UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

ESCUELA DE GRADUADOS EN CIENCIAS ECONÓMICAS

MAESTRÍA EN DIRECCIÓN DE NEGOCIOS

TRABAJO FINAL DE APLICACIÓN

“Aplicación de la Programación Lineal a la maximización de la contribución marginal de una compañía argentina con restricciones de balanza comercial y deuda operacional”

Autor: Víctor Santa Cruz

Tutor: MBA Lic. María Soledad Barbini

Córdoba

2015

Agradecimientos

A mi familia, Anita y Pedro, por estar a mi lado incondicionalmente y brindarme tanta felicidad.

A mi tutora, María Soledad Barbini, por su ayuda profesional, sus aportes desinteresados y su contención.

A la Escuela de Graduados en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Córdoba, su cuerpo de docentes y colaboradores por la dedicación y vocación puesta a nuestro servicio.

A mis compañeros y amigos del MBA por haber compartido y construido esta etapa de nuestra historia.

Índice de contenidos.

Índice de tablas.

Índice de gráficos.

A. PRESENTACION DEL PROYECTO

I. Resumen

Una industria argentina necesita acceder al mercado de divisas para importar materia prima para la producción y productos terminados de tal manera de ofrecer un mix adecuado al cliente, satisfaciendo sus expectativas.

A partir de la devaluación de Enero 2014, el acceso al mercado de divisas para importar fue restringido drásticamente. Muchas industrias con balanzas comerciales crónicamente deficitarias, principalmente las automotrices, debieron reorientar sus estrategias productivas, financieras y comerciales. La búsqueda de fuentes alternativas de divisas para cubrir sus desfasajes comerciales pasó a formar parte de sus agendas centrales.

Adicionalmente a estas restricciones de divisas se suman las limitaciones de la deuda operacional con las casas matrices, no menos importantes que la anterior.

Mediante un planteo de programación lineal aplicada a las finanzas, se buscará la maximización de la contribución marginal de una compañía local sujeta a las restricciones de balanza comercial y deuda operacional.

Se pretende aportar una herramienta de fácil aplicación y accesibilidad que permita tomar decisiones financieras óptimas ante cambios de contexto repentinos que impliquen restricciones de recursos.

II. Marco Teórico

Como rama de la teoría económica, la Microeconomía estudia la actividad económica desde el punto de vista del comportamiento individual y sus decisiones optimizadoras sujetas a recursos escasos. Lograr una eficiente asignación de recursos para maximizar el beneficio o minimizar los costos forma parte central de sus desarrollos. Existen muchas herramientas científicas que permiten abordar los prinicpales análisis microeconómicos, entre ellas la Programación Lineal.

La Programación Lineal (PL) es un procedimiento o algoritmo matemático que busca optimizar (maximizar o minimizar) una función objetivo satisfaciendo un conjunto de restricciones expresadas en forma de ecuaciones o inecuaciones.

La PL nace a mediados del sXX como herramienta para resolver problemas de planificación de la fuerza aérea de Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial. Es entonces cuando George B. Dantzing diseña el Método Simplex (1947) que adquiere gran difusión en la planificación de la producción industrial, dando origen a la investigación operativa como disciplina que aplica métodos científicos en la búsqueda de soluciones óptimas.

Gracias a los avances tecnológicos en informática, la PL retoma su auge a fines del sXX dada la fácil aplicabilidad, accesibilidad y rapidez de resolución. Se extienden sus campos de aplicación a las finanzas, marketing, investigación de mercados, logística y otros.

El éxito de la PL se centra en la reducción drástica del número de soluciones factibles a analizar. Su valor se acentúa como herramienta aplicable a la toma de decisiones en contextos de la vida real.

Principales autores consultados:

- Anderson, D.; Sweeney, D.; Williams, T.; Camm, J.; Martin, K.: 2011, *Métodos Cuantitativos para los Negocios. 11ª. Edición* (Cengage Learning Editores, Distrito Federal, México)
- Delfino, M.: 2004, *Finanzas Operativas: Notas de Clases* (Escuela de Graduados en Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba)
- Eiselt, H.; Sandblom, C.-L.: 2007, *Linear Programming and its Applications* (Springer-Verlang Berlin Heidelberg, New York)
- Hillier, F.; Hillier, M.; Lieberman, G.: 2002 *Métodos cuantitativos para Administración: un enfoque de modelos y casos de estudio, con hoja de cálculo.* (McGraw-Hill, México)
- Thompson, G.: 1972, *Linear Programming and Microeconomic Analysis. Nebraska Journal of Economics and Business.* (University of Nebraska-Lincoln College of Business Administration, Vol. 11, N° 4, pp. 25-36, Nebraska)

III. Metodología

En primera instancia se desarrollará el modelo o representación simplificada de la realidad que permitirá identificar el problema bajo análisis.

En segundo lugar se procederá a la expresión matemática del modelo y las relaciones entre variables y parámetros. En esta etapa, se busca determinar mediante un modelo de Programación Lineal la maximización del beneficio marginal inmediato del "core-business" de una compañía sujeta a restricciones de balanza comercial (disponibilidad de moneda extranjera para importar) y deuda operacional con las casas matrices.

En tercer lugar, mediante la utilización de una herramienta informática de fácil accesibilidad y aplicación (Excel Solver), se procederá a validar y verificar el funcionamiento del modelo. Etapa de corrección y perfeccionamiento.

Seguido se realizará la sensibilización de parámetros ante cambios de escenarios macroeconómicos y microeconómicos (mercado total, capacidad de producción, productividad de los factores, cambios en la composición de los costos de producción).

Finalmente generalizar y documentar las conclusiones y contribuciones del modelo diseñado al problema detectado al inicio.

IV. Objetivos del trabajo

El objetivo central de este trabajo consiste en aportar una herramienta de fácil aplicación y accesibilidad que permita tomar decisiones financieras óptimas ante cambios de contexto repentinos que impliquen restricciones de recursos. Se apunta a generar un marco de referencia para adaptaciones inmediatas.

En lo particular se busca apoyar la toma de decisiones fiabilizando resultados y aprendiendo a simplificar lo complejo para eficientizar los procesos y plazos de decisión en un contexto cambiante.

El proyecto permitirá adquirir destreza profesional para detectar, plantear y resolver a futuro casos similares con las herramientas desarrolladas.

Finalmente, quedarán planteadas las bases para su extensión a otros campos de aplicación práctica de la vida real.

V. Límites o Alcance del trabajo

Los límites de este trabajo se circunscriben a una empresa o compañía argentina en el corto plazo bajo condiciones de linealidad, capacidad de producción y demanda determinadas.

Se pretende generalizar la utilización de la herramienta a cualquier empresa o industria para optimizar la toma de decisiones de corto plazo en situaciones restrictivas similares.

En cuanto a su accesibilidad, la posibilidad de utilizar la PL como herramienta para la toma de decisiones está disponible en todos los paquetes office a través de Excel Solver.

Organización del trabajo

El presente trabajo de aplicación consta de 8 capítulos:

- Capítulo 1: Una visión práctica de la Microeconomía a la Programación Lineal.
- Capítulo 2: Principales componentes y supuestos de la Programación Lineal.
- Capítulo 3: Introducción al Método Simplex.
- Capítulo 4: Construcción del Modelo.
- Capítulo 5: Teoría de la dualidad y su interpretación económica.
- Capítulo 6: Análisis de sensibilidad en un contexto estático.
- Capítulo 7: Modelo dinámico y análisis de escenarios
- Capítulo 8: Implicancias en los costos operativos.
- Conclusiones

VI. Introducción

La historia económica argentina se encuentra signada por una fuerte dependencia del sector externo y de disponibilidad de divisas. Períodos de crecimiento y prosperidad económica ligados a términos de intercambio favorables, principalmente materias primas de origen agropecuario y sus derivados de baja industrialización, son seguidos por crisis y depresiones al revertirse esta tendencia, provocando restricciones de balanza comercial.

Los remedios temporales para amortiguar los déficits comerciales externos, tales como el endeudamiento[1] o el ingreso de capitales en forma de inversión extranjera, en el mediano y largo plazo empeoran el panorama de las cuentas externas, dado que agregan al déficit comercial crónico, servicios de intereses, retornos de dividendos y utilidades a los capitales extranjeros concentrados en actividades extractivas u orientadas al consumo interno con bajas tasas de integración local[2]. En definitiva, **sin cambios estructurales de fondo, esta dependencia externa histórica debe aprender a gestionarse desde el interior de las industrias y compañías locales.**

Luego de la holgura externa del período 2003-2010 dirigida por términos de intercambio favorables, en el año 2011 Argentina ingresa nuevamente en un período de restricción al mercado de divisas. En enero 2014 tras la devaluación, se refuerzan estas restricciones ante la pérdida de reservas internacionales del BCRA y comienzan a exigirse a la industria local balanzas comerciales equilibradas.

Una industria local necesita divisas para importar materia prima para la producción y productos terminados para ofrecer un mix adecuado al cliente.
Aquellas industrias estructuralmente deficitarias, entre las que se destacan manufacturas complejas, intensivas en conocimiento científico-tecnológico, demandantes de mano de obra calificada y con potencialidades para impulsar a otras industrias, son las más afectadas (Anexo 1).

1 Endeudamiento entendido como público y privado (ej. créditos de organismos internacionales o de entes privados, financiamiento de empresas extranjeras a sus filiales locales)
2 Abeles, Lavarello y Montagu, 2013, Belloni y Wainer, 2014 y CEPAL, 2013, citado por Schorr y Wainer, (p.18)

Adicionalmente a estas restricciones de balanza comercial se suman las limitaciones de la deuda operacional con las casas matrices. Éstas últimas imponen a las filiales locales limitaciones de endeudamiento externo para financiar déficits operacionales persistentes ante el temor de default privado. Las restricciones de deuda operacional refuerzan la escasez local de divisas y resienten la actividad de la industria dependiente.

Frente a esta realidad estructural a la que se enfrenta la industria de nuestro país, sumada a los ciclos de la economía, es fundamental estar preparados para la toma de decisiones que permitan optimizar los resultados en contextos restrictivos.

La industria nacional argentina tiene una fuerte dependencia de los insumos importados. Tan solo para citar algunos ejemplos, más del 50% de las autopartes que se utilizan para la producción de vehículos provienen del exterior, más del 60% de las drogas para la producción de medicamentos son importadas, lo mismo sucede con el 90% de la tecnología necesaria para fabricar celulares, televisores y electrodomésticos. La dependencia se concentra principalmente respecto a nuestro principal socio comercial del Mercosur, Brasil, y a países de Asia y Europa.

A esta fuerte dependencia externa, debe agregarse la falta de desarrollo de tecnologías locales. Según la Cámara de Importadores Argentinos (CIRA) seis de cada diez insumos que se importan no tienen un proveedor local que pueda abastecerlos.

Los proveedores de insumos locales agregan su propia cuota parte al desequilibrio externo, generan una dependencia de segundo grado a la industria nacional en condiciones competitivas desfavorables por el retraso cambiario.

En la carrera de maximización de la rentabilidad, esta falta de competitividad local y la ausencia de políticas industriales adecuadas, dificultan el atractivo para el desarrollo de proveedores locales que permitan revertir esta tendencia mediante sustitución de importaciones rentables y competitivas.

Las características de los insumos se trasladan también a los productos finales de consumo, las compañías en general ofrecen un mix de productos nacionales e importados para atender la demanda del mercado, lo que adiciona presiones sobre la balanza comercial.

El manejo de las finanzas operativas, en este contexto de dependencia externa y volatilidad cambiaria, ocupa un lugar preponderante en las decisiones de corto plazo de producción y comercialización.

En el corto plazo, determinada la capacidad productiva, la maximización de la contribución marginal de una compañía es de importancia crucial para garantizar su subsistencia.

En esta interrelación compleja de variables se genera la intersección de la macroeconomía, la microeconomía, las finanzas operativas y la teoría de la optimización.

Queda de este modo planteada la necesidad de aportar una herramienta que permita tomar decisiones optimizadoras de manera rápida y flexible en un contexto donde las restricciones se presentan como verdaderas variables aleatorias.

En general las industrias y compañías locales conocen con pocos días de anticipación la disponibilidad de divisas autorizadas por el Estado Argentino para realizar su operatoria normal del negocio.

Las casas matrices imponen sus propias condiciones de endeudamiento operacional bajo la amenaza de default privado.

A estas dos restricciones directas, se agrega la pérdida de competitividad por el retraso cambiario, que limita la autogeneración de divisas a través de exportaciones propias para financiar la parte importada de la producción local.

Dados los costos fijos y la capacidad de producción, se enfatiza la sensibilidad de la contribución marginal como variable crítica para las decisiones inmediatas sujeta a las restricciones de divisas.

Las compañías argentinas necesitan ser cada vez más eficientes y eficaces para mantenerse competitivas dentro de estas complejidades que presenta el mercado. Esto da nacimiento a la necesidad de hacer el mejor uso de los recursos escasos con ayuda de los avances tecnológicos modernos. Es clave para las empresas desarrollar la agilidad y astucia en la toma de decisiones para lograr mayores aciertos en el momento adecuado.

El objetivo del presente proyecto se compromete con la ejercitación de la simplificación de estas relaciones complejas entre variables, para incorporarlas en el proceso habitual de análisis y sensibilización, como también para reorientar de manera inmediata las decisiones financieras, industriales y comerciales.

Se buscará a través de la programación lineal encontrar y proponer una manera simple, rápida y accesible de dar respuesta a esta realidad compleja.

El texto se estructura de la siguiente manera. Se abordará en primer lugar el marco conceptual bajo el cual se dará solución al problema planteado, luego se procederá a su aplicación, perfeccionamiento y prueba. Finalmente se realizará la generalización del modelo y conclusiones.

B. DESARROLLO DEL PROYECTO

Capítulo 1

1. Una visión práctica de la Microeconomía a la Programación Lineal

La Microeconomía como disciplina científica tiene como objetivo central el análisis de la actividad económica desde el punto de vista del comportamiento individual y a sus decisiones optimizadoras sujetas a recursos escasos. Hace foco en el funcionamiento económico de las empresas e individuos a través de la teoría del consumidor, la teoría del productor, el equilibrio general, la organización de mercado y la determinación de óptimos. Es así como el principal destinatario de la teoría microeconómica no es el científico matemático, sino el profesional que se desempeña en las diferentes áreas de una compañía y busca la aplicación concreta de sus principios a la vida real.

> Uno de los roles importantes de la teoría económica y sus modelos, es el de proveer un marco conceptual a través el cual la realidad pueda ser vista, interpretada, predecida y quizás influenciada. Los modelos y la teoría proveen “pistas” que nos guían al pensar en la realidad. Así, los modelos tienen una influencia que va más allá al de proveer soluciones a un problema específico. Ellos también dirigen y persuaden a la mente de manera sutil y significativa al momento de realizar juicios intuitivos y elecciones. (Thompson, 1972, p.25)

Este enfoque de la utilidad práctica de la microeconomía pone de manifiesto el interés del empresario en la posibilidad de realizar estimaciones, optimizar resultados, programar la producción, entre otras actividades. Se pretende hacer un vínculo entre la teoría y la realidad.

La revolución tecnológica de finales del sXX acortó la distancia existente entre la teoría microeconomica y su efectiva puesta en uso en la empresa a través de la informática. En la actualidad de manera muy simple, se pueden procesar cientos o miles de variables con vistas a obtener un resultado óptimo.

> Los métodos cuantitativos están teniendo un impacto espectacular sobre la rentabilidad de numerosas empresas mercantiles alrededor de la orbe. Los paquetes de hojas de cálculo ofrecen un entorno de trabajo cómodo y conocido para formular y analizar problemas administrativos. (…) Esto ha comenzado a revolucionar el uso de los métodos cuantitativos con conocimientos técnicos para efectuar estudios administrativos. (Hillier, Hillier, Lieberman 2002, p.3)

La microeconomía y las finanzas también se encuentran íntimamente relacionadas. En el mundo de los negocios, los empresarios no hacen otra cosa que combinar factores productivos con el objeto de obtener un rendimiento, factores que adquieren en el mercado a través de transacciones financieras. Son las finanzas las que aportan su aparato teórico para indicar dónde direccionar los recursos disponibles con el objetivo de obtener una rentabilidad óptima. De esta forma, será preocupación del Director Financiero de una compañía maximizar el valor de la firma, objetivo central de las Finanzas Operativas.

> El mercado configura la estrategia corporativa, que a su vez encuadra a la estrategia financiera (que trata de identificar la mejor manera de usar los recursos financieros); la estrategia de marketing (que aborda el modo en que se piensa distribuir y vender los productos y servicios) y la estrategia de operaciones (que especifica la manera en que la empresa piensa utilizar sus capacidades de producción para dar soporte a la estrategia corporativa). (Arnoletto, E.J. 2007, p.27)

Tanto la definición de la Microeconomía como de las Finanzas Operativas nos conducen a conceptos de optimización. En el primer caso consumidores y productores frente a recursos escasos tomarán decisiones orientadas a maximizar sus respectivas funciones de utilidad, en el segundo caso el Director Financiero buscará maximizar el valor de la compañía observando el comportamiento del mercado.

> La planeación de largo plazo es una forma de pensar sistemáticamente en el futuro y prever posibles problemas antes de que se presenten. Establece

> ciertas pautas para el cambio y crecimiento de una firma. Su interés se centra en los elementos más importantes para la marcha de una empresa, como son sus políticas de inversión y financiamiento. (…) Los tipos de activos y las cantidades que planea incorporar la empresa deben ser considerados conjuntamente con su capacidad para obtener los fondos necesarios para financiar esas inversiones. (Delfino, M. 2004, p.34)

Delfino asimismo plantea que el proceso de planificación de una firma debería permitir evitar sorpresas para lo cual deberá contar con planes de contingencia para el caso en el que el desarrollo del plan alcance un punto extremadamente grave (p.34).

En definitiva estamos siempre ante cuestiones económicas de optimización sujetas a restricciones de recursos, por naturaleza escasos.

"La teoría de la optimización corresponde al campo de la Matemática Aplicada y fue adoptada por la Investigación Operativa como método científico orientado a mejorar la efectividad de las operaciones, las decisiones y la gestión gerencial." (Robinson, 1999)

La Investigación Operativa se encuadra en el campo decisional y es interdisciplinaria dado que toma elementos de la matemática, la ingeniería, la economía y administración entre otras ciencias, para dar solución óptima a problemas complejos de las organizaciones.

> Los métodos cuantitativos tienen una base sólida en campos científicos que incluyen matemáticas y ciencias de la computación. También se apoyan en ciencias sociales, en especial en la economía. (…) un estudio de métodos cuantitativos solo brinda un análisis y recomendaciones, con base en los factores cuantitativos del problema, los cuales ayudan a la toma de decisiones. Pero los tomadores de decisiones también deben tomar en cuenta varios aspectos intangibles fuera del dominio de los métodos cuantitativos y luego usar su mejor criterio para tomar la decisión. (Hillier, Hillier, Lieberman 2002, p.5)

La Invetigación de Operaciones se enfoca en apoyar la toma de decisiones tanto bajo condiciones de certeza como de incertidumbre. El punto de partida es la representación del modelo del sistema que va a investigarse.

Como disciplina científica de la Investigación Operativa, la optimización clásica o programación matemática busca obtener una solución numérica a un problema, seleccionando la mejor alternativa entre todas las soluciones factibles sin necesidad de analizar cada una de ellas.

Entre los diferentes métodos de optimización se encuentra la programación no lineal, la programación dinámica, la programación entera, la programación de metas, la programación de redes y la programación lineal. Esta última se constituye en el elemento científico que permitirá dar respuesta al interrogante planteado en el presente proyecto.

La programación lineal (PL) nace en 1947 cuando George Dantzing ideó por primera vez una técnica automática que permitía resolver problemas con restricciones y objetivos lineales inicialmente de manera teórica.

La PL se ideó para resolver cuestiones de planificación y suministro de la fuerza aérea de Estados Unidos durante la Segunda Guerra Mundial y rápidamente fue adoptada en la planificación industrial.

Según publicaciones especializadas de informática e ingeniería[3], el Método Simplex de Dantzing es considerado uno de los diez algoritmos matemáticos con mayor influencia en el desarrollo y en la aplicación práctica de la ciencia y la ingeniería en el siglo XX.

Anteriormente y como antecedente, en 1939, Leonid Kantorovich estuvo a cargo de la reorganización de la industria maderera de la Unión Soviética. Como parte de sus tareas formuló una clase de programas lineales para la producción y un método matemático de solución. Debido al régimen Soviético, sus conocimientos no fueron ampliamente difundidos y nadie continuó con su trabajo. En 1975 fue galardonado junto a Koopmans con el Premio Nobel de Economía por sus aportes

[3]Journal Computing in Science and Engineering

a la asignación de recursos. Según Matousek y Gärtner, irónicamente y a pesar de la altamente significativa contribución de Dantzing a la PL, este último nunca recibió un Premio Nobel (p.9).

Otra aplicación sorprendente de la PL de alta valoración algorítmica es el Teorema de la Dualidad de John von Neumann (1947).

A partir del primer esquema de Dantzing se realizaron mejoras al método a través de nuevas estructuras matemáticas pero también se desarrollaron otras aplicaciones. Markowitz en 1952 por primera vez utiliza la PL en las finanzas para la selección de un portafolio de inversiones óptimo.

En 1960 se observan los mayores desarrollos a partir de la programación entera, programación no lineal y problemas de flujo o redes. Esta década coincide con el surgimiento de la informática, cuando se comienzan a tratar problemas de mayor tamaño a los cuales podía al menos dárseles una solución.

> Entre las primeras implementaciones informáticas del método simplex, el mismo consistía en un modelo de 71 variables y 48 restricciones que no llevaban menos de 18 horas de solución. Esto, bajo los stándares actuales, sería considerado un pequeño problema, algo que cualquier software pertinente podría resolver en una fracción de segundo, pero en esos tiempos, fue un quiebre rotundo que permitía solucionar por primera vez problemas prácticos aplicando el nuevo método desarrollado por Datzing. (Eiselt, Sandblom, 2007, p.46)

En 1984 se produce el siguiente avance importante de la mano de Karmarkar. Su método del punto interior tiene la propiedad de incrementar marginalmente el esfuerzo computacional necesario para resolver un problema a medida que éste último aumenta su tamaño. El método se consideró especialmente adecuado para la solución de problemas prácticos a gran escala.

En los últimos años, la proliferación del software de fácil aplicación y accesibilidad, que incluye la utilización de hojas de cálculo para la solución de problemas de optimización, multiplicó por miles la velocidad de respuesta. Esta mejora tecnológica en conjunto con el incremento de la memoria del hardware redujeron ampliamente los costos operativos vinculados a estas técnicas, lo que impulsó nuevamente la utilización de la optimización en general y de la PL en particular.

> Tenemos ahora con la programación lineal y los análisis de toma de decisiones, maneras de estudiar problemas microeconómicos que nos preparan mejor para trabajar en diversas áreas de interés. Es de buena fortuna para nosotros en este punto contar con variedad de modelos, procedimientos y aplicaciones, junto con una fuerte asistencia computacional, que nos ayudan de manera importante en nuestro esfuerzo de comprender, predecir y guiar las actividades económicas. (Thompson, 1972, p.25)

El potencial por explotar gracias a estos avances no tiene precedentes. El presente proyecto tiene el propósito de desarrollar la destreza profesional necesaria para detectar, plantear y resolver a futuro casos similares con las herramientas presentadas para optimizar el proceso de toma de decisiones operacionales y de gestión con costos reducidos.

Capítulo 2

2. Principales componentes y supuestos de la Programación Lineal

La Programación Lineal es una metodología o algoritmo matemático que pretende representar, de manera simplificada a través de un modelo, una situación de la vida real.

El primer elemento necesario para realizar estas representaciones de la realidad son las variables y los parámetros. Mientras que los parámetros son datos conocidos, que deben ser considerados fijos por quien toma las decisiones dado que no corresponden a su jusridicción, las variables quedarán determinadas dentro del proceso y serán las unidades de decisión.

Además de variables y parámetros, todo problema de programación matemática incluye dos componentes, los objetivos y las restricciones.

Las restricciones son impuestas por el sistema, nuevamente, no están en la jurisdicción de quien toma las decisiones, lo importante es reconocer su existencia, incorporarlas en la modelación y respetarlas. Funcionan como limitantes a la función objetivo.

Los objetivos expresan los deseos de quien toma las decisiones. Generalmente los modelos de optimización toman una única función objetivo. En caso de existir más de una función objetivo, el concepto de optimización pierde significado y debe ser reemplazado por otros conceptos más débiles.

Los objetivos se plantean como la maximización o la minimización de una variable determinada. Se maximiza la utilidad (beneficios, ingresos, ventas, etc.) y se minimizala desutilidad (costos, distancia, tiempo, etc). Cada objetivo de maximización también puede ser expresado como un problema equivalente de minimización y viceversa.

Según Anderson, Sweeney, Williams, Camm, Martin existen tres supuestos básicos que deben cumplirse para que un modelo de programación lineal sea apropiado: la divisibilidad, la proporcionalidad y la aditividad (2011, p.240).

La divisibilidad implica que las variables de decisión, representadas como una cantidad de algún tipo, son contínuas y pueden ser expresadas con un número real. El supuesto de divisibilidad junto a las restricciones de no negatividad, indican que las variables pueden asumir cualquier valor mayor o igual a cero. En general, los problemas suelen asumir la divisibilidad como supuesto para no caer en la técnica más compleja de la programación lineal entera. De este modo, a pesar de obtener soluciones degradadas por el redondeo, se simplifica el proceso siempre que sea justificable[4]. Por ejemplo, no es lo mismo aplicar el redondeo en problemas en los cuales deba determinarse el número óptimo de plantas a construir en un país o región determinados, que determinar el mix adecuado de productos para una industria determinada, caso en el cual el impacto resultará despreciable.

La proporcionalidad implica que la contribución de toda variable decisional a la función objetivo y a la cantidad de recursos empleados en cada restricción, es proporcional al valor de dicha variable. Esto deviene en linealidad. Generalmente los problemas de la vida real pueden reducirse a modelos lineales de este tipo, sin embargo, en caso que el modelo no se ajuste a la realidad, no debe aplicarse.

La aditividad significa que el valor de la función objetivo y de los recursos totales empleados en cada una de las restricciones se calculan sumando la contribución de cada una de las variables de decisión a dicha función objetivo y a las restricciones. Esto indica que las variables son independientes entre sí en el sentido que la contribución de una variable de decisión cualquiera a la función objetivo o a las restricciones es independiente del valor que asuma cualquier otra variable de decisión.

[4]Si los productos bajo análisis se manejan en un número reducido y además son muy costosos, el supuesto de divisibilidad debería abandonarse utilizando la PL entera.

En caso de cumplirse estas tres condiciones, un modelo de programación matemática podrá expresarse como uno de programación lineal, dado que tanto la función objetivo como las restricciones cumplen con el supuesto de linealidad.

Eiselt y Sandblom agregan un cuarto supuesto no menos importante que los anteriores. Ellos consideran que el modelo debe ser determinístico, lo que implica asumir que la estructura del problema como también sus parámetros son conocidos con certeza (p.52). Claramente éste no es un supuesto realista dado que, por definición y con pocas excepciones, se trabaja con eventos futuros y parámetros relacionados a eventos futuros. Situaciones de riesgo e incertidumbre requieren adaptaciones de los conceptos originales de la PL agregando elementos de la teoría de probabilidad en el caso de riesgo o matemática difusa en el caso de incertidumbre. Alternativamente, y haciendo prevalecer el criterio de la simplificación, a pesar de estar ante modelos estocásticos, podemos trabajarlos como determinísticos utilizando luego el análisis de sensibilidad de escenarios para obtener información adicional en caso de que alguno de los parámetros no se comporte tal como se estableció originalmente.

En general, la expresión matemática de un problema de programación lineal se presenta como sigue,

Sean $c_1, c_2, c_3, \ldots, c_n$ números reales funcionando como un set de constantes, luego, la función f de variables reales $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ definida como

$f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)= c_1x_1 +c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n= \Sigma c_jx_{j\ (j=1\ldots n)}$

es una función lineal.

Si f es una función lineal y b es un número real, la ecuación

$f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)= b$ se llama ecuación lineal y las inecuaciones

$f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)\leq b$

$f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)\geq b$

son inecuaciones lineales.

Tanto las ecuaciones como las inecuaciones lineales son restricciones lineales. Entonces, un problema de programación lineal es el problema de maximizar (o minimizar) una función lineal sujeta a un número finito de restricciones lineales. Si llamamos i a las diferentes restricciones y j a las variables, un problema de PL puede expresarse del siguiente modo en su forma canónica:

Maximizar $\Sigma\, c_j x_{j\ (j=1\ldots n)}$

Sujeto a $\Sigma\, a_{ij} x_j \leq b_{i\ (i=1\ldots m)}$, $x_j \geq 0_{\ (j=1\ \ldots\ n)}$

El formato canónico de PL se distingue del resto dado que, en primer lugar, todas sus restricciones son inecuaciones lineales y en segundo lugar, las últimas n restricciones de las n+m planteadas genéricamente son restricciones de no negatividad, es decir, las variables pueden asumir cualquier valor mayor o igual a cero.

Tal como se mencionó anteriormente, la función lineal que se maximizará o minimizará a través de la resolución del problema, es la función objetivo.

Los números x_1, x_2, x_3, …, x_n que satisfacen todas las restricciones de un problema de PL constituyen soluciones factibles. Por ejemplo, si $x_1= x_2= x_3= \ldots= x_n=0$, estamos ante la solución trivial, que satisface todas las restricciones y por tanto pertenece a la zona de soluciones factibles.

Una solución factible que maximice o minimice la función objetivo, según corresponda, es la solución óptima. Al mismo tiempo, el valor que asume la función objetivo con los valores de las variables de la solución óptima se denomina valor óptimo de la función objetivo.

Debe tenerse en cuenta que no todo porblema de PL tiene una única solución óptima, algunos problemas tienen múltiples soluciones óptimas y otros no tienen solución óptima de ningún tipo. Todo problema de PL pertenece a alguna de las tres siguientes categorías, o tiene una solución óptima que no necesariamente es única, o es inviable por contener excesivas restricciones, o tiene una solución ilimitada por ausencia de restricciones.

La inviabilidad o infactibilidad se presenta cuando ninguna solución para el problema de programación lineal satisface conjuntamente todas las restricciones. Por el contrario, un problema es ilimitado cuando el valor de la solución puede ser infinitamente grande para la maximización o infinitamente pequeño para un problema de minimización sin violar ninguna de las restricciones. En ambos casos el problema de PL estará mál planteado y deberán revisarse tanto objetivos como restricciones para aplicar las medidas correctivas necesarias.

En un planteo de programación lineal, se añaden variables de holgura para representar la capacidad sin utilizar asociada con una restricción determinada. Habrá tantas variables de holgura como restricciones de desigualdad tenga el sistema. Estas variables de holgura transforman las desigualdedes lineales, que funcionan como restricciones de la función objetivo, en restricciones equivalentes de igualdad, donde la útima variable representará la holgura del sistema para dicha restricción. Éstas variables son base para la solución del problema de PL aplicando el método simplex ideado por Dantzing que se presentará en el próximo capítulo y permiten expresar un problema de programación lineal en su formato estandar.

Las variables de holgura comunmente llevan coeficientes cero en la función objetivo, lo que indica que que no afectan su valor. Excepcionalmente y tan solo como ejemplo, en caso que los recursos sin emplear puedan venderse, los coeficientes cero deberán reemplazarse por valores no negativos que representen la contribución resultante de la venta de dichos recursos excedentes a la función objetivo. En este caso las variables de holgura se convertirían en variables de decisión, representando la cantidad de recursos a vender.

Las variables de holgura se denominan variables de excedente en caso de restricciones de mayor o igual e indican cantidades que sobrepasan algún nivel mínimo requerido.

Otro concepto importante a considerar son las restricciones redundantes. Este tipo de restricciones no delimitan la región de soluciones factibles y por tanto podrían eliminarse del planteo de un problema de programación lineal dado que no son determinantes de la solución óptima. Sin embargo, cambios de contexto pueden transformar restricciones actualmententente reduntantes en restricciones confinantes[5] que sí deliminten la zona de soluciones factibles y sean determinantes de la solución óptima. Por este motivo, incluso restricciones redundantes deben formar parte del planteo y análisis del problema de programación lineal.

[5] Anderson et al. (p. 252)

3. Introducción al Método Simplex

El presente capítulo introduce al procedimiento algebraico general del método simplex utilizado por los paquetes de software para resolver problemas de programación lineal. El método simplex fue inicialmente ideado por Dantzing y perfeccionado luego por diferentes pensadores. Sus variaciones y extensiones se utilizan para resolver análisis postóptimos incluyendo los análisis de sensibilidad sobre el modelo a través de los precios sombra.

Dado un problema de PL de forma canónica:

Maximizar $\Sigma\ c_j x_{j\ (j=1\ldots n)}$

3.1

Sujeto a $\Sigma\ a_{ij}x_j \leq b_{i\ (i=1\ldots m)}$, $x_j \geq 0_{\ (j=1\ \ldots\ n)}$

En primer lugar deben introducirse las variables de holgura x_{n+1}, x_{n+2}, …, x_{n+m},

siendo $x_{n+i}= b_i - \Sigma\ a_{ij}x_{j\ (i=1\ldots m)}$ 3.2

Como se dijo en el capítulo anterior, las variables de holgura se utilizan para representar la capacidad asociada con una restricción determinada. Habrá tantas variables de holgura como restricciones de desigualdad tenga el sistema “m”. Estas variables de holgura transforman las desigualdedes lineales, que funcionan como restricciones de la función objetivo, en restricciones equivalentes de igualdad, donde la variable x_{n+i} representará la holgura del sistema para dicha restricción “i”.

La función objetivo puede expresarse como z en su forma estándar

$z = \Sigma\ c_j x_{j\ (j=1\ldots n)}$

En el esquema del método simplex, cada solución factible x_1, x_2, x_3, …, x_n es represetnada por n+m números no negativos x_1, x_2, x_3, …, x_{n+m}. Los números x_{n+1}, x_{n+2}, x_{n+3}, …, x_{n+m} quedan determinados a través de la función 3.2.

El método simplex por medio de iteraciones matemáticas se desplaza de una solución factible determinada $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{n+m}$ a otra solución factible $x'_1, x'_2, x'_3, \ldots, x'_{n+m}$ siendo $\Sigma\, c_j x'_{j\ (j=1\ldots n)} > \Sigma\, c_j x_{j\ (j=1\ldots n)}$.

La mejor manera de explicar el funcionamiento del procedimiento es a través de un ejemplo simple de solución de un sistema de ecuaciones a través del método de eliminación de Gauss-Jordan.

Sea la función objetivo a maximizar $3\,x_1+5\,x_2$

Sujeta a las restricciones

$$
\begin{aligned}
&x_1 \leq 4\\
&2x_2 \leq 12\\
&3x_1+2x_2 \leq 18\\
&\text{siendo } x_j \geq 0 \ _{(j=1,2)}
\end{aligned}
\qquad 3.3
$$

Como todo procedimiento algebraico, el método simplex trata de resolver un sistema de ecuaciones, para lo cual es necesario integrar variables de holgura para expresar las restricciones de desigualdad como restricciones equivalentes de igualdad, llevando el modelo a su versión estándar o aumentada:

Maximizar $Z = 3\,x_1 + 5\,x_2 + 0\,x_3 + 0\,x_4 + 0\,x_5$

Sujeta a las restricciones

$$
\begin{aligned}
&0\,x_1 + 0\,x_2 + 1\,x_3 + 0\,x_4 + 0\,x_5 = 4\\
&0\,x_1 + 2\,x_2 + 0\,x_3 + 0\,x_4 + 0\,x_5 = 12\\
&3\,x_1 + 2\,x_2 + 0\,x_3 + 0\,x_4 + 1\,x_5 = 18\\
&\text{siendo } x_j \geq 0 \ _{(j=1,2,3,4,5)}
\end{aligned}
\qquad 3.4
$$

x_3; x_4; x_5 son las variables de hogura.

En la aplicación del método simplex a través del procedimiento de Gauss-Jordan, el primer paso consiste en seleccionar las variables no básicas x_1 y x_2. Estas variables no básicas deben igualarse a cero al inicio. Una vez igualadas en cero, se soluciona el sistema de ecuaciones resultante obteniéndose la solución básica inicial igual a:

$x_1=0$; $x_2=0$; $x_3=4$; $x_4=12$; $x_5=18$.

Conceptualmente, en el momento cero, no se está generando nada a través del sistema que desea optimizarse y Z=0. Todos los recursos se encuentran osciosos. Si realizamos una prueba de optimalidad, veremos que incrementando tanto x_1 como x_2, el valor de Z aumenta, por tanto esta solución básica inicial no es una solución óptima.

Como paso inmediato, debe seleccionarse cúal de las variables no básicas debe aumentar su valor dando lugar a la primera iteración del modelo.

Dado que la función objetivo seleccionada para el ejemplo es $Z = 3\,x_1 + 5\,x_2$, se seleccionará como variable básica entrante a x_2, porque es la que aporta la contribución marginal más alta a la función objetivo.

Con $x_1=0$; $x_3=4$; $x_4=12$; $x_5=18$ debe determinarse el valor máximo que puede asumir x_2 de manera tal de no violar las restricciones de no negatividad, despejando de 3.4 tenemos:

$x_3=4 \geq 0$; no hay cota de no negatividad para x_2

$x_4=12 - 2x_2 \geq 0$; $x_2 \leq 12/2 = 6$ 3.5

$x_5=18 - 2x_2 \geq 0$; $x_2 \leq 18/2 = 9$

El valor máximo que puede asumir x_2 para satisfacer todos los requisitos de no negatividad está condicionado por la **prueba de cociente mínimo** y es igual a 6. Cuando x_2 asuma el valor 6, x_4 será igual a cero. Si x_2 sigue aumentando, x_4 asumirá un valor negativo y violaría el principio básico de no negatividad. En esta primera iteración x_4 dejará de ser una variable básica dando lugar a x_2 como nueva variable básica entrante.

Seguido debe transformarse el sistema de ecuaciones original 3.4 de forma conveniente para realizar la **prueba de optimalidad.**

$$\begin{aligned}
&(1)\ Z - 3\,x_1 - 5\,x_2 - 0\,x_3 - 0\,x_4 - 0\,x_5 = 0\\
&(2)\ 1\,x_1 + 0\,x_2 + 1\,x_3 + 0\,x_4 + 0\,x_5 = 4\\
&(3)\ 0\,x_1 + 2\,x_2 + 0\,x_3 + 1\,x_4 + 0\,x_5 = 12\\
&(4)\ 3\,x_1 + 2\,x_2 + 0\,x_3 + 0\,x_4 + 0\,x_5 = 18
\end{aligned} \qquad 3.6$$

Para despejar Z; x_1; x_2; x_3 y x_5 del sistema de ecuaciones anterior es necesario realizar algunos cáclulos algebraicos elementales de manera tal de reproducir el patrón de coeficientes de x_4 (0;0;1;0) como nuevos coeficientes de x_2 que ha sido seleccionada como nueva variable básica.

Para lograr este objetivo existen 2 opciones:

1- Multiplicar o dividir una ecuación del nuevo sistema 3.6 por una constante distina de cero.

2- Sumar o restar un múltiplo de una ecuación a otra ecuación del sistema.

En el sistema de ecuaciones 3.6 los coeficientes de x_2, (-5;0;2;2) deben reducirse a (0;0;1;0) para lo cual es necesario transformar el valor del coeficiente 2 de x_2 de la ecuación (3) del sistema 3.6 a 1. Esto se hace dividiendo la ecuación (3) por 2.

$$(3')\quad 0\,x_1 + 1\,x_2 + 0\,x_3 + 1/2\,x_4 + 0\,x_5 = 6$$

Finalmente, para transformar los coeficientes -5 y 2 de las ecuaciones (1) y (4) en ceros se recurre a la segunda opereración algebraica elemental.

Multiplicando (3') por 5 y sumándola a la ecuación (1) se obtiene:

$$(1')\ Z - 3\,x_1 - 0\,x_2 - 0\,x_3 + 5/2\,x_4 - 0\,x_5 = 30$$

Multiplicando (3') por 2 y restándola a la ecuación (4) se obtiene:

$$(4')\ 3\,x_1 + 0\,x_2 + 0\,x_3 - 1\,x_4 + 1\,x_5 = 6$$

El nuevo sistema de ecuaciones resultante es el siguiente:

$(1')\ Z - 3\ x_1 - 0\ x_2 - 0\ x_3 + 5/2\ x_4 - 0\ x_5 = 30$

$(2\ )\ 1\ x_1 + 0\ x_2 + 1\ x_3 + 0\ x_4 + 0\ x_5 = 4$ 3.7

$(3')\ 0\ x_1 + 1\ x_2 + 0\ x_3 + 1/2\ x_4 + 0\ x_5 = 6$

$(4')\ 3\ x_1 + 0\ x_2 + 0\ x_3 - 1\ x_4 + 1\ x_5 = 6$

La solución básica con $x_1=0$ y $x_4=0$ es (0;6;4;0;6), dando un valor de 30 a la función objetivo original.

En esta instancia nos enfrentamos a una nueva prueba de optimalidad. La función objetivo resultante del sistema de ecuaciones 3.7 es:

$Z= 30 + 3\ x_1 - 5/2\ x_4$

Claramente esta solución no es óptima dado que de aumentar la variable no básica x_1 la función objetivo asumirá un mayor valor.

Dado que x_4 degrada la función objetivo en caso de aumentar, la nueva variable no básica entrante será x_1.

En esta instancia, ante una solución básica no óptima debe volver a repetirse el procedimiento.

Nueva prueba del cociente mínimo: Debemos determinar cuánto puede aumentar x_1 (siendo x_4 igual a cero) para no violar las restricciones de no negatividad. Despejando del sistema 3.7 tenemos:

‘$x_3 = 4 – x_1 \geq 0;\ x_1 \leq 4$

‘$x_2 \geq 6$; no hay cota de no negatividad para x_2 3.8

‘$x_5 = 6 – 3\ x_1 \geq 0;\ x_1 \leq 6/3 = 2$

El valor máximo que puede asumir x_1 para satisfacer todos los requisitos de no negatividad está condicionado por la **prueba de cociente mínimo** y es igual a 2. Cuando x_1 asuma el valor 2, x_5 será igual a cero. Si x_1 sigue aumentando, x_5 asumirá un valor negativo y violaría el principio básico de no negatividad. En esta segunda iteración x_5 dejará de ser una variable básica dando lugar a x_1 como nueva variable básica entrante.

Nuevamente debe transformarse el sistema de ecuaciones 3.7 de forma conveniente para realizar la **prueba de optimalidad.**

Para despejar Z; x_1; x_2; x_3 y x_4 del sistema de ecuaciones anterior es necesario realizar cáclulos algebraicos elementales de manera tal de reproducir el patrón de coeficientes de x_5 (0;0;0;1) como nuevos coeficientes de x_1 que ha sido seleccionada como nueva variable básica.

En el sistema de ecuaciones 3.7 los coeficientes de x_1, (-3;1;0;3) deben reducirse a (0;0;0;1) para lo cual es necesario transformar el valor del coeficiente 3 de la ecuación (4') del sistema 3.7 a 1. Esto se hace dividiendo la ecuación (4') por 3.

(4'') $1\ x_1 + 0\ x_2 + 0\ x_3 - 1/3\ x_4 + 1/3\ x_5 = 2$

para transformar los coeficientes -3 y 1 de las ecuaciones (1') y (2) en ceros se recurre a la segunda opereración algebraica elemental.

Multiplicando (4'') por 3 y sumándola a la ecuación (1') se obtiene:

(1'') $Z + 0\ x_1 - 0\ x_2 - 0\ x_3 + 3/2\ x_4 + 1\ x_5 = 36$

Multiplicando (4'') por -1 y sumándola a la ecuación (2) se obtiene:

(2') $0\ x_1 + 0\ x_2 + 1\ x_3 + 1/3\ x_4 - 1/3\ x_5 = 2$

El nuevo sistema de ecuaciones resultante es el siguiente:

(1'') $Z + 0\ x_1 - 0\ x_2 - 0\ x_3 + 3/2\ x_4 + 1\ x_5 = 36$

(2') $0\ x_1 + 0\ x_2 + \mathbf{1\ x_3} + 1/3\ x_4 - 1/3\ x_5 = 2$ 3.9

(3') $0\ x_1 + \mathbf{1\ x_2} + 0\ x_3 + 1/2\ x_4 + 0\ x_5 = 6$

(4'') $\mathbf{1\ x_1} + 0\ x_2 + 0\ x_3 - 1/3\ x_4 + 1/3\ x_5 = 2$

La solución básica con x_4=0 y x_5=0 es (2;6;2;0;0), dando un valor de 36 a la función objetivo original $Z = 3\ x_1 + 5\ x_2$.

Resta por analizar si la nueva solución básica obtenida es una solución óptima.

La función objetivo resultante del sistema de ecuaciones 3.9 es:

$Z= 36 – 3/2\ x_4 – x_5$

Claramente esta solución sí es óptima dado que de aumentar la variable no básica x_4 o x_5 la función objetivo disminuirá.

Si bien la forma algebraica del método simplex es útil para entender la lógica que fundamenta el algoritmo, el procedimiento suele presentarse de manera tabular o matricial para simplificar y agilizar los cáclulos numéricos.

El procedimiento simplex descripto permite generar soluciones manuales a los planteos de programación lineal pero su naturaleza iterativa lo hace tedioso e inaplicable a la vidad cotidiana. De no haberse inventado la computación, la programación lineal no sería más que una idea académica interesante revisada en algún módulo universitario de álgebra matricial. Afortunadamente las computadoras se inventaron y en la medida que ganaron potencia a un costo reducido, la programación lineal ganó terreno en el uso de las PC personales.

El objeto del presente capítulo es justamente entender lógica que subyace tras el algoritmo matemático y que es aplicada por los software para resolver problemas de programación lineal. Queda en manos del lector la revisión del método de Gauss-Jordan a través de matrices.

4. Construcción del Modelo

Mediante un modelo de Programación Lineal, se buscará la maximización del beneficio marginal inmediato del “core-business” de una compañía sujeta a restricciones de balanza comercial (disponibilidad de divisas para importar) y deuda operacional con las casas matrices.

1-Determinación de la función a maximizar (contribución marginal compuesta) considerando la contribución marginal unitaria de cada producto en el período bajo análisis. El objetivo es lograr la combinación óptima de productos nacionales e importados dada las restricciones planteadas (donde las variables independientes son los diferentes productos de la compañía).

Producto	Origen	Contribución Marginal (c_{ij})
A	Nacional	25%
B	Nacional	30%
C	Nacional	33%
D	Importado	52%
E	Importado	30%
F	Importado	35%

Tabla 1: Productos

Maximizar $\Sigma\, c_j x_j$ $_{(j= 1\ldots n)}$

Maximizar Z= 0,25 A + 0,30 B + 0,33 C + 0,52 D + 0,30 E + 0,35 F

Donde A, B, C, D, E, F son los productos comercializados por esta compañía, los tres primeros nacionales, los tres últimos importados.

Los coeficientes c_j son constantes que describen la tasa de contribución al beneficio marginal de la compañía de cada unidad vendida. Esta función cumple con los requisitos de linealidad.

2-Construcción de las restricciones a considerar:

2.1-Restricciones de Balanza Comercial

Divisas (dólares estadounidenses) necesarios para producir

Producto	Origen	Necesidad de USD (Importación) por Unidad
A	Nacional	2.500
B	Nacional	8.400
C	Nacional	3.000

Tabla 2: Productos Nacionales

Divisas (dólares estadounidenses) necesarios para importar productos terminados

Producto	Origen	Necesidad de USD (Importación) por Unidad
D	Importado	12.000
E	Importado	10.000
F	Importado	5.000

Tabla 3: Productos Importados

Divisas (dólares estadounidenses) oficiales disponibles o déficit diario autorizado por el Estado Nacional.

El Gobierno Nacional autoriza un déficit de 750.000 USD diarios para esta industria particular que deben repartirse entre importación de insumos para la producción local y productos finales para la venta:

Restricción diaria de Balanza Comercial:

2.500 A + 8.400 B + 3.000 C + 12.000 D + 10.000 E + 5.000 D ≤ 750.000

2.2-Restricciones de Deuda operacional

Nivel de endeudamiento admisible por las casas matrices.

Supongamos que la casa matriz establece como límite de endeudamiento a la filial 100 millones de USD anuales o 277.778 USD diarios. Luego debemos incorporar a la restricción de balanza comercial estos USD adicionales:

Restricción diaria de Deuda Operacional:

2.500 A + 8.400 B + 3.000 C + 12.000 D + 10.000 E + 5.000 D ≤ 277.778

2.3-Capacidad y esquema de producción de corto plazo (diario)

La función a maximizar encontrará como limitante adicional la capacidad productiva diaria de la planta en las condiciones actuales (plazo inmediato).

Producto	Producción	Local	Exportación
A	250	125	125
B	30	15	15
C	150	75	75
TOTAL	430	215	215

Tabla 4: Producción Mercado Local y Exportación

La restricción comercial local estará dada por el producto disponible para la venta local:

A ≤ 125; B ≤ 15; C ≤ 75 destino al mercado local

La producción total de A = 250 unidades diarias, genera una necesidad de USD para la producción local de USD 2.500 por cada unidad/día. Si esta unidad se vende en el mercado local es generadora de déficit, si se exporta generará superávit.

Considerando que el 50% de la producción local se exporta tendremos una generación de divisas adicionales iguales a:

Producto	Destino	Necesidad de USD (Importación) por Unidad	Generación de USD (Exportación) por Unidad	Generación de USD Neta
A	Exportacion	2.500	5.000	2.500
B	Exportacion	8.400	12.000	3.600
C	Exportacion	3.000	6.000	3.000

Tabla 5: Generación neta de divisas

La generación adicional de USD diarios por la exportación de productos propios es: 2.500 A + 3.600 B + 3.000 C = USD provenientes de la exportación

Aporte de USD propios a incorporar en las restricciones de divisas

USD 2.500 x 125uA+ USD 3.600 x 15u B+ USD 3.000 x 75u C= USD 591.500

2.4-Participación de mercado y mix de productos demandados.

Considerando la demanda local máxima y mínima de cada producto tendremos restricciones de cantidad

Producto	Origen	Mix Producto	Demanda Diaria Mínima	Demanda Diaria Máxima
A	Nacional	53%	84	180
B	Nacional	5%	8	18
C	Nacional	28%	44	93
D	Importado	10%	15	33
E	Importado	3%	5	12
F	Importado	1%	1	2

Tabla 6: Mix Producto y Demanda

$84 \leq A \leq 180$; $8 \leq B \leq 18$; $44 \leq C \leq 93$; $15 \leq D \leq 33$; $5 \leq E \leq 12$; $1\leq F \leq 2$

Deben considerarse las limitaciones de demanda diaria a que se enfrenta la compañía. Por ejemplo, 300 productos por día en promedio.

Dada la escasez de divisas las compañías relajan la demanda de productos importados de máxima a 50 unidades diarias por producto alejándose parcialmente del mix de demanda estimado.

3- Resumen del Modelo:

Contribución marginal compuesta

Maximizar Z= 0,25 A + 0,30 B + 0,33 C + 0,52 D + 0,30 E + 0,35 F

Sujeta a:

1) Restricciones de balanza comercial (dólares)

2.500 A + 8.400 B + 3.000 C + 12.000 D + 10.000 E + 5.000 D ≤ 750.000

2) Restricciones de deuda operacional (dólares)

2.500 A + 8.400 B + 3.000 C + 12.000 D + 10.000 E + 5.000 D ≤ 277.778

3) USD Adicionales netos obtenidos de la exportación de productos locales:

USD 2.500 x 125u A+ USD 3.600 x 15u B+ USD 3.000 x 75u C= USD 591.500

4) Restricciones de producción para el mercado local (cantidad)

A ≤ 125; B ≤ 15; B ≤ 75

5) Restricciones de demanda (cantidad)

84 ≤ A ≤ 180; 8 ≤ B ≤ 18; 44 ≤ C ≤ 93; 15 ≤ D ≤ 33; 5 ≤ E ≤ 12; 1≤ F ≤ 2

Relajamiento de importaciones D ≤ 50; E ≤ 50; F ≤ 50

6) Restricciones de volumen demandado

A+B+C+D+E+F=300 productos/día

7) Restricciones de no negatividad

A; B; C; D; E; F ≥ 0

Las restricciones 1 a 3 de divisas pueden agruparse en:

2.500 A + 8.400 B + 3.000 C + 12.000 D + 10.000 E + 5.000 D ≤ 1.619.278

Donde los USD 1.619.278 provienen del déficit comercial autorizado por el gobierno USD 750.000, más el endeudamiento externo autorizado por la casa matriz 277.778 más la generación de dólares propia por la exportación USD 591.500.

Mediante la utilización de una herramienta informática de fácil accesibilidad y aplicación (Excel Solver), se procederá a validar y verificar el funcionamiento del modelo.

Se cargan tanto la función a maximizar y las restricciones en una hoja de cálculo de Excel, y mediante la aplicación del Método Simplex, Solver nos ofrece una solución óptima para el problema en pocos segundos.

Producto	A	B	C	D	E	F				
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total			
Contribución Marg	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%			34%
Variable Q Ventas	91	15	75	50	19	50	300			6
Restricciones										VERDADERO
USD	227.241	126.000	225.000	600.000	191.037	250.000	1.619.278	≤	1.619.278	VERDADERO
Cantidad A	91	0	0	0	0	0	91	≤	125	VERDADERO
Cantidad B	0	15	0	0	0	0	15	≤	15	VERDADERO
Cantidad C	0	0	75	0	0	0	75	≤	75	VERDADERO
Cantidad A	91	0	0	0	0	0	91	≥	84	VERDADERO
Cantidad B	0	15	0	0	0	0	15	≥	8	VERDADERO
Cantidad C	0	0	75	0	0	0	75	≥	44	VERDADERO
Cantidad D	0	0	0	50	0	0	50	≥	15	VERDADERO
Cantidad E	0	0	0	0	19	0	19	≥	5	VERDADERO
Cantidad F	0	0	0	0	0	50	50	≥	1	VERDADERO
Cantidad A	91	0	0	0	0	0	91	≤	180	VERDADERO
Cantidad B	0	15	0	0	0	0	15	≤	18	VERDADERO
Cantidad C	0	0	75	0	0	0	75	≤	93	VERDADERO
Cantidad D	0	0	0	50	0	0	50	≤	50	VERDADERO
Cantidad E	0	0	0	0	19	0	19	≤	50	VERDADERO
Cantidad F	0	0	0	0	0	50	50	≤	50	VERDADERO
No negatividad	91	0	0	0	0	0	91	≥	0	VERDADERO
No negatividad	0	15	0	0	0	0	15	≥	0	VERDADERO
No negatividad	0	0	75	0	0	0	75	≥	0	VERDADERO
No negatividad	0	0	0	50	0	0	50	≥	0	VERDADERO
No negatividad	0	0	0	0	19	0	19	≥	0	VERDADERO
No negatividad	0	0	0	0	0	50	50	≥	0	VERDADERO
Demanda Dia	91	15	75	50	19	50	300	=	300	500

Tabla 7: Solución con Excel Solver

De la aplicación del modelo planteado podemos concluir que dadas las restricciones de divisas (déficit autorizado, endeudamiento externo con la casa matriz, generación propia de divisas a través de las exportaciones) y cantidades producidas y demandadas en el plazo inmediato, la combinación de productos que nos permitirá maximizar la contribución marginal de la compañía es:

Producto	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal (cij)	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Variable Cantidad/Ventas	91	15	75	50	19	50	300

Tabla 8: Solución del Modelo

Siendo el valor óptimo de la función objetivo sujeto a las restricciones planteadas igual a 34%.

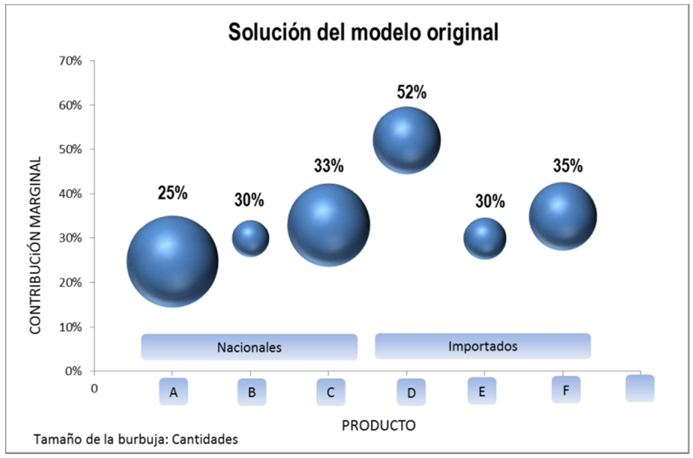


Gráfico 1

A partir de esta solución óptima del modelo, representada en el gráfico 1, se analizarán sensibilidades de los principales parámetros, por ejemplo, relajación de las restricciones externas impuestas por el Estado, aumento de la demanda externa ante mejoras de la competitividad, aumento del endeudamiento externo, mejoras de la productividad de productos locales entre otras.

Para aquellos lectores interesados en la solución de un problema de PL con Excel Solver pueden remitirse al Anexo 2 donde se presenta la herramienta a través de la aplicación práctica del modelo desarrollado. Excel Solver presenta un medio simple y efectivo que permite explorar problemas de PL. Puede utilizarse para resolver problemas de gran tamaño que contengan cientos de variables y restricciones en muy poco tiempo con gran potencia.

Capítulo 5

5. Teoría de la dualidad y su interpretación económica.

Previo a la realización del análisis de sensibilidad del modelo es necesario repasar el teorema de la dualidad de los problemas de programación lineal y su interpretación económica.

Todo problema de programación lineal de maximización en su formato estándar da origen a un problema de programación lineal de minimización que se denomina **Problema Dual**. Ambos planteos, el original o primal y el dual se encuentran relacionados de manera interesante.

Siendo el problema primal en su formato estandar igual a,

Maximizar $Z= \Sigma\ c_j x_{j\ (j= 1 \ldots n)}$

Sujeto a $\Sigma\ a_{ij} x_j \leq b_{i\ (i= 1\ldots m)}$, $x_j \geq 0\ _{(j= 1\ \ldots\ n)}$

su dual puede expresarse como,

Minimizar $C= \Sigma\ b_i y_{j\ (i= 1\ldots m)}$

Sujeto a $\Sigma\ a_{ij} y_i \geq c_{j\ (j= 1\ldots n)}$, $y_i \geq 0\ _{(i= 1\ \ldots\ m)}$

Las m restricciones del problema primal se encuentran relacionadas con las m variables duales y_i, del mismo modo que las n restricciones del problema dual se encuentran relacionadas con la n variables x_j del problema primal.

Otra característica de esta construcción espejo es que el coeficiente de cada una de las variables de la función objetivo de uno de los problemas, sea el primal o el dual, aparece en el otro como lado derecho de las restricciones.

Se cumple además que para toda solución factible del problema primal x_1, x_2, x_3, …, x_n y para toda solución factible del problema dual y_1, y_2, y_3, …, y_m

$\Sigma\ c_j x_{j\ (j= 1\ldots n)} \leq \Sigma\ b_i y_{j\ (i= 1\ldots m)}$

Esta regla permite concluír que frente una solución óptima del problema primal estaremos también en una solución óptima para el problema dual

$\Sigma\ c_j x_j^*{}_{\ (j=1\ldots n)} = \Sigma\ b_i y_j^*{}_{\ (i=1\ldots m)}$

Por lo tanto, el teorema de dualidad establece que el problema primal tiene una solución óptima sí y solo si el problema dual tiene una solución óptima. Esta cualidad de la PL otroga una certificación de optimalidad a la solución maximizadora dotando de robustéz teórica al algoritmo.

La dualidad en los problemas de programación lineal tiene un alto grado de importancia práctica. En aquellos planteos en los cuales el número de restricciones m es muy grande respecto al número de variables de decisión n, existirán n+1 ecuaciones en el problema dual y m+1 ecuaciones en el problema primal. Dado que el número de iteraciones que deben realizarse para resolver un problema de PL a través del algoritmo simplex es directamente proporcional al número de ecuaciones que contiene, en los casos en que el número de restricciones sea extremadamente grande en relación al número de variables de decisión convendrá resolver el problema dual entregando idéntico resultado que su equivalente primal.

Signifiado económico de las variables duales.

Lo relevante de la teoría de la dualidad es el signifiado económico de las variables duales.

En nuestro modelo de maximización de la contribución marginal, cada variable de decisión x_j mide la cantidad del producto j y cada constante b_i representa la cantidad disponible del recurso i. Los coeficientes de las restircciones a_{ij} están expresados en unidades del recurso i por unidad del producto j. Por ejemplo, en la restricción de divisas, cada coeficiente indica la cantidad de divisas necesarias para producir o importar una unidad del producto j. Por último, los coeficientes de la función objetivo expresan la contribución marginal monetaria expresada en porcentaje de cada producto j.

Para que en el problema dual el lado izquierdo de cada restricción guarde relación con el lado derecho, siendo c_j la contribución marginal monetaria del producto j expresada como porcentaje

$\Sigma\ a_{ij}y_i \geq c_{j\ (j=1\ldots n)}$

cada una de las varialbes y_i debe expresarse en la misma unidad de medida que los coeficientes de la función objetivo, es decir, como una contribución marginal monetaria. Así, cada y_i medirá la contribución marginal del recurso i a la función objetivo del problema primal, o lo que es lo mismo, la mejora en el valor de la solución óptima ante un incremento unitario en el lado derecho de una restricción del problema primal.

Los valores que asuman las variables de decisión del problema dual pondrán en evidencia los efectos de pequeñas variaciones de recursos en la contribución marginal compuesta de la compañía. Es decir, con cada unidad extra del recurso i, la contribución marginal de la compañía aumentará marginalmente y%. Por esta razón, el valor que asuma y_i representará la diferencia de utilidad entre el valor original del coeficiente de la función objetivo y el valor actual.

El valor que asumen estas variables en la solución dual se denomina precio dual o precio sombra y representa el máximo precio que se está dispuesto a pagar por sobre el precio actual para adquirir una unidad adicional del recurso escaso.

Los precios sombra proporcionan información económica que ayuda a tomar decisiones respecto a adquirir o no recursos adicionales. Cuando un precio sombra de un determinado recurso es igual a cero, implica que adicionar más de este recurso incrementará su ociosidad lo que carece de sentido económico. Los precios sombra relevantes serán aquellos mayores a cero.

Las diferentes aplicaciones de software que dan solución a problemas de PL incluyen salidas estándares con análisis de sensibilidad sobre variaciones en la disponibilidad de recursos. Es importante dar sentido económico al análisis de variables duales para la toma de decisiones óptimas.

Capítulo 6

6. Análisis de sensibilidad en un contexto estático.

La génesis del presente trabajo está directamente vinculada al análisis del resultado de optimización y al de las sensibilidades que se puedan aplicar en el mismo. Se pretende aportar una herramienta de fácil aplicación y accesibilidad que permita tomar decisiones financieras óptimas ante cambios de contexto repentinos que impliquen restricciones de recursos.

Análisis estático de sensibilidad

El análisis de sensiblidad estudia la variación o reacción de la solución óptima de un problema de programación lineal ante cambios en los parámetros del modelo. Dado que es necesario partir de la solución óptima para realizar este tipo de evaluaciones, el análisis de sensiblidad suele denominarse análisis de postoptimalidad.

Puede analizarse el impacto en la solución óptima ante cambios en los coeficientes de la función objetivo, es decir, variaciones en la contribución marginal de uno o más de los productos comercializados por la compañía, o cambios en el lado derecho de alguna de las restricciones, por ejemplo de la cantidad de divisas disponibles para importar o de la cantidad demandada por unidad de tiempo.

La solución del problema de programación lineal mediante el uso del Excel Solver proporciona información sobre el análisis de sensibilidad de los coeficientes de la función objetivo.

Tabla 9: Informe de Sensibilidad

Variables de Desición

Variable	Nombre	Valor Final	Costo Reducido	Coeficiente Objetivo	Permitido Aumentar	Permitido Disminuir
A	Variable Ventas Nacional	91	0	0,0008	0,00017	0,00260
B	Variable Ventas Nacional	15	0	0,0010	0	0,00004
C	Variable Ventas Nacional	75	0	0,0011	0	0,00026
D	Variable Ventas Importado	50	0	0,0017	0	0,00069
E	Variable Ventas Importado	19	0	0,0010	0	0,00017
F	Variable Ventas Importado	50	0	0,0012	0	0,00028

Las columnas permitido aumentar y permitido disminuir indican cuánto puede aumentar o disminuir el valor actual del coeficiente la función objetivo sin que se produzcan variaciones en la solución óptima y determinan por lo tanto el rango de optimalidad. En nuestro caso es cero para todas las variables de decisión, lo que implica que un cambio en la contribución marginal de cualquiera de los productos bajo análisis traerá como consecuencia cambios en la solución óptima.

El costo o gradiente reducido, también conocido como costo de oportunidad, indica cuánto debería mejorar el coeficiente de la función objetivo de una variable de decisión determinada antes de que la variable asuma un valor positivo en la solución óptima. Cuando los valores de las variables de decisión asumen valores positivos en la solución óptima, tal como en el resultado analizado, el costo reducido es igual a cero. En caso de obtener un valor negativo para este indicador, estaría indicando el aumento necesario en el coeficiente de la variable de decisión para que la misma asuma un valor positivo en la solución óptima.

Resulta más interesante el análisis de sensibilidad ante cambios en las restricciones de recursos mediante los precios duales o precios sombra. Un precio dual indica la mejora en el valor de la solución óptima ante un incremento unitario en el lado derecho de alguna de las restricciones del problema primal.

Por ejemplo, un aumento de 10.000 USD en la cantidad disponible de divisas para importar, hace que la solucion óptima mejore en un 0,02%, lo que resulta en un precio sombra igual a 0,02%/10.000, reflejando el cambio en el resultado de la solución óptima en relación al cambio en el recurso escaso.

Como se analizó en el capítulo anterior, los precios sombra proporcionan información económica que ayuda a tomar decisiones respecto a adquirir o no recursos adicionales. Representan el máximo precio que se está dispuesto a pagar por sobre el precio actual para adquirir una unidad adicional del recurso escaso. Cuando un precio sombra es igual a cero, implica que adicionar más de este recurso incrementará su ociosidad (estamos frente a un recurso no limitante).

Para nuestro modelo otros precios sombra relevantes (o recursos limitantes), además de la disponibilidad de divisas, son las cantidades demandadas diariamente, los productos importados D y F de mayor contribución marginal y los productos nacionales B y C también de mayor contribución marginal. Justamente las variables de decisión cuyas variables de holgura se igualan a cero en la solución óptima son aquellas que tienen un precio sombra significativo y en consecuencia son recursos limitantes.

Tabla 10: Restricciones y variables de holgura

Nombre	Valor de la Celda	Status	Holgura o Divergencia
Cantidad A Total	91	No limitante	7
Cantidad A Total	91	No limitante	89
Cantidad A Total	91	No limitante	34
Cantidad B Total	15	No limitante	7
Cantidad B Total	15	No limitante	3
Cantidad B Total	**15**	**Limitante**	**0**
Cantidad C Total	75	No limitante	31
Cantidad C Total	75	No limitante	18
Cantidad C Total	**75**	**Limitante**	**0**
Cantidad D Total	50	No limitante	35
Cantidad D Total	**50**	**Limitante**	**0**
Cantidad E Total	19	No limitante	14
Cantidad E Total	19	No limitante	31
Cantidad F Total	50	No limitante	49
Cantidad F Total	**50**	**Limitante**	**0**
Demanda Dia Total	**300**	**Limitante**	**0**
No negatividad Total	91	No limitante	91
No negatividad Total	50	No limitante	50
No negatividad Total	19	No limitante	19
No negatividad Total	15	No limitante	15
No negatividad Total	75	No limitante	75
No negatividad Total	50	No limitante	50
USD Total	**1.619.278**	**Limitante**	**0**

Tal como lo indica el análisis de sensibilidad de la tabla siguiente, un aumento de una unidad en la cantidad demandada diaria genera una mejora de la contribución marginal del 0,077%.

Un aumento de una unidad en la cantidad demandada del producto importado D genera una mejora de 0,069% en la contribución marginal de la compañía.

Un aumento de una unidad en la cantidad demandada del producto nacional C o el producto importado F genera una mejora de 0,03% en la contribución marginal de la compañía.

Tabla 11: Precios Sombra

Nombre	Valor Final	Precio Sombra	Restricción Lateral R.H.	Permitido Aumentar	Permitido Disminuir
Cantidad A Total	91	0%	84	7	0
Cantidad A Total	91	0%	180	0	89
Cantidad A Total	91	0%	125	0	34
Cantidad B Total	**15**	**0,004%**	**8**	**7**	**0**
Cantidad B Total	15	0%	18	0	3
Cantidad B Total	15	0%	15	3	7
Cantidad C Total	**75**	**0,026%**	**44**	**31**	**0**
Cantidad C Total	75	0%	93	0	18
Cantidad C Total	75	0%	75	7	31
Cantidad D Total	**50**	**0,069%**	**15**	**35**	**0**
Cantidad D Total	50	0%	50	11	24
Cantidad E Total	19	0%	5	14,1037	0
Cantidad E Total	19	0%	50	0	31
Cantidad F Total	**50**	**0,028%**	**1**	**49**	**0**
Cantidad F Total	50	0%	50	10	49
Demanda Dia Total	**300**	**0,077%**	**300**	**26**	**5**
No negatividad Total	91	0%	0	91	0
No negatividad Total	50	0%	0	50	0
No negatividad Total	19	0%	0	19	0
No negatividad Total	15	0%	0	15	0
No negatividad Total	75	0%	0	75	0
No negatividad Total	50	0%	0	50	0
USD Total	**1.619.278**	**0,000002%**	**1.619.278**	**51.722**	**105.778**

Aquellas variables con precios sombra iguales a cero no aportarán una mejora a la solución óptima en caso de modificarse marginalmente y no son limitantes.

Los límites máximos y mínimos asociados al lado derecho de cada restricción, indican cuánto puede aumentar o disminir respectivamente la cantidad del recurso analizado, manteniéndose como válidos los precios sombra determinados por el análisis de sensibilidad. Variaciones fuera de estos límites, denominado rango de factibilidad, obligan a realizar un recálculo del problema.

Por ejemplo, siempre que la cantidad demandada promedio por día se mantenga en el intervalo (295,326) el cambio en la solución óptima de 0,077% por cada unidad de variación de la demanda será válido. Fuera de estos límites deberá realizarse un nuevo cálculo ya que el precio sombra no servirá más para evaluar los impactos sobre la solución óptima.

El modelo estático presentado en el capítulo 4 permite concluir de manera preliminar que cambios en los coeficientes de la función objetivo modificarán la solución óptima dado que todos los costos reducidos se igualan a cero.

En segundo lugar, se determinaron los recursos limitantes que generarán modificaciones en la solución óptima en caso de variar dentro de los intervalos de factibilidad establecidos. En orden de importancia tendremos:

- La **demanda promedio por día** siempre que varíe en el rango de factibilidad (295,326) generará aumentos o disminuciones de 0,077% en la contribución marginal de la compañía.

- La **demanda del producto importado D** siempre que se mueva en el rango (15,50) generará aumentos o disminuciones de 0,069% en la contribución marginal de la compañía.

- La **demanda del producto importado F** siempre que varíe en el rango (1,50) generará aumentos o disminuciones de 0,028% en la contribución marginal de la compañía.

- La **demanda del producto nacional C** siempre que se mueva en el rango (44,75) generará aumentos o disminuciones de 0,026% en la contribución marginal de la compañía.

- La **demanda del producto nacional B** siempre que se mueva en el rango (8,15) generará aumentos o disminuciones de 0,004% en la contribución marginal de la compañía.

- Por último, **la disponibilidad de divisas** siempre que varíe en el rango (1.513.500,1.671.00) generará aumentos o disminuciones de 0,000002% en la contribución marginal de la compañía.

La solución ótptima es más sensible a la demanda en general y a la demanda de productos importados (D y F) en particular.

Este modelo de PL es una representación estática de la realidad. Sin embargo, la realidad es dinámica, por lo tanto este modelo de sensibilidad si bien es interesante para tomar micro decisiones, es insuficiente para reconocer la existencia de riesgos e incertidumbre en contextos inestables tales como se presentan en la economía Argentina.

En el próximo capítulo se considerará una herramienta más poderosa para analizar variaciones drásticas en los recursos limitantes de nuestro modelo que nos permitan adaptarnos rápidamente, a través de decisiones eficientes, en un contexto dinámico.

Análisis de las restricciones de balanza comercial

Queda planteado a través del análisis de sensibilidad estático que las restricciones de divisas por sí mismas impactan marginalmente en la rentabilidad de la compañía cuando la demanda está fija y debe sujetarse a limitaciones de corto plazo de producción y a un mix de productos determinado.

Son las variaciones de demanda las que permiten obtener mayores beneficios marginales, las cuales se potencian cuando las restricciones comerciales se relajan.

La magnitud de estos impactos se mide a través de los precios sombra que entrega la solución del problema dual y su conocimiento permitirá mejorar la gestión económica de las compañías.

Capítulo 7

7. Modelo dinámico y análisis de escenarios.

El análisis de sensibilidad del capitulo anterior es útil para determinar el impacto de variaciones marginales en los parámetros del modelo sobre la solución óptima, pero es insuficiente para dar respuesta a los cambios de contexto de la vida real.

Como se mencionó, el modelo de PL es una representación estática de la realidad, sin embargo ésta siempre está cambiando, por lo tanto el modelo de PL debe dinamizarse para reconocer la existencia de riesgos e incertidumbre. En contextos dinámicos, será la recomendación del modelo en combinación con los juicios de quienes toman las decisiones lo que determinará finalmente el curso de acción a seguir.

Variaciones drásticas en los valores de parámetros, tales como se viven en economías inestables como la Argentina, requieren recurrir al análisis de escenarios para observar el comportamiento de las variables de decisión en situaciones de riesgo e incertidumbre.

ESCENARIO 1: Cambios en las restricciones de balanza comercial.

La eliminación total de las restricciones de divisas en el modelo original genera tan solo una sustitución del producto nacional que menos contribuye al margen operacional A por el producto importado E de menor margen (Gráfico 2).

Eliminación de las restricciones de divisas

Solución Escenario 1	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Cantidad vendida	**84**	**15**	**75**	50	26	50	300

Solución Original	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Cantidad vendida	**91**	**15**	**75**	50	19	50	300

Variaciones

Contribucion marginal							0,12%
Cantidad vendida	-7	0	0	0	7	0	0

Tabla 12

El impacto en la contribución marginal resultante de la eliminación de esta restriccion es de +0,12%.

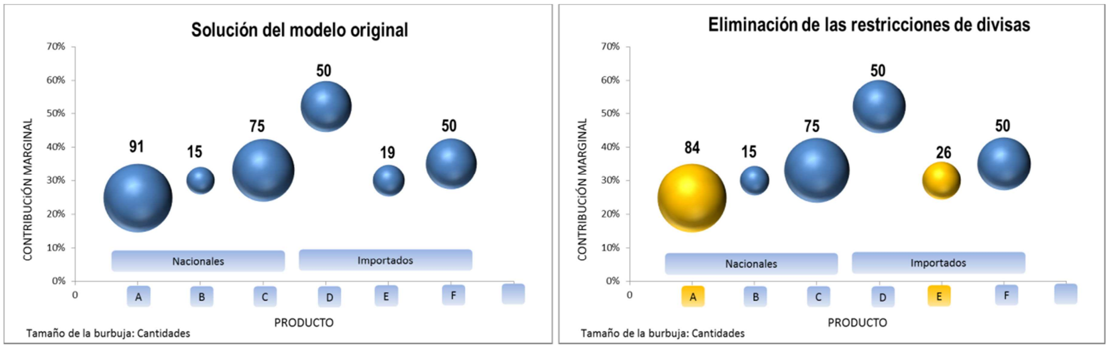


Gráfico 2

Dada la restricción de demanda de 300 unidades promedio día, la demanda de productos nacionales A desciende 3,8% (o 7 unidades diarias) mientras que el déficit comercial se incrementaría 51.722 dólares estadounidenses por día (fuera de la restricción originalmente planteada). Este déficit diario anualizado es equivalente a 1,9 millones de dólares y deberá ser soportado por un incremento en la deuda operacional de la compañía con sus casas matrices o a través de una reducción de las reservas internacionales de Argentina (dadas las exportaciones).

Adicionalmente, deberá revisarse la cantidad producida localmente dado que las condiciones de demanda determinadas implican una reducción de la actividad local del 3,8%.

En general, los productos industriales importados permiten obtener una contribución marginal más alta debido a las ventajas competitivas del resto del mundo en productos industrializados.

En conclusión, a nivel compañía la eliminación de las restricciones de divisas implica un aumento aumento de la contribución marginal a costa de un aumento del endeudamiento externo (público o privado) y reducción de la actividad local. Debe adecuarse además la actividad operativa local generando desempleo de recursos.

Estos impactos agregados con los de otras industrias locales son determinantes de la actividad económica nacional y sus principales variables macroeconómicas.

Si todas las industrias se comportan del mismo modo tendríamos un aumento del endeudamiento externo y una reducción del PBI, que finalmente repercutirá en la demanda del sector y de la compañía a través del ingreso de los clientes.

ESCENARIO 2: Cambios en las cantidades demandadas diarias.

Evidentemente la compañía podría obtener máxima rentabilidad vendiendo 300 unidades del producto D con 52% de contribución marginal, lo que resulta comercialmente inviable y altamente riesgoso.

En nuestro escenario inicial, reducciones en el volumen demandado manteniendo los límites de mix producto, aumentan la contribución marginal de la compañía dado que reducen la cantidad ofrecida de productos de menor margen.

Reducción de la demanda manteniendo el mix-producto

Solución Escenario 2	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Cantidad vendida	84	8	70	50	28	50	290

Solución Original	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Cantidad vendida	91	15	75	50	19	50	300

Variaciones

Contribucion marginal							0,19%
Cantidad vendida	-7	-7	-5	0	9	0	-10

Tabla 13

Una reducción de 10 unidades en la demanda diaria promedio, manteniendo inalterada el resto de las restricciones, genera un incremento de la contribución marginal de la compañía de +0,19% acompañada de una reducción de la actividad local de 10,6% (Gráfico 3).

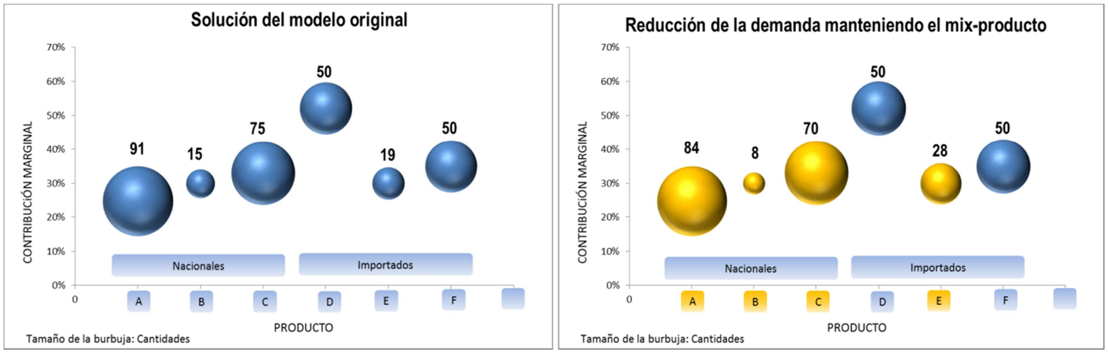


Gráfico 3

En este caso el endeudamiento externo cumple con las restricciones establecidas originalmente pero se genera una caída en la participación de mercado de la compañía (si el ajuste de demanda se limita solamente a ésta).

Esta política antenta contra la participación de mercado que muchas veces justifica la razón de existir de estos productos de menor contribución pero más atractivos para estos fines.

En conclusión, variaciones negativas de demanda podrían generar mejoras en la contribución marginal de la compañía a costa de pérdida de participación de mercado y caída de la actividad local.

ESCENARIO 3: Reducción en las restricciones de divisas y mayor demanda

En el mundo real, lo más común es que se den escenarios combinados, en general las variables no se modifican de a una por vez, sino que varían conjuntamente.

Suponiento que las restricciones de divisas aumentan a 3,3 millones de dólares diarios y que aumenta la demanda promedio por día a 500 unidades, permitiendo a los productos importados absorber esta mayor demanda, en este caso, obtenemos una aumento de la contribición marginal de 1%.

Aumento del déficit comercial, la demanda y mix de productos importados

Solución Escenario 3	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	35%
Cantidad vendida	110	15	75	100	100	100	500

Solución Original	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Cantidad vendida	91	15	75	50	19	50	300

Variaciones

Contribucion marginal							1,02%
Cantidad vendida	19	0	0	50	81	50	200

Tabla 14

Esta mayor contribución marginal está asociada a un incremento de la demanda total del 67% que se distribuye en un aumento de productos importados de 150%, mientras que la demanda de productos nacionales se incrementa tan solo un 10%. En este caso el mix de productos nacionales e importados pasa del 60% nacionales/40% importados a 40% nacionales/60% importados, incrementándose la actividad de ambos orígenes pero con inversión de la composición del mix de ventas nacional/importado (Gráfico 4).

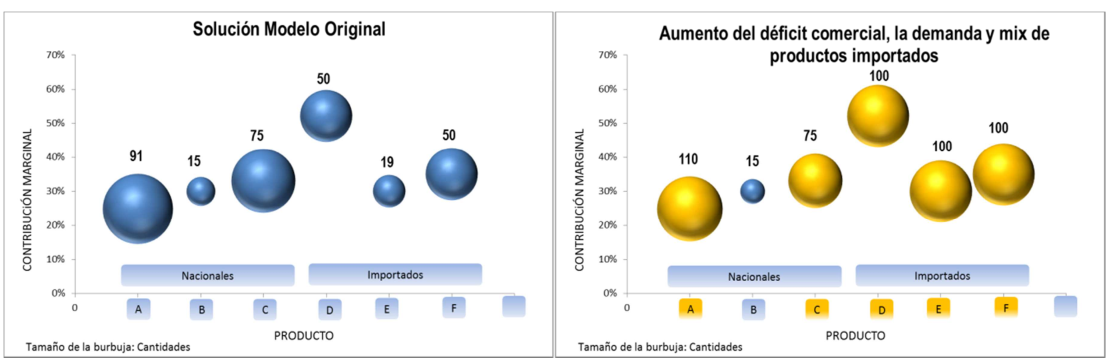


Gráfico 4

El déficit diario es 1,7 millones de dólares superior al inicial. Esta cifra anualizada genera aproximadamente 600 millones de dólares de déficit comercial adicional que deberá ser afrontado con deuda pública o privada.

ESCENARIO 4: Mejora de la productividad local

Una mejora de la productividad local que impacte directamente en los coeficientes de la función objetivo permite también sensibilizar variaciones en la solución óptima sujeta a las restricciones originales.

Por ejemplo una mejora en la productividad de productos nacionales A, B y C que genere una mejora del margen operacional del 2% para cada uno, permite obtener una mejora de la contribución marginal del 1,2% manteniendo todas las restricciones tales como al comienzo.

Mejora de la productividad local

Solución escenario 4	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	27%	32%	35%	52%	30%	35%	35%
Cantidad vendida	91	15	75	50	19	50	300

Solución Original	A	B	C	D	E	F	
Origen	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total
Contribución Marginal	25%	30%	33%	52%	30%	35%	34%
Cantidad vendida	91	15	75	50	19	50	300

Variaciones

Contribucion marginal							1,21%
Cantidad vendida	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 15

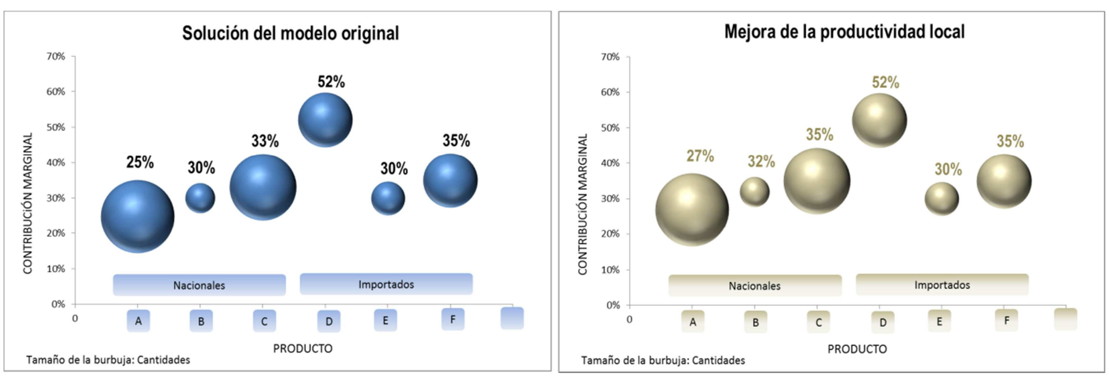


Gráfico 5

Vemos que esta medida es altamente potente en relación a las presentadas anteriormente y no modifica en absoluto el mix producto óptimo ni los niveles de endeudamiento.

Los escenarios 3 y 4 muestran que podemos obtener una mejora del 1% de la contribución marginal con medidas totalmente diferentes. En el primer caso la mayor ganancia es financiada desde afuera de la compañía, ya sea por la casa matriz o por el propio Estado a través de sus reservas internacionales. En el segundo caso es la propia compañía la que hará el trabajo mediante una mejora de costos internos.

ESCENARIO 5: Eliminación del retraso cambiario

Una mejora del retraso cambiario haría más atractivos nuestros productos al exterior, lo que incrementaría las divisas disponibles para importar pero encarecería los productos importados y las materias primas de origen extranjero.

Suponiendo que el incremento de los costos asociados a una devaluación se traslade directamente a los precios y por lo tanto no se modifiquen los márgenes de contribución (supuesto no tan distante de la realidad), el impacto en el modelo original se dará por el lado de la demanda y la disponibilidad de bienes para ofrecer localmente.

En este caso estamos ante un escenario que permitirá aumentar la contribución marginal de la compañía por la mayor disponibilidad de divisas proveniente de las exportaciones.

Si la demanda local disminuyera por el impacto de la devaluación sobre los salarios, podría darse un escenario como el 2, pero sin caída de la actividad local dado que los productos que no se vendan en el mercado interno podrían exportarse.

Contar con indicadores de sensibilidad de este tipo para las compañías es de altísimo valor. Las posibilidades de combinaciones de variables son infinitas.

Todo esto puede lograrse operativamente con una herramienta simple en pocos segundos mediante la entrega de valores concretos e impactos tangibles, dando valor adicional a lo que muchas veces es obvio desde la teoría microeconómica o desde la óptica del propio empresario pero difícil de cuantificar.

Es requisito indispensable para el buen funcionamiento del modelo el manejo oprativo de los parámetros del sistema. Toda empresa seria e interesada en maximizar su valor cuenta con estos datos que solamente requerirán de un ordenamiento determinado para transformarse en información útil para la toma de decisiones.

Análisis de las restricciones de balanza comercial

Queda planteado a través de los escenarios analizados que aumentos o relajaciones en las restricciones de divisas permiten obtener mayores retornos marginales mediante el aumento, disminución o sustitución de productos menos rentables por aquellos que aportan un mayor margen de contribución a la compañía, efectos que se potencian cuando son acompañados de variaciones de la demanda. Lo valioso del modelo es la posibilidad de cuantificar estos impactos y determinar el mix óptimo de productos a comercializar en cada circunstancia, medidas que deberán ser acompañadas con políticas de marketing adecuadas.

Una reducción de demanda, dada la cantidad disponible de divisas para importar, puede determinar un incremento en la contribución marginal de la compañía al reasignar productos menos rentables a productos más rentables, manteniendo inalterado el nivel de endeudamiento externo y las preferencias de los consumidores. Esta reducción de la demanda en caso de ser puntual de la compañía generará una pérdida de participación del mercado cuya valoración relativa respecto de la ganancia de rentabilidad marginal estará ligada a los objetivos clave de la compañía.

Las características de la industria local permiten inferir que la sustitución de productos se inclina en favor de los productos extranjeros más competitivos en detrimento de la actividad local.

Incrementos de demanda acompañados de relajamientos en las restricciones de divisas producen mayores impactos en los resultados con aumentos más pronunciadas en la actividad externa a través del consumo de productos importados de mayores contribuciones marginales. Estos resultados junto a políticas de marketing adecuadas incentivando a consumir el mix de productos más redituable para la compañía permitirían potenciar los resultados.

Se comprobó sin embargo, que el elemento más potente de las compañías locales, aunque más doloroso en el corto plazo, para incrementar la contribución marginal está ligado a la mejora en la productividad interna de los factores más que a la búsqueda de financiamiento externo sea a través del Banco Central o de las casas matrices por medio de aumentos en la deuda operacional. Sin duda esta medida será la más rentable en el largo plazo.

El modelo presentado permite de este modo orientar a la compañía sobre el mix óptimo de productos a comercializar en cada estadío para maximizar los retornos marginales mostrando gran efectividad en la entrega de resultados.

Capítulo 8

8. Implicancias en los costos operativos.

Una empresa que maneja sus finanzas operativas de manera sólida y conoce los parámetros necesarios para poner en funcionamiento un modelo de PL como el que se presenta en este proyecto, encontrará un atractivo adicional a la implementación de herramientas que mejoren el proceso de toma de decisiones.

El manejo operativo de los parámetros de entrada del sistema se calculan y gestionan desde diferentes departamentos de una compañía. Los departamentos de fabricación, logística, comercialización, control de gestión, entre otros trabajan coordinadamente para obtener estimaciones financieras de este tipo.

Realizar recálculos o sensibilizaciones contínuas ante cambios de contexto económico sin una herramienta de apoyo que permita consolidar los resultados, obligan a poner en funcionamiento a todo un aparato operativo que insumirá numerosas horas de trabajo para obtener resultados coordinados y coherentes.

Esto no solo es honeroso en términos económicos, impactando indirectamente en el costo de los productos comercializados y por tanto en el resultado de la compañía, sino también genera desgaste en el personal de los departamentos de soporte aumentando las posibilidades de cometer errores o pérdida de personal de alto valor intelectual.

El perfeccionamiento y la actualización contínua de un modelo como el analizado, adicionalmente a la contribución favorable al clima laboral y al ordenamiento operativo general en una tarea transveral, permite mejorar la calidad de la información y los tiempos operativos de respuesta ante cambios de escenario repentinos, sean estos marginales o de fondo.

En este sentido calcular las ganancias económicas provenientes de la eficientización del proceso de toma de decisiones debe basarse en el valor de los beneficios adicionales generados por la aplicación del útil entre los que tendremos mayores aportes tangibles e intangibles.

Los beneficios tangibles estarán ligados a:

- El adelantamiento temporal en la toma de decisiones con el consiguiente impacto favorable en la rentabilidad de la compañía dada la mayor velocidad de respuesta.

- La posibilidad de analizar numerosos escenarios alternativos en menor tiempo o que de otro modo no podrían considerarse en el proceso decisional.

- La reducción de la carga horaria del personal de diferentes departamentos afectado a la tarea transversal

- El mejor conocimiento y manejo integral del negocio vinculado al control de la información sobre la elasticidad de las diferentes variables del sistema ante cambios en los parámetros que lo condicionan.

Los beneficios intangibles estarán ligados a:

- La mejora del clima laboral por las menores cargas horarias y los mejores resultados alcanzados

- La menor movilidad o desafectación de personal de alto valor para la compañía.

- La reducción de errores de estimación con impactos no deseados

- La disminución parcial de la incertidumbre incrementando la seguridad del decisor y por tanto de la calidad de su gestión.

Debe resaltarse la importancia económica de contar con el espectro concreto de elasticidades de nuestro modelo a variaciones en los principales parámetros que explican el comportamiento de nuestra compañía y nos permiten anticiparnos a los cambios.

C. CIERRE DEL PROYECTO

Conclusiones

La historia económica de argentina se encuentra signada por la dependencia del sector externo y la disponibilidad de divisas. Períodos de crecimiento y prosperidad económica ligados a términos de intercambio favorables, son seguidos por crisis y depresiones al revertirse esta tendencia, provocando restricciones de balanza comercial.

Los remedios temporales para amortiguar los déficits comerciales externos, tales como el endeudamiento o el ingreso de capitales en forma de inversión extranjera, en el mediano y largo plazo empeoran el panorama de las cuentas externas, dado que agregan al déficit comercial crónico, servicios de intereses, retornos de dividendos y utilidades a los capitales extranjeros concentrados en actividades extractivas u orientadas al consumo interno con bajas tasas de integración local. En definitiva, sin cambios estructurales de fondo, esta dependencia externa histórica debe aprender a gestionarse desde el interior de las industrias y compañías locales.

Mediante el presente trabajo se aporta una herramienta de fácil aplicación y accesibilidad que permite tomar decisiones financieras óptimas ante cambios de contexto repentinos. Se plantea un marco de referencia para adaptaciones inmediatas a la nueva realidad económica.

Tomando como base la Microeconomía mediante el análisis del comportamiento individual y sus decisiones optimizadoras sujetas a recursos escasos, en combinación con las Finanzas Operativas, orientadas a maximizar el valor de la empresa, se busca lograr una eficiente asignación de productos para maximizar el beneficio marginal de una compañía Argentina mediante un modelo de Programación Lineal aplicado a la vida real.

En los últimos años, la proliferación de software de fácil aplicación y accesibilidad multiplicó por miles la velocidad de respuesta a problemas como el analizado. Esta mejora tecnológica en conjunto con el incremento de la memoria del hardware redujeron ampliamente los costos operativos vinculados a estas técnicas, lo que impulsó nuevamente la utilización de la optimización en general y de la programación lineal en particular.

El potencial por explotar gracias a estos avances no tiene precedentes. El presente proyecto tiene el propósito de desarrollar la destreza profesional necesaria para detectar, plantear y resolver a futuro casos similares con las herramientas presentadas para optimizar el proceso de toma de decisiones operacionales y de gestión con costos reducidos.

Luego del planteo del problema de programación lineal se realizaron análisis de sensibilidad estáticos y dinámicos de una realidad en extremo compleja.

El análisis de sensibilidad estático, a través de la consideración de los precios sombra, si bien útil para la toma de micro decisiones ante variaciones marginales de los principales parámetros de la compañía resulta insuficiente dadas las limitaciones propias del sistema (rangos de factibilidad de los precios duales). Asimismo su conocimiento permitirá mejorar la gestión económica de las compañías.

Mediante el análisis de sensibilidad del problema dual se concluye bajo los supuestos realizados que las restricciones de divisas impactan marginalmente en la rentabilidad de la compañía cuando la demanda está fija y debe sujetarse a limitaciones de corto plazo de producción y a un mix de productos determinado. Por el contrario, variaciones de demanda permiten obtener mayores beneficios marginales, las cuales se potencian cuando las restricciones comerciales se relajan. La magnitud de estos impactos se mide a través de los precios sombra que entrega la solución del problema dual y su conocimiento optimizará la gestión económica de las compañías.

La solución de escenarios alternativos mediante una sensibilización dinámica mostró gran efectividad en la entrega de resultados concretos, permitiendo ampliar el campo de aplición a contextos de riesgo e incertidumbre. En este caso, las variaciones en las restricciones de divisas permiten obtener mayores retornos marginales mediante el aumento, disminución o sustitución de productos menos rentables por aquellos que aportan un mayor margen de contribución a la compañía, efectos que se potencian cuando son acompañados de variaciones de la demanda. Lo valioso del modelo es la posibilidad de cuantificar estos impactos y determinar el mix óptimo de productos a comercializar en cada circunstancia, medidas que deberán ser acompañadas con políticas de marketing adecuadas.

Una reducción de demanda, dada la cantidad disponible de divisas para importar, puede determinar un incremento en la contribución marginal de la compañía al reasignar el mix de productos de los menos rentables a productos más rentables, manteniendo inalterado el nivel de endeudamiento externo y las preferencias de los consumidores. Esta reducción de la demanda en caso de ser puntual de la compañía generará una pérdida de participación del mercado cuya valoración relativa respecto de la ganancia de rentabilidad marginal estará ligada a los objetivos clave de la compañía.

Dadas las características de la industria local se infiere que la sustitución de productos se inclina en favor de los productos extranjeros más competitivos en detrimento de la actividad local.

Incrementos de demanda acompañados de reducciones en las restricciones de divisas producen mayores impactos en los resultados con aumentos más pronunciados en la actividad externa. Estos resultados junto a políticas de marketing adecuadas que incentiven a consumir el mix de productos más redituable para la compañía permitirán potenciar los resultados.

Se comprobó sin embargo, que el elemento más potente de las compañías locales, aunque más doloroso en el corto plazo, para incrementar la contribución marginal está ligado a la mejora en la productividad interna de los factores más que a la búsqueda de financiamiento externo. Sin duda esta medida será la más rentable en el largo plazo.

El modelo de PL aplicado a las finanzas de corto plazo permite orientar a la compañía sobre el mix óptimo de productos a comercializar en cada estadío para maximizar los retornos marginales, mostrando gran efectividad en la entrega de resultados.

La ejercitación de las destrezas de modelización de la realidad mediante un sistema simple de ecuaciones impacta directamente en los costos operativos de administración eficientizando el proceso de toma de decisiones. En esta dirección, se identificaron beneficios tangibles e intangibles provenientes del uso del modelo entre los que se destacan la mejora del proceso de gestión de toma de decisiones, la optimización de los tiempos y la reducción de la incertidumbre.

Se concluye que la aplicación de la PL, herramienta proveniente de la Investigación Operativa, brinda elementos valiosos de mejora contínua en la administración de las finanzas operativas de cualquier compañía que enfrente restricciones de recursos y pretenda maximizar objetivos concretos de rentabilidad.

El valor del análisis radica en la optimización del proceso de toma de decisiones mediante la fiabilización y cuantificación de los impactos de resultados a primera vista intuitivos.

El aprendizaje se centra en la simplificación de lo complejo para eficientizar los procesos y plazos de decisión en un contexto cambiante.

La utilización de modelos generalistas de este tipo permite el desarrollo de destreza profesional para detectar, plantear y resolver a futuro casos similares, con conocimiento acabado del impacto de las diferentes alternativas de decisión sobre los resultados de la compañía.

Finalmente, queda planteada la base para su extensión a otros campos de aplicación práctica de la vida real.

Bibliografía

Anderson, D.; Sweeney, D.; Williams, T.; Camm, J.; Martin, K.: 2011, *Métodos Cuantitativos para los Negocios. 11ª. Edición* (Cengage Learning Editores, Distrito Federal, México)

Charnes, A.; Cooper, W.; Miller, M.: 1957, *Application of linear programming to financial Budgeting and the costing of founds* (Symposium on Operational Models, Maryland)

Chvátal, V.: 1983, *Linear Programming* (W. H. Freeman and Company, New York)

Delfino, M.: 2004, *Finanzas Operativas: Notas de Clases* (Escuela de Graduados en Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Córdoba)

Eiselt, H.; Sandblom, C.-L.: 2007, *Linear Programming and its Applications* (Springer-Verlang Berlin Heidelberg, New York)

Hillier, F.; Hillier, M.; Lieberman, G.: 2002 *Métodos cuantitativos para Administración: un enfoque de modelos y casos de estudio, con hoja de cálculo.* (McGraw-Hill, México)

Mallo, P; Artola, M; Morettini, M.: 2005, *Decisiones Financieras con Programación Lineal* (Grupo de Investigación de Matemática Borrosa, UN de Mar del Plata)

Mautousek, J.; Gärtner, B.: 2007, *Understanding and Using Linear Programming* (Springer-Verlang Berlin Heidelberg, New York)

McDonald, Z.: 1995, *Teaching Linear Programming using Microsoft Office Solver* (University of Leicester, Volume 9, Issue 3, Leicester UK)

Robinson, R.: 1999, *Welcome to OR Territory* (Today, 26(4): 40-43)

Schorr, R; Wainer, A.: 2014, *Restricción Externa en la Argentina: Una mirada estructural de la posconvertibilidad.* (Trabajo realizado en el Marco del Programa de "Desigualdad y Democracia", Fundación Heinrich Böll, Buenos Aires)

Soler Fajardo, F.; Molina Focazzio, F.; Rojas Cortés, L.: 2005, *Álgebra lineal y programación lineal: con aplicaciones a ciencias administrativas, contables y financieras con uso de: Derive, O.S.B. y Excel* (Ecoe Ediciones, Bogotá)

Thompson, G.: 1972, *Linear Programming and Microeconomic Analysis. Nebraska Journal of Economics and Business.* (University of Nebraska-Lincoln College of Business Administration, Vol. 11, N°4, pp. 25-36, Nebraska)

Enlaces

Arnoletto, E.J.: 2007 *Administración de la producción como ventaja competitiva*. Edición electrónica gratuita. Texto completo en www.eumed.net/libros/2007b/299/

"Automotrices aseguran que el Gobierno cumple con el cupo de dólares y aceleran lanzamientos" en *iProfesional* On Line, 08 de Mayo de 2015, artículo completo.
http://www.iprofesional.com/notas/211377-Automotrices-aseguran-que-el-Gobierno-cumple-con-el-cupo-de-dlares-y-aceleran-lanzamientos (consultado en Junio 2015)

Board, J.; Sutcliffe, C.; Ziemba, W: 1999, *The Application of Operations Research Techniques to Financial Markets.* Artículo Completo.
http://edoc.hu-berlin.de/series/speps/1999-6/PDF/6.pdf (consultado en Septiembre 2015)

"De la devaluación ya no queda nada: sector por sector, así se vive la falta de dólares en toda Argentina" en *iProfesional* On Line, 03 de Septiembre de 2014, artículo completo.
http://www.iprofesional.com/notas/194007-De-la-devaluacin-ya-no-queda-nada-sector-por-sector-as-se-vive-la-falta-de-dlares-en-toda-Argentina (consultado en Abril 2015)

"Dólares: cada vez se necesitan más, cada vez hay menos" en *La Nación* On Line, 25 de Febrero de 2015, artículo completo.
http://www.lanacion.com.ar/1771229-dolares-cada-vez-se-necesitan-mas-cada-vez-hay-menos (consultado en Abril 2015)

"El Banco Central pide a empresas que compensen con deuda el giro de divisas" en *BAE Negocios* On Line, 02 de Septiembre de 2015, artículo completo.
http://www.diariobae.com/notas/20429-el-banco-central-pide-a-empresas-que-compensen-con-deuda-el-giro-de-divisas.html (consultado en Septiembre 2015)

"El cepo externo: una nueva crisis por falta de dólares" en *La Nación* On Line, 28 de Septiembre de 2014, artículo completo.
http://www.lanacion.com.ar/1730837-el-cepo-externo-una-nueva-crisis-por-falta-de-dolares (consultado en Abril 2015)

"El default privado: la otra cara de la falta de dólares" en *Cronista.Com* On Line, 24 de Octubre de 2014, artículo completo.
http://www.cronista.com/3dias/El-default-privado-la-otra-cara-de-la-falta-de-dolares-20141024-0020.html (consultado en Abril 2015)

"El Gobierno pone más condiciones para el giro de dividendos al exterior" en *Cronista.Com* On Line, 13 de Enero de 2015, artículo completo.
http://m.cronista.com/Mobile/nota.html?URI=/contenidos/2015/01/13/noticia_0051.html (consultado en Abril 2015)

Excel Solver
http://www.solver.com/

"Fuerte cruce: las automotrices reclamaron por la falta de dólares y el Gobierno las acusó no invertir" en *iProfesional* On Line, 13 de Noviembre de 2014, artículo completo.
http://www.iprofesional.com/notas/200350-Fuerte-cruce-las-automotrices-reclamaron-por-la-falta-de-dlares-y-el-Gobierno-las-acus-no-invertir (consultado en Abril 2015)

"Gobierno K libera más dólares para importar" en *El País Economía* On Line, 18 de Enero de 2015, artículo completo.
http://www.elpais.com.uy/economia/noticias/gobierno-libera-mas-dolares-importar.html (consultado en Abril 2015)

"Haciendo equilibrio para sostener la balanza de pagos de la Argentina" en *La Gaceta* On Line, 02 de Septiembre de 2015, artículo completo.
http://www.lagaceta.com.ar/nota/554788/economia/haciendo-equilibrio-para-sostener-balanza-pagos-argentina.html (consultado en Septiembre 2015)

Juan, A.; Faulín, J.: "Análisis de sensibilidad con Excel y LINDO"
http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/Analisis_Sensibilidad.pdf (Consultado en Julio 2015)

"La inversión extranjera directa cayó 62% en el primer trimestre" en *CADIEEL Cámara Argentina de Industrias Electrónicas, Electromecánicas y Luminotécnicas* On Line, 26 de Mayo de 2014, artículo completo.
http://www.cadieel.org.ar/esp/nota.php?idContenido=17627 (consultado en Abril 2015)

"La otra cara del cepo: frenó el ingreso de divisas y profundizó restricciones" en *iProfesional* On Line, 13 de Abril 2015, artículo completo.
http://www.iprofesional.com/notas/209736-La-otra-cara-del-cepo-fren-el-ingreso-de-divisas-y-profundiz-restricciones (consultado en Abril 2015)

"La Planificación de los Sistemas de Toma de Decisiones" en *Decisiones y Tecnología Wordpress* On Line, 05 de Diciembre de 2014, artículo completo.
https://decisionesytecnologia.wordpress.com/implantacion-de-sistemas-bi-y-bsc/la-planificacion-de-los-sistemas-de-toma-de-decisiones/ (consultado en Junio 2015)

"Las automotrices reclaman más dólares, pero el Gobierno no les abre el grifo" *Cronista.Com* On Line, 07 de Julio de 2015, artículo completo.
http://www.cronista.com/economiapolitica/Las-automotrices-reclaman-mas-dolares-pero-el-Gobierno-no-les-abre-el-grifo-20150707-0038.html (consultado en Julio 2015)

Mata, H.L.: “Uso del Solver en la Asignación de Recursos”
http://webdelprofesor.ula.ve/economia/hmata/Notas/Uso%20del%20Solver%20en%20la%20Asignaci%F3n%20de%20Recursos.pdf

“Para reactivar la industria, el Gobierno liberará más dólares para importar” en *La Nación* On Line, 17 de Enero de 2015, artículo completo.
http://www.lanacion.com.ar/1760876-para-reactivar-la-industria-el-gobierno-liberara-mas-dolares-para-importar (consultado en Abril 2015)

Ramos, A.; Sánchez, P.; Ferrer, J.; Barquín, J.; Linares, P.: “Modelos Matemáticos de Optimización”
http://www.doi.icai.upcomillas.es/intro_simio.htm (Consultado en Abril 2015)

ANEXOS

Anexo 1

Saldo de la Balanza Comercial 2009-13

Exportación, importación y saldo, por secciones de la nomenclatura arancelaria. Años 2009-2013

Sección de la nomenclatura arancelaria	2009	2010	2011	2012	2013
	Millones de US$ corrientes				
Total	**16.886**	**11.395**	**9.732**	**12.226**	**8.004**
Productos de las industrias alimentarias,bebidas, líquidos alcohólicos y vinagre, tabaco y sucedáneos del tabaco elaborados	11.172	11.222	13.721	14.020	16.023
Productos del reino vegetal	6.622	12.063	16.837	15.561	15.416
Grasas y aceites animales o vegetales, productos de su desdoblamiento, grasas alimenticias elaboradas, ceras de origen animal o vegetal	4.435	5.119	6.961	5.849	5.395
Animales vivos y productos del reino animal	3.905	3.891	4.834	4.507	5.355
Perlas naturales (finas)* o cultivadas, piedras preciosas o semipreciosas, metales preciosos, chapados de metal precioso (plaque) y manufacturas de estas materias, bisutería, monedas	1.130	2.157	2.636	2.494	2.130
Transacciones especiales	609	852	1.193	1.426	1.468
Pieles, cueros, peleteria y manufacturas de estas materias, artículos de talabartería o guarnicionería, artículos de viaje, bolsos de mano (carteras) y continentes similares, manufacturas de tripa	610	932	828	807	931
Madera, carbón vegetal y manufacturas de madera, corcho y sus manufacturas, manufacturas de espartería o cestería	100	91	39	-5	37
Objetos de arte o coleccion y antiguedades	6	5	3	2	2
Manufacturas de piedra, yeso fraguable,cemento, amianto (asbesto), mica o materias análogas, productos cerámicos, vidrio y manufacturas de vidrio	-233	-376	-408	-349	-405
Calzado, sombreros y demás tocados, paraguas,quitasoles, bastones, látigos, fustas, y sus partes, plumas preparadas y artículos de plumas, flores artificiales, manufacturas de cabello	-315	-371	-520	-426	-451
Pasta de madera o de las demás materias fibrosas celulosicas, papel o cartón para reciclar (desperdicios y desechos), papel o cartón y sus aplicaciones	-371	-542	-879	-739	-695
Mercancias y productos diversos	-510	-805	-942	-738	-806
Metales comunes y manufacturas de estos metales	-66	-942	-1.266	-1.079	-914
Materias textiles y sus manufacturas	-707	-799	-909	-946	-946
Instrumentos y aparatos de optica, fotografia o cinematografia, de medida, control o precision,instrumentos y aparatos medico quirurgicos, aparatos de relojeria, instrumentos musicales, partes y accesorios de estos instrumentos o aparatos	-794	-1.113	-1.527	-1.508	-1.570
Plástico y sus manufacturas, caucho y sus manufacturas	-898	-1.878	-2.566	-2.336	-2.416
Material de transporte	-964	-2.941	-3.313	-2.716	-3.106
Productos de las industrias químicas o de las industrias conexas	-1.997	-3.663	-4.094	-4.034	-4.337
Productos minerales	4.188	1.811	-3.963	-2.399	-6.754
Maquinas y aparatos, material electrico y sus partes, aparatos de grabacion o reproduccion de sonido, aparatos de grabacion o reproduccion de imagen y sonido en television, y las partes y accesorios de estos aparatos	-9.035	-13.319	-16.926	-15.163	-16.359

Nota:
* dato estimado para exportaciones 2013.
* dato provisorio para importaciones 2013.

A causa de los redondeos, la suma de las cifras parciales puede no coincidir con los totales que se presentan en el cuadro.

Fuente: INDEC. Dirección Nacional de Estadísticas del Sector Externo.

Anexo 2

Solución del problema de programación lineal con Excel Solver

El uso de la tecnología es un factor clave de profunda importancia para el beneficio y crecimiento de las empresas. La tecnología ligada con la ingeniería, las ciencias y la administración sirve para tratar temas que involucran la planeación, el desarrollo y la implementación de capacidades tecnológicas para hacer y conseguir los objetivos operacionales de una organización.

Existen numerosos paquetes informáticos que permiten resolver problemas de programación lineal entre los que se destacan LINDO, GAMS y XPRESS-MP. Estos paquetes en general se basan en la plataforma DOS y están orientados a mercados específicos que requieren herramientas destinadas a resolver este tipo de problemas.

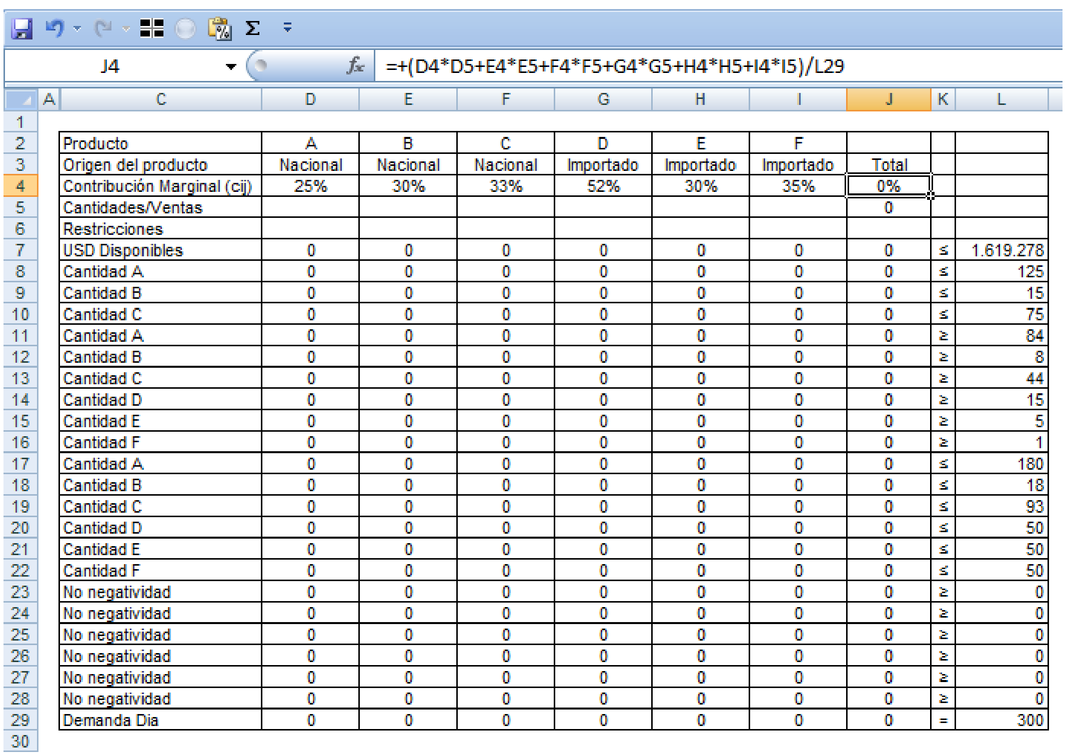
En los útimos años, los paquetes informáticos estándares a través de sus hojas de cálculo, tales como Microsoft Excel, incorporaron en sus desarrollos la opción de solución de problemas de PL. Los trabajos en hojas de cálculo de Excel no sólo son ampliamente utilizados y accesibles en todos los ambientes laborales y académicos del mundo, sino que también, ofrecen una conveniente variadad de opciones para la carga y edición de datos que los hace flexibles para diversas aplicaciones con alto grado de entendimiento.

Para poder utilizar Excel en la solución de aplicaciones de PL es necesario incorporar Solver. Esta aplicación generalmente no está instalada por default en el disco rígido de las computadoras personales por lo tanto debe activarse desde los complementos (Archivo/Opciones de Excel/Complementos/Activar).

Habiendo planteado el problema de programación lineal en el capítulo 4, el paso siguiente consiste en cargarlo en la hoja de cálculo de Excel según las preferencias del usuario. Solver resolverá el problema mediante el uso del método simplex presentado en el capítulo 3.

Para un mejor ordenamiento se propone comenzar con el planteo de la función objetivo. Como se ve en el cuadro 1 de la hoja de cálculo en la imagen siguente, en la primera fila[6] se incorporan los productos, en la segunda el orígen y en la tercera la contribución marginal de cada producto comercializado por la compañía, nuestros c_{ij} o parámetros de la función objetivo.

En el ejemplo propuesto ilustrado en el cuadro 1, la celda J4 del Excel devolverá al usuario el resultado óptimo de la función objetivo, por lo tanto, se deja formulada tomando la suma del producto de las celdas correspondientes a las variables de decisión por las celdas correspondientes a la contribución marginal de cada uno de los productos comercializados. Las celdas correspondientes a las variables de decisión “cantidad del producto j” se mantienen en blanco (D5 a I5). El sistema al ejecutarse, completará el valor correspondiente a la solución óptima para cada una de las variables decisión de manera automática y el valor óptimo de la función objetivo se calculará en la celda J4 a partir de la fórmula indicada.


J4 =+(D4*D5+E4*E5+F4*F5+G4*G5+H4*H5+I4*I5)/L29

	A	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1											
2		Producto	A	B	C	D	E	F			
3		Origen del producto	Nacional	Nacional	Nacional	Importado	Importado	Importado	Total		
4		Contribución Marginal (cij)	25%	30%	33%	52%	30%	35%	0%		
5		Cantidades/Ventas							0		
6		Restricciones									
7		USD Disponibles	0	0	0	0	0	0	0	≤	1.619.278
8		Cantidad A	0	0	0	0	0	0	0	≤	125
9		Cantidad B	0	0	0	0	0	0	0	≤	15
10		Cantidad C	0	0	0	0	0	0	0	≤	75
11		Cantidad A	0	0	0	0	0	0	0	≥	84
12		Cantidad B	0	0	0	0	0	0	0	≥	8
13		Cantidad C	0	0	0	0	0	0	0	≥	44
14		Cantidad D	0	0	0	0	0	0	0	≥	15
15		Cantidad E	0	0	0	0	0	0	0	≥	5
16		Cantidad F	0	0	0	0	0	0	0	≥	1
17		Cantidad A	0	0	0	0	0	0	0	≤	180
18		Cantidad B	0	0	0	0	0	0	0	≤	18
19		Cantidad C	0	0	0	0	0	0	0	≤	93
20		Cantidad D	0	0	0	0	0	0	0	≤	50
21		Cantidad E	0	0	0	0	0	0	0	≤	50
22		Cantidad F	0	0	0	0	0	0	0	≤	50
23		No negatividad	0	0	0	0	0	0	0	≥	0
24		No negatividad	0	0	0	0	0	0	0	≥	0
25		No negatividad	0	0	0	0	0	0	0	≥	0
26		No negatividad	0	0	0	0	0	0	0	≥	0
27		No negatividad	0	0	0	0	0	0	0	≥	0
28		No negatividad	0	0	0	0	0	0	0	≥	0
29		Demanda Dia	0	0	0	0	0	0	0	=	300
30											

[6] Primera fila del cuadro, segunda fila de Excel y así sucesivamente.

Una vez planteada la función objetivo se presentan las restricciones de disponibilidad de divisas y de cantidades. Se formula para cada una de las restricciones la multiplicación de los coeficientes asociados a las variables de decisión vinculados a dicha restricción con las cantidades que deberán venderse de cada porducto ubicados en la fila 5 de la hoja de cálculo y que el sistema completará al devolver la solución. Como ejemplo, la restricción de divisas en la fila 7 de la hoja de cálculo del cuadro anterior, toma como coeficientes las divisas necesarias para producir e importar productos terminados presentados en el capítulo 4.

Producto	Origen	Necesidad de USD (Importación) por Unidad
A	Nacional	2.500
B	Nacional	8.400
C	Nacional	3.000

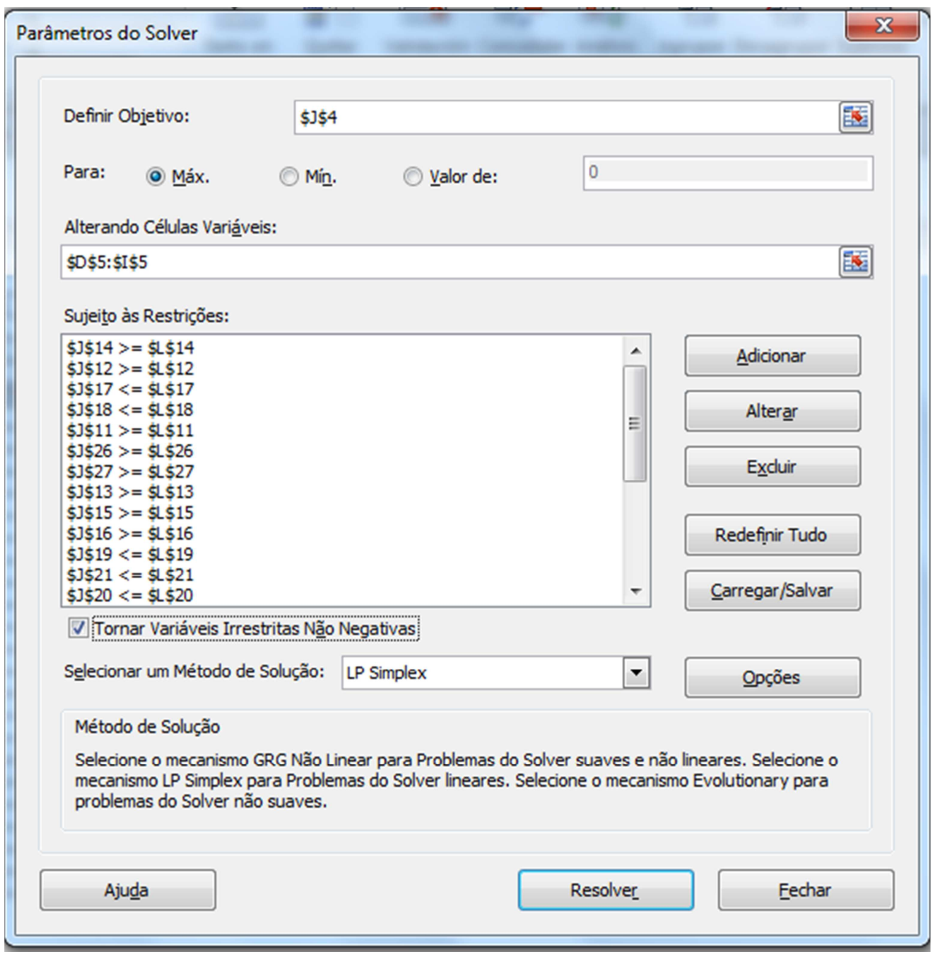
Producto	Origen	Necesidad de USD (Importación) por Unidad
D	Importado	12.000
E	Importado	10.000
F	Importado	5.000

Estos coeficientes se vinculan a través de la multiplicación con la fila 5 de la hoja de cálculo, donde el sistema colocará la solución óptima de cantidades. La fórmula introducida en la celda J7 devolverá la suma del producto de las divisas necesarias para producir e importar cada producto por la cantidad óptima. Este es el valor que se ajustará a la restricción. En general, la columna J recibe de manera formulada las constantes “b_i” de cada una de las restricciones resultantes de la solución del problema.

Por útlimo, en la columna L se colocan las constantes b_i que dan identidad limitante cifrada a la restricción, tal como se expresan en el planteo del problema. Estas columnas, J y L, serán utilizadas para parametrizar las restricciones del modelo mediante Solver. En la columna K se colocaron los símbolos que identifican la relación existente entre el lado izquierdo y derecho de cada restricción tan solo con fines ilustrativos. Estas etiquetas no son necesarias para la utilización del solucionador de Excel, simplemente sirven para facilitar la comprensión e interpretación de la solución.

Una vez presentado el problema en la hoja de cálculo siguiendo las preferencias del usuario, se procerde a dar las instrucciones a Solver para que de como retorno una solución óptima a través del algoritmo matemático simplex.

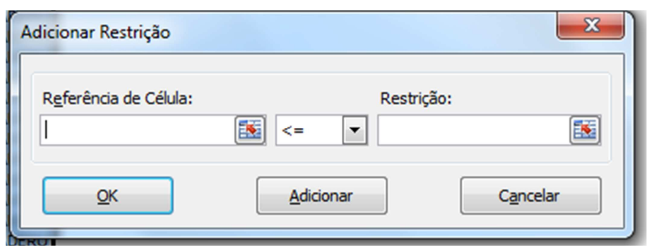
En el grupo Análisis de la pestaña de Datos encontramos Excel Solver una vez activado el complemento. Clickeando sobre el ícono de la aplicación se abrirá la siguiente ventana de diálogo donde deberá comenzar a parametrizarse el modelo.



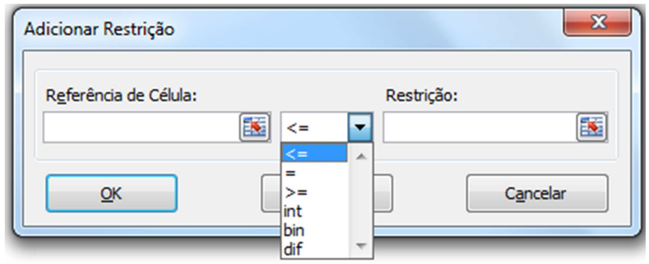
En primer lugar debe definirse la celda objetivo, en nuestro caso J4. Este es el valor de la función objetivo que Solver optimizará. Luego debe seleccionarse la operación que se desea realizar, sea la maximización o minimización de la función objetivo. En nuestro caso seleccionamos maximización de la contribución marginal compuesta del problema de programación lineal. Solver brinda una tercera opción que consiste en la posibilidad de ajustar la función objetivo a un valor determinado que puede seleccionarse a voluntad del usuario clickeando "valor de" y completando el campo con la cifra deseada. En este caso Solver funciona como un buscador de una solución ajustada a una meta determinada.

El tercer paso, tal lo indica el cuadro de diálogo anterior, consiste en seleccionar las celdas donde se encuentran las variables de decisión, hasta el momento en blanco, vinculadas mediante fórmulas tanto a la función objetivo como a las restricciones. En nuestro ejemplo las variables de decisión están en el rango D5:I5 de nuestra hoja de cálculo. Solver devolverá la solución maximizadora de la función objetivo para cada una de las variables de decisión en el rango indicado.

Una vez definidos todos los parámetros y rangos de la función objetivo, se procede a la carga de las restricciones. Mediante el botón "Adicionar" se cargarán cada una de las restricciones planteadas en la hoja de cálculo a través del cuadro de diálogo de la figura siguiente.



A la izquierda del cuadro de diálogo, en el primer campo, se seleccionará la celda de la columna J correspondiente a la restricción "i", donde se introdujo la fórmula de la restricción que devolverá la suma del producto de los coeficientes de las restricciones por la cantidad óptima de cada una de las variables de decisión "j". Este es el valor que se ajustará a la restricción. Por default Solver entrega la restricción de menor o igual, pero la misma puede modificarse según el tipo de restricción necesaria. Clickeando sobre la flecha se despliega un listado de posibles signos para nuestra restricción.



A la derecha del cuadro de diálogo, en el útimo campo en blanco, deben colocarse los valores de las constantes de la restricción "b_i", que determinan el límite máximo o mínimo que puede asumir la restricción. En nuestro ejemplo se encuentra en la columna L de la hoja de cálculo. En definitiva se relacionarán para cada restricción las columnas J y L descriptas anteriormente.

Cada una de las restricciones se introducen del mismo modo repitiendo el procedimiento. También deben incorporarse las restricciones de no negatividad para cada una de las variables de decisión. Alternativamente se puede optar por tildar la opción de no negatividad para las variables irrestrictas o variables de decisión en lugar de cargarlas manualmente.

Solver brinda la posibilidad de modificar y eliminar restricciones ya introducidas en el cuadro de diálogo tan solo eligiendo esta alternativa del cuadro de diálogo 1.

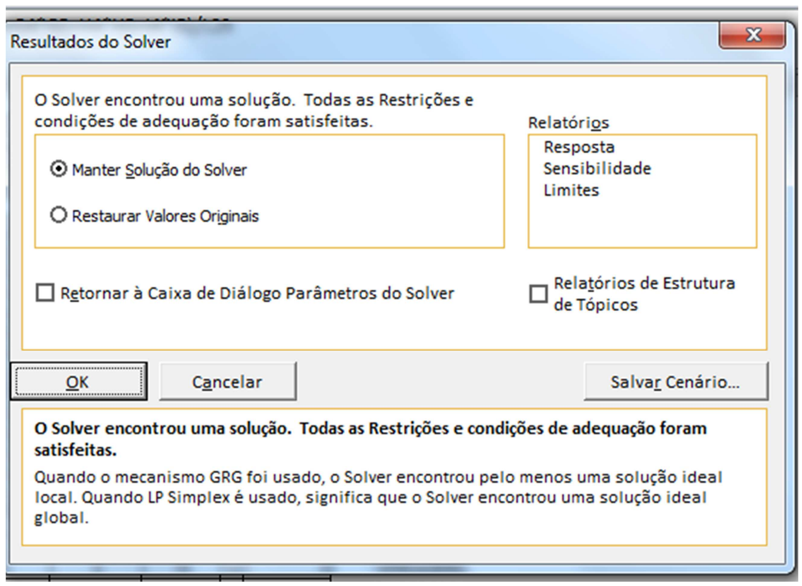
Una vez cargado el planteo general del problema debe seleccionarse el método de solución. Al tratarse de un problema de programación lineal la alternativa elegida es LP Simplex.

En el menú de opciones del cuadro se indica el tiempo máximo que tomará el sistema para solucionar el problema planteado y el número de iteraciones que va a realizar, dando la posibilidad de modificarlo según las necesidades del usuario. Esta alternativa nos permitirá determinar qué tan exacta deseamos que sea la solución encontrada y qué tanto esfuerzo realizará Solver para encontrarla.

En esta instancia puede procederse a la solución del problema de programación lineal oprimiendo la tecla Resolver del cuadro de diálogo del gráfico 1. Si el problema fue correctamente parametrizado podrá observar cómo Solver calcula la solución óptima.

El sistema completará el rango correspondiente a las celdas de decisión previamente indicadas D5:I5 entregando una solución óptima y dando lugar a la aparición de un nuevo cuadro de diálogo tal como el que se observa en el siguiente gráfico.

Por medio de éste, el sistema nos indicará el hallazgo de una respuesta para el modelo trabajado satisfaciendo todas las restricciones y condiciones planteadas.



Este cuadro de diálogo permite generar tres tipos adicionales de informes denominados respuestas, sensibilidad y límites. Estos reportes pueden seleccionarse conjuntamente y se desplegarán en hojas de cálculo adicionadas de manera automática al libro de Excel que se esté trabajando.

El informe de resupuestas entrega detalles de la solución óptima hallada e información concerniente al estatus de cada restricción y sus holguras.

El informe de sensibilidad entrega información referente a cuán sensible es la solución encontrada a cambios en las restricciones. Provee datos sobre los precios sombra y variaciones en los límites máximos y mínimos de las variables de decisión y restricciones.

El informe de límites también provee información de sensibilidad de las restricciones.

Estos informes serán analizados en los capítulos de sensibilización del modelo.

Como se puede observar, Excel Solver presenta un medio simple y efectivo que permite a los usuarios explorar problemas de PL. Puede utilizarse para resolver problemas de gran tamaño que contengan cientos de variables y restricciones en muy poco tiempo con gran potencia.