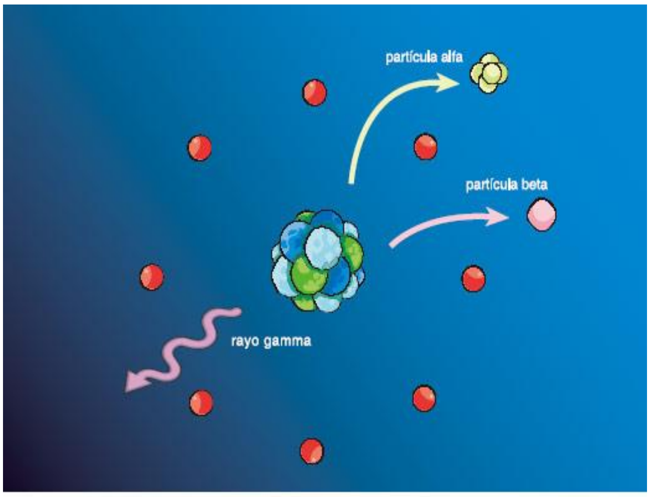


Radiaciones beta: son partículas materiales, con masa y cargas iguales a la de los electrones. Tienen carga negativa -1.
Cuando un núcleo emite una partícula beta (un electrón) su número másico permanece invariable y su número atómico aumenta en una unidad. Este proceso se da en núcleos que presentan un exceso de neutrones, por lo que un neutrón se transforma en un protón y en un electrón que es emitido.

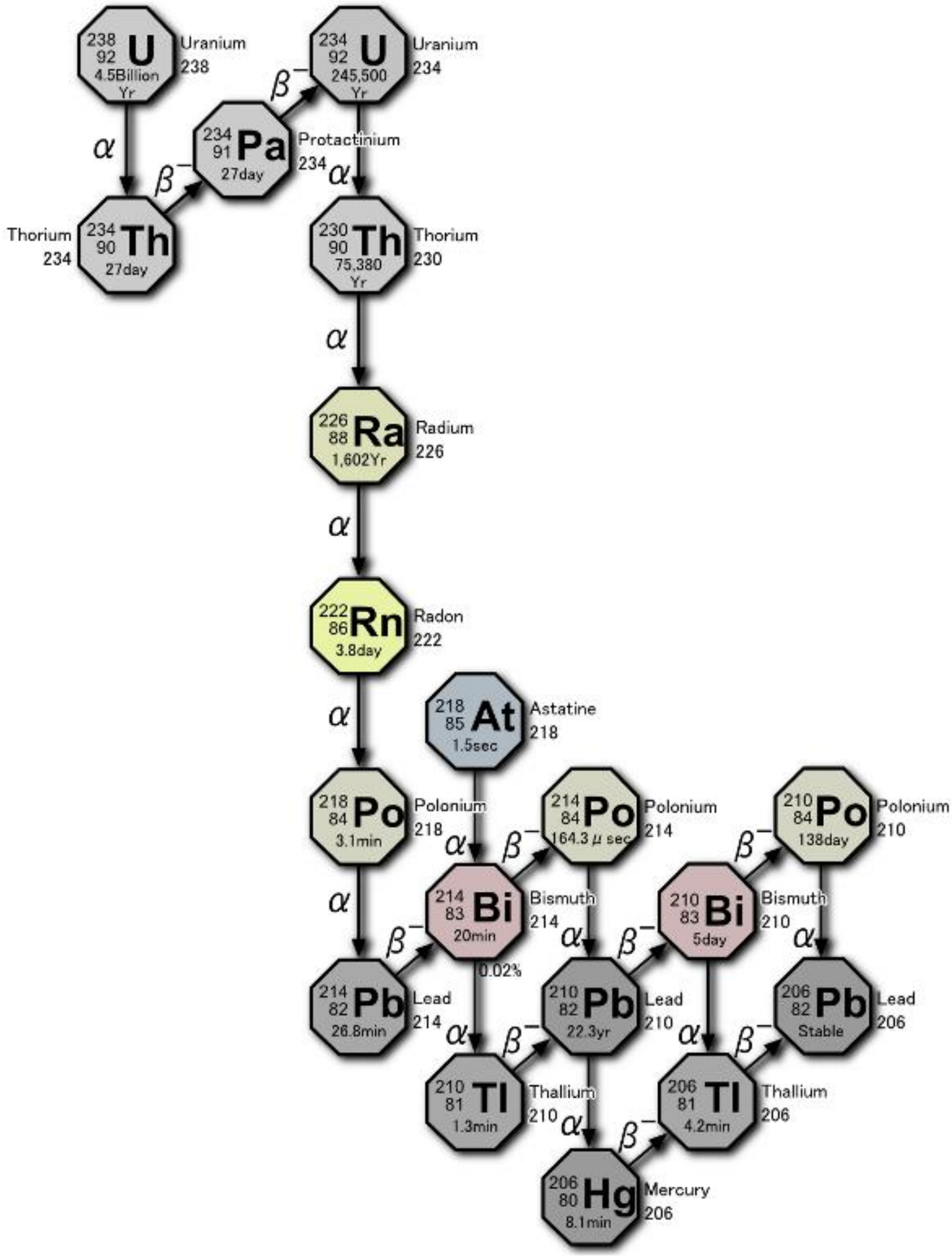
Ejemplo:



Radiaciones Gamma: no son partículas sino que consisten en radiaciones electromagnéticas de elevada energía y velocidad igual a la de la luz. Sirven para equilibrar energías. Tienen carga nula y se consideran sin masa, es decir, no producen modificación en el número atómico ni en el número másico.



Tipos de desintegración radiactiva



La desintegración natural es espontánea y ocurre en forma aleatoria, es decir, no podemos saber cuándo se desintegrara un núcleo pero si podemos calcular la probabilidad de que un núcleo se desintegre en un tiempo determinado. A cada sustancia radioactiva se le asigna un **período de semidesintegracion o tiempo de vida media**. Dicho periodo es el tiempo necesario para que se desintegre la mitad de los núcleos presentes en una muestra de radioisótopo. Puede variar desde millones de años hasta una fracción de segundos.

Ejemplos de periodos de semidesintegracion:

ISOTOPO	PERIODO
Hidrogeno-3	12,5 años
Carbono-14	5,7. 10^{3} años
Sodio-22	6,6. 10^{2} días
Fósforo-32	9,9 días
Potasio-40	1,3. 10^{9} años
Cobalto-60	5,7 años
Yodo-125	58 días
Mercurio-206	7,7 minutos
Plomo-210	15,2 años
Plomo-211	25 segundos
Radón-219	2,7 segundos
Radio-223	7,8 días
Radio-226	1,6. 10^{3} años
Uranio-225	2,5 . 10^{5} años
Uranio-238	4,5 . 10^{9} años
Plutonio-241	1,7 . 10^{9} años

Para el estudio de éste tema una de las alumnas paso al pizarrón y fue escribiendo las ideas generales sobre el mismo a medida que se realizaba su lectura. En la figura N° 6 se puede observar las anotaciones de la alumna.

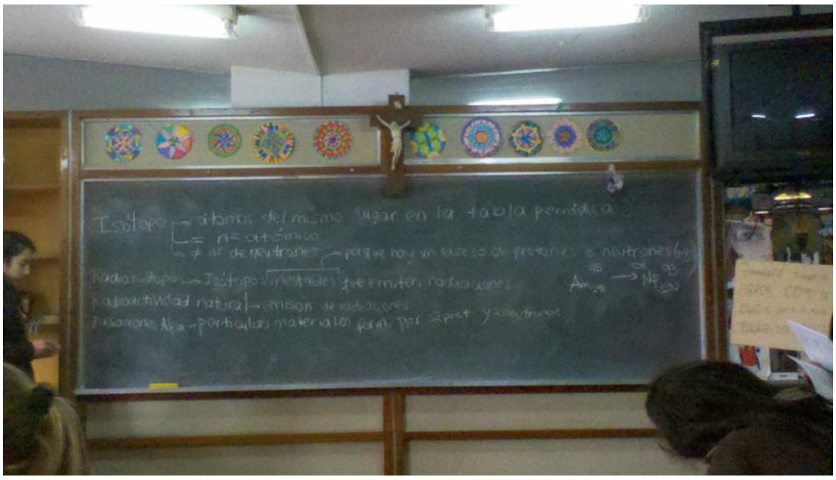


Figura N°6: Toma de notas sobre la Teoría de la Desintegración Radiactiva.

Teniendo en cuenta que el tema de la Desintegración Radiactiva no era de nuestro conocimiento, debimos hacer previamente un estudio del mismo pero aun así, resultó dificultoso al momento de explicarlo. Fueron notables las dudas por parte de las alumnas, ya que no comprendían el objetivo del estudio de tal tema y su relación con la experiencia previamente realizada. Ante esto se presentó, en la clase siguiente, un Power Point cuyo objetivo era ubicar a las alumnas en las etapas del proceso de modelización que se estaba llevando a cabo. Para ello se retomaron las etapas definidas anteriormente por la docente y se comparó el trabajo realizado, en cada una de ellas, con el trabajo llevado a cabo hasta el momento en nuestra práctica. Para clarificar las ideas sobre el Fenómeno de Desintegración Radiactiva se tomó el ejemplo del Uranio presentado en la guía y a partir de éste se retomaron todos los conceptos pertinentes.

SIMULACIÓN: LA DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA Y LA EXPERIENCIA.

Simulación: "Simular es imitar un sistema real, utilizando recursos ajenos a esa realidad; es decir implica simplificar la realidad y parecerse lo más posible a ella. No necesariamente se necesitan computadores y complejas fórmulas matemáticas para imitar a un sistema real" según Medardo G.

Una definición más formal formulada por R.E. Shannon (1976) es: "La simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias -dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o un conjunto de ellos - para el funcionamiento del sistema". (Systems simulation: the art and science. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 6(10). pp. 723-724)

Ejemplo: Papas Leis

Los productores de las papitas “Leis” ofrecen, como una oferta especial, seis stickers de diferentes colores en el interior de sus bolsitas, de tal modo que quienes logren juntar los seis colores pueden obtener interesantes premios. Si se asume que los seis colores tienen la misma probabilidad de ser obtenidos en cada bolsita que compres, ¿cuántas bolsitas de Leis habrá que comprar para poder obtener los seis stickers?

Para hacer una simulación debes:

1) Seleccionar un problema de interés (el anterior)
2) Seleccionar un medio material o físico que contenga las principales características matemáticas del problema (el dado) y la experimentación que realizará.
3) Determine la cantidad de veces que repetirá el experimento.

Entonces si consideramos:

a) Cada compra de un paquete de papas Leis equivalente a una tirada de dado;

b) Cada color de sticker le asignamos un numero del dado como se ve en la siguiente tabla

COLORES	NUMERO DEL DADO
Azul	1
Verde	2
Amarillo	3
Violeta	4
Naranja	5
Rojo	6

A partir de esto, para analizar cuantas bolsas debo comprar para obtener los 6 stickers, puedo construir la siguiente tabla:

Tirada	Compra	N° de dado	Sticker
1	1	3	Amarillo
2	2	5	Naranja
3	3	1	Azul
…..	..	..	..
…..	…	..	..

La experiencia consiste en tirar el dado e ir completando la tabla. La misma finalizara una vez obtenido los 6 números distintos (n° del dado), con ello podre ver cuántas compras (tiradas) fueron necesarias para obtener todos los stickers (N° de dado).
Para obtener un resultado más real debo realizar la experiencia varias veces y sacar un promedio de los resultados obtenidos.

El valor esperado en el caso de las papitas es entre 14 y 15.

NUESTRA SIMULACIÓN

¿Cómo relacionarían la experiencia realizada con el fenómeno de desintegración radiactiva?

Si consideramos

- Las fichas de corchos como los núcleos de los elementos radioactivos, siendo aquellos que se dieron vuelta los núcleos desintegrados y aquellos que no lo hicieron, los no desintegrados.
- Cada intento como un periodo de tiempo transcurrido.

Entonces con este experimento puedo llegar a analizar **el comportamiento de núcleos inestables a medida que transcurre el tiempo**, pues éste último es un hecho probabilístico que parece comportarse de la misma manera que las fichas en el experimento realizado.

- **Experimento aleatorio**: Son aquellos en los que no se puede predecir el resultado, ya que éste depende del azar. (ej: lanzar un dado).
- **Suceso:** Es cada uno de los resultados posibles de una experiencia aleatoria.
- **Espacio muestral:** Es el conjunto de todos los posibles resultados de una experiencia aleatoria.
- **Probabilidad:** La probabilidad de un suceso es un número, comprendido entre 0 y 1, que indica las posibilidades que tiene de verificarse cuando se realiza un experimento aleatorio.

$$P = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$$

Responde:

a) -¿Por qué puedo decir que ambos fenómenos parecen comportarse de la misma manera?

b) -¿Que probabilidad puedo asignarle en ambos casos?

c) -¿Con qué aspecto de la desintegración radiactiva está relacionado cada intento?

Esta etapa fue fundamental en el proceso, ya que aquí es donde se estableció la relación entre la experiencia realizada y el estudio teórico del fenómeno, lo cual permitió calmar la ansiedad de las alumnas sobre tal hecho.
Fue rápida la respuesta por parte de las mismas, al momento de relacionar cada uno de los materiales utilizados en la experiencia con el Fenómeno.

Para poder terminar de establecer dicha relación fue necesario, previamente, el estudio de los conceptos de probabilidad (experimento aleatorio, suceso, espacio muestral y probabilidad), para ello se dieron oralmente ejemplos de sucesos aleatorios para el cálculo de su probabilidad. Luego se procedió al cálculo de la probabilidad de que un núcleo se desintegre y la probabilidad de darse vuelta una ficha de corcho.

Actividad 2:

a) Considerando la probabilidad obtenida completa la siguiente tabla:

PERIODO DE TIEMPO	CANTIDAD DE NUCLEOS EN EL ÁTOMO	CÁLCULOS
0	200	
1		
2		
3		
4		
5		
…		

b) En la columna de cálculos, ¿observas alguna regularidad?

c) Si consideras

n =cantidad de periodos de semidesintegracion transcurridos (periodo de tiempo necesario para que se desintegre la mitad de los núcleos presentes en el átomo),

¿Podrías encontrar la fórmula general para calcular el número de núcleos en el átomo, luego de transcurridos n periodos de semidesintegracion?

Dicho cuadro se realizó y completó en el pizarrón en conjunto con las alumnas. Una vez completo, se llamó a la búsqueda de regularidades, para esto fueron variadas las respuestas. Entre ellas: $a_n= n.(1/2).(200)$

$$a_n= a_o .(1/2)^n$$

$$a_n=a_0.(a_0/2)^n$$

Finalmente se logró llegar a la expresión **$a_n=200.(1/2)^n$** identificando que representaba cada uno de sus parámetros y coeficientes; siendo:

- n= periodos de semi-desintegración transcurridos.
- 1/2= probabilidad de que no se desintegre el núcleo de un elemento radiactivo.
- 200= cantidad inicial de núcleos de una muestra de de un elemento radiactivo.
- a_n= cantidad de núcleos no desintegrados, luego de transcurridos n periodos de semi –desintegración.

En la Figura N°7 se puede observar la expresión a la que se arribo finalmente:

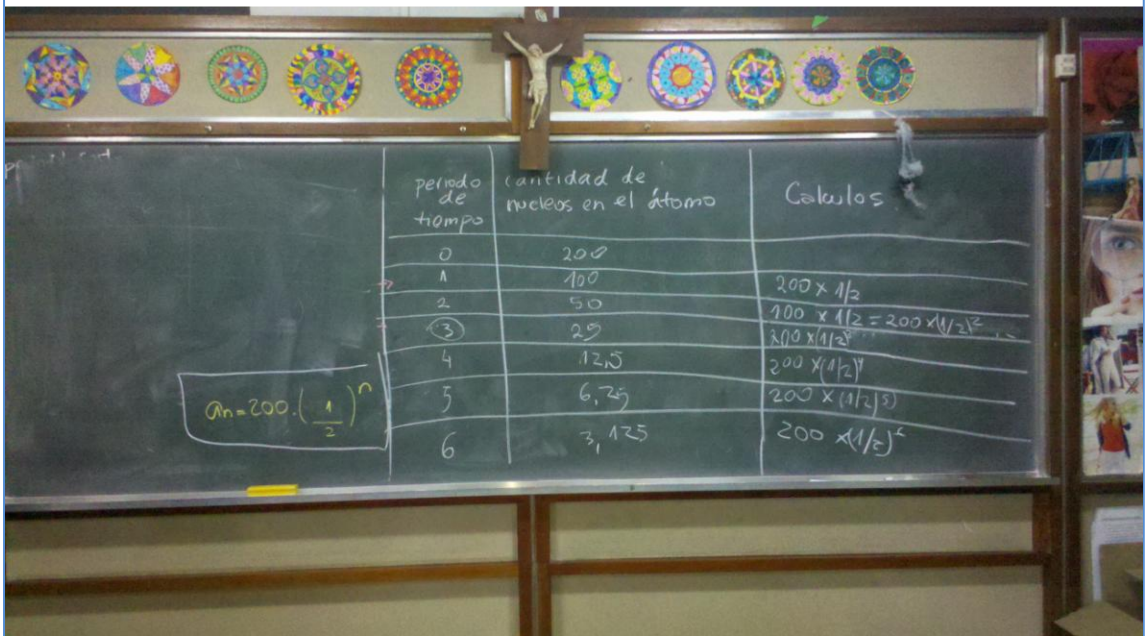


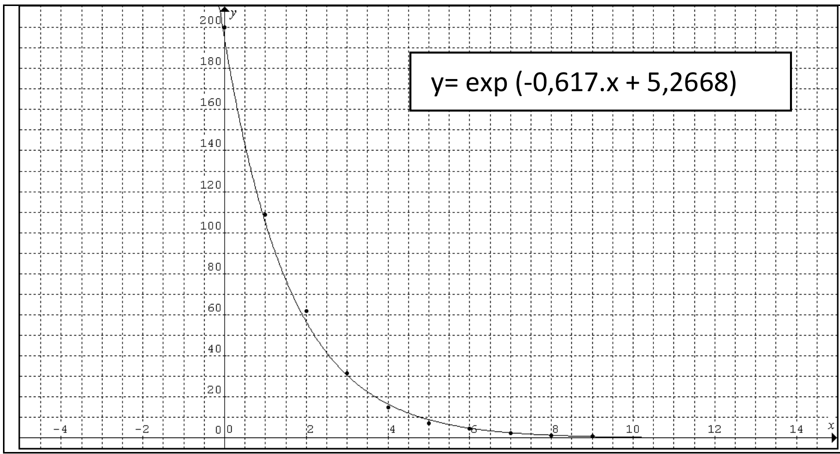
Figura N°7: Cuadro y fórmula realizados por las alumnas.

Posteriormente se retomo una de las respuestas dadas, $a_n= a_o .(1/2)^n$, para llevar el modelo a su generalización, siendo el a_0 el tamaño inicial de la muestra.

Luego, debido a que n y a_n se utilizan para trabajar solo con números naturales, se llevo esta expresión a la siguiente, para hacer notar que está definida en el conjunto de los números reales, basándonos en que como n representa un periodo de tiempo, se puede fraccionar.

$$\boxed{y = 200. (1/2)^x} \quad (1)$$

Con esto, puede decirse, se dio por finalizada la tercera etapa del proceso de modelización. Para completar la cuarta etapa, testear el modelo, procedimos a hacer uso de las tablas que se obtuvieron de la experiencia. Con ellas armamos una "tabla promedio", cuyos datos ingresamos en *Graphmatica* y buscamos un ajuste de curva, obteniéndose la curva exponencial y su correspondiente fórmula:



intento	Cantidad de fichas en la caja
0	**200**
1	**108,67**
2	**62**
3	**31,73**
4	**15,13**
5	**7,33**
6	**4,6**
7	**2,5**
8	**1,2**
9	**1**

Todo este procedimiento no se realizo con las alumnas, sino que fue presentado y contado en el aula. Una vez planteada la ecuación, obtenida a partir del ajuste de curva, se procedió a hacer un análisis de la misma, en conjunto con ellas.
Para ello se explicó que tal expresión podía escribirse también de la siguiente manera:

$$y= e^{(-0,617x + 5,2668)}$$

Teniendo en cuenta, además, que conocían el valor del número *e* (visto en la unidad 1) y las propiedades de la potenciación se realizó el siguiente cálculo:

$$y= e^{-0,617x} . e^{5,2668}$$

$$y= (1/e)^{0,617x} . e^{5,2668}$$

$$y= (0,54)^{x} . 194,03$$

Finalmente se arribó a la siguiente expresión:

$$\boxed{\mathbf{y= 194,03.(0,54)^{x}}} \quad (2)$$

Al comparar las ecuaciones (1) y (2) pudimos concluir que los datos experimentales se aproximaron a los datos reales (probabilísticos). Dando así por finalizado el proceso de modelización.
En conjunto con este trabajo se hizo entrega de una fotocopia, la cual puede verse en Anexo 3(ver pág. 64), donde figuran las actividades llevadas a cabo en cada una de las etapas del proceso de modelización de nuestra practica.

Exploración de modelos exponenciales.

- Fisión nuclear.
- Reproducción de bacterias, por ejemplo *Escherichia coli.*
- Crecimiento demográfico.
- Datación de fósiles (carbono 14).
- Transacciones económicas (intereses financieros).

Ejemplo de interés compuesto:

Supongamos que en un banco se hace un depósito inicial de $10.000 al 15% de interés anual. Para calcular la cantidad de dinero en la cuenta en cada uno de los años subsiguientes, podríamos usar la formula:

$$\mathbf{C_{siguiente} = C_{actual} + 0{,}15\ C_{actual}}$$

"La cantidad en el siguiente año es igual a la cantidad en el año actual mas el 15% de esta cantidad"

Usando la expresión anterior la completa la siguiente tabla:

Tiempo (años)	**Cantidad($)**	**Cálculos**
0	10.000	
1	11.500	10.000+0,15x10.000=10.000x(1+0,15)
2	…….	……
3		
4		
5		

Podemos concluir que la *expresión general* para el cálculo de un interés compuesto es:

$$\mathbf{C = C_0 \,.\, (1+\mathit{i})^n}$$

Donde **C** es el monto acumulado, $\mathbf{C_0}$ el capital inicial, ***i*** la tasa de interés compuesto y **n** los periodos de capitalización.

Debido a falta de tiempo, a causa de paros y feriados, y la imposibilidad de trasladar la fecha de evaluación esta actividad no pudo realizarse, pero si fue presentado como ejemplo dentro de la exploración de otros modelos exponenciales (visto antes).

FUNCIÓN EXPONENCIAL

Función definida en el conjunto de los números reales, cuya expresión general es:

Expresión general: $f(x) = k \cdot a^x$; $a>0$, $a\neq1$ y $k\neq0$

Donde los parámetros **a** y **k** son números reales.

Se denomina de esta forma porque la variable x aparece en el exponente.

El número fijo **a** se llama base y la función así definida se denomina **función exponencial de base a** con **dominio** y conjunto de llegada en los **R.**

Análisis de la variación de la función exponencial:

Actividad en laboratorio 3:

Primer caso:

Analizamos en la gráfica la variación de la función exponencial de acuerdo con **la variación de a,** fijando k=1. Hemos establecido que a>0 y consideramos dos posibilidades:

i. a >1

ii. 0< a <1

a) Grafica la función **$y=a^x$** asignando distintos valores a la base y completa el siguiente cuadro:

CARACTERISTICAS DE LA CURVA	a > 1	0 < a < 1
Creciente o decreciente		
Asíntota paralela al: Eje x		

Eje y		
Conjunto imagen		

***Asíntota** es una recta a la cual la curva se aproxima indefinidamente, sin "llegar a tocarla". Definiéndose *asíntota horizontal o paralela al eje X* por medio de la ecuación: Y = c, y *la asíntota vertical o paralela al eje Y* por : X = c.

<u>Segundo caso:</u>

Analizamos en la gráfica la variación de la función exponencial de acuerdo con **la variación de k,** fijando a=2 o a=1/2.

b) Grafica las funciones **$y=k.2^x$** e **$y=k.(1/2)^x$** asignando distintos valores a **k** y luego responde:

   i. ¿Qué sucede con la gráfica?, ¿Dónde puedes observar la variación de **k**?

   ii. ¿Qué representa la constante **k** en la gráfica?

   iii. Teniendo en cuenta el crecimiento o decrecimiento de la función según el valor de **a** (tratado en el punto a) ¿qué sucede al asignarle a **k** valores positivos o negativos?

   iv. Define el conjunto imagen según **k** sea positivo o negativo.

<u>Tercer caso:</u>

Si a la expresión general $y=k.a^x$ le sumamos el parámetro **c,** quedando definida como $y=k.a^x+c$ podemos analizar ahora en la gráfica la variación de la función exponencial de acuerdo con **la variación de c,** fijando a=2 y k=1.

Grafica la función **$y=2^x$** (c=0) y luego gráfica **$y=2^x+c$** asignándole distintos valores a c (positivos y negativos).

<u>Responde:</u>

c) ¿Cómo están ubicadas las curvas con respecto a la gráfica de $y=2^x$?

   i. Si $c>0$

   ii. Si $c<0$.

d) Considera los siguientes valores para **c: c= 0, c=3, c=-1.**

   i. ¿Cuál es la asíntota paralela al eje X para cada caso?, ¿Y el punto de corte con el eje Y?

   ii. Define el conjunto imagen en cada caso.

A partir del modelo obtenido se presentó la expresión general de la función exponencial, identificando en el pizarrón cada uno de sus parámetros. Posteriormente se trabajó en el laboratorio (computación) con el análisis de la variación de sus parámetros. Para esto se hizo uso nuevamente del software *Graphmatica*.

Dicha actividad estaba pensada para realizarse en forma individual y llevarse a cabo en el laboratorio de computación del nivel primario (20 computadoras) pero, debido a que el mismo estaba reservado para otro curso, se debió trabajar en grupo en el laboratorio de nivel secundario (6 computadoras).

Durante su desarrollo, si bien las alumnas trabajaron en grupo, debimos estar atentas a problemas y dudas que fueron surgiendo, tanto del estudio de los casos como del manejo de software. A falta de tiempo no se pudo hacer un cierre adecuado de la actividad, por lo que en la clase siguiente se retomó la misma (en el aula) haciendo uso del material anexo de la guía (ver pág. 32) y de una fotocopia ver anexo 4 (pág. 65) en los cuales se podía ver la grafica de la función según la variación de sus parámetros.

RESUMEN A COMPLETAR

Considerando la función $y=k.a^x+c$.

- Asíntota paralela al eje X: ______________
- Puntos de corte con el eje Y: ______________
- Conjunto imagen:

k>0	k<0

- Crecimiento o decrecimiento

	k>0	k<0
a>1		
0<a<1		

- Desplazamiento sobre el eje y

c>0	
c<0	

Una vez comprendidos los tres casos anteriores, se procedió a completar, en forma conjunta con las alumnas, el cuadro. El mismo fue de utilidad y sirvió de guía para la resolución de los ejercicios posteriores.
Para esta clase, cabe destacar que se trabajo con la mitad del curso dado que el resto se encontraba en un retiro espiritual organizado por la institución, por lo que fue necesario retomar con ellas dicho repaso y actividad en la clase siguiente. Las alumnas que habían asistido a clase continuaron con el desarrollo de las actividades de la guía.

EJERCITACIÓN:

1) Construye una tabla de valores y grafica las siguientes funciones:

    i. $y=2.3^x$

    ii. $y=(1/4)^x$

    iii. $y= 3. (1/2)^x +1$

A la hora de realizar este ejercicio se observó mucha dificultad para la construcción de una tabla de valores y para marcar puntos en el plano cartesiano, siendo que esto había sido trabajado en años anteriores.
En este sentido, el problema que se observó fue que las alumnas no reconocen que los puntos de una recta en un plano son de la forma (x, f(x)) y que además y = f(x).

2) Al definir la función exponencial $y=a^x$ se fijó como condición que a>0:

    i. ¿Qué ocurre si a=1?

    ii. ¿Qué ocurre si a=0?

    iii. ¿Qué ocurre si a es negativo (a<0)?

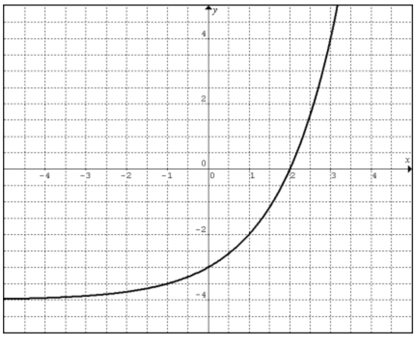
Como ayuda en caso de ser necesario construye una tabla y su gráfica correspondiente.

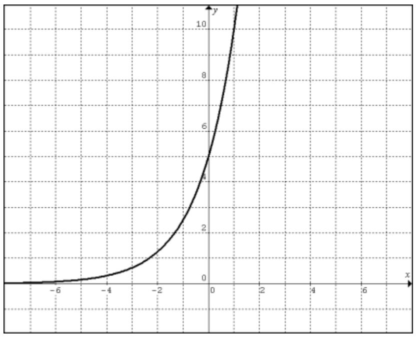
3) Completa el siguiente cuadro:

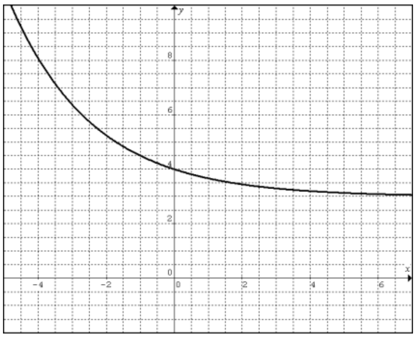
	Crecimiento o decrecimiento	**Puntos de corte con el eje y**	**Asíntotas**	**Conjunto imagen**
$y=3^x-1$				
$y= -5.(2/3)^x$				
$y=2.(1/2)^x+3$				
$y= (1/4).6^x$				

El ejercicio 4 fue resuelto por las alumnas en el pizarrón y fue importante para cerrar las ideas respecto de la relación entre los parámetros de la función y su grafica. El ejercicio 5 lo resolvió una de nosotras en el pizarrón. El mismo presento dificultades, en particular el item iii) dado que no habían visto sistema de dos ecuaciones; por lo que fue necesario explicar el tema sin aclarar que lo se estaba viendo era un sistema de ecuaciones y que era necesario la aplicación de un método para su resolución, por lo que fue dado solo como una serie de pasos a seguir.

4) Identifica la formula correspondiente a cada grafico.

i. 

iii. 

ii. 

a) $y = 2^x - 4$

b) $y = (2/3)^x + 3$

c) $y = 5.2^x$

d) $y = 5^x + 3$

e) $y = (1/3)^x - 4$

f) y= (1/4).

5) Encuentra la fórmula de la función exponencial $y = k.a^x$ que cumpla, en cada caso, con las condiciones dadas :

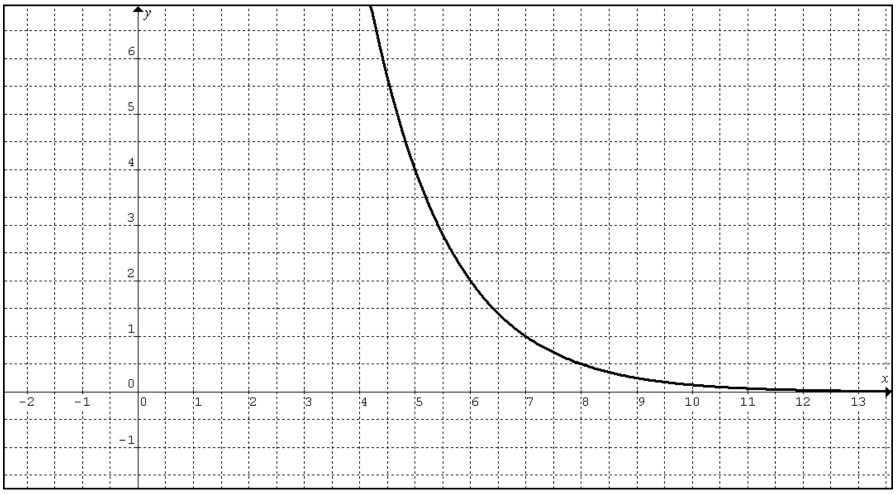
i. Que pasa por el punto (0;3) y a = 1/2.

ii. K=0,001 y pasa por el punto (3,1).

iii. Que pasa por los puntos: (1;4/3) y (-1;12).

PROBLEMAS

6) Se tiene una muestra de 128 gramos de una sustancia radiactiva (torio-234), cuya masa se reduce a la mitad en aproximadamente 24 días.
   a) Calculen la masa aproximada que quedara al cabo de 100 días y al cabo de 200 días.
   b) A partir de la grafica calcula el tiempo (días) aproximado que habrá transcurrido cuando queden 2gr.



Este ejercicio fue de gran importancia, puesto que implicó retomar el modelo obtenido en el proceso de modelización.
El mismo se pidió traer resuelto de tarea. Se le agregó, en el item a), lo siguiente: *"Encuentre la formula que me permita calcular la masa en función de los días"*.
Y se agregó también un ítem c):
"Tenemos 230g de cierta sustancia radiactiva cuyo periodo de semidesintregración es de 15 seg. Calcula la masa, transcurridos 1 min y 80 seg. Escribe su fórmula".
Estos cambios se debieron a que si bien, el ítem a) podía responderse a partir de la construcción de una tabla, nuestro objetivo era que pudieran aplicar el modelo obtenido. Y en cuanto al c) el objetivo era el mismo, pretendiendo a su vez, afianzar los conocimientos sobre el significado de cada parámetro. En particular se buscaba que las alumnas pudieran identificar que el exponente, al representar los periodos de semidesintegración transcurridos, se expresaba como una fracción donde el numerador indicaba el tiempo transcurrido (seg, min, hs, días, meses, años) y el denominador la duración de cada periodo.

7) De una determinada semilla nace una planta. De esta planta se obtienen 5 semillas nuevas. De ellas nacen sendas plantas que, a su vez, dan 5 semillas cada una, y así sucesivamente. Llamamos "generación cero" a la primera semilla.
   a) ¿Cuántas semillas corresponden a la generación 6?

   b) Llamen m al "numero de generación" y escriban una fórmula que permita calcular la cantidad de semillas en función de m.

c) Busquen una fórmula que permita expresar la cantidad de semillas correspondientes a la generación m, pero suponiendo que la generación cero está compuesta por 8 semillas.

En cuanto a este punto, una de las alumnas que lo había resuelto correctamente, lo explicó al resto de sus compañeras haciendo uso del pizarrón. Una de las dificultades que se presentó tanto en este ejercicio, el anterior y en el modelo obtenido en el proceso de modelización, fue entender el por qué y deducir el valor del parámetro "a". A partir de la resolución de este ejercicio se observó una mayor comprensión por parte de las alumnas. Para ello, oralmente se preguntó, por ejemplo, *"como seria la formula si en lugar de obtenerse 5 semillas de cada planta se obtuvieran 3 semillas".* Era muy notable, como las alumnas remontaban continuamente a la experiencia realizada, ya que al tratarse este ejercicio de un modelo no probabilístico, a diferencia de los vistos anteriormente y en la experiencia, generó un desequilibrio que llevó a plantear a una de las alumnas la siguiente pregunta: *"¿la probabilidad puede ser mayor que uno?"*

8) Supongamos que el valor de un coche nuevo es de $100.000 y que pierde el 20% de su valor presente cada año. ¿Cuál será el valor del coche después de 6 años?

9) Se deposita un capital de $25.000 en un banco que ofrece una tasa mensual de 0,5% de interés compuesto.
Completen:
   a) La expresión que relaciona el capital acumulado con el tiempo (en meses) es……………….

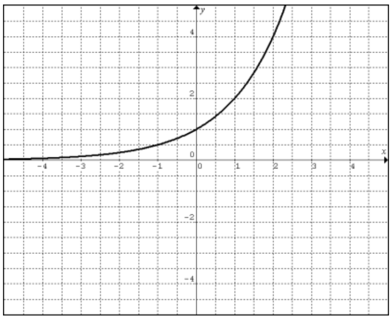
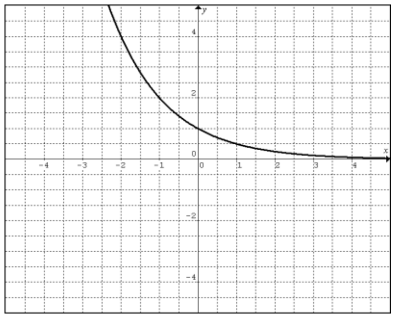
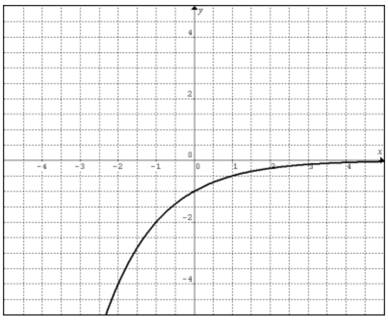
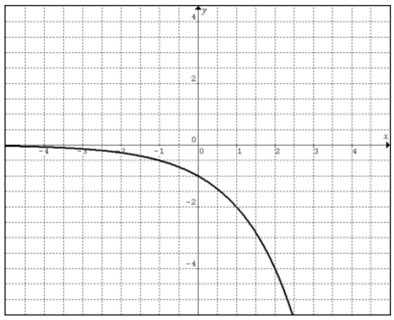
   b) El capital acumulado luego de un año es…………………

   c) Si el depósito inicial se hubiese realizado en otro banco que ofrece el 0,6 % mensual de interés, al cabo de un año se habrían acumulado $........................

Estos dos últimos ejercicios no fueron resueltos debido a falta de tiempo.

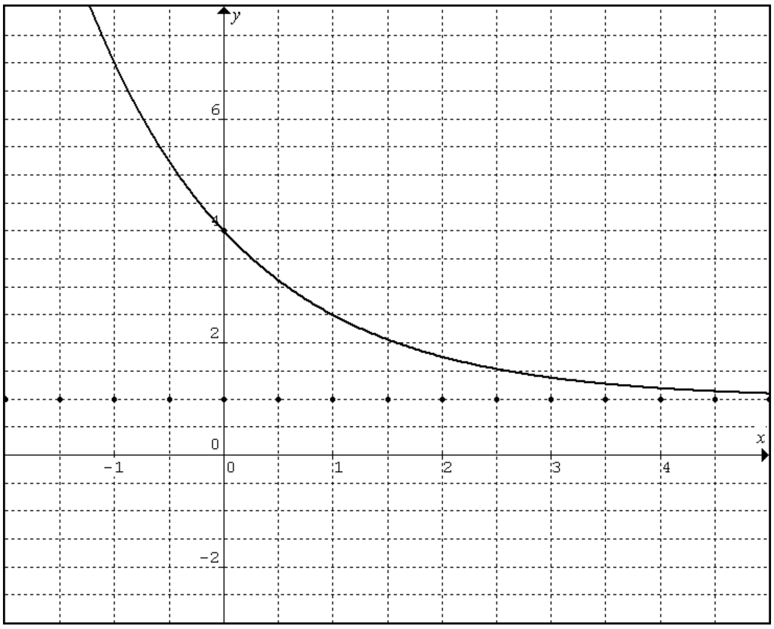
Anexo guía

<u>Visualización gráfica de la función, según sus parámetros **a** y **k**</u>

$k>0$ $a>1$	**$k>0$ $0<a<1$**
	
$k<0$ $0<a<1$	**$K<0$ $a>1$**
	

EJEMPLOS:

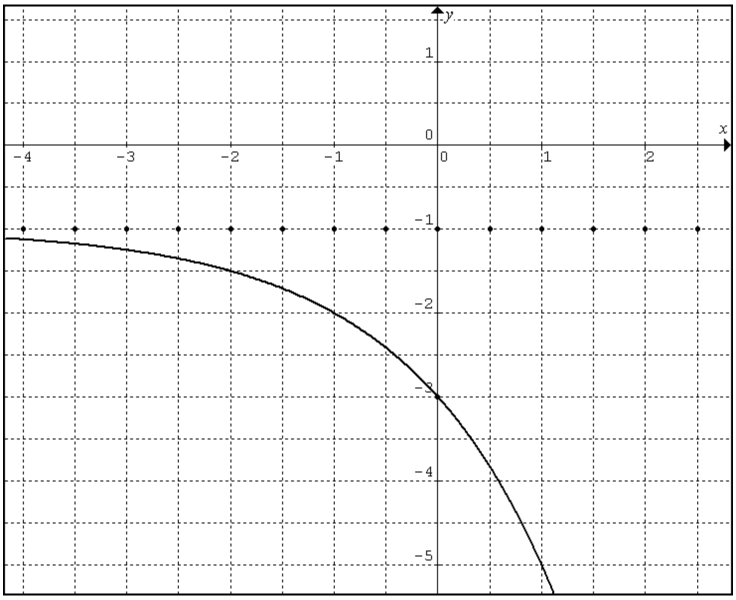
$y = 3.(1/2)^x + 1$



OBSERVACIONES:

- $a = ½$, $k = 3$, $c = 1$
- Función Decreciente: pues $0<a<1$ y $k>0$
- Punto de corte con el eje Y : (0,4)
  Dado por $k + c = 3+1$
  $= 4$.
- Asuntota paralela al eje X:
  $y=1$
  Dado por $c = 1$

$y= -2 .2^x -1$



OBSERVACIONES:

- $a = 2$, $k = -2$, $c = -1$
- Función decreciente: pues $a>1$ y $k<0$
- Punto de corte con el eje Y: (0,-3)
  Dado por $k + c = -2-1$
  $= -3$
- Asíntota paralela al eje X:
  $y= -1$
  Dado por $c = -1$

Como actividad final, luego de la devolución de la evaluación, se llevó a cabo el juego “Las Torres de Hanoi”, para ello las alumnas se dispusieron en 5 grupos de 4 y se les entrego a cada uno una copia (ver anexo 5, pág.66) donde se narra una leyenda sobre las torres de Hanoi. Al final de la misma se plantea un interrogante. Para responder a este es necesario llevar a cabo el juego. Del desarrollo del mismo surge una tabla de valores, y a partir de la observación de ésta, las alumnas deben buscar regularidades para poder encontrar la formula que permita responder al interrogante. Resultando tal formula, una función exponencial. (Para mayor detalle sobre la actividad ver anexo, pag. 66).

✓ LA PARTICIPACIÓN DE LOS ALUMNOS

Durante el desarrollo de toda nuestra práctica la participación de las alumnas fue activa y dialogada. Las mismas tenían una gran disposición a la hora de participar en clase, no eran temerosas para consultar sus dudas y les gustaba mucho pasar al pizarrón a escribir. Si bien se trataba de un curso “revoltoso” y “charlatán” estaban atentas durante nuestras explicaciones, pero no así al momento de escucharse entre ellas, cuando alguna de sus compañeras intentaba explicar, expresar sus dudas o conclusiones. Esto fue algo que pudimos observar en el desarrollo de toda la práctica, como así también durante las observaciones previas.

✓ LA ORGANIZACIÓN DE LOS ESCENARIOS

La mayor parte del trabajo se llevo a cabo en el aula, si bien éste era individual, la corrección o el desarrollo de ciertas actividades las realizamos en conjunto con ellas, oralmente o haciendo uso del pizarrón. Las alumnas, como ya se dijo, estaban dispuestas en 3 filas dobles, pero al tratarse de bancos móviles no siempre mantenían dicho orden. Esto igualmente no produjo inconvenientes para el desarrollo de las clases .
Para el caso del desarrollo de la experiencia y el análisis de la variación de los parámetros, actividades que tuvieron lugar en el gabinete de computación, el trabajo se desarrollo en forma grupal, organizando a las alumnas en 6 grupos de 3 o 4 integrantes, y manteniendo los mismos para ambas actividades. El juego “Las Torres de Hanoi” también fue un trabajo grupal (5 grupos), pero se realizó en el aula.

Por otra parte, en lo referido a la disponibilidad del tiempo, puede decirse que nuestros horarios de clases eran muy cortados, dado que siempre entre dos módulos (de 40 min cada uno) las alumnas tenían recreo. Esto fue un aspecto negativo para la organización de los tiempos y el desarrollo de las clases, puesto que después de cada recreo se perdía mucho tiempo hasta lograr retomar nuevamente el ritmo.

✓ EVALUACIÓN

Durante el desarrollo de toda la práctica se fue haciendo una evaluación formativa del proceso de aprendizaje de las alumnas con el fin de mejorar y repensar el desarrollo de las clases futuras. Un ejemplo de esto fue durante el proceso de modelización, cuando al finalizar el estudio de la teoría de la Desintegración Radiactiva observamos que las alumnas estaban desorientadas y tenían muchas dudas en cuanto al objetivo o el fin de las actividades desarrolladas hasta el momento. Ante esto fue necesario replantear nuestra planificación retomando las etapas de modelización y ubicando las actividades llevadas a cabo en cada una de ellas, como así también las actividades futuras.

Por otra parte, una vez desarrollado y estudiado todo el tema se procedió a tomar una evaluación escrita con el fin de evaluar lo aprendido y obtener una calificación.
Los temas evaluados fueron: Modelización Matemática y Simulación. Función exponencial: análisis de la variación de sus parámetros, representación gráfica.
Para la misma se plantearon 2 temas distintos, y se fijaron en ellas los criterios de evaluación.

A continuación se presentan las 2 evaluaciones:

Evaluación de Matemática

PROCESO DE MODELIZACIÓN - FUNCIÓN EXPONENCIAL

TEMA 1

ALUMNA:………………………………………………………………………………………

Esta evaluación tiene por objetivo valorar las posibilidades del alumno para:

- Caracterizar las etapas del proceso de modelización llevado a cabo en clase.
- Utilizar e interpretar la función exponencial como modelo matemático para resolver problemas, seleccionando el modelo más adecuado en función del problema.
- Analizar el comportamiento de la función exponencial, desde las diferentes formas de representación, interpretando sus parámetros.

Recuerda*: La interpretación de las consignas forma parte de la evaluación. Justifica debidamente tus respuestas. Puedes utilizar calculadora y resolver con lápiz remarcando con lapicera los resultados.*

1.

a) Describe detalladamente cada una de las etapas llevadas a cabo en el proceso de modelización relacionada con la desintegración radiactiva.

b) ¿Por qué fue necesario recurrir a una simulación para la obtención de datos experimentales? ¿En qué consistió la misma?

c) Resuelve:

Se tienen 270g de cierto elemento radiactivo (Plomo-211) cuyo tiempo de vida media es de 25 segundos.

¿Cuál será la masa aproximada que quedara luego de transcurridos 150 seg? ¿Y luego de 3 minutos y medio?

Escribe la fórmula que me permite calcular la masa en función del tiempo (segundos).

2. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsa y **justifica.**

a) La función $y= -1.(\frac{2}{3})^x$ es creciente.

b) La función $y= 2.3^x$ tiene una asíntota horizontal que es la recta de ecuación y=0.

c) La función $y= 5.2^x-1$ corta al eje y en el punto (0;6).

d) Todas las funciones del tipo $y= a^x$ con a>1 cortan al eje X.

e) El conjunto imagen de la función $y= -4. 3^x-2$ es los **R** < 2.

3. Identifica cada gráfico con su correspondiente fórmula.

   a)

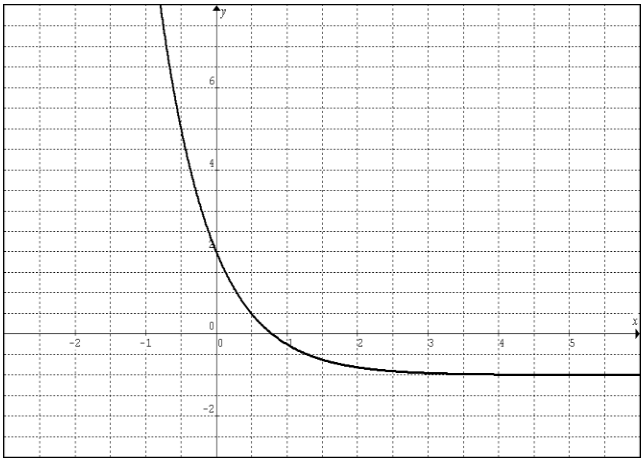


GRAFICO N°1

I. $y = -2.3^x - \frac{1}{2}$

II. $y = 3.\left(\frac{1}{4}\right)^x - 1$

III. $y = -\frac{5}{2}.2^x$

IV. $y = 2.\left(\frac{1}{3}\right)^x$

V. $y = 3.5^x - 1$

VI. $y = -\frac{5}{2}.\left(\frac{1}{3}\right)^x$

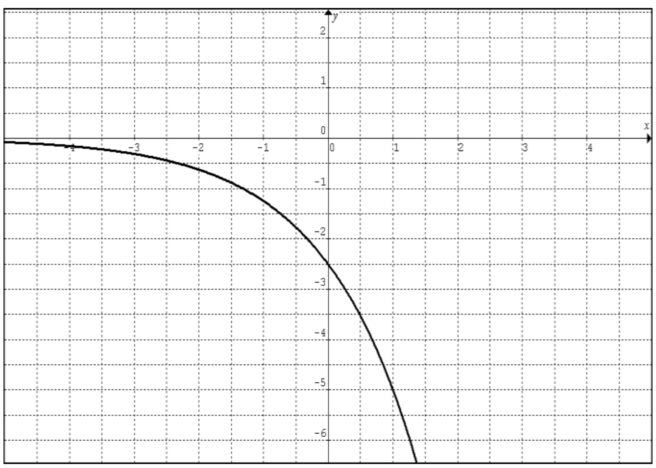


GRAFICO N°2

   b) Elige una función de las dadas en el ítem a) que no se corresponda con los gráficos y realiza su representación cartesiana.

OPTATIVO:

Encuentra la fórmula de la función exponencial $\mathbf{y=k.a^x}$ que pasa por los puntos (1; 3/2) y (-2; 12).

Evaluación de Matemática

PROCESO DE MODELIZACIÓN - FUNCIÓN EXPONENCIAL

TEMA 2

ALUMNA:………………………………………………………………………………………

Esta evaluación tiene por objetivo valorar las posibilidades del alumno para:

- Caracterizar las etapas del proceso de modelización llevado a cabo en clase.
- Utilizar e interpretar la función exponencial como modelo matemático para resolver problemas, seleccionando el modelo más adecuado en función del problema.
- Analizar el comportamiento de la función exponencial, desde las diferentes formas de representación, interpretando sus parámetros.

***Recuerda**: La interpretación de las consignas forma parte de la evaluación. Justifica debidamente tus respuestas. Puedes utilizar calculadora y resolver con lápiz remarcando con lapicera los resultados.*

1.
   a) Describe detalladamente cada una de las etapas llevadas a cabo en el proceso de modelización relacionada con la desintegración radiactiva.
   b) ¿Por qué fue necesario recurrir a una simulación para la obtención de datos experimentales? ¿En qué consistió la misma?
   c) Resuelve:

      Se tienen 420g de cierto elemento radiactivo (Yodo-125) cuyo tiempo de vida media es de 58 días.

      ¿Cuál será la masa aproximada que quedara al cabo de 174 días y al cabo de 1 año?

      Escribe la fórmula que me permite calcular la masa en función del tiempo (días).

2. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsa y **justifica**.
   a) La función $y= -3.(2)^x$ es decreciente.
   b) La función $y=1.\ 2^x -1$ tiene una asíntota horizontal que es la recta de ecuación $y=0$.
   c) La función $y= 4.2^x-1$ corta al eje y en el punto (0;5).
   d) El conjunto imagen de la función $y=-2.(2/3)+1$ es los **R**<1.
   e) Todas las funciones de la forma $y=a^x$ con $a>1$ cortan al eje X.

3. Identifica cada gráfico con su correspondiente fórmula.

a)

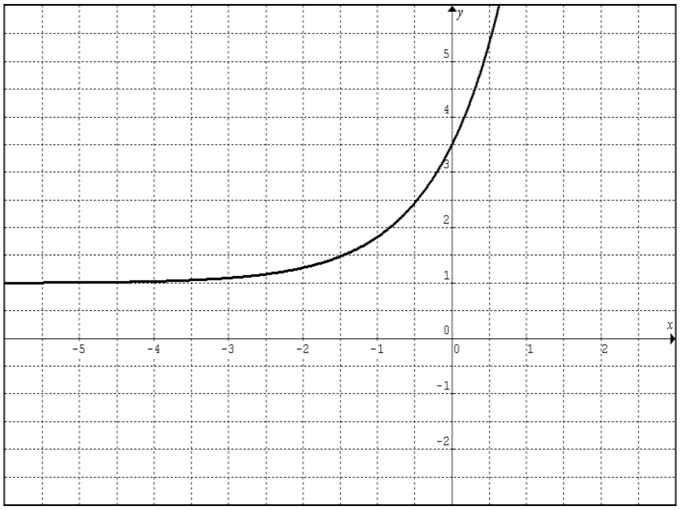


GRAFICO N°1

I. $y= 3.(1/5)^x+\frac{1}{2}$

II. $y=2.4^x$

III. $y= \frac{5}{2} . 3^x +1$

IV. $y=3 . (\frac{1}{4})^x - 1$

V. $y=2. (\frac{1}{3})^x$

VI. $y= \frac{5}{2} . (1/2)^x+1$

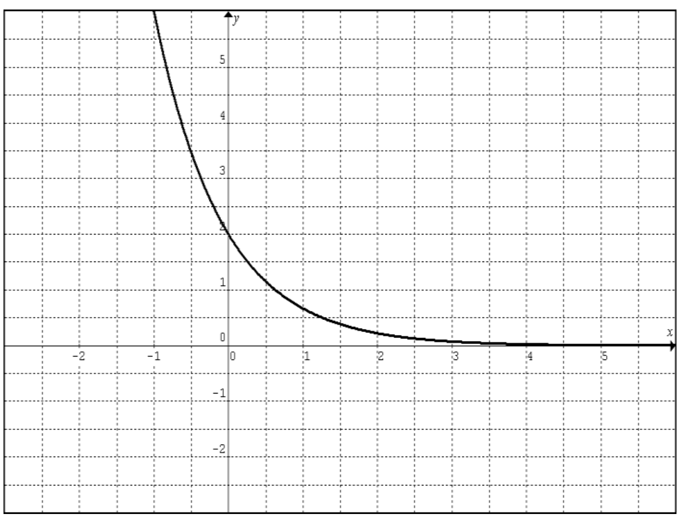


GRAFICO N°2

b) Elige una función de las dadas en el ítem a) que no se corresponda con los gráficos y realiza su representación cartesiana.

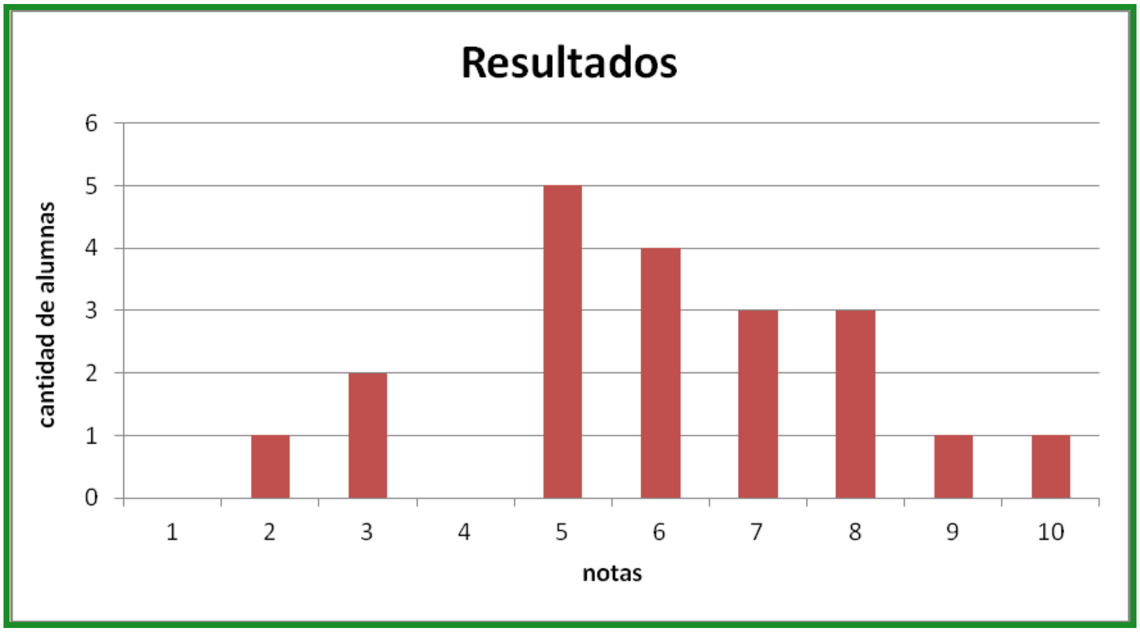
OPTATIVO:

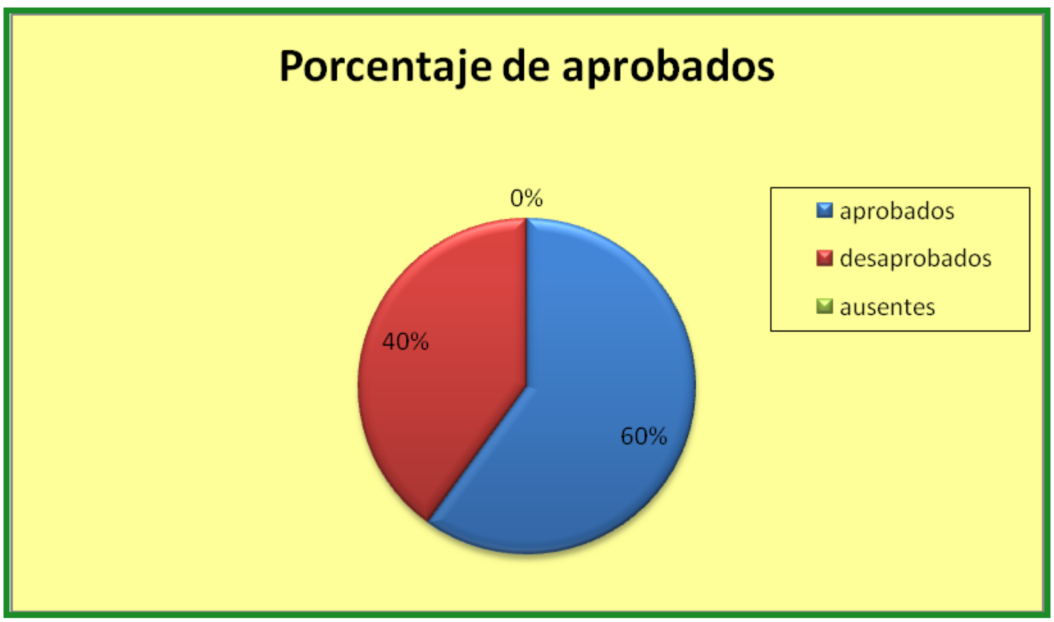
Encuentra la fórmula de la función exponencial $\mathbf{y=k.a^x}$ que pasa por los puntos (1; 3/2) y (-2; 12).

Para la corrección de la evaluación se armo previamente una grilla con los parámetros a tener en cuenta y el puntaje de cada ejercicio. La misma se presenta a continuación:

5to año Cs Naturales			**Observaciones**	**Puntaje parcial**	**Puntaje obtenido**
Ejercicio 1	**a**		Describir c/u de las etapas del PM de acuerdo al material brindado y lo experimentado en clase.	**1**	
	b		Dar cuenta de la importancia de la simulación para representar fenómenos reales.	**0,25**	
			Descripción de la simulación y su relación con el fenómeno de Desintegración.	**0,75**	
	c		Dar la fórmula que permita calcular la masa en función del tiempo. Con o sin ayuda de una tabla de valores.	**2**	
Ejercicio 2	**a**		Responde correctamente si la afirmación es Vo F	**0,1**	
			Justifica de forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase	**0,4**	
	b		Responde correctamente si la afirmación es Vo F	**0,1**	
			Justifica de forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase	**0,4**	
	c		Responde correctamente si la afirmación es Vo F	**0,1**	
			Justifica de forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase	**0,4**	
	d		Responde correctamente si la afirmación es Vo F	**0,1**	
			Justifica de forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase	**0,4**	
	e		Responde correctamente si la afirmación es Vo F	**0,1**	
			Justifica de forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase	**0,4**	
Ejercicio 3	**a**	Grafico 1	Identifica correctamente la formula correspondiente	**0,25**	
			Analiza la grafica en forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase para la obtención de los parámetros.	**0,75**	
		Grafico 2	Identifica correctamente la formula correspondiente	**0,25**	
			Analiza la grafica en forma clara de acuerdo a lo trabajado en clase para la obtención de los parámetros.	**0,75**	
	b		Grafica correctamente, haciendo uso o no de una tabla de valores, a partir del análisis adecuado de los parámetros de la función.	**1,5**	

Presentamos aquí los resultados obtenidos en las evaluaciones y el porcentaje de aprobados y desaprobados:





Comentarios sobre la evaluación:

Al momento de armar la evaluacion consideramos muy importante el proceso de modelizacion llevado a cabo,razón por la cual decidimos asignarle al ejercicio 1 el mayor puntaje. Si bien los items a) y b) del mismo consistian solo en describir el proceso realizado, material que tenian impreso, la mayoria de las alumnas no pudieron responder a estas preguntas. Algunas de ellas solo nombraban las etapas del proceso o definian simulación, sin describir detalladamente cual fue el proceso de modelizacion y la simulación llevadas a cabo. Esto podria deberse a la creencia de que Matematica se remite a lo practico y que la escritura no se encuentra dentro del "hacer Matemática".
En cuanto a los ejercicios 2 y 3 no observamos grandes dificultades o errores, salvo casos particulares, como ser el item d) del ejercicio 2, en donde casi todas las alumnas acertaron al verdadero o falso pero no pudieron dar una justificacion para el mismo, solo dos de ellas lo hicieron de manera correcta. El ejercicio optivo, es una modalidad empleada por la docente a cargo del curso en todas las evaluaciones, éste no influye en la nota final de la evaluación. La modalidad consiste en que la alumna que resuelve correctamente tres de éstos ejercicios optativos, le corresponde una nota extra igual a 10. Para ésto la profesora lleva un registro de quienes han intentado resolverlo y quienes lo han hecho correctamente. Resolverlo incorrectamente no suma ni resta posibilidades de luego obtener el 10.

A continuación comenzaremos con el análisis teórico del problema seleccionado, con el cual buscamos resaltar la importancia de la simulación como herramienta útil para una propuesta pedagógica centrada en el proceso de MM y para abordar la construcción de un Modelo Matemático.

ANÁLISIS DE UN PROBLEMA DESDE UN PUNTO DE VISTA TEÓRICO

Como puede observarse a lo largo de este informe, el desarrollo de las prácticas estuvo basado, principalmente, en el proceso de Modelización Matemática a través de la Simulación

Debido a que, en la segunda etapa del proceso de Modelización Matemática (MM) (ver Figura N°1) trabajado previamente por la docente a cargo del curso, trabajando bajo el tema: dinámica poblacional de una colmena, para la obtención de datos se recurrió a la ayuda de un especialista, quien brindó toda la información empírica necesaria, nosotras decidimos afrontar ésta etapa de un modo más práctico, dando a las alumnas la posibilidad de experimentar y obtener sus propios datos. Esta decisión tiene relación con nuestra propia experiencia con la MM que se encuentra vinculada con el proceso que se ilustra en la Figura N°2.

Etapa1: Formular un problema dentro de un tema o problemática que interese ser estudiada.
Etapa2: A partir de los datos obtenidos, construir un modelo matemático que represente el sistema en estudio.
Etapa3: Deducir una solución para el modelo.
Etapa4: Testear el modelo y la solución deducida para él con el problema real.

Figura N°1: Esquema de MM presentado por la profesora a cargo del 5° año CN

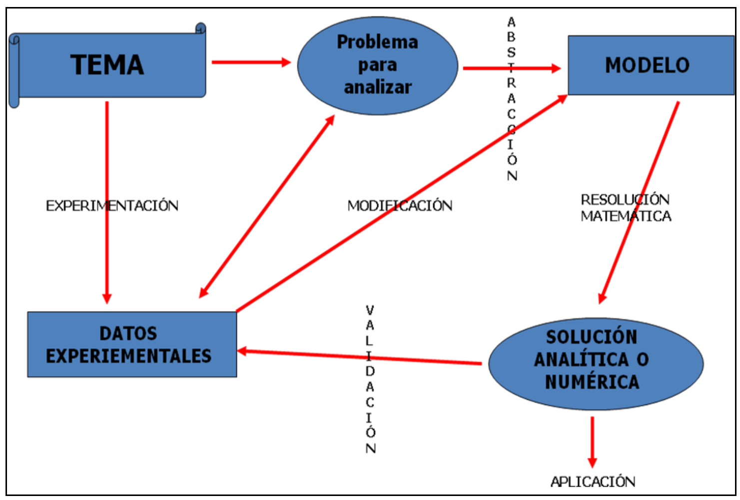


Figura N°2: Esquema de MM de Bassanezi (2002) ilustrado en notas de clase de Mónica Villarreal

Para lograr nuestro objetivo, buscamos en distintas fuentes, temas y experiencias de laboratorio relacionadas con las Ciencias Naturales teniendo en cuenta la especialidad del Ciclo Orientado. Algunos ejemplos interesantes fueron: reproducción de bacterias, datación de fósiles, cálculo del Ph de algunas sustancias, etc. Pero, con estos temas, no nos fue posible encontrar una experiencia de laboratorio que pudiera ser llevada a cabo en el colegio, y a partir de la misma obtener datos ricos de forma rápida y fácil de observar con la tecnología disponible en el colegio. Al continuar con la búsqueda encontramos en Internet una experiencia (la que finalmente propusimos) que, al analizarla con más detalles, descubrimos que se trataba de una Simulación de la desintegración de una muestra de elementos radiactivos a través del tiempo.
Gracias a ella, entonces, fue posible realizar, junto a las estudiantes, todo el proceso de MM, según se detalla en la Figura N°2. Dada la relevancia de esta experiencia para nuestra práctica, es que, buscamos resaltar y analizar la importancia de la Simulación como herramienta útil para una propuesta pedagógica centrada en el proceso de MM y abordar la construcción de un Modelo

Matemático. En este sentido, a continuación, presentamos una breve discusión sobre el sentido atribuido a simulación, informamos brevemente cuándo convine simular y qué permite. A partir de esta información, analizamos la simulación que lleváramos a cabo en clase y cerramos este capítulo con una discusión respecto a los aportes que significó la incorporación de nuevas tecnologías en todo el proceso de prácticas.

Simulación: Sentido, cuándo utilizarla y qué permite.

Al introducirnos en este nuevo concepto (nuevo para nosotras), comenzamos con una búsqueda teórica sobre el mismo, encontrando por definición la siguiente:

> *"La **simulación** es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias -dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o un conjunto de ellos - para el funcionamiento del sistema".* (R.E. Shannon, 1976).

Tal definición fue la propuesta en la guía construida para las estudiantes.

En el transcurso de esta búsqueda nos surgió un interrogante: ¿Cuándo simular y cuáles son sus ventajas? En respuesta a ello encontramos:

¿Cuándo conviene utilizar la Simulación?

A partir del trabajo realizado y la bibliografía consultada podemos decir que conviene simular cuando:

- No exista un sistema real, sea caro o peligroso o sea imposible construir y manipular un prototipo del fenómeno en estudio.
- La experimentación con el sistema real sea peligrosa, costosa o pueda causar incomodidades.
- Se requiera que el proceso sea en menos tiempo. La simulación proporciona un control total sobre el mismo, debido a que un fenómeno real se puede acelerar.
- Se desea experimentar con el sistema antes de su uso o construcción.

Parece medianamente claro cuándo simular pero vale la pena también saber qué nos posibilita la simulación.

¿Qué nos permite la simulación?

De la bibliografía consultada podemos indicar algunos aportes de la simulación para el estudio de algunos fenómenos de interés. En este sentido podemos indicar que la simulación:

- Proporciona un método más simple de solución cuando los procedimientos matemáticos son complejos y difíciles.
- Auxilia el proceso de innovación ya que permite al experimentador observar y jugar con el sistema.

- Ofrece un medio para lograr una solución, en aquellos casos que es muy difícil encontrarla por otros medios.
- Hace posible que un investigador organice sus conocimientos teóricos y sus observaciones empíricas sobre un sistema.
- Favorece una mejor comprensión del sistema.
- Es más fácil de manipular que el sistema mismo.
- Resulta menos costoso que algunas experimentaciones.
- Permite estudiar sistemas dinámicos en tiempo real.

Por otra parte pudimos ver que hay distintos tipos de modelos de simulación y que estos pueden clasificarse según su aleatoriedad en:
– Deterministas: Aquellos modelos que no contienen elementos aleatorios.
– Estocásticos: Aquellos modelos que contienen alguna componente aleatoria.

La simulación y las tecnologías en nuestra práctica

En este sentido la Simulación que llevamos a cabo en la práctica responde a un modelo estocástico ya que, tanto la desintegración de los núcleos de un átomo a través del tiempo como, así también, el comportamiento de las fichas de corcho en el experimento, corresponden a hechos probabilísticos.

A partir de todo esto, y teniendo en cuenta los "pasos" a seguir al momento de realizar una simulación, los cuales fueron presentados en la guía y se detallan nuevamente a continuación, fue que comenzamos a pensar en Nuestra Simulación:

1) Seleccionar un problema de interés.

2) Seleccionar un medio material o físico que contenga las principales características matemáticas del problema y la experimentación que realizará.

3) Determinar la cantidad de veces que repetirá el experimento.

Para esto, hasta el momento, solo teníamos seleccionado el problema y formulada la idea general de la Simulación. Para comenzar fue necesario buscar los materiales adecuados y aptos para poder llevarla a cabo.

En la fuente donde encontramos la experiencia planteada, el material propuesto consistía en:
-caja de cartón.
-200 monedas.
-software graficador.

Y la experimentación o experimento a realizar, tal como se detalla en la pág. 12, consistía en colocar las monedas con la cara hacia arriba (que simulaban una muestra de elementos radiactivos) en el interior de la caja, mover luego la caja (con lo que se simulaba un periodo de semi-desintegración radiactiva), retirar aquellas que se habían dado vuelta (simulaban los elementos radiactivos desintegrados) y, contar y anotar las que quedaron en el interior de la caja (elementos radiactivos no desintegrados). No volver a introducir las monedas dentro de la caja y repetir el experimento hasta quedar 1 ó 0 monedas al interior de la misma.

Nuestro primer inconveniente fue que era imposible contar con esa cantidad de monedas y más aun, si se trabajaba con 6 grupos, dado que se iban a necesitar 200 por grupo. Ante esto decidimos remplazar este material por otro de características similares. Hecho que llevó tiempo. Fuimos probando con distintos materiales, entre ellos naipes, fichas de cartón, lentejas, porotos; pero para cada uno de estos surgía una dificultad por lo cual no resultaba adecuado utilizarlos, eran muy livianos, grandes o difíciles de manipular.
Finalmente surgió la idea de utilizar corchos de botellas cortados en rodajas, y dado que necesitábamos que tuviesen bien marcadas dos caras distintas, les pintamos una de ellas. Al experimentar con este material comprobamos que tenían un tamaño y peso adecuado, por lo que eran fáciles de manipular.
Una vez seleccionadas las fichas, fue necesario pensar en el tamaño adecuado para las cajas. Dado que, si eran muy chicas las fichas se amontonaban o quedaban paradas, probamos con distintos tamaños hasta conseguir la caja adecuada (que resultó ser de 15cm x 30cm x 45cm)
En el caso del software, para el análisis de datos, decidimos utilizar el *Graphmatica* puesto que es un programa fácil de aprender y utilizar.

Una vez listo todo el material, se procedió a pensar cuántas veces sería necesario repetir el experimento, tomando como referencia teórica la ley de los grandes números:

> *"La **ley de los grandes números**, también llamada **ley del azar**, afirma que al repetir un experimento aleatorio un número de veces, la frecuencia relativa de cada suceso elemental tiende a aproximarse a un número fijo, llamado **probabilidad** de un suceso."*
>
> (http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/probabilidad/ley_de_los_grandes_nmeros.html)

En base a esto decidimos que, cada grupo realizara el experimento 3 veces, así en total entre los 6 grupos se repetiría 18 veces.

Una vez tomadas todas las decisiones importantes, se pudo llevar a cabo una exitosa Simulación. En este éxito tuvo mucho que ver el uso del software, puesto que gracias a él se pudo llevar a cabo un análisis correcto de los datos obtenidos en la experiencia a través del "juego" entre la misma y el ajuste de curvas, permitiendo así llegar al modelo grafico correcto.

A modo de conclusión, podemos decir que dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, la Simulación es la recreación de un ambiente de aprendizaje en el cual los estudiantes realizan actividades, crean y modifican modelos, visualizan fenómenos intra o extra matemáticos e interactúan con ellos, toman decisiones, enfrentan consecuencias de tales decisiones y reciben retroalimentación de su comportamiento en el ambiente simulado[3]. Esto

[3] http://weblogeducativo.blogspot.com.ar/. Consultado en noviembre de 2012.

pudo observarse al ajustar los datos obtenidos con distintas curvas, donde para hacer la elección adecuada de la misma debieron tener presente lo realizado en la experiencia. Al momento de ajustar con la curva lineal, pudieron darse cuenta, con nuestra ayuda, de que no era la adecuada, ya que no podían obtener una "cantidad negativa de corchos" , y al hacerlo con la cuadrática y compararla con la experiencia notaron que en ella, una vez retirados los corchos de la caja no volvían a ser reintegrados, es decir, que la cantidad de fichas de corcho iba disminuyendo, por lo que la rama ascendente de la función cuadrática no se correspondía con la experiencia; luego esta función tampoco era la adecuada.

Las herramientas de simulación permiten que el alumno lleve su propio ritmo de aprendizaje y se enfrente de modo individual al proceso de elaboración de sus propias conclusiones con relación a los fenómenos que va a simular, siendo el alumno el protagonista activo de su propio proceso de aprendizaje.
Este ambiente de aprendizaje estimula la motivación y el interés de los alumnos por desarrollar sus destrezas matemáticas, ayudando a éstos a construir, fortalecer y conectar varias representaciones matemáticas, al tiempo que aumentan el deseo por descubrir y aplicar lo que están aprendiendo a nuevas experiencias reales de la vida, permitiendo a los estudiantes utilizar ideas de un área para entender mejor otra, para que así el aprendizaje matemático sea pertinente y significativo. Un hecho de esto pudo observarse en el comentario de una de las alumnas al momento de estudiar la Desintegración del Uranio: *"¿Esto es química no?... Me va a servir para rendir".*

Finalmente, podemos decir, que si bien llevar a cabo una práctica centrada en el proceso de MM, privilegiando procesos de experimentación, nos generó dificultades tales como: encontrar el tema a tratar, adecuar los materiales para la simulación, y adaptar la experiencia al contexto áulico, a eso se agrega disponer de tiempo para enseñar a utilizar un software.
En todo el trabajo, en la construcción de conocimiento producido durante las prácticas, se puso en evidencia la noción de "**humanos-con medios"** discutida en el texto de Villarreal (2004)
Decimos que se puso en evidencia, puesto que la actividad intelectual del humano se produce con el medio, es decir, que se conoce con, se piensa con y se actúa con el medio. En otras palabras, las tecnologías (en nuestro caso el uso del software *Graphmatica*) tienen un rol activo en la actividad matemática contribuyendo a cambiar la dinámica y cultura de las clases de manera significativa permitiendo así experimentar la Matemática de un modo diferente lo cual también produce que los alumnos tomen ese rol activo y no sean meramente receptores de conocimientos, sino productores de los mismos, asumiendo una posición activa. En este sentido, puede retomarse la afirmación de Romberg y Carpenter incorporada en el texto de A. Schoenfeld ***"… el aprendizaje ocurre por construcción y no por absorción.***

Podemos decir entonces, que ésta práctica termina contribuyendo a ampliar nuestra propia visión de MM e implica para nosotras un nuevo aprendizaje en lo que respecta a un “modo distinto” de enseñar.

CONCLUSIÓN

A modo de conclusión podemos decir que la experiencia vivida durante todo el desarrollo de nuestra práctica fue muy positiva y significó también para nosotras un aprendizaje, no solo por el hecho de estar frente a un curso por primera vez, sino también por el modo de trabajo.

El trabajo con proceso de modelización matemática (PMM), en particular la experiencia realizada, nos permitió tener un mayor contacto con las alumnas y una relación "amistosa", y no tanto una relación tradicional docente-alumno, hecho que nos permitió tener una mayor seguridad y confianza a la hora de estar frente al curso.

Si bien, en un principio nos entusiasmó mucho la idea de trabajar con PMM, a la hora de comenzar a pensar y plantear las actividades surgieron muchos temores puesto que sabíamos que se trataba de un trabajo arduo y difícil, pero con la ayuda de las docentes y con muchas horas de trabajo, pudimos llevarlo a cabo exitosamente.

Podemos decir también que trabajar con Simulación en el PMM resultó una experiencia atractiva y novedosa como propuesta para el aula, en particular la simulación que realizamos, la cual fue mas "tangible" y "material", a diferencia de las que se llevan a cabo normalmente en computadoras, puesto que permite recrear un ambiente de aprendizaje en el cual el alumno lleva su propio ritmo de aprendizaje y es protagonista activo de ello, toma decisiones y recibe retroalimentación de sus acciones en dicho ambiente.

ANEXO

<u>ANEXO 1:</u> PRIMERA PARTE DE LA GUIA DE TRABAJO UTILIZADA DURANTE EL PERIODO DE OBSERVACIÓN.

<u>MODELIZACIÓN MATEMÁTICA</u>

<u>Introducción:</u>

Podemos caracterizar a la modelización matemática como una actividad de matematización de **<u>problemas reales.</u>** Muchas situaciones del mundo real pueden presentar problemas que requieren soluciones, decisiones, o previsiones y una formulación matemática detallada.

Un modelo matemático es un conjunto consistente de ecuaciones o estructuras matemáticas elaborado para comprender o representar algún fenómeno físico, biológico, social, etc. Un modelo matemático puede ser formulado de distintas maneras: con expresiones numéricas o analíticas, diagramas, gráficos, representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas computacionales, etc.

Llevar adelante un proceso de modelización matemática implica ir realizando distintas actividades e ir cumplimentando ciertas etapas:

<u>1° Etapa</u>: Formular un problema dentro de un tema o problemática que interese ser estudiada
<u>2° Etapa</u>: A partir de los datos obtenidos, construir un modelo matemático que represente el sistema en estudio (en esta instancia puede ser necesario recurrir a la experimentación para obtener datos, requerir informaciones de un especialista, utilizar datos generados por otros y/o desde distinta fuentes).
<u>3° Etapa</u>: Deducir una solución para el modelo.
<u>4° Etapa</u>: Testear el modelo y la solución deducida para él con el problema real.

Nos introduciremos a actividades de modelización considerando un ejemplo relacionado con un grupo de abejas que emigran con una reina, luego de que en la colmena naciera una nueva reina, por lo tanto:

Tema: Dinámica poblacional de una colmena

Para comenzar a familiarizarnos con nuestro tema, le pedimos a una apicultora que nos ayudara con la etapa inicial de investigación, de este modo no fue necesario realizar experimentaciones o búsquedas especiales para obtener los datos necesarios. Durante su visita al curso, pudimos obtener información respecto a algunas condiciones de la apicultura en Córdoba. Entre los datos que nos ofreciera, que corresponde a nuestro objeto real de estudio, destacamos que, cuando en una colmena nace una nueva reina, la abeja reina "vieja" deja el panal y la <u>acompañan aproximadamente 10.000 abejas obreras</u> y hasta un 20% de zánganos para formar una nueva colmena. Se suele indicar que una colmena se encuentra en "condiciones normales" cuando alcanza una población de 60.000 a 80.000 obreras. De ese modo, dentro del tema escogido, podríamos ser más específicos y reconocer como situación problemática la siguiente:

Problema: ¿Cuánto tiempo tardará en formarse una nueva colmena, en condiciones normales, es decir entre 60.000 y 80.000 obreras?

Comenzando con la etapa de matematización o construcción del modelo, recordemos que otros de los datos relevantes fueron los relacionados con la composición de los habitantes de una colmena. Esto es, una colmena está constituida básicamente por:

- ✓ 1 reina
- ✓ Entre 60.000 y 80.000 obreras y
- ✓ 10% a 20% de zánganos. (Nos aclaró además, que en las colmenas artificiales los apicultores reducen esta cantidad a un 5%, o como máximo a un 10%)

Agregó que, los tiempos de vida de cada uno de estos grupos, en la época productiva, son los siguientes:

- ✓ La reina tiene una vida media de 5 años
- ✓ Los zánganos tienen una vida media de 80 días y
- ✓ Las obreras tienen una vida media de 40 días

Por otro lado la incubación de los huevos no es siempre la misma para los diferentes grupos y que en términos generales los tiempos necesarios de incubación para cada uno de ellos se miden en días y se distribuyen de este modo:

- ✓ 16 días para la reina
- ✓ 24 días para los zánganos y
- ✓ 21 días para las obreras.

Se estima que la reina, al emigrar, está en condiciones de realizar una postura media de 2.000 huevos por día y que entre las 10.000 obreras que la acompañan, podremos encontrar abejas de todas las edades, con ello se asegura la existencia de obreras en condiciones de cumplir con diferentes funciones esenciales para el desarrollo de una colmena, durante los primeros 21 días o período de adaptación.

Para poder comenzar a resolver nuestro problema vamos a agregar una **condición** acerca de las características de las 10.000 obreras que acompañan a la reina. La condición que agregamos está relacionada con la distribución de las edades de las abejas que acompañan a la reina, permitiéndonos, de ese modo, simplificar el problema original.

En este caso asumiremos que a la reina la acompañan igual cantidad de abejas de un día de vida, igual cantidad de abejas de dos días, igual cantidad de abejas de tres días, etc. Esto en matemática se expresa diciendo que “las edades de las abejas están equidistribuidas”.
No está mal esta suposición ya que éste es un caso posible, entre otras razones porque según las edades, las abejas van cumpliendo en la colmena distintas funciones, por ejemplo, limpieza de las celdas, nodrizas, pecoreadoras, etc. Es decir que necesitamos, para la constitución de la nueva colmena, abejas de todas las edades tal como lo mencionamos antes, para asegurar la adaptación.

Teniendo en cuenta esta condición que le impusimos respecto de las edades de las abejas, podemos reformular el problema original del siguiente modo:

PROBLEMA BAJO NUESTRO SUPUESTO

Problema: ¿Cuánto tiempo tardará en formarse una nueva colmena, en condiciones normales, es decir entre 60.000 y 80.000 obreras, si asumimos que las edades de las 10.000 obreras que acompañan a la reina están equidistribuidas?

Combinado los datos mencionados arriba, esto es, **término medio de días de vida de las obreras, cantidad de huevos que puede poner la reina y tiempos medio de incubación**, podemos identificar varios momentos en la evolución de la población de la colmena.

Partimos claramente de 10.000 obreras que acompañan a la reina y que en la etapa inicial, o período de adaptación, intermedio entre la postura inicial y el nacimiento de las primeras abejas (21 días), sólo morirán abejas. Entre los veintiún y cuarenta días transcurridos, comenzarán a producirse los primeros nacimientos y simultáneamente continuarán muriendo abejas del primer grupo de obreras. Desde el día cuarenta y uno al sesenta se producirán sólo nacimientos ya que, debido al promedio de vida de las obreras, habrán muerto todas las del primer grupo y restan veinte días más para que comiencen a morir las abejas que nacieron en la nueva colmena. Estas etapas corresponden al período de desarrollo de la colmena. Finalmente, transcurridos sesenta días se producirá una etapa de equilibrio entre nacimientos y muertes. Dicho de otro modo:

Una primera etapa o período de adaptación $0 \leq t \leq 20$
Una segunda etapa } período de desarrollo $20 < t \leq 40$
Tercera etapa } $40 < t \leq 60$
Y cuarta etapa o período de equilibrio $t > 60$

Comencemos entonces a analizar ahora etapa por etapa

1° etapa o período de adaptación:
En esta etapa sólo mueren las abejas que emigraron junto con la reina vieja.

Para ayudarnos utilizaremos como recurso una tabla de dos columnas en la que anotaremos números de días y cantidad de abejas vivas para cada uno de ellos.
Dicho de otro modo, en la primera columna consignamos nuestra variable independiente (número de días transcurridos) y en la segunda columna la variable dependiente (cantidad de abejas vivas).

Día Número	Cantidad de abejas vivas
0	10 000
1	
2	
3	
4	
5	
. . .	
20	

Esta tabla de valores, nos da una primera idea del comportamiento poblacional de las abejas.
Nos damos cuenta que con este recurso, ya contamos con una primera aproximación importante.

La expresión analítica que le corresponde es:

$$\boxed{\mathbf{f(x) = y = 10\,000 - 250 \cdot x \qquad \text{Con} \quad 0 \leq x \leq 20}}$$

Esta expresión analítica es el modelo matemático correspondiente a la primera etapa

La función de 1° grado es una f :**R** $\longrightarrow$ **R** pero como nosotros estamos trabajando con una variable discreta (el número de días, que es un número natural), por convención, a estas funciones con dominio en los Naturales, se las llama **sucesiones.**

Notación:
Llamemos **n** al número de días y $\boldsymbol{a_n}$ a la cantidad de abejas vivas en el día **n,** de este modo, por ejemplo, para indicar la cantidad de abejas vivas en el día 8 escribiremos $\boldsymbol{a_8}$
Por otro lado, como cada día voy a tener un número natural de abejas, cada vez que yo realice la diferencia entre dos valores sucesivos obtendré un número entero.

$a_1 - a_0 = -250$ (1)

pero también $a_2 - a_1 = -250$ (2)

Llamando **d** a ese valor fijo,tendremos **por recurrencia**:

$$a_n - a_{n-1} = d$$

Trataremos ahora de encontrar el término general de la misma.Para un día cualquiera, si yo conozco el número de abejas del día anterior y la diferencia diaria **d** podría encontrar el número de abejas para ese día. Por ejemplo tomemos los días 1 y 0. Conozco a_0 y d, despejo de (1) y obtengo:

$$a_1 = a_0 + d$$

Y si ahora quiero, con esos mismos datos, obtener a_2, despejo de la (2) y obtengo:

$$a_2 = a_1 + d$$

Pero por la anterior:

$$a_2 = (a_0 + d) + d = a_0 + 2d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_0 + 2d) + d = a_0 + 3d$$

Y si se sigue con esta idea, llegamos a que, el **termino general** es:

$$\boxed{a_n = a_0 + n.d}$$

A las sucesiones como ésta, que cumplen que <u>cada término se obtiene sumándole al anterior una cantidad fija (d), las denominamos **sucesiones aritméticas.**</u>

En nuestra sucesión, la cantidad de abejas va disminuyendo día a día, un valor constante igual a 250.

Con nuestros datos: $\boxed{a_n = 10\,000 + n.(-250) \qquad \text{con } 0 \leq n \leq 20}$

<u>2° etapa – Inicio del período de desarrollo</u>:

A partir del día 21 comienzan a nacer nuevas abejas (2000 por día), pero también continúan muriendo diariamente las 250 obreras que acompañaron a la reina en el éxodo. Entonces, la población se incrementa efectivamente en 1750, esto es las 2000 que nacen ese día, menos las 250 que mueren ese mismo día.

Para esta etapa y con la intención de simplificar, introducimos un nuevo contador de días al que llamaremos N, de tal modo que para el día 20 a N le asignamos el valor cero, para el día 21 le asignamos 1 y así sucesivamente. Lo que estamos haciendo es recomenzar el proceso de conteo que nos permitirá analizar cada etapa individualmente. Luego, tendremos en cuenta el proceso completo y volveremos al cero inicial (día cero, en el que se realiza la primera postura de huevos).

Nuevamente aquí emplearemos una tabla. En este caso utilizaremos una tabla de tres columnas. La primera para la variable independiente (número de días), la segunda para el contador auxiliar y la tercera para la variable dependiente (cantidad de abejas vivas para cada día):

Día (n)	N	a_n

20	0	5.000
21	1	
22	2	
23	3	
⋮	⋮	⋮
40	20	

En este caso la expresión analítica para el número de abejas por día ó a_n es:

a_N = ... con $0 \leq N \leq 20$

O sea que la diferencia entre dos días sucesivos, en esta segunda etapa, es positiva e igual a 1750
Teniendo en cuenta la cantidad de días, desde el inicio, tendremos:

$a_n = 5000 + 1750 . (n - 20)$

Aplicando propiedad distributiva:

a_n =...

$a_n = \boxed{\mathbf{1750 . n - 30\,000 \quad con \quad 20 < n \leq 40}}$

<u>Tercera etapa-Continuación del período de desarrollo:</u>
Tal como indicamos más arriba, en el día 40 habrán muerto todas las abejas que emigraron y a partir de allí, sólo se producirán los 2000 nacimientos por día.
Nuevamente aquí recurriremos a una tabla e introduciremos el contador auxiliar, para representar las variables consideradas en el problema.

Día (n)	N	a_n
40	0	40 000
41	1	
42	2	
43	3	
⋮	⋮	
60	20	

a_N = ………................................... $0 \leq N \leq 20$

y desde el inicio:

a_n= …………………………………………….

a_n= …………………………………………….

a_n= .... **40 < n ≤ 60**

Cuarta etapa-Período de equilibrio:

A partir del día 61, comenzarán a morir 2000 abejas por día (las 2000 que ya vivieron 40 días, por haber nacido el día 21), y seguirán naciendo 2000 abejas por día. Esto es, se compensan las abejas que mueren con las que nacen produciendo un incremento nulo. En la tabla que emplearemos en esta etapa mantendremos las mismas convenciones respecto de variables y contador que en las etapas anteriores.

día	N	a_n
60	0	80 000
61	1	
62	2	
⋮	⋮	⋮

¿A qué es igual la diferencia en esta etapa?.....................................

entonces : a_N = ... con $0 \leq N \leq 20$

a_n = ... **con n >60**

SÍNTESIS DEL MODELO ANALÍTICO DE NUESTRO PROBLEMA

Como modelo matemático, para la dinámica poblacional de una colmena bajo la condición de la equidistribución de las edades, se obtiene una expresión analítica en la que el dominio está particionado, según las etapas que habíamos identificado y que se ilustra más abajo. Completa con los modelos que obtuviste en cada etapa:

$$
a_n = \begin{cases} 10\,000 - 250\,.n & \text{con } 0 \leq n \leq 20 \quad 1° \text{ etapa} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 20 < n \leq 40 \quad 2° \text{ etapa} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 40 < n \leq 60 \quad 3° \text{ etapa} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & n > 60 \quad 4° \text{ etapa} \end{cases}
$$

Ahora estás en condiciones de responder a la pregunta del problema que nos formulamos ¿Cuánto tiempo tardará en formarse una nueva colmena, en condiciones normales, es decir entre 60.000 y 80.000 obreras, si asumimos que las edades de las 10.000 obreras que acompañan a la reina están equidistribuidas?

……………………………………………………………………………………………

Para los requerimientos del Proceso de Modelización,nos queda aún por cumplimentar, la <u>4° Etapa</u>: Testear el modelo y la solución deducida para él con el problema real.
¿Cómo podremos llevarlo a cabo?

……………………………………………………………………………………………

<u>GENERALIZACIÓN DEL MODELO</u>

El modelo creado para la dinámica poblacional de las abejas se puede descontextualizar y generalizar como modelo matemático. Ya indicamos que en matemática, tal modelo se reconoce como *sucesión aritmética*.
En este proceso de generalización nos adecuaremos a las convenciones matemáticas. Aunque en nuestro problema fue importante comenzar a contar desde cero la mayoría de los textos inicia el conteo de la sucesión numérica en 1.
De este modo, en la generalización, comenzaremos a contar desde 1 y el primer término de la sucesión será a_1. La sucesión será entonces: $a_1; a_2; a_3; a_4 \ldots; a_n$

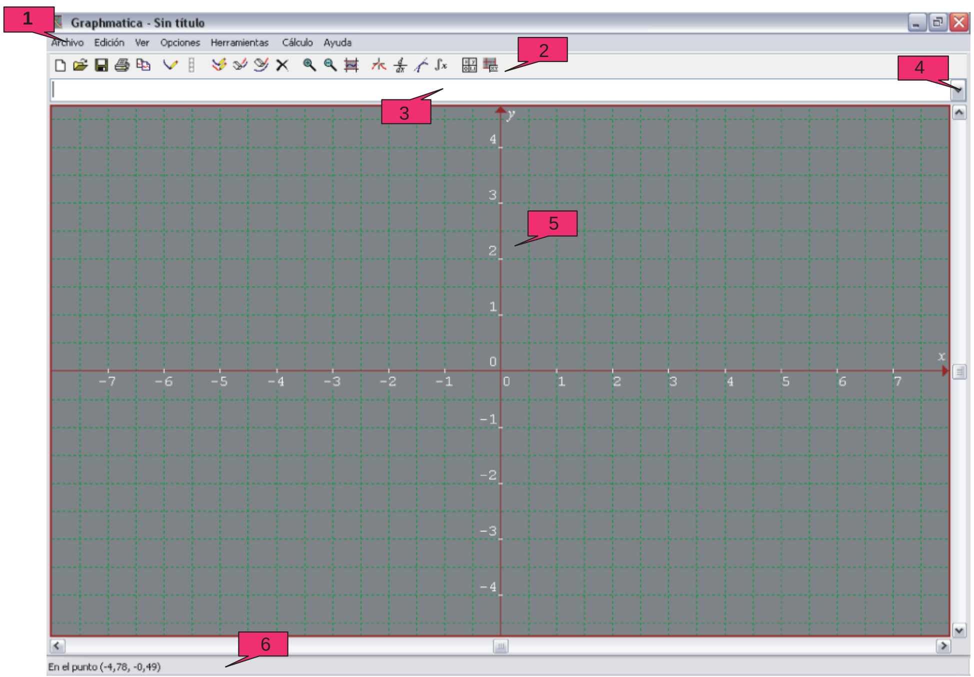
$$a_1; a_1+d; a_1+2d; a_1+3d; \ldots\ldots; a_1+(n-1)d$$

y su término general es: $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\,.\,d}$

Esta es la convención con que se aplicará el modelo a los siguientes problemas que les propongo resolver.

ANEXO 2: TUTORIAL GRAPHMATICA

ELEMENTOS DE LA VENTANA DE GRAPHMATICA



1- Barra de Menú principal (En esta barra se encuentran los submenús que se abren bajo cada una de las opciones).

2-*Barra de herramientas estándar* (Contiene los botones para los comandos más usados)

3-*Renglón blanco de entrada para el ingreso de las funciones* (Para simplificar las expresiones Graphmatica soporta la multiplicación implícita como 4x, sin la necesidad de escribir las expresión 4*x)

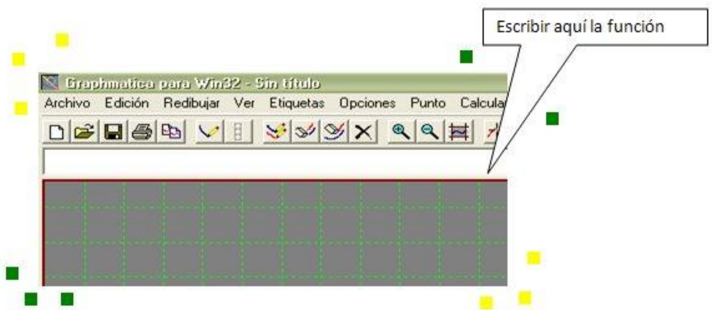
4-*Cola de re-dibujo* (Permite seleccionar cualquier ecuación en memoria para graficarla, eliminarla, o editarla para formar una nueva ecuación. Graphmatica recuerda las ultimas 25 ecuaciones que se digitaron o que fueron cargadas desde un archivo).

5-*Ventana de gráficos* (En esta área aparecen las gráficas de las funciones que se van digitando.).

6- *Barra de estado* (Muestra información relevante y mensajes de ayuda)

GRAFICAR FUNCIONES EN GRAPHMATICA

Para graficar una función, sólo tenemos que escribir la función en el renglón en blanco

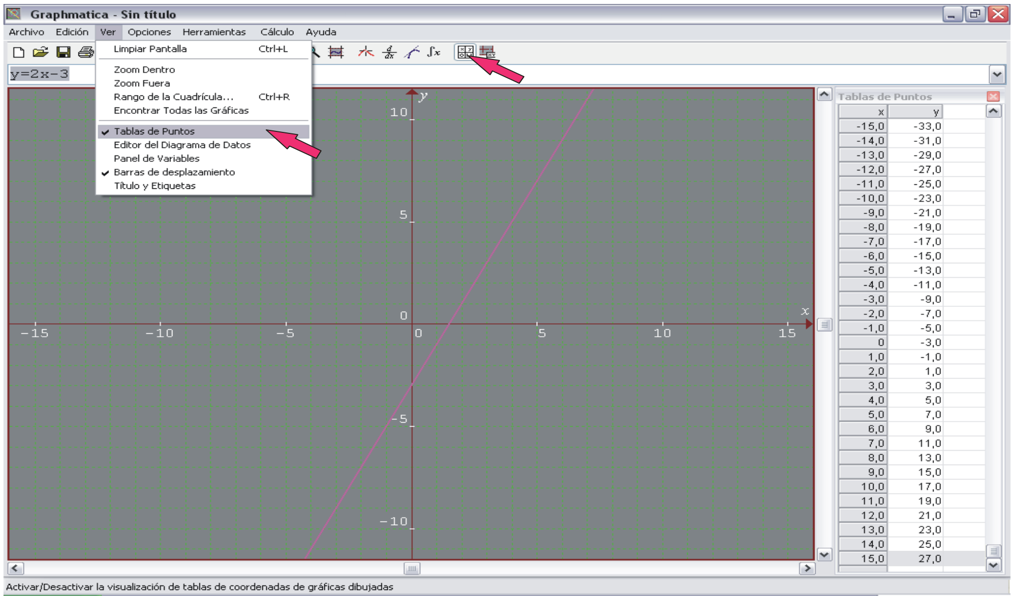


Por ejemplo si queremos graficar la función lineal y = 2x – 3, la escribimos en el renglón en blanco, y después Enter o clic en el botón de dibujar gráfica.

ALGUNOS OPERADORES A TENER EN CUENTA	
OPERADOR	SIGNIFICADO
=	Igual
+	Suma
-	Resta
*	Producto
/	División
^	Potencia (Alt + 94)
( )	paréntesis

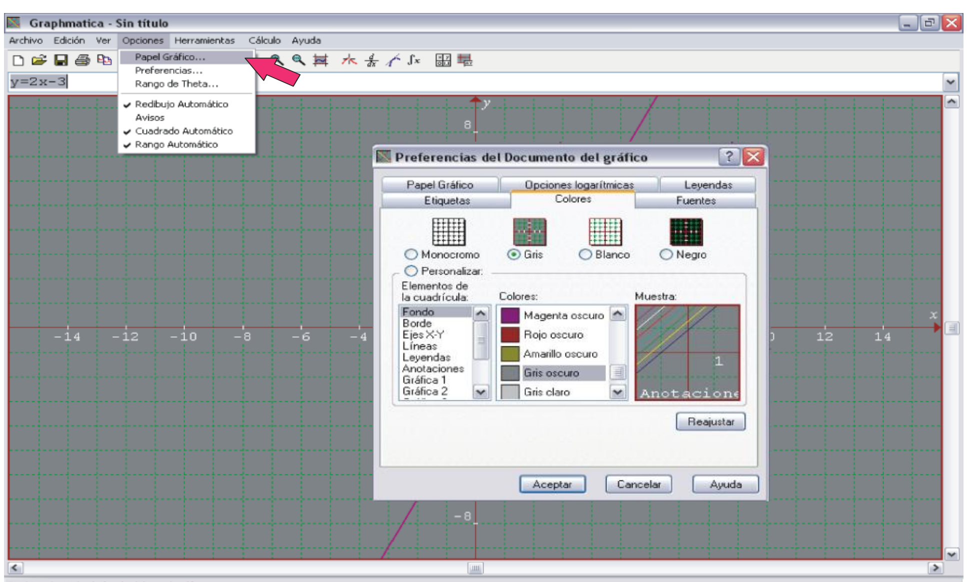
TABLA DE PUNTOS

Para ver la tabla de datos de la función ingresada debo hacer click en Ver, en el menú principal y luego click en Tabla de puntos u otra opción es hacer click en el botón Tabla de puntos que figura en la barra de Herramientas.



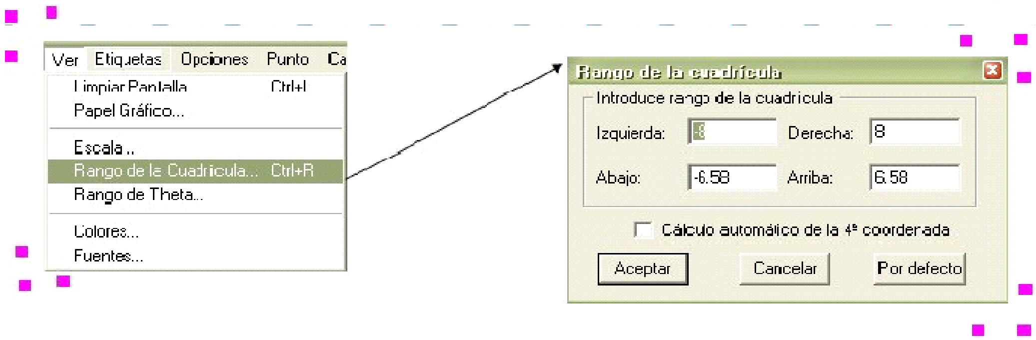
CAMBIO DE COLOR

Para apreciar mejor las gráficas es posible cambiar el color de fondo, esto se realiza haciendo click en el menú Opciones y luego en Papel Grafico. Inmediatamente después aparecerá una ventana en la cual si selecciona la etiqueta color, le permite cambiar el color de fondo y también seleccionar el color de los elementos de la cuadricula (borde, ejes, gráfica2, etc.…



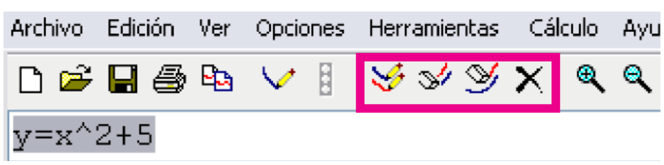
AJUSTE DE CUADRICULA

Para observar el comportamiento de las gráficas, en un determinado dominio y rango es posible modificar rango de la cuadricula, es decir, se modificará el rango del eje de las abscisas y el de las ordenadas.
Para ello, se da click en el menú Ver y después clic en Rango de Cuadricula o simplemente click derecho sobre la ventana de gráficos, y click en rango de la cuadricula.



BORRAR, OCULTAR, RE-DIBUJAR TODAS

Para realizar otras gráficas a veces es necesario limpiar el área de trabajo. Para esto, cuento con los siguientes comandos



 **Ocultar gráfica:** me permite esconder de pantalla la gráfica seleccionada.

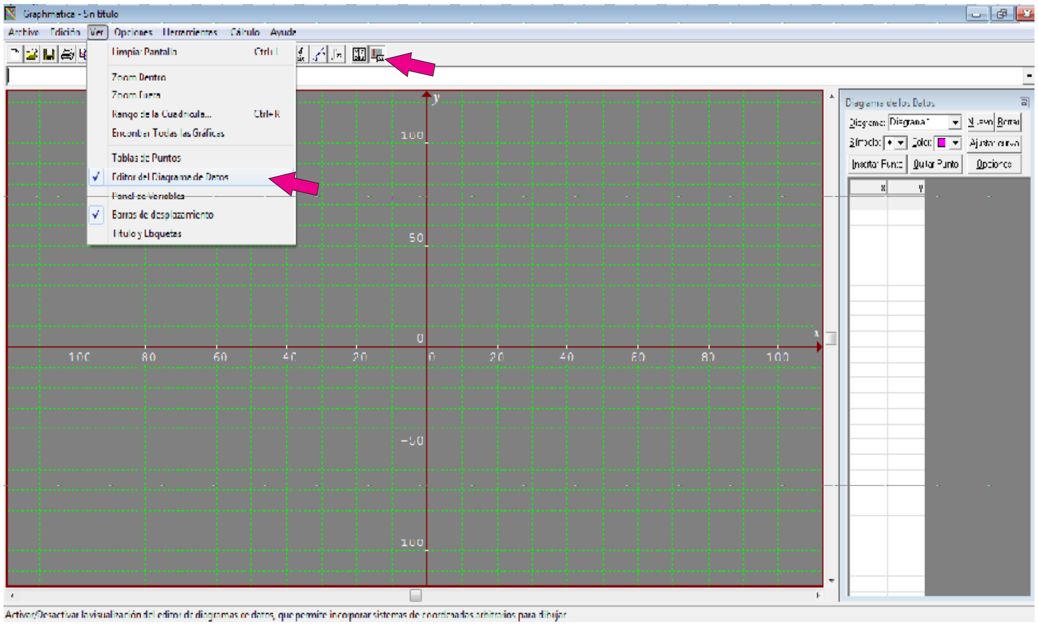
 **Borrar Grafica:** elimina de pantalla la gráfica seleccionada

 **Limpiar pantalla:** me permite ocultar todas las gráficas a la vez

 **Redibujar todas:** me permite redibujar en pantalla todas las funciones ingresadas. Excepto aquellas que han sido borradas.

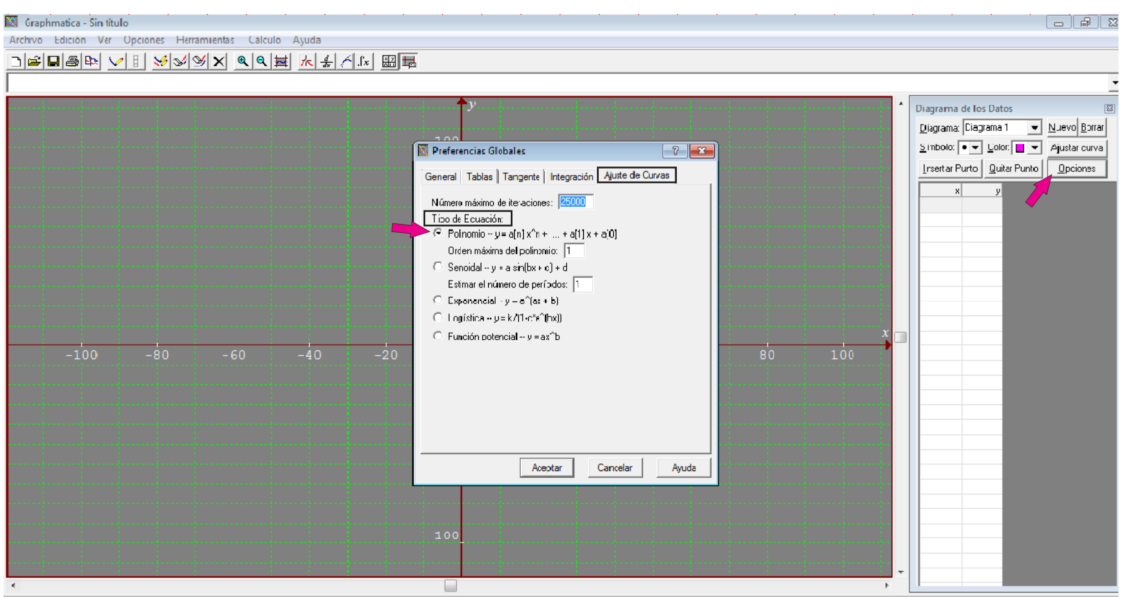
INGRESO DE DATOS DE UNA TABLA

Para ello debo hacer uso del editor del diagrama de datos. El mismo se encuentra haciendo click en el menú Ver y luego click en Editor del diagrama de datos, o simplemente recurrir al comando Editor de Datos que figura en la Barra de herramientas.



AJUSTE DE CURVA

Me permite ajustar los datos ingresados en la tabla mediante una curva. Para ello debo seleccionar el comando opciones, que figura en el diagrama de datos, y seleccionar la función deseada para ajustar tales datos. Luego de esto hacer click en el botón ajustar curva que figura en este diagrama. Automáticamente se dibujara la grafica correspondiente.



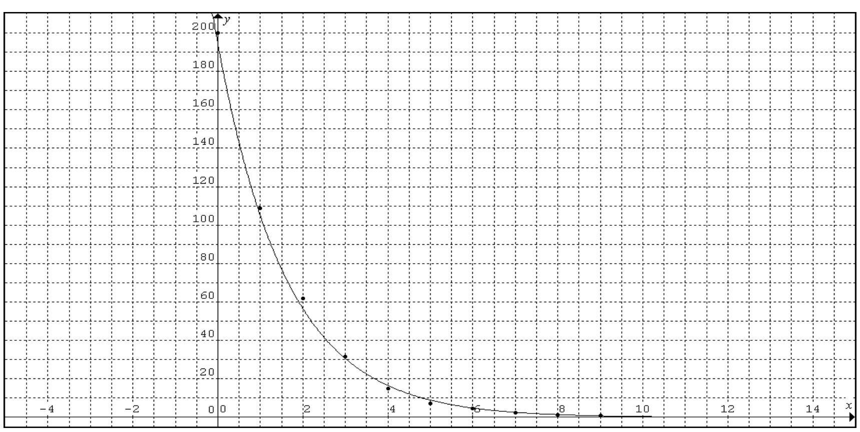
ANEXO 3: **ETAPAS DEL PROCESO DE MODELIZACION**

PROCESO DE MODELIZACION MATEMÁTICA:

DESINTEGRACIÓN RADIACTIVA- FUNCIÓN EXPONENCIAL

ACTIVIDADES LLEVADAS A CABO EN CADA ETAPA:

- **ETAPA 1: Escoger un tema y estudiar un problema.**
  Esta etapa se completó eligiendo como tema central el fenómeno de la Desintegración Radiactiva.
- **ETAPA 2: - Obtener datos.**
  Se llevó a cabo una experiencia (con caja y corchos), haciendo uso de la simulación, de donde se obtuvieron datos experimentales (tablas). Y por otra parte se acudió a la búsqueda de información sobre el fenómeno de Desintegración Radiactiva, a partir de la lectura del material teórico presentado en la guía.
  - A partir de los datos obtenidos construir un modelo matemático que represente el sistema en estudio.
  Una vez registrados los datos en las tablas, después de realizada la experiencia , se procedió al análisis de los mismo haciendo uso del software *Graphmatica*, el cual permitió abordar a un modelo grafico exponencial luego de haber ajustado dichos datos con distintas curvas.
- **ETAPA 3: Deducir una solución formal para el modelo.**
  Una vez establecida la relación entre la experiencia y la teoría de Desintegración (nuestra simulación), y utilizando las nociones de probabilidad se arribo a la formula general del modelo **$Y= 200 \times (1/2)^X$.**
- **ETAPA 4: Testear el modelo y la solución deducida para él con el problema real.**
  Para la verificación del modelo se realizó la siguiente tabla promedio y su grafica a partir de los datos registrados en las 15 tablas correspondientes a los 5 grupos.

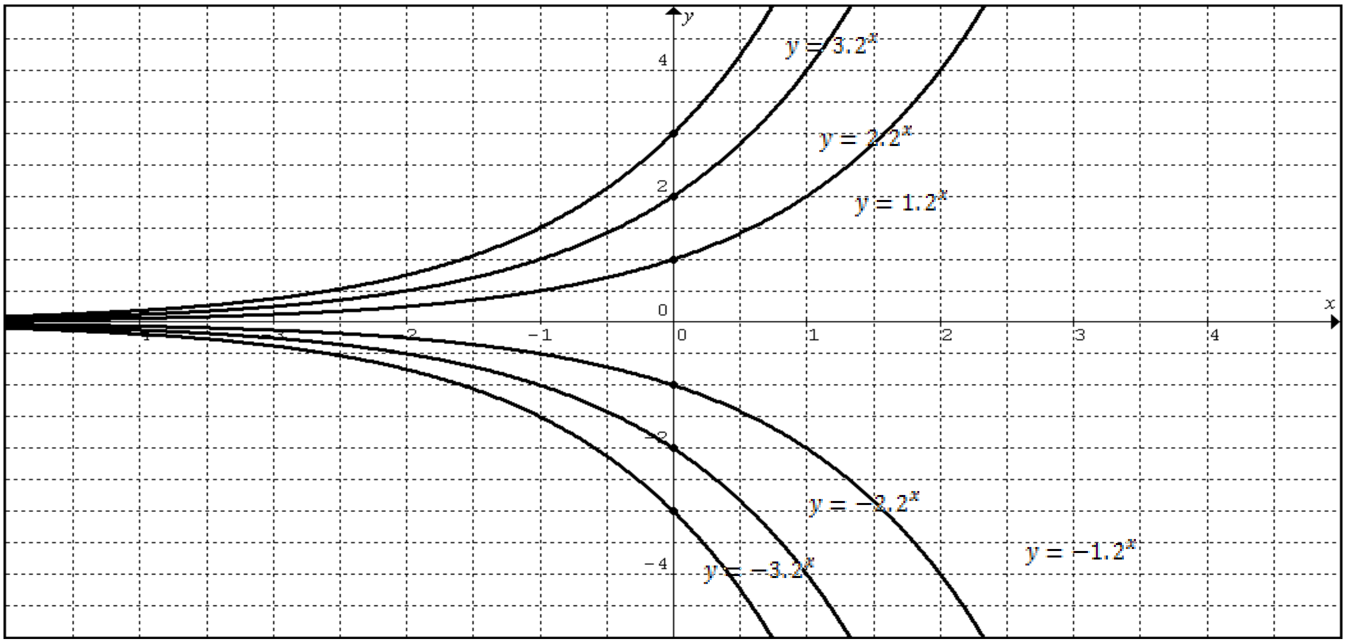


intento	Cantidad de fichas en la caja
0	200
1	108,67
2	62
3	31,73
4	15,13
5	7,33
6	4,6
7	2,5
8	1,2
9	1

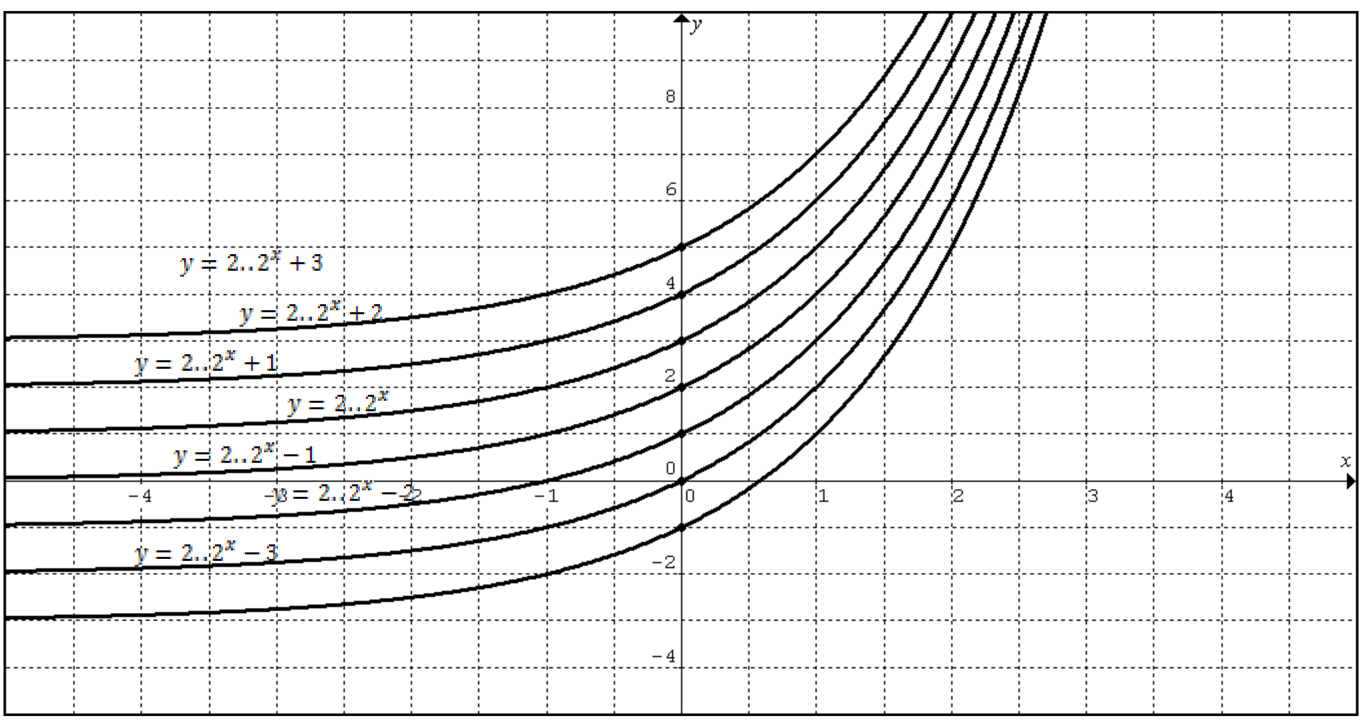
A partir de esto y haciendo uso del *Graphmatica* se obtuvo la siguiente formula **$Y = 194{,}03 \times (0{,}54)^{x}$,** y al contrastarla con la formula general obtenida en la etapa anterior se observó que el valor 194,03 se aproxima al 200 y el valor 0,54 al 1/2. Lo que nos permitió concluir que los datos experimentales obtenidos se aproximaron a los datos reales (probabilísticos).

ANEXO 4:

VISUALIZACIÓN GRÁFICA DE LA FUNCIÓN (**y=k.a^x**) SEGÚN LA VARIACIÓN DEL PARAMETRO k



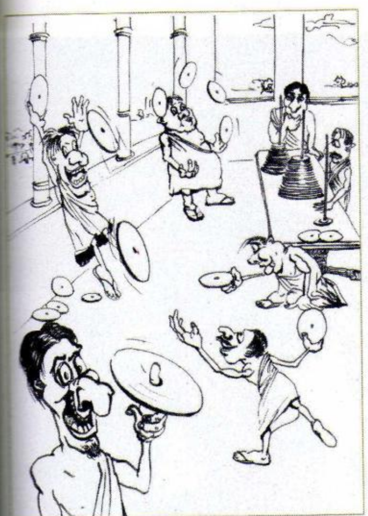
VISUALIZACIÓN GRÁFICA DE LA FUNCIÓN (**y=k.a^x +c**) SEGÚN LA VARIACIÓN DEL PARAMETRO c



ANEXO 5: TORRES DE HANOI

CALEIDOSCOPIO

La Torre de Hanoi: una leyenda

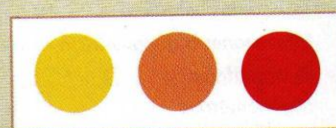


Una leyenda cuenta que en el gran templo de Benarés, en la India, bajo la cúpula que señala el centro del mundo, reposa una bandeja de cobre en la que están insertadas tres agujas de diamante, más finas que el cuerpo de una abeja. En el momento de la Creación, Dios colocó, en una de las agujas, sesenta y cuatro discos de oro puro, ordenados por tamaños, desde el mayor, que reposa sobre la bandeja, hasta el más pequeño, en lo más alto. Es la Torre de Brahma. Incansablemente, día tras día, los sacerdotes del templo mueven los discos haciéndolos pasar de una aguja a otra, de acuerdo con las leyes fijas e inmutables de Brahma, que dictan que el sacerdote en ejercicio no mueva más de un disco a la vez, ni lo sitúe encima de un disco de menor tamaño. El día en que los sesenta y cuatro discos hayan sido trasladados de la aguja en la que Dios los puso al crear el mundo a otra aguja, ese día, la torre, el templo y todos los brahmanes se derrumbarán, quedando reducidos a cenizas y, con gran estruendo, el mundo desaparecerá.

▶ ¿Cuál será la duración del Universo según esta leyenda? Para averiguarlo, tenemos que estimar cuánto demorará el traslado de los sesenta y cuatro discos de una aguja a otra.

Utilicen un tablero como el que indica la figura, y siete discos de cartulina de diferentes medidas, de modo que el tamaño del mayor coincida con el tamaño de los círculos del tablero.

Para comenzar, apilen los discos, de mayor a menor, sobre uno de los círculos, y luego intenten trasladarlos a otro de los círculos, respetando las reglas que nos indica la leyenda:



- *Los discos se mueven de a uno por vez.*
- *No puede colocarse un disco sobre otro de menor tamaño.*

Probablemente, les resulte un poco complicado hacerlo con los siete discos "de golpe".
Para simplificar el problema, iremos aumentando progresivamente la cantidad de discos. Para uno solo, es obvio que necesitamos un solo movimiento.
Comprueben que para 2 discos hacen falta, como mínimo, 3 movimientos.
Ensayen para 3, 4, 5, etcétera; cuenten la *cantidad mínima de movimientos necesarios* para el traslado y completen la siguiente tabla:

Cantidad de discos	1	2	3	4	5	6	7
Cantidad mínima de movimientos							

Observando detenidamente estos valores, es posible encontrar una fórmula general que permita calcular la cantidad mínima de movimientos necesarios en función de la cantidad de discos.

- Si llamamos **n** a la cantidad de discos y **N** a la cantidad mínima de movimientos necesarios para el traslado, verifiquen que dicha fórmula es la siguiente: $\mathbf{N = 2^n - 1}$
- Calculen **N**, para **64** discos.
- Si suponemos que cada movimiento requiere de sólo un segundo, *el número obtenido es el tiempo necesario*, en segundos, para que se efectúen los traslados.

Expresen dicho tiempo en minutos, en horas, en días, en meses, en años, en siglos y en milenios.

Seguramente comprobaron que, por suerte, aunque los sacerdotes trabajaran sin parar, las 24 horas del día, los 365 días del año, faltarían más de 500 000 millones de años para el fin del Universo.

BIBLIOGRAFÍA:

Abdala, C & otros(2007). Nueva carpeta de Matemática VI. *Aique* .

Alegria, M & otros (1999). Quimica I. *Santillana Polimodal.*

Altman, S & otros (2002). Matemática polimodal: Funciones 2. *Longseller.*

Camuyrano M & otros (2005). Matemática I: Modelos matemáticos para interpretar la realidad. *Estrada Polimodal.*

Esteley, C (2010). Tesis Doctoral: Desarrollo Profesional en Escenarios de Modelización Matemática: Voces y Sentidos.

http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/probabilidad/ley_de_los_grandes_nmeros.html

http://weblogeducativo.blogspot.com.ar/

http://www2.ib.edu.ar/becaib/cd-ib/trabajos/Meier.pdf

Kaczor, P & otros (1999). Matemática I. *Santillana Polimodal.*

Mautino, J (2002). Quimica Polimodal: Estructura de la materia y transformaciones químicas. *Ed. Stella.*

Ramos , A .& Begoña, V .Modelos matemáticos de simulación. *Universidad Pontificia Comillas, Madrid*, p 1-45.

Ruiz Gutiérrez, J. La Simulación como Instrumento de Aprendizaje, Evaluación de Herramientas y estrategias de aplicación en el aula, *I.E.S. Fco. García Pavón TOMELLOSO (Ciudad Real)*, p.0-18.

Systems simulation: the art and science. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 6(10). pp. 723-724

Tapia, C & otros (1992). Matemática 4. *Editorial Estrada y Cia S.A.*

Villarreal, M (2010). El proceso de modelización matemático. Notas de clase para didáctica de la matemática de Famaf.

Villarreal, M. (2004) .Transformaciones que las tecnologías de la información y la comunicación traen para la educación matemática. *Yupana*, n.1, p. 41-55.