



Facultad de
Ciencias Exactas
Físicas y Naturales



LABORATORIO DE HIDRÁULICA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y naturales

Laboratorio de Hidráulica

Ingeniería Civil

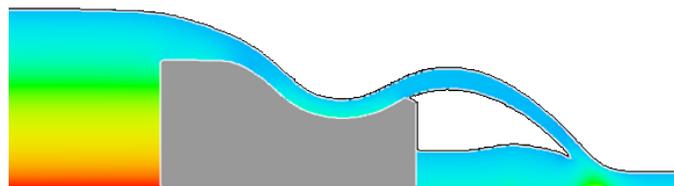
PRÁCTICA SUPERVISADA

*“Simulación hidrodinámica de flujo sobre vertedero del dique
los molinos (Jujuy) con modelo FLOW3D”*

Nerina Audano Hurtado

Tutor: Ing. Gyssels, Paolo

Supervisor Externo: Corral, Mariano.



2016

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, Raúl y Sandra, porque desde mi primer paso me apoyaron y acompañaron en cada decisión tomada.

A mi hermano Emmanuel, por enseñarme que hay que disfrutar de cada momento vivido con alegría.

A mi hermana Gianna, por brindarme incondicionalmente su amor, en todo momento.

A mis amigos de siempre y a mi familia, por acompañarme una vez más en esta etapa.

A mis amigos de la facultad, porque sin su cariño no hubiera llegado hasta acá.

A mi tutor, el Ingeniero Paolo Gyssels, por guiarme, dedicando su tiempo y brindándome sus conocimientos en el desarrollo de este trabajo.

A cada uno de los integrantes del Laboratorio de Hidráulica de la FCEFyN quienes me apoyaron y asesoraron durante la práctica.

RESUMEN

El desarrollo de esta práctica supervisada permitió el aprendizaje del modelo numérico FLOW-3D para el diseño de mallas y la generación de estructuras que conforman grandes obras hidráulicas.

El elemento de estudio fue el vertedero móvil del dique Los Molinos de la Provincia de Jujuy, del cual se realizó un modelo físico en el canal experimental del Laboratorio de Hidráulica de la FCEFyN.

En un principio, se realizaron mallas pequeñas, simples, con celdas de diferentes tamaños, y con la construcción de estructuras básicas, generadas en el mismo programa, hasta llegar a una malla final, de mayor complejidad y con la introducción de estructuras exportadas desde otros programas, de mayor dificultad en su generación.

En una segunda instancia, se ejecutaron una gran cantidad de pruebas sencillas que permitieron familiarizarse con el entorno del programa y así poder lograr la correcta introducción de las múltiples variables de entrada. Se analizaron pruebas erróneas que surgían de ciertos parámetros (generación de la estructura fundamental, tiempo de simulación, paso de tiempo, condiciones de contorno e iniciales, modelos de cierre, entre otros) que fueron estudiados, y de esta manera, a prueba y error, se fue realizando su modificación hasta lograr resultados razonables. A su vez se encontró el tamaño de celdas adecuado que permitía realizar las simulaciones sin problemas y de manera tal de que los resultados se acercaran a la realidad en la mayor medida posible.

Una vez familiarizada con el programa, se realizaron pruebas teniendo en cuenta solamente la hidrodinámica del sistema y se lograron los resultados para diferentes escenarios. Con la ayuda de los ingenieros que trabajaron en la modelación física de la estructura analizada, se obtuvieron todos los datos necesarios para la posterior comparación con los resultados obtenidos en la simulación numérica, de las distintas variables analizadas (tirantes, velocidades, presiones y otras). De esta forma se alcanzaron las conclusiones que brindaron la comprensión y permitieron la calibración del modelo numérico.

CONTENIDO

RESUMEN	3
CONTENIDO.....	4
ÍNDICE DE FIGURAS	5
ÍNDICE DE TABLAS	6
1. INTRODUCCIÓN	7
2. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ESTRUCTURA OBJETO DE ESTUDIO	8
3. OBJETIVOS.....	12
4. BASES TEÓRICAS.....	13
4.1. HIDRODINÁMICA.....	13
4.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes.....	13
4.1.2. Ecuaciones de Reynolds.....	17
4.1.3. Modelos de cierre.....	19
5. HERRAMIENTA DE TRABAJO: MODELO FLOW3D	22
5.1. ECUACIONES DE LA HIDRODINÁMICA.....	22
5.1.1. Sistemas coordenados.....	23
5.1.2. Ecuación de continuidad de masa	23
5.1.3. Ecuación de momentum.....	25
6. CASOS PRACTICOS Y RESULTADOS	27
6.1. ESCENARIO ESTRUCTURA SIMPLE DE VERTEDERO SIN COMPUERTAS.....	30
6.1.1. Descripción del caso de simulación: estructura simple.....	30
6.1.2. Análisis de los resultados y conclusiones: estructura simple.....	31
6.2. ESCENARIO ESTRUCTURA DE VERTEDERO CON COMPUERTA DE ENTRADA.....	37
6.2.1. Descripción del caso de simulación: vertedero con compuerta de entrada.....	37
6.2.2. Análisis de los resultados y conclusiones: vertedero con compuerta de entrada.....	38
6.3. ESCENARIO ESTRUCTURA DE VERTEDERO CON COMPUERTA DE ENTRADA Y A LA SALIDA DEL CANAL EXPERIMENTAL.....	43
6.3.1. Descripción del caso de simulación: vertedero con compuerta de entrada y a la salida del canal experimental.....	43

6.3.2. Análisis de los resultados y conclusiones: vertedero con compuerta de entrada y a la salida del canal experimental.	45
7. CONCLUSIONES	52
8. BIBLIOGRAFÍA.....	53

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Imagen general de la zona de estudio (Google earth).	8
Figura 2. Imagen cercana de la zona de estudio (Google Earth).....	8
Figura 3. Imagen de detalle del dique Los Molinos con sus componentes. (Google Earth)	9
Figura 4. Fotografía del dique móvil.	10
Figura 5. Corte esquemático del dique móvil.	10
Figura 6. Plano de la estructura de ensayo.	11
Figura 7. Estructura de ensayo en el canal experimental.	11
Figura 8. Estructura del vertedero en 3D	27
Figura 9. Mallas computacionales para la modelación numérica.	28
Figura 10. Condiciones de borde: Malla 1.	29
Figura 11. Condiciones de borde: Malla 2.	29
Figura 12. Condiciones de borde: Malla 3	29
Figura 13. Condición inicial: Fluido aguas arriba del vertedero.	30
Figura 14. Geometría de simulación caso sin compuerta.	30
Figura 15. Modelación física en laboratorio caso sin compuerta.	31
Figura 16. Resumen de simulación caso sin compuerta.	33
Figura 17. Resultado de simulación caso sin compuerta.	34
Figura 18. Disposición de liras en el vertedero.	35
Figura 19. Resultado de presiones de simulación caso sin compuertas.	36
Figura 20. Presiones en la sección alrededor de la lira número 2.	36
Figura 21. Geometría de simulación caso con compuerta de entrada.	37
Figura 22. Plano estructura caso con compuera de entrada.	38
Figura 23. Modelación física en laboratorio caso con compuerta de entrada.....	38
Figura 24. Resumen de simulación con compuerta de entrada.	40
Figura 25. Resultados de simulación con compuerta de entrada.	41
Figura 26. Resultado de presiones de simulación con compuerta de entrada.	42
Figura 27. Presiones en la sección alrededor de la lira numero 2.	43
Figura 28. Geometría de simulación caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.	44
Figura 29. Mallas computacionales para la modelación numérica.	44
Figura 30. Plano estructura caso con compuera de entrada y la salida del canal.	44

Figura 31. Modelación física en laboratorio caso con compuerta de entrada y la salida del canal.	45
Figura 32. Compuerta la salida canal experimental.....	45
Figura 33. Resumen de simulación caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.	47
Figura 34. Nivel de restitución caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.	48
Figura 35. Resultado de velocidades de simulación numérica.	49
Figura 36. Detalle de resultado de velocidades de simulación numérica.	50

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Características de las mallas computacionales.	28
Tabla 2. Datos medidos ensayo sin compuerta.	33
Tabla 3. Comparación datos medidos con resultados obtenidos caso sin compuerta.	34
Tabla 4. Presiones medidas ensayo sin compuerta.	35
Tabla 5. . Comparación presiones medidas con resultados obtenidos caso sin compuerta.	37
Tabla 6. Datos medidos ensayo con compuerta de entrada.	41
Tabla 7. Comparación datos medidos con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada.	41
Tabla 8. Presiones medidas ensayo con compuerta de entrada.	42
Tabla 9. Comparación presiones medidas con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada.....	43
Tabla 10. Características de las mallas computacionales	44
Tabla 11. Datos medidos ensayo con compuerta de entrada y a la salida del canal.	48
Tabla 12. Comparación datos medidos con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.	48
Tabla 13. Velocidades medidas aguas arriba de la compuerta de entrada.	49
Tabla 14. Comparación velocidades medidas con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.	51

1. INTRODUCCIÓN

Las fuentes principales de suministro de agua potable y riego son los ríos. Los mismos deben ser intervenidos por el hombre para lograr su función, de manera tal de optimizar este recurso, limitando los impactos en el medio ambiente en el que se encuentran emplazados. Para ello, deben conocerse las distintas variables que intervienen en su estudio, las cuales deben analizarse detalladamente a partir de diferentes técnicas tanto empíricas como teóricas.

A lo largo de los años, las diferentes soluciones que surgían a los problemas hidráulicos, se llevaban a cabo con técnicas experimentales. Las variables a manejar para una herramienta computacional eran demasiadas y la potencia de cálculo y procesamiento no eran satisfactorias.

En las últimas décadas, el avance de la tecnología y la mejora de los algoritmos en los programas, hicieron posible reducir el número de ensayos necesarios para obtener soluciones ingenieriles que se pudieron llevar a la práctica. Hoy en día existe una complementariedad entre ambas técnicas para encarar cualquier problema hidráulico.

La correspondiente práctica consiste en el aprendizaje del uso de un programa de modelación numérica llamado Flow3D y su calibración a partir de un modelo físico construido. El elemento de estudio es el vertedero móvil del dique Los Molinos de la Provincia de Jujuy, del cual se realiza un modelo físico en el canal experimental del Laboratorio de Hidráulica de la FCEFyN. Para la comparación de los resultados, se establecen diferentes escenarios hidráulicos que se modelan tanto física como numéricamente.

Dicho programa permite la modelación de flujos y estructuras hidráulicas a partir de la introducción de la geometría de estudio, características del fluido y condiciones iniciales y de borde, adaptándose satisfactoriamente al caso analizado. El mismo consta de una licencia libre y gratuita para uso didáctico.

Esta herramienta se utiliza y estudia para lograr los resultados esperados de simulaciones específicas en el proyecto mencionado, proporcionando una base de conocimientos en su utilización para futuros proyectos que deba afrontar quien escribe la correspondiente práctica supervisada y el Laboratorio de Hidráulica.

2. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ESTRUCTURA OBJETO DE ESTUDIO

El dique de derivación Los Molinos está ubicado sobre el Río Grande, a pocos kilómetros aguas arriba de la ciudad San Salvador de Jujuy y aproximadamente 1 kilómetro aguas abajo de la confluencia de los ríos Grande y Reyes. La Figura 1 muestra una imagen de la confluencia de los ríos a pocos kilómetros de la ciudad de San Salvador de Jujuy.



Figura 1. Imagen general de la zona de estudio (Google earth).

Su finalidad principal es la derivación de un caudal máximo de $25\text{ m}^3/\text{s}$ al canal Río Grande que se utiliza para riego artificial.

A continuación vemos en más detalle la confluencia de ambos ríos y el dique Los Molinos (Figura 2).



Figura 2. Imagen cercana de la zona de estudio (Google Earth).

El dique Los Molinos está constituido por las siguientes estructuras (Figura 3):

- a) Terraplén de materiales sueltos sobre margen izquierda de 340m de longitud y 13,1m de altura.
- b) Vertedero fijo de 200m de longitud llamado dique fijo.
- c) Vertedero móvil controlado por cuatro compuertas de 70m de longitud llamado dique móvil.
- d) Un canal de limpieza adjunto al dique móvil de 10m de ancho llamado canal moderador.
- e) Toma del canal Río Grande en la margen derecha.



Figura 3. Imagen de detalle del dique Los Molinos con sus componentes. (Google Earth)

Nuestro estudio se basa en el análisis del dique móvil, el cual se representa mediante un modelo físico a escala. Sobre él se realizan los ensayos en el canal experimental del laboratorio, de manera independiente al resto de la estructura. Esto permite una menor complejidad en la modelación numérica, lo cual resulta favorable ya que el objetivo que se busca es la calibración del modelo. A continuación se puede ver la fotografía (Figura 4) y el corte esquemático (Figura 5) del dique móvil.



Figura 4. Fotografía del dique móvil.

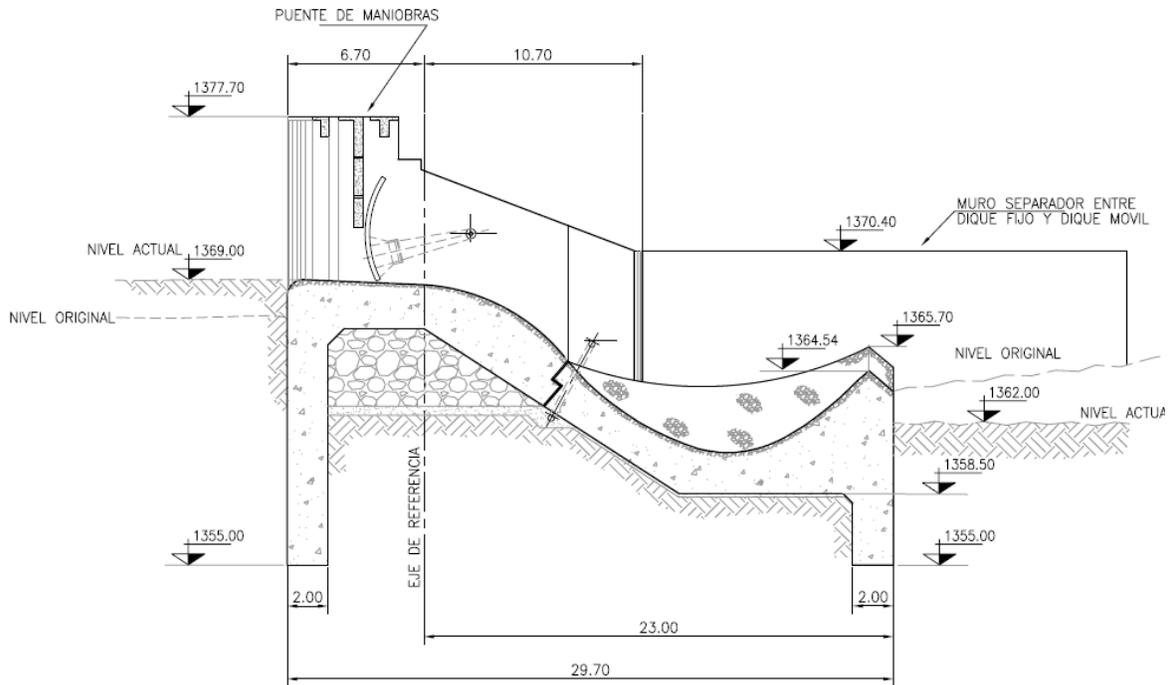


Figura 5. Corte esquemático del dique móvil.

En la Figura 6 podemos observar el plano simplificado del vertedero móvil a partir del cual se construyó la geometría de ensayo. En la Figura 7 se puede ver dicha estructura ya construida e instalada en el canal experimental.

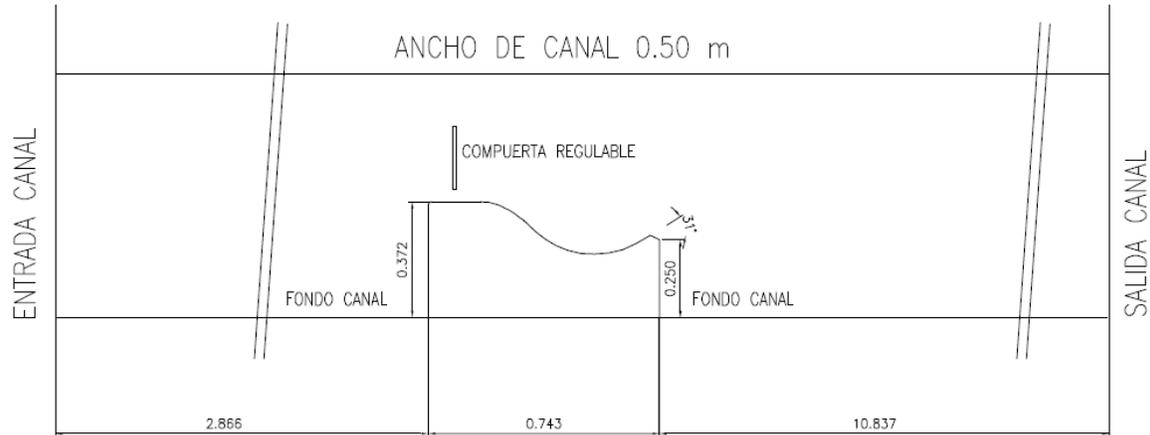


Figura 6. Plano de la estructura de ensayo.



Figura 7. Estructura de ensayo en el canal experimental.

3. OBJETIVOS

Los objetivos de la práctica supervisada son:

- a) Aprendizaje del uso del modelo FLOW3D para cálculos hidráulicos.
- b) Generar y calibrar el modelo numérico con datos del modelo físico.
- c) Realizar simulaciones para diferente escenarios hidráulicos.
- d) Análisis de Resultados

4. BASES TEÓRICAS

La dinámica de fluidos asistida por computadoras resulta una herramienta muy útil para el diseño y análisis de distintos problemas de la ingeniería hidráulica. Consiste en el estudio del movimiento de los fluidos mediante simulaciones numéricas. Su objetivo es la búsqueda de una solución aproximada de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos. Dicha solución se logra resolviendo esas ecuaciones en un dominio discretizado con las oportunas condiciones de contorno.

Hasta hace pocas décadas las técnicas experimentales constituían prácticamente la única herramienta de análisis y diseño de cualquier problema de mecánica de fluidos, ya que las computadoras no tenían velocidades de cálculo adecuadas.

En la actualidad, los ensayos experimentales siguen siendo necesarios, aunque los avances tecnológicos permiten una reducción importante en el número de estos debido a la complementariedad entre ambas técnicas.

Así mismo, la correcta utilización de una herramienta computacional, requiere el conocimiento de las ecuaciones utilizadas y las hipótesis de cálculo que se toman en dichos programas para obtener los resultados. De esta manera se podrán entender dichos resultados y trasladarlos a escenarios reales, luego de la correspondiente calibración del modelo. En el siguiente apartado se detallan las bases teóricas empleadas y las hipótesis de trabajo.

4.1. HIDRODINÁMICA.

4.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes.

Las ecuaciones fundamentales de la hidrodinámica, se denominan ecuaciones de Navier-Stokes (NS). Estas ecuaciones, nos permiten describir el movimiento de un fluido y se pueden obtener a partir de la segunda ley de Newton, la cual expresa que la variación de la cantidad de movimiento de un cuerpo es igual a la sumatoria de las fuerzas externas que actúan sobre el mismo. Si analizamos un elemento diferencial fijo en el espacio a través del cual pasa un fluido en movimiento, podemos escribir la variación de la cantidad de movimiento (DP/Dt) igual a la sumatoria de las fuerzas externas superficiales (F_s) y másicas (F_m):

$$\frac{DP}{Dt} = dF_s + dF_m \quad (4-1)$$

Con:

$$\frac{DP}{Dt} = dm \frac{Du}{Dt} = \rho dV \frac{Du}{Dt} \quad (4-2)$$

$$F_s = \iint t dS \quad (4-3)$$

$$F_m = \iiint \rho g dV \quad (4-4)$$

Donde dm es la masa del elemento diferencial, dV el volumen del elemento diferencial, ρ la densidad del fluido, t es el vector tensión en unidades de fuerza por unidad de área y g la aceleración de la gravedad.

A su vez en el elemento diferencial y en la dirección x_i la fuerza superficial (F_s) puede escribirse como:

$$dF_{sx_i} = \left(-\frac{\partial \tau_{x_i x_i}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{x_j x_i}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{x_k x_i}}{\partial x_k} \right) dx dy dz \quad (4-5)$$

agrupando los términos en la expresión (4-1) se tiene:

$$\rho dV \frac{Du}{Dt} = \rho g_{x_i} dV - \left(\frac{\partial \tau_{x_i x_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{x_j x_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{x_k x_i}}{\partial x_k} \right) dx dy dz \quad (4-6)$$

El convenio de signos consiste en considerar las tensiones con sentido positivo en las caras de la partícula coincidentes con los planos coordenados.

Dividiendo la expresión (4-6) por el volumen elemental se tiene:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho g_{x_i} - \left(\frac{\partial \tau_{x_i x_i}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{x_j x_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{x_k x_i}}{\partial x_k} \right) \quad (4-7)$$

Es importante destacar que la única hipótesis restrictiva hecha fue sobre la teoría del continuo lo cual excluye a sustancias con muy baja densidad.

En esta instancia podemos observar que el número de incógnitas del problema son las variables dependientes (las tres componentes de la velocidad, la presión y la densidad) más las 9 tensiones $\tau_{x_i x_i}$, $\tau_{x_i y_i}$, ... Es decir que se tienen 14 incógnitas. En contraste, el número de ecuaciones que se tiene son 7 (3 de cantidad de movimiento lineal, 3 de cantidad de movimiento rotacional y la ecuación de conservación de masa). Por lo tanto para cerrar el problema y hacerlo resoluble se deben aportar las ecuaciones denominadas

constitutivas, que dan información sobre cómo está constituida la materia. El resultado de este aporte deriva en las ecuaciones de NS.

Las ecuaciones constitutivas para las tensiones normales totales en la dirección x_i son:

$$\tau_{x_1x_1} = P + \tau'_{x_1x_1} \quad (4-8)$$

con:

$$\tau'_{x_1x_1} = -\lambda(\epsilon_{x_1x_1} + \epsilon_{y_1y_1} + \epsilon_{z_1z_1}) - 2\mu\epsilon_{x_1x_1} \quad (4-9)$$

Donde $\tau_{x_1x_1}$ es la tensión normal total en la dirección x_i , P la tensión normal debido a la presión hidrostática, $\tau'_{x_1x_1}$ la tensión viscosa normal en la dirección x_i , λ la viscosidad global en m^2/s , μ la viscosidad dinámica en m^2/s , $\epsilon_{x_1x_1}$ las deformaciones del material según la dirección x_i igual a $\partial u_1 / \partial x_1$.

Sustituyendo las tensiones normales viscosas en la expresión (4-8) resulta:

$$\tau_{x_1x_1} = P - \lambda \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) - 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = P - \lambda \mathbf{div}(\mathbf{u}) - 2\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad (4-10)$$

A su vez, las tensiones tangenciales se pueden expresar como:

$$\tau_{x_1x_2} = \tau_{x_2x_1} = -\mu \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \quad (4-11)$$

Reemplazando las tensiones normales totales y tangenciales en la expresión (4-7), resulta la componente de la ecuación vectorial de cantidad de movimiento para la dirección x_i :

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho g_{x_i} + \frac{1}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{div}(\mathbf{u}) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} \right) \quad (4-12)$$

De manera similar, resultan las demás componentes en las otras direcciones. Luego, la ecuación vectorial general resultante de las 3 componentes da lugar a las denominadas ecuaciones de NS:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\mathbf{grad}(P) + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{3}\mu \mathbf{grad}(\mathbf{div} \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4-13)$$

Como se dijo anteriormente, es necesario considerar adicionalmente la ecuación de continuidad que se deriva del principio de conservación de la masa el cual establece que: “La cantidad neta de masa que atraviesa la superficie de frontera del volumen en la unidad de tiempo más la rapidez de variación de la masa contenida en el volumen es igual a cero”. La ecuación es la expresión (4-14):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (4-14)$$

Para un fluido incompresible la densidad es constante y la ecuación de continuidad se transforma en:

$$\text{div}(\mathbf{u}) = \nabla(\mathbf{u}) = 0 \quad (4-15)$$

Es importante notar que esta última es una ecuación lineal. Luego, reemplazando en la expresión (4-13) resulta la ecuación vectorial de NS:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\text{grad}(P) + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4-16)$$

Los términos de la ecuación de NS son todos lineales con excepción de la aceleración advectiva. Los dos primeros términos del miembro derecho representan el balance de las fuerzas másicas y fuerzas superficiales asociadas a la presión termodinámica. El último término del miembro derecho representa el efecto de las fuerzas viscosas.

En flujos laminares domina el balance de las fuerzas másicas y fuerzas superficiales asociadas a la presión termodinámica dado que la difusión viscosa domina sobre la aceleración advectiva, por el contrario, se tendría flujos turbulentos.

La ecuación de NS contiene cuatro incógnitas, una por cada componente de la velocidad (u_1, u_2, u_3) y una adicional correspondiente a la presión (\hat{p}).

La componente en la dirección x_i de la ecuación de NS puede escribirse como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4-17)$$

donde $\nu = \mu/\rho$ denota viscosidad cinemática y \hat{p} la presión piezométrica dada por:

$$\hat{p} = p + \rho gh \quad (4-18)$$

Las ecuaciones de NS, son válidas tanto para régimen laminar como turbulento. Sin embargo, en el caso de flujo turbulento la velocidad del fluido se vuelve inestable y presenta características cuasi aleatorias, con una variación importante de su valor en el tiempo, aun en el caso de flujo permanente. Estas fluctuaciones temporales de la velocidad son gobernadas principalmente por los términos no lineales de las ecuaciones y se debe a la presencia de remolinos o vórtices de diferentes tamaños.

4.1.2. Ecuaciones de Reynolds

Debido a las fluctuaciones, los vórtices grandes transfieren su energía a vórtices más pequeños, y estos, a su vez, a vórtices más pequeños aún. Este proceso de transferencia de energía se denomina cascada de la turbulencia.

La disipación de energía turbulenta es prácticamente nula en las escalas grandes, sin embargo a escalas suficientemente pequeñas la viscosidad domina el proceso de disipación de energía, convirtiendo la energía cinética turbulenta en calor. Esta disipación ocurre a una escala denominada *Kolmogorov*, la que representa el menor tamaño que puede tener un vórtice en un flujo turbulento. Esta escala disminuye a medida que el número de Reynolds del flujo aumenta y puede fácilmente ser inferior a $1mm$.

Por otro lado, el teorema de Nyquist, implica que si se requiere resolver una onda de longitud L con una malla de discretización Δx , entonces se requiere que $\Delta x < L/2$. Este requerimiento llevado a la modelación numérica de un flujo turbulento utilizando las ecuaciones de NS, impone una restricción sobre la malla de discretización espacial que deberá usarse: el tamaño de esta debe ser inferior a la mitad de la escala de Kolmogorov. En la práctica este requerimiento hace imposible intentar resolver directamente las ecuaciones de Navier-Stokes para simular flujos turbulentos, excepto en casos de flujos de dimensiones muy pequeñas a través del método denominado Simulación Numérica Directa (DNS). Esta restricción se debe a que para simular turbulencia se requiere resolver un problema tridimensional e impermanente, y a que las dimensiones que interesa resolver en cualquier problema de ingeniería son mucho mayores que la escala de Kolmogorov y por lo tanto la malla de discretización del dominio espacial que se requerirá, impondrá requerimientos de memoria que superaran las capacidades de las computadoras actuales. El método DNS se utiliza con éxito para estudiar flujos turbulentos, sin embargo las soluciones posibles se limitan a números de Reynolds bajos y a dominios espaciales muy pequeños. Debido a lo anterior se han desarrollado otros métodos de simulación de flujos turbulentos.

Un método que es menos restrictivo en cuanto a los requerimientos de potencia computacional que el DNS es el denominado Simulación de Grandes Vórtices (LES). Este método se basa en que las escalas mayores del flujo tienen dimensiones comparables a las del dominio espacial en el que este escurre, ellas son dependientes de las condiciones de borde particulares de cada caso. En cambio, las escalas menores del flujo, donde se dan los vórtices del tamaño de la escala de *Kolmogorov*, tienden a ser independientes de dichas condiciones de borde. Su comportamiento tiende a ser universal.

Desde este punto de vista parece apropiado intentar modelar empíricamente el comportamiento de estas escalas pequeñas, puesto que ellas se comportan similarmente

en cualquier flujo. En base a estas consideraciones se desarrolló el método LES, el cual resuelve numéricamente el comportamiento de las escalas mayores del flujo, y recurre a modelos empíricos de carácter universal, para modelar las escalas más pequeñas.

Dado que las escalas espaciales que deben resolverse en este caso son mayores que las de *Kolmogorov*, la discretización del dominio puede ser mayor y por lo tanto los requerimientos computacionales pueden ser menores que en el método DNS, aun así la modelación sigue siendo tridimensional e impermanente. En la actualidad el método LES se aplica a problemas ingenieriles pero solo a nivel de investigación básica.

Un método alternativo a los anteriores es el denominado RANS o Ecuaciones Promediadas de Reynolds. Este método se basa en la idea que un flujo turbulento tiene fluctuaciones pseudo-aleatorias de velocidad que pueden analizarse estadísticamente. Esto lleva a buscar la forma de promediar las ecuaciones de NS sobre la turbulencia de modo de extraer de ellas el comportamiento de las velocidades medias del flujo, eliminando del cálculo las fluctuaciones turbulentas de dichas velocidades. Este promedio considera la repetición de un gran número de realizaciones de un flujo turbulento sujeto a las mismas condiciones iniciales y de borde, para luego promediar el comportamiento del flujo sobre todas las realizaciones, para cada instante de tiempo considerado.

Considerando el promedio de conjunto, la velocidad instantánea del flujo en la dirección i , puede descomponerse en un valor medio \bar{u}_i , donde la barra denota el promedio de conjunto, más una fluctuación u'_i :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (4-19)$$

Similarmente para la presión:

$$\hat{p}_i = \bar{\hat{p}}_i + \hat{p}'_i \quad (4-20)$$

La idea es introducir esta descomposición en las ecuaciones de NS y luego promediarlas sobre la turbulencia. Por otro lado, promediando sobre la turbulencia en la ecuación de continuidad se obtiene:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (4-21)$$

A partir de la cual podemos llegar a la ecuación para la dirección x_i :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (4-22)$$

Es importante notar que el término $\overline{u_i' u_j'}$ no es cero, puesto que, las fluctuaciones de la velocidad están correlacionadas entre sí cuando $i \neq j$. Esto implica que la turbulencia no es totalmente aleatoria, sino que tiene cierta estructura. Estas correlaciones, están asociadas a esfuerzos efectivos en el flujo que se conocen como los esfuerzos de Reynolds.

$$\tau_{tij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} \quad (4-23)$$

La ecuación de NS puede escribirse también como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4-24)$$

Analizando este resultado se puede concluir que al promediar las ecuaciones de NS, no se resolvió realmente el problema de las fluctuaciones turbulentas del flujo, dado que estas siguen apareciendo en la forma de los esfuerzos de Reynolds. Al intentar obtener una ecuación que describiera el comportamiento solo del flujo medio se obtuvo una serie de incógnitas adicionales a las velocidades medias del flujo y la presión media, que corresponden a los componentes del tensor de esfuerzos de Reynolds. Este es el conocido problema de cierre de la turbulencia.

4.1.3. Modelos de cierre.

Como se ha visto en el apartado anterior, el método RANS requiere introducir ecuaciones adicionales para poder cerrar el problema. Estas ecuaciones deben introducir modelos externos respecto de los esfuerzos de Reynolds. Una de las hipótesis más usadas para modelar externamente los esfuerzos de Reynolds es suponer que ellos siguen un comportamiento similar a los esfuerzos viscosos. Es decir que los esfuerzos de Reynolds son proporcionales a la tasa de deformación del flujo medio. El factor de proporcionalidad, en analogía con los esfuerzos viscosos, se denomina viscosidad turbulenta o viscosidad "Eddy". Esta se conoce como hipótesis de *Boussinesq* (Joseph Boussinesq, 1887) donde el flujo, y no el fluido, tendrá parámetros característicos como la viscosidad dinámica μ_t por lo que su valor dependerá, precisamente, de la velocidad de dicho flujo.

Definiendo $\nu_t = \mu_t / \rho$ como la viscosidad cinemática de remolinos, es posible reescribir las ecuaciones de Reynolds como:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4-25)$$

Este resultado realmente no contribuye mucho más a resolver el problema de cierre de la turbulencia puesto que aún queda por especificar cómo se modela la viscosidad de

remolinos v_t . Por otra parte, la hipótesis de *Boussinesq* ha probado ser útil para resolver un número de problemas prácticos con una confirmación experimental adecuada. Esto no significa, que la hipótesis de *Boussinesq* sea siempre aplicable. Para modelar v_t existe un gran número de posibilidades distintas. Los modelos correspondientes se denominan de cero, una y dos ecuaciones. Todos ellos consideran que la viscosidad turbulenta puede expresarse como el producto de una escala de velocidades u , y una escala de longitudes l .

Los diferentes modelos determinan u y l de distintas formas. Por ejemplo el modelo más básico consiste en expresar u y l como constantes, lo cual da un valor constante de v_t . Un modelo algo menos básico consiste en el denominado modelo de longitud de mezcla, en el cual se supone que la escala l corresponde a una longitud de mezcla que determina la escala de desplazamientos de las partículas de fluido debidos a las fluctuaciones turbulentas de la velocidad del flujo. El modelo de longitud de mezcla se denomina de cero ecuaciones porque la viscosidad turbulenta se determina a partir de una ecuación algebraica.

Modelos más sofisticados son los de una y dos ecuaciones, en los que es necesario resolver una o dos ecuaciones diferenciales adicionales a las RANS para determinar el valor de la viscosidad turbulenta. En los modelos de una ecuación, la escala de longitud l se resuelve algebraicamente, sin embargo la escala de velocidades de la turbulencia u , se determina a partir de la energía cinética turbulenta del flujo K , definida por:

$$K = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} \quad (4-26)$$

Para determinar completamente la viscosidad de remolinos es necesario resolver una ecuación diferencial para K . Es usual utilizar la siguiente ecuación de transporte simplificada para K :

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial K}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right) + P - \epsilon \quad (4-27)$$

Donde σ_K es el coeficiente de *Schmidt* que relaciona el coeficiente de difusión turbulento para K con la viscosidad turbulenta v_t . En esta ecuación se ha despreciado la difusión molecular y se ha englobado el término de presión en el de difusión turbulenta.

En los modelos de una ecuación, la tasa de disipación de energía cinética turbulenta se modela como:

$$\epsilon = C_D \frac{K^{3/2}}{l} \quad (4-28)$$

Donde C_D representa una constante empírica.

En los modelos de dos ecuaciones, tanto u como l se determinan a partir de ecuaciones diferenciales. En efecto, u se determina a partir de K , sin embargo l se relaciona con la tasa de disipación de energía cinética turbulenta. Puede demostrarse que esta última variable está determinada por u y l , además en este caso se requiere una ecuación diferencial adicional para ϵ . Si bien no es posible obtener dicha ecuación de manera formal a partir de las ecuaciones de NS, tal como se hizo para la ecuación que gobierna K , se acepta como válida la siguiente ecuación de transporte para ϵ :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_K} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{K} P - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{K} \quad (4-29)$$

Donde c_1 y c_2 son constantes empíricas.

El modelo de dos ecuaciones resultante se denomina modelo $K - \epsilon$. Los coeficientes del modelo que aparecen en las ecuaciones anteriores han sido calibrados a partir de información empírica y se suponen de validez más o menos universal. Si bien este no es el único modelo de dos ecuaciones que existe, es uno de los más conocidos, y su aplicación ha probado dar resultados adecuados cuando se comparan con información empírica.

Los problemas a resolver utilizando el modelo $K - \epsilon$ pueden ser de una, dos y tres dimensiones, impermanente o permanente. Debido a lo complejo de las ecuaciones resultantes de este tipo de modelos en la mayoría de los problemas de interés para la ingeniería, se suele introducir diversas aproximaciones que permiten simplificar las ecuaciones a resolver.

5. HERRAMIENTA DE TRABAJO: MODELO FLOW3D

La herramienta utilizada en este trabajo fue un potente programa de modelado numérico llamado FLOW-3D. Su propósito general es la dinámica de fluidos y se emplea especialmente para resolver las ecuaciones de movimiento de fluidos en dos y tres dimensiones. Una serie de opciones físicas y numéricas permite a los usuarios aplicar FLOW-3D a una amplia variedad de fenómenos de flujo y de transferencia de calor de fluido.

5.1. ECUACIONES DE LA HIDRODINÁMICA.

El movimiento del fluido se describe con ecuaciones diferenciales de segundo orden, transitorias, no lineales. Estas ecuaciones son empleadas para resolver todo tipo de problemas. La ciencia de desarrollar estos métodos se llama dinámica de fluidos computacional (CFD). Una solución numérica de estas ecuaciones implica la aproximación de los distintos términos con expresiones algebraicas. Las ecuaciones resultantes se resuelven para producir una solución aproximada para el problema original. Este proceso se llama simulación.

Típicamente, un modelo numérico comienza con una malla computacional, o rejilla. Se compone de un número de elementos interconectados, o celdas. Estas celdas subdividen el espacio físico en pequeños volúmenes con varios nodos asociados con cada uno de esos volúmenes. Los nodos se utilizan para almacenar valores de las incógnitas, como presión, temperatura y velocidad. La malla es efectivamente el espacio numérico que sustituye al original físico. Proporciona los medios para definir los parámetros de flujo en lugares discretos, el establecimiento de condiciones de borde y, por supuesto, para el desarrollo de aproximaciones numéricas de las ecuaciones de movimiento de fluidos. El enfoque de FLOW-3D es subdividir el dominio de flujo en una rejilla de celdas rectangulares.

Una malla computacional discretiza efectivamente el espacio físico. Cada parámetro de fluido se representa en una malla por una serie de valores en puntos discretos. Dado que los parámetros físicos reales varían de forma continua en el espacio, una malla con una fina separación entre nodos proporciona una representación mejor de la realidad que una sola malla gruesa. Llegamos entonces a una propiedad fundamental de una simulación numérica: cualquier aproximación numérica válida se acerca a las ecuaciones originales como el espaciado de la cuadrícula se reduce. Si una aproximación no satisface esta condición, entonces debe considerarse incorrecto.

Reducir el tamaño de la cuadrícula, o refinar la malla, nos da una mayor precisión de los resultados pero, al mismo tiempo, implica un mayor costo computacional en la resolución del problema. Esto obliga a los ingenieros a elegir un tamaño adecuado de la malla para encontrar un equilibrio entre estos dos aspectos.

A partir del tamaño medio de celda adoptado, el programa calcula el paso de tiempo requerido para mantener resultados computacionalmente estables y precisos. Esto produce un cálculo simple y eficiente para la mayoría de los propósitos.

Rejillas rectangulares son muy fáciles de generar y almacenar debido a su naturaleza regular. Un uniforme espaciado de la rejilla añade flexibilidad a la hora de mallado de dominios complejos de flujo. Las celdas son computacionalmente numeradas de forma consecutiva con tres índices: i en la dirección x , j en la dirección y y k en la dirección z . De esta manera cada celda en una malla tridimensional puede ser identificado por una dirección única (i, j, k) , similar a coordenadas de un punto en el espacio físico.

Rejillas rectangulares estructuradas llevan beneficios adicionales de la relativa facilidad del desarrollo de métodos numéricos, la transparencia de esta última con respecto a su relación con el problema físico original y, por último, la precisión y la estabilidad de las soluciones numéricas. Los algoritmos numéricos más antiguos basados en las diferencias finitas y métodos de volúmenes finitos se han desarrollado originalmente en dichas mallas. Ellos forman el núcleo del enfoque numérico de FLOW-3D. El método de diferencias finitas se basa en las propiedades de la expansión de Taylor y en la aplicación directa de la definición de derivadas. El método de volúmenes finitos se deriva directamente de la forma integral de las leyes de conservación para el movimiento del fluido y, por tanto, posee naturalmente la conservación de las propiedades.

5.1.1. Sistemas coordenados

Las ecuaciones diferenciales que hay que resolver están escritas en términos de coordenadas cartesianas (x, y, z) . Para coordenadas cilíndricas (r, θ, z) la coordenada x se interpreta como la dirección radial, la coordenada y se transforma en la coordenada azimutal θ , y z es la coordenada axial. Para geometría cilíndrica, términos adicionales deben ser añadidos a las ecuaciones cartesianas de movimiento. Estos términos se incluyen con un coeficiente ξ , de tal manera que $\xi = 0$ corresponde a la geometría cartesiana, mientras que $\xi = 1$ corresponde a la geometría cilíndrica.

5.1.2. Ecuación de continuidad de masa

La ecuación de continuidad de masa general es:

$$V_F \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y} (\rho v A_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w A_z) + \xi \frac{\rho u A_x}{x} = R_{DIF} + R_{SOR} \quad (5-1)$$

donde V_F es el volumen fraccional de flujo abierto, ρ es la densidad del fluido, R_{DIF} es un término de difusión turbulenta, y R_{SOR} es una fuente de masa. Las componentes de la velocidad (u, v, w) están en las direcciones de coordenadas (x, y, z) o (r, θ, z)

A_x es el área fraccional de flujo abierto en la dirección x , A_y y A_z son fracciones de área similares para flujo en la dirección y y z , respectivamente. El coeficiente R depende de la elección del sistema de coordenadas de la siguiente manera. Cuando se utilizan coordenadas cilíndricas derivadas y deben ser convertidos a derivadas azimutales,

$$\frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (5-2)$$

Esta transformación se lleva a cabo mediante el uso de la forma equivalente

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{r_m}{r} \frac{\partial}{\partial y} \quad (5-3)$$

donde $y = r_m \theta$ y r_m es un radio de referencia fijo. La transformación dada por la Ec (5-3) es particularmente conveniente debido a que su aplicación sólo requiere el multiplicador $R = r_m/r$ en cada derivada y en las ecuaciones coordenadas cartesianas originales. Cuando son usadas las coordenadas cartesianas, R se ajusta a la unidad y ξ se establece en cero.

El primer término en el lado derecho de la ecuación (5-1), es un término de difusión turbulenta

$$R_{DIF} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v_\rho A_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + R \frac{\partial}{\partial y} \left(v_\rho A_y R \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_\rho A_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) + \xi \frac{\rho v_\rho A_x}{x} \quad (5-4)$$

donde el coeficiente $v_\rho = c_\rho \mu / \rho$, en el cual μ es el coeficiente de difusión de momentum (es decir, la viscosidad) y c_ρ es una constante cuyo recíproco se conoce generalmente como el número de Schmidt turbulento. Esta tipo de difusión de masa sólo tiene sentido para procesos de mezcla turbulenta en fluidos que tienen un densidad no uniforme.

El último término, R_{SOR} , en el lado derecho de la ecuación (5-1) es un término de fuente de densidad que se puede utilizar, por ejemplo, para inyección de masa a través de superficies de obstáculos porosas.

Problemas de flujo compresible requieren la solución de la ecuación de transporte de densidad completa como se indica en la ecuación (5-1).

Para fluidos incompresibles, ρ es una constante y la ecuación (5-1) se reduce a la condición de incompresibilidad

$$\frac{\partial}{\partial x} (u A_x) + R \frac{\partial}{\partial y} (v A_y) + \frac{\partial}{\partial z} (w A_z) + \xi \frac{u A_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad (5-5)$$

Para problemas en los que la propagación de las ondas de presión acústica es importante, pero el líquido puede ser tratada como incompresible, la derivada de la densidad respecto del tiempo se aproxima por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5-6)$$

donde c^2 es el cuadrado de la velocidad del sonido y p es la presión . Esta aproximación es válida en el rango $\left| \frac{\delta \rho}{\rho} \right| < 0.1$

Con esta aproximación, la ecuación de continuidad modificada se convierte entonces

$$\frac{V_F}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u A_x}{\partial x} + R \frac{\partial v A_y}{\partial y} + \frac{\partial w A_z}{\partial z} + \xi \frac{u A_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad (5-7)$$

5.1.3. Ecuación de momentum

Las ecuaciones de movimiento para los componentes de la velocidad del fluido (u, v, w) en las tres direcciones de coordenadas son las ecuaciones de Navier - Stokes con algunos términos adicionales

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial u}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial u}{\partial y} + w A_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \xi \frac{A_y v^2}{x V_F} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_s)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial v}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial v}{\partial y} + w A_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \xi \frac{A_y u v}{x V_F} = -\frac{1}{\rho} \left(R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ u A_x \frac{\partial w}{\partial x} + v A_y R \frac{\partial w}{\partial y} + w A_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_s) \quad (5-8)$$

En estas ecuaciones, (G_x, G_y, G_z) son las aceleraciones del cuerpo, (f_x, f_y, f_z) son aceleraciones viscosas, (b_x, b_y, b_z) son pérdidas de flujo en medios porosos o entre deflectores porosos, y las condiciones finales representan la inyección de la masa en una fuente representada por una componente geométrica.

El término $U_w = (u_w, v_w, w_w)$ en las ecuaciones (5-8) es la velocidad de la fuente, que generalmente será distinto de cero para una fuente de masas en un objeto en movimiento general (GMO).

El término $U_s = (u_s, v_s, w_s)$ es la velocidad del fluido en la superficie de la fuente con respecto a la propia fuente. Ello se calcula en cada volumen de control como

$$U_s = \frac{dQ}{\rho_Q dA} n \quad (5-9)$$

donde dQ es el caudal másico, ρ_Q es la densidad fuente de fluido, dA es el área de la superficie de la fuente en la celda y n la normal exterior a la superficie. Cuando $\delta = 0.0$ en las ecuaciones (5-8) la fuente es del tipo de presión de estancamiento. Si $\delta = 1.0$, la fuente es del tipo de presión estática.

En una fuente de presión de estancamiento, el líquido se supone que entra en el dominio a velocidad cero. Como resultado, la presión se debe construir en la fuente para mover el líquido lejos de la fuente. Estas fuentes están diseñadas para modelar fluido que emerge al final de un cohete o un globo desinflado.

En una fuente de presión estática la velocidad del fluido se calcula a partir del caudal másico y el área superficial de la fuente. En este caso, no se requiere una presión extra para propulsar el líquido lejos de la fuente. Un ejemplo de esas fuentes es el fluido que sale de un tubo largo y liso.

La distinción entre estos dos tipos de fuentes de masas es importante cuando la fuerza que actúa desde el fluido en el componente fuente debe ser calculada con precisión.

Los modelos de cierre del Flow3D para determinar la viscosidad y la difusión turbulenta son:

- a) Modelo de Prandtl
- b) Modelo de energía turbulenta
- c) $k - \epsilon$
- d) Modelo RNG (Renormalization-Group methods)

6. CASOS PRACTICOS Y RESULTADOS

Las simulaciones realizadas fueron ejecutadas de menor a mayor complejidad, en base a las pruebas llevadas a cabo en el laboratorio. Es decir, se introdujeron en el programa los datos de los ensayos, para posteriormente realizar la comparación de los resultados obtenidos en cada caso. Los diferentes escenarios que se tuvieron en cuenta presentaron condiciones hidrodinámicas en dos dimensiones para el análisis de líneas de corrientes, velocidades, tirantes, entre otros.

En resumen, se realizaron las siguientes simulaciones de casos de hidrodinámica en 2D:

- a) Escenario estructura simple de vertedero sin compuertas.
- b) Escenario estructura de vertedero con compuerta de entrada.
- c) Escenario estructura de vertedero con compuerta de entrada y a la salida del canal experimental.

El primer paso para comenzar con la modelación fue la construcción de la estructura del vertedero que se utilizó como elemento base de estudio. Para ello se utilizaron los planos de AutoCAD y se generó la estructura 3D, la cual se introdujo directamente en el programa. (Figura 8)

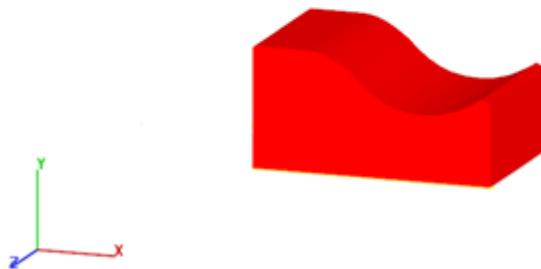


Figura 8. Estructura del vertedero en 3D

A su vez se colocó una pared en el ingreso del canal cuya altura abarca desde la cota de la cresta del vertedero hasta el borde superior de la malla. Esto se hizo así para que el ingreso del fluido se haga por la parte inferior del canal del mismo modo que en la realidad.

Para poder introducir las estructuras, previamente se definieron las mallas computacionales para la modelación numérica (Figura 9). Las dimensiones de dichas

mallas, se realizaron en coincidencia con las dimensiones del canal experimental del laboratorio. Se utilizaron tres mallas a lo largo del canal: una aguas arriba del vertedero de 25x10 celdas (x,y), en una longitud de 2.36m (x); la segunda malla contiene a la estructura con 300x150 celdas, en 2.5m; la última malla, aguas abajo, es de 480x60 celdas en 8.84m. Al ser una simulación en dos dimensiones, en la tercera dirección, z, se dispuso una sola celda.

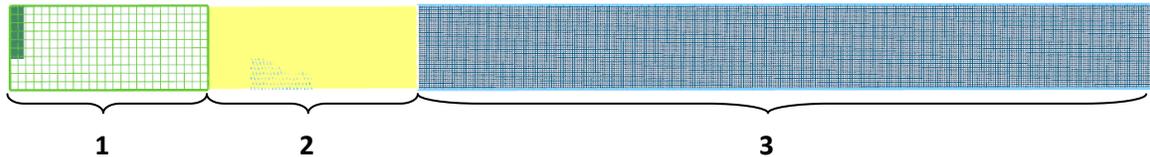


Figura 9. Mallas computacionales para la modelación numérica.

En la Tabla 1 se resumen las características principales de cada malla:

MALLA	NÚMERO DE ELEMENTOS	RESOLUCIÓN (x, y) [mm]	Δt [s]	
			Mínimo	Medio
1	250	94,4x100	6e-05	1e-02
2	45000	8,33x6,67		
3	28800	18,42x16,67		

Tabla 1. Características de las mallas computacionales.

Como se puede observar, la malla que contiene a la estructura es la más densa. Esto es así porque es allí donde nos interesa tener una mayor precisión de los resultados, para que los mismos sean comparables con las experiencias y mediciones realizadas en el laboratorio. Las otras dos mallas son de menor densidad, es decir que contienen menos celdas, lo cual se decidió de esta manera para reducir el número de cálculos en estos sectores y agilizar, de esta manera, la simulación.

Las propiedades físicas que se definieron en la simulación fueron la gravedad ($-9,81 \text{ m/s}^2$), la viscosidad Newtoniana y el modelo de cierre de dos ecuaciones $k - \epsilon$.

Las condiciones de borde que se establecieron fueron:

- Velocidad al ingreso del canal en la dirección x. La misma se estableció a partir del caudal de ingreso al canal, el cual se midió mediante el vertedero triangular que posee el mismo.
- Condición de simetría a los lados del canal. Esto es para considerar la parte central del flujo y prescindir del efecto de las paredes en el mismo.
- Condición de pared en el fondo del canal.
- Condición de salida de flujo en el extremo final del canal.
- Condición de superposición de mallas entre ellas.
- Condición de borde de flujo en contacto con la pared: sin deslizamiento.

Las condiciones de borde de las mallas 1, 2 y 3 pueden verse en la Figura 10, Figura 11 y Figura 12 respectivamente.

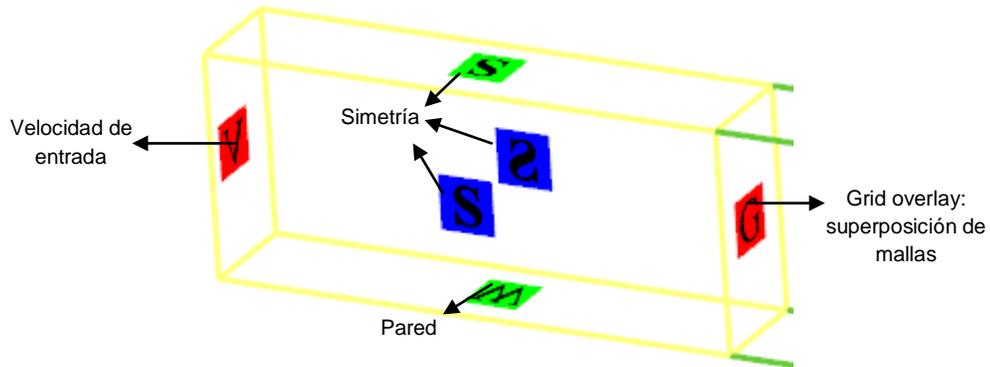


Figura 10. Condiciones de borde: Malla 1.

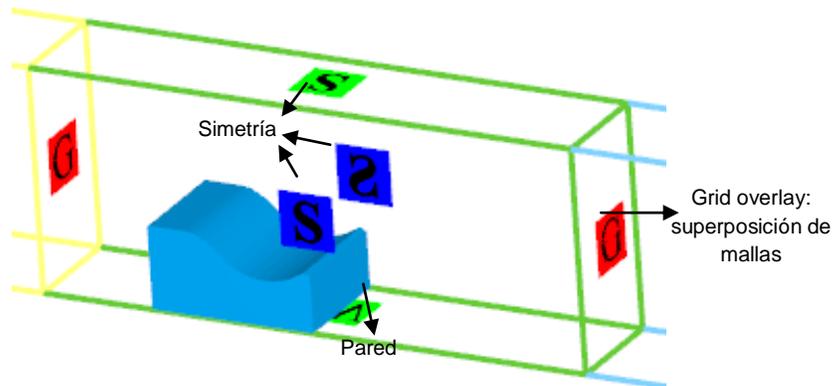


Figura 11. Condiciones de borde: Malla 2.

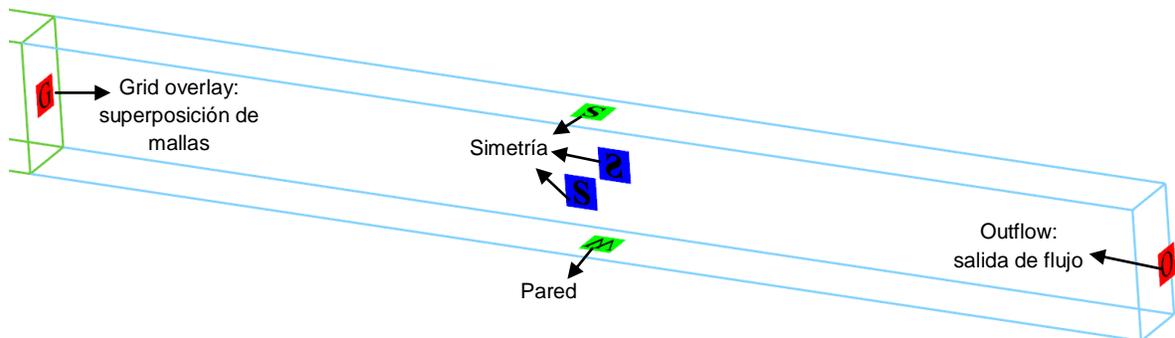


Figura 12. Condiciones de borde: Malla 3

Como condición inicial se introdujo una porción de fluido que ocupa toda la región del canal aguas arriba del vertedero, desde el fondo hasta la cresta (Figura 13). Esto se decidió así para reducir el tiempo del proceso de simulación, desde que inicia el ingreso de agua al canal hasta que llega al nivel de la cresta y comienza a verter sobre el dique. El fluido utilizado es agua a 20°C y el sistema de unidades el SI.

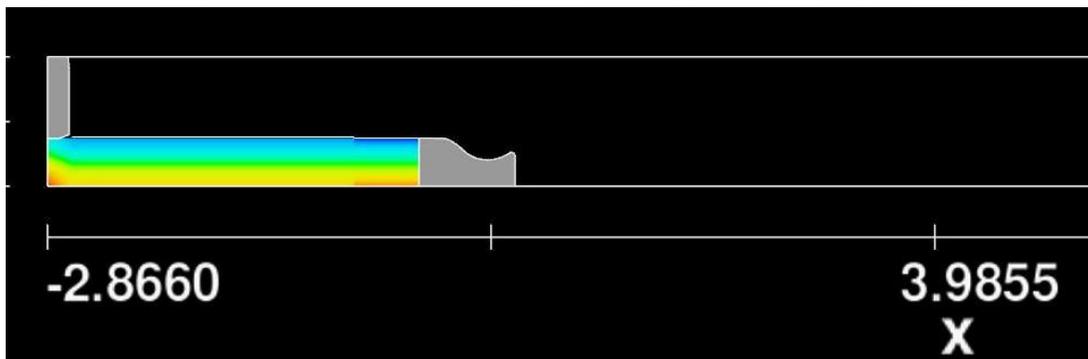


Figura 13. Condición inicial: Fluido aguas arriba del vertedero.

6.1. ESCENARIO ESTRUCTURA SIMPLE DE VERTEDERO SIN COMPUERTAS.

6.1.1. Descripción del caso de simulación: estructura simple.

La geometría introducida en este escenario es únicamente la del vertedero y la pared en el ingreso del canal (Figura 14). En este caso, el caudal con el que trabajó es de 50 l/s, el cual dio una velocidad promedio en el ingreso del canal de 0,27 m/s. Con esta velocidad y junto con el resto de las condiciones mencionadas en la sección anterior, se realizó la modelación.

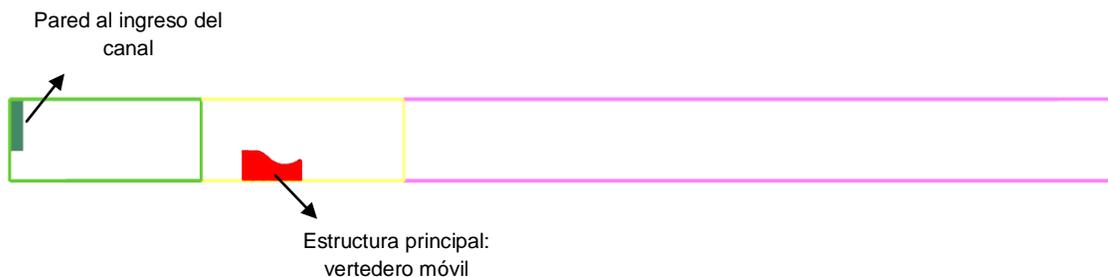


Figura 14. Geometría de simulación caso sin compuerta.

En la Figura 15 se observa la estructura del vertedero instalado en el canal experimental mientras se ejecuta el modelo físico de este caso.

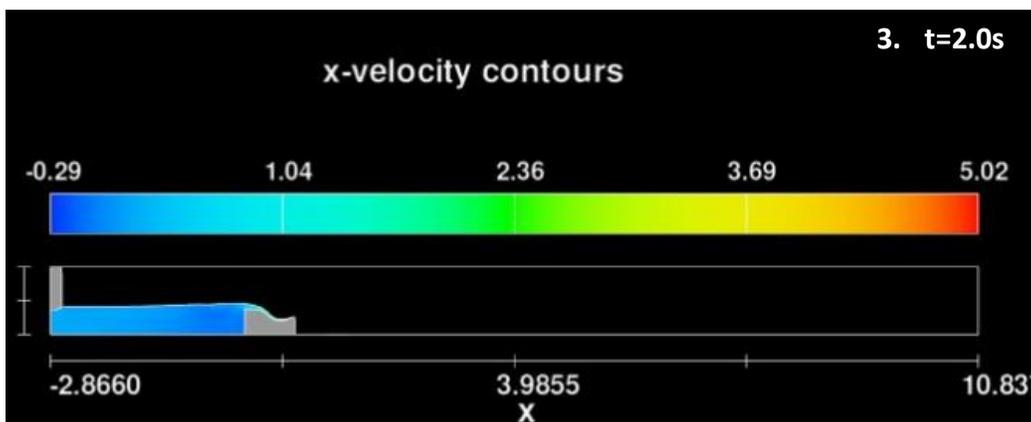
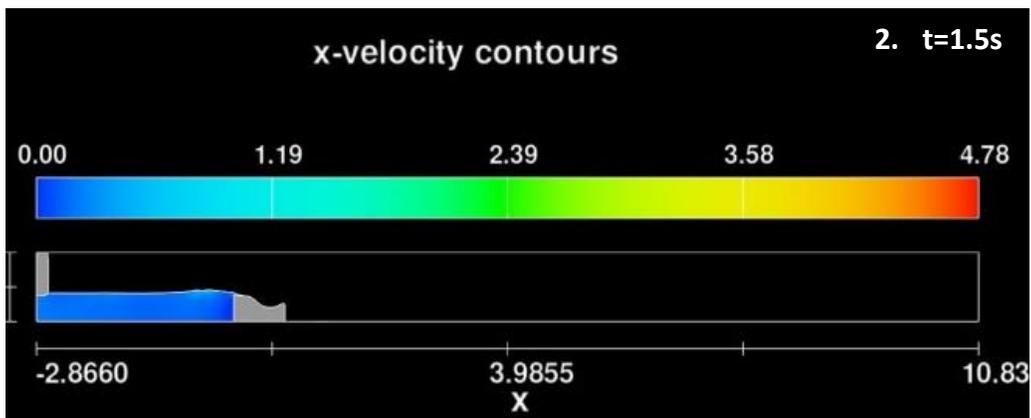
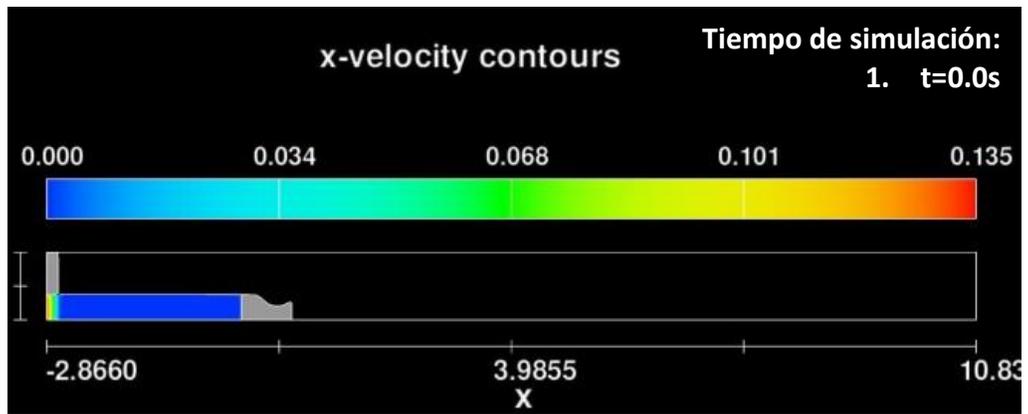


Figura 15. Modelación física en laboratorio caso sin compuerta.

6.1.2. Análisis de los resultados y conclusiones: estructura simple.

Los resultados obtenidos de la simulación numérica son dados en forma gráfica a través de una sucesión de imágenes, que se generan en función del intervalo de tiempo elegido para guardar dichos resultados. Las mismas se forman a partir de los parámetros que nos interesa estudiar, los cuales se seleccionan en la pestaña de “variable de contorno”. También podemos definir los límites entre los cuales se desea realizar el plot, pudiendo enfocar la imagen en una sección en particular. En esta instancia, el programa permite evaluar los resultados en 1D, 2D y 3D. Para nuestro problema se decidió realizar un análisis en 2D, adoptando como variable de estudio la velocidad en primera instancia y luego la presión.

A continuación (Figura 16) se muestra un resumen de los resultados de la simulación en 6 imágenes. El tiempo total de simulación definido fue de 60 segundos, siendo el intervalo de tiempo elegido para la muestra de resultados de 0,5 segundos. La duración de la modelación hasta completarse fue de 8 horas. El software calcula automáticamente el paso de tiempo óptimo para mantener resultados computacionalmente estables y precisos.



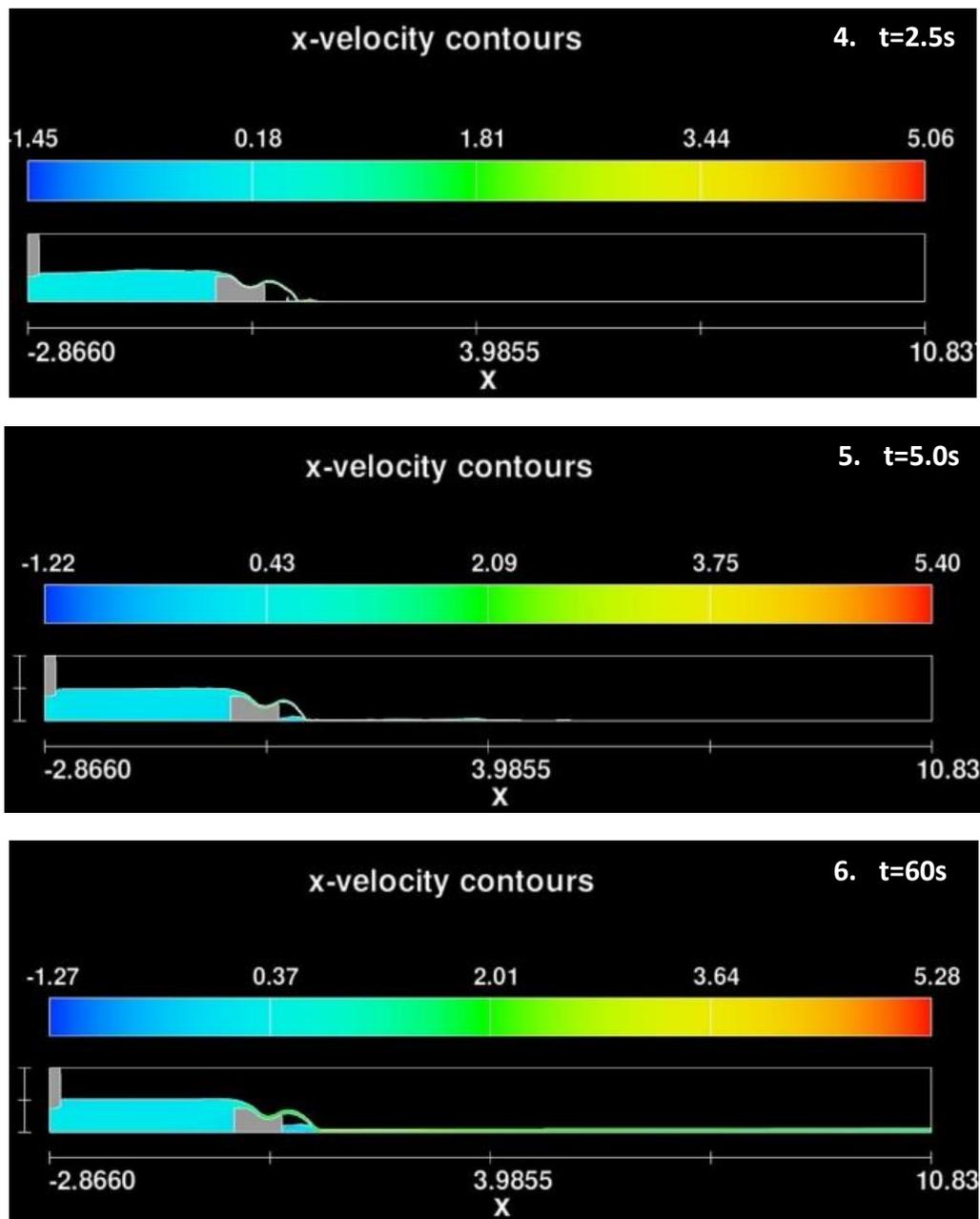


Figura 16. Resumen de simulación caso sin compuerta.

Para este escenario, en el ensayo experimental se realizaron mediciones del nivel de agua sobre la cresta, el espesor de la lámina en el salto, y la longitud del salto. Los datos medidos fueron los siguientes:

Caudal Q [l/s]	Nivel de agua sobre la cresta [cm]	Espesor de lámina en el salto [cm]	Longitud del salto [cm]
50,02	14,0	6,0	40,0

Tabla 2. Datos medidos ensayo sin compuerta.

Los resultados de la simulación en situación estacionaria se pueden observar en la Figura 17 y se comparan con los datos medidos en la Tabla 3:

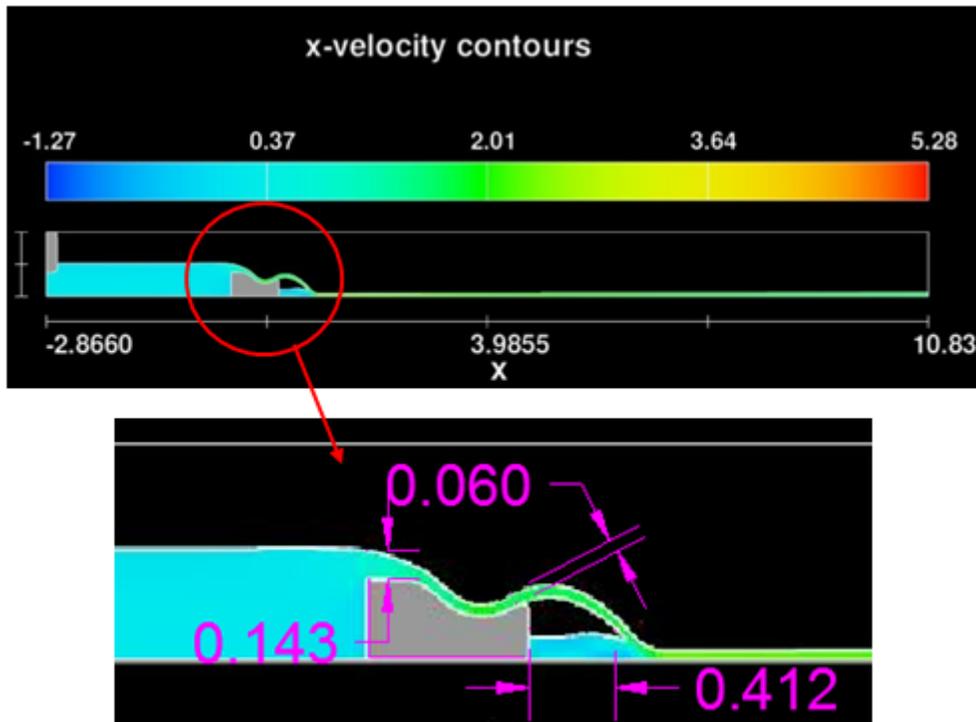


Figura 17. Resultado de simulación caso sin compuerta.

	Caudal Q [l/s]	Nivel de agua sobre la cresta [cm]	Espesor de lámina en el salto [cm]	Longitud del salto [cm]
MODELO FÍSICO	50,02	14,0	6,0	40,0
MODELO NUMÉRICO	50,02	14,3	6,0	41,2

Tabla 3. Comparación datos medidos con resultados obtenidos caso sin compuerta.

Como se puede observar los resultados obtenidos en la simulación se corresponden con las mediciones realizadas en el laboratorio. Con esto podemos decir que la simulación resultó satisfactoria, ya que los resultados logrados en situación estacionaria se acercan a la realidad casi de manera exacta.

En este escenario no se realizaron mediciones de velocidades, pero podemos observar mediante la escala de colores que la velocidad promedio al ingreso del canal se encuentra en un rango entre 0,25 y 0,3 m/s que se corresponde con la condición de borde adoptada de 0,27 m/s.

Otra actividad que se llevó a cabo en el laboratorio fue la medición de las presiones sobre la estructura. Para ello se colocaron liras en distintos puntos del vertedero, donde por medio de la ley de vasos comunicantes, se establecieron dichas magnitudes. En la Figura 18 se esquematiza la disposición de las liras en la estructura.

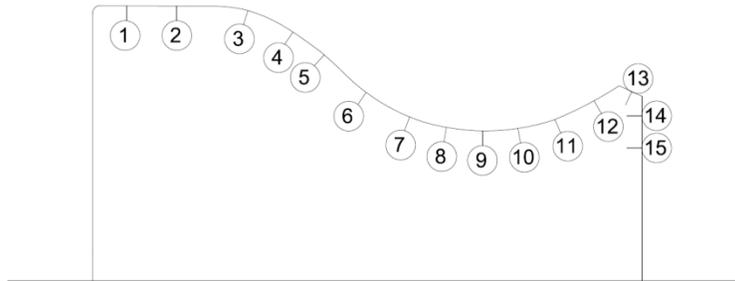


Figura 18. Disposición de liras en el vertedero.

Los valores medidos se resumen en la Tabla 4:

L0 [cm]														
P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15
-	9,2	-	-	2,4	10,6	13,9	13,7	13,2	14,5	-	7	-	-	-
P[Pa]														
-	902	-	-	235	1039	1363	1343	1294	1422	-	686	-	-	-

Tabla 4. Presiones medidas ensayo sin compuerta.

Los datos faltantes se deben a que las liras estaban tapadas o tenían perdidas, por lo cual se descartaron estas medidas.

A continuación se dan los resultados de la simulación en forma gráfica, con el parámetro que nos interesa en este caso, es decir las presiones. Se hace un zoom en la estructura, que es el lugar donde tenemos los datos de las mediciones realizadas (Figura 19). Para determinar las presiones correspondientes a cada lira, se tomaron secciones lo suficientemente pequeñas, alrededor de cada punto, de manera tal que permitiera una mayor precisión. A modo de ejemplo se muestra la sección correspondiente a la lira número 2 (Figura 20). En ella se observa la escala de presiones en Pascales, y la variación de este parámetro sobre la estructura en el punto de interés. El valor de la presión correspondiente se determina a partir del color que se encuentra inmediatamente por encima del borde de la estructura (anaranjado).

En la Tabla 5 se comparan las presiones medidas en el modelo físico con las obtenidas en la simulación numérica.

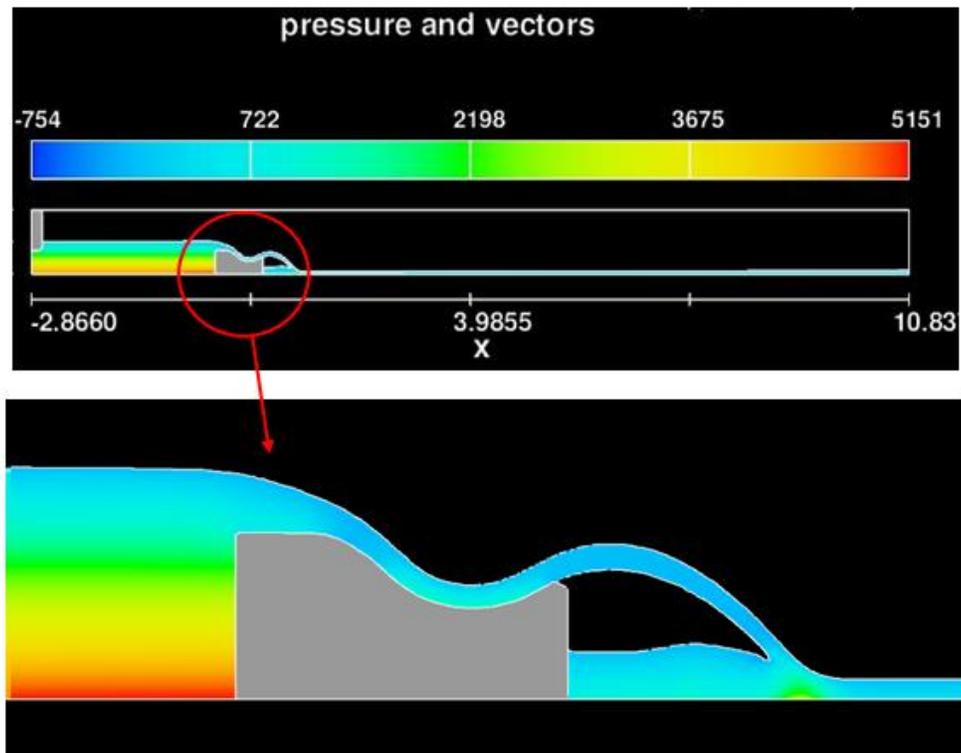


Figura 19. Resultado de presiones de simulación caso sin compuertas.

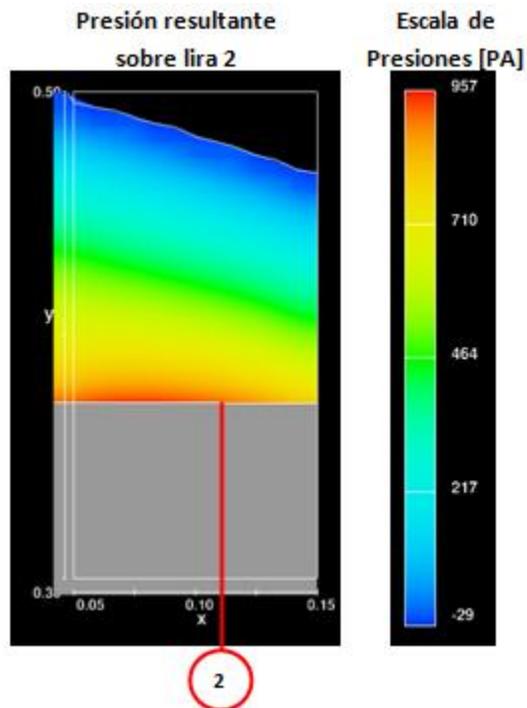


Figura 20. Presiones en la sección alrededor de la lira número 2.

Mediciones en laboratorio [Pa] ^L														
P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15
-	902	-	-	235	1039	1363	1343	1294	1422	-	686	-	-	-
Resultados modelación numérica [Pa]														
-	900	-	-	200	900	1300	1300	1300	1400	-	600	-	-	-

Tabla 5. Comparación presiones medidas con resultados obtenidos caso sin compuerta.

No es posible determinar con exactitud la presión en cada punto de la estructura, ya que a medida que nos acercamos a dicho punto, la imagen obtenida como resultado se distorsiona demasiado y no permite su análisis. Pese a esto, los resultados alcanzados se acercan a los valores medidos. Como se puede observar, la presión varía en un rango entre 200 y 1500 Pa, encontrándose las mayores en la parte cóncava del vertedero, es decir entre las liras 6 a 11, lo cual coincide con los datos experimentales.

6.2. ESCENARIO ESTRUCTURA DE VERTEDERO CON COMPUERTA DE ENTRADA.

6.2.1. Descripción del caso de simulación: vertedero con compuerta de entrada.

La geometría introducida en este escenario es la del vertedero del caso anterior, a la cual se le incorpora una compuerta en la entrada del mismo (

Figura 21). En este caso, el caudal con el que trabajó es de 27,59 l/s, el cual dio una velocidad promedio en el ingreso del canal de 0,148 m/s. Con esta velocidad y junto con el resto de las condiciones iniciales y de borde comunes a todos los casos, se realizó la modelación.

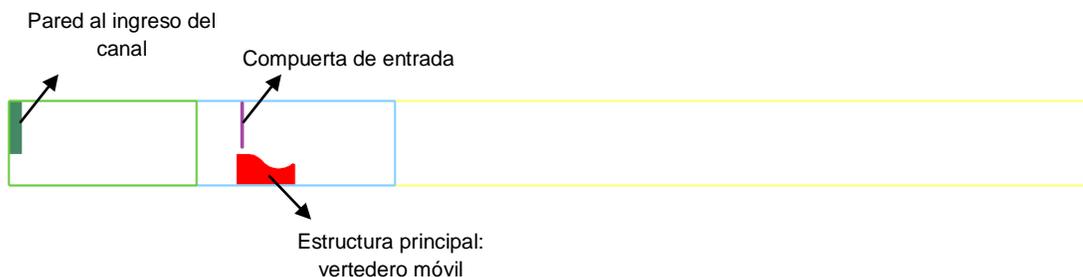


Figura 21. Geometría de simulación caso con compuerta de entrada.

El modelo físico se construyó agregando a la estructura original una compuerta metálica en la entrada del vertedero. La apertura de la compuerta es de 6 cm y está ubicada a 7,5 cm del paramento aguas arriba del vertedero. En la Figura 22 se tiene el plano de la estructura del vertedero con la compuerta sobre el mismo y en la Figura 23 se observa la modelación física en el laboratorio.

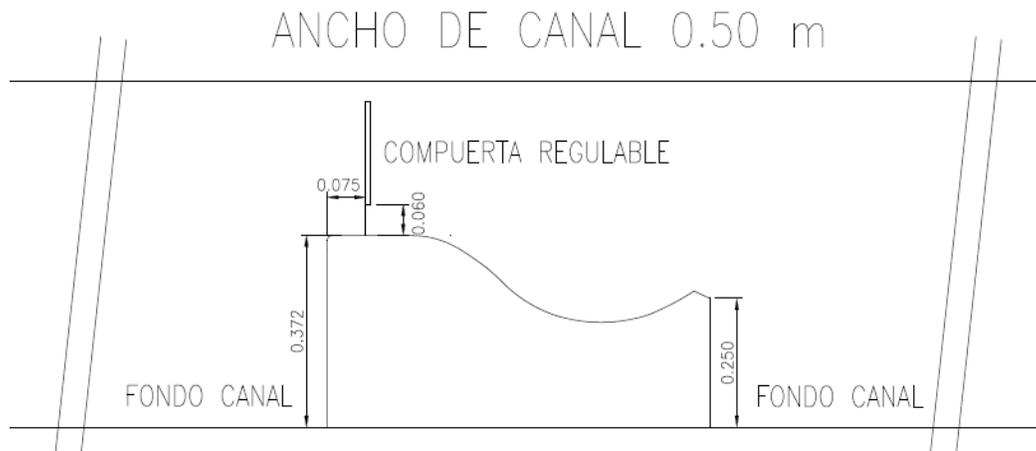


Figura 22. Plano estructura caso con compuera de entrada.

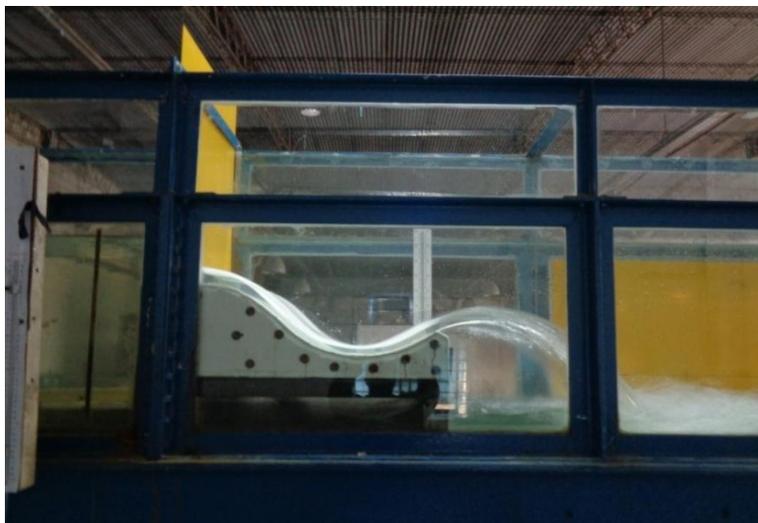
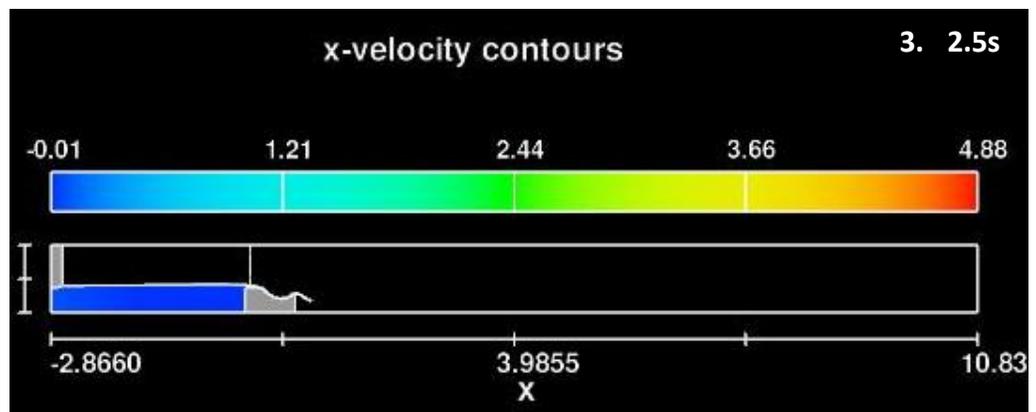
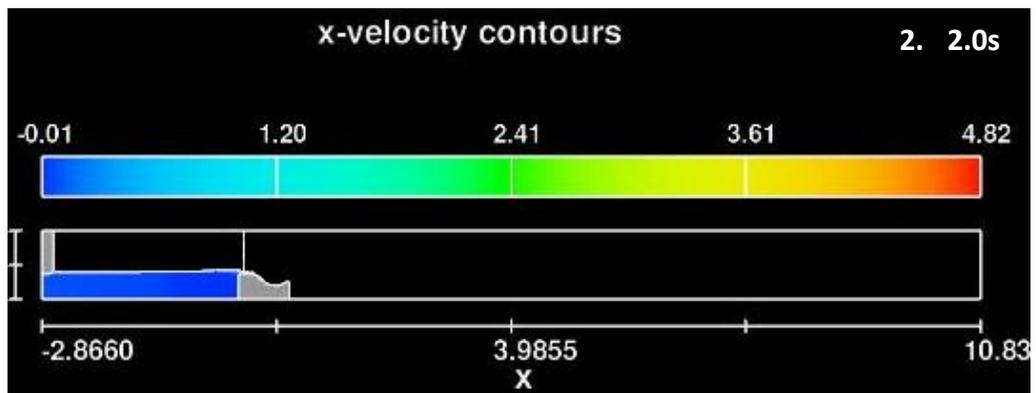
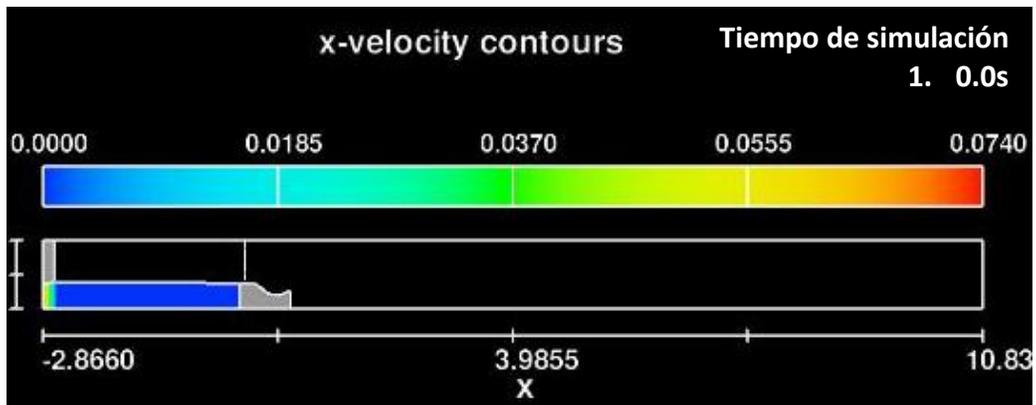


Figura 23. Modelación física en laboratorio caso con compuerta de entrada.

6.2.2. Análisis de los resultados y conclusiones: vertedero con compuerta de entrada.

A continuación se muestra un resumen de los resultados de la simulación del escenario de la estructura de vertedero con compuerta de entrada, en 6 imágenes (Figura 24). El tiempo total de simulación definido fue de 40 segundos, siendo el intervalo de tiempo elegido para la muestra de resultados de 0,5 segundos. La duración de la simulación hasta completarse fue de 15 horas.



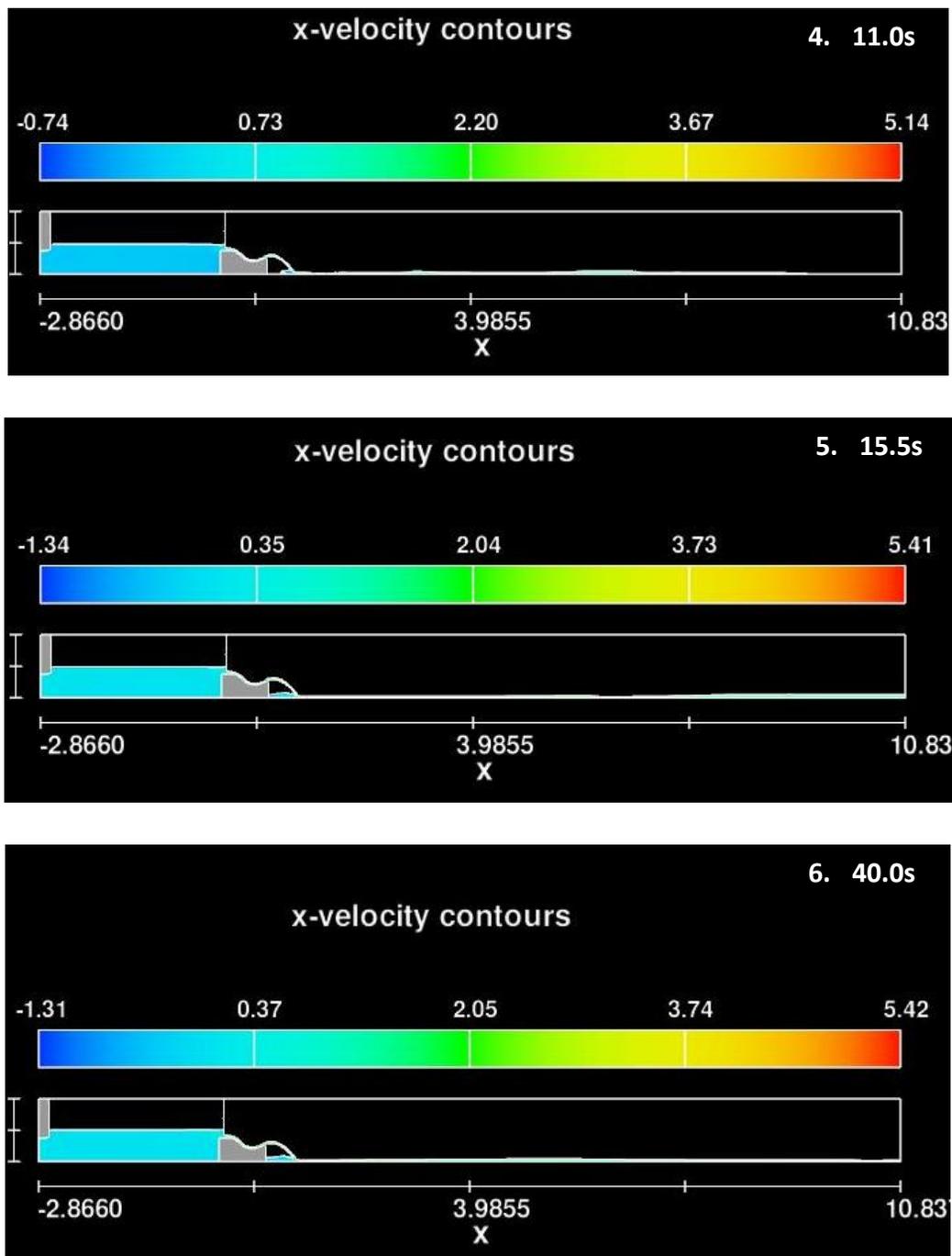


Figura 24. Resumen de simulación con compuerta de entrada.

En este caso, en el ensayo experimental se realizaron mediciones del nivel de agua sobre la cresta, el nivel de agua medido desde el fondo de la compuerta, el espesor de la lámina en el salto, y la longitud del salto. Los datos medidos se presentan en la Tabla 6:

Caudal Q [l/s]	Nivel de agua sobre la cresta [cm]	Nivel de agua desde fondo compuerta [cm]	Espesor de lámina en el salto [cm]	Longitud del salto [cm]
27,59	14,0	8,3	3,85	39,0

Tabla 6. Datos medidos ensayo con compuerta de entrada.

Los resultados de la simulación en situación estacionaria se pueden observar en la Figura 25 y se comparan con los datos medidos en la Tabla 7:

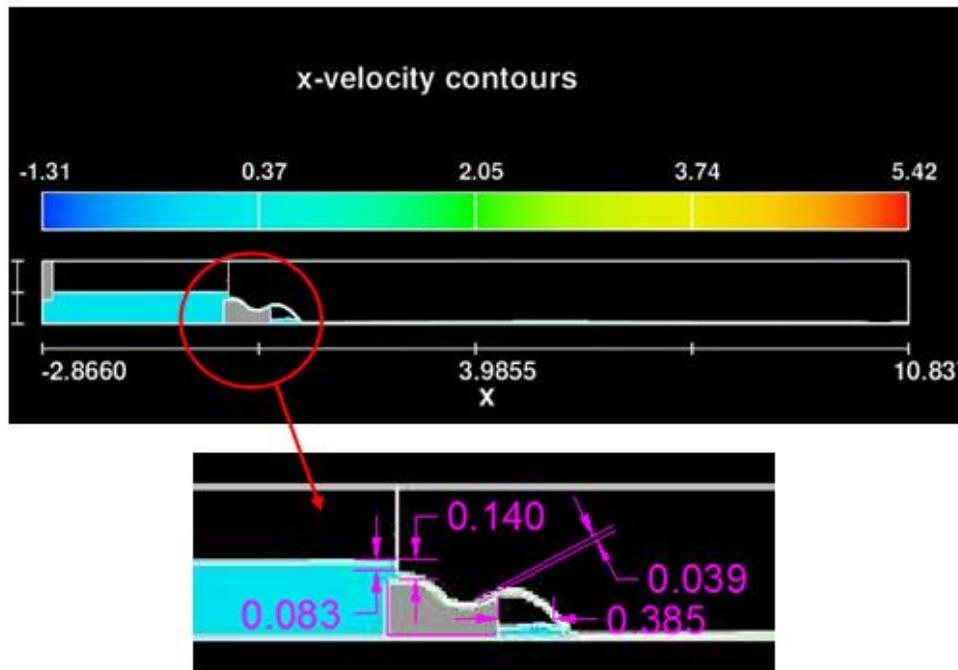


Figura 25. Resultados de simulación con compuerta de entrada.

	Caudal Q [l/s]	Nivel de agua sobre la cresta [cm]	Nivel de agua desde fondo compuerta [cm]	Espesor de lámina en el salto [cm]	Longitud del salto [cm]
MODELO FÍSICO	27,59	14,0	8,3	3,85	39,0
MODELO NUMÉRICO	27,59	14,0	8,3	3,9	38,5

Tabla 7. Comparación datos medidos con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada.

Una vez más, los resultados obtenidos en la simulación numérica coinciden con las mediciones realizadas en modelación física para este escenario.

Asimismo puede verse que la velocidad promedio al ingreso del canal se encuentra en un rango entre 0,1 y 0,2m/s que concuerda con la condición de borde adoptada de 0,148m/s.

Los valores de presión medidos en el modelo físico se resumen en la Tabla 8:

L0 (cm)														
P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15
-	6,85	-	-	0,95	9,15	12,55	13,45	13,75	13,35	-	10,2	-	-	-
P(Pa)														
-	671	-	-	93	897	1231	1319	1348	1309	-	1000	-	-	-

Tabla 8. Presiones medidas ensayo con compuerta de entrada.

En la

Figura 26. Resultado de presiones de simulación con compuerta de entrada.

se observan los resultados de la simulación de las presiones sobre la estructura fundamental, en el escenario con compuerta de entrada. A modo de ejemplo se muestra la sección correspondiente a la lira número 2 (Figura 27) y en la Tabla 9 se comparan con las presiones medidas en el modelo físico:

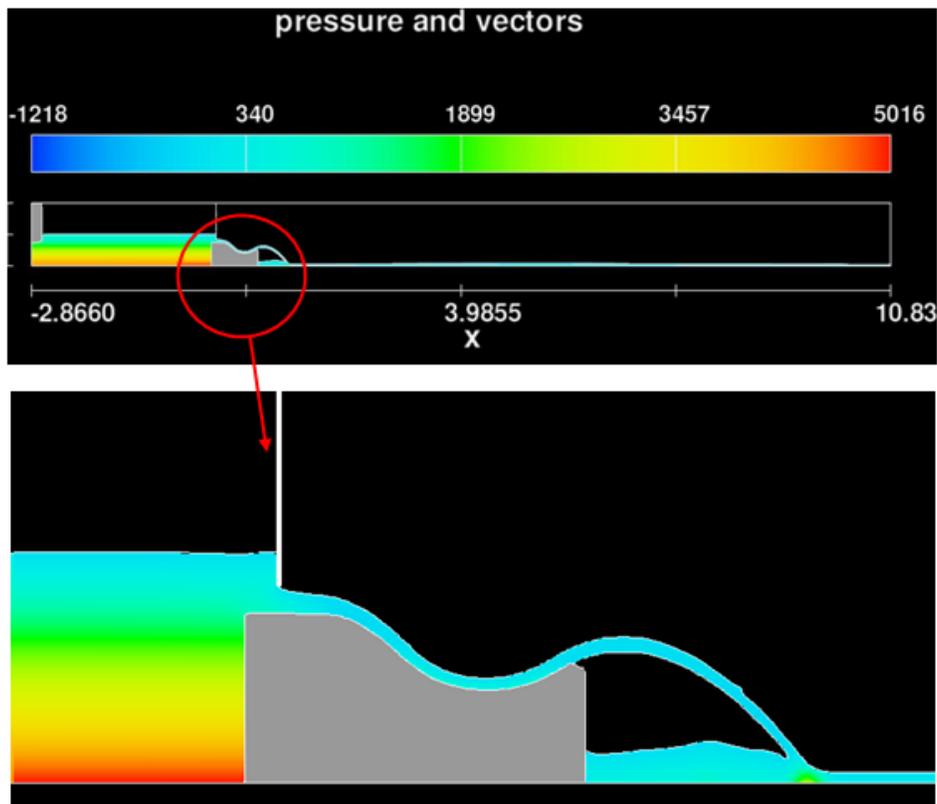


Figura 26. Resultado de presiones de simulación con compuerta de entrada.

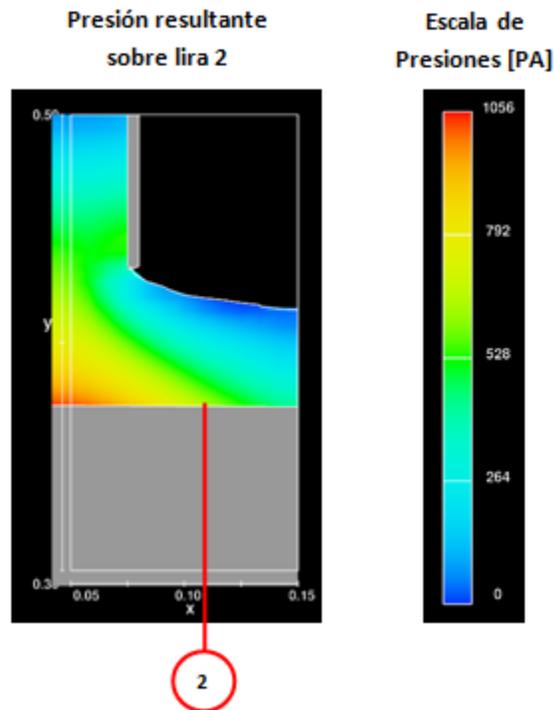


Figura 27. Presiones en la sección alrededor de la lira numero 2.

Mediciones en laboratorio [Pa]														
P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	P14	P15
-	671	-	-	93	897	1231	1319	1348	1309	-	1000	-	-	-
Resultados modelación numérica [Pa]														
-	600	-	-	100	700	900	1200	1200	1000	-	800	-	-	-

Tabla 9. Comparación presiones medidas con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada.

En este caso el rango de de presiones oscila entre 600 y 1200 Pa, encontrándose los mayores valores en la parte cóncava del vertedero en coincidencia, una vez más, con los valores medidos.

6.3. ESCENARIO ESTRUCTURA DE VERTEDERO CON COMPUERTA DE ENTRADA Y A LA SALIDA DEL CANAL EXPERIMENTAL.

6.3.1. Descripción del caso de simulación: vertedero con compuerta de entrada y a la salida del canal experimental.

La geometría introducida en este escenario es la del vertedero del caso anterior, con la compuerta en la entrada del mismo, al cual se le incorpora una compuerta adicional, a la salida del canal, para elevar el nivel de agua, aguas abajo de la estructura fundamental (

Figura 28). Se trabajó con un caudal de 27,59 l/s, el cual dio una velocidad en el ingreso del canal de 0,148 m/s. En esta instancia se adicionó una malla más, que incluye al tramo final del canal, y por lo tanto a la compuerta introducida en este sector. En resumen,

quedan definidas las siguientes mallas (Figura 29): una aguas arriba del vertedero de 25x10 celdas (x,y), en una longitud de 2.36m (x); la segunda malla contiene a la estructura con 300x150 celdas, en 2.5m; la tercera malla, aguas abajo, es de 320x40 celdas en 6.5m; la última malla contiene 300x150 celdas (x,y), en una longitud de 2.33m (x). Junto con el resto de las condiciones iniciales y de borde comunes a todos los casos, se llevó a cabo la modelación.

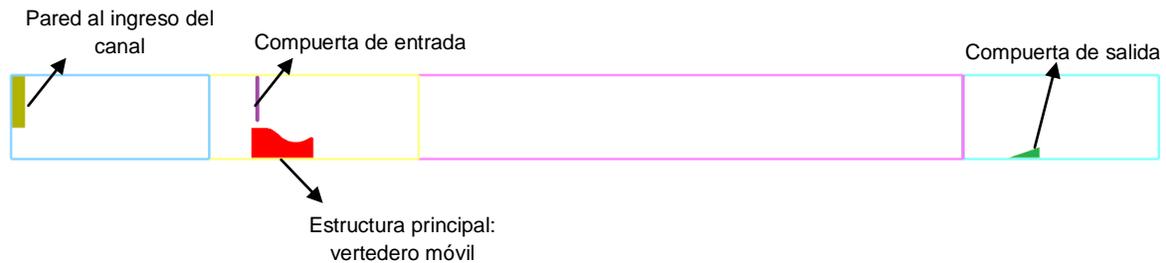


Figura 28. Geometría de simulación caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.

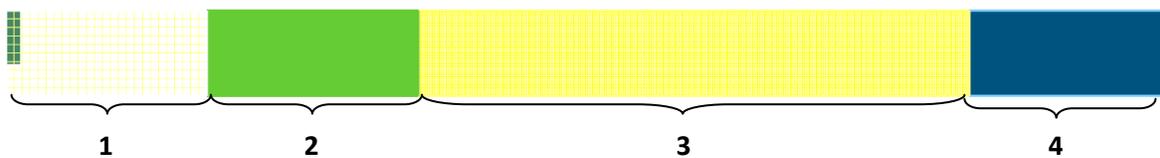


Figura 29. Mallas computacionales para la modelación numérica.

En la Tabla 10 se resumen las características principales de cada malla:

MALLA	NÚMERO DE ELEMENTOS	RESOLUCIÓN [mm]	$\Delta t[s]$	
			Mínimo	Medio
1	250	94,4x100	1,5e-4	1e-1
2	45000	8, 33x6,67		
3	12800	20,31x25		
4	45000	6,66x6,67		

Tabla 10. Características de las mallas computacionales

La compuerta a la salida del canal, está ubicada a 9m aguas abajo del vertedero. La altura de la misma es de 14,3cm. A continuación se detalla un esquema de la disposición de la misma (Figura 30).

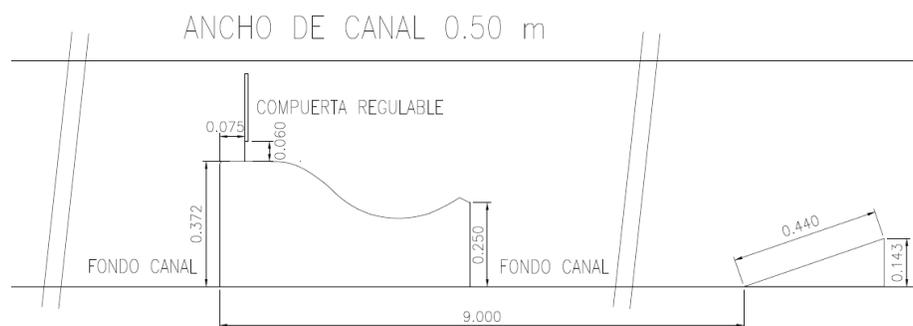


Figura 30. Plano estructura caso con compuerta de entrada y la salida del canal.

En las Figura 31 y Figura 32 se pueden ver las partes de la estructura de este caso de simulación en el modelo físico.



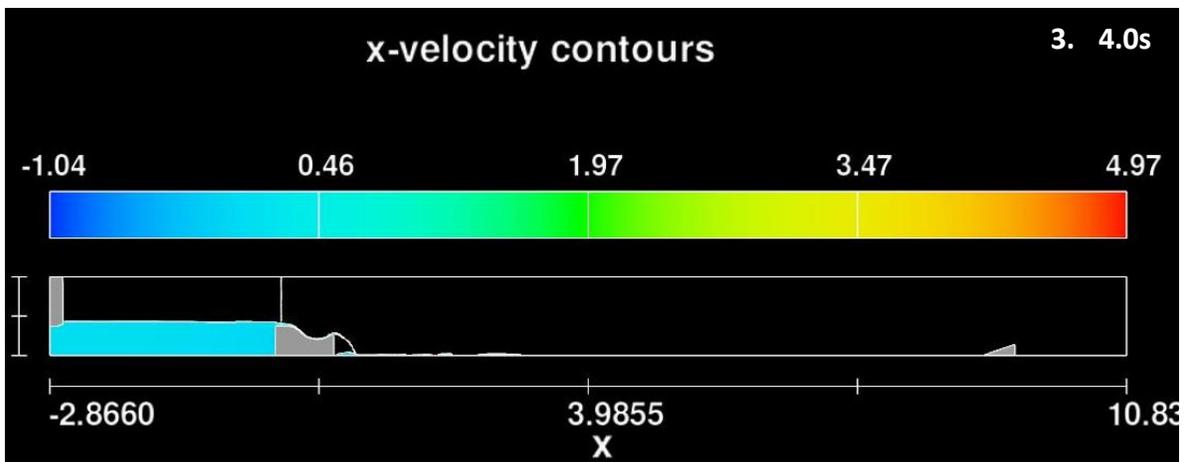
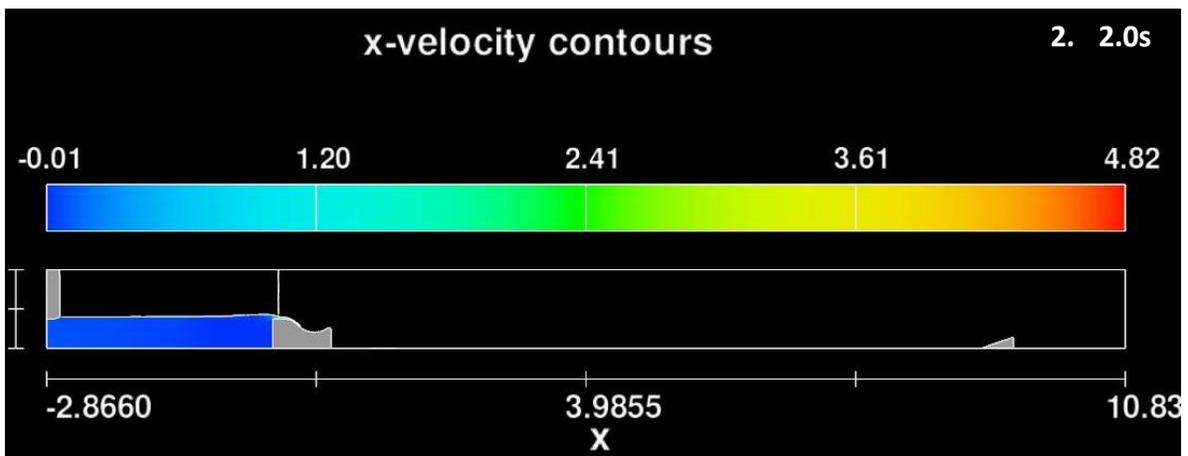
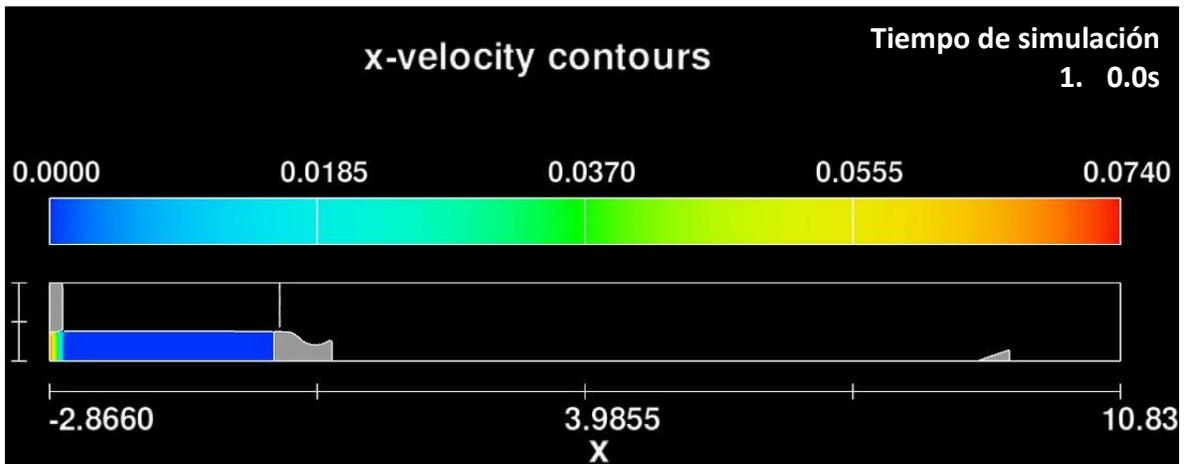
Figura 31. Modelación física en laboratorio caso con compuerta de entrada y la salida del canal.



Figura 32. Compuerta la salida canal experimental.

6.3.2. Análisis de los resultados y conclusiones: vertedero con compuerta de entrada y a la salida del canal experimental.

A continuación se muestra un resumen de los resultados de la simulación del escenario de la estructura de vertedero con compuerta de entrada y a la salida del canal, en 6 imágenes (Figura 33). El tiempo total de simulación definido fue de 80 segundos, siendo el intervalo de tiempo elegido para la muestra de resultados de 1 segundo. La duración de la simulación hasta completarse fue de 30 horas.



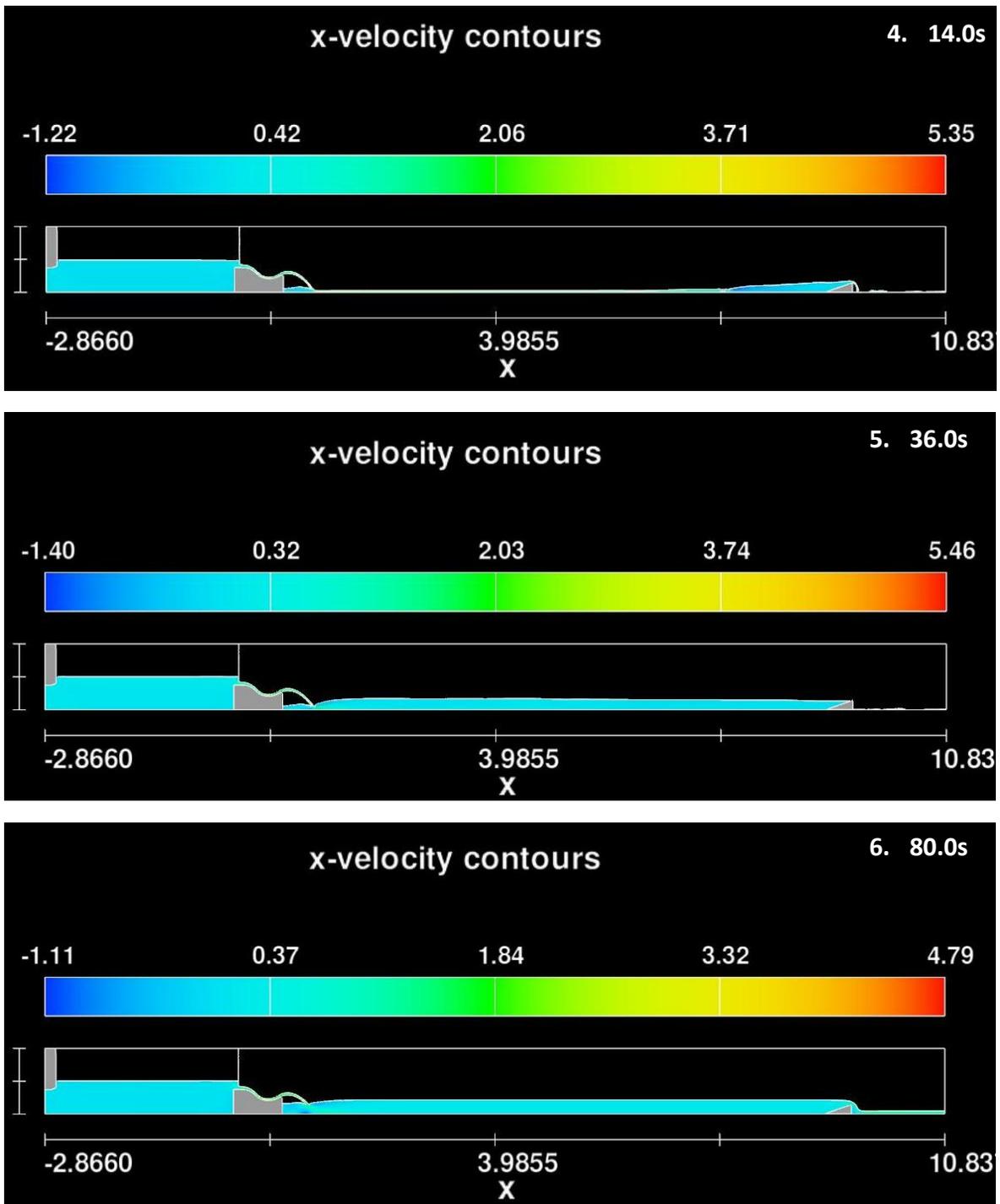


Figura 33. Resumen de simulación caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.

Para este escenario se realizaron mediciones del nivel de agua sobre la cresta, el nivel de agua medido desde el fondo de la compuerta, el espesor de la lámina en el salto, la longitud del salto y del nivel de restitución aguas abajo del vertedero (Tabla 11).

Caudal Q [l/s]	Nivel de agua sobre la cresta [cm]	Nivel de agua desde fondo compuerta [cm]	Espesor de lámina en el salto [cm]	Longitud del salto [cm]	Nivel de restitución a 3.5m aguas abajo [cm]
27,59	14,0	8,3	3,85	39,0	18,5

Tabla 11. Datos medidos ensayo con compuerta de entrada y a la salida del canal.

Los resultados de la simulación en situación estacionaria se pueden observar en la Figura 34 y se comparan con los datos medidos en la Tabla 12:

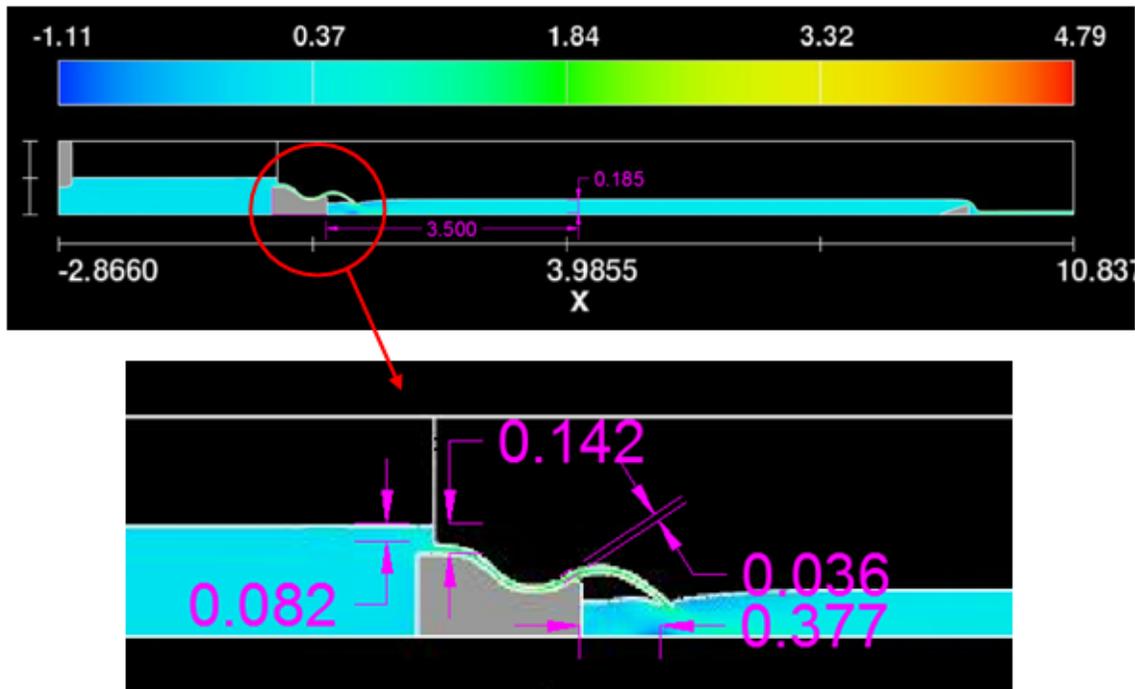


Figura 34. Nivel de restitución caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.

	Caudal Q [l/s]	Nivel de agua sobre la cresta [cm]	Nivel de agua desde fondo compuerta [cm]	Espesor de lámina en el salto [cm]	Longitud del salto [cm]	Nivel de restitución a 3.5m aguas abajo [cm]
MODELO FÍSICO	27,59	14,0	8,3	3,85	39,0	18,5
MODELO NUMÉRICO	27,59	14,2	8,2	3,6	37,7	18,5

Tabla 12. Comparación datos medidos con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.

En la Figura 34 se observa la coincidencia entre el nivel de restitución medido y el que se obtuvo como resultado de la simulación, como así también del resto de los datos proporcionados en la etapa experimental. También se puede ver que la velocidad al ingreso del canal se encuentra en un rango entre 0,1 y 0,2 m/s que concuerda con la condición de borde adoptada de 0,148 m/s.

Adicionalmente, para este escenario de simulación se llevó a cabo en el laboratorio la determinación de velocidades aguas abajo y aguas arriba de la estructura. Estas mediciones se realizaron con un velocímetro acústico Doppler ADV, el cual detecta los cambios de frecuencia por efecto Doppler de la energía reflejada por pequeñas partículas que viajan en el fluido.

Los datos de velocidades se midieron inmediatamente aguas arribas de la compuerta de entrada, a distintas distancias del fondo del canal, y se resumen la Tabla 13:

Caudal Q [l/s]	Distancia al fondo [cm]	Velocidad Vx [cm/s]
27,59	39,0	64,26
	40,9	57,23
	42,9	46,01
	44,9	29,59

Tabla 13. Velocidades medidas aguas arriba de la compuerta de entrada.

Los resultados de la simulación numérica se observan gráficamente en la Figura 35 y en detalle en la Figura 36. En ellas se observa la escala de velocidades en m/s, y la variación de este parámetro sobre la estructura en los puntos de interés. El valor de las velocidades correspondientes se determina a partir del color resultante a las distintas alturas en las que se realizaron las mediciones.

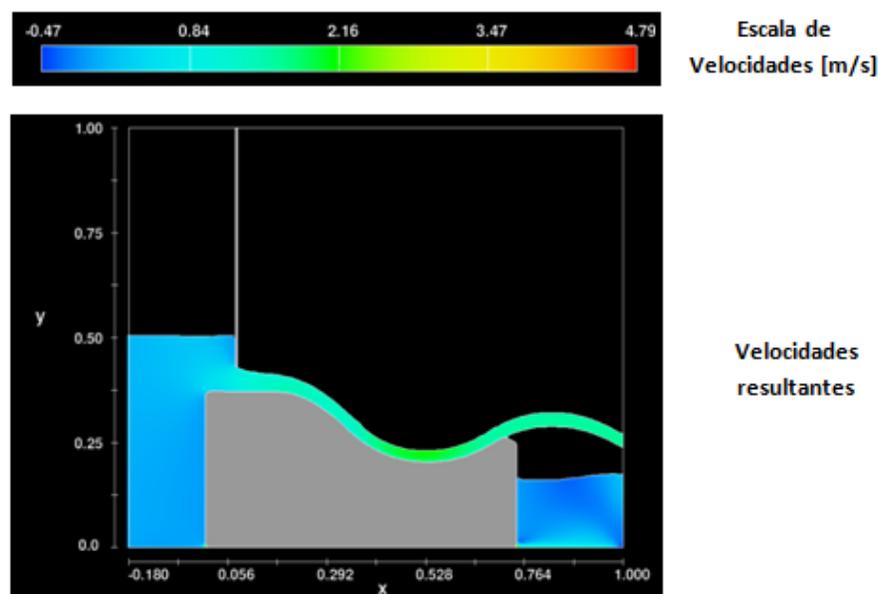


Figura 35. Resultado de velocidades de simulación numérica.

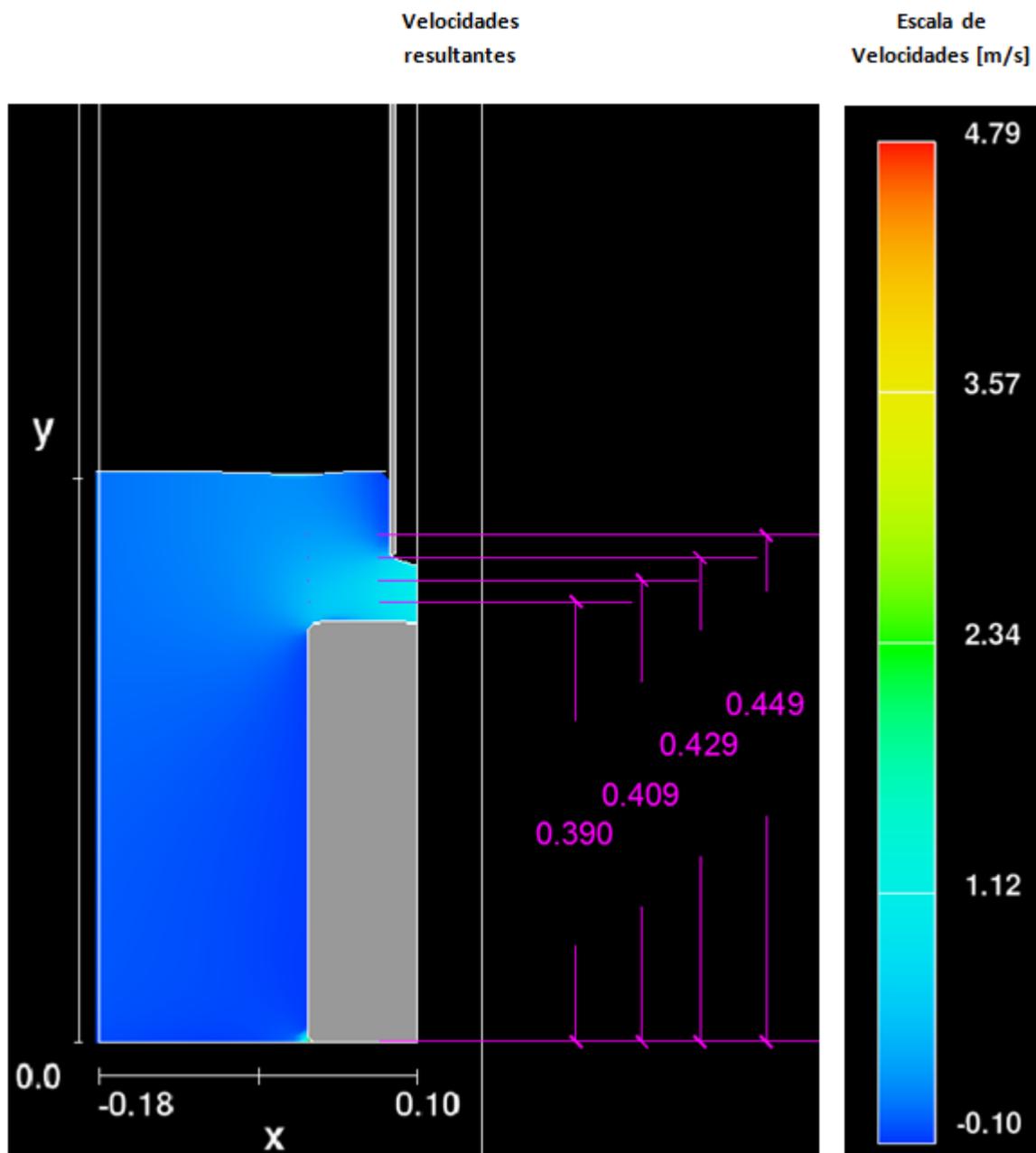


Figura 36. Detalle de resultado de velocidades de simulación numérica.

En la Tabla 14 se comparan los resultados de velocidades obtenidos con las mediciones realizadas en el laboratorio:

Caudal Q [l/s]	Distancia al fondo [cm]	MODELO FÍSICO	MODELO NUMÉRICO
		Velocidad Vx [cm/s]	Velocidad Vx [cm/s]
27,59	39,0	64,26	70,00
	40,9	57,23	70,00
	42,9	46,01	50,00
	44,9	29,59	30,00

Tabla 14. Comparación velocidades medidas con resultados obtenidos caso con compuerta de entrada y a la salida del canal.

Los resultados de velocidades están dados en m/s, según la escala de colores varía entre los 0,3 y 0,7 m/s en las profundidades medidas, lo cual se corresponde con las velocidades obtenidas experimentalmente. Como se puede observar, la velocidad es mayor en el centro de la abertura de la compuerta, es decir a los 39 cm del fondo del canal, y disminuye a medida que se aproxima al borde inferior de la compuerta.

7. CONCLUSIONES

El desarrollo de esta práctica supervisada permitió el aprendizaje del modelo numérico FLOW-3D para el diseño de mallas y la generación de estructuras que conforman grandes obras hidráulicas.

Los resultados obtenidos para el caso en estudio, en los tres escenarios de simulación, fueron satisfactorios debido a la alta precisión de los mismos y al relativamente poco tiempo de simulación necesario para alcanzarlos. En el caso de las mediciones en situación estacionaria (nivel de agua sobre la cresta, nivel de agua medido desde el fondo de la compuerta, espesor de la lámina en el salto, longitud del salto y nivel de restitución aguas abajo del vertedero) la precisión fue del orden del centímetro en comparación con los datos experimentales. Para las presiones se obtuvieron rangos amplios de estas magnitudes pero siempre encontrándose dentro de los niveles de las mediciones realizadas. La dificultad en este parámetro radicó en la imposibilidad de determinar la presión en un punto establecido, sino que se obtuvieron para un entorno de dicho punto, disminuyendo la precisión del resultado. En cuanto a las velocidades, encontramos la misma dificultad, a la cual se suma la diferencia entre la unidad de medición (cm/s) y la de los resultados obtenidos (m/s) lo cual quita exactitud al momento de comparar este parámetro.

Como conclusión final, quiero destacar la gran importancia para la ingeniería que tiene el conocimiento y estudio de los programas disponibles en el mercado, ya que permiten reducir el número de ensayos necesarios para obtener soluciones ingenieriles que se puedan llevar a la práctica y, consecuentemente, disminuir el tiempo y los costos involucrados en alcanzar dichas soluciones. En el marco de esta práctica se puede decir que el programa FLOW3D, específicamente, constituye una herramienta útil en el desarrollo de todo tipo de problemas hidráulicos en distintas obras de ingeniería. Por esto se evidencia que su estudio resulta de gran valor para trabajos futuros. Cabe destacar que aún queda mucho por profundizar, debido a las múltiples variables que involucra el software, siendo que solo se utilizaron algunas de ellas en el desarrollo de esta práctica.

Como conclusión personal, puedo decir que el trabajo realizado me permitió aplicar conocimientos adquiridos en el cursado de la carrera Ingeniería Civil siendo una experiencia sumamente positiva.

Finalmente, quiero agradecer a cada uno de los que forman parte del Laboratorio de Hidráulica por su constante predisposición en colaborar con mi trabajo.

8. BIBLIOGRAFÍA

FLOW-3D User Manual Version 10.0 . Improving the world through accurate flow modeling

MARTINEZ M. E., 2001. Hidráulica Fluvial, Principios y Práctica. Bellisco Ediciones Técnicas y Científicas.

GARCÍA M., 2003. Flow and transport equations in surface waters, CEE 498, Environmental Hydrodynamics.

VERSTEEG H. K y MALALASEKERA W, 2007. An introduction to computational fluid dynamics. the finite volume method. 2nd edition.

BOSC E. J., 2013. Modelación numérica con delft3d del dique los molinos, Jujuy.