



**UNIVERSIDAD NACIONAL
DE CÓRDOBA**

*Estadística Aplicada a un problema de
selección de grupos de trabajo,
para desarrollos de innovación tecnológica*

TESIS

Para optar al grado de
MAGÍSTER en ESTADÍSTICA APLICADA

Lic. Prof. Gabriela Pilar Cabrera

2015



Estadística Aplicada a un problema de selección de grupos de trabajo, para desarrollos de innovación tecnológica por Gabriela Pilar Cabrera se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Comisión

Asesora de Tesis

Director:

Mgter. Ing. José Luis Zanazzi

Co-Director:

Mgter. Ing. Laura Alicia González

Fecha de Aprobación de TESIS

30 de Marzo de 2015

*A mi familia,
impulso y sostén de mis sueños*

*A mis circunstancias,
señales en el camino*

*A mis amigos,
compañeros de recorrido.*

AGRADECIMIENTOS

La matemática desde niña me apasionó, los cálculos mentales eran mi fuerte. Desde aquellos tiempos, sin dudar lo supe que mi quehacer profesional andaría sus caminos. En el momento de elegir mi primera carrera, opté por el profesorado de computación y matemática. En este trayecto de mi formación, recibí de la Universidad Blas Pascal las bases que hoy apuntalan mi desempeño profesional y tuve la oportunidad de participar en un equipo de investigación; punto de partida de mi futuro desarrollo como investigadora. Es curioso, la materia con la cual obtuve el título de Profesora de Computación y Matemática fue Probabilidad y Estadística II. Esos fueron los tiempos en los que la Estadística empezó a hacerse más presente en mí andar profesional. A partir de ello, seguí mi formación en la Licenciatura en Estadística Aplicada en el mismo centro de estudio, quiero agradecer a los profesores que formaron parte de esta instancia. En particular al Mgter. Ing. José Luis Zanazzi, Director de este trabajo de investigación, quien a partir de las variadas situaciones problemas emergentes de la realidad que presentaba a sus alumnos, creó en nosotros un modo de pensar estadístico.

Agradezco a cada uno de los profesores de la Maestría en Estadística Aplicada de los cuales recibí una sólida y valiosa formación. A mis compañeros Cra. Mariana González, Lic, Adrián Monetta Pizarro y Cra. Olga Pardó con quienes compartimos horas de estudio, muchas horas, y algunas otras de charla y asado, claro está.

Un párrafo aparte quiero dedicar al Laboratorio de Ingeniería y Mantenimiento Industrial (LIMI) de la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba, del cual el Mgter. Ing. José Luis Zanazzi es su Director. Agradezco a mis compañeros de trabajo, que tantas veces atendieron a mis dudas, a mis encrucijadas y con sus valiosas consideraciones facilitaron su resolución.

Queda mi agradecimiento especial a la Mgter. Ing. Laura Alicia González, Co-directora de este trabajo de investigación, en primer lugar por sumarse a la tarea que veníamos realizando en el LIMI y acompañar de manera constante, cálida y solvente cada uno de los pasos de realización de esta producción.

Por último, por el aprendizaje logrado y por ser parte necesaria de mi evolución profesional, por el camino recorrido y por los desafíos superados, quiero nuevamente agradecer al Mgter. Ing. José Luis Zanazzi.

Y desde siempre, a mi familia que me acompaña incondicionalmente en cada instancia de mi vida. A mis amigos, por simplemente estar.

*Statistics applied to a problem of selection of
working groups,
for development of technological innovation*

KEY WORD

Selection of working groups - Statistics applied

SUMMARY

The present document deals with the problems on work team selection, from a group perspective. This problem is emplaced a company that offers services of specialized personnel, to others which need to develop computer programs. For this, work groups need to be conformed based on flexibility to respond to the clients' requirements and for their members to present an acceptable probability of remaining in the Project until its closure.

To contribute in the resolution of this problem, this work proposes a methodology that facilitates selection of the members of the team. A selection process is sought in which the technical aptitudes of the people analyzed, as well as the individual and group needs of the dependants are considered.

For this approximation a combination of methodologies is applied, where the main resource is Statistics. Additional tools on Operative Research are used in order to potentiate this resource, Marketing technique and Profess Approach will be used.

In the area of Operative Research, tools oriented to structure problems in decision taking are applied. The method called Process DRV (Decision with Reduction of Variability) is also operated. This method utilizes aleatory multidimensional variables and allows support of the selection process so that, as decisions are taken, it is possible to increase the level of knowledge shared in the group and thus generate consensus concerning the plan of actions adopted.

A work strategy is that the verification of the normality assumption for unidimensional variables, constitutes itself in a valuation tool on the level of consensus reached by the participating groups. For this reason, special attention is given to the identification of hypothesis tests that may allow an acceptable potency? with small samples and have other qualities such as ease of understanding/comprehension and application. In this aspect, after analyzing twenty-one different tests, the implementation of the Shapiro-Wilk test modified by Rahman and Govindarajulu, available in the statistics software Infostat 2014, is recommended.

The study case is that of a company that outsources services oriented towards the development of informatic resources. In reference to that, the present document explains in a detailed manner the method used, the way in which parameters were estimated in the applied model and the main results obtained.

The work concludes recognizing the applicability and originality of the formulated proposal. These aspects are evidenced in that the results obtained were very encouraging and in the fact that the work has allowed various publications. It is also stresses that the company analyzed showed a good level of acceptance with respect to the proposal.

ÍNDICE

Capítulo 1 – INTRODUCCIÓN

| | | |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Presentación del Problema | 7 |
| 1.2 | Antecedentes bibliográficos de la selección de grupos de personas | 8 |
| 1.3 | Método estadístico orientado a la toma de decisiones desde una Perspectiva grupal | 10 |
| 1.4 | Objetivos | 13 |
| 1.4.1 | Objetivo General | 13 |
| 1.4.2 | Objetivos específicos | 13 |
| 1.5 | Hipótesis de trabajo | 14 |

Capítulo 2 - METODOLOGÍA

| | | |
|-------|-----------------------------------------------------|----|
| 2.1 | Introducción | 15 |
| 2.2 | Entrevistas y ejercicios grupales | 18 |
| 2.3 | Descripción del método estadístico, Procesos DRV | 21 |
| 2.3.1 | Fase de estabilización | 24 |
| 2.3.2 | Propiedades estadísticas del estado estable | 31 |
| 2.3.3 | Fase de Agregación | 34 |
| 2.3.4 | Fase de Ordenamiento | 40 |
| 2.3.5 | Justificación conceptual, psicológica y sociológica | 48 |
| 2.4 | Variable aleatoria multidimensional | 51 |
| 2.4.1 | Distribuciones marginales | 53 |

| | | |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.4.2 | Algunas propiedades de las variables aleatorias vectoriales o multidimensionales | 54 |
| 2.5 | Criterios para la selección de la mejor prueba de ajuste al Modelo Normal Univariado o Univariante | 56 |
| 2.6 | Modalidad de aplicación de programación lineal | 57 |

Capítulo 3 – PRUEBAS DE NORMALIDAD

| | | |
|---------|---------------------------------------------------------------|----|
| 3.1 | Introducción | 59 |
| 3.2 | Justificación del requerimiento de normalidad en el método | 60 |
| 3.3 | Pruebas de Normalidad | 62 |
| 3.3.1 | Pruebas basadas en medidas de los momentos | 63 |
| 3.3.1.1 | Prueba de D'Agostino-Pearson | 66 |
| 3.3.1.2 | Prueba de Jarque-Bera | 68 |
| 3.3.1.3 | Prueba robusta de Jarque-Bera | 68 |
| 3.3.1.4 | Prueba de Bonett-Seier | 69 |
| 3.3.1.5 | Prueba de Hosking | 70 |
| 3.3.2 | Pruebas basadas en la Función de Distribución Empírica | 71 |
| 3.3.2.1 | Prueba de Kolmogorov-Smirnov | 71 |
| 3.3.2.2 | Prueba de Kolmogorov-Smirnov modificada por Lilliefors | 72 |
| 3.3.2.3 | Prueba de Kolmogorov-Smirnov modificada por Stephens y Harley | 73 |
| 3.3.2.4 | Prueba de Anderson-Darling | 73 |
| 3.3.2.5 | Pruebas de Zhang Z_C y Z_A | 75 |
| 3.3.2.6 | Prueba de Glen-Leemis-Barr | 76 |
| 3.3.3 | Pruebas de correlación y regresión | 77 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| 3.3.3.1 Prueba de Shapiro-Wilk | 77 |
| 3.3.3.2 Prueba de Shapiro-Francia | 79 |
| 3.3.3.3 Prueba de Chen-Shapiro | 80 |
| 3.3.3.4 Prueba de Shapiro-Wilk modificada por Rahman y Govindarajulu | 81 |
| 3.3.3.5 Prueba de D'Agostino | 82 |
| 3.3.3.6 Prueba de Filliben | 82 |
| 3.3.4 Otras pruebas | 83 |
| 3.3.4.1 Prueba BCMR | 83 |
| 3.3.4.2 Prueba de Coin | 84 |
| 3.3.4.3 Prueba de Gel-Miao-Gastwirth | 85 |
| 3.4 Análisis comparativo de pruebas de normalidad | 87 |
| 3.4.1 Potencia empírica de pruebas de normalidad | 88 |
| 3.4.2 Disponibilidad en <i>software</i> estadísticos | 96 |
| 3.5 Conclusiones del Capítulo | 99 |

Capítulo 4 – ELICITACIÓN Y ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

| | |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.1 Introducción | 101 |
| 4.2 Elicitación de los parámetros del proceso de decisión grupal | 103 |
| 4.3 Estimación de los parámetros del proceso de decisión grupal | 106 |
| 4.4 Asignación de utilidades a las competencias de los candidatos | 129 |
| 4.5 Conclusiones del Capítulo | 145 |

| | | |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----|
| Capítulo 5 – RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE | | |
| CONFORMACIÓN DE EQUIPOS DE TRABAJO | | |
| 5.1 | Introducción | 147 |
| 5.2 | Estimación de las valoraciones globales de los candidatos | 148 |
| 5.3 | Ordenamiento de los candidatos para cada rol | 154 |
| 5.4 | Asignación de personas a puestos de trabajo | 157 |
| 5.5 | Sugerencias para la implementación de la solución propuesta | 161 |
| 5.6 | Conclusiones del Capítulo | 166 |
| Capítulo 6 – CONCLUSIÓN | | 167 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS | | 174 |
| ANEXO | | 185 |

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La Estadística se ha convertido en una herramienta metodológica indiscutible para todo investigador en cualquier campo del saber. Por otra parte y según Box *et al.* (2008), existe una atmósfera receptiva de estas técnicas en las actuales organizaciones que operan en un entorno cargado de complejidad.

En el presente trabajo de investigación, esta situación de apertura se considera una oportunidad para proponer la aplicación de métodos y técnicas estadísticas, a la resolución de problemas complejos de toma de decisiones desde una perspectiva grupal. El caso analizado en el presente trabajo es, el de una organización que necesita conformar grupos para desarrollar sistemas informáticos.

1.1 Presentación del problema

Se aborda el problema de *selección equipos de trabajo* en una empresa que alquila los servicios de personal especializado, a otras que necesitan desarrollar programas para computadoras. Para ejemplificar la situación, supóngase que una gran empresa necesita desarrollar un nuevo paquete computacional para gestionar a sus clientes y que el proyecto dura un tiempo limitado. En esas condiciones, es frecuente que las grandes organizaciones requieran de contratistas informáticos (tercerizar), para el desarrollo de sus proyectos informáticos o trabajen con profesionales alquilados por empresas especializadas.

Ahora bien, desde la perspectiva de la empresa que terceriza, la primera cuestión es tener flexibilidad para responder a los requerimientos de los clientes. Es decir, deben seleccionar de modo eficiente, un equipo de personas en condiciones de llevar adelante un proyecto, entre sus cientos de empleados.

Estos equipos de trabajo están conformados por los siguientes roles: Referente de la organización, Analista Funcional, Analista de Testeo y Desarrolladores. Lo ideal es que el mismo grupo inicie y culmine un determinado proyecto, motivo por el cual se presta especial atención a la “permanencia” de cada integrante.

Debe tenerse en cuenta que una vez iniciado el proyecto, el grupo seleccionado permanece en la empresa cliente a lo largo de varios meses. En esas condiciones, el vínculo inicial suele debilitarse y es habitual que los profesionales se encuentren tentados a migrar a la organización contratante, o a otras empresas.

Un camino posible para generar identificación con la empresa y sentido de pertenencia en los profesionales dependientes, es considerar las necesidades y prioridades de los mismos; al momento de seleccionar los equipos técnicos y durante el seguimiento posterior del proyecto. Para ello es preciso ir más allá de las cuestiones meramente materiales y valorar e introducir tanto, las posturas y preferencias individuales como los vínculos sociales, en los procesos de toma de decisiones.

Es posible pensar entonces, la *selección de equipos de trabajo desde una perspectiva grupal*.

1.2 Antecedentes bibliográficos de la selección de grupos de personas

El problema de selección del equipo de trabajo requiere en primer lugar, la consideración de las competencias de los posibles integrantes del grupo. Se entiende por competencias al conjunto de valores y habilidades observables en una persona (Alles, 2002). Estas competencias se consideran tanto a la hora de seleccionar el grupo de trabajo, como en el momento de evaluar su desempeño.

En cuanto a las competencias a considerar, no parece haber un acuerdo generalizado acerca de cuáles son las habilidades a evaluar cuando se plantea un análisis de este tipo. En este sentido, Alles (2002) afirma que las competencias deben ajustarse a la estructura y a los objetivos organizacionales.

Por otra parte, los autores que definen las competencias necesarias para el ejercicio de ciertos roles, no coinciden en sus apreciaciones. Por ejemplo, para caracterizar roles de liderazgo, Jin-Ling (2009) adopta como relevantes los siguientes elementos: cualidades personales; niveles de conocimiento; habilidades para el trabajo; motivación para el logro y espíritu de equipo. Por su parte, Alles (2002) indica que las competencias cardinales o generales para un cargo ejecutivo son las siguientes: integridad; liderazgo; empoderamiento e iniciativa.

Respecto a la evaluación integral de competencias, existen numerosos estudios sobre la conveniencia de utilizar metodologías *Multicriteria Decision Making* (MCDM) en problemas de selección y evaluación de personal. Dentro de éstas, el método preferido parece ser el *Analytic Hierarchy Process* (AHP). Más aún, son variadas las aproximaciones que utilizan el AHP como método multicriterio y conjuntos borrosos para representar la incertidumbre e imprecisión de las evaluaciones (Shahhosseini y Sebt, 2011; Lin *et al.* 2009).

Otras posibilidades metodológicas han sido consideradas. En Shahhosseini y Sebt (2011), se propone una interesante combinación de redes neuronales con AHP, donde los criterios se miden utilizando variables lingüísticas. Por su parte, en Kelemenis *et al.* (2011), se representan las competencias mediante la adopción de conjuntos borrosos y se realiza una agregación posterior con el método *Topsis*.

En general, los aportes anteriores asumen al tomador de decisiones como una persona única y no como un grupo que debe acordar aspectos claves para que la selección sea efectiva. Una excepción en este sentido es el trabajo de Alencar y Almeida (2010), donde se utiliza *Promethee* para analizar las preferencias individuales y posteriormente se agregan de manera conveniente dichas preferencias. Sin embargo, para dicha agregación no se entiende como necesario el consenso del grupo de decisores.

1.3 Método estadístico orientado a la toma de decisiones desde una perspectiva grupal

Puede decirse que buena parte de las aproximaciones orientadas a la selección de grupos de trabajo, se fundamentan en una concepción individual de la toma de decisiones. Sin embargo, en organizaciones con estructuras no verticalistas y con elevada profesionalización de sus dependientes, este tipo de enfoques no favorece la adopción de soluciones confiables. Frecuentemente, los grupos así formados se desintegran con facilidad o generan diversas tensiones internas que reducen su productividad.

Por ese motivo, el presente trabajo propone abordar el problema de selección desde una perspectiva grupal. Con esa finalidad, el recurso central de esta aproximación es el método denominado Procesos DRV (Decisión con Reducción de Variabilidad).

Este método parece tener dos ventajas evidentes sobre otras aproximaciones para la toma de decisiones en grupo. En efecto, una cuestión señalable es que reduce de manera significativa las perturbaciones que afectan los procesos de toma de decisiones donde participan diversos individuos. Entre estas perturbaciones se encuentran las siguientes: imprecisión, incertidumbre, carencia o faltante de datos (Mingers y Rosenhead, 2004; Tervonen y Figueira, 2008; Georgiou, 2008).

La imprecisión se origina en la dificultad que tienen los métodos usuales para expresar o reflejar de manera fiel las posturas individuales. Respecto a las fuentes de incertidumbre, interesa especialmente el hecho de que cada persona tiene preferencias y prioridades diferentes y hasta cambiantes. El problema de falta de datos, en tanto, se introduce porque resulta imposible relevar toda la información disponible en el entorno de la empresa analizado.

Por otro lado, el método Procesos DRV, ofrece múltiples oportunidades para el intercambio de experiencias y conocimientos entre los miembros del grupo, con lo que puede convertirse en un medio efectivo de capacitación y promover el

compromiso con las acciones posteriores. En este sentido, su implementación, favorece la permanencia de éstos en los equipos de trabajo para los cuales son seleccionados.

Ahora bien, en la dinámica de los Procesos DRV se comienza por la definición y estimación de los parámetros del proceso decisorio; a través de una serie ejercicios grupales.

Es importante destacar que las personas expresan sus preferencias a través de la función de utilidad multiatributo aditiva (Keeney y Raiffa, 1993). Los datos que se obtienen, se consideran muestras observadas de variables aleatorias multidimensionales.

Para este método, es conveniente valorar si los datos de utilidades aportados por los integrantes de un grupo de trabajo, pueden considerarse extraídos de una población Normal. Esta condición puede utilizarse como evidencia de que los integrantes del grupo de trabajo logran compatibilizar sus preferencias y homogeneizar sus opiniones. Cabe señalar, que un escenario de falta de acuerdo por parte de los integrantes del grupo, puede representarse con una distribución de probabilidades Uniforme.

Precisamente, uno de los aportes de la presente investigación consiste en brindar información pertinente para la elección de una prueba de ajuste al Modelo Normal Univariado. En efecto, se busca una herramienta que sea potente para analizar pequeñas muestras y detectar la distribución de probabilidades Uniforme como distribución alternativa a la Normal.

La dinámica de los Procesos DRV, luego de la homogeneización de los juicios del grupo de decisión, sigue con el ordenamiento de las alternativas de decisión con base en las valoraciones global obtenidas.

Este ordenamiento se logra, a partir de la realización de múltiples pruebas de comparación de medias para variables aleatorias dependientes. En particular y para acotar la probabilidad de cometer Error Tipo I, que consiste en rechazar una suposición que es correcta, se recurre al algoritmo diseñado por Benjamini y

Yekutieli (2001) que controla la Tasa de Falso Descubrimiento (FDR) propuesta por Benjamini y Hochberg (1995).

Hasta aquí se plantea, en términos generales, un método estadístico para abordar la selección de equipos de trabajo desde una perspectiva grupal.

En síntesis en el presente documento, *se propone un modelo consensuado para la selección de los integrantes de los equipos de trabajo, de modo de satisfacer las siguientes condiciones: debe ser técnicamente capaz y responder a las necesidades individuales y grupales de los dependientes para resultar confiable.*

Este modelo se desarrolla a partir de la implementación del método estadístico Procesos DRV; para el cual también se proponen mejoras.

1.4 Objetivos

1.4.1 *Objetivo General*

Implementar métodos estadísticos orientados a la toma de decisiones desde una perspectiva grupal, para resolver el problema de la selección de equipos de trabajo.

1.4.2 *Objetivos específicos*

- Indagar en la literatura estadística, pruebas de ajuste al Modelo Normal Univariado más sensibles para la detección de la distribución de probabilidades Uniforme como alternativa a la Normal - cuando se dispone de pequeñas muestras de datos- y efectuar un análisis comparativo en base a la disponibilidad en *software* estadísticos con interfaces amigables y el grado de complejidad de los correspondientes estadísticos de prueba.
- Determinar la potencia empírica para la detección de la distribución Uniforme como alternativa a la Normal para pequeñas muestras de datos, de las pruebas seleccionadas.
- Elicitar los parámetros del proceso de toma de decisiones y estimarlos mediante una serie de ejercicios grupales.
- Utilizar variables aleatorias multidimensionales para valorar las competencias de los dependientes de la organización en condiciones de ser seleccionados y ajustar distribuciones marginales de probabilidad para los componentes de las mismas.

- Utilizar una variable aleatoria multidimensional que permita valorar globalmente a las personas que pueden ser seleccionadas y aproximar a las distribuciones de probabilidad marginal de sus componentes.
- Generar un ordenamiento de los candidatos mediante la aplicación de múltiples pruebas de comparación de medias para muestras dependientes, controlando los potenciales errores.
- Proponer e implementar una modalidad de asignación de personas a puestos de trabajo.

1.5 Hipótesis de trabajo

El abordaje del problema de selección de equipos de trabajo, a través de métodos estadísticos para la toma de decisiones desde una perspectiva grupal, favorece el conocimiento compartido y el compromiso de los integrantes del equipo de trabajo, con las acciones a implementar en la organización. Esto a su vez, parece facilitar la permanencia de los dependientes de la organización en los equipos de trabajo hasta la culminación del proyecto para el que fueron asignados.

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA

2.1 Introducción

En el presente capítulo, se describen las estrategias metodológicas utilizadas para la consecución de cada uno de los objetivos específicos planteados, en pos de resolver el problema de selección de equipos de trabajo desde una perspectiva grupal.

Como fue señalado anteriormente, el método Procesos DRV asume que la distribución de probabilidades Normal caracteriza a un escenario en el cual se alcanza el acuerdo en la decisión grupal. En tanto, la distribución de probabilidades Uniforme, representa una situación en la que los participantes asignan utilidades de manera aleatoria; evidencia de un estado de no acuerdo. Luego, la verificación del supuesto de normalidad se constituye en una herramienta para valorar el nivel de consenso alcanzado en torno a la decisión de estos pequeños grupos.

En el ámbito de la Estadística se proponen muchas pruebas de hipótesis para verificar normalidad. Es por ello, que en el presente documento se realiza una revisión bibliográfica sobre pruebas de ajuste al Modelo Normal Univariante o Univariado y se propone la selección de un conjunto de éstas, con base en los tres criterios siguientes: potencia; amigabilidad de la estrategia; facilidades para la implementación.

En cuanto a la potencia, un inconveniente es que su estudio se ha realizado solo para muestras de veinticinco o más datos. Esta condición no se verifica en

general, en las aplicaciones de decisión grupal, donde los grupos suelen incluir a menos de veinte personas. Por ello, para el análisis se eligen aquellas pruebas que, según experiencias documentadas evidencian tener mayor potencia para la detección de distribuciones alternativas no normales simétricas. A continuación, se determina la potencia empírica de las pruebas seleccionadas, para tamaños de muestra de diez y quince datos, cuando la distribución de probabilidades original es la Uniforme; cabe consignar que la distribución rectangular puede considerarse como la peor condición para la prueba.

Además se atiende a la amigabilidad del procedimiento; se considera preferible que la estrategia y especialmente el estadístico de prueba, resulten comprensibles para los usuarios, aunque no tengan una fuerte formación en Estadística. Por último se analiza la facilidad de implementación, lo cual implica disponibilidad de *software* o posibilidad para su implementación con hojas de cálculo.

Con base en esta estrategia metodológica, se obtienen resultados que permiten la recomendación de la prueba o conjunto de pruebas de ajuste que conviene implementar en la dinámica del método.

Específicamente, para la resolución del problema de selección de equipos de trabajo desde una perspectiva grupal, se realizaron múltiples entrevistas y ejercicios grupales en la organización estudiada. Durante estas intervenciones se aplicaron distintos instrumentos para coleccionar datos. Entre los más utilizados se encuentran la Grilla de Repertorio de Kelly y las rutinas del método estadístico Procesos DRV.

La Grilla de Repertorio posibilita la elicitación de las competencias que permiten valorar a un dependiente para un rol dado, entre los cuatro roles posibles. Son muchos los aportes orientados al análisis y aplicación de estas herramientas (Kelly, 1955; Alexander *et al.* 2010).

Respecto al método estadístico Procesos DRV, se presenta una descripción del mismo. Esta aproximación permite valorar a los candidatos en condiciones de

ser elegidos para un rol dado y generar conocimiento y consenso en torno al proceso de selección.

Ahora bien, a partir de las herramientas estadísticas implicadas en este método y en el marco de ejercicios grupales, se expresa el problema de selección de equipos de trabajo en cuatro árboles de decisión; cada uno de los cuales corresponde al objetivo de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado. Cabe recordar que los equipos de trabajo están conformados por cuatro roles: Referente de la organización, Analista Funcional, Desarrollador y Analista de Testeo.

Sigue la descripción del procedimiento implicado en el método, para la estimación de los pesos de las competencias elicitadas para cada uno de los cuatro roles requeridos. Además se presenta el modo en que se realiza la definición y utilización de variables aleatorias multidimensionales, para valorar dichas competencias. Finalmente se apela a la definición y utilización de una nueva variable aleatoria multidimensional, que permite valorar globalmente a los dependientes para un rol dado.

Con base en esta información, se propone una modalidad para realizar el ordenamiento de los candidatos considerados, a partir de la aplicación de múltiples pruebas de comparación de medias para muestras dependientes. Con esta finalidad, se aplica el Algoritmo BY propuesto por Bejamini y Yekutieli (2001), para controlar la probabilidad de cometer un Error Tipo I.

Es preciso señalar, que los ejercicios grupales propuestos para la agregación y luego el ordenamiento de los candidatos presentados, constituyen una instancia de ajuste de los pesos estimados de cada una de las competencias, para cada uno de los cuatro roles. Es decir, las personas participantes en estos ejercicios no eligen de manera directa, sino que brindan información que permite estimar los parámetros del modelo con el que se sustenta la decisión.

En síntesis, se construye un modelo para la selección de equipos de trabajo, desde una perspectiva grupal. Dicho modelo supone la estimación de los pesos de las competencias, para cada uno de los cuatro roles. La creación de una base de

datos que contenga las valoraciones globales de dichas competencias, para cada uno de los dependientes factibles de ser elegidos y asignados a uno de los cuatro roles requeridos en los equipos de trabajo. Cabe señalar que esta base requiere de permanente actualización. Finalmente, con la información de dicha base de datos y los pesos ajustados de las competencias definidas, se realiza un proceso clásico de asignación de personas a puestos de trabajo, a través de Programación Lineal en su modalidad Binaria.

Respecto de la estructura del presente capítulo; se comienza con la descripción de la modalidad de intervención en la empresa y especialmente, las estrategias planteadas durante las entrevistas. Se incluye un apartado en el que se explicitan conceptos y propiedades estadísticas de las variables aleatorias multidimensionales. Luego, se resume el método Procesos DRV; se desarrollan las fases de estabilización, agregación y ordenamiento que supone el mismo y la justificación conceptual, psicológica y sociológica del método.

A continuación, se presentan los criterios a considerar para la selección de la prueba o conjunto de pruebas de ajuste al Modelo Normal Univariado o Univariante, para la evaluación del supuesto de normalidad de las distribuciones marginales de las componentes de las variables aleatorias multidimensionales que utiliza el método.

De este modo se piensa la organización planteada, con la finalidad de que el lector primero tenga conocimiento del método y pueda entonces comprender, el sentido y la importancia del requerimiento de la evaluación del supuesto de normalidad antes mencionado.

Por último, se describe la modalidad Binaria de la herramienta Programación lineal para la asignación de personas a puestos de trabajo.

2.2 Entrevistas y ejercicios grupales

El problema de selección de equipos de trabajo comienza cuando al recibir la solicitud de un nuevo proyecto, la empresa debe poder identificar cuáles son las

personas que se encuentran disponibles, elegir las y asignarlas a las funciones requeridas.

Cabe recordar que, ante cada requerimiento de los clientes, la empresa que ofrece el alquiler de servicios informáticos selecciona un equipo de personas que desempeñen los siguientes roles: Referente de la organización, Analista Funcional, Analista de Testeo y Desarrolladores. Para esta selección, deben considerarse ciertas competencias.

Entonces con la finalidad de elicitar las competencias que se requieren para cada uno de los cuatro roles indicados, se realizan una serie de entrevistas individuales a los Socio-Gerentes de la empresa, al Gerente de Desarrollo y a un grupo de 12 personas que cumplen distintos roles y son líderes de proyecto.

Estas entrevistas se estructuran a través de la Grilla de Repertorio de Kelly; herramienta que se fundamenta en la Teoría de Constructos Personales (Kelly, 1955; Alexander *et al.*, 2010). Conforme a dicha teoría, las personas construyen su mundo individual a partir de la interpretación que hacen del mundo exterior. Este sistema de construcción, está compuesto por un número finito de elementos dicotómicos denominados constructos bipolares.

Los constructos se entienden como referenciales que utilizan las personas para conducir su accionar. En este marco se inscribe la Grilla de Repertorio, método que facilita la interpretación del modo en que una persona da sentido a sus experiencias, por lo que se constituye en una adecuada interface para la realización de entrevistas.

La versión de grilla que se aplica en este trabajo, es la rejilla de puntuaciones. Esta herramienta se presenta en un formato de tabla de doble entrada o matriz de datos. Los elementos a conceptualizar se disponen en las columnas. En tanto, los constructos bipolares que operan como criterios de evaluación para estos elementos, se ubican en las filas.

En el extremo derecho de cada fila se colocan los constructos emergentes (positivos) y a la izquierda los constructos opuestos (negativos). Por último, en cada celda de la matriz se consigna un puntaje que expresa la valoración de los

elementos en términos de cada uno de los constructos. Esta valoración se realiza según que el elemento se acerque a un polo u otro, del constructo correspondiente.

Con base en las Grillas de Repertorio que surgen de cada entrevista individual, se realiza un taller con el grupo de entrevistados para identificar recurrencias en las competencias elicidadas. Este análisis se sustenta en corolario de comunalidad postulado por Kelly, que hace referencia a las similitudes observables en los procesos de construcción de la experiencia de personas pertenecientes a un mismo grupo, según lo manifiesta Martínez Sánchez (2004).

En la Grilla resultante de este taller, quedan determinadas las competencias requeridas para evaluar cada rol -parámetros del proceso de decisión o criterios.

A continuación, con el propósito de estimar estos parámetros del proceso de decisión (criterios) se sigue con otra serie de talleres y ejercicios grupales; con el mismo grupo de personas.

Es necesario aclarar, que el grupo de las 12 personas que participan en todos los ejercicios y talleres, no son los dependientes posibles de seleccionar. Si bien, este grupo de 12 personas ocupan los puestos para los cuales se efectúa la selección, además cumplen la función de líderes de proyecto. El hecho de que participen activamente en el planteamiento del modelo, favorece que las decisiones que se toman durante la implementación de mismo, sean aceptadas con mayor grado de compromiso y comprensión.

En el primero de estos talleres, se acuerdan las definiciones de las competencias consensuadas (criterios que permiten valorar a una persona para un rol requerido) y los cuatro roles considerados para un equipo de trabajo. En tanto, en los talleres siguientes, se estiman los pesos de las competencias (parámetros del proceso de decisión), los que se usan como referenciales para la valoración de una persona para un rol.

Es importante destacar que fueron necesarios cuatro de estos talleres para estimar los pesos de las competencias para cada uno de los cuatro roles considerados.

Al término de estos cuatro talleres, quedan especificados las estimaciones de los pesos de los criterios para cada uno de los cuatro roles. De esta manera se logra la definición y estimación de los parámetros del proceso de decisión grupal.

Los ejercicios grupales que siguen, siempre en formato de taller, se orientan a la obtención de una valoración global de un grupo de candidatos ficticios, para cada uno de los roles a cubrir.

Con estos últimos talleres se logra ajustar, los parámetros estimados para el modelo de selección de equipos de trabajo.

Después del ajuste del modelo, es necesario construir una base de datos con parámetros del sistema y la información relevante de las personas que integran la organización y que se encuentran disponibles.

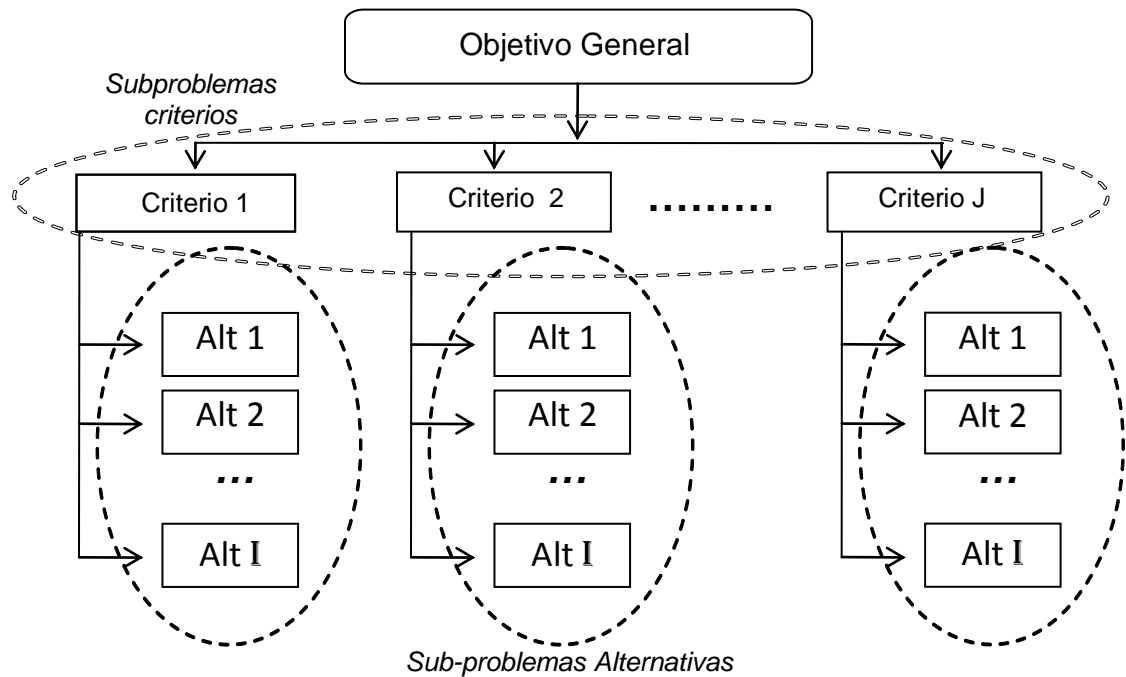
Obviamente, para que este sistema funcione, las valoraciones deben ser actualizadas con una alta periodicidad.

2.3 Descripción del método estadístico, Procesos DRV

Sea un equipo de trabajo de N miembros. El algoritmo DRV asume que el grupo puede estructurar el problema de decisión y que es capaz de representar el mismo en un diagrama de árbol. Dicho árbol puede dividirse en sub-problemas como se muestra en la Figura 2.1.

Así por ejemplo, un sub-problema es la comparación de los criterios entre sí. Cabe precisar que los criterios, son los atributos que van a ser considerados a la hora de efectuar valoraciones individuales. En tanto, otro de los sub-problemas es la comparación de las alternativas a la luz de cada criterio. Los pesos o la importancia relativa de estos atributos, se denominan habitualmente parámetros del proceso de toma de decisiones.

Figura 2.1 - Árbol del proceso de decisión y sub-problemas asociados



El problema de selección de equipos de trabajo implica cuatro árboles de decisión, tantos como roles a cubrir; en cada uno de ellos el objetivo general plantea seleccionar un candidato adecuado para un rol dado (Referente de la organización, Analista Funcional, Desarrollador y Analista de Testeo).

A su vez, en cada uno de estos árboles de decisiones se tienen $I+1$ sub-problemas. El primero de estos sub-problemas, es el sub-problema criterios. En términos de la selección de un candidato para un rol dado, las competencias elicidadas se constituyen en los J -criterios a considerar, para valorar a cada uno de los candidatos a elegir; siendo éstos últimos las I -alternativas.

Los elementos que conforman estos problemas se identifican con los subíndices j, i, n , con los límites que se describen a continuación:

$J =$ cantidad de criterios (competencias elicidadas)

$I =$ cantidad de alternativas (dependientes a seleccionar)

$N =$ cantidad de personas que participan en ejercicio de decisión

Un supuesto clave de los Procesos DRV es que los individuos, cuando establecen sus prioridades, asignan mayor o menor peso a cada elemento (criterios y alternativas), dependiendo de una gran cantidad de condiciones. Es posible entonces, representar las prioridades asignadas a los elementos de un cierto sub-problema (criterios o alternativas), a partir de una variable aleatoria genérica U_k como se indica en la expresión (2.1); donde Y_i representa esos múltiples efectos que influyen las asignaciones.

Estas múltiples influencias se vinculan con las percepciones y valores de cada individuo; dicho de otro modo, dependen de las experiencias previas, la historia personal, las inquietudes e intereses y la subjetividad individual, por citar algunos.

$$U_k = \sum_{i=1}^L Y_i \quad (2.1)$$

Este supuesto, se sustenta en la idea de que si los efectos Y_i de la expresión (2.1) tienen un impacto similar, con un razonamiento compatible con el Teorema del Límite Central, la variable aleatoria genérica U_k debe ser normalmente distribuida $N(\mu_k, \sigma_k^2)$.

Ahora bien, la aplicación de los procesos DRV se realiza en tres fases: la fase de estabilización de los $I+1$ sub-problemas; la fase de agregación y por último, la fase de ordenamiento de las alternativas de decisión.

Para los objetivos del método, la primera fase es la fundamental, porque durante su realización se generan buena parte de los beneficios del mismo, a nivel de aprendizaje e integración del grupo de trabajo.

Cabe recordar que, justamente la decisión de implementar el método estadístico Procesos DRV, radica en la posibilidad que proporciona éste de

abordar el proceso decisorio desde una perspectiva grupal y por tanto, involucrar a los integrantes de los equipos de trabajo en la propuesta de solución al problema que se plantea.

2.3.1 Fase de Estabilización

Al iniciar el estudio de uno de los I+1 sub-problemas; por ejemplo del sub-problema competencias; es posible que los conocimientos, las preferencias y por ende, las prioridades del grupo, sean completamente diferentes.

Entonces, para alcanzar el acuerdo se realiza un ciclo iterativo de análisis del sub-problema en cuestión. Este análisis permite el intercambio de conocimientos y experiencias, y contribuye de ese modo, a la reducción de las diferencias de posturas entre los miembros.

Para verificar si se ha conseguido el estado estable, se solicita a los integrantes del grupo asignen utilidades de tipo subjetivo a los elementos comparados (Keeney y Raiffa, 1993; Gomes *et al.* 2004). Un supuesto básico de esta herramienta, es que las personas pueden representar sus preferencias y posturas, mediante el empleo de números reales que habitualmente se definen en la escala comprendida entre cero y uno.

Por otra parte, en la lógica de los Procesos DRV, se entiende que es imposible que dos personas que integran un grupo de trabajo, asignen estrictamente las mismas utilidades. Resulta que las utilidades toman valores dentro de un conjunto infinito y acotado de números reales; por tanto, no es factible que dos individuos coincidan exactamente en su preferencia. En otras palabras, el método asume esas diferencias entre los juicios de los integrantes del grupo como una variabilidad natural.

La asignación de utilidades a dichos elementos es una tarea individual y se efectúa del mismo modo, tanto para los criterios como para las alternativas.

Durante el análisis del sub-problema competencias (sub-problema 1), se busca determinar los pesos de las J-competencias para cada uno de los roles

requeridos, a través de la variable aleatoria J-dimensional W , como se expresa en (2.2). Cabe recordar que, para cada uno de los cuatro roles, se obtiene una variable aleatoria multidimensional W .

$$W = (W_1, W_2, \dots, W_J) \quad (2.2)$$

En términos matriciales se tiene la expresión (2.3), para la matriz de datos W , con J-variables univariadas de N elementos cada una; para un rol dado.

$$W = [w_{(1)} \quad w_{(2)} \quad \dots \quad w_{(J)}] \quad (2.3)$$

Dicho de otro modo:

$$W = \{w_{jn}\} \text{ donde} \quad (2.4)$$

$$j = 1, \dots, J \text{ y } n = 1, \dots, N$$

Ahora bien, para el sub-problema 1 de un rol determinado; las ponderaciones asignadas a las J competencias, representan J muestras de N elementos, una por cada competencia. Dichas ponderaciones (numerador), se estandarizan por la regla de la suma (denominador), como se indica en la expresión (2.5); y pueden considerarse como observaciones de una variable aleatoria multidimensional llamada W , con una distribución marginal para cada componente W_j .

$$w_{jn} = \frac{x_{jn}}{\sum_{j=1}^J x_{jn}} \quad (2.5)$$

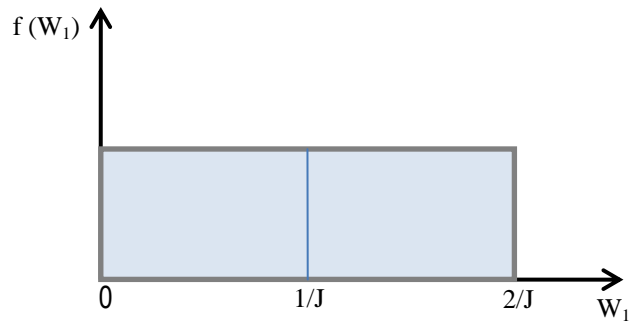
En términos matriciales:

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & \cdots & w_{J1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{1N} & \cdots & w_{JN} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Para el método, una situación de falta de acuerdo puede ser reflejada por distribuciones marginales Uniformes, para cada una de las componentes de variable aleatoria multidimensional W . En cambio, si los integrantes acercan sus posiciones, las utilidades asignadas deberían ser similares y la distribución esperable es la Normal.

En otras palabras, al iniciar el estudio de las competencias o parámetros del proceso decisorio para un rol dado, es frecuente que las asignaciones de importancia realizadas en forma individual por los participantes del grupo, se encuentren completamente dispersas. El peor escenario posible es que las medias verdaderas de las J -competencias sean iguales y que las distribuciones marginales de los componentes de W_j sean Uniformes, como se representa en la Figura 2.2, para por ejemplo W_1 .

Figura 2.2 - Función de densidad de probabilidad para la competencia J



Respecto a la distribución rectangular de estas marginales, en una situación de absoluta falta de consenso, puede suponerse que se encuentran definidas en el intervalo $[0; 2/J]$. De este modo, los parámetros de estas uniformes son los siguientes:

$$\mu = 1/J \quad (2.7)$$

$$\sigma^2 = \frac{(2/J)^2}{12} \quad (2.8)$$

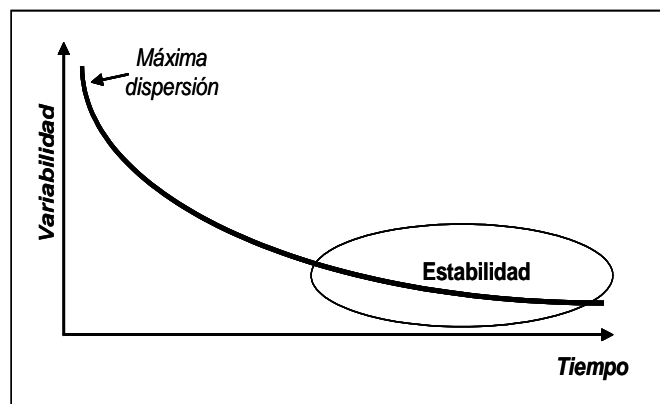
Ahora bien, para verificar si el proceso se encuentra estable, también se puede emplear un indicador denominado IVR (Índice de Variabilidad Remanente). Para el cálculo del mismo, se plantea una descomposición de la suma de cuadrados total de la matriz de datos W para un rol dado, como se presenta en la expresión (2.9).

$$SC_{w-total} = \sum_{j=1}^J (\bar{w}_j - \bar{w})^2 + \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N (w_{j,n} - \bar{w}_j)^2 \quad (2.9)$$

Donde \bar{w} es la media general y \bar{w}_j es el promedio para cada uno de las J-competencias. En el segundo miembro de (2.9), el primer término puede denominarse: suma de cuadrados entre elementos (SCE) y el segundo: suma de cuadrados dentro de los elementos (SCD).

Se espera que si los participantes efectúan una asignación cuando se inicia el análisis, la dispersión sea elevada. La sumatoria SCD es la que representa las diferencias entre las opiniones y la que debe disminuir a medida que progresa el análisis, como se muestra en la Figura 2.3.

Figura 2.3 - Disminución de la variabilidad (SCD) en los Procesos DRV



A los efectos de contrastar esta sumatoria (SCD) con algún valor de referencia, Zanazzi y Gomes (2009) recomiendan calcular una suma total de cuadrados representativa de la condición de falta de acuerdo SCU, como se muestra en la expresión (2.10).

$$SCU_{Dentro} = J(N-1) \frac{\left(\frac{2}{J}\right)^2}{12} = \frac{N-1}{3J} \quad (2.10)$$

Así entonces, es posible suponer que a medida que progresa el análisis del sub-problema en cuestión, la suma de cuadrados SCD desciende desde un valor cercano a SCU hasta un mínimo propio de la estabilidad (Figura 2.3). Conforme a dicha Figura, es posible disminuir la variabilidad en dos o tres pasos de análisis sucesivos, hasta una condición de estabilidad donde las opiniones individuales ya no pueden variar de modo significativo y no sea factible continuar la reducción.

La metodología propone entonces, para el cálculo del IVR la relación planteada en la expresión (2.11).

$$IVR = \left(\frac{SCD}{SCU}\right) \% \quad (2.11)$$

Experimentalmente se ha determinado que valores de IVR menores a 25% pueden considerarse como evidencia de estabilidad (Zanazzi y Gomes, 2009).

Hasta aquí, se plantea paso a paso el procedimiento propuesto en los Procesos DRV, para verificar la condición estable en el sub-problema competencias para un rol dado.

El mismo razonamiento se aplica para las valoraciones de los candidatos a elegir para el equipo de trabajo, en base a cada uno de las competencias elicidadas y pada cada uno de los cuatro roles requeridos. Dichas valoraciones pueden

considerarse como observaciones de una variable aleatoria multidimensional llamada U_i , como se indica en (2.12):

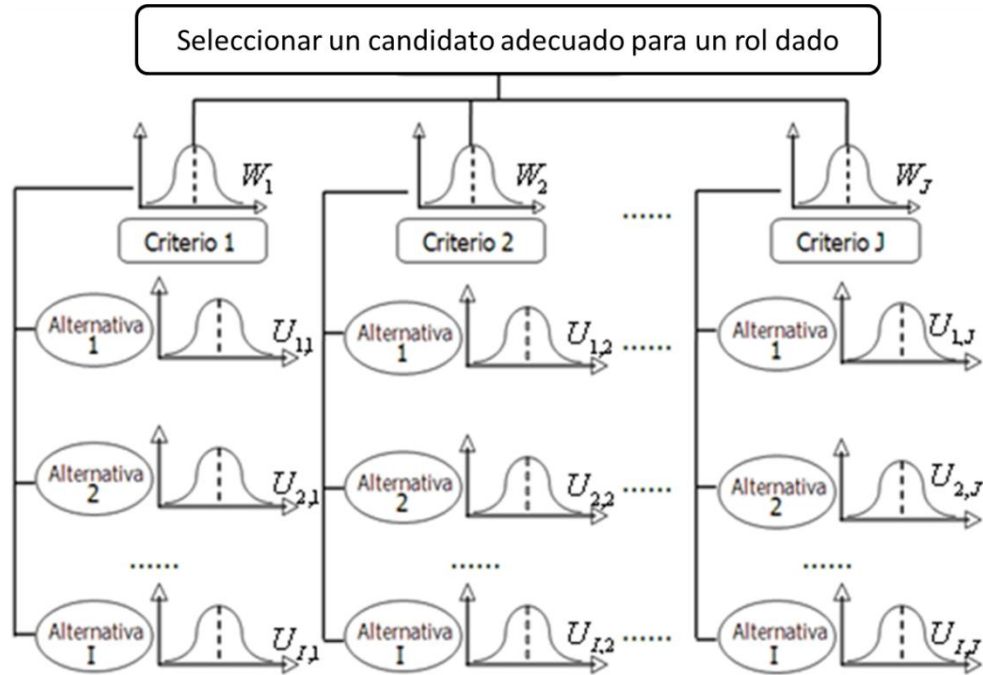
$$U_i = (U_{i,1}, U_{i,2}, \dots, U_{i,J})' \quad (2.12)$$

Entonces, el problema de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado tiene la estructura que se muestra en la Figura 2.4 y constituye el modelo aleatorio multivariado (W, U_i) , para cada una de los cuatro roles que se requieren en los equipos de trabajo. Por supuesto, las distribuciones se ajustan a partir de las muestras observadas de las variables aleatorias componentes de W y U_i . Estas componentes tienen las siguientes características.

$$W_j \sim N(\mu_{w_j}, \sigma_{w_j}^2) \quad (2.13)$$

$$U_{ij} \sim N(\mu_{u_{ij}}, \sigma_{u_{ij}}^2) \quad (2.14)$$

Figura 2.4 - Problema con las distribuciones de probabilidad asociadas



2.3.2 Propiedades estadísticas del estado estable

Sea U_k una variable aleatoria genérica como se muestra en la expresión (2.1). Si las observaciones de U_k se obtienen a partir del procedimiento de estandarización presentado en (2.5), estas ponderaciones están linealmente relacionadas a través de la expresión:

$$\sum_{k=1}^K U_k = 1 \quad (2.15)$$

Ahora bien, cuando el equipo de trabajo alcanza la condición estable para un sub-problema, el método plantea descomponer las opiniones de los integrantes del grupo respecto al elemento k que se está analizando, del siguiente modo:

$$U_k = \mu_k + \varepsilon_{kn} \quad (2.16)$$

Donde μ_k es la media del elemento k, en tanto que ε_{kn} es una variable aleatoria con media cero, que representa la desviación de la utilidad asignada por el individuo n respecto a la media del grupo en el elemento k. A partir de la expresión (2.15), se deduce (2.17) y (2.18):

$$\sum_{k=1}^K \mu_k = 1 \quad (2.17)$$

$$\sum_{k=1}^K \varepsilon_{kn} = 0 \quad (2.18)$$

De modo que:

$$\varepsilon_{mn} = - \sum_{k=1}^K \varepsilon_{k,n} \quad \forall k \neq m \quad (2.19)$$

En la expresión (2.19), se señala que si el individuo n presenta una desviación en más respecto a la media de su grupo en uno de los elementos, este alejamiento se compensa con desviaciones en menos en el resto.

Sea ρ_{sr} la correlación entre dos elementos cualquiera s y r . Conforme con la expresión (2.5), esta correlación es siempre negativa. En el caso que sean dos los elementos comparados se tiene que $\rho_{sr} = (-1)$, en tanto que $\rho_{sr} > (-1)$ cuando $K > 2$.

En forma general, se plantea que:

$$\rho_{sr} \rightarrow 0 \text{ cuando } K \rightarrow \infty \quad (2.20)$$

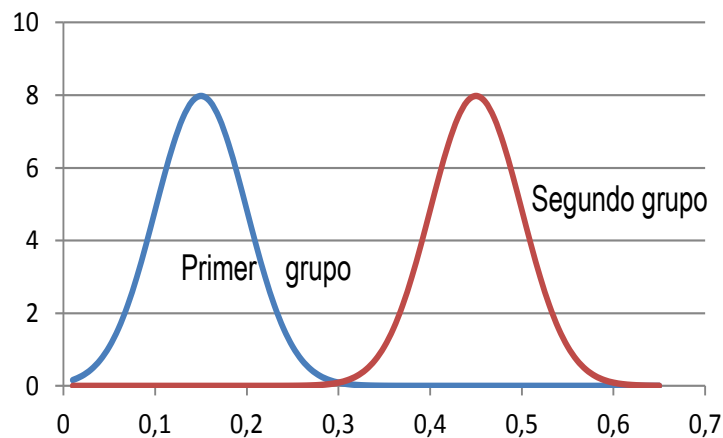
El método entonces, supone que las utilidades estandarizadas según la expresión (2.5), asignadas por los integrantes de un grupo que logra estabilizar el proceso de análisis de un determinado sub-problema, pueden representarse con una variable aleatoria multidimensional que tiene distribuciones marginales normales y coeficientes de correlación que tienden a cero a medida que aumenta la cantidad de elementos comparados.

En resumen, cuando el equipo de trabajo alcanza la condición de estabilidad, la estructura de preferencias cuantificada con una función de utilidad cardinal estandarizada mediante la regla de la suma, respecto a los elementos que componen un determinado sub-problema, debe verificar las siguientes condiciones:

- Las utilidades toman valores dentro de un conjunto infinito y acotado de números reales. Por ese motivo, no es factible que dos individuos coincidan exactamente en su preferencia.

- Si los individuos han logrado compatibilizar sus preferencias y homogeneizar sus opiniones, las utilidades deben concentrarse de un modo que puede ser representado por la distribución normal.
- Si en el equipo subsisten dos o más subgrupos con valores muy diferentes, la representación de las preferencias del conjunto requiere de tantas normales como subgrupos haya (Figura 2.5). En este caso los grupos tienen posturas encontradas. Forzar una agregación puede conducir a una decisión que sea escasamente representativa del conjunto.

Figura 2.5 - Funciones de densidad de dos grupos, respecto a una misma alternativa de decisión



2.3.3 Fase de Agregación

En el método Procesos DRV, cuando en todos los sub-problemas del árbol de decisión se alcanza el estado estable (Figura 2.1), es factible determinar valores globales para cada alternativa.

Cabe recordar que el problema de selección de equipos de trabajo se representa en cuatro árboles de decisión, cada uno de los cuales responde a la intención de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado.

Luego de la fase de estabilización para los I+1 sub-problemas de cada árbol de decisión, se procede a obtener los valores globales para cada uno de los I-candidatos puestos a consideración para ser seleccionados en un determinado rol.

Para la obtención de dichos valores globales, el método Procesos DRV ofrece la posibilidad de agregar a partir de: ponderación lineal y formulación del método *TODIM*. Esta última, incorpora la Teoría de las Perspectivas (Kahneman y Tversky, 1979), que hizo merecedores del Premio Nobel de Economía en el año 2002 a Daniel Kahneman, uno de sus autores.

En la primera variante, si W_j representa los pesos asignados a cada uno de los j criterios (competencias) por n participantes del grupo y U_{ij} representa las prioridades asignadas a cada candidato para una competencia dada; la contribución parcial a la prioridad asignada a una alternativa genérica i , cuando se considera el criterio j , se obtiene como el producto de las dos variables aleatorias mencionadas, conforme a:

$$Z_{ij} = W_j * U_{ij} \quad (2.21)$$

Cabe recordar que los supuestos básicos de la decisión multicriterio llevan a pensar que la asignación de utilidades efectuadas respecto al criterio j , se realiza de forma tal que prescinde de la ponderación efectivamente recibida por dicho criterio. Con este razonamiento, el coeficiente de correlación entre W_j y U_{ij} debe valer cero.

Por otra parte, según se expresa en (2.13) y (2.14), la función de distribución de probabilidad de Z_{ij} puede formularse como:

$$P(W_j * U_{ij} < z) = \iint_{(w,u) \in \{W_j * U_{ij} < z\}} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sigma_{W_j} \sigma_{U_{ij}}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{w_j - \mu_{W_j}}{\sigma_{W_j}} \right)^2} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{u_{ij} - \mu_{U_{ij}}}{\sigma_{U_{ij}}} \right)^2} dw du \quad (2.22)$$

Si bien esta última integral no puede resolverse por la vía analítica, es factible representarla con una Distribución Normal (Zanazzi y Gomes, 2009). A partir de este supuesto, el peso global de una alternativa genérica (V_i), también es Normal y se puede expresar como sigue:

$$V_i = \sum_{j=1}^J W_j * U_{ij} = \sum_{j=1}^J Z_{ij} \quad (2.23)$$

En la expresión anterior, V_i es la variable aleatoria que refleja las valoraciones individuales efectuadas sobre la alternativa i (candidato i), por los integrantes del grupo de decisores; componente de la variable aleatoria multidimensional V :

$$V = (V_1, V_2, \dots, V_I)' \quad (2.24)$$

Se hace notar, que en el problema de selección de equipos de trabajo, para cada uno de los cuatro roles se obtiene una variable multidimensional V .

Ahora bien, dado que Z_{ij} es una variable aleatoria univariada que puede ser representada por una distribución normal, se deduce que:

$$V_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2) \quad (2.25)$$

Donde,

$$\mu_{ij} = E(z_{i,j}) = E(W_i) * E(U_{i,j}) \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^2 &= Var(Z_{ij}) \\ &= \{[E^2(W_j) + Var(W_i)] * [E^2(U_{ij}) + Var(U_{ij})]\} \\ &\quad - E^2(W_j) * E^2(U_{ij}) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Es necesario aclarar que en la expresión (2.27), se asume que las variables W_j y U_{ij} pueden considerarse independientes.

En este punto cabe recordar que en todo el ámbito de la decisión multicriterio, los criterios deben ser escogidos de modo tal que midan cualidades diferentes. Si esto es así, entonces corresponde pensar que las valoraciones que recibe la alternativa i , para los criterios j y $j+1$ pueden nuevamente ser consideradas como independientes entre sí. Con lo cual:

$$E (V_i) = \sum_{j=1}^J E (Z_{ij}) = \sum_{j=1}^J \mu_{ij} \quad (2.28)$$

$$Var (V_i) = \sum_{j=1}^J Var (Z_{ij}) = \sum_{j=1}^J \sigma_{ij}^2 \quad (2.29)$$

Pueden obtenerse de este modo las medias y las varianzas de las distribuciones normales que representan las ponderaciones globales de cada una de las alternativas (candidatos). Para el problema de selección de un candidato adecuado para un rol dado, se tiene entonces información para luego realizar un posible ordenamiento de los candidatos.

Más allá de estas consideraciones, lo relevante es que las valoraciones globales pueden ser analizadas como variables aleatorias unidimensionales con distribución Normal.

Por otra parte y como se menciona al comienzo de este apartado, el método propone otra metodología para la agregación, mediante las expresiones del método *TODIM* (Gomes y Zanazzi, 2012). Para ello se adopta uno de los criterios como referencial (criterio r) y se calculan las tasas de sustitución de ese criterio con los otros, como se muestra en:

$$a_{rj} = \frac{\mu_{wj}}{\mu_{wr}} \quad (2.30)$$

Luego se calculan matrices de dominancia parciales y una matriz de dominancia final. La dominancia parcial de la alternativa i con respecto a otra alternativa m , bajo el criterio j , se obtiene mediante:

$$\delta(i,m) = \sum_{j=1}^J \Phi(i,m) \quad \forall 1 \leq i \leq I, 1 \leq m \leq I \quad (2.31)$$

En la expresión (2.31), $\phi(i,m)$ representa la contribución parcial del criterio j a la función $\delta(i,m)$, es decir, el cambio global obtenido al reemplazar la alternativa número m por la alternativa número i , considerando el criterio j .

Si la media de la alternativa i es mayor que la de la alternativa m , se obtienen ganancias, en caso contrario se tienen pérdidas. El cálculo puede realizarse con las expresiones (2.32), (2.33) y (2.34).

$$\Phi(i,m) = 0 \quad \forall i = m \quad (2.32)$$

$$\Phi(i,m) = \left(a_{rj} (\mathbf{U}_{ij} - \mathbf{U}_{mj}) : \sum_{j=1}^J a_{rj} \right)^{1/2} \quad \text{cuando hay ganancias} \quad (2.33)$$

$$\Phi(i,m) = -\frac{1}{\theta} \left(\left(\sum_{j=1}^J a_{rj} \right) (\mathbf{U}_{ij} - \mathbf{U}_{mj}) : a_{rj} \right)^{1/2} \quad \text{cuando hay pérdidas} \quad (2.34)$$

De este modo, la dominancia global de la alternativa número i , se obtiene como la suma de las dominancias parciales, mediante la expresión (2.35), que representa el resultado total de escoger la alternativa número i y omitir las otras.

$$v_i = \sum_{m=1}^I \delta(i,m) \quad (2.35)$$

De esta manera se obtienen valores globales para cada alternativa, de parte de cada miembro del grupo.

2.3.4 Fase de Ordenamiento

La variable aleatoria multidimensional V de i -dimensiones, permite modelar los pesos globales para cada alternativa i (candidato i). Cada una de las i -variables univariadas que componen la variable V , siguen una distribución de probabilidades normal.

Para obtener las valoraciones globales de cada candidato, con los N participantes en el ejercicio grupal, debe hacerse el siguiente producto matricial:

$$\begin{bmatrix} u_{11n} & \cdots & u_{1jn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{I1n} & \cdots & u_{Ijn} \end{bmatrix} x \begin{pmatrix} w_{1n} \\ \vdots \\ w_{jn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1n} \\ \vdots \\ v_{In} \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Si se componen las transpuestas del vector obtenido mediante (2.36), a razón de un candidato por fila, se obtiene la matriz V (2.37).

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{I1} & \cdots & v_{IN} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Para el ordenamiento de las i -variables univariadas que componen a V , el método propone en primer lugar, calcular las estimaciones puntuales de las medias poblacionales de los pesos por alternativa i (candidato i); en base a las muestras aleatorias de valores globales para cada alternativa i . De esta manera se obtiene el siguiente vector de medias:

$$\hat{\mu}_V = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_1 \\ \vdots \\ \hat{\mu}_I \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Con esta lógica, la disposición de los resultados muestrales, de los mayores a los menores promedios, permite proponer un primer ordenamiento para las alternativas. Esto es, si el promedio de la alternativa s es mayor que el de la alternativa r , entonces puede plantearse que la alternativa s es preferible a la alternativa r . Con lo cual un pre-orden puede ser el siguiente:

$$A^{(1)} > A^{(2)} > A^{(s)} > A^{(r)} > \dots > A^{(I)} \quad (2.39)$$

Donde $A^{(1)}$ es la más preferible y $A^{(I)}$ es la de menor preferencia. En términos de la selección de un candidato adecuado para un rol dado, resulta el candidato $A^{(1)}$ preferible al candidato $A^{(I)}$ para un determinado rol. Luego, este análisis se realiza para los demás roles.

Pero esta operatoria tiene un problema serio, dado que es posible encontrar diferencias entre los promedios que en realidad no pueden considerarse significativas. Dicho de otro modo, algunas diferencias pueden presentarse por error muestral y no indicar que un candidato se impone decididamente sobre el otro.

Para evaluar si las diferencias encontradas entre las estimaciones puntuales mostradas en (2.38) pueden considerarse estadísticamente significativas para las verdaderas preferencias $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_I)$, se aplica de manera repetida la prueba estadística T de comparación de medias para variables aleatorias dependientes.

El método Procesos DRV utiliza esta prueba debido a que las valoraciones obtenidas están linealmente relacionadas a través de la expresión (2.15).

Entonces, dadas las alternativas $A^{(s)}$ y $A^{(r)}$, se define una nueva variable aleatoria D_{sr} como se indica en (2.40). Esta variable aleatoria representa la diferencia entre las valoraciones globales asignadas por cada participante a las alternativas s y r respectivamente (candidatos s y r), donde el promedio de $A^{(s)}$ es mayor al de $A^{(r)}$. En tanto se define un estimador puntual de D_{sr} , como se indica en (2.41):

$$D_{sr} = \mu_{sn} - \mu_{rn} \quad (2.40)$$

$$d_{srn} = v_{sn} - v_{rn} \text{ con } 1 \leq n \leq N \quad (2.41)$$

Se plantea,

$$H_0: D_{sr} = 0 \text{ vs. } H_1: D_{sr} > 0 \quad (2.42)$$

El estadístico de prueba se define como:

$$T = \frac{\bar{d}_{sr}}{S_{sr}/\sqrt{N}} \sim t_{N-1} \quad (2.43)$$

Donde,

$$\bar{d}_{sr} = \frac{\sum_{n=1}^N d_{srn}}{N} \quad (2.44)$$

$$S_{sr} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (d_{srn} - \bar{d}_{sr})^2}{N-1}} \quad (2.45)$$

Para el problema de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado, las alternativas $A^{(s)}$ y $A^{(r)}$ representan los candidatos s y r. Luego, la aplicación de la prueba descrita permite estudiar si hay diferencias estadísticamente significativas entre los candidatos y de esta manera producir un ordenamiento.

Ahora bien, el método para facilitar la decisión sobre la hipótesis nula planteada (2.42), propone calcular la siguiente probabilidad:

$$P \left[T \geq t_o / E(D_{s,r}) = 0 \right] = p \quad (2.46)$$

En general, si p es muy pequeño, se rechaza H_0 , pues es poco probable conseguir un valor mayor o igual que el obtenido suponiendo que la hipótesis nula es verdadera. El valor de p puede ser hallado mediante la aplicación de diversos algoritmos. Por otra parte, la cantidad de pruebas repetidas que deben realizarse es:

$$L = \frac{I(I-1)}{2} \quad (2.47)$$

Una cuestión importante al aplicar pruebas repetidas es controlar el error más preocupante. En este caso, dicho error es el de tipo I (ETI) – expresión (2.48) – dado que lleva a identificar diferencias entre las preferencias que en realidad no existen; lo cual puede conducir a obtener una ordenación de los candidatos para un rol determinado, que no responde a la realidad.

$$P \left(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es verdadera} \right) = \alpha \quad (2.48)$$

Entonces, para acotar la probabilidad de ETI, se recurre al algoritmo propuesto por Benjamini y Yekutieli (2001), diseñado para controlar la Tasa de Falso Descubrimiento (FDR) propuesta por Benjamini y Hochberg (1995).

La FDR se basa en la Proporción de Falso Descubrimiento (FDP) que indica la proporción de hipótesis nulas rechazadas incorrectamente, como sigue a continuación:

$$FDP = \begin{cases} \frac{R_f}{R} & \text{si } R > 0 \\ 0 & \text{si } R = 0 \end{cases} \quad (2.49)$$

En la expresión (2.49), R es la cantidad de hipótesis nulas rechazadas y R_f la cantidad de hipótesis nulas rechazadas de manera errónea (ETI), en las múltiples pruebas realizadas. Luego,

$$E(FDP) = FDR \quad (2.50)$$

Actualmente existen varios algoritmos para controlar la FDR (Farcomeni, 2008; Romano *et al.* 2008); que difieren en los supuestos estadísticos sobre los que se proponen, en la complejidad de los mismos para el desarrollo computacional y en su poder estadístico (Groppe *et al.* 2011).

Uno de los algoritmos más conocidos para controlar la FDR, es el creado por Benjamini y Hochberg (1995), con sus dos variantes más recientes (Benjamini y Yekutieli, 2001; Benjamini *et al.* 2006). Estos procedimientos son bastante simples y sólo requieren el cálculo de valores p , para cada una de las múltiples pruebas de hipótesis que se contrastan.

Thissen *et al.* (2002) plantean la utilización del procedimiento BH, diseñado por Benjamini y Hochberg (1995) en lugar de la corrección de Bonferroni. Sostienen que el primero es mucho más potente cuando aumenta la cantidad de pruebas que se realizan y resulta de fácil implementación. Incluso plantean su incorporación para la enseñanza de Estadística Inferencial en las carreras de grado.

El algoritmo BH (Benjamini y Hochberg, 1995), se plantea como sigue:

Paso 1. Dados $p_{(1)} \leq p_{(2)} \leq \dots \leq p_{(m)}$, los m valores p observados ordenados.

Paso 2. Se define:

$$k = \max \left\{ i: p_{(i)} \leq \frac{i}{m} \alpha \right\} \quad (2.51)$$

Paso 3. Si al menos un valor de i satisface la relación indicada en (2.51) se rechazan H_o^1, \dots, H_o^k . Si no existe tal i , no se rechaza ninguna hipótesis.

En tanto, Benjamini y Yekutieli, (2001) proponen para variables aleatorias independientes o correlacionadas de manera positiva, la siguiente modificación para el Paso 2 del algoritmo BH:

$$FDR \leq \alpha \cdot m_o/m \quad (2.52)$$

donde m_o es la cantidad de hipótesis nulas que son verdaderas y,

$$0 \leq m_o/m \leq 1 \quad (2.53)$$

En la expresión (2.53) se evidencia que no se excederá el nivel deseado para FDR. Resulta que el procedimiento BH -expresión 2.51- no garantiza una buena potencia estadística; para variables con propiedades de dependencia arbitrarias (por ejemplo, para variables con distribución normal y cierta correlación negativa entre las mismas). Para solucionar esta cuestión, Benjamini y Yekutieli (2001) proponen reemplazar el Paso 2 del algoritmo BH, por la siguiente relación:

$$p_i \leq \left(\frac{i}{m \cdot \sum_{j=1}^m 1/j} \right) \alpha \quad (2.54)$$

De este modo se tiene el algoritmo BY. En definitiva, la modificación propuesta en (2.54) garantiza la expresión (2.51), independientemente de las propiedades de dependencia de los datos (Groppe *et al.* 2011).

Asimismo, Clark y Hall (2009) demuestran que para variables aleatorias con distribución normal, el algoritmo BH controla con precisión la FDR, cuando aumenta el número de pruebas a contrastar. De hecho varios estudios basados en simulaciones, encuentran que aun cuando no se cumplen los supuestos el algoritmo BH funciona bastante bien. Por otra parte, los autores sostienen que el algoritmo BY, siempre garantiza el control de la FDR.

En síntesis, para controlar la probabilidad de ETI, es necesario ordenar las L comparaciones realizadas desde el menor valor p hasta el mayor. Luego se asigna un número de orden k a cada comparación, donde k inicia en 1 y termina en L . A continuación se compara cada uno de los p_k valores con el resultado de la expresión (2.55). Si se cumple la desigualdad, la hipótesis nula se rechaza.

$$p_k \leq \left(\frac{k}{L \cdot \sum_{m=1}^L 1/m} \right) \alpha \quad (2.55)$$

En la expresión anterior, α representa el nivel de significación elegido (2.48) por el investigador para cada una de las pruebas individuales, L es la cantidad de hipótesis puestas a prueba y p_k es el valor p obtenido en la prueba H_k .

En resumen, cada alternativa tiene un valor promedio y la diferencia entre los promedios puede considerarse como indicativa del nivel de preferencia de una respecto de la otra. Sin embargo, estas diferencias pueden no ser significativas, por lo que deben ser analizadas con pruebas de hipótesis de comparación de variables dependientes. Dado que es preciso aplicar estas pruebas de manera repetida, se hace necesario controlar la tasa de falso descubrimiento mediante el Algoritmo BY.

Ahora bien, al comparar las alternativas A_s y A_r (donde el promedio de la primera es mayor que el de la otra), la hipótesis puede ser rechazada, en cuyo caso se asume que A_s es preferible a A_r . En caso contrario, las alternativas se consideran equivalentes.

2.3.5 Justificación conceptual, psicológica y sociológica

En la actualidad son pocos los estudios sobre la toma de decisión en grupos, en contraposición con el hecho, de que en la realidad de las organizaciones, sucede frecuentemente. Leyva-López y Fernández-González (2003), Macharis *et al.* (1998), Costa *et al.* (2003), Jabeur y Martel (2007), Yeh y Chang (2008), Alencar y Almeida (2008) y Morais y Almeida (2009) son algunos de los trabajos dirigidos en este sentido.

Las organizaciones deben trabajar en grupo y necesitan que esos grupos tomen decisiones con una perspectiva sistémica; el aprendizaje colaborativo y el trabajo conjunto se tornan eficientes si se apoyan en objetivos y reglas adecuados.

Desde la denominada Psicología Social (Pichón-Riviere, 1975; Quiroga, 1998), se entiende al grupo operativo como aquel que puede realizar sus actividades de manera eficiente y lograr con ello, mejores resultados. Bajo esta lógica, para poder operar en conjunto de manera eficiente, es conveniente que los grupos se enfoquen en la tarea mediante la aplicación de dinámicas con objetivos y reglas muy precisas. Un modo simple de trabajar con objetivos y reglas compartidas es aplicar técnicas o métodos. Sobre esta base, parece evidente que apoyar los procesos de toma de decisiones grupales con métodos adecuados, puede y debe ser un recurso muy efectivo para potenciar el aprendizaje en equipo (Gomes y Zanazzi, 2012). El método denominado Proceso DRV planteado en Zanazzi et al. (2013), Zanazzi y Gomes (2009) y Zanazzi *et al.* (2006) resulta una opción en esta dirección.

Es apropiado recordar cuales son los supuestos dominantes en otras áreas del conocimiento respecto de la manera en que los individuos toman sus decisiones; de hecho, es deseable que los modelos propuestos para procesos de decisión grupal no contradigan dichos supuestos.

En este enfoque, conviene recordar a Jon Elster, sociólogo noruego, que ha hecho reconocidos aportes en ciencias políticas y en filosofía de las ciencias sociales. Una característica distintiva de su obra es la aplicación de la teoría de la elección racional para estudiar los comportamientos humanos. En sus trabajos, Elster plantea el supuesto de que las personas desarrollan sus actividades como un proceso continuo de sucesivas toma de decisiones y utiliza para representar estos procesos, conceptos que son aceptados en el campo de la decisión multicriterio discreta (Elster, 1990).

Por su parte Pierre Bourdieu, uno de los autores más citados en las publicaciones especializadas, sostiene que las personas no desarrollan elecciones libres, sino que se encuentran fuertemente influenciados por factores sociales. De hecho, entiende a las acciones humanas como una conciliación entre las influencias de las estructuras sociales externas y las experiencias subjetivas del individuo. Más concretamente, Bourdieu (1996) plantea que el individuo actúa según el ámbito en el cual se desempeña y especifica que la parte de las acciones

que controla el individuo, es muy débil con relación a aquella que incumbe a “mecanismos” que, inscriptos en el propio cuerpo por el aprendizaje, no son pensados conscientemente sino que funcionan fuera de nosotros, según las regularidades de las instituciones.

Una combinación de las opiniones de estos referentes de la sociología invita a plantear que las acciones de las personas pueden ser modeladas como un proceso de decisión multicriterio.

De acuerdo con Jelassi *et al.* (1990), una decisión en grupo puede ser entendida como la conjunción de diferentes preferencias individuales en una sola preferencia colectiva.

En tanto, para Iz y Jelassi (1990), en una situación típica de decisiones en grupo, las preferencias de los miembros del grupo “a priori” son diferentes. Es entonces una cuestión importante el consenso del grupo para representar una opinión común (Alencar y Almeida, 2010).

Para Leyva López y Fernández González (2003) la agregación de las preferencias del grupo se puede realizar según dos enfoques. Uno de los enfoques plantea que sólo es necesario el consenso para definir un conjunto potencial de acciones. En tanto, otro de los enfoques propone la generación del consenso para alternativas, criterios, acciones, pesos, umbrales y otros parámetros que se requieren para alcanzar la solución del problema, en conformidad con el contexto que lo contiene (Alencar y Almeida, 2010). En este último enfoque se sitúan los procesos DRV.

Por otra parte, según la lógica de los procesos DRV si los miembros del grupo utilizan la *Multi-Attribute Utility Theory* (MAUT) para asignar utilidades, tanto a los criterios como a las alternativas y con independencia unos de otros, dichas asignaciones deben estar condicionadas por el ambiente en que operan. Más aún, este condicionamiento puede considerarse una característica deseable cuando se ha logrado desarrollar lo que se conoce como *cultura organizacional*.

Con esta idea, cuando se desea trabajar en equipo, la realización de prácticas de toma de decisiones con métodos de apoyo multicriterio puede

contribuir a fortalecer el nivel de conocimiento compartido. Además, cuando el grupo ha logrado desarrollar criterios comunes, las utilidades asignadas deben ser similares. Entonces, la verificación empírica de un adecuado nivel de similitud entre las utilidades, puede emplearse como evidencia de que el grupo ha logrado un buen grado de afianzamiento.

En relación al problema de selección de equipos de trabajo, la necesidad que plantea la empresa respecto de la permanencia de los integrantes del equipo hasta la culminación del proyecto para el que fueron asignados, parece posible de atender a partir de la aplicación de un método que promueva la participación de los implicados en las decisiones que afectan la conformación de dichos equipos.

2.4 Variable Aleatoria Multidimensional

En el método aplicado se opera con variables aleatorias multidimensionales: W , U_i y V . Por ese motivo, se considera conveniente realizar una enumeración de los principales conceptos vinculados con este tipo de variables.

La variable W j -dimensional, permite modelar los pesos de los criterios, considerados parámetros del proceso decisorio. Estos criterios en el problema de selección, son representados por las competencias que permiten valorar a un candidato para un rol dado.

La variable U_i i -dimensional, para cada competencia J , permite modelar las utilidades asignadas a cada alternativa i (candidato i), por el grupo de participantes intervinientes en el proceso decisorio.

Por último, la variable multivariante o multidimensional V para las valoraciones globales para las i -alternativas (i candidatos).

Por parte cabe destacar que, las prioridades asignadas (por cada persona que participa en el proceso grupal de decisión) a los k -elementos de un cierto sub-problema, se expresan a partir de una variable aleatoria unidimensional (genérica).

Ahora bien, cada una de las variables aleatorias mencionadas se entiende en los términos de Peña (2002), como una variable aleatoria vectorial que resulta

de observar p -características en un elemento de una población. Por ejemplo, la variable aleatoria vectorial o variable aleatoria j -dimensional W , es el resultado de observar los j criterios (competencias que permiten valorar una persona en un rol dado) según los n individuos que participan en el proceso decisorio.

Entonces, la matriz de datos W , constituida por las utilidades asignadas para cada j competencia (p variables aleatorias) por los n individuos (n elementos) queda como se expresa a continuación:

$$W = [W_{(1)} \quad W_{(2)} \quad \dots \quad W_{(j)}] \quad (2.56)$$

Donde, $W_{(j)}$ es un vector columna, $n \times 1$ que representa la variable aleatoria W_j para los n individuos que participan en el grupo de decisión.

De otra manera, la expresión (2.57) indica a la variable multivariante o multidimensional, formada por las j variables que toman valores particulares w_1, w_2, \dots, w_n en los n elementos de la población (Peña, 2002).

$$W = (W_1, W_2 \dots W_j)' \quad (2.57)$$

En término de los procesos DRV, la expresión (2.57) indica la variable multivariante o multidimensional W formada por los j -criterios (j -variables) para los que n individuos dan sus ponderaciones. En tanto, en términos del problema de selección, la variable W está compuesta por las j -competencias a valorar para un rol dado.

De mismo modo, se tienen las variables multivariante o multidimensionales U_i y la variable aleatoria multidimensional V , según se expresa en (2.58) y (2.59) respectivamente.

$$\begin{aligned}
 U_1 &= (U_{11}, U_{12} \dots U_{1J})' \\
 U_2 &= (U_{21}, U_{22} \dots U_{2J})' \\
 &\vdots \\
 U_I &= (U_{I1}, U_{I2} \dots U_{IJ})'
 \end{aligned}
 \tag{2.58}$$

$$V = (V_1, V_2 \dots V_J)'
 \tag{2.59}$$

Por otra parte se resalta que para este método, interesa sólo analizar y estimar las distribuciones de probabilidades marginales de cada una de las componentes de las variables aleatorias vectoriales o multidimensionales indicadas en (2.57), (2.58) y (2.59); de modo que el modelo aleatorio multivariado quede como la Figura 2.4.

2.4.1 Distribuciones marginales

Dada por ejemplo la variable aleatoria vectorial o j -dimensional W de la expresión (2.57), la distribución univariante para cada una de sus componentes W_j — considerada individualmente, e ignorando los valores del resto—, se define como distribución marginal (Peña, 2002).

Por ejemplo, si solo se tienen en cuenta dos competencias para la variable W , entonces las distribuciones marginales de esas dos componentes (W_1 y W_2) se obtienen del modo siguiente:

$$f(W_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(W_1, W_2) dW_2 \quad (2.60)$$

$$f(W_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(W_1, W_2) dW_1 \quad (2.61)$$

2.4.2 Algunas propiedades de las variables aleatorias vectoriales o multidimensionales

Sea la variable aleatoria multidimensional W de la expresión (2.57), se define el vector de medias μ , como aquel cuyos elementos son las esperanzas o medias de las componentes de la variable aleatoria W , según (2.62) y (2.63):

$$\mu' = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_j)' \quad (2.62)$$

$$\mu = E[X] = \int X f(X) dX \quad (2.63)$$

En tanto, se define la matriz de varianzas y covarianzas (o simplemente matriz de covarianzas) de un vector aleatorio o variable aleatoria mutidimensional

W , definida en R^J , con vector de medias μ' (2.62); como la matriz cuadrada de orden J , dada por:

$$V_W = E [(W - \mu)(W - \mu)'] \quad (2.64)$$

La matriz V_W contiene en la diagonal principal las varianzas de los componentes de W , expresados como σ_j^2 . Fuera de esta diagonal principal, las covarianzas entre pares de variables σ_{jk} . A su vez, la matriz V_W es simétrica y semi-definida positiva.

Por otra parte, se define la matriz de correlación de una variable aleatoria W , con matriz de covarianza V_W como:

$$R_W = D^{-1/2} V_W D^{-1/2} \quad (2.65)$$

Donde,

$$D = \text{diag} (\sigma_1^2, \dots, \sigma_J^2) \quad (2.66)$$

Esta matriz de correlación es una matriz cuadrada y simétrica, con unos en la diagonal principal y los coeficientes de correlación entre pares de variables fuera de esta diagonal.

En tanto los coeficientes de correlación, o coeficientes de correlación lineal, se obtienen como:

$$\rho_{jk} = \frac{\sigma_{jk}}{\sigma_j \sigma_k} \quad (2.67)$$

2.5 Criterios para la elección de la mejor prueba de ajuste al Modelo Normal Univariante o Univariado

Como se anticipa en el apartado 2.3.1, resulta esencial la confirmación del supuesto de Normalidad para las distribuciones marginales de las variables aleatorias, componentes de W y U_i ; que se representan en el modelo aleatorio multivariado de la Figura 2.4.

Por otra parte, en la lógica de los Procesos DRV se considera la distribución de probabilidades Uniforme, como representativa de un escenario de falta de acuerdo por parte de los participantes del grupo de decisión.

Si bien, en la literatura actual se cuenta con más de 40 pruebas de ajuste al modelo Normal Univariante o Univariado, resulta de interés en la presente investigación indagar sobre éstas y realizar un análisis comparativo con base en tres criterios.

El primero de criterio, evalúa la eficacia de estas pruebas para la detección de distribuciones simétricas no normales, y en particular la distribución Uniforme cuando se trabaja con muestras pequeñas. Para ello, se realizan experimentos de simulación. Esto es, se generan mil conjuntos de números con distribución

rectangular. A continuación, se aplica cada una de las pruebas elegidas y se determina la proporción de veces que el test detecta que en realidad la distribución no es normal.

El segundo criterio, supone el análisis de la disponibilidad de estas pruebas de normalidad, en los programas de computadora que ofrecen soporte estadístico y que se utilizan frecuentemente en nuestro país. A los fines de la presente investigación se analizan los *software* estadístico Infostat 2014 (desarrollado en la Universidad Nacional de Córdoba), SPSS 19, Stata 11 y Minitab 17.

El tercer criterio en tanto, implica la facilidad de implementación e interpretación del procedimiento y el estadístico de estas pruebas en cuanto a su posible programación computacional en hojas de cálculo.

2.6 Modalidad de aplicación de programación lineal

Al recibir la solicitud de un nuevo proyecto, la empresa debe poder identificar cuáles son las personas que se encuentran disponibles. La aplicación del método Procesos DRV permite obtener una valoración global de cada uno de los candidatos, para cada uno de los roles a cubrir.

Ahora bien, se asume que los profesionales que integran la empresa, tienen la flexibilidad necesaria para adaptarse a los diferentes roles posibles. Sin embargo, se considera conveniente efectuar la selección de modo que el valor global del grupo sea lo más grande posible.

Así planteado, se tiene un proceso clásico de asignación de personas a puestos de trabajo, que se resuelve a través de Programación Lineal en su modalidad Binaria (Alberto y Carignano, 2013). Este programa tiene una forma como la que se muestra en la expresión siguiente:

$$Max \sum_{n=1}^N \sum_{K=1}^N v,$$

s. a.

$$\sum_{n=1}^N y_{n,k} \text{ con } 1 \leq n \leq N \quad (2.68)$$

$$\sum_{n=1}^N y_{n,k} \text{ con } 1 \leq k \leq K$$

Es preciso aclarar que las variables $y_{n,k}$ son de tipo binario, toman valor uno cuando la persona n se asigna al rol número k , en tanto que toman valor cero en el caso contrario.

Debido a que la cantidad de personas generalmente, es mayor que la cantidad de roles a cubrir, se definen dos variables (roles) adicionales, para equilibrar el problema. Estas variables se indican en la expresión (2.69), son de tipo binaria y se incorporan con beneficio cero.

$$y_{n,k} \text{ con } (k + 1) \leq k \leq N \quad (2.69)$$

CAPÍTULO 3

PRUEBAS DE NORMALIDAD

3.1 Introducción

Si bien en la literatura estadística actual se cuenta con alrededor de 40 pruebas de ajuste al Modelo Normal Univariante (Dufour *et al.* 1998); no existe una única prueba de normalidad que merezca ser “la recomendable” (Tanveer-UI-Islam, 2011). En otras palabras, debido a la gran variedad de alternativas a la normalidad, no existe “una prueba” más potente en términos generales.

En este trabajo se considerará como hipótesis nula el supuesto de normalidad y como alternativa, la posibilidad de que la distribución verdadera sea Uniforme. Se supone como punto de partida, que ésta es una de las peores condiciones posibles para los *tests* de normalidad, debido a que la distribución es simétrica.

Por otra parte, corresponde reconocer que distinguir entre la Normal y la Uniforme, es conveniente en una gran cantidad de situaciones prácticas. En particular, para la valoración del grado de acuerdo en la dinámica del método Procesos DRV.

En cuanto a la organización del presente capítulo; primero se expone la justificación del requerimiento de normalidad implicado en el método. Luego, se describen las características principales de varias pruebas de bondad de ajuste al Modelo Normal Univariante o Univariado. Se incluyen tanto pruebas bien consolidadas y conocidas, como otras recientemente propuestas. Se descartan aquellas pruebas con potencia empírica menor al 40%, para la detección de

distribuciones alternativas simétricas no normales en muestras de veinticinco o más datos.

Por último, un análisis comparativo de las pruebas descritas en base a los tres criterios señalados en el apartado 2.1 del Capítulo de Metodología. Como conclusión del presente Capítulo, se recomienda una prueba de normalidad para aplicar en la fase de estabilización del método Procesos DRV.

3.2 Justificación del requerimiento de normalidad en el método propuesto

Al abordar un determinado sub-problema del árbol de decisión (Figura 2.1) que corresponde al objetivo de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado; el peor escenario posible implica que los participantes asignen utilidades a los elementos de dicho sub-problema, de manera aleatoria. Este escenario de estado de no acuerdo, puede ser representado por la distribución de probabilidades Uniforme.

Luego en pos de alcanzar el acuerdo respecto del sub-problema planteado, se realiza un ciclo iterativo de análisis de dicho sub-problema. Este análisis permite el intercambio de conocimientos y experiencias, y contribuye de ese modo a la reducción de las diferencias de posturas entre los miembros, como se muestra en la Figura 3.1. Ahora bien, cuando se logra reducir estas diferencias y las mismas ya no pueden variar de modo significativo; por más que se realiza otro ciclo de análisis del sub-problema en cuestión, las utilidades deben concentrarse de un modo que puede ser representado por la distribución normal. Con esta idea, la verificación del comportamiento gaussiano permite evaluar el nivel de acuerdo alcanzado por el grupo. En la Figura 3.2, se sintetiza este pasaje de un escenario de no acuerdo a un escenario de acuerdo en términos de las distribuciones de probabilidades Uniforme y Normal.

Figura 3.1 - Disminución de la variabilidad (SCD) en los Procesos DRV

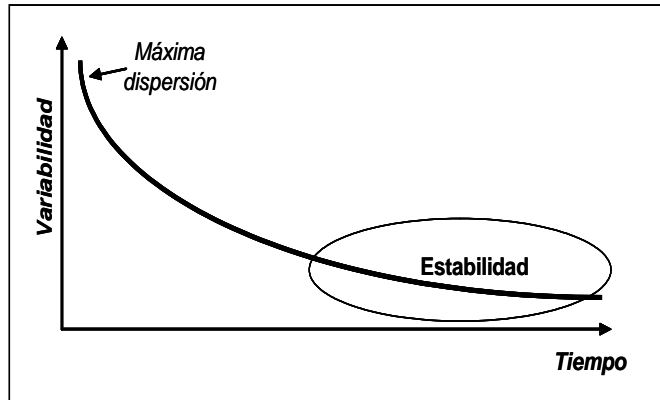
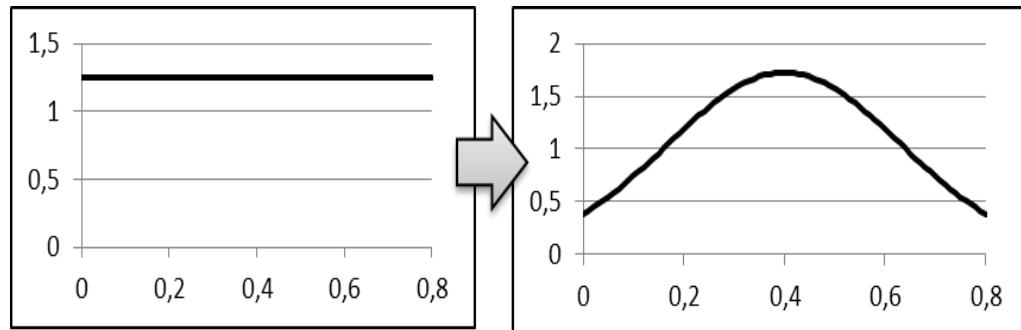


Figura 3.2 – Representación del pasaje de un estado de “no acuerdo” a un estado de “acuerdo” en el proceso de decisión.



Entonces, en el estado estable las distribuciones de probabilidad, tanto de las W_j como de las U_{ij} , deben ajustarse a un Modelo Normal Univariante, como se indica en las expresiones (3.1) y (3.2).

$$W_j \sim N(\mu_{w_j}, \sigma_{w_j}^2) \quad (3.1)$$

$$U_{ij} \sim N(\mu_{U_{ij}}, \sigma_{U_{ij}}^2) \quad (3.2)$$

De allí que es necesario verificar, que las muestras de datos disponibles para cada uno de las competencias que permiten valorar a un dependiente en rol dado y para cada uno de los candidatos factibles de ser elegidos para un determinado rol, presenten comportamientos compatibles con esa distribución de probabilidades.

3.3 Pruebas de Normalidad

Cabe recordar que el inicio del estudio para detectar desviaciones de la normalidad tiene sus orígenes en las investigaciones de Pearson (1895), en relación a los coeficientes de asimetría y curtosis (Althouse *et al.* 1998). A partir de esto, comienzan a surgir varias pruebas de normalidad, llamadas también pruebas de bondad de ajuste. Estas pruebas son procedimientos de inferencia estadística diseñados para evaluar si la distribución de probabilidad de una variable aleatoria univariante, es la distribución de probabilidades Normal.

Como se menciona en la introducción del presente capítulo, en este primer eje se describen varias pruebas de bondad de ajuste al Modelo Normal Univariante o Univariado. La presentación de estas pruebas se estructura en cuatro grupos, con base en la clasificación propuesta por Seier (2002).

Un primer grupo formado por las pruebas basadas en los C-momentos y L-momentos de la muestra. Un segundo grupo, que contiene las pruebas que se basan en la comparación de la función de distribución empírica con la función de distribución acumulada normal, a partir de diferentes modos de calcular estas distancias. Luego, el tercer grupo constituido por las pruebas de correlación y

regresión. Por último, un conjunto de pruebas que no se sitúan en la clasificación anterior.

3.3.1 Pruebas basadas en medidas de los momentos

Estas pruebas se sostienen en el reconocimiento de las desviaciones de la normalidad a través de los C-momentos o momentos centrales y los L-momentos o momentos lineales. A continuación se desarrolla la definición de ambos y para ello se considera: x_1, x_2, \dots, x_n una muestra aleatoria de tamaño n ; de modo tal que $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ representan los estadísticos de orden de la muestra.

En la expresión (3.3) se tiene el j -ésimo momento central muestral m_j . Luego el primer momento central de la muestra, la media muestral (3.4); el segundo momento central, la varianza muestral (3.5); el tercer momento central, la asimetría (3.6) y el cuarto momento central, la curtosis (3.7).

$$m_j = n^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^j \quad (3.3)$$

$$\bar{x} = n^{-1} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.4)$$

$$s^2 = (n - 1)^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.5)$$

$$\sqrt{b_1} = \frac{m_3}{(m_2)^{3/2}} \quad (3.6)$$

$$b_2 = \frac{m_4}{(m_2)^2} \quad (3.7)$$

Dadas varias desventajas asociadas con el uso de los momentos centrales, Hosking (1990, 1992) y Ulrych *et al.* 2000 proponen la utilización de los L-momentos; funciones lineales de los datos de la muestra (de ahí el uso de "L").

Los L-momentos se definen como combinaciones lineales de las estadísticas de orden del modo siguiente:

$$l_r = \sum_{k=0}^{r-1} p_{r-1,k}^* \cdot b_k \quad (3.8)$$

Donde,

$$p_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} \quad (3.9)$$

$$b_k = n^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2) \dots (i-k)}{(n-1)(n-2) \dots (n-k)} x_{(i)} \quad (3.10)$$

Por su parte Hosking (1990), define el L-momento de tercer orden como la L-asimetría τ_3 (3.11) y el L-momento de cuarto orden como la L-curtosis τ_4 (3.12).

$$\tau_3 = \frac{l_3}{l_2} \quad (3.11)$$

$$\tau_3 = \frac{l_4}{l_2} \quad (3.12)$$

Donde,

$$l_2 = 2b_2 - l_1 \quad (3.13)$$

$$b_2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=2}^n (j-1)x_{j:n} \quad (3.14)$$

$$l_3 = 6b_3 - 6b_2 + l_1 \quad (3.15)$$

$$b_3 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{j=3}^n (j-1)(j-2)x_{j:n} \quad (3.16)$$

$$l_4 = 20b_4 - 30b_3 + 12b_2 - l_1 \quad (3.17)$$

$$b_4 = \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{j=4}^n (j-1)(j-2)(j-3)x_{j:n} \quad (3.18)$$

Según Henderson (2006), los L-momentos son superiores a los momentos centrales convencionales (C-momentos); resultan menos sensibles a los efectos de la variabilidad de muestreo, más robustos a los efectos de los valores extremos y más confiables para hacer inferencias a partir de muestras pequeñas.

Hasta aquí se presenta la definición de los C-momentos y los L-momentos. A continuación se desarrollan un grupo de pruebas basadas en los C-momentos: *Prueba de D'Agostino-Pearson*, *Prueba Jarque-Bera*, *Prueba robusta de Jarque-Bera* y *Prueba de Bonett-Seier*. Y por último, *la prueba de Hosking basada en los L-momentos*.

3.3.1.1 Prueba de D'Agostino- Pearson

D'Agostino y Pearson en 1973, proponen la aproximación normal para el tercer momento central-asimetría (3.6) y cuarto momento central-curtosis (3.7) como se indica en las expresiones (3.19) y (3.20).

$$Z(\sqrt{b_1}) = \frac{\ln(Y/c)^2 + \sqrt{(Y/c)^2 + 1}}{\sqrt{\ln(w)}} \quad (3.19)$$

$$Z(b_2) = \left[\left(1 - \frac{2}{9A}\right) - \sqrt{\frac{1 - 2/A}{1 + y \sqrt{2/(A-4)}}} \right] \sqrt{\frac{9A}{2}} \quad (3.20)$$

Donde,

$$Y = \sqrt{b_1} \cdot \sqrt{\frac{(n+1)(n+3)}{6(n-2)}} \quad (3.21)$$

$$w^2 = -1 + \sqrt{2\beta_2 - 1} \quad (3.22)$$

$$\beta_2 = \frac{3(n^2 + 27n - 70)(n+1)(n+3)}{(n-2)(n+5)(n+7)(n+9)} \quad (3.23)$$

$$c = \sqrt{\frac{2}{(w^2 - 1)}} \quad (3.24)$$

$$A = 6 + \frac{8}{\sqrt{\beta_1}} \left(\frac{2}{\sqrt{\beta_1}} + \sqrt{1 + \frac{4}{\beta_1}} \right) \quad (3.25)$$

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{6(n^2 - 5n + 2)}{(n + 7)(n + 9)} \sqrt{\frac{6(n + 3)(n + 5)}{n(n - 2)(n - 3)}} \quad (3.26)$$

$$y = \frac{b_2 - 3(n - 1) / (n + 1)}{24n(n - 2)(n - 3) / [(n + 1)^2(n + 3)(n + 5)]} \quad (3.27)$$

Luego, con base en las aproximaciones normales de la asimetría y curtosis (expresiones 3.19 y 3.20) se define un estadístico de prueba compuesto K^2 , como se indica en la expresión 3.28.

Es importante destacar que, ésta es una de las pruebas llamadas “pruebas ómnibus” debido a que detecta desviaciones de la normalidad con base en los coeficientes de asimetría y curtosis (Yap y Sim, 2011).

$$K^2 = [Z(\sqrt{b_1})]^2 + [Z(b_2)]^2 \sim \chi^2(2) \quad (3.28)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores grandes del estadístico de prueba K^2 .

3.3.1.2 Prueba de Jarque-Bera

La prueba de Jarque-Bera es muy conocida y utilizada en el campo de la Economía. Si bien, originalmente fue propuesta por Bowman y Shenton (1975), Jarque y Bera (1980) promulgaron su difusión.

El estadístico de prueba JB se muestra a continuación:

$$JB = n \left(\frac{(\sqrt{b_1})^2}{6} + \frac{(b_2 - 3)^2}{24} \right) \quad (3.29)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para grandes valores de JB. Adicionalmente, de acuerdo con Bowman y Shenton (1975) se observa que el estadístico de prueba JB tiene distribución asintótica $\chi^2(2)$.

3.3.1.3 Prueba robusta de Jarque-Bera

Gel y Gastwirth (2008) desarrollan una versión robusta de la prueba de Jarque-Bera antes descrita. Estos autores se sustentan en el hecho de que los momentos centrales de la muestra (C-momentos), resultan muy sensibles a los valores atípicos. Como manera de superar dicha situación, proponen una modificación para el estadístico JB (3.29).

Esta modificación consiste en la utilización de una estimación robusta de la dispersión, para el cálculo de los coeficientes de asimetría y curtosis.

La medida de dispersión robusta seleccionada, es la media absoluta de desviación de la mediana, como se indica en la expresión (3.30); donde M es la mediana de la muestra. Se propone entonces el estadístico de prueba RJB, según se señala en (3.31).

$$J_n = \frac{\sqrt{\pi/2}}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - M| \quad (3.30)$$

$$RJB = \frac{n}{6} \left(\frac{m_3}{J_n^3} \right)^2 + \frac{n}{64} \left(\frac{m_4}{J_n^4} - 3 \right)^2 \quad (3.31)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza, para valores grandes del estadístico RJB (3.31). En tanto y acorde con Bowman y Shenton (1975), este estadístico también se distribuye asintóticamente con $\chi^2(2)$.

3.3.1.4 La prueba de Bonett-Seier

Bonett y Seier (2002) desarrollan una modificación para el coeficiente de curtosis (momento central de cuarto orden) basada a su vez, en la propuesta de Geary's (1947). En base a dicha modificación, los autores proponen el siguiente estadístico de prueba:

$$T_w = \frac{\sqrt{n+2} \cdot (\hat{w})}{3,54} \quad (3.32)$$

En tanto, \hat{w} se define como:

$$\hat{w} = 13,29 \left[\ln \sqrt{m_2} - \ln \left(n^{-1} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \right) \right] \quad (3.33)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores pequeños y grandes de T_w , ya que es una prueba bilateral. Los autores sugieren que el estadístico de prueba T_w sigue aproximadamente una distribución normal estándar.

3.3.1.5 Prueba de Hosking

Esta prueba utiliza los L-momentos (expresión 3.8), combinaciones lineales de las estadísticas de orden. Al ser los L-momentos menos afectados por la variabilidad de la muestra que los C-momentos, resultan más robustas a los valores atípicos y en consecuencia posibilitan una mejor inferencia (Henderson, 2006).

Con base en los L-momentos Hosking (1990), sugiere las expresiones (3.11) y (3.12) para medir la asimetría τ_3 y la curtosis τ_4 , y plantea el siguiente estadístico de prueba:

$$T_{Lmom} = \frac{\tau_3 - \mu_{\tau_3}}{\text{var}(\tau_3)} + \frac{\tau_4 - \mu_{\tau_4}}{\text{var}(\tau_4)} \quad (3.34)$$

Donde, μ_{τ_3} y μ_{τ_4} son la media de τ_3 y τ_4 . Se destaca que tanto, los valores de μ_{τ_3} y μ_{τ_4} como los valores de $\text{var} \tau_3$ y $\text{var} \tau_4$, se obtienen por medio de simulación. Se espera que μ_{τ_3} y μ_{τ_4} asuman valores cercanos a 0 y 0,1226 respectivamente. En tanto, Hosking (1990) proporciona una aproximación para $\text{var}(\tau_3)$ dada por la expresión siguiente:

$$\text{var}(\tau_3) = 0,18666n^{-1} + 0,8n^{-2}. \quad (3.35)$$

Sin embargo, en la actualidad aún no se cuenta con una aproximación para $\text{var}(\tau_4)$, por lo que se recomienda la realización mediante simulación para su

obtención. En Ramão *et al.* (2010), se proponen estimaciones para μ_{τ_3} , μ_{τ_4} , $\text{var}(\tau_3)$ y $\text{var}(\tau_4)$ para tamaños muestra de 25, 50 y 100 datos.

Luego la hipótesis de normalidad, se rechaza para valores grandes del estadístico de prueba T_{Lmom} , que sigue asintóticamente una distribución $\chi^2(2)$ (Henderson, 2006).

3.3.2 Pruebas basadas en la Función de Distribución Empírica

En las pruebas basadas en la Función de Distribución Empírica, se comparan la función de distribución empírica (que se estima con base en los datos de la muestra) con la función de distribución acumulada normal; con el objetivo de determinar si hay concordancia entre ambas.

Dufour *et al.* (1998) entiende este grupo de pruebas, como aquellas basadas en una medida de la discrepancia entre las distribución empírica y la distribución que se propone en la hipótesis nula.

A su vez, este grupo de pruebas se subdividen en dos sub-grupos: las que utilizan el supremo de discrepancias y las que trabajan con el cuadrado de las discrepancias.

En el presente documento se detallan a continuación las pruebas de *Kolmogorov-Smirnov*, *Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors*, *Kolmogorov-Smirnov modificado por Stephens y Harley*, *Anderson – Darling*, las pruebas de *Zhang-Wu* y de *Glen-Leemis-Barr*.

3.3.2.1 Prueba de Kolmogorov-Smirnov

Esta prueba pertenece a la clase de pruebas “supremo”, de las pruebas basadas en la función de distribución empírica. Se toma la máxima distancia vertical entre la distribución hipotetizada y la distribución empírica (Conover, 1999). El estadístico de prueba propuesto por Kolmogorov (1933) se indica en la expresión siguiente:

$$K - S = \max_{1 \leq i \leq n} \left[\Phi(x_i; \mu, \sigma^2) - \frac{(i-1)}{n}; \frac{i}{n} - \Phi(x_i; \mu, \sigma^2) \right] \quad (3.36)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores grandes del estadístico de prueba KS (3.36); éste se compara con el valor crítico relacionado propuesto por Kolmogorov (1933).

3.3.2.2 Prueba de Kolmogorov-Smirnov modificada por Lilliefors

Lilliefors (1967) propone una modificación de la prueba de Kolmogorov-Smirnov indicada en (3.36), para el caso en que los parámetros μ y σ^2 son desconocidos y deben estimarse a partir de los datos de la muestra. La estadística de prueba KS, se redefine entonces del modo siguiente:

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left[\Phi(x_i; \bar{x}; s^2) - \frac{(i-1)}{n}; \frac{i}{n} - \Phi(x_i; \bar{x}; s^2) \right] \quad (3.37)$$

Se considera $\Phi(x_i; \bar{x}; s^2)$, la distribución acumulada de la distribución Normal con parámetros estimados en base a los datos.

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores grandes del estadístico D. Es importante destacar que a partir de la distribución simulada del estadístico D, se corrigen los valores críticos propuestos por Kolmogorov (1933). De este modo, se resuelve el problema que supone que cuando los parámetros deben ser estimados a partir de los datos de la muestra, el estadístico KS (3.36) resultará conservador. Estos valores críticos se encuentran disponibles en Conover (1999).

3.3.2.3 Prueba de Kolmogorov-Smirnov modificada por Stephens y Harley

Stephens y Hartley (1972), proponen una modificación para el estadístico D de la expresión (3.37), que se muestra a continuación:

$$D^* = D (\sqrt{n} + 0.12 + 0.11 \sqrt{n}) \quad (3.38)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores mayores de 1,358 (Yazici y Yolacan, 2007)

3.3.2.4 Prueba Anderson – Darling

Esta prueba es una modificación de la prueba Cramer-von Mises (CVM) diseñada por Crámer (1928), Von Mises (1931) y Smirnov (1936); cuyo estadístico de prueba se expresa en (3.39) y con una forma para su cálculo computacional como se indica en (3.40) (Farrel y Rogers-Stewart, 2006).

Por su parte, Anderson y Darling (1954) plasman dicha modificación en el estadístico de prueba de la expresión (3.41).

$$CVM = n \int_{-\infty}^{+\infty} \{F_n(x) - \phi(x)\}^2 [\phi(x)] dF(x) \quad (3.39)$$

$$CVM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F_0(x_{(i)}) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (3.40)$$

$$AD = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - \phi(x)]^2 \psi(x) dF(x) \quad (3.41)$$

En la expresión (3.41); $F_n(x)$ representa la función de distribución empírica, $\phi(x)$ la función de distribución acumulada de la normal estándar y $\psi(x)$ una función de peso no negativa que se puede calcular como:

$$\varphi(x) = [\phi(x) \cdot (1 - \phi(x))]^{-1} \quad (3.42)$$

Se destaca que para realización de cálculos computacionales Arshad *et al.* (2003) proponen la expresión (3.43).

$$AD = - \frac{[\sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln(p_i) + \ln(1 - p_{(n+1-i)})]]}{n} - n \quad (3.43)$$

Donde, p_i son los valores dados por $\phi(z_{(i)})$ y $z_{(i)}$ se obtiene como:

$$z_{(i)} = \frac{(x_{(i)} - \bar{x})}{s} \quad (3.44)$$

Ahora bien y con el fin de aumentar el poder de la prueba, cuando se trabaja con los estimadores de μ y σ , D'Agostino y Sptehens (1986) proponen a su vez la siguiente modificación:

$$AD^* = A^2 \left(1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right) \quad (3.45)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores grandes de AD. Según, Yazici y Yolacan (2007), para valores mayores que 2,492.

3.3.2.5 Pruebas Zhang-Wu

Zhang y Wu (2005) proponen dos pruebas cuyos estadísticos, siguen la forma general de la siguiente expresión:

$$Z = \int_{-\infty}^{\infty} 2n \left\{ F_n(x) \ln \left(\frac{F_n(x)}{F_0(x)} \right) + (1 - F_n(x)) \ln \left[\frac{(1 - F_n(x))}{(1 - F_0(x))} \right] \right\} dw(x) \quad (3.46)$$

Donde $F_0(x)$ es una función de distribución hipotética completamente especificada y $dw(x)$ es una función de peso definida de dos modos diferentes. Cuando $dw(x)$ sigue la expresión (3.47), se plantea el estadístico de prueba Z_c como se señala en (3.48). En tanto, cuando $dw(x)$ sigue la expresión (3.49), se plantea el estadístico de prueba Z_A (ver expresión 3.50).

$$\left[\frac{1}{F_0(x)} \right] \cdot \left[\frac{1}{(1 - F_0(x))} \right] dF_0(x) \quad (3.47)$$

$$Z_c = \sum_{i=1}^n \left[\ln \frac{(1/\phi(z_{(i)}))}{(n - 0,5)(i - 0,75) - 1} \right]^2 \quad (3.48)$$

$$\left[\frac{1}{F_n(x)} \right] \cdot \left[\frac{1}{(1 - F_n(x))} \right] dF_n(x) \quad (3.49)$$

$$Z_A = - \sum_{i=1}^n \frac{\ln \phi(z_{(i)})}{n - i + 0,5} + \frac{\ln[1 - \phi(z_{(i)})]}{i - 0,5} \quad (3.50)$$

Para ambas pruebas Z_c y Z_A , la hipótesis de normalidad de los datos se rechaza para grandes valores de los respectivos estadísticos de prueba (expresiones 3.48 y 3.50).

3.3.2.6 Prueba de Glen-Leemis-Barr

Glen *et al.* (2001) desarrollan una prueba estadística basada en los cuantiles de las estadísticas de orden; cuyo estadístico de prueba se define del modo siguiente:

$$P_s = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(2n + 1 - 2i) \ln(p_{(i)}) + (2i - 1) \ln(1 - p_{(i)})] \quad (3.51)$$

Donde $p_{(i)}$ son los elementos del vector p , que contiene los cuantiles de los estadísticos de orden (ordenados de manera ascendente).

En la expresión (3.51) los elementos de p se pueden obtener mediante la definición de un vector u , con sus elementos ordenados en forma ascendente y dado por:

$$u_i = \Phi(z_{(i)}) \quad (3.52)$$

Se considera que $u_{(1)}, u_{(2)}, \dots, u_{(n)}$ representan los estadísticos de orden de una muestra proveniente de una población con distribución $U[0; 1]$; sus cuantiles que corresponden a los elementos de p , se pueden determinar sabiendo que $u_{(i)}$ siguen una distribución $\beta(i; n - 1 + 1)$. La hipótesis de normalidad se rechaza para valores grandes de P_s

3.3.3 Pruebas de correlación y regresión

En términos de Peña y Peña (1986), este grupo de pruebas se basa en la idea de que una muestra de una población normal da lugar a una recta dibujada en papel probabilístico normal, siendo el coeficiente de correlación entre los datos ordenados y sus valores esperados una medida de este ajuste.

De este grupo, se describen las pruebas *Shapiro-Wilk*, *Shapiro-Francia*, *Chen-Shapiro*, *la modificación del Shapiro-Wilk dada por Rahman y Govindarajulu*, *la modificación de Shapiro-Wilk propuesta por D'Agostino y por último la prueba de Filliben*.

3.3.3.1 Prueba de Shapiro-Wilk

La prueba propuesta por Shapiro y Wilk (1965), se considera la primera en detectar desviaciones de la normalidad debido a la asimetría (momento central de tercer orden), la curtosis (momento central de cuarto orden) o ambas (Althouse et al., 1998). En este sentido, es llamada “pruebas ómnibus” y junto a la prueba Jarque-Bera resultan las más populares.

Shapiro y Wilk (1965) proponen el estadístico de prueba W (3.53). En el numerador se tiene una combinación lineal de los estadísticos de orden de la muestra y en el denominador la varianza muestral.

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i y_i)}{\sum_{i=1}^n (y_i \tilde{y})^2} = \frac{(a Y)}{S^2} \quad (3.53)$$

Para el cálculo de W , se especifica:

$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ una muestra aleatoria ordenada de tamaño n de entre 5 y 50 observaciones, de la distribución normal estándar.

y_1, y_2, \dots, y_n una muestra aleatoria ordenada de una distribución normal con parámetros μ y σ^2 . De modo que y_i se obtienen como indica la expresión (3.54).

$$y_i = \mu + \sigma x_i \quad (3.54)$$

El vector de pesos a que se define como la expresión (3.55). Para su cálculo se requiere de los componentes del vector m , valores esperados de los estadísticos de orden de una normal estándar (expresión 3.56) y el vector V^{-1} según la matriz de covarianzas de los estadísticos de orden de una distribución normal estándar (expresión 3.57).

Ahora bien, el vector a se obtiene computacionalmente según el algoritmo diseñado por Royston (1992; 1993).

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_n) = m V^{-1} (m V^{-1} V^{-1} m)^{-1/2} \quad (3.55)$$

$$E(x_i) = m_i \quad (3.56)$$

$$Cov(x_i, x_j) = v_{i,j} \quad (3.57)$$

Y por último, una estimación insesgada de $(n - 1)\sigma^2$, como se indica en la expresión (3.58). Para el cálculo de este estimador se utilizan los dos mejores estimadores lineales insesgados para distribuciones simétricas, según se señala en las expresiones (3.59) y (3.60).

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y})^2 \quad (3.58)$$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \tilde{y} \quad (3.59)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{m V^{-1} Y}{m V^{-1} m} \quad (3.60)$$

Ahora bien, bajo la hipótesis nula de normalidad el estadístico de prueba W no sigue una distribución normal.

Por otra parte y con el fin de simplificar la aplicación de esta prueba, Royston (1993) propone una serie de transformaciones $g(W)$ para diferentes tamaños de muestra. Aproximadamente estas transformaciones siguen una distribución normal estándar (Romão *et al.* 2010).

Por otra parte, valores de W cercanos a cero suponen el rechazo de la hipótesis de normalidad.

3.3.3.2 Prueba de Shapiro-Francia

Ahora bien, los valores del vector de medias m y de la matriz de covarianza V , no resultan fácil de disponer y, para muestras grandes (más de 50 datos) los cálculos para V^{-1} resultan complejos.

Shapiro y Francia (1972) con base en el hecho de que para muestras grandes las observaciones $\{y_i\}$ pueden ser tratadas como observaciones independientes, proponen una modificación del estadístico W (expresión 3.53) en el que se reemplaza V^{-1} por la matriz identidad I . (Rahman y Govindarajulu, 1997). De esta manera, se plantea el estadístico de prueba W' como en la expresión (3.61).

$$W' = \frac{(\sum_{i=1}^n b_i y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i \check{y})^2} \quad (3.61)$$

Donde,

$$b' = \frac{m'}{(m' m)^{1/2}} \quad (3.62)$$

Tal como se menciona para el estadístico de prueba W, $g(W')$ también sigue aproximadamente una distribución normal estándar.

De manera similar a la prueba de W, la hipótesis de normalidad se rechaza para valores pequeños del estadístico W' .

3.3.3.3 Prueba de Chen-Shapiro

Chen y Shapiro, (1995) proponen un estadístico de prueba basado en una medida de distancias normalizada. El estadístico de prueba resulta:

$$CS = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{x_{(i+1)} - x_{(i)}}{M_{i+1} - M_i} \quad (3.63)$$

Donde el i -ésimo cuantil de una distribución normal estándar se define como:

$$M_i = \Phi^{-1} \left\{ \frac{(i - 3/8)}{(n + 1/4)} \right\} \quad (3.64)$$

Bai y Chen (2003), demuestran que existe una estrecha relación entre el estadístico de prueba W (3.53) y el estadístico CS (3.64); en este sentido se espera que tengan una potencia de prueba similar. De acuerdo con estos autores la hipótesis de normalidad se rechaza para valores pequeños de CS .

3.3.3.4 Prueba Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu

Rahman y Govindarajulu (1997) introducen una modificación al estadístico de prueba W (expresión 3.53), que permite su cálculo para cualquier tamaño de muestra y no requiere del supuesto de correlación cero que se plantea para el estadístico de prueba W' (expresión 3.61)

Cabe recordar que para el cálculo de W , se necesita el vector de pesos a (expresión 3.55). Para dicho vector se requiere conocer los valores del vector de medias m y de la matriz de covarianza V , que sólo se conocen para ciertos tamaños de muestra.

Por esto, Rahman y Govindarajulu (1997) deciden utilizar la aproximaciones propuestas por Blom (1958) para el vector de medias m y la aproximación para los elementos de V dadas por Blom (1958) y Mosteller (1946).

De este modo, se obtiene el nuevo estadístico de prueba \tilde{W} que sigue la misma forma que el estadístico de prueba W , pero con el vector de pesos a , calculado como se indica en la expresión (3.65); con $m_0\phi(m_0) = m_{n+1}\phi(m_{n+1}) = 0$ (Romão *et al.* 2010).

$$a_i = -(n+1)(n+2)\phi(m_i)[m_{i-1}\phi(m_{i-1}) - 2m_i\phi(m_i) + m_{i+1}\phi(m_{i+1})] \quad (3.65)$$

Cabe señalar que el estadístico de prueba \tilde{W} asigna mayor peso, que el estadístico de prueba W , a los estadísticos de orden extremos. Por otra parte, es importante destacar que \tilde{W} es más eficaz que W , para distribuciones alternativas con colas cortas (Rahman y Govindarajulu, 1997; Bai y Chen, 2003).

Como sucede en la prueba original de Shapiro y Wilk (1995), para valores pequeños del estadístico de prueba \tilde{W} se rechaza la hipótesis de normalidad.

3.3.3.5 Prueba de D'Agostino

D'Agostino (1971) plantea una extensión del estadístico de prueba W (ver expresión 3.53) y propone la eliminación del vector de pesos a (expresión 3.55). El estadístico de prueba resultante se indica en la siguiente expresión:

$$Dag = \frac{\sum_{i=1}^n ix_{(i)} - \binom{1}{2}(n+1)\sum_{i=1}^n x_{(i)}}{\sqrt{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.66)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza, tanto para valores pequeños como grandes del estadístico de prueba D' .

3.3.3.6 Prueba de correlación de Filliben

Filliben (1975) describe una prueba basada en el coeficiente de correlación r , definido como se indica en la expresión (3.67). Este coeficiente plantea la relación entre los estadísticos de orden de la muestra y los valores estimados de la mediana de los estadísticos de orden teóricos. Éstos últimos pueden obtenerse a partir de la transformación que se indica en (3.68), considerándose

$m_{(1)}, m_{(2)} \dots m_{(n)}$ como los valores estimados de la mediana de los estadísticos de orden de una distribución uniforme $U[0,1]$.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_{(i)} \cdot M_{(i)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n M_{(i)}^2} \cdot \sqrt{(n-1)s^2}} \quad (3.67)$$

$$M_{(i)} = \phi^{-1}(m_{(i)}) \quad (3.68)$$

Donde,

$$m_{(i)} = \begin{cases} 1 - 0,5^{(\frac{1}{n})} & \text{con } i = 1 \\ \frac{(i - 0,3175)}{(n + 0,365)} & \text{con } 1 < i < n \\ 0,5^{(1/n)} & \text{con } i = n \end{cases} \quad (3.69)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores pequeños del estadístico de prueba r (Romão *et al.* 2010).

3.3.4 Otras pruebas

En este apartado se consideran aquellas pruebas poco conocidas y que no pertenecen exhaustivamente a ninguna de las tres categorías anteriores. Se desarrollan *la prueba de correlación de cuantiles, la prueba β_3^2 y la prueba Gel-Miao-Gastwirth.*

3.3.4.1 Prueba de correlación de cuantiles Del Barrio, Cuesta, Albertis, Matrán, Rodríguez y Rodríguez

Del Barrio *et al.* (1999) y Krauczki (2007) plantean un nuevo enfoque para las pruebas de normalidad, basado en la distancia L2-Wasserstein. Esta distancia

queda expresada en el numerador del estadístico de prueba BCMR, como se indica a continuación:

$$BCMR = \frac{m_2 - \left[\sum_{i=1}^n x_{(i)} \cdot \int_{(i-1)/n}^{i/n} \phi^{-1}(t) dt \right]^2}{m_2} \quad (3.70)$$

La hipótesis de normalidad se rechaza para valores grandes del estadístico de prueba BCMR.

3.3.4.2 Prueba β_3^2

La prueba β_3^2 diseñada por Coin (2007), es un procedimiento basado en una regresión polinómica centrada en la detección de distribuciones alternativas no normales simétricas. Este autor propone la utilización de la relación que se plasma en el gráfico Q-Q plot.

Cabe recordar que en el gráfico Q-Q plot se traza $x_{(i)}$ (expresión 3.71) contra α_i (expresión 3.72) -funciones de n que se obtienen usando las aproximaciones propuestas por Royston (1992)-.

$$x(.) = (x_{(1)}, \dots, x_{(n)}) \quad (3.71)$$

$$\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \quad (3.72)$$

A partir del grado de linealidad del gráfico obtenido, se evalúa el ajuste de la muestra respecto de una distribución de probabilidades dada.

Coin (2007) plantea que el gráfico Q-Q plot, para diferentes distribuciones no normales simétricas, se ajusta a un modelo como se describe en la expresión

(3.73). En dicho modelo, β_1 y β_3 son parámetros de ajuste y α_i representan los valores esperados de los estadísticos de orden de una normal estándar.

$$z_{(i)} = \beta_1 \alpha_i + \beta_3 \alpha_i^3 + \varepsilon_i \quad (3.73)$$

Resulta que los valores estimados de β_3 , sensiblemente diferentes de cero, indican que el gráfico Q-Q plot asumirá una forma de S invertida. Esto a su vez, señala que la población subyacente a la muestra sigue una distribución simétrica no normal. De este modo, el autor propone el uso de β_3^2 como estadístico de prueba para probar la hipótesis de normalidad y entiende que para valores grandes de β_3^2 se rechaza la hipótesis de normalidad.

Más específicamente, el autor de la prueba estima la distribución empírica de β_3^2 a partir de una simulación de 200.000 muestras de diferentes tamaños, de entre 10 y 1000 datos; extraídos de una población con distribución normal estándar. La mayoría de los cuantiles empíricos significativos para β_3^2 están disponibles en Coin (2007).

3.3.4.3 Prueba Gel-Miao-Gastwirth

Gel, Miao y Gastwirth (2007) desarrollan una prueba basada en la idea que se presenta en el estadístico de prueba W (expresión 3.53). Cabe recordar que en W se plantea un cociente entre un estimador robusto de la desviación de la población basado en los L-momentos de la muestra y la desviación estándar clásica (S_n).

El estadístico de prueba (expresión 3.74) que proponen los autores, resulta del cociente entre dos estimadores robustos de la variabilidad para datos que provienen de una población normal. En dicho estadístico, s_n es la desviación estándar clásica y J_n un estadístico robusto de la desviación absoluta de la mediana de la muestra como se indica en (3.75).

$$R = \frac{S_n}{J_n} \quad (3.74)$$

$$J_n = \frac{C_1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - M| \quad (3.75)$$

Donde,

$$C_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (3.76)$$

El estimador J_n , es una estimación consistente de la desviación estándar de la población, distribuida asintóticamente normal como se indica a continuación, en el Lema 1 (3.77), Lema 2 (3.78) y Teorema 1 (3.79) (Gel *et al.* 2007):

Lema 1: Sean $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$. Entonces, (3.77)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} EJ_n = \sigma$$

Lema 2: Sean $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$. Entonces

$$\sqrt{n}(J_n - \sigma) \Rightarrow N\left(0, \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2} - 1}\right), \quad n \rightarrow \infty \quad (3.78)$$

Teorema 1: Sean $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$. Entonces,

$$\sqrt{n}(R - 1) \sim N(0, \sigma_R^2), \quad n \rightarrow \infty \quad (3.79)$$

donde la varianza asintótica σ_R^2 de R está definida por

$$\sigma_R^2 = \frac{\pi - 3}{2}$$

En contraste con el estadístico de prueba W , el nuevo estadístico de prueba R se distribuye asintóticamente normal bajo la hipótesis nula cierta. De este modo, los valores críticos son fáciles de obtener (Sarkadi, 1975; Freidlin et al, 2003). La hipótesis nula se rechaza si se cumple la siguiente desigualdad:

$$\frac{\sqrt{n}(R - 1)}{\sigma_R} \geq z_\alpha \quad (3.80)$$

Dicho de otro modo, cuando los valores de R se acercan a 1, se puede suponer que los datos provienen de una población normal.

3.4 Análisis comparativo de pruebas de normalidad

En este apartado se realiza un análisis comparativo de las pruebas de normalidad descritas en el ítem 3.3 del presente capítulo, en base a la consideración de tres criterios que se plantean a continuación.

Como primer criterio, el estudio de poder empírico de estas pruebas cuando se tienen distribuciones simétricas no normales y se trabaja con muestras pequeñas. Se hace hincapié en la distribución Uniforme como distribución alternativa a la Normal. Para ello, se siguen en primera instancia investigaciones disponibles en la literatura actual y que por lo tanto proporcionan, un marco de referencia.

Cabe recordar que para el método Procesos DRV, el escenario de falta de acuerdo entre los decisores del grupo, se puede modelar con una distribución de probabilidades Uniforme y que en la mayoría de los casos se cuenta con menos de 20 participantes.

Un segundo criterio, resulta la disponibilidad de estas pruebas en los programas de computadora que se utilizan frecuentemente en nuestro país, a los fines de este trabajo se analizan los paquetes Infostat 2014 (desarrollado en la Universidad Nacional de Córdoba), SPSS 19, Stata 11 y Minitab 17. La inclusión de este criterio se sustenta en el hecho de que no se requiere por parte de los usuarios de sólidos conocimientos de estadística, ni de manejo de *software* estadísticos más sofisticados, como por ejemplo el R.

Por último, se considera la complejidad del estadístico de prueba, en relación a la facilidad de programación computacional del mismo. En este sentido, cabe recordar la intención de los autores del método Procesos DRV, de diseñar un *software* que facilite su aplicación en distintos ámbitos.

3.4.1 Potencia empírica de las pruebas de normalidad

Al aplicar una prueba de hipótesis, es posible cometer dos tipos de errores. El denominado Error Tipo I, consiste en rechazar una suposición que es correcta. El Error de Tipo II, se produce cuando no se rechaza una hipótesis falsa. Ambas probabilidades se expresan en (3.81) y (3.82) respectivamente.

$$P \left(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es verdadera} \right) = \alpha \quad (3.81)$$

$$P \left(\text{No Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es falsa} \right) = \beta \quad (3.82)$$

Por otro lado, se denomina Potencia de la Prueba al complemento de la probabilidad del segundo tipo de error, como se indica en (3.83). En términos de las pruebas de normalidad, es la posibilidad que ante datos que provienen de

poblaciones no normales, la prueba detecte esta cuestión (Montgomery y Douglas, 2003).

$$1 - P \left(\text{No Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es falsa} \right) = 1 - \beta \quad (3.83)$$

El estudio de pruebas más potentes de ajuste al Modelo Normal Univariante, en los últimos años cobra importancia, tanto en la investigación teórica como empírica. Evidencia de esto, es el desarrollo de un gran número de estas pruebas; y la atención puesta en proporcionar al analista ayuda en la elección de las pruebas más adecuadas para las necesidades particulares.

Muchos de estos estudios, se basan en la aplicación de simulaciones por el método de Montecarlo para un conjunto variado y representativo de distribuciones alternativas a la Normal; esto es así, porque los resultados de distintas pruebas de normalidad pueden resultar significativamente diferentes en función de la naturaleza de la no normalidad y tamaños de muestra (Romão *et al.* 2010).

En este sentido, Pearson *et al.* (1977) resaltan la complejidad que supone dilucidar la relación entre la potencia de las pruebas y sus características particulares (Henderson, 2006).

Por su parte, los estudios más tempranos (Shapiro y Wilk, 1965; Shapiro *et al.* 1968; Pearson *et al.* 1977; Gan y Koehler, 1990 y D'Agostino y Stephens, 1986) sugieren, que la mayoría de los procedimientos analizados funcionan bien cuando las distribuciones alternativas de no normalidad resultan fuertemente sesgadas. En tanto, ante distribuciones alternativas no normales y simétricas, surgen notables diferencias (Coin, 2007).

Específicamente, en Shapiro y Wilk (1965) y Shapiro *et al.* (1968), estudios en los que se comparan el poder empírico de $\sqrt{\beta_1}$, β_2 , Kolmogorov-Smirnov, Cramer von Mises, Anderson-Darling, Chi-cuadrado, Shapiro Wilk y nueve pruebas más, para 45 distribuciones como alternativas de normalidad y

tamaños de muestra de entre 10 y 100; se recomienda la prueba Shapiro-Wilk (W) sobre los demás. En tanto, D'Agostino y Rosman (1974) agregan que las pruebas Shapiro-Wilk y Shapiro-Francia resultan mejores para distribuciones alternativas no simétricas.

En el trabajo realizado por Filliben (1975) se compara el estadístico de r , que este autor propone, con los estadísticos de pruebas de Shapiro-Wilk (W), Shapiro-Francia (W') y Kolmogorov-Smirnov (D) y se utilizan muestras de tamaños de 20, 50 y 100. Se concluye que el estadístico de prueba r , resulta mejor que W cuando se trata de distribuciones alternativas no normales simétricas de colas pesadas (Henderson, 2006)

Por su parte, Rahman y Govindarajulu (1997) realizan 5000 simulaciones para muestras de tamaño 10, 20, 35, 50, 75 y 99 y comparan entre las potencias de $\sqrt{\beta_1}$, β_2 , Kolmogorov-Smirnov, Cramer Von Mises, Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia y el estadístico de prueba \tilde{W} , propuesto por estos autores como modificación de la prueba original de Shapiro y Wilk (1965). En la Tabla 3.1 se observa que el estadístico de prueba \tilde{W} produce una mayor potencia que W, para la distribución $U [0,1]$ como alternativa a la Normal; en muestras de tamaño 10 y 20 y $\alpha=0,10$. Sin embargo, resulta de un poder empírico bajo.

Tabla 3.1- Potencia empírica para distribución $U [0,1]$;
Rahman y Govindarajulu (1997)

| Prueba de Normalidad | Potencia Empírica | |
|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|
| | n=10; $\alpha=0,10$ | n=20; $\alpha=0,10$ |
| <i>Shapiro-Wilk (W)</i> | 16% | 36% |
| <i>Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu (\tilde{W})</i> | 27% | 54% |

Hosking (1992) que realiza un extenso estudio sobre las ventajas de los L-momentos sobre los C-momentos, compara el estadístico de prueba de Shapiro-Wilk (W) y la información que proporcionan los valores $\sqrt{\beta_1}$, β_2 , τ_3 y τ_4 . Para el

autor, los L-momentos (τ_3 y τ_4) resultan más concordantes con W , que los C-Momentos ($\sqrt{\beta_1}$ y β_2). Cabe señalar, que en Hosking (2005) están disponibles rutinas en el lenguaje de programación Fortran, para el cálculo computacional de los L-momentos (Henderson, 2006).

Por su parte, Gel, Miao y Gastwirth (2007) consideran el estadístico de prueba R por ellos desarrollado, eficaz para detectar distribuciones simétricas con colas pesadas y valores atípicos. Además, destacan la simplicidad de dicho estadístico de prueba y la facilidad del mismo para detectar leptocurtosis y/o valores atípicos. En este estudio, se realizan 10000 simulaciones y se compara la potencia empírica de las pruebas Shapiro-Wilk (W), Jarque-Bera (JB) y Gel-Miao y Gastwirth (R). Para el caso de la distribución $U [0,1]$ y $n=20$ se concluye que el estadístico W obtiene la mejor potencia, aunque ésta resulta baja (19%).

En tanto, en el trabajo de Yazici y Yolacan (2007), se analizan doce pruebas de normalidad y se concluye que las pruebas de Anderson-Darling (AD) y Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors (D^*), se recomiendan para distribuciones simétricas y muestras pequeñas. Ahora bien, sugieren al estadístico de prueba W , como mejor prueba en términos generales.

Por su parte, Henderson (2006) señala que las pruebas de Anderson-Darling (AD), Shapiro-Wilk (W) y Shapiro-Francia (W') se recomiendan con mayor frecuencia.

En tanto, para Coin (2007) en la literatura estadística actual se cuenta con un vasto número de pruebas eficaces para distribuciones alternativas no simétricas. Sin embargo, esto no sucede para distribuciones alternativas simétricas no normales, para las cuales las potencias de las pruebas parecen ser muy dispares. En esta dirección, el autor desarrolla el estadístico de prueba β_3^2 , que resulta eficaz en la detección de la no normalidad, cuando se trata de distribuciones alternativas simétricas. En la Tabla 3.2 se observan las potencias empíricas obtenidas para las pruebas Kolmogorov-Smirnov ($K-S$), Anderson-Darling (AD), Zang-Wu (Z_A), Jarque-Bera (JB), Bonett-Seier (T_W), Shapiro-Wilk (W), D'Agostino (Dag) y β_3^2 , para la distribución $U [0,1]$ como alternativa a la Normal. En coincidencia con la

Tabla 3.1, las pruebas comparadas resultan con baja potencia, siendo sin embargo el estadístico de prueba β_3^2 el de mayor potencia. El autor, señala por otra parte, la escasa sensibilidad de β_3^2 cuando se trata de distribuciones alternativas no simétricas y concluye que la prueba de Shapiro-Wilk parece ser la mejor prueba general de bondad de ajuste al Modelo Normal Univariante. Este resultado es consistente con D'Agostino y Stephens (1986), Shapiro *et al.* (1968), Pearson *et al.* (1977) y Gan y Koehler (1990). Por último, propone la aplicación combinada de β_3^2 y W.

Tabla 3.2 – Evaluación de potencia empírica para distribución $U [0,1]$
Coin (2007)

| Prueba de Normalidad | n=20; $\alpha=0,05$ |
|--------------------------------------|---------------------|
| <i>Kolmogorov-Smirnov (K-S)</i> | 10% |
| <i>Anderson-Darling (AD)</i> | 17% |
| <i>Zhang y Wu (Z_A)</i> | 6% |
| <i>Jarque-Bera (JB)</i> | 1% |
| <i>Bonett-Seier (T_w)</i> | 21% |
| <i>Shapiro-Wilk (W)</i> | 20% |
| <i>D'Agostino (Dag)</i> | 10% |
| <i>Coin (β_3^2)</i> | 30% |

De las 33 pruebas de normalidad que analizan Romão *et al.* (2010) se cuentan con algunas muy conocidas y bien establecidas en la literatura estadística y otras, más recientemente desarrolladas. Los autores de este trabajo, enfocan el estudio del poder de este conjunto de pruebas, a partir de la consideración de tres grupos de distribuciones alternativas a la normal: varios tipos de distribuciones simétricas no normales, varios tipos de distribuciones asimétricas y por último un conjunto de distribuciones normales modificadas. Respecto de los tamaños de muestra, se trabaja para las correspondientes simulaciones con n=25, 50 y 100 y niveles de significación de 0,05 y 0,10.

Según este último estudio, en términos generales cuando $\sqrt{\beta_1}$ y β_2 son próximos a los valores de una distribución normal, los resultados de las potencias empíricas de las 33 pruebas estudiadas, no difieren significativamente. En tanto, para distribuciones simétricas no normales, las pruebas logran una mayor potencia, cuando los valores de β_2 son significativamente menores o mayores que 3. Por otra parte, para las pruebas consideradas en el grupo de pruebas basadas en la Función de Distribución Empírica, la prueba de Kolmogorov-Smirnov alcanza la menor potencia (resultado que se contrapone al obtenido por Yazici y Yolacan, 2007). El resto de las pruebas, se comportan de modo similar para el caso de las distribuciones simétricas, por lo que no existe una clara ventaja de una prueba sobre otra.

Romão *et al.* (2010) concluyen para el conjunto de pruebas basadas en las medidas de los momentos, que las pruebas de Bonett-Seier (T_w), la prueba de Hosking basada en los L-momentos (T_{LMOM}) y la prueba de D'Agostino-Pearson (K^2) logran un mejor rendimiento que las restantes del grupo, para distribuciones simétricas no normales; siendo T_{LMOM} mejor para tamaños de muestras pequeños y recomendable ante la presencia de valores atípicos. En tanto, del grupo de pruebas clasificadas como pruebas basadas en la regresión y correlación: β_3^2 , Shapiro-Wilk (W), Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu (\tilde{W}) y Chen-Shapiro; muestran una mejor performance para las distribuciones simétricas; siendo, β_3^2 la de mayor potencia para muestras pequeñas. Por último y respecto de las pruebas restantes, no consideradas en ninguna de las tres categorías anteriores, el estadístico de prueba R tiene el mejor rendimiento para distribuciones simétricas.

En la Tabla 3.3 se lista la potencia de aquellas pruebas de normalidad que en el trabajo de Romão *et al.* (2010) tienen una potencia empírica mayor al 40%; para distribuciones alternativas simétricas no normales y $n=25$. Cabe recordar, que éste ha sido el criterio que se utilizó para incluir o desechar la descripción de pruebas de normalidad en el ítem 3.3 del presente capítulo.

Tabla 3.3 – Evaluación de potencia empírica para distribuciones simétricas, Romão *et al.* (2010)

| Prueba de Normalidad | n=25; $\alpha=0,05$ | n=25; $\alpha=0,10$ |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------|---------------------|
| Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors (D) | 39% | 46% |
| Anderson-Darling (AD*) | 45% | 52% |
| Zhang y Wu (Z_C) | 44% | 52% |
| Zhang y Wu (Z_A) | 44% | 51% |
| Glen-Leemis-Barr (P_S) | 45% | 52% |
| D'Agostino-Pearson combinado (K^2) | 42% | 50% |
| Hosking (T_{mom}) | 47% | 54% |
| Bonett-Seier (T_w) | 45% | 52% |
| Shapiro-Wilk (W) | 46% | 53% |
| Shapiro-Francia (W') | 44% | 50% |
| Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu (\tilde{W}) | 44% | 51% |
| D'Agostino (Dag) | 40% | 46% |
| Filliben (r) | 43% | 50% |
| Chen-Shapiro (CS) | 46% | 53% |
| Barrio-Cuesta-Albertos-Matrán-Rodríguez (BCMR) | 45% | 52% |
| Coin (β_3^2) | 49% | 56% |
| Gel-Miao-Gastwirth (R) | 46% | 52% |

Es importante destacar que si el analista se preocupa por detectar desviaciones respecto al comportamiento gaussiano, parece recomendable adoptar valores grandes de nivel de significación, en este caso 0,10. Desde ese punto de vista, el resultado que se expone en la Tabla 3.3 es alentador, dado que varias de las pruebas tienen potencias mayores al 50%, cuando se tienen 25 datos y la distribución verdadera es simétrica.

Del estudio que realizan Razali *et al.* (2011), en el que se compara la potencia de las pruebas Shapiro-Wilk (W), Kolmogorov-Smirnov (K-S), Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors (D) y Anderson-Darling (AD); se concluye que para muestras pequeñas (n=10) el estadístico de prueba W obtiene la mayor potencia, seguido de AD. Ahora bien, los niveles de potencia son muy bajos para detección de la distribución U [0,1] como alternativa de normalidad (Tabla 3.4.)

Tabla 3.4 Evaluación de potencia empírica para distribución $U [0,1]$,
Razali y Wah (2011)

| Prueba de Normalidad | $\alpha=0,05$ | | $\alpha=0,10$ | |
|---------------------------------------------------------|---------------|------|---------------|------|
| | n=10 | n=20 | n=10 | n=20 |
| <i>Shapiro-Wilk (W)</i> | 9% | 20% | 18% | 36% |
| <i>Kolmogorov-Smirnov (K_S)</i> | 9% | 11% | 16% | 17% |
| <i>Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors (D)</i> | 7% | 10% | 13% | 19% |
| <i>Anderson-Darling (AD*)</i> | 9% | 17% | 17% | 29% |

En tanto, en Yap y Sim (2011) se analiza y compara la potencia empírica de ocho pruebas: Kolmogorov-Smirnov (K-S), Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors (D), D'Agostino-Pearson (K^2), Jarque-Bera (JB), Anderson-Darling (AD), Shapiro-Wilk (W), Cramer-von Mises (CVM) y la prueba Chi-cuadrado. En este estudio, se realizan 10000 simulaciones para muestras de tamaños de entre 10 y 2000 datos. En la Tabla 3.5 se muestra el resumen de las potencias de las pruebas analizadas para la distribución $U [0,1]$, considerándose sólo los resultados para tamaños de muestra 10 y 20 y un nivel de significancia del 0,05.

Tabla 3.5 - Evaluaciones de potencia empírica para distribución $U [0,1]$
Yap y Sim (2011)

| Prueba de Normalidad | n=10; $\alpha = 0,05$ | n=20; $\alpha = 0,05$ |
|---------------------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <i>Kolmogorov-Smirnov (K-S)</i> | 9% | 11% |
| <i>Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors (D)</i> | 7% | 10% |
| <i>Anderson-Darling (AD)</i> | 9% | 17% |
| <i>Shapiro-Wilk (W)</i> | 10% | 20% |
| <i>Jarque-Bera (JB)</i> | 2% | 3% |
| <i>Cramer-von Mises (CVM)</i> | 8% | 14% |
| <i>D'Agostino y Pearson (K^2)</i> | 2% | 13% |
| <i>Chi cuadrado de Pearson</i> | 0% | 2% |

Por último, resulta importante destacar el análisis que realiza Brzezinski (2012), respecto de la potencia empírica de la prueba Chen-Shapiro y la

conveniencia de su utilización; siguiendo la recomendación de Seier (2002) de incluir este estadístico en el *software* estadístico STATA.

Brzezinski (2012) compara la potencia de las pruebas Shapiro-Wilk, Shapiro-Francia y Chen-Shapiro y la prueba D'Agostino-Pearson según D'Agostino *et al.* (1990). En la Tabla 3.6 se puede observar que para el estadístico de prueba CS se obtiene la mayor potencia, muy parecida a la obtenida por el estadístico de prueba W.

Tabla 3.6 Potencia empírica para distribución $U [0,1]$
Brzezinski (2012)

| Prueba de Normalidad | Potencia Empírica | |
|----------------------------------------------------------|---------------------|----------------------|
| | n=20; $\alpha=0,05$ | n= 20; $\alpha=0,10$ |
| <i>D'Agostino-Pearson (según D'Agostino et al. 1990)</i> | 13% | 27% |
| <i>Shapiro-Wilk (W)</i> | 20% | 36% |
| <i>Shapiro-Francia (W')</i> | 8% | 19% |
| <i>Chen-Shapiro (CS)</i> | 22% | 37% |

Por último, se destaca escasa presencia de la evaluación de la potencia de la prueba Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu (\tilde{W}), para la distribución Uniforme como alternativa a la Normal. Sólo aparece en el estudio de Rahman y Govindarajulu (1997); trabajo que le da origen.

3.4.2 Disponibilidad en *Software* Estadístico

En los paquetes estadísticos *Spss Versión 19*, *Infostat Versión 2014*, *Stata Versión 11* y *Minitab Versión 17*, se proporcionan al usuario un número reducido de pruebas de normalidad, como se muestra en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7 – Disponibilidad de pruebas de normalidad en *software* estadísticos

| Prueba de Normalidad | Spss 19 | Infostat 2014 | Stata 11 | Minitab 17 |
|-----------------------------------------------------------|------------|------------------|-------------|---------------|
| <i>Kolmogorov-Smirnov</i> | | x | | |
| <i>Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors</i> | x | x | | |
| <i>Anderson-Darling (AD*)</i> | | | | x |
| <i>D'Agostino-Pearson (según D'Agostino et al. 1990)</i> | | | x | |
| <i>Shapiro-Wilk</i> | x | | x | |
| <i>Shapiro-Francia</i> | | | x | |
| <i>Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu</i> | | x | | |
| <i>Chen-Shapiro</i> | | | x | |
| <i>Ryan-Joiner</i> | | | | x |

Cabe destacar, que pese a que muchos estudios plantean el escaso poder empírico de la prueba de Kolmogorov-Smirnov y de su versión modificada por Lilliefors (estadísticos de prueba K-S y D), éstos se encuentran disponibles con frecuencia en los *software* estadísticos (Romão *et al.* 2010).

Por otra parte, en el paquete estadístico *Minitab Versión 17*, se propone la prueba de Ryan *et al.* (1994) cuyo estadístico de prueba se indica en la expresión a continuación.

$$R_p = \frac{\sum y_i b_i}{\sqrt{S^2 (n - 1) \sum b_i^2}} \quad (3.84)$$

Donde y_i representan las observaciones ordenadas, b_i las puntuaciones normales de los datos ordenados y S^2 la varianza muestral.

Se resalta, la presencia casi nula de la prueba de Ryan-Joiner referida, en los artículos de investigación sobre la potencia de las pruebas de bondad de ajuste al Modelo Normal Univariante analizados. En Razali *et al.* (2012), se sostiene que

el estadístico de prueba Ryan-Joiner (expresión 3.84) es similar al estadístico de prueba W (expresión 3.53); y para valores cercanos a 1 no rechaza la hipótesis de normalidad.

Ahora bien, en las Tablas 3.8 y 3.9 se muestran los resultados de la experimentación con las pruebas disponibles en los paquetes estadísticos mencionados. Mediante experimentos de generación aleatoria, se determina la potencia de cada una de ellas, para la detección de la distribución Uniforme para los tamaños de muestra de diez y quince datos.

Se incluye además, el cálculo mediante programación computacional de la potencia empírica que alcanza la prueba Gel-Miao-Gastwirth (R); este estadístico es recomendado para la detección de distribuciones simétricas no normales y resulta de fácil programación computacional. Respecto de la prueba de Gel-Miao-Gastwirth, como se muestra en la Tabla 3.8, parece ser la de menor potencia empírica de las pruebas analizadas.

Tabla 3.8 – Evaluación de potencia empírica para distribución $U [0,1]$, mediante experimento de simulación para muestras de tamaño 10

| Pruebas de Normalidad | n=10; $\alpha=0,10$ | Productos computacionales |
|-----------------------------------------------------------|---------------------|----------------------------------|
| <i>Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu</i> | 25% | Infostat |
| <i>Shapiro-Wilk</i> | 18% | Spss |
| <i>Anderson-Darling (AD*)</i> | 16% | Minitab |
| <i>D'Agostino-Pearson (según D'Agostino et al. 1990)</i> | 15% | Stata |
| <i>Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors</i> | 13% | Infostat |
| <i>Shapiro-Francia</i> | 11% | Stata |
| <i>Ryan-Joiner</i> | 11% | Minitab |
| <i>Gel-Miao-Gastwirth</i> | 10% | No programado |

Tabla 3.9 – Evaluación de potencia empírica para distribución $U [0,1]$, mediante experimento de simulación para muestras de tamaño 15

| Pruebas de Normalidad | n=15; $\alpha=0,10$ | Productos computacionales |
|-----------------------------------------------------------|---------------------|----------------------------------|
| <i>Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu</i> | 45% | Infostat |
| <i>Shapiro-Wilk</i> | 29% | Spss |
| <i>Anderson-Darling (AD*)</i> | 26% | Minitab |
| <i>D'Agostino-Pearson (según D'Agostino et al. 1990)</i> | 15% | Stata |
| <i>Kolmogorov-Smirnov modificado por Lilliefors</i> | 17% | Infostat |
| <i>Shapiro-Francia</i> | 18% | Stata |
| <i>Ryan-Joiner</i> | 17% | Minitab |

En coincidencia con los resultados obtenidos en Rahman y Govindarajulu (1997), la prueba de Shapiro-Wilk modificada por estos autores, resulta la de mayor potencia para la detección de la distribución Uniforme como alternativa a la Normal, en muestras de tamaño 10 y 15 datos y para un nivel de significancia del 10%. Siguen a esta prueba, la prueba Shapiro-Wilk (W) y la prueba Anderson-Darling (AD).

Es de destacar que la prueba recomendada principalmente se encuentra disponible en el *software* estadístico *Infostat 2014*, desarrollado en la Universidad Nacional de Córdoba.

3.5 Conclusiones del Capítulo

En el presente capítulo se describen 22 pruebas de normalidad, para las cuales se realiza un análisis comparativo en base a tres criterios de interés: su potencia empírica para la detección de la distribución Uniforme como alternativa a la Normal cuando se dispone de pocos datos, la disponibilidad en *software* estadísticos con interfaces amigables y por último la simplicidad del estadístico de prueba para su programación computacional.

A partir de dicho análisis, se recomienda la implementación de la prueba Shapiro-Wilk modificada por Rahman y Govindarajulu (1997), disponible en el *software* estadístico *Infostat 2014*, en el que aparece con el nombre de “Shapiro-Wilk modificado”. Esta prueba de normalidad evidencia una mayor potencia empírica en términos generales, y aun cuando muestra una baja sensibilidad para la detección de la distribución Uniforme como alternativa a la Normal en muestras pequeñas, es el más eficaz en este sentido.

En tanto, de los estadísticos de prueba con mayor sensibilidad para la detección de distribuciones simétricas y muestras pequeñas, existen varios que podrían implementarse pero requieren de programación computacional. Entre estos se citan β_3^2 , T_{Lmom} , R, BCRM y Z_c ; de estos el estadístico de prueba R resulta de fácil programación. Sin embargo, para el estadístico R se obtiene una

potencia muy por debajo del estadístico \tilde{W} , en la detección de la distribución Uniforme para muestras pequeñas.

En síntesis, las pruebas analizadas muestran una baja sensibilidad para la detección de la distribución Uniforme como alternativa a la Normal para muestras pequeñas. Sin embargo, se recomienda en primer lugar el estadístico de prueba \tilde{W} que evidencia mayor sensibilidad que los otros estadísticos, y se encuentra disponible en un *software* estadístico de fácil acceso y cuya interface resulta amigable. Luego, las pruebas Shapiro-Wilk y Anderson-Darling, disponibles también en *software* estadísticos de fácil acceso y con un poder empírico menor.

De todos modos, parece claro que en tren de verificar la normalidad de los datos, es conveniente complementar la aplicación de estas pruebas con otros estudios que ayuden a validar sus conclusiones. Las herramientas gráficas y los coeficientes de asimetría y curtosis, pueden ser de gran ayuda para determinar posibles causas de la desviación de la normalidad.

Por último, para verificar el supuesto de normalidad de las variables aleatorias W_j y U_{ij} , se recomienda la aplicación combinada del estadístico de prueba \tilde{W} y el indicador IVR en la fase de estabilización del método Procesos DRV. Esto, permitirá con mayor eficacia evidenciar un escenario de acuerdo por parte de los integrantes del grupo.

CAPÍTULO 4

ELICITACIÓN Y ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO

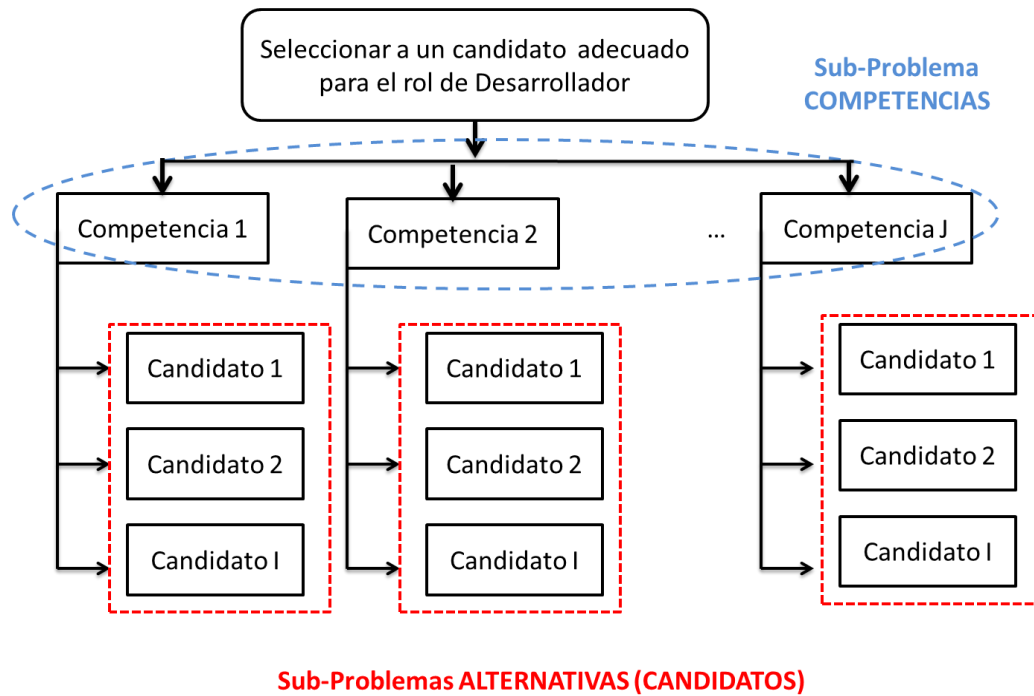
4.1 Introducción

La metodología multicriterio elegida estructura el problema de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado, a partir de un árbol de decisión como se muestra en la Figura 4.1. Cabe recordar los roles requeridos para estos equipos de trabajo: Analista Funcional, Desarrollador, Analista de Testeo y Referente de la empresa. Por ese motivo, es necesario trabajar con cuatro árboles diferentes.

Ahora bien, en dicha Figura se presentan $I+1$ sub-problemas: el sub-problema competencias y los I sub-problemas candidatos. El sub-problema competencias, supone la elicitación de los atributos o criterios a considerar para valorar a un candidato para un rol dado; y la correspondiente estimación de los pesos de éstos para cada rol. Es preciso señalar, que dada su importancia, estos atributos se denominan habitualmente parámetros del proceso de decisión grupal.

En tanto, los restantes sub-problemas suponen valorar los candidatos en cuanto al nivel de cumplimiento de la primera competencia, luego conforme la segunda competencia y así sucesivamente.

Figura 4.1 – Árbol de decisión propuesto para un rol.



Una vez identificados los $I+1$ sub-problemas, el método Procesos DRV propone la estabilización de éstos, por cuanto se requiere del logro del acuerdo por parte del grupo. Sin este acuerdo, no son posibles las fases de agregación y ordenamiento implicadas en el método.

Ahora bien, para el sub-problema competencias es preciso recordar, que las valoraciones asignadas por parte de los participantes a cada una de las competencias elicidadas, se consideran muestras observadas de las variables aleatorias W_1, W_2, \dots, W_J – componentes de la variable aleatoria multidimensional W –. Cuando se alcanza el estable, estas variables aleatorias se suponen normalmente distribuídas.

En tanto, las valoraciones asignadas a cada uno de los I -candidatos respecto de cada una de las J -competencias, se consideran muestras observadas de las variables aleatorias – componentes de la variable aleatoria multidimensional U_i –.

Por ejemplo, se consideran a las variables aleatorias $U_{1,1}, U_{1,2}, \dots, U_{1,J}$ – componentes de la variable aleatoria multidimensional U_1 que representa al candidato 1 –. Ahora bien, cada una de las variables componentes de U_i , cuando se logra el estado estable, también siguen una distribución de probabilidades normal.

En otros términos, el logro del consenso por parte de los participantes del grupo, se verifica cuando cada uno de estos $I+1$ sub-problemas alcanzan la condición estable. Ahora bien, en la práctica, esta condición de estabilidad para un determinado sub-problema, se evidencia mediante un indicador IVR menor al 30% y la verificación de normalidad para cada una de las variables aleatorias que se utilizan para los $I+1$ sub-problemas.

En síntesis, en el presente capítulo se procede con la elicitación de las competencias que permiten valorar a un dependiente para un rol dado. Luego, se implementa la fase de estabilización para el sub-problema competencias y una vez logrado el estado estable, se estiman los pesos para cada uno de los roles requeridos. Se sigue luego, con la asignación de utilidades en estas competencias para los I -candidatos y se verifica el estado estable de estos sub-problemas. Finalmente, se propone el modelo aleatorio multivariado que representa el objetivo de seleccionar un candidato adecuado para un rol dado.

4.2 Elicitación de los parámetros de procesos de decisión grupal

Con la finalidad de elicitar las competencias que se requieren para cada uno de los cuatro roles, se estructuran las entrevistas individuales mediante la Grilla de Repertorio de Kelly. Es preciso aclarar que el término “elicitación” propuesto por Kelly (1955), hace referencia a la explicitación de las percepciones y creencias que tienen las personas entrevistadas, respecto de un concepto.

Ahora bien, estas entrevistas se realizan de manera individual con los Socio-Gerentes de la empresa, al Gerente de Desarrollo y con un grupo de doce personas que cumplen distintos roles y son líderes de proyecto. El hecho de incluir

a estos doce empleados permite tener en cuenta las percepciones de los dependientes de la organización.

Con base en las mencionadas entrevistas, de las cuales se obtiene una Grilla de Repertorio Individual, se realiza un taller con el grupo de entrevistados. En este taller, se trabaja en grupo sobre las recurrencias en las competencias elicidadas, que fueron observadas en los entrevistados. Sobre esa base, en plenario se adopta la Grilla que se muestra a continuación:

Tabla 4.1 - Grilla de repertorio resultante del análisis de recurrencias

| | Analista Funcional | Desarrollador | Analista de Testeo | Referente | |
|--------------------------------------------|--------------------|---------------|--------------------|-----------|-------------------------------------|
| Poca Experiencia laboral | 9 | 7 | 6 | 8 | Experiencia laboral elevada |
| Escaso conocimiento del negocio | 9 | 6 | 4 | 9 | Elevado conocimiento del negocio |
| Escasa capacidad para la comunicación oral | 8 | 7 | 5 | 9 | Alta capacidad de comunicación oral |
| Baja capacidad de liderazgo | 9 | 8 | 7 | 9 | Alta capacidad de liderazgo |
| Baja capacidad de iniciativa | 9 | 7 | 6 | 8 | Alta capacidad de iniciativa |

Un resultado relevante en este caso, es que las competencias a considerar en la elección de todos los roles, parecen ser las mismas para todas las funciones: *experiencia, conocimiento del negocio, comunicación, liderazgo e iniciativa*. Es decir, en reunión plenaria el grupo acuerda utilizar las mismas competencias para valorar las aptitudes de los candidatos, tanto para el Referente como para el Desarrollador, o el Analista.

Si esto es cierto, entonces el modelo de selección puede estructurarse de manera similar. La gran diferencia en el proceso de selección de los roles, son las ponderaciones asignadas a cada una de las competencias analizadas.

Por otra parte, en este mismo taller y en el marco de una actividad en plenario, se acuerdan las definiciones de los cuatro puestos o roles a los que se deben asignar las personas y las referidas competencias elicidadas. Estas definiciones se resumen en la Tabla 4.2 y Tabla 4.3 respectivamente.

Tabla 4.2 - Definiciones acordadas para cada uno de los Roles

| | |
|---------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Analista Funcional</p> | <p>Se encarga del relevamiento, análisis y diseño de soluciones para satisfacer requerimientos del usuario. Puede o no participar del propio desarrollo. Hace el seguimiento hasta la implementación. También pueden llegar a diseñar los planes de pruebas de testeo con los usuarios, para validar los productos. Es fundamental que conozca el negocio de su cliente, porque el usuario no siempre puede explicitar sus necesidades. Generalmente se encarga de la capacitación básica inicial del usuario</p> |
| <p>Desarrollador</p> | <p>Debe ser capaz de interpretar los requerimientos planteados por el Analista Funcional. Se limita a resolver la cuestión técnica. Puede necesitar pruebas unitarias a pedido de los Analistas Funcionales. No tiene contacto con el usuario</p> |
| <p>Analista de Testeo</p> | <p>Es el responsable de probar a nivel funcional que los requerimientos del usuario han sido correctamente interpretados. Valida el producto. Cuida que el producto tenga el comportamiento esperado por el usuario. También verifica que el producto cumpla con los estándares de desarrollo. Puede tener a cargo controlar o facilitar la correcta implementación</p> |
| <p>Referente de la empresa</p> | <p>Nexo entre las necesidades de la empresa y del empleado y viceversa. Además vincula las necesidades del cliente con las de la empresa. Se encarga de coordinar tareas y actividades que realizan a diario las personas que tiene a su cargo.</p> |

Tabla 4.3. Definiciones acordadas de los parámetros del modelo

| COMPETENCIA | DEFINICIÓN |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Iniciativa | Proactividad, vocación por realizar propuestas innovadoras y factibles. Predisposición a asumir responsabilidades. |
| Experiencia | Experiencia concreta en el ejercicio del rol o roles afines. |
| Conocimiento del negocio | Conocimiento de los procesos de la organización en la cual le va tocar trabajar. |
| Liderazgo | Capacidad de guiar, acompañar, motivar y transmitir la visión del negocio a sus pares. |
| Comunicación | Facilidad para transmitir ideas, escuchar a su grupo de trabajo y desarrollar relaciones interpersonales. |

Debe notarse que hasta el momento se trabaja en forma plenaria y se logra un resultado compartido. Sin embargo, ese aparente consenso puede ser generado por la denominada “presión de grupo”.

En esa cuestión aparece una de las fortalezas del método Procesos DRV, dado que una vez logrados los acuerdos anteriores, se propone que cada participante asigne pesos a cada una de las cinco competencias, de modo independiente. Con base en estas valoraciones, se da inicio a un ciclo iterativo de análisis del Sub-problema competencias, a partir del cual se estiman para cada uno de los cuatro roles, los pesos de las competencias elicidadas.

4.3 Estimación de los parámetros de procesos de decisión grupal

Luego de explicitadas las competencias que permiten valorar a un candidato para un determinado rol, se sigue con la estimación de los pesos de las mismas. Para ello, se trabaja en formato de taller, en este caso con ocho personas y se proponen una serie de ejercicios grupales.

En algún momento de este trabajo en plenario, surgen evidencias de que el grupo ha alcanzado un cierto nivel de acuerdo. A partir de allí, se propone un

trabajo individual de asignación de utilidades. Se busca de ese modo que las personas pongan en juego sus verdaderas prioridades individuales y se controla el efecto de la “presión del grupo”.

En primer lugar, se solicita a los participantes que ordenen las cinco competencias de la mayor a la menor importancia, para un determinado rol. Luego, deben expresar con un número, la cantidad de veces que una competencia, es más importante que la siguiente. A continuación, se genera una utilidad global para cada competencia, mediante la productoria de las asignaciones efectuadas. Finalmente se estandarizan las asignaciones por la regla de la suma. Esto ocurre cada vez, que se realiza un nuevo ciclo de estabilización del sub-problema hasta lograr el estado estable.

Ahora bien, dichas utilidades estandarizadas resultan observaciones de las variables aleatorias multidimensionales W^A que corresponden al rol de Analista Funcional, W^D al Desarrollador, W^T al Analista de Testeo y W^R al Referente de la empresa y cuyas expresiones se muestran en (4.1), (4.2), (4.3) y (4.4). Se aclara que el supra-índice se utiliza para indicar el rol y el subíndice referencia la competencia: *experiencia* (1), *conocimiento del negocio* (2), *comunicación* (3), *liderazgo* (4) e *iniciativa* (5).

$$W^A = (W_1^A, W_2^A, \dots, W_5^A)' \quad (4.1)$$

$$W^D = (W_1^D, W_2^D, \dots, W_5^D)' \quad (4.2)$$

$$W^T = (W_1^T, W_2^T, \dots, W_5^T)' \quad (4.3)$$

$$W^R = (W_1^R, W_2^R, \dots, W_5^R)' \quad (4.4)$$

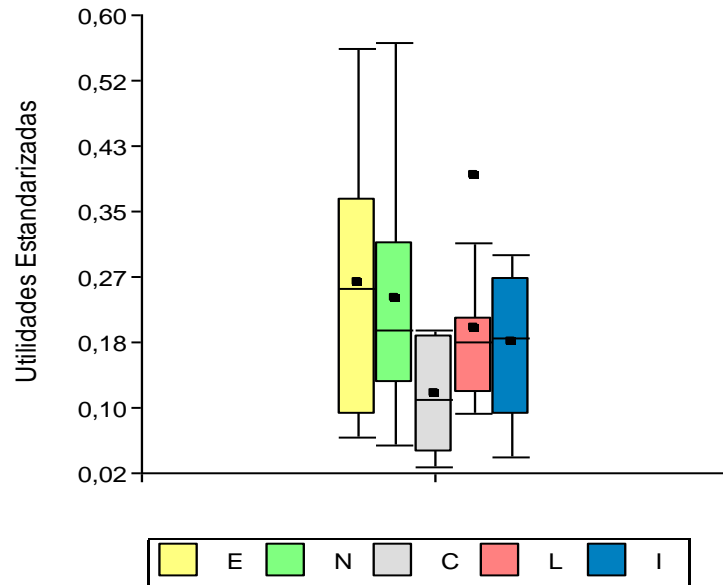
En los párrafos siguientes, se detallan los principales resultados que corresponden a la fase de estabilización del sub-problema competencias, para cada uno de los cuatro roles.

Para comenzar, se describe la fase de estabilización para el rol de Analista Funcional. En este caso, fueron necesarios dos ciclos de estabilización. Al inicio del ejercicio, se obtiene la muestra observada de W^A que se presenta en la Tabla 4.4 y representa en el gráfico de caja de la Figura 4.2. Se puede observar una fuerte variabilidad en las utilidades expresadas para *experiencia* y *conocimiento del negocio*; para *liderazgo* un valor muy alejado del resto. Es de destacar que para la competencia *comunicación* parece haber más homogeneidad en las valoraciones, que a su vez se diferencian del resto de las valoraciones asignadas a las demás competencias.

Tabla 4.4 - Muestra observada de W^A – Primer Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0,06180487 | 0,31023785 | 0,02417534 | 0,30990018 | 0,29388177 |
| 2 | 0,09014361 | 0,56342254 | 0,08030321 | 0,17596704 | 0,09016361 |
| 3 | 0,36427564 | 0,13025747 | 0,19762367 | 0,09130588 | 0,21653734 |
| 4 | 0,39350171 | 0,1634029 | 0,04253628 | 0,11742699 | 0,28313212 |
| 5 | 0,55787259 | 0,05134419 | 0,11499371 | 0,11709782 | 0,15869169 |
| 6 | 0,14781162 | 0,31309846 | 0,10607413 | 0,39639001 | 0,03662578 |
| 7 | 0,3540082 | 0,15500818 | 0,19052866 | 0,18863297 | 0,11182199 |
| 8 | 0,10272139 | 0,23071418 | 0,19070191 | 0,2123578 | 0,26350472 |
| | 0,2590 | 0,2397 | 0,1184 | 0,2011 | 0,1818 |

Figura 4.2 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^A - Primer Ciclo



Como se plantea anteriormente, el método DRV verifica el nivel de consenso real mediante un indicador denominado IVR y la verificación de normalidad de las asignaciones. Para este caso, el indicador IVR supera al 30% (Tabla 4.5) de modo que aún no se alcanza el estado estable en este sub-problema, si bien; como se indica en la Tabla 4.6, ambas pruebas de normalidad concluyen para un nivel de significancia del 10% que las variables aleatorias $W_1^A, W_2^A, \dots, W_5^A$ se distribuyen normalmente.

Tabla 4.5 – IVR para W^A - Primer Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|------------|-------------|
| 0,583 | 0,46666667 | 125% |

Tabla 4.6 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^A - Primer Ciclo

| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,2005 | 0,4807 | 0,1757 | 0,3074 | 0,364 |
| Shapiro-Wilk | 0,24 | 0,312 | 0,276 | 0,281 | 0,436 |

Ante ese resultado, se retoma el análisis en plenario con diferentes ejercicios. Si bien las pruebas de normalidad no se rechazan, el IVR resulta muy elevado con lo que no se ha logrado reducir la variabilidad interna. Esta falta de cohesión se percibe también en los diagramas de caja de la Figura 4.2, que no permiten discriminar entre los elementos comparados.

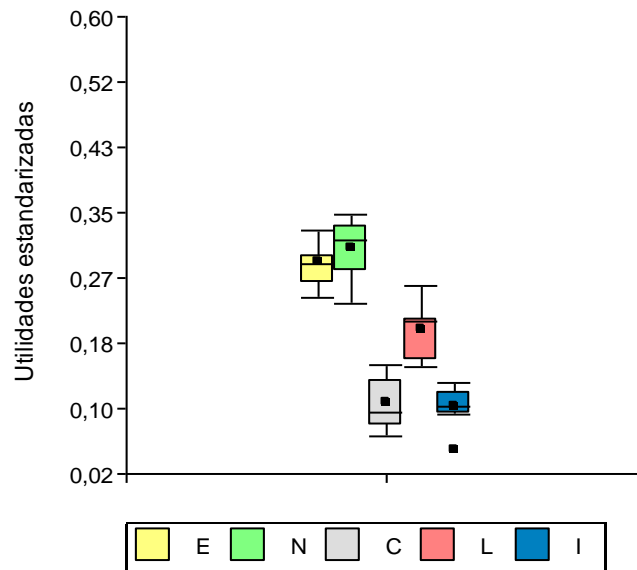
Entre las actividades realizadas para superar esta situación, en este caso se encuentran la revisión y corrección de las definiciones de cada uno de los criterios, un recordatorio de experiencias y anécdotas donde se pusieron en juego las competencias comparadas y el empleo en conjunto de esos criterios para valorar personajes ficticios. Esto, se repite para cada uno de los ciclos de estabilización que se requieran para el logro del estado estable.

En el segundo ciclo de análisis de este sub-problema, se obtiene una nueva muestra observada de W^A (Tabla 4.7) que se representa en el gráfico de caja de la Figura 4.3. Se pueden observar dos grupos claramente diferenciados; *experiencia* y *conocimiento del negocio* parecen ser las de mayor peso para el rol de Analista Funcional; diferenciándose claramente de *comunicación*, *liderazgo* e *iniciativa*, que evidencian menor importancia. Cabe señalar para *liderazgo*, una observación muy alejada del resto.

Tabla 4.7 - Muestra observada de W^A – Segundo Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0,31593931 | 0,28744602 | 0,09284487 | 0,2118277 | 0,09194211 |
| 2 | 0,2933338 | 0,33076046 | 0,09240913 | 0,16420198 | 0,11929463 |
| 3 | 0,28745033 | 0,27479973 | 0,13580851 | 0,25558602 | 0,04635541 |
| 4 | 0,28238584 | 0,31495965 | 0,09828355 | 0,21338403 | 0,09098693 |
| 5 | 0,28175007 | 0,33429207 | 0,07744187 | 0,21181302 | 0,09470297 |
| 6 | 0,32816056 | 0,23381434 | 0,15484189 | 0,15201459 | 0,13116863 |
| 7 | 0,23988622 | 0,34787497 | 0,14195746 | 0,16071967 | 0,10956168 |
| 8 | 0,25941905 | 0,31500827 | 0,06299663 | 0,23494987 | 0,12762618 |
| | 0,2860 | 0,3049 | 0,1071 | 0,2006 | 0,1015 |

Figura 4.3 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^A - Segundo Ciclo



Luego, se verifica la condición de estabilidad requerida para este sub-problema, en cuanto el indicador de estabilidad IVR resulta inferior al 30% (Tabla 4.8) y las variables aleatorias $W_1^A, W_2^A, \dots, W_5^A$ se distribuyen normalmente (Tabla 4.9).

Tabla 4.8 – IVR para W^A - Segundo Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|------------|------------|
| 0,131 | 0,46666667 | 28% |

Tabla 4.9 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^A - Segundo Ciclo

| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,8765 | 0,5304 | 0,3861 | 0,3023 | 0,3768 |
| Shapiro-Wilk | 0,794 | 0,504 | 0,305 | 0,324 | 0,255 |

Se procede entonces, a la estimación de las medias para cada uno de las competencias indicadas, para el rol de Analista Funcional. En otros términos, se

obtiene el vector de medias $\hat{\mu}_{W^A}$ (expresión 4.5), que contienen los pesos estimados de las cinco competencias valoradas para este rol.

$$\hat{\mu}_{W^A} = \begin{bmatrix} 0,29 \\ 0,30 \\ 0,11 \\ 0,20 \\ 0,10 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

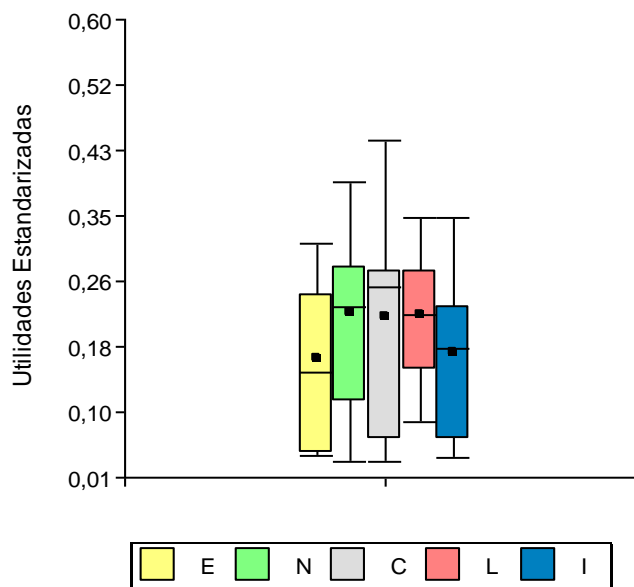
Se sigue ahora, con el análisis del sub-problema competencias para el rol de Analista de Testeo. Como se menciona para el caso de Analista Funcional, se trabaja en formato de taller con 8 participantes (las mismas personas que integraron el grupo anterior).

Ahora bien, para el rol de Analista de Testeo a diferencia de lo sucedido para Analista Funcional, fueron necesarios tres ciclos de estabilización. Al inicio del ejercicio, se obtiene la muestra observada de W^T que se presenta en la Tabla 4.10 y representa en el gráfico de caja de la Figura 4.4. En primer lugar, se observa una fuerte variabilidad en las utilidades expresadas para todas las competencias valoradas y por otra una clara falta de diferenciación entre las mismas. Más específicamente, no parece haber diferencias entre las valoraciones asignadas a *conocimiento del negocio*, *comunicación* y *liderazgo* por un lado, y *experiencia e iniciativa* por el otro.

Tabla 4.10 - Muestra observada de W^T – Primer Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 0,28911 | 0,33241 | 0,06191 | 0,27822 | 0,03835 |
| 2 | 0,17968 | 0,39137 | 0,03368 | 0,15148 | 0,24379 |
| 3 | 0,04434 | 0,28332 | 0,26626 | 0,34496 | 0,06112 |
| 4 | 0,31281 | 0,19224 | 0,24833 | 0,08442 | 0,16220 |
| 5 | 0,24789 | 0,17644 | 0,07050 | 0,15902 | 0,34615 |
| 6 | 0,04013 | 0,26913 | 0,27819 | 0,21716 | 0,19539 |
| 7 | 0,11816 | 0,03440 | 0,44412 | 0,30357 | 0,09974 |
| 8 | 0,09829 | 0,10834 | 0,33774 | 0,22339 | 0,23223 |
| | 0,16630 | 0,22346 | 0,21759 | 0,22028 | 0,17237 |

Figura 4.4 Gráfico de caja para la muestra observada de W^T - Primer Ciclo



Esta situación de no diferenciación, respecto de la importancia de cada una de las competencias para el rol de Analista de Testeo, se refleja claramente en un alto indicador IVR (Tabla 4.11). Si bien, las variables aleatorias $W_1^T, W_2^T, \dots, W_5^T$, se distribuyen normalmente (Tabla 4.12). Cabe recordar uno de los resultados obtenidos en el Capítulo 3 del presente documento, acerca de la baja

sensibilidad de las pruebas de normalidad para la detección de distribuciones alternativas no normales simétricas, como sucede en este caso.

Tabla 4.11 – IVR para W^T - Primer Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|-------------|-----|
| 0,459 | 0,466666667 | 98% |

Tabla 4.12 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^T - Primer Ciclo

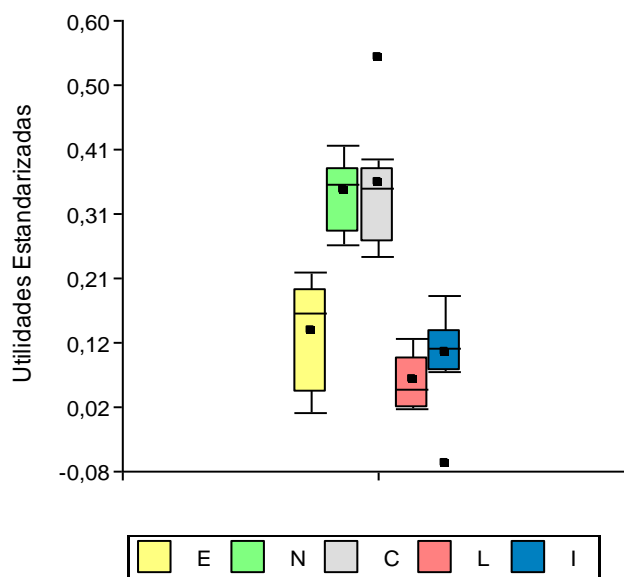
| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|-------|--------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,2513 | 0,8995 | 0,338 | 0,8584 | 0,7742 |
| Shapiro-Wilk | 0,337 | 0,961 | 0,363 | 0,907 | 0,801 |

Se continúa entonces, con un segundo ciclo de estabilización, ya que no se logra el consenso en el ciclo anterior. Para esta instancia se obtiene una nueva muestra observada de la variable aleatoria multidimensional W^T (Tabla 4.13) y el correspondiente gráfico de caja (Figura 4.5). A diferencia de lo que ocurre en el ciclo anterior, las utilidades asignadas por el grupo de participantes parecen diferenciar claramente dos grupos de competencias: por un lado *conocimiento del negocio* y *comunicación* resultan más importantes para este rol, en tanto *experiencia*, *liderazgo* e *iniciativa* resultan menos importantes. Ahora bien, subsiste la no diferenciación entre las utilidades asignadas a *experiencia* y *comunicación*. Por otra parte, para *comunicación* y *liderazgo* existe un participante que se aleja demasiado del resto respecto de sus apreciaciones.

Tabla 4.13 - Muestra observada de W^T – Segundo Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 0,19742 | 0,40540 | 0,24619 | 0,04633 | 0,10466 |
| 2 | 0,22392 | 0,31236 | 0,26562 | 0,01673 | 0,18137 |
| 3 | 0,14227 | 0,35813 | 0,54562 | 0,01708 | -0,06311 |
| 4 | 0,20822 | 0,27968 | 0,34415 | 0,09439 | 0,07355 |
| 5 | 0,17800 | 0,26434 | 0,35331 | 0,11469 | 0,08966 |
| 6 | 0,01105 | 0,41372 | 0,39200 | 0,04972 | 0,13351 |
| 7 | 0,04050 | 0,34876 | 0,37646 | 0,12213 | 0,11215 |
| 8 | 0,06773 | 0,37789 | 0,32810 | 0,03937 | 0,18692 |
| | 0,13364 | 0,34503 | 0,35643 | 0,06256 | 0,10234 |

Figura 4.5 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^T - Segundo Ciclo



Esta situación, se expresa en un indicador IVR que sigue siendo mayor al requerido como evidencia de un escenario de acuerdo (Tabla 4.14). Si bien, como sucede en el anterior ciclo, las variables aleatorias $W_1^T, W_2^T, \dots, W_5^T$ se distribuyen normalmente (Tabla 4.15).

Tabla 4.14 – IVR para W^T - Segundo Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|-------------|------------|
| 0,183 | 0,466666667 | 39% |

Tabla 4.15 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^T - Segundo Ciclo

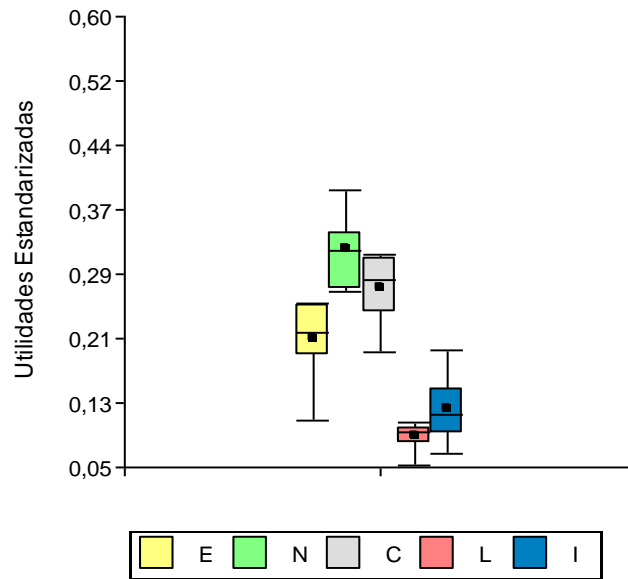
| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,1788 | 0,4812 | 0,4717 | 0,1282 | 0,2846 |
| Shapiro-Wilk | 0,202 | 0,485 | 0,224 | 0,226 | 0,238 |

Se continúa entonces, con un tercer ciclo de análisis del sub-problema competencias para el rol de Analista de Testeo. Se obtiene la muestra observada de la variable multidimensional W^T (Tabla 4.16) y en el gráfico de caja de la Figura 4.6, se reconoce una clara diferenciación entre las cinco competencias. Según las utilidades asignadas en esta instancia por el grupo de participantes, *el conocimiento del negocio* resulta de mayor importancia para el rol de Analista de Testeo, seguido de la competencia *comunicación*. En tanto, *iniciativa y liderazgo* se consideran de menor importancia, encontrándose para este último una valoración alejada del resto. Es de destacar, la homogeneidad lograda para las valoraciones de las competencias *conocimiento del negocio, comunicación e iniciativa*.

Tabla 4.16 Muestra observada de W^T – Tercer Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 0,21441 | 0,26954 | 0,30566 | 0,09782 | 0,11257 |
| 2 | 0,25137 | 0,32730 | 0,24999 | 0,10211 | 0,06924 |
| 3 | 0,18757 | 0,35776 | 0,19313 | 0,10668 | 0,15486 |
| 4 | 0,10868 | 0,30184 | 0,29353 | 0,10138 | 0,19457 |
| 5 | 0,11239 | 0,38903 | 0,31002 | 0,09258 | 0,09598 |
| 6 | 0,21606 | 0,33778 | 0,26840 | 0,08445 | 0,09331 |
| 7 | 0,24961 | 0,26503 | 0,30821 | 0,02872 | 0,14842 |
| 8 | 0,24866 | 0,30658 | 0,24064 | 0,08238 | 0,12173 |
| | 0,19859 | 0,31936 | 0,27120 | 0,08701 | 0,12383 |

Figura 4.6 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^T - Tercer Ciclo



En este tercer ciclo, se obtiene un indicador IVR menor al 30% (Tabla 4.17). Ahora bien, para la variable aleatoria W_4^T que modela las asignaciones para la competencia *liderazgo*, se obtiene un valor $p < 0,10$ (Tabla 4.18). Cabe destacar que para esta variable se observan valores muy próximos a cero, en particular un valor atípico próximo a 0,04; por lo que es lógico que no haya coincidencia plena con la distribución de normal. Según Montgomery y Douglas (2003), en casos como éste, cuando el valor p resulta mayor que una milésima ($p > 0,001$), se adopta como válido el supuesto de normalidad de dicha variable. Es preciso destacar que, ejemplos de estas soluciones se reconocen en las cartas de control de promedios y de rangos; y en la carta de recorridos que se fundamenta en la distribución normal aun cuando, -para tamaño de muestra menor a que 7- la distribución verdadera resulte asimétrica.

Por lo dicho en el párrafo anterior, se concluye que las variables aleatorias $W_1^T, W_2^T, \dots, W_5^T$ se distribuyen normalmente.

Tabla 4.17 – IVR para W^T - Tercer Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|-------------|-----|
| 0,076 | 0,466666667 | 16% |

Tabla 4.18 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^T - Tercer Ciclo

| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|-------|--------|--------|-------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,028 | 0,7595 | 0,2148 | 0,007 | 0,8582 |
| Shapiro-Wilk | 0,035 | 0,762 | 0,181 | 0,021 | 0,877 |

Se alcanza entonces, el estado estable para el sub-problema competencias para el rol de Analista de Testeo y se obtiene el vector de medias $\hat{\mu}_{W^T}$ (expresión 4.6), que contiene los pesos estimados de las cinco competencias valoradas para dicho rol.

$$\hat{\mu}_{W^T} = \begin{bmatrix} 0,20 \\ 0,32 \\ 0,27 \\ 0,09 \\ 0,12 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Hasta aquí, se describe y analiza en detalle los pasos, resultados e interpretaciones correspondientes a los análisis del sub-problema competencias para los roles de Analistas Funcional y Analista de Testeo. Queda aún, presentar los análisis de este mismo sub-problema para los roles de Desarrollador y Referente de la empresa; ahora bien como resultan similares a los anteriores, se describen con menos nivel de detalle.

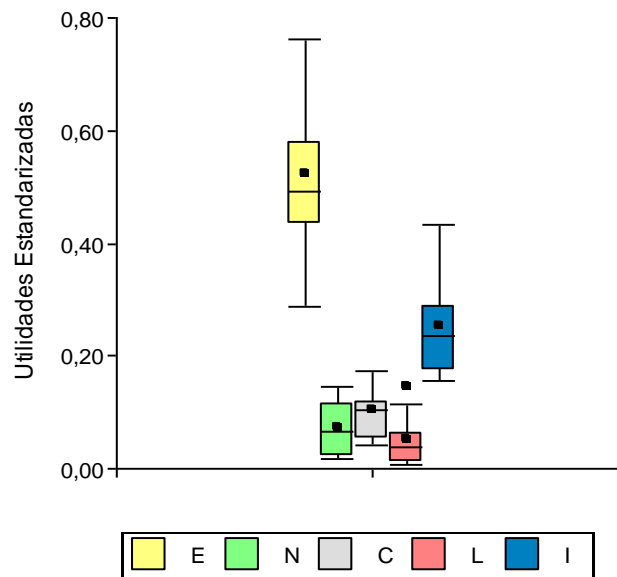
Para el rol de Desarrollador, fueron necesarios dos ciclos de estabilización. En la Tabla 4.19 se tiene la muestra observada de W^D al inicio del ejercicio. En el gráfico de caja de la Figura 4.7, se evidencia una fuerte variabilidad en las opiniones de los miembros del grupo. En este caso las diferencias más importantes

se vinculan con *la experiencia y el conocimiento del negocio*, en tanto que hay posiciones muy alejadas del resto en las valoraciones de *iniciativa y liderazgo*.

Tabla 4.19 - Muestra observada de W^D – Primer Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0,51428571 | 0,08571429 | 0,17142857 | 0,05714286 | 0,17142857 |
| 2 | 0,57831325 | 0,02409639 | 0,09638554 | 0,01204819 | 0,28915663 |
| 3 | 0,76271186 | 0,01694915 | 0,05084746 | 0,01694915 | 0,15254237 |
| 4 | 0,70243902 | 0,0195122 | 0,03902439 | 0,00487805 | 0,23414634 |
| 5 | 0,43103448 | 0,04310345 | 0,0862069 | 0,00862069 | 0,43103448 |
| 6 | 0,44444444 | 0,11111111 | 0,11111111 | 0,11111111 | 0,22222222 |
| 7 | 0,47058824 | 0,11764706 | 0,11764706 | 0,05882353 | 0,23529412 |
| 8 | 0,28571429 | 0,14285714 | 0,14285714 | 0,14285714 | 0,28571429 |
| | 0,5237 | 0,0701 | 0,1019 | 0,0516 | 0,2527 |

Figura 4.7 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^D - Primer Ciclo



Ahora bien, en base a los resultados que se muestran en las Tabla 4.20 y Tabla 4.21 en este ciclo no se alcanza el estado estable para el sub-problema en cuestión, por lo que se hace necesario un segundo ciclo de análisis.

Tabla 4.20 – IVR para W^D - Primer Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|------------|------------|
| 0,269 | 0,46666667 | 58% |

Tabla 4.21 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^D - Primer Ciclo

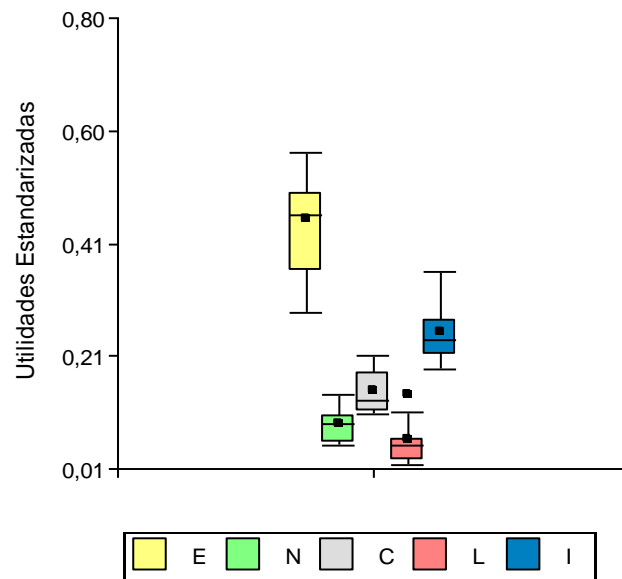
| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,8251 | 0,1285 | 0,8656 | 0,0905 | 0,4289 |
| Shapiro-Wilk | 0,8244 | 0,0898 | 0,8984 | 0,1774 | 0,3459 |

Para este ciclo, se obtiene la muestra observada que muestra en la Tabla 4.22 y el correspondiente gráfico de caja (Figura 4.8). Las opiniones de los miembros del grupo resultan muy parecidas, sólo se observa una opinión alejada del resto para *liderazgo*. Por otra parte, se reconoce la *experiencia* como el atributo de más peso para el rol de Desarrollador y muy por debajo la *iniciativa*. Es de destacar, que se logra una clara diferenciación entre las cinco competencias; siendo *liderazgo* la de menor impacto.

Tabla 4.22 Muestra observada de W^D – Segundo Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 0,46875 | 0,09375 | 0,1875 | 0,0625 | 0,1875 |
| 2 | 0,54054054 | 0,05405405 | 0,10810811 | 0,02702703 | 0,27027027 |
| 3 | 0,49315068 | 0,08219178 | 0,12328767 | 0,05479452 | 0,24657534 |
| 4 | 0,56603774 | 0,05660377 | 0,11320755 | 0,03773585 | 0,22641509 |
| 5 | 0,35714286 | 0,08928571 | 0,17857143 | 0,01785714 | 0,35714286 |
| 6 | 0,44444444 | 0,11111111 | 0,11111111 | 0,11111111 | 0,22222222 |
| 7 | 0,42105263 | 0,10526316 | 0,21052632 | 0,05263158 | 0,21052632 |
| 8 | 0,28571429 | 0,14285714 | 0,14285714 | 0,14285714 | 0,28571429 |
| | 0,4471 | 0,0919 | 0,1469 | 0,0633 | 0,2508 |

Figura 4.8 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^D - Segundo Ciclo



Ahora bien, en este segundo ciclo se alcanza el estado estable, en cuanto el indicador IVR resulta inferior al 30% (Tabla 4.23) y las distribuciones de probabilidad de las variables componentes de W^D , se pueden considerar normales (Tabla 4.24).

Cabe destacar, que si bien el p-valor arrojado por la prueba de normalidad Shapiro-Wilk para la componente W_3^D es inferior a 0,10, dicho valor supera la milésima. Siguiendo a Montgomery (2003), como se menciona en el análisis realizado para el tercer ciclo W^T , a los fines del presente trabajo se considera normal mencionada variable.

Tabla 4.23 – IVR para W^D - Segundo Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|------------|-----|
| 0,110 | 0,46666667 | 24% |

Tabla 4.24 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^D - Segundo Ciclo

| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,8284 | 0,7631 | 0,1135 | 0,2586 | 0,6084 |
| Shapiro-Wilk | 0,942 | 0,888 | 0,067 | 0,122 | 0,493 |

De este modo, se alcanza el estado estable para el sub-problema en cuestión y las medias estimadas para cada uno de las competencias para el rol de Desarrollador, se resumen en la expresión (4.7).

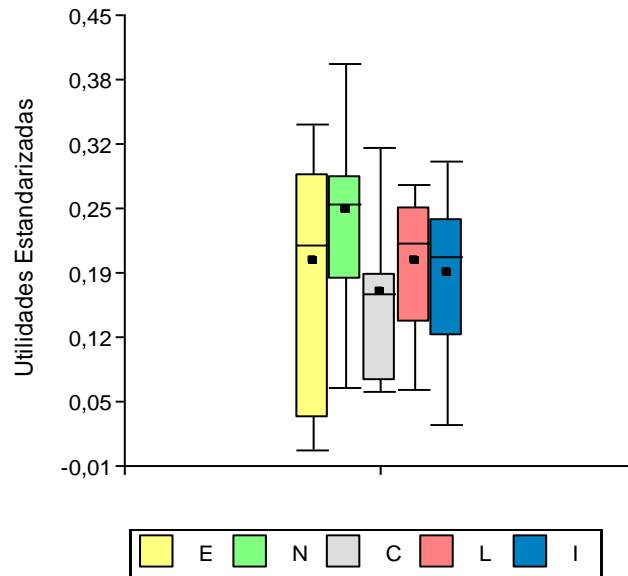
$$\hat{\mu}_{W^D} = \begin{bmatrix} 0,45 \\ 0,09 \\ 0,15 \\ 0,06 \\ 0,25 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Por último, para el rol de Referente de la empresa fueron necesarios dos ciclos de estabilización. En la Tabla 4.25 se tiene la muestra observada de W^R al inicio del ejercicio. A partir del gráfico de caja de la Figura 4.9, se deduce falta de diferenciación en la importancia asignada a cada una de las competencias para este rol. Por otro lado, una fuerte variabilidad en las opiniones de los participantes.

Tabla 4.25 - Muestra observada de W^R – Primer Ciclo

| n | Exp | Neg | Comu | Lider | Inicia |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 0,16336 | 0,27300 | 0,16472 | 0,21122 | 0,18769 |
| 2 | 0,03665 | 0,17947 | 0,31464 | 0,25286 | 0,21638 |
| 3 | 0,00556 | 0,39944 | 0,13440 | 0,22061 | 0,23999 |
| 4 | 0,33730 | 0,18392 | 0,07563 | 0,27638 | 0,12676 |
| 5 | 0,24206 | 0,06882 | 0,16316 | 0,25599 | 0,26998 |
| 6 | 0,18811 | 0,38011 | 0,06463 | 0,06700 | 0,30016 |
| 7 | 0,28667 | 0,23863 | 0,18378 | 0,17028 | 0,12064 |
| 8 | 0,32425 | 0,28363 | 0,22472 | 0,13563 | 0,03177 |
| | 0,19800 | 0,25088 | 0,16571 | 0,19875 | 0,18667 |

Figura 4.9 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^{R1} - Primer Ciclo



Luego, el indicador IVR resulta mayor al 30% (Tabla 4.26). Si bien, las muestras observadas para cada una de las competencias parecen provenir poblaciones normales (Tabla 4.27); no se alcanza el estado estable requerido. Por ello, se sigue con un nuevo ciclo de análisis para este sub-problema.

Tabla 4.26 – IVR para W^R - Primer Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|------------|------------|
| 0,329 | 0,46666667 | 70% |

Tabla 4.27 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^R - Primer Ciclo

| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,2997 | 0,7919 | 0,7344 | 0,4794 | 0,7825 |
| Shapiro-Wilk | 0,427 | 0,801 | 0,752 | 0,588 | 0,811 |

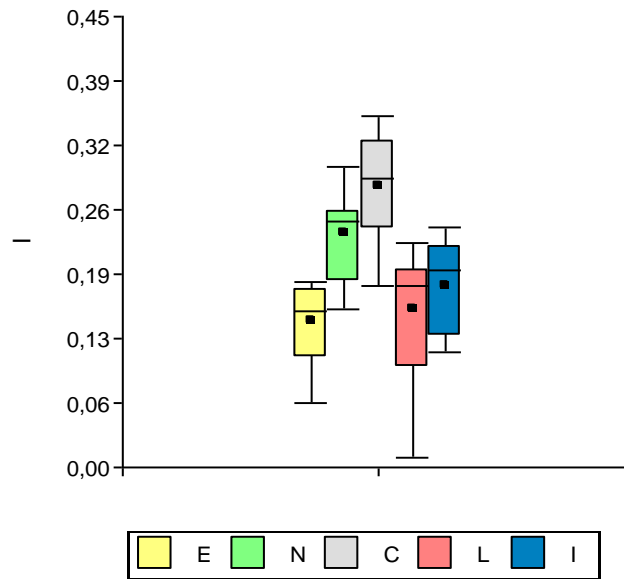
Para el segundo ciclo de estabilización de este sub-problema, se obtiene una nueva muestra para la variable aleatoria multidimensional W^R (Tabla 4.28)

Tabla 4.28 - Muestra observada de W^R – Segundo Ciclo

| n | E | N | C | L | I |
|----------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 0,17759 | 0,23194 | 0,34140 | 0,01042 | 0,23865 |
| 2 | 0,10917 | 0,25430 | 0,30195 | 0,20474 | 0,12985 |
| 3 | 0,06497 | 0,30018 | 0,27344 | 0,15696 | 0,20445 |
| 4 | 0,13187 | 0,24466 | 0,23718 | 0,19737 | 0,18892 |
| 5 | 0,17620 | 0,24690 | 0,18186 | 0,17505 | 0,21999 |
| 6 | 0,18505 | 0,18483 | 0,32528 | 0,18903 | 0,11581 |
| 7 | 0,18063 | 0,25486 | 0,23939 | 0,09852 | 0,22660 |
| 8 | 0,13638 | 0,15709 | 0,35105 | 0,22375 | 0,13174 |
| | 0,14523 | 0,23435 | 0,28144 | 0,15698 | 0,18200 |

Ahora bien, en el gráfico de caja de la Figura 4.10 se reconoce una clara diferenciación de la importancia relativa de cada una de las competencias evaluadas, para el rol de Referente. En este sentido, la *comunicación* es entendida por los participantes del grupo, como el atributo más importante para el desempeño de este rol; seguido de *conocimiento del negocio e iniciativa*. En tanto, *experiencia y liderazgo* se conciben como de menos importancia, siendo las opiniones expresadas para liderazgo las menos homogéneas.

Figura 4.10 - Gráfico de caja para la muestra observada de W^R - Segundo Ciclo



Finalmente, en este segundo ciclo se obtiene un indicador de IVR de menos del 30% (Tabla 4.29) y las distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias, componentes de W^R , pueden considerarse normales (Tabla 4.30). Cabe señalar, que si bien para la prueba Shapiro-Wilk modificada los p-valores obtenidos son todos superiores a 0,10; la prueba Shapiro-Wilk arroja un p-valor=0,036 (mayor que la milésima). Sin embargo, y siguiendo lo referido en párrafos anteriores al respecto, se concluye que la variable aleatoria W_4^R , que representa las utilidades de la competencia *liderazgo*, se consideran normales para el presente análisis.

Tabla 4.29 – IVR para W^R - Segundo Ciclo

| SCD | SCU | IVR |
|-------|------------|------------|
| 0,103 | 0,46666667 | 22% |

Tabla 4.30 – Valor p de las pruebas de normalidad para W^R - Segundo Ciclo

| | E | N | C | L | I |
|--------------------------------|--------|--------|-------|-------|--------|
| Shapiro-Wilk modificado | 0,1495 | 0,5803 | 0,574 | 0,119 | 0,1147 |
| Shapiro-Wilk | 0,147 | 0,34 | 0,564 | 0,036 | 0,143 |

Se alcanza entonces, el estado estable del sub-problema competencias para el rol de Referente de la empresa. Luego, se procede a estimar las medias de cada una de las cinco variables aleatorias, componentes de la variable aleatoria multidimensional W^R (expresión 4.8).

$$\hat{\mu}_{W^R} = \begin{bmatrix} 0,15 \\ 0,23 \\ 0,28 \\ 0,16 \\ 0,18 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

En síntesis, hasta aquí se logra el estado estable para el sub-problema competencias, para cada uno de los cuatro roles analizados. Se propone el correspondiente vector de medias estimado para las variables aleatorias W^A, W^T, W^D y W^R . En otras palabras, se concluye con la estimación puntual de los parámetros del proceso de decisión, que corresponden a cada una de las cinco competencias evaluadas para cada uno de los cuatro roles (Tabla 4.31).

Tabla 4.31 – Pesos estimados para los parámetros del modelo

| | Experiencia | Conocimiento del negocio | Comunicación | Liderazgo | Iniciativa |
|--------------------------------|--------------------|---------------------------------|---------------------|------------------|-------------------|
| Analista Funcional | 0,29 | 0,30 | 0,11 | 0,20 | 0,10 |
| Analista de Testeo | 0,20 | 0,32 | 0,27 | 0,09 | 0,12 |
| Desarrollador | 0,45 | 0,09 | 0,15 | 0,06 | 0,25 |
| Referente de la empresa | 0,15 | 0,23 | 0,28 | 0,16 | 0,18 |

Se destaca además, la verificación de la normalidad para cada una de las variables aleatorias que se indican en las expresiones (4.1), (4.2), (4.3) y (4.4) y se ajustan las distribuciones de probabilidad de cada una de las variables univariadas que las componen.

Específicamente, para el rol de Analista Funcional se obtienen las distribuciones de probabilidad ajustadas para las componentes de W^A , como se indica en las expresiones (4.9), (4.10), (4.11), (4.12) y (4.13).

$$W_1^A \sim N (0,29; 0,0009) \quad (4.9)$$

$$W_2^A \sim N (0,30; 0,0016) \quad (4.10)$$

$$W_3^A \sim N (0,11; 0,0009) \quad (4.11)$$

$$W_4^A \sim N (0,20; 0,0016) \quad (4.12)$$

$$W_5^A \sim N (0,10; 0,0009) \quad (4.13)$$

Para el rol de Analista de Testeo se obtienen las distribuciones de probabilidad ajustadas para las componentes de W^T , según se muestra a continuación.

$$W_1^T \sim N (0,21; 0,0025) \quad (4.14)$$

$$W_2^T \sim N (0,32; 0,0016) \quad (4.15)$$

$$W_3^T \sim N (0,27; 0,0016) \quad (4.16)$$

$$W_4^T \sim N (0,09; 0,0004) \quad (4.17)$$

$$W_5^T \sim N (0,12; 0,0016) \quad (4.18)$$

Por último, para los roles de Desarrollador y Referente de la empresa, se obtienen las distribuciones de probabilidad ajustadas para cada una de las componentes de W^D y W^R respectivamente; como se detalla en las siguientes expresiones.

$$W_1^D \sim N (0,45; 0,081) \quad (4.19)$$

$$W_2^D \sim N (0,09; 0,0009) \quad (4.20)$$

$$W_3^D \sim N (0,15; 0,0016) \quad (4.21)$$

$$W_4^D \sim N (0,06; 0,0016) \quad (4.22)$$

$$W_5^D \sim N (0,25; 0,0025) \quad (4.23)$$

$$W_1^R \sim N (0,15; 0,0016) \quad (4.24)$$

$$W_2^R \sim N (0,23; 0,0016) \quad (4.25)$$

$$W_3^R \sim N (0,28; 0,0036) \quad (4.26)$$

$$W_4^R \sim N (0,09; 0,0004) \quad (4.27)$$

$$W_5^R \sim N (0,18; 0,0025) \quad (4.28)$$

4.4 Asignación de utilidades a las competencias de los candidatos

En este apartado se sigue con la fase de estabilización de los seis sub-problemas que corresponden a la asignación de utilidades para cada candidato, según la competencia que se valora. Esto implica la obtención de valoración acordada para cada uno de estos seis candidatos, en relación a cada una de las cinco competencias (parámetros del proceso).

Cabe destacar que el estudio de estos sub-problemas se efectúa, sin tener en cuenta el rol, ya que sólo se valora la competencia en el candidato. Para ello se realizan una serie de ejercicios grupales en el marco de talleres con doce personas, ocho de los cuales participaron en los ejercicios de análisis de las competencias.

Para comenzar, se describe la fase de estabilización para la competencia *experiencia*. En este caso, se necesitaron tres ciclos de estabilización. En el primero de estos ciclos, se obtiene la Tabla 4.32 con la muestra observada para las variables aleatorias $U_{1,1}$, $U_{2,1}$, $U_{3,1}$, $U_{4,1}$, $U_{5,1}$ y $U_{6,1}$, que corresponden a las valoraciones de cada candidato para la competencia *experiencia*. Es preciso señalar, que en estas tablas los candidatos se referencian con la letra C y el número de candidato correspondiente.

Para esta instancia de análisis del sub-problema en cuestión, el indicador de IVR resulta superior al 30% (Tabla 4.33). En tanto, las variables parecen satisfacer el supuesto de normalidad, dado que los valores p obtenidos tras las pruebas, son satisfactorios (Tabla 4.34). Estos resultados permiten concluir que aún no se alcanza el estado estable requerido para este sub-problema.

Tabla 4.32 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *Experiencia* - Primer Ciclo

| n | Utilidades Estandarizadas | | | | | |
|----|---------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
| 1 | 0,12832158 | 0,00050163 | 0,39430586 | 0,2141269 | 0,20706345 | 0,05568059 |
| 2 | 0,02696859 | 0,25334547 | 0,12950614 | 0,32646791 | 0,0734183 | 0,19029358 |
| 3 | 0,06874822 | 0,259921 | 0,19752456 | 0,12491004 | 0,1810049 | 0,16789127 |
| 4 | 0,07341493 | 0,18531436 | 0,37748485 | 0,17605793 | 0,08003236 | 0,10769557 |
| 5 | 0,18806562 | 0,20674202 | 0,24857612 | 0,06972641 | 0,18868584 | 0,09820399 |
| 6 | 0,1137845 | 0,070191 | 0,19458768 | 0,14139268 | 0,29720309 | 0,18284105 |
| 7 | 0,2303437 | 0,24682057 | 0,16663633 | 0,21668421 | 0,06000364 | 0,07951155 |
| 8 | 0,11997726 | 0,35546184 | 0,04182461 | 0,39834471 | 0,07592557 | 0,00846601 |
| 9 | 0,25722267 | 0,19847572 | 0,12750347 | 0,1935787 | 0,13497832 | 0,08824113 |
| 10 | 0,16242057 | 0,18789715 | 0,1081763 | 0,15836997 | 0,20350883 | 0,17962718 |
| 11 | 0,33370133 | 0,17627577 | 0,34274745 | 0,04544481 | 0,04719142 | 0,05463923 |
| 12 | 0,08983201 | 0,31534768 | 0,01591121 | 0,23432671 | 0,08901934 | 0,25556304 |
| | 0,14940008 | 0,20469118 | 0,19539872 | 0,19161925 | 0,13650292 | 0,12238785 |

Tabla 4.33 – IVR para el Primer Ciclo de análisis

| | | |
|------------|------------|------------|
| SCD | SCU | IVR |
| 0,594 | 0,611111 | 97% |

Tabla 4.34 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado
Primer Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| $U_{1,1}$ | 0,6407 |
| $U_{2,1}$ | 0,676 |
| $U_{3,1}$ | 0,3675 |
| $U_{4,1}$ | 0,7615 |
| $U_{5,1}$ | 0,1575 |
| $U_{6,1}$ | 0,6868 |

Ahora bien, en el segundo ciclo de análisis de este sub-problema, se obtiene una nueva muestra observada de las variables aleatorias $U_{1,1}$, $U_{2,1}$, $U_{3,1}$, $U_{4,1}$, $U_{5,1}$ y $U_{6,1}$, que se indican en la Tabla 4.35. En este ciclo, el indicador IVR resulta muy cercano al 30%, pero aún supera dicho valor (Tabla 4.36). En tanto, el supuesto de normalidad se verifica para las mencionadas variables (Tabla 4.37). Cabe señalar, que aquí se sigue el mismo criterio que se utiliza para el análisis de la variable W^T en el tercer ciclo, en cuando a la consideración de los valores p.

Tabla 4.35 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *Experiencia* - Segundo Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0,07597363 | 0,27941082 | 0,23345136 | 0,15935801 | 0,11336649 | 0,1384397 |
| 2 | 0,02640654 | 0,40032384 | 0,12680709 | 0,11814697 | 0,22131901 | 0,10699655 |
| 3 | 0,07127301 | 0,26348764 | 0,20477869 | 0,19472975 | 0,16484606 | 0,10088484 |
| 4 | 0,05139781 | 0,32224389 | 0,26427721 | 0,10748186 | 0,15067152 | 0,1039277 |
| 5 | 0,17874801 | 0,27102776 | 0,23626055 | 0,08223579 | 0,0998301 | 0,13189779 |
| 6 | 0,10216074 | 0,34097404 | 0,1747094 | 0,13753457 | 0,1277311 | 0,11689015 |
| 7 | 0,21514388 | 0,26844327 | 0,1556404 | 0,15757519 | 0,11503173 | 0,08816552 |
| 8 | 0,08331253 | 0,38926392 | 0,02904312 | 0,20899149 | 0,17219012 | 0,11719883 |
| 9 | 0,26218723 | 0,26264247 | 0,12996437 | 0,10366436 | 0,13801206 | 0,1035295 |
| 10 | 0,16920095 | 0,36358814 | 0,11269221 | 0,13941474 | 0,13990078 | 0,07520318 |
| 11 | 0,18782794 | 0,2985775 | 0,19291966 | 0,09625811 | 0,13245986 | 0,09195694 |
| 12 | 0,08306826 | 0,36042635 | 0,0147132 | 0,22279667 | 0,17963235 | 0,13936318 |
| | 0,12555838 | 0,31836747 | 0,15627144 | 0,14401563 | 0,14624927 | 0,10953782 |

Tabla 4.36 – IVR para el Segundo Ciclo de análisis

| SCD | SCU | IVR |
|-------|----------|------------|
| 0,197 | 0,611111 | 32% |

Tabla 4.37 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado Segundo Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| U _{1,1} | 0,3016 |
| U _{2,1} | 0,0633 |
| U _{3,1} | 0,4497 |
| U _{4,1} | 0,3769 |
| U _{5,1} | 0,7215 |
| U _{6,1} | 0,5915 |

Se sigue entonces con un tercer ciclo de análisis de este sub-problema. La muestra observada para las variables aleatorias $U_{1,1}$, $U_{2,1}$, $U_{3,1}$, $U_{4,1}$, $U_{5,1}$ y $U_{6,1}$, que representan las valoraciones para cada uno de los seis candidatos respecto del atributo *experiencia*, se indica en la Tabla 4.38.

Tabla 4.38 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *Experiencia* - Tercer Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0,09159763 | 0,40475406 | 0,11490359 | 0,09272923 | 0,19886252 | 0,09715297 |
| 2 | 0,08426363 | 0,31090924 | 0,12638709 | 0,07909476 | 0,21799724 | 0,18134804 |
| 3 | 0,07979528 | 0,30217066 | 0,14081174 | 0,1038157 | 0,23338665 | 0,14001997 |
| 4 | 0,07163505 | 0,28808817 | 0,13211114 | 0,15538364 | 0,2068549 | 0,1459271 |
| 5 | 0,08541729 | 0,32521047 | 0,11634097 | 0,1008288 | 0,26101228 | 0,11119018 |
| 6 | 0,0799103 | 0,33757436 | 0,08461907 | 0,14374505 | 0,26441768 | 0,08973354 |
| 7 | 0,06725204 | 0,30780645 | 0,05890759 | 0,11525365 | 0,24044039 | 0,21033988 |
| 8 | 0,08708602 | 0,32051165 | 0,06566603 | 0,07936017 | 0,31915294 | 0,12822318 |
| 9 | 0,08661256 | 0,28611607 | 0,12727755 | 0,13063412 | 0,24385046 | 0,12550924 |
| 10 | 0,04602699 | 0,31614671 | 0,10998686 | 0,09683651 | 0,26387273 | 0,16713021 |
| 11 | 0,09911805 | 0,27500798 | 0,11082082 | 0,13330738 | 0,20205696 | 0,17968881 |
| 12 | 0,07137141 | 0,38627144 | 0,10281565 | 0,11494156 | 0,19276934 | 0,13183059 |
| | 0,07917386 | 0,32171394 | 0,10755401 | 0,11216088 | 0,23705617 | 0,14234114 |

En esta instancia de análisis, se logra el estado estable del sub-problema en cuestión (Tabla 4.39 - Tabla 4.40) y se sigue con el análisis de los restantes sub-problemas.

Tabla 4.39 – IVR para el Tercer Ciclo de análisis

| | | |
|------------|------------|------------|
| SCD | SCU | IVR |
| 0,062 | 0,61111 | 10% |

Tabla 4.40 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado
Tercer Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| $U_{1,1}$ | 0,5576 |
| $U_{2,1}$ | 0,125 |
| $U_{3,1}$ | 0,2282 |
| $U_{4,1}$ | 0,5265 |
| $U_{5,1}$ | 0,3912 |
| $U_{6,1}$ | 0,746 |

Ahora bien, para el sub-problema de asignación de las valoraciones de los seis candidatos en relación al *conocimiento del negocio*, también fueron necesarios dos ciclos de análisis. En la Tabla 4.41, se expone la muestra observada para las variables aleatorias $U_{1,2}$, $U_{2,2}$, $U_{3,2}$, $U_{4,2}$, $U_{5,2}$ y $U_{6,2}$

Tabla 4.41 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *conocimiento del negocio* - Primer Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 0,140590246 | 0,09739935 | 0,362236948 | 0,090278456 | 0,100583825 | 0,208911175 |
| 2 | 0,23726109 | 0,077400815 | 0,339665555 | 0,022940781 | 0,046619918 | 0,276111841 |
| 3 | 0,169478533 | 0,229071021 | 0,410529652 | 0,059795214 | 0,117613484 | 0,013512096 |
| 4 | 0,080005498 | 0,192119546 | 0,386964106 | 0,10320717 | 0,137296038 | 0,100407643 |
| 5 | 0,071001445 | 0,205563042 | 0,338446202 | 0,195612889 | 0,082206174 | 0,107170249 |
| 6 | 0,020111187 | 0,121910815 | 0,46520545 | 0,163454011 | 0,146367121 | 0,082951416 |
| 7 | 0,013895565 | 0,073226217 | 0,328158551 | 0,234861544 | 0,134351927 | 0,215506196 |
| 8 | 0,186919269 | 0,054106833 | 0,484684316 | 0,194130607 | 0,063259855 | 0,01689912 |
| 9 | 0,21826267 | 0,041337078 | 0,388534834 | 0,203555745 | 0,02812803 | 0,120181642 |
| 10 | 0,082478795 | 0,154962319 | 0,34462079 | 0,21989597 | 0,038458083 | 0,159584044 |
| 11 | 0,140657999 | 0,196922717 | 0,379083003 | 0,151432901 | 0,077520476 | 0,054382903 |
| 12 | 0,218387204 | 0,248994271 | 0,296922882 | 0,016846491 | 0,154914196 | 0,063934955 |
| | 0,131587458 | 0,141084502 | 0,377087691 | 0,138000982 | 0,093943261 | 0,118296107 |

En este primer ciclo de análisis no se alcanza el estado estable. El indicador IVR supera al 30% (Tabla 4.42); Si bien las distribuciones de las variables aleatorias $U_{1,2}$, $U_{2,2}$, $U_{3,2}$, $U_{4,2}$, $U_{5,2}$ y $U_{6,2}$ pueden considerarse normales (TABLA 4.43).

Tabla 4.42 – IVR para el Primer Ciclo de análisis

| | | |
|------------|------------|------------|
| SCD | SCU | IVR |
| 0,319 | 0,61111 | 52% |

Tabla 4.43 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado
Primer Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| $U_{1,2}$ | 0,2534 |
| $U_{2,2}$ | 0,214 |
| $U_{3,2}$ | 0,4853 |
| $U_{4,2}$ | 0,1528 |
| $U_{5,2}$ | 0,2693 |
| $U_{6,2}$ | 0,4748 |

Luego, para el segundo ciclo de análisis del sub-problema que supone la valoración de los candidatos para *conocimiento del negocio*, se obtiene una nueva muestra observada de las variables aleatorias $U_{1,2}$, $U_{2,2}$, $U_{3,2}$, $U_{4,2}$, $U_{5,2}$ y $U_{6,2}$ en la Tabla que sigue:

Tabla 4.44 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *conocimiento del negocio* - Segundo Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 0,213160368 | 0,154438895 | 0,324087001 | 0,003675186 | 0,052754108 | 0,251884442 |
| 2 | 0,08664981 | 0,199502117 | 0,314065381 | 0,038634488 | 0,137954177 | 0,223194028 |
| 3 | 0,120729802 | 0,141438808 | 0,266066849 | 0,16624253 | 0,09105533 | 0,214466681 |
| 4 | 0,17583289 | 0,17511938 | 0,250272211 | 0,077841717 | 0,101919845 | 0,219013957 |
| 5 | 0,173795535 | 0,11482408 | 0,314679958 | 0,185711584 | 0,093492459 | 0,117496384 |
| 6 | 0,168500816 | 0,169625514 | 0,248627912 | 0,16114809 | 0,073384514 | 0,178713154 |
| 7 | 0,188866326 | 0,142493184 | 0,33693724 | 0,087626845 | 0,062153627 | 0,181922778 |
| 8 | 0,120380356 | 0,200571398 | 0,278725573 | 0,157937843 | 0,070178751 | 0,172206079 |
| 9 | 0,169271135 | 0,122945936 | 0,247016553 | 0,160437894 | 0,077008318 | 0,223320163 |
| 10 | 0,1304261 | 0,143758519 | 0,339472566 | 0,123784662 | 0,057481844 | 0,205076309 |
| 11 | 0,219366004 | 0,154726275 | 0,289867542 | 0,099156207 | 0,039496426 | 0,197387546 |
| 12 | 0,159174071 | 0,182069996 | 0,241320287 | 0,150122189 | 0,106604281 | 0,160709176 |
| | 0,160512768 | 0,158459509 | 0,287594923 | 0,11769327 | 0,080290307 | 0,195449225 |

Para este ciclo se alcanza un IVR menor al 30% y las variables aleatorias $U_{1,2}$, $U_{2,2}$, $U_{3,2}$, $U_{4,2}$, $U_{5,2}$ y $U_{6,2}$, se consideran distribuidas normalmente. Cabe recordar que, si bien el valor de p obtenido para la variable $U_{3,2}$ es inferior a 0,10, de todos modos no resulta menor a 0,001; por lo que a los fines de este trabajo se adopta como válido el supuesto de normalidad de dicha variable (Tabla 4.45 - Tabla 4.46). Esta información, permite concluir el estado estable para el sub-problema en cuestión.

Tabla 4.45 – IVR para el Segundo Ciclo de análisis

| SCD | SCU | IVR |
|-------|---------|------------|
| 0,098 | 0,61111 | 16% |

Tabla 4.46 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado
Segundo Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| $U_{1,2}$ | 0,6681 |
| $U_{2,2}$ | 0,5426 |
| $U_{3,2}$ | 0,0683 |
| $U_{4,2}$ | 0,2104 |
| $U_{5,2}$ | 0,9009 |
| $U_{6,2}$ | 0,8739 |

Cabe señalar, que sólo fue necesario un ciclo de análisis para alcanzar el estado estable, en los sub-problemas relacionados con la asignación de valoraciones a los candidatos para *comunicación, liderazgo e iniciativa*.

Más precisamente para la competencia *comunicación*, en la Tabla 4.47 se exponen las muestras observadas para las variables $U_{1,3}$, $U_{2,3}$, $U_{3,3}$, $U_{4,3}$, $U_{5,3}$ y $U_{6,3}$. El indicador IVR resulta inferior al 30% (Tabla 4.48). Si bien, para la variable aleatoria el valor p obtenido no es inferior a 0,10 (Tabla 4.49), se adopta el criterio de normalidad para dicha variable aleatoria. De modo que se logra el estado estable.

Tabla 4.47 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *comunicación* - Primer Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 0,24659282 | 0,02452575 | 0,13510686 | 0,00817525 | 0,37308085 | 0,21251848 |
| 2 | 0,16142828 | 0,02401605 | 0,14914791 | 0,0377507 | 0,36760153 | 0,26005552 |
| 3 | 0,11811668 | 0,12492575 | 0,14128687 | 0,03196633 | 0,34392513 | 0,23977923 |
| 4 | 0,21266214 | 0,00352012 | 0,19717612 | 0,00598991 | 0,41883824 | 0,16181347 |
| 5 | 0,22713457 | 0,03787414 | 0,18055404 | 0,00944826 | 0,41399296 | 0,13099603 |
| 6 | 0,21145234 | 0,0388217 | 0,09950593 | 0,07275482 | 0,41563162 | 0,16183359 |
| 7 | 0,21947801 | 0,02840574 | 0,13194449 | 0,02773636 | 0,35915011 | 0,23328529 |
| 8 | 0,19930187 | 0,02797262 | 0,15624143 | 0,01679588 | 0,40644888 | 0,19323931 |
| 9 | 0,17017957 | 0,01988412 | 0,13093134 | 0,08749272 | 0,37436696 | 0,21714529 |
| 10 | 0,19099308 | 0,05566807 | 0,14059863 | 0,02924375 | 0,35795549 | 0,22554098 |
| 11 | 0,1872654 | 0,04777261 | 0,10437766 | 0,08325909 | 0,40048798 | 0,17683725 |
| 12 | 0,22479506 | 0,07466867 | 0,07731533 | 0,02175999 | 0,38083737 | 0,22062358 |
| | 0,19744999 | 0,04233795 | 0,13701555 | 0,03603109 | 0,38435976 | 0,20280567 |

Tabla 4.48 – IVR para el Primer Ciclo de análisis

| SCD | SCU | IVR |
|-------|---------|------------|
| 0,069 | 0,61111 | 11% |

Tabla 4.49 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado Primer Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| U _{1,3} | 0,6838 |
| U _{2,3} | 0,0878 |
| U _{3,3} | 0,9003 |
| U _{4,3} | 0,0188 |
| U _{5,3} | 0,21 |
| U _{6,3} | 0,6856 |

Respecto del sub-problema que supone la valoración de los candidatos en relación a *liderazgo*, las muestras observadas de las variables aleatorias $U_{1,4}$, $U_{2,4}$,

$U_{3,4}$, $U_{4,4}$, $U_{5,4}$ y $U_{6,4}$ se exponen en la Tabla 4.50. En tanto, la información que indica el estado estable para este sub-problema, en la Tabla 4.51 y Tabla 4.52.

Tabla 4.50 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *liderazgo* - Primer Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | 0,238767027 | 0,300656362 | 0,084858512 | 0,246000139 | 0,067692547 | 0,062025413 |
| 2 | 0,20794985 | 0,289342893 | 0,1277025 | 0,23653034 | 0,117758969 | 0,020715448 |
| 3 | 0,33292886 | 0,253527705 | 0,073088426 | 0,169015664 | 0,076198658 | 0,095240687 |
| 4 | 0,252140736 | 0,208049103 | 0,117976974 | 0,182361236 | 0,1426062 | 0,096865751 |
| 5 | 0,259970697 | 0,288368253 | 0,060251931 | 0,194250583 | 0,079772783 | 0,117385753 |
| 6 | 0,202448629 | 0,343037861 | 0,048449217 | 0,28846178 | 0,106151783 | 0,011450729 |
| 7 | 0,252605576 | 0,365734477 | 0,093924945 | 0,166128441 | 0,021921559 | 0,099685002 |
| 8 | 0,316368642 | 0,283277889 | 0,094675204 | 0,104915705 | 0,165456802 | 0,035305758 |
| 9 | 0,193241182 | 0,315643663 | 0,095323222 | 0,290304489 | 0,039293511 | 0,066193933 |
| 10 | 0,241173621 | 0,260880949 | 0,034242281 | 0,276804384 | 0,112578524 | 0,074320241 |
| 11 | 0,232585913 | 0,31226908 | 0,062370936 | 0,311281688 | 0,060160088 | 0,021332294 |
| 12 | 0,183993916 | 0,337377209 | 0,103886788 | 0,247373349 | 0,085193215 | 0,042175524 |
| | 0,242847887 | 0,296513787 | 0,083062578 | 0,226118983 | 0,089565386 | 0,061891378 |

Tabla 4.51 – IVR para el Primer Ciclo de análisis

| SCD | SCU | IVR |
|-------|---------|------------|
| 0,128 | 0,61111 | 21% |

Tabla 4.52 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado
Primer Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| $U_{1,4}$ | 0,302 |
| $U_{2,4}$ | 0,962 |
| $U_{3,4}$ | 0,823 |
| $U_{4,4}$ | 0,540 |
| $U_{5,4}$ | 0,938 |
| $U_{6,4}$ | 0,322 |

Finalmente, para el sub-problema que implica la valoración de los candidatos respecto de la competencia *iniciativa*, se tiene la Tabla 4.53 con las muestras observadas para las variables aleatorias $U_{1,5}$, $U_{2,5}$, $U_{3,5}$, $U_{4,5}$, $U_{5,5}$ y $U_{6,5}$.

Para esta situación, el indicador IVR resulta inferior al 30% (Tabla 4.54) y las variables aleatorias consideradas para este sub-problema se distribuyen normalmente (Tabla 4.55). Es preciso recordar, que para este trabajo si valor de p no resulta menor a una milésima, la distribución se adopta como normal (Montgomery y Douglas, 2003). En síntesis, se considera el estado estable para este sub-problema.

Tabla 4.53 – Utilidades estandarizadas para la valoración de los candidatos, según la competencia *iniciativa* - Primer Ciclo

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|----|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| 1 | 0,192818333 | 0,199352597 | 0,111606319 | 0,361053841 | 0,085854934 | 0,049313976 |
| 2 | 0,199775135 | 0,147484698 | 0,111523119 | 0,369334153 | 0,094755681 | 0,077127214 |
| 3 | 0,177870082 | 0,188518126 | 0,124510676 | 0,354363166 | 0,139226956 | 0,015510995 |
| 4 | 0,26743271 | 0,130789275 | 0,047963171 | 0,459837245 | 0,080783405 | 0,013194194 |
| 5 | 0,242566537 | 0,193737074 | 0,067866883 | 0,395669748 | 0,062967867 | 0,037191891 |
| 6 | 0,262868304 | 0,168140379 | 0,098535066 | 0,34237166 | 0,07267186 | 0,05541273 |
| 7 | 0,299459236 | 0,135701786 | 0,071768364 | 0,3864032 | 0,047796689 | 0,058870725 |
| 8 | 0,266709635 | 0,167732052 | 0,05774235 | 0,316716829 | 0,161177529 | 0,029921605 |
| 9 | 0,272303129 | 0,234236054 | 0,01909739 | 0,36822032 | 0,100732773 | 0,005410334 |
| 10 | 0,217671632 | 0,196203522 | 0,089368009 | 0,334660553 | 0,126709134 | 0,03538715 |
| 11 | 0,253604644 | 0,121301729 | 0,021685618 | 0,366403706 | 0,134170441 | 0,102833862 |
| 12 | 0,276158108 | 0,164514507 | 0,109853771 | 0,318548113 | 0,082314059 | 0,048611442 |
| | 0,244103124 | 0,17064265 | 0,077626728 | 0,364465211 | 0,099096777 | 0,04406551 |

Tabla 4.54 – IVR para el Primer Ciclo de análisis

| SCD | SCU | IVR |
|-------|---------|------------|
| 0,093 | 0,61111 | 15% |

Tabla 4.55 - Valor p de las pruebas de normalidad Shapiro-Wilk modificado
Primer Ciclo

| Variable aleatoria | Valor de p |
|--------------------|------------|
| U _{1,5} | 0,88610 |
| U _{2,5} | 0,50940 |
| U _{3,5} | 0,10410 |
| U _{4,5} | 0,17960 |
| U _{5,5} | 0,01590 |
| U _{6,5} | 0,34240 |

Hasta aquí, se aborda la fase de estabilización para los sub-problemas que corresponden a la valoración de cada uno de los seis candidatos, para cada una de las cinco competencias consideradas. Se logra el estado estable para todos estos sub-problemas, en a lo sumo tres ciclos de análisis. Es de destacar que los últimos tres sub-problemas (relacionados con las competencias *comunicación, liderazgo e iniciativa*), sólo requieren de un ciclo de análisis para alcanzar el acuerdo en la decisión grupal.

Además se resalta que ha sido posible verificar normalidad, para cada una de las variables aleatorias componentes de las variables aleatorias multidimensionales U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 y U_6 y ajustar sus distribuciones de probabilidad como se detalla a continuación. .

$$U_{11} \sim N (0,08; 0,00019) \quad (4.29)$$

$$U_{21} \sim N (0,32; 0,0015) \quad (4.30)$$

$$U_{31} \sim N (0,11; 0,00066) \quad (4.31)$$

$$U_{41} \sim N (0,11; 0,0006) \quad (4.32)$$

$$U_{51} \sim N (0,24; 0,0013) \quad (4.33)$$

$$U_{61} \sim N (0,14; 0,0013) \quad (4.34)$$

$$U_{12} \sim N (0,16; 0,0016) \quad (4.35)$$

$$U_{22} \sim N(0,16; 0,00076) \quad (4.36)$$

$$U_{32} \sim N(0,29; 0,0014) \quad (4.37)$$

$$U_{42} \sim N(0,12; 0,0032) \quad (4.38)$$

$$U_{52} \sim N(0,08; 0,00075) \quad (4.39)$$

$$U_{62} \sim N(0,2; 0,0013) \quad (4.40)$$

$$U_{13} \sim N(0,2; 0,0012) \quad (4.41)$$

$$U_{23} \sim N(0,04; 0,001) \quad (4.42)$$

$$U_{33} \sim N(0,14; 0,0011) \quad (4.44)$$

$$U_{44} \sim N(0,04; 0,00085) \quad (4.45)$$

$$U_{53} \sim N(0,38; 0,00066) \quad (4.46)$$

$$U_{63} \sim N(0,20; 0,0015) \quad (4.47)$$

$$U_{14} \sim N(0,24; 0,021) \quad (4.48)$$

$$U_{24} \sim N(0,3; 0,0019) \quad (4.49)$$

$$U_{34} \sim N(0,08; 0,00079) \quad (4.50)$$

$$U_{44} \sim N(0,23; 0,0039) \quad (4.51)$$

$$U_{54} \sim N(0,09; 0,0017) \quad (4.52)$$

$$U_{64} \sim N(0,06; 0,0013) \quad (5.53)$$

$$U_{15} \sim N(0,29; 0,00026) \quad (4.54)$$

$$U_{25} \sim N(0,16; 0,0011) \quad (4.55)$$

$$U_{35} \sim N(0,08; 0,0021) \quad (4.56)$$

$$U_{4.5} \sim N(0,32; 0,0016) \quad (4.57)$$

$$U_{5.5} \sim N(0,09; 0,0014) \quad (4.58)$$

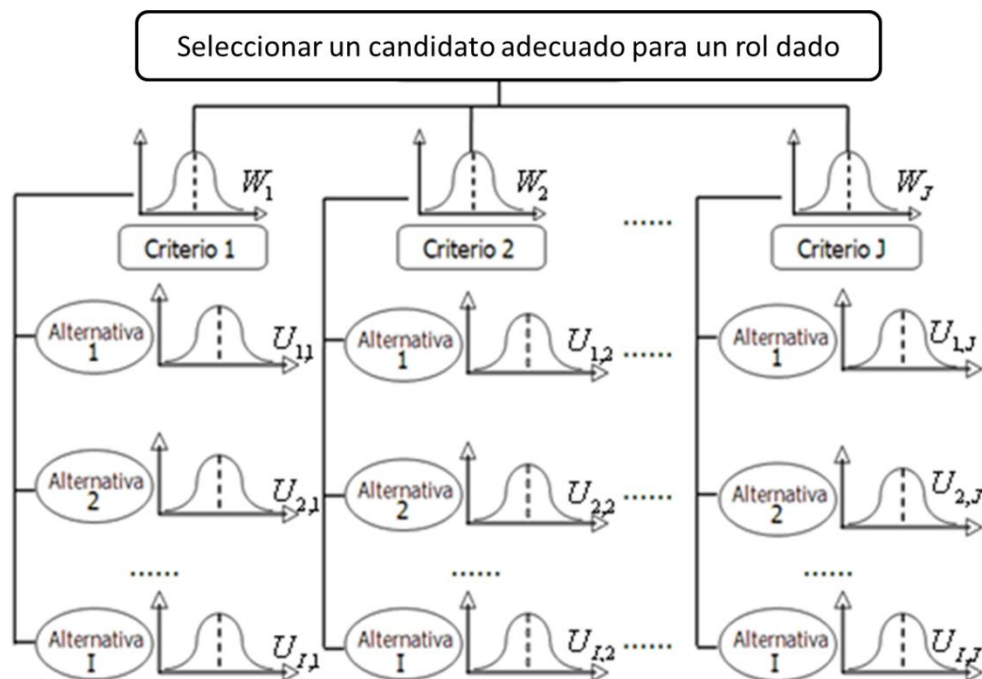
$$U_{6.5} \sim N(0,07; 0,0019) \quad (4.59)$$

4.5 Conclusiones del Capítulo

En el presente capítulo, se implementa la fase de estabilización propuesta en el método Procesos DRV, para el problema de selección de equipos de trabajo, desde una perspectiva grupal. Este problema implica varios sub-problemas, entre los cuales se encuentran el sub-problema competencias y los sub-problemas candidatos.

Ahora bien, en términos de las variables aleatorias multidimensionales W y U_i que modelan los pesos de las competencias para un rol dado y las valoraciones de los candidatos para estas competencias; se consigue el modelo aleatorio multivariado que se muestra en la Figura 4.11. En este modelo, las variables aleatorias componentes de W y las variables aleatorias componentes de U_i siguen una distribución de probabilidades normal como se indica en las expresiones (4.14) y (4.15) y para cada uno de los roles se ajustaron dichas distribuciones de probabilidad en base a las muestras observadas.

Figura 4.11 – Modelo aleatorio multivariado



$$W_j \sim N \left(\mu_{w_j}, \sigma_{w_j}^2 \right) \quad \text{con } j = 1 \dots 5 \quad (4.14)$$

$$U_{ij} \sim N \left(\mu_{U_{ij}}, \sigma_{U_{ij}}^2 \right) \quad \text{con } i = 1 \dots 6; j = 1 \dots 5 \quad (4.15)$$

Dicho de otro modo, para el sub-problema competencias se logra el acuerdo del grupo respecto de los pesos de las competencias o parámetros del proceso, para cada uno de los roles considerados. Es de destacar, que sólo para el rol de Analista de Testeo fueron necesarios tres ciclos de análisis hasta alcanzar el estado estable; para los restantes roles se requirió de dos ciclos de análisis.

En cuanto a la valoración de cada uno de los seis candidatos propuestos para los equipos de trabajo, respecto de las cinco competencias que se evalúa, sólo se necesitó de tres ciclos para la competencia *Experiencia*. Cabe aclarar, que *experiencia* se aborda en primera instancia. En tanto, para las últimas tres competencias analizadas, se logra el acuerdo en el primer ciclo de análisis.

Lo dicho se constituye en evidencia de experiencias y conocimiento compartido entre los miembros del grupo y parece señalar, un importante avance respecto a la cohesión del grupo y el sentido de pertenencia del mismo para con la empresa.

CAPÍTULO 5

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE CONFORMACIÓN DE EQUIPOS DE TRABAJO

5.1 Introducción

Al recibir la solicitud de un nuevo proyecto, la empresa debe poder identificar cuáles son las personas que se encuentran disponibles y seleccionar la más adecuada para cubrir un determinado rol en un equipo trabajo. La aplicación del método Procesos DRV, permite obtener una valoración global de cada candidato para cada uno de estos roles; valoración que refleja el nivel de cumplimiento de cada candidato, respecto de las competencias: *experiencia, conocimiento del negocio, comunicación, liderazgo e iniciativa*.

En presente capítulo, se estiman las valoraciones globales para cada uno de los candidatos puestos a consideración y con base en esta información se propone el ordenamiento de los mismos. Para el método, este ordenamiento resulta una modalidad de selección.

Ahora bien, de los ordenamientos resultantes para cada uno de los cuatro roles, ocurre a veces que un mismo candidato resulta el más adecuado para más de un rol. Entonces, se plantea conveniente efectuar la selección del equipo de trabajo de modo que el valor global del grupo sea lo más grande posible.

Para ello, se utiliza un proceso clásico de asignación de personas a puestos de trabajo, mediante la aplicación de Programación Lineal en su modalidad

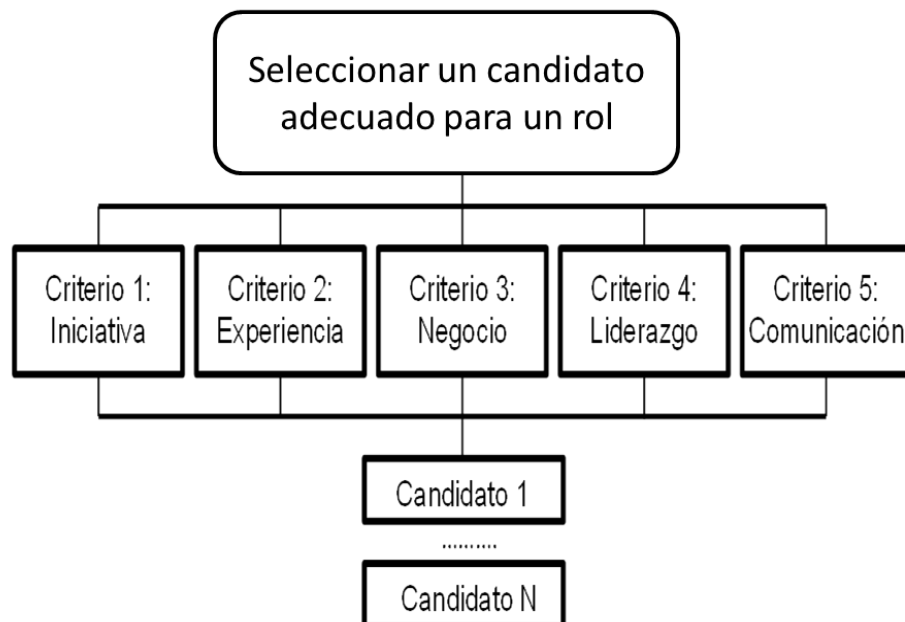
Binaria. Para esta solución se sugiere una propuesta de implementación computacional.

5.2 Estimación de las valoraciones globales de los candidatos

Para el problema de selección de equipos de trabajo, el método Procesos DRV luego de la estabilización de los siete sub-problemas implicados en el árbol de decisión, que estructura el problema de seleccionar un candidato adecuado para un determinado rol; continúa con la obtención de la valoración global para cada uno de estos candidatos.

La Figura 5.1 muestra el objetivo de la fase de agregación de este método, en cuanto supone la valoración de cada uno de los candidatos evaluados según el nivel de cumplimiento de las competencias consideradas.

Figura 5.1 – Árbol de decisión que indica la fase de agregación



Ahora bien, para la obtención de la valoración global de los seis candidatos evaluados para el caso de análisis, se utilizan cuatro variables aleatorias

multidimensionales más. La variable V^A ; cuyas componentes son variables aleatorias que modelan la valoración global de un candidato i , para el rol de Analista Funcional (expresión 5.1) y las variables V^D , V^T y V^R para los roles de Desarrollador (expresión 5.2), Analista de Testeo (expresión 5.3) y Referente de la empresa (expresión 5.4) respectivamente. Cabe señalar que el supra-índice referencia al rol, del mismo modo que se utiliza para la variable W .

$$V^A = (V_1^A, V_2^A, V_3^A, V_4^A, V_5^A, V_6^A)' \quad (5.1)$$

$$V^D = (V_1^D, V_2^D, V_3^D, V_4^D, V_5^D, V_6^D)' \quad (5.2)$$

$$V^T = (V_1^T, V_2^T, V_3^T, V_4^T, V_5^T, V_6^T)' \quad (5.3)$$

$$V^R = (V_1^R, V_2^R, V_3^R, V_4^R, V_5^R, V_6^R)' \quad (5.4)$$

Cada una de las componentes de las variables aleatorias multidimensionales mencionadas, expresan las valoraciones individuales efectuadas sobre el candidato i , por los 8 integrantes del grupo de decisores que participaron en todos los talleres y ejercicios propuestos hasta el momento.

Ahora bien, para el cálculo de dichas valoraciones globales se utiliza ponderación lineal, como se indica en la expresión (5.5) y en forma matricial en la expresión (5.6).

$$V_i = \sum_{j=1}^5 W_j * U_{ij} \quad \text{con } i = 1, \dots, 6 \quad (5.5)$$

$$\begin{bmatrix} u_{11n} & \cdots & u_{1jn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{I1n} & \cdots & u_{Ijn} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} W_{1n} \\ \vdots \\ W_{jn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1n} \\ \vdots \\ v_{In} \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Por ejemplo, para el cálculo de las valoraciones globales para el candidato 1 para el rol de Analista Funcional; es preciso recordar tanto, las utilidades asignadas para este candidato por el grupo de participantes (Tabla 5.1); como los pesos asignados por éste a las cinco competencias consideradas para tal valoración (Tabla 5.2)

Tabla 5.1 – Muestra observada U_1

| n | E | N | C | L | I |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0,092 | 0,213 | 0,247 | 0,239 | 0,193 |
| 2 | 0,084 | 0,087 | 0,161 | 0,208 | 0,200 |
| 3 | 0,080 | 0,121 | 0,118 | 0,333 | 0,178 |
| 4 | 0,072 | 0,176 | 0,213 | 0,252 | 0,267 |
| 5 | 0,085 | 0,174 | 0,227 | 0,260 | 0,243 |
| 6 | 0,080 | 0,169 | 0,211 | 0,202 | 0,263 |
| 7 | 0,067 | 0,189 | 0,219 | 0,253 | 0,299 |
| 8 | 0,087 | 0,120 | 0,199 | 0,316 | 0,267 |

Tabla 5.2 - Muestra observada de W^A

| E | N | C | L | I |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0,316 | 0,287 | 0,093 | 0,212 | 0,092 |
| 0,293 | 0,331 | 0,092 | 0,164 | 0,119 |
| 0,287 | 0,275 | 0,136 | 0,256 | 0,046 |
| 0,282 | 0,315 | 0,098 | 0,213 | 0,091 |
| 0,282 | 0,334 | 0,077 | 0,212 | 0,095 |
| 0,328 | 0,234 | 0,155 | 0,152 | 0,131 |
| 0,240 | 0,348 | 0,142 | 0,161 | 0,110 |
| 0,259 | 0,315 | 0,063 | 0,235 | 0,128 |

Luego, a partir de los datos de la Tabla 5.1 y Tabla 5.2 se construyen las matrices de datos U_1 y W^A -de ocho filas y cinco columnas- que se indican en las expresiones (5.7) y (5.8) respectivamente. Del producto matricial $U_1 * W^A$ se obtiene el vector V_1^A (expresión 5.9), cuyos datos corresponden a las valoraciones globales para el candidato 1 para el rol de Analista Funcional, que cada uno de los ocho participantes del grupo asignan.

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0,092 & 0,213 & 0,247 & 0,239 & 0,193 \\ 0,084 & 0,087 & 0,161 & 0,208 & 0,200 \\ 0,080 & 0,121 & 0,118 & 0,333 & 0,178 \\ 0,072 & 0,176 & 0,213 & 0,252 & 0,267 \\ 0,085 & 0,174 & 0,227 & 0,260 & 0,243 \\ 0,080 & 0,169 & 0,211 & 0,202 & 0,263 \\ 0,067 & 0,189 & 0,219 & 0,253 & 0,299 \\ 0,087 & 0,120 & 0,199 & 0,316 & 0,267 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$W^A = \begin{bmatrix} 0,316 & 0,287 & 0,093 & 0,212 & 0,092 \\ 0,293 & 0,331 & 0,092 & 0,164 & 0,119 \\ 0,287 & 0,275 & 0,136 & 0,256 & 0,046 \\ 0,282 & 0,315 & 0,098 & 0,213 & 0,091 \\ 0,282 & 0,334 & 0,077 & 0,212 & 0,095 \\ 0,328 & 0,234 & 0,155 & 0,152 & 0,131 \\ 0,240 & 0,348 & 0,142 & 0,161 & 0,110 \\ 0,259 & 0,315 & 0,063 & 0,235 & 0,128 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$V_1^A = \begin{pmatrix} 0,181 \\ 0,126 \\ 0,165 \\ 0,175 \\ 0,178 \\ 0,164 \\ 0,186 \\ 0,181 \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

De este modo se procede con cada uno de los seis candidatos. En la Tabla 5.3, se resumen las valoraciones globales para cada candidato, según los ocho participantes del grupo de decisión para el rol de Analista Funcional. En otros términos, en esta Tabla se resume la muestra observada para la variable aleatoria V^A .

Tabla 5.3– Muestra observada de V^A

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0,181 | 0,257 | 0,170 | 0,116 | 0,135 | 0,141 |
| 2 | 0,126 | 0,225 | 0,189 | 0,122 | 0,174 | 0,164 |
| 3 | 0,165 | 0,216 | 0,157 | 0,139 | 0,165 | 0,157 |
| 4 | 0,175 | 0,193 | 0,165 | 0,150 | 0,169 | 0,148 |
| 5 | 0,178 | 0,212 | 0,171 | 0,170 | 0,160 | 0,109 |
| 6 | 0,164 | 0,231 | 0,122 | 0,185 | 0,194 | 0,105 |
| 7 | 0,186 | 0,201 | 0,173 | 0,131 | 0,139 | 0,169 |
| 8 | 0,181 | 0,236 | 0,144 | 0,136 | 0,190 | 0,112 |

Ahora bien, para la obtención de las valoraciones globales para cada candidato, según los ocho participantes del grupo; para los roles de Desarrollador, Analista de Testeo y Referente de la empresa; se procede con la lógica utilizada para el caso de Analista Funcional. (Tabla 5.4, Tabla 5.5 y Tabla 5.6).

Tabla 5.4 – Muestra observada de V^D

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0,164 | 0,264 | 0,155 | 0,091 | 0,185 | 0,142 |
| 2 | 0,103 | 0,244 | 0,179 | 0,080 | 0,204 | 0,190 |
| 3 | 0,121 | 0,230 | 0,165 | 0,129 | 0,194 | 0,160 |
| 4 | 0,129 | 0,220 | 0,162 | 0,134 | 0,199 | 0,156 |
| 5 | 0,161 | 0,193 | 0,193 | 0,128 | 0,209 | 0,116 |
| 6 | 0,148 | 0,249 | 0,120 | 0,178 | 0,200 | 0,105 |
| 7 | 0,157 | 0,211 | 0,137 | 0,111 | 0,195 | 0,190 |
| 8 | 0,171 | 0,217 | 0,142 | 0,130 | 0,216 | 0,123 |

Tabla 5.5 – Muestra observada de V^T

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0,198 | 0,188 | 0,174 | 0,088 | 0,187 | 0,165 |
| 2 | 0,125 | 0,189 | 0,193 | 0,092 | 0,210 | 0,191 |
| 3 | 0,144 | 0,188 | 0,176 | 0,158 | 0,172 | 0,162 |
| 4 | 0,201 | 0,132 | 0,169 | 0,150 | 0,206 | 0,142 |
| 5 | 0,195 | 0,138 | 0,204 | 0,142 | 0,207 | 0,113 |
| 6 | 0,173 | 0,185 | 0,142 | 0,161 | 0,209 | 0,129 |
| 7 | 0,186 | 0,154 | 0,158 | 0,123 | 0,195 | 0,184 |
| 8 | 0,165 | 0,192 | 0,154 | 0,119 | 0,232 | 0,138 |

Tabla 5.6 – Muestra observada de V^R

| n | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0,198 | 0,167 | 0,169 | 0,109 | 0,196 | 0,161 |
| 2 | 0,148 | 0,170 | 0,179 | 0,126 | 0,206 | 0,169 |
| 3 | 0,162 | 0,175 | 0,165 | 0,164 | 0,177 | 0,157 |
| 4 | 0,203 | 0,147 | 0,158 | 0,164 | 0,195 | 0,133 |
| 5 | 0,198 | 0,186 | 0,157 | 0,186 | 0,172 | 0,101 |
| 6 | 0,183 | 0,191 | 0,115 | 0,174 | 0,226 | 0,111 |
| 7 | 0,206 | 0,165 | 0,154 | 0,154 | 0,158 | 0,163 |
| 8 | 0,207 | 0,171 | 0,136 | 0,107 | 0,255 | 0,124 |

5.3 Ordenamiento de los candidatos para cada rol

En esta instancia, el método Procesos DRV propone para el problema de selección de equipos de trabajo, la fase de ordenamiento de los seis candidatos valorados. Este ordenamiento se realiza con base en las valoraciones globales promedio obtenidas para cada candidato.

Por ejemplo, para el rol de Analista Funcional se obtiene el vector de medias estimado $\hat{\mu}_{V^A}$ que se indica en (5.10), para el cual se obtiene el ordenamiento de la expresión (5.11).

$$\hat{\mu}_{V^A} = [0,170 \quad 0,221 \quad 0,161 \quad 0,144 \quad 0,166 \quad 0,138]' \quad (5.10)$$

$$\hat{\mu}_{V_2^A} > \hat{\mu}_{V_1^A} > \hat{\mu}_{V_5^A} > \hat{\mu}_{V_3^A} > \hat{\mu}_{V_4^A} > \hat{\mu}_{V_6^A} \quad (5.11)$$

Se procede entonces, a aplicar de manera repetida la prueba estadística T de comparación de medias para variables aleatorias dependientes, con el apoyo del *software* estadístico Infostat 2014.

La aplicación de esta prueba permite evaluar si las diferencias encontradas entre las estimaciones puntuales indicadas en (5.10), pueden considerarse estadísticamente significativas para las verdaderas preferencias (5.12).

$$\mu_{V^A} = [\mu_{V_1^A} \quad \mu_{V_2^A} \quad \mu_{V_3^A} \quad \mu_{V_4^A} \quad \mu_{V_5^A} \quad \mu_{V_6^A}]' \quad (5.12)$$

Entonces, por ejemplo, dados los candidatos C_1 y C_2 se define una nueva variable aleatoria D_{21} como se indica a continuación:

$$D_{21} = \mu_{V_2^A} - \mu_{V_1^A} \quad (5.13)$$

Y se plantea el siguiente contraste,

$$H_0: D_{21} = 0 \quad vs. \quad H_1: D_{21} > 0 \quad (5.14)$$

Ahora bien, para controlar la probabilidad de ETI al contrastar las 15 pruebas repetidas requeridas para este caso, se utiliza el algoritmo BY descrito en el Capítulo 2 del presente documento. En la Tabla 5.7 se listan las comparaciones que resultan estadísticamente significativas para un nivel de significancia del 10%; los valores de p y los valores obtenidos para la Tasa de Falso Descubrimiento.

Tabla 5.7 – Comparaciones significativas para Analista Funcional

| Medias que se comparan | P valor | Tasa de Falso Descubrimiento (FDR) |
|----------------------------|---------|------------------------------------|
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_4^A}$ | 0,0004 | 0,0020091 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_6^A}$ | 0,0004 | 0,00401821 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_5^A}$ | 0,001 | 0,00602731 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_3^A}$ | 0,0011 | 0,00803642 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_1^A}$ | 0,0015 | 0,01004552 |
| $\mu_{V_3^A}; \mu_{V_6^A}$ | 0,0113 | 0,01205462 |

Con base en la información de la Tabla 5.7, se propone el ordenamiento indicado en 5.15, para los seis candidatos valorados para el rol de Analista Funcional. Esto es: C_2 es preferible a los restantes candidatos para el rol de

Analista Funcional. En tanto, C_1, C_5, C_3 y C_4 son equivalentes entre sí. Por lo tanto, se recomienda C_2 para el rol de Analista Funcional, en el equipo de trabajo.

$$C_2 > C_1 \approx C_5 \approx C_3 \approx C_4 > C_6 \quad (5.15)$$

En tanto, para el rol de Desarrollador se obtiene el vector de medias estimado $\hat{\mu}_{V^D}$ que se muestra en (5.16); para el que se propone un ordenamiento como se indica en (5.17).

$$\hat{\mu}_{V^D} = [0,144 \quad 0,229 \quad 0,157 \quad 0,123 \quad 0,200 \quad 0,148]' \quad (5.16)$$

$$\hat{\mu}_{V_2^D} > \hat{\mu}_{V_5^D} > \hat{\mu}_{V_3^D} > \hat{\mu}_{V_6^D} > \hat{\mu}_{V_1^A} > \hat{\mu}_{V_4^A} \quad (5.17)$$

Ahora bien, con base en la información que se brinda en la Tabla 5.8, se concluye el orden de mérito propuesto en la expresión (5.18). Esto es; C_2 es equivalente a C_5 , y ambos preferibles a los restantes candidatos. En tanto, C_3 es preferible a los otros candidatos, que a su vez resultan equivalentes entre sí. Dicho de otro modo, vuelve a aparecer C_2 como la mejor opción; en este caso para el rol de Desarrollador.

Tabla 5.8 – Comparaciones significativas para Desarrollador

| Medias que se comparan | P valor | Tasa de Falso Descubrimiento (FDR) |
|-------------------------------|----------------|-------------------------------------------|
| $\mu_{V_5^A}; \mu_{V_4^A}$ | 0,0001 | 0,0020091 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_4^A}$ | 0,0002 | 0,00401821 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_1^A}$ | 0,0003 | 0,00602731 |
| $\mu_{V_5^A}; \mu_{V_1^A}$ | 0,0004 | 0,00803642 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_6^A}$ | 0,0006 | 0,01004552 |
| $\mu_{V_2^A}; \mu_{V_3^A}$ | 0,0011 | 0,01205462 |
| $\mu_{V_5^A}; \mu_{V_3^A}$ | 0,0013 | 0,01406373 |

$$C_2 \approx C_5 > C_3 \approx C_6 \approx C_1 \approx C_4 \quad (5.18)$$

La situación resultante para este caso de análisis, plantea un desafío: cómo decidir para cuál de los dos roles, C_2 es más adecuado.

5.4 Asignación de personas a puestos de trabajo

Para el problema de selección de equipos de trabajo, la aplicación del método Procesos DRV permite obtener una valoración global de cada uno de los candidatos disponibles, para cada uno de los roles a cubrir. Estas valoraciones conviene se registren en una base de datos, con la información relevante de las personas que integran la empresa y que se encuentran disponibles para asignar a los equipos de trabajo.

Dicha base, contiene los elementos de información que se muestran en la Tabla 5.9. Las columnas, las valoraciones globales actualizadas del personal disponible realizadas conforme a los parámetros del modelo. Obviamente, para

que este sistema funcione, las valoraciones deben ser actualizadas con una alta periodicidad.

Tabla 5.9 - Base de datos del modelo de selección

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|--------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Desarrollador | 0,144 | 0,229 | 0,157 | 0,123 | 0,200 | 0,148 |
| Analista Funcional | 0,170 | 0,221 | 0,161 | 0,144 | 0,166 | 0,138 |
| Analista de Testeo | 0,173 | 0,171 | 0,171 | 0,129 | 0,202 | 0,153 |
| Referente de la empresa | 0,188 | 0,171 | 0,154 | 0,148 | 0,198 | 0,140 |

Ahora bien, en pos de solucionar una situación como la planteada en el apartado anterior, en relación a que un candidato sea valorado como el más adecuado para dos o más roles; se considera conveniente efectuar la selección de modo que el valor global del grupo sea lo más grande posible. Para ello, se utiliza un proceso clásico de asignación de personas a puestos de trabajo mediante la aplicación de Programación Lineal en su modalidad Binaria (Alberto y Carignano, 2013).

Se formula entonces, un programa binario cuyas variables se nombran con la letra inicial del rol considerado y el código del candidato evaluado. Por ejemplo, si se hace referencia al candidato 1 para el rol de Desarrollador, la variable se nombra como *DC1*. En tanto, si se hace referencia al candidato 3 para el rol de Analista Funcional, la variable se nombra como *AC1*. Las letras iniciales, D, A, T y R hacen referencia a los roles Desarrollador, Analista Funcional, Analista de Testeo y Referente de la empresa, respectivamente.

Es preciso aclarar, que todas las variables consideradas son de tipo dicotómico, es decir pueden tomar valor cero si la persona no es asignada a ese rol, o valor uno cuando es asignada. Debido a que hay más personas que roles a cubrir,

se utilizan dos variables ficticias a las que se denomina F1 y F2. El programa en cuestión es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Max } & 0.144 DC1 + 0.229 DC2 + 0.157 DC3 + 0.123 DC4 + \\ & 0.2 DC5 + 0.148 DC6 + 0.17 AC1 + 0.221 AC2 + 0.161 \\ & AC3 + 0.144 AC4 + 0.166 AC5 + 0.138 AC6 + 0.188 RC1 + \\ & 0.171 RC2 + 0.154 RC3 + 0.148 RC4 + 0.198 RC5 + 0.153 \\ & RC6 + 0.173 TC1 + 0.171 TC2 + 0.171 TC3 + 0.129 TC4 + \\ & 0.202 TC5 + 0.153 TC6 \end{aligned}$$

Sa.

$$\begin{aligned} DC1 + DC2 + DC3 + DC4 + DC5 + DC6 &= 1 \\ AC1 + AC2 + AC3 + AC4 + AC5 + AC6 &= 1 \\ TC1 + TC2 + TC3 + TC4 + TC5 + TC6 &= 1 \\ RC1 + RC2 + RC3 + RC4 + RC5 + RC6 &= 1 \\ F1C1 + F1C2 + F1C3 + F1C4 + F1C5 + F1C6 &= 1 \\ F2C1 + F2C2 + F2C3 + F2C4 + F2C5 + F2C6 &= 1 \\ DC1 + AC1 + TC1 + RC1 + F1C1 + F2C1 &= 1 \\ DC2 + AC2 + TC2 + RC2 + F1C2 + F2C2 &= 1 \\ DC3 + AC3 + TC3 + RC3 + F1C3 + F2C3 &= 1 \\ DC4 + AC4 + TC4 + RC4 + F1C4 + F2C4 &= 1 \\ DC5 + AC5 + TC5 + RC5 + F1C5 + F2C5 &= 1 \\ DC6 + AC6 + TC6 + RC6 + F1C6 + F2C6 &= 1 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Luego, se sigue con la resolución del programa lineal desarrollado en la expresión (5.19). En este caso, con el *Software* LINDO se obtienen los resultados que se reproducen a continuación:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 5.774000

| VARIABLE | VALUE | REDUCED COST | |
|------------|-----------------|-----------------|--------|
| DC1 | 1.000000 | 0.000000 | |
| DC2 | 0.000000 | 0.000000 | |
| DC3 | 0.000000 | 0.012000 | |
| DC4 | 0.000000 | 0.032000 | |
| DC5 | 0.000000 | 0.000000 | |
| DC6 | 0.000000 | 0.007000 | |
| AC1 | 0.000000 | 5.006000 | |
| AC2 | 1.000000 | 0.000000 | |
| AC3 | 0.000000 | 0.000000 | |
| AC4 | 0.000000 | 0.003000 | |
| AC5 | 0.000000 | 0.026000 | |
| AC6 | 0.000000 | 0.009000 | |
| RC1 | 0.000000 | 4.994000 | |
| RC2 | 0.000000 | 0.056000 | |
| RC3 | 0.000000 | 0.013000 | (5.20) |
| RC4 | 0.000000 | 0.005000 | |
| RC5 | 1.000000 | 0.000000 | |
| RC6 | 0.000000 | 0.000000 | |
| TC1 | 0.000000 | 5.013000 | |
| TC2 | 0.000000 | 0.060000 | |
| TC3 | 1.000000 | 0.000000 | |
| TC4 | 0.000000 | 0.028000 | |
| TC5 | 0.000000 | 0.000000 | |
| TC6 | 0.000000 | 0.004000 | |
| F1C1 | 0.000000 | 5.029000 | |
| F1C2 | 0.000000 | 0.074000 | |
| F1C3 | 0.000000 | 0.014000 | |
| F1C4 | 1.000000 | 0.000000 | |
| F1C5 | 0.000000 | 0.045000 | |
| F1C6 | 0.000000 | 0.000000 | |
| F2C1 | 0.000000 | 5.029000 | |
| F2C2 | 0.000000 | 0.074000 | |
| F2C3 | 0.000000 | 0.014000 | |
| F2C4 | 0.000000 | 0.000000 | |
| F2C5 | 0.000000 | 0.045000 | |
| F2C6 | 1.000000 | 0.000000 | |

De este modo, conviene el candidato C_2 para el rol de Analista Funcional, el candidato C_1 para el rol de Desarrollador, el candidato C_3 como Analista de Testeo y por último el candidato C_5 como Referente de la empresa. Este equipo de personas, tienen entonces el mayor valor global posible. De este modo queda

solucionado, el inconveniente de que uno de los candidatos resulte el más adecuado para más de un rol.

5.5 Sugerencias para la implementación computacional de la solución propuesta

Cabe destacar, la conveniencia de efectuar la selección de los equipos de trabajo, de modo que el valor global del grupo sea lo más grande posible. En esta dirección, se presenta un nuevo ejemplo para la implementación computacional de esta propuesta.

Ahora bien, con la finalidad de facilitar la valoración del nivel de desarrollo de las competencias para cada uno de los miembros de la empresa; se propone una escala comprendida entre los valores 1 y 9 -como se indica en la TABLA 5.10-. Es preciso aclarar, que se elude estrictamente el valor 0 bajo el convencimiento de que siempre las competencias estarán desarrolladas, al menos en un nivel mínimo. Algo similar ocurre para el valor 10, dado que implicaría un desarrollo perfecto de la competencia y siempre existe la posibilidad de mejora.

Tabla 5.10- Escala de valoración para las competencias en los dependientes

| Valor | Explicación |
|-------|-------------------------------------------------------------------------|
| 1 | La competencia tiene un nivel muy débil de desarrollo |
| 2 | La competencia tiene un nivel débil de desarrollo |
| 3 | La competencia tiene un nivel leve |
| 4 | La competencia tiene un nivel de desarrollo un poco menor que el normal |
| 5 | La competencia tiene un nivel normal de desarrollo |
| 6 | La competencia tiene un nivel de desarrollo un poco mayor que el normal |
| 7 | La competencia tiene un nivel de desarrollo destacable |
| 8 | La competencia tiene un nivel fuerte de desarrollo |
| 9 | La competencia tiene un nivel muy fuerte de desarrollo |

Luego en la Tabla 5.11 se muestra a modo de ejemplo, la base de datos que contiene información relevante para el modelo de selección. La columna

Disponibilidad, es una variable dicotómica que vale cero cuando la persona se encuentra desocupada y 1 en caso contrario.

En las restantes celdas de la Tabla se consignan las utilidades asignadas a cada persona a la luz de cada criterio (competencia), a razón de uno por columna. Así, en la fila X2 y la columna Liderazgo, la utilidad igual a 5 indica que la persona dos tiene un desarrollo normal de esa competencia.

Tabla 5.11 – Base de datos del modelo de selección

| Nombre | Disponibilidad | Experiencia | Negocio | Comunica | Liderazgo | Iniciativa |
|--------|----------------|-------------|---------|----------|-----------|------------|
| X1 | 1 | 6 | 8 | 4 | 4 | 2 |
| X2 | 1 | 4 | 5 | 7 | 5 | 3 |
| X3 | 0 | 4 | 2 | 5 | 9 | 3 |
| X4 | 1 | 4 | 4 | 4 | 5 | 9 |
| X5 | 1 | 9 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| X6 | 0 | 5 | 3 | 6 | 5 | 4 |
| X7 | 1 | 2 | 5 | 3 | 6 | 4 |

Sea el caso de seleccionar un equipo de sólo tres personas, destinados a cubrir los siguientes roles: Desarrollador, Analista y Testeador. Es decir, en este grupo se trabaja con una persona para cada rol y se prescinde del Referente. Como se observa en la Tabla 5.11, las personas X3 y X6 se encuentran ocupadas, por lo que no es posible tenerlas en cuenta. Luego, es preciso seleccionar tres individuos entre los cinco disponibles.

Para el ejemplo, es conveniente recordar los ponderadores de las competencias adoptados para estos tres roles, los cuales se reproducen en la Tabla 5.12. Con estos valores se construye la matriz de datos W que se indica en la expresión (5.21).

Tabla 5.12 - Pesos acordados para las competencias, según el rol.

| | Desarrollador | Analista Funcional | Analista de Testeo |
|---------------------------------|----------------------|---------------------------|---------------------------|
| Experiencia | 0,447 | 0,286 | 0,208 |
| Conocimiento del negocio | 0,092 | 0,305 | 0,309 |
| Comunicación | 0,147 | 0,107 | 0,271 |
| Liderazgo | 0,063 | 0,201 | 0,09 |
| Iniciativa | 0,251 | 0,101 | 0,122 |

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0,447 & 0,286 & 0,208 \\ 0,092 & 0,305 & 0,309 \\ 0,147 & 0,107 & 0,271 \\ 0,063 & 0,201 & 0,09 \\ 0,251 & 0,101 & 0,122 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Del mismo modo, conviene recordar las utilidades asignadas a cada uno de estos candidatos (Tabla 5.13); a partir de la cual se obtiene la matriz U que se indica en la expresión (5.22).

Tabla 5.13 - Utilidades asignadas a los candidatos para cada competencia

| Nombre | Experiencia | Conocimiento del negocio | Comunicación | Liderazgo | Iniciativa |
|---------------|--------------------|---------------------------------|---------------------|------------------|-------------------|
| X1 | 0,24 | 0,308 | 0,182 | 0,167 | 0,087 |
| X2 | 0,16 | 0,192 | 0,318 | 0,208 | 0,13 |
| X4 | 0,16 | 0,154 | 0,182 | 0,208 | 0,391 |
| X5 | 0,36 | 0,154 | 0,182 | 0,167 | 0,217 |
| X7 | 0,08 | 0,192 | 0,136 | 0,25 | 0,174 |

$$U = \begin{bmatrix} 0,240 & 0,308 & 0,182 & 0,167 & 0,087 \\ 0,160 & 0,192 & 0,318 & 0,208 & 0,130 \\ 0,160 & 0,154 & 0,182 & 0,208 & 0,391 \\ 0,360 & 0,154 & 0,182 & 0,167 & 0,217 \\ 0,080 & 0,192 & 0,136 & 0,250 & 0,174 \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Luego, el producto matricial de $U * W$, permite obtener los valores globales para cada uno de los candidatos. Estos valores se reproducen en la Tabla siguiente.

Tabla 5.14 - Valoraciones globales para los candidatos en cada rol

| | Desarrollador | Analista Funcional | Analista de Testeo |
|----|----------------------|---------------------------|---------------------------|
| X1 | 0,195 | 0,224 | 0,22 |
| X2 | 0,182 | 0,194 | 0,214 |
| X4 | 0,224 | 0,194 | 0,197 |
| X5 | 0,267 | 0,225 | 0,213 |
| X7 | 0,133 | 0,164 | 0,157 |

Con base en la información expuesta en la Tabla 5.14 y con el objetivo de realizar la selección de las tres personas, de modo que la valoración global del grupo sea la máxima posible, se formula un programa binario. En este programa las variables se nombran con el código: ai . En este código, “a” es la letra inicial del rol considerado; esto es: D para Desarrollador, T para Testeador, A para Analista Funcional y R para Referente de la empresa. Por el otro lado, el segundo código designa a la persona a considerar. Esto es, $D4$ indica que se trata de la persona cuatro y del rol Desarrollador.

Al igual que el programa desarrollado en la expresión (5.19), en este programa binario (5.22) todas las variables son de tipo dicotómico. Debido a que

hay más personas que roles a cubrir, también es preciso utilizar dos variables ficticias a las que se denomina F1 y F2.

$$\begin{aligned} \text{Max } & 0.195 D1 + 0.182 D2 + 0.224 D4 + 0.267 D5 + 0.133 D7 \\ & + 0.224 A1 + 0.194 A2 + 0.194 A4 + 0.225 A5 + 0.164 A7 \\ & + 0.22 T1 + 0.214 T2 + 0.197 T4 + 0.213 T5 + 0.157 T7 \end{aligned}$$

s.a.

$$\begin{aligned} D1 + A1 + T1 + F11 + F21 &= 1 \\ D2 + A2 + T2 + F12 + F22 &= 1 \\ D4 + A4 + T4 + F14 + F24 &= 1 \\ D5 + A5 + T5 + F15 + F25 &= 1 \\ D7 + A7 + T7 + F17 + F27 &= 1 \\ D1 + D2 + D4 + D5 + D7 &= 1 \\ A1 + A2 + A4 + A5 + A7 &= 1 \\ T1 + T2 + T4 + T5 + T7 &= 1 \\ F11 + F12 + F14 + F15 + F17 &= 1 \\ F21 + F22 + F24 + F25 + F27 &= 1 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Por último, se sigue con la resolución de este programa lineal con el *Software* LINDO y se obtienen los resultados siguientes:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE: Z = 0.7050000

| VARIABLE | VALUE | REDUCED COST |
|-----------|-----------------|------------------|
| D1 | 0.000000 | -0.195000 |
| D2 | 0.000000 | -0.182000 |
| D4 | 0.000000 | -0.224000 |
| D5 | 1.000000 | -0.267000 |
| D7 | 0.000000 | -0.133000 |
| A1 | 1.000000 | -0.224000 |
| A2 | 0.000000 | -0.194000 |
| A4 | 0.000000 | -0.194000 |
| A5 | 0.000000 | -0.225000 |
| A7 | 0.000000 | -0.164000 |
| T1 | 0.000000 | -0.220000 |
| T2 | 1.000000 | -0.214000 |
| T4 | 0.000000 | -0.197000 |
| T5 | 0.000000 | -0.213000 |
| T7 | 0.000000 | -0.157000 |

De este modo, conviene que la persona X5 asuma el rol de Desarrollador, la persona X1 opere como Analista Funcional, y finalmente, la persona X2 se haga cargo del rol de Analista de Testeo.

5.5 Conclusiones del Capítulo

La valoración global de un candidato, que resulta de la aplicación de las tres fases implicadas en el método Procesos DRV, refleja su capacidad para el desempeño de un determinado rol.

Ahora bien, es preciso destacar que para la obtención de estas valoraciones, se requiere del consenso por parte del grupo que participa en la construcción del modelo de selección; y esta sinergia decanta en conocimiento compartido.

Para la selección de los equipos de trabajo, se logra un modelo que permite la conformación de dicho equipo de modo que su valor global sea el máximo posible. Esto es así, si se supone que los miembros de la empresa son profesionales con flexibilidad para desempeñar más de un rol.

CAPÍTULO 6

CONCLUSION

En este documento se analiza el problema de seleccionar grupos de trabajo para el desarrollo de proyectos informáticos. La complejidad de la cuestión se origina en la necesidad de que el grupo elegido posea, no solo aptitudes técnicas aceptables, sino también un adecuado nivel de flexibilidad y compromiso con su empresa y con el proyecto iniciado.

Se busca adoptar una metodología que responda a las necesidades tanto individuales como organizacionales. Por ese motivo, se involucra en el desarrollo del método a una cantidad importante de miembros de la organización. Esto es, no se plantea una propuesta estándar que puede ser transferida de una organización a otra, sino que el método se construye en conjunto y se fundamenta en criterios consensuados.

Sobre los recursos utilizados

La complejidad de la problemática estudiada condujo a la decisión de utilizar una combinación de metodologías. Así entonces, se utilizan la Grilla de Repertorio, métodos de apoyo a la decisión multicriterio, enfoque de procesos, programación lineal y todo el conjunto, se encuentra unificado mediante métodos estadísticos.

Como parte de la estrategia, se utiliza como recurso importante el método denominado Procesos DRV (Decisión con Reducción de Variabilidad), que opera con variables aleatorias multidimensionales y permite valorar a los candidatos en

condiciones de ser elegidos para un rol dado, generar conocimiento y consenso en torno al proceso de selección.

Más específicamente, se opera con tres variables aleatorias: W , U_i y V . La variable aleatoria W , representa los pesos de las j -competencias a valorar para cada uno de los cuatro roles requeridos en los equipos de trabajo y se compone de j -variables aleatorias univariadas.

En tanto la variable aleatoria multidimensional U_i , donde i representa el número de candidato a valorar, modela las valoraciones para cada uno de los candidatos propuestos para la selección. Entonces, para el candidato 1 se tiene la variable aleatoria multidimensional U_1 , para el candidato 2 la variable aleatoria U_2 y así sucesivamente. Ahora bien, U_i se compone de j -variables aleatorias univariadas, que representan las valoraciones para el candidato i , de acuerdo al cumplimiento de cada una de las j -competencias.

La realización de una serie de ejercicios grupales con los participantes del grupo de decisión, permiten obtener muestras de las variables aleatorias W_j y U_{ij} , en cada uno de los ciclos requeridos para alcanzar el consenso en las preferencias y prioridades del grupo.

Para valorar el nivel de consenso alcanzado en torno a la decisión de estos pequeños grupos, se recomienda la aplicación combinada de indicadores y de pruebas de verificación de normalidad. Con esa finalidad, después de una extensa investigación bibliográfica y de una serie de experimentos de simulación, se propone utilizar la prueba de Shapiro-Wilk, modificada por Rahman y Govindarajulu (1997) -disponible en el paquete estadístico Infostat 2014-.

Dicho test evidencia una mayor potencia empírica en términos generales, y ofrece distintas facilidades para su empleo. De todos modos, con muestras pequeñas la potencia de ese test es reducida, por lo que se considera imprescindible complementar el análisis con otras herramientas. Cabe señalar que, el análisis de las pruebas de normalidad realizado coincide con otros estudios, dado que las potencias para diez y quince datos, parecen compatibles con las reportadas por otros autores, para tamaños de muestra mayores.

De este modo se consigue, para cada uno de los cuatro roles considerados, un modelo aleatorio multivariado (W, U_i) . En este modelo, las variables aleatorias componentes de W y de U_i siguen una distribución de probabilidades normal, que se ajusta a partir de las muestras observadas.

Por último, la variable aleatoria multidimensional V modela las valoraciones globales de los i candidatos y se compone de i -variables aleatorias univariadas: V_1, V_2, \dots, V_I . La diferencia entre los promedios de estas variables, puede considerarse como indicativa del nivel de preferencia de una alternativa respecto de la otra. Sin embargo, estas diferencias pueden no ser significativas, por lo que se analizan con pruebas de hipótesis de comparación de variables dependientes. Dado que es preciso aplicar estas pruebas de manera repetida, se controla la tasa de falso descubrimiento mediante el Algoritmo BY; que resulta más potente que la corrección de Bonferroni (Groppe *et al.* 2011). Luego, se deduce un ordenamiento de los candidatos para cada uno de los roles requeridos.

Este método permite determinar valores globales para todos los candidatos y para los diferentes roles a desempeñar en el grupo. Ante esta situación, el método propuesto utiliza un proceso clásico de asignación de personas a puestos de trabajo, mediante la aplicación de Programación Lineal en su modalidad Binaria. Esta herramienta posibilita realizar la selección del equipo de trabajo, de modo que el valor global del grupo sea lo más grande posible.

Esto último, plantea un desafío para seguir avanzando en el estudio, implementación y seguimiento de métodos estadísticos que favorezcan la generación de conocimiento compartido en las organizaciones; y posibiliten valorar su impacto en el nivel de compromiso de los dependientes con las acciones que implementan dichas organizaciones.

Cualidades positivas en el método desarrollado

Esta aproximación se diferencia de propuestas como las de Shahosseini y Sebt (2011), Lin *et al.* 2009 y Kelemenis *et al.* (2011) por la importancia que le asigna al establecimiento de acuerdos entre los integrantes de la organización. En efecto, para la presente propuesta, no resulta razonable intentar imponer una solución, muy por el contrario, en todo momento se busca una construcción en conjunto.

Los ejercicios que se implementan con la finalidad de obtener datos que permitan estimar los parámetros del modelo, alternan momentos de trabajo individual con reuniones plenarias. De este modo se favorece el intercambio de conocimientos e ideas, a la vez que se estimula la realización de aportes creativos por los miembros del grupo.

Es preciso destacar que, la serie de ejercicios grupales puestos en marcha en el modelo propuesto, crean un entorno propicio para la reflexión sobre las concepciones de los participantes del grupo y esta sinergia decanta en conocimiento compartido. A su vez, el conocimiento compartido crea una atmósfera de pertenencia que contiene a los dependientes de la empresa y favorece las soluciones confiables.

La estrategia de medición indirecta del nivel de acuerdo alcanzado, tiene algunas ventajas que conviene destacar. En primer lugar, dado que los participantes visualizan la respuesta general, no la de los líderes, se reduce la posibilidad de influencias no deseadas.

Por otro lado, la propuesta general resulta evidente y atractiva para los participantes. Los recursos utilizados se comprenden y se comparten con facilidad, aun cuando los participantes no tengan una fuerte formación estadística.

Limitaciones del método

La propuesta requiere que los participantes dediquen tiempo a la realización del análisis del problema de toma de decisiones. El tiempo invertido, aun cuando es menor o a lo sumo equivalente al de otras aproximaciones, puede restarle posibilidades de aplicación.

Insumos necesarios para la aplicación de Procesos DRV

En cuanto a los requerimientos informáticos, el método propuesto tiene exigencias de cálculo que pueden calificarse como reducidas o razonables. Por ese motivo, es posible implementarlo con recursos que en general se encuentran disponibles en organizaciones de variado nivel, aún en las pequeñas. Al respecto, debe tenerse en cuenta que en las aplicaciones realizadas en el marco de esta Tesis se trabajó con una Hoja de Cálculo, un *software* estadístico y el *software* LINDO.

Un requisito adicional es que el facilitador del proceso de toma de decisiones debe poseer conocimientos básicos de estadística, al menos a nivel descriptivo. De hecho, debe estar en condiciones de explicar algunos resultados a los integrantes cuando estos lo requieran.

En cuanto al espacio físico, los talleres pueden realizarse en cualquier sala que tenga dimensiones compatibles con la cantidad de participantes. Es importante disponer de algunas comodidades adicionales como sillas con apoyo y transportables, que se adapten tanto al trabajo individual como a la actividad en plenario.

Percepción de los participantes

En todo trabajo de este tipo, es conveniente que el método resulte estimulante para las personas que participan en el proceso. En ese aspecto, las experiencias realizadas han resultado satisfactorias, dado que los grupos intervinientes recibieron y comprendieron bien las consignas, realizaron las

actividades propuestas con buen nivel de motivación y evidenciaron satisfacción con las decisiones tomadas.

En cuanto a la formación previa para participar, tampoco es posible plantear a priori grandes requisitos. Sin embargo, corresponde aclarar que no se efectuaron seguimientos posteriores de los participantes a nivel individual, a fin de identificar posibles impactos ulteriores positivos o negativos.

Posibles progresos a realizar luego de esta Tesis

Los caminos que se abren a partir de esta aproximación son diversos y a juicio de la autora plantean cuestiones que ameritan nuevas investigaciones. Uno obvio, es analizar el modo de flexibilizar la propuesta, de manera que sea aplicable a otras situaciones problemáticas, se encuentren o no dentro del campo informático.

Otra cuestión pendiente es el seguimiento de la organización adoptada como caso de estudio, con la finalidad de valorar el impacto realmente obtenido. Se considera que de ese modo, es posible retroalimentar la propuesta para hacer posible la introducción de mejoras en la misma.

Sugerencias para investigadores que desean continuar esta línea

Es importante que cualquier nuevo desarrollo de esta metodología o de otras que la incluyan, tenga en cuenta los supuestos básicos que fueron planteados en su origen. Entre dichos supuestos, el más importante es a juicio de la autora, el hecho de que adoptar una decisión de cualquier modo, aun cuando subsistan diferencias importantes de preferencias en el seno de un grupo, puede no ser una buena idea.

Muy por el contrario, suele ser más productivo para los integrantes y para la propia organización, el crecimiento en el nivel de conocimiento compartido que la decisión en sí. Aquí se encuentra implícito el supuesto de que el modo en que

las personas actúan en la actividad cotidiana, puede ser evaluado y controlado durante el trabajo conjunto de decisión.

Dicho de otro modo, esta propuesta metodológica tiene una fuerte base psicológica y sociológica, que no debe ser descuidada en futuros desarrollos. Ese fundamento es muy recomendable para organizaciones como la estudiada en este trabajo, caracterizadas por su estructura horizontal, por un elevado nivel de formación técnica y rotación de sus empleados.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Alberto, C.; Carignano, C. (2013). *Apoyo cuantitativo a las decisiones*. Cuarta edición. Cooperadora Facultad de Ciencias Económicas, UNC, Argentina
2. Alles, M. A. (2002). *Desempeño por competencias: evaluación de 360°*. Ediciones Granica SA.
3. Alencar, L., Almeida, A. (2008). Multicriteria Decision Group Model for Suppliers Selection. *Pesquisa Operacional*, 28, 321-337.
4. Alencar, L.; Almeida A. (2010). A model for selecting project team members using multicriteria group decision making. *Pesquisa Operacional*, 30, 221-236.
5. Alexander, P., Van Loggerenberg, J., Lotriet, H., Phahlamohlaka, J. (2010). The use of the repertory grid for collaboration and reflection in a research context. *Group Decision and Negotiation*, 19, 479-504.
6. Althouse, L. A., Ware, W. B., Ferron, J. M. (1998). Detecting Departures from Normality: A Monte Carlo Simulation of a New Omnibus Test Based on Moments.
7. Anderson, T. W., Darling, D. A. (1954). A Test of Goodness of Fit. *Journal of Statistical Association*, 49 (268), 765-769.
8. Arshad, M., Rasool, M. T.; Ahmad, M. I. (2003). Anderson Darling and Modified Anderson Darling Test for Generalized Pareto Distribution. *Pakistan Journal of Applied Sciences*, 3(2), 85-88.

9. Bai, Z. D., Chen, L. (2003). Weighted W test for normality and asymptotics a revisit of Chen–Shapiro test for normality, *Statist. Plann. Inference*, 113 (2), 485–503.
10. Bonett, D. G., Seier, E. (2002). A test of normality with high uniform power. *Computational statistics & data analysis*, 40 (3), 435-445.
11. Benjamini, Y., Hochberg, Y. (1995). Controlling the false discovery rate: a practical and powerful approach to multiple testing. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pp. 289-300.
12. Benjamini, Y., Krieger, A. M., Yekutieli, D. (2006). Adaptive linear step-up procedures that control the false discovery rate. *Biometrika*, 93(3), 491-507.
13. Benjamini, Y., Yekutieli, D. (2001). The control of the false discovery rate in multiple testing under dependency. *Annals of statistics*, pp. 1165-188.
14. Blom, G. (1958). *Statistical Estimates and Transformed Beta-Variables* (New York, Wiley),
15. Bourdieu, P. (1996). *Cosas dichas*. Gedisa. Barcelona.
16. Box, G., Hunter, S., Hunter, W. (2008). *Estadística para Investigadores. Diseño, innovación y descubrimiento*. Ed. Reverté. España.
17. Bowman, K. O., Shenton, L. R. (1975). Omnibus test contours for departures from normality based on $\sqrt{b_1}$ and b_2 . *Biometrika*, 62 (2), 243-250.
18. Brzezinski, M. (2012). The Chen–Shapiro test for normality. *Stata Journal*, 12 (3), 368-374.
19. Chen, L., Shapiro S. S (1995). An alternative test for normality based on normalized spacings. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 53, 269-287.

20. Clark y Hall (2009). Robustness of multiple testing procedures Against dependence. *The Annals of Statistics* 2009, 37(1), 332–358. DOI: 10.1214/07-AOS557.
21. Coin, D. (2007). A goodness-of-fit test for normality based on polynomial regression. *Computational statistics & data analysis*, 52(4), 2185-2198.
22. Cramér, H. (1928). On the composition of elementary errors: First paper: Mathematical deductions. *Scandinavian Actuarial Journal*, 1, 13-74.
23. Costa, J., Melo, P. Godin,ho, P., Dias, L. (2003). The AGAP System: a GDSS for project analysis and evaluation. *European Journal of Operational Research*, 145(2), 287-303.
24. Conover, W. J. (1999). Practical Nonparametric Statistics.
25. D'Agostino, R. B. (1971) An omnibus test of normality for moderate and large sample sizes, *Biometrika*, 58, pp. 341- 348.
26. D'Agostino, R. B., Belanger, A., D'Agostino Jr, R. B. (1990). A suggestion for using powerful and informative tests of normality. *The American Statistician*, 44(4), 316-321.
27. D'Agostino R., Pearson, E. S. (1973). Tests for departure from normality. Empirical results for the distributions of b_2 and $\sqrt{b_1}$. *Biometrika*, 60, 613–622.
28. D'Agostino, R., Rosman, B. (1974). The power of Geary's test of normality. *Biometrika*, 61(1), 181-184.
29. D'Agostino, R., Stephens, M. (1986). Goodness-fo-fit-techniques. *Statistics*.
30. Del Barrio, E.; Cuesta-Albertos, J.A., Matrán, C., Rodríguez-Rodríguez, J. M. (1999). Tests of goodness of fit based on the L2-Wasserstein distance, *Ann. Stat.* 27(4), pp. 1230–1239.

31. Di Rienzo J.A., Casanoves F., Balzarini M.G., Gonzalez L., Tablada M., Robledo C.W. InfoStat versión 2014. Grupo InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. URL <http://www.infostat.com.ar>
32. Dufour, J. M., Farhat, A., Gardiol, L., Khalaf, L. (1998). Simulation-based Finite Sample Normality Tests in Linear Regressions. *The Econometrics Journal*, 1(1), 154-173.
33. Elster, J. (1990). *Elección racional, preferencias y creencias. Tuercas y tornillos*. Barcelona, Gedisa.
34. Farcomeni, A. (2008). A review of modern multiple hypothesis testing, with particular attention to the false discovery proportion. *Statistical Methods in Medical Research*, 17, 347–388. doi: 10.1177/0962280206079046
35. Farrel, P. J., Rogers-Stewart, K.R (2006). Comprehensive study of tests for normality and symmetry: extending the Spiegelhalter test. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 76(9), 803-816.
36. Filliben, J. J. (1975). The probability plot correlation coefficient test for normality, *Technometrics* 17(1), 111–117
37. Freidlin, B., Miao, W., Gastwirth, J., (2003). On the use of the Shapiro–Wilk test in two stage adaptive inference for paired data from moderate to very heavy tailed distributions. *Biometrical J.* 45, 887–900.
38. Gan, F. F., Koehler, K. J. (1990). Goodness-of-Fit Tests Based on P-P Probability Plots. *Technometrics*, 32(3), 289-303.
39. Geary, R. C. (1947). Testing for normality. *Biometrika*, 209-242.
40. Gel, Y.R., Gastwirth, J.L. (2008). A robust modification of the Jarque–Bera test of normality. *Econom. Lett*, 99(1), 30–32.

41. Gel, Y. R., Miao, W., Gastwirth, J. L (2007). Robust directed tests of normality against heavy-tailed alternatives, *Comput. Stat. Data Anal.* 51(5), 2734–2746.
42. Georgiou, I. (2008). Making decisions in the absence of clear facts. *European Journal of Operational Research*, 185, 299–321.
43. Glen, A. G., Leemis, L. M., Barr, D. R. (2001). Order statistics in goodness-of-fit testing, *IEEE Trans. Reliab.* 50(2), 209–213.
44. Gomes, L. F. A. M., González, M. C. A., Carignano, C. (2004). *Tomada de decisões em cenários complexos: introdução aos métodos discretos do apoio multicritério à decisão*. Thomson.
45. Gomes, L.; Zanazzi, J. L. (2012). Análisis Multicriterio con Múltiples Decisores: Aplicación Combinada de los Métodos Todim y Procesos DRV. *Revista de Administração do Gestor*, 2, 105-136.
46. Groppe, D. M., Urbach, T. P., Kutas, M. (2011). Mass univariate analysis of event-related brain potentials/fields I: A critical tutorial review. *Psychophysiology*, 48(12), 1711-1725.
47. Hamilton, L. (2012). *Statistics with Stata: version 12*. Cengage Learning.
48. Henderson, A. R. (2006). *Testing experimental data for univariate normality*, *Clin. Chim. Acta* 366(1/2), 112–129
49. Hosking, J.R.M (1990). L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *J. R. Statist. Soc. Ser. B* 52(1), pp. 105–124.
50. Hosking, J.R.M (1992). Moments or L-moments? An example comparing two measures of distributional shape, *Amer. Statist.* 46(3), pp. 186–189.
51. Hosking J.R.M. (2005). Fortran routines for use with the method of L-moments. <http://lib.stat.cmu.edu/general/lmoments>.

52. Iz, P., Jelassi, M. T. (1990). An interactive group decision aid for multiobjective problems: an empirical assessment. *Omega*, 18(6), 595-604.
53. Jabeur, K.; Martel, J. (2007). An ordinal sorting method for group decision-making. *European Journal of Operational Research*, 180, 1272-1289.
54. Jarque, C. M., Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics letters*, 6(3), 255-259.
55. Jelassi, T.; Kersten, G.; Zionts, S. (1990). An introduction to group decision and negotiation support, pp. 537-568. Springer Berlin Heidelberg.
56. Jin-ling, X. I. N. G. (2009). Research on Fuzzy Comprehensive Evaluation of R&D Staff Based on Competency Model and Case Analysis. In *Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering, 2009 International Conference*, 3, 133-136.
57. Kahneman D., Tversky A. (1979). Prospect Theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 262-291
58. Keeney, R.; Raiffa, H. (1993). *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Wiley, New York.
59. Kelemenis, A., Ergazakis, K., Askounis, D. (2011). Support managers selection using an extension of fuzzy toposis. *Expert Systems with Applications*, 38, 2774-2782.
60. Kelly, G., (1955/1991) *The Psychology of Personal Constructs*, vols 1 y 2, London: Routledge (1991 reprint)
61. Kolmogorov, A. N. (1933). Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione. *Giornale dell Istituto Italiano degli Attuari*, 4, 83-91.

62. Krauczi, É. (2007). A study of the quantile correlation test for normality, *Test*. DOI 10.1007/s11749-007-0074-6.
63. Leyva-López, J.; Fernández-Gonzalez, E. (2003). A new method for group decision support based on ELECTRE III methodology. *European Journal of Operational Research*, 26(3), 14-27.
64. Lilliefors, H. (1967). On the Kolmogorov–Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 62(318), 399–402.
65. Lin, H. F., Lee, H. S., Wang, D. W. (2009). Evaluation of factors influencing knowledge sharing based on a fuzzy AHP approach. *Journal of Information Science*, 35(1), 25-44.
66. Macharis, C., Brans, J., Mareschal, B. (1998). The GDSS PROMÉTHÉE procedure: a PROMÉTHÉE-GAIA based procedure for group decision support. *Journal of Decision Systems*, 7, 283-307.
67. Martínez Sánchez, B. C. (2004). Estructuración cognitiva del Mundo Vocacional. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia, Servicio de Publicaciones.
68. Mingers, J., Rosenhead, J. (2004). *Análisis racional reestudiado para un mundo problemático: métodos para estructurar problemas en condiciones de complejidad, incertidumbre y conflicto*. Instituto Venezolano de Planificación, España.
69. Montgomery y Douglas, C. (2003). Control Estadístico de la calidad. *México*, 3ª. Edición, editorial Limusa.
70. Morais D., Almeida, A. (2009) Brazilian Journal of Operations y Production Management, 6, 2, pp. 27-49.

71. Mosteller, F. (1946) On some useful 'inefficient' statistics, *Annals of Mathematical Statistics*, 17, 377- 408.
72. Pallant, J. (2013). *SPSS survival manual*. McGraw-Hill International.
73. Pearson, K. (1895). Contributions to the mathematical theory of evolution. II. Skew variation in homogeneous material. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A*, 343-414.
74. Pearson, E.S.; D'Agostino, R.B.; Bowman, K.O. (1977). Tests for departure from normality: comparison of powers. *Biometrika*, vol. 64, nro. 2, pp. 231–246.
75. Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*. Madrid, McGraw-Hill.
76. Peña, D.; Peña, J. I (1986). Un contraste de normalidad basado en la transformació de Cox-Box. *Estadística Española*, 110, 33- 46
77. Pichón-Riviere (1975). *Técnica de los grupos operativos*. En *El proceso grupal*, Buenos Aires.
78. Quiroga A (1998). *Crisis, procesos sociales, sujeto y grupo*. *Desarrollos en Psicología Social a partir del pensamiento de Pichon-Riviere*. Ediciones Cinco, Buenos Aires.
79. Razali, N. M.; Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of shapiro-wilk, kolmogorov-smirnov, lilliefors and anderson-darling tests. *Journal of Statistical Modeling and Analytics*, 2 (1), 21-33.
80. Razali, N. M.; Shamsudin, N. R.; Azid, N. N. N.; Hadi, A. A., Ismail, A. (2012). A comparison of normality tests using SPSS, SAS and MINITAB: An application to Health Related Quality of Life data. *Statistics in Science, Business, and Engineering (ICSSBE)*, International Conference on (pp.1-6). IEEE.

81. Rahman, M. M., Govindarajulu, Z. (1997). A modification of the test of Shapiro and Wilk for normality. *Journal of Applied Statistics*, 24 (2), 219-236.
82. Romão, X., Delgado, R., Costa, A. (2010). An empirical power comparison of univariate goodness-of-fit tests for normality. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 80 (5), 545-591.
83. Ryan, T. A., Joiner, B. L., Ryan, B. F. (1994). *Minitab*TM. John Wiley and Sons, Inc.
84. Romano, J. P., Shaikh, A. M., Wolf, M. (2008). Formalized data snooping based on generalized error rates. *Econometric Theory*, 24 (2), 404-447.
85. Royston, P. (1992). Approximating the Shapiro-Wilk W-Test for non-normality. *Statistics and Computing*, 2 (3), 117-119.
86. Royston, P. (1993). A toolkit for testing for non-normality in complete and censored samples. *The statistician*, 37-43.
87. Sarkadi, K. (1975). The consistency of the Shapiro—Francia test. *Biometrika*, 62(2), 445-450.
88. Seier, E. (2002). Comparison of Tests for Univariate Normality. *InterStat Statistical Journal*, vol.1, pp.1-17.
89. Shahhosseini, V., Sebt, M. (2011). Competency-based selection and assignment of human resources to construction projects. *Scientia Iranica*, 18(2), 163-180.
90. Shapiro, S.S.; Wilk, M.B. (1965). An analysis of variance test for normality: complete samples. *Biometrika*, 52, 591–611
91. Shapiro, S. S., Wilk, M. B., Chen, H. J. (1968). A Comparative Study of Various Tests of Normality. *Journal of American Statistical Association*, 63(324), 1343-1372.

92. Shapiro, S.S.; Francia, R. (1972). An approximation analysis of variance test for normality. *Journal of the American Statistical Association*, 67, 215–216.
93. Smirnov, N. V. (1936). Sui la distribuzione de w_2 (Criterium de M.R.v Mises). *Comptes Rendus (Paris)*, 202, 449-452.
94. StataCorp, L. P. (2007). *Stata data analysis and statistical Software. Special Edition Release, 10.*
95. Stephens, M. A., Hartley, H. O. (1972). *Biometrika Tables for Statisticians*, 2, New York: Cambridge University Press.
96. Tanveer-Ul-Islam (2011). Normality testing—A new direction. *International Journal of Business and Social Science*, 2(3), 115–118.
97. Tervonen, T., Figueira, J. R. (2008). A survey on stochastic multicriteria acceptability analysis methods. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 15 (1-2), 1-14.
98. Thissen, D., Steinberg, L., Kuang, D. (2002). Quick and easy implementation of the Benjamini-Hochberg procedure for controlling the false positive rate in multiple comparisons. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 27(1), 77-83.
99. Ulrych, T. J., Velis, D. R., Woodbury, A. D., Sacchi, M. D. (2000). L-moments and C-moments. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 14 (1), 50-68.
100. Von Mises, R. (1931). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik (vol. 1)*. F. Deuticke, Leipzig.
101. Yap, B. W., Sim C. H. (2011). Comparisons of various types of normality tests. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 81(12), 2141-2155.

102. Yazici, B.; Yolacan, S. (2007). A Comparison of Various Tests of Normality. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 77(2), 175-183.
103. Yeh, C-H., Chang, Y-H. (2008). Modeling subjective evaluation for fuzzy group multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research*, doi:10.1016/j.ejor.2007.12.029.
104. Zanazzi J.L., Carignano C.; Boaglio L., Dimitroff M.; Conforte J. (2006). Metodología para apoyar la toma de decisiones en equipo. *Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa*, 27, 61-74.
105. Zanazzi, J., Gomes, L. (2009): La búsqueda de acuerdos en equipos de trabajo: el método Decisión con Reducción de la Variabilidad (DRV). *Revista Pesquisa Operacional*, 29, 195-221.
106. Zanazzi J.; Dimitroff M.; Pontelli D.; Pedroti B. (2013): Métodos para tomar decisiones en grupo. Comparación entre procesos DRV y SMAA. *Revista Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa (EPIO)*, vol. 34, pp. 45, 61.
107. Zhang, J.; Wu, Y. (2005). *Likelihood-ratio tests for normality*, *Comput. Stat. Data Anal.* 49(3), 709–721.

ANEXO

1. Cabrera, G. P.; Zanazzi, J. L. (2014). Una aproximación multi-metodológica al problema de selección de equipos de trabajo. *Revista Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa (EPIO), sección artículos científicos*, nro. 36.
2. Cabrera, G. P., Zanazzi, J., Castellini, A., Salamon A. (2014). Estructuración de problemas complejos. Publicado en Zanazzi J. L., Alberto C., Carignano C. (2014), *Aplicaciones multi-metodológicas para la gestión y evaluación de sistemas socio-técnicos, Tomo II*. Argentina. ISBN 978-987-1436-90-3
3. Cabrera, G. P., Zanazzi, J. L., Loaglio, L. (2014). Enfoque multi-metodológico para la reducción de ruido en procesos complejos de toma de decisión. *Anales XXV EPIO - XXVII ENDIO*.
4. Cabrera, G. P., Salamon A.G., Boaglio, L., Conforte, J.M., Pedrotti, B. (2013). Estructuración de problemas con investigación operativa soft. Selección de personal outsourcing para el desarrollo de sistemas de software. Publicado en Capítulo 9, Zanazzi J. L., Alberto C., Carignano C. (2013), *Aplicaciones multi-metodológicas para la gestión y evaluación de sistemas socio-técnicos, Tomo I*. ISBN: 978-987-1436-73-6 Argentina, pp.161-180.
5. Cabrera, G. P., Zanazzi, J. L., Castellini, A., Salamon, A. G. (2013). Estructuración de situaciones problemáticas en ausencia de datos claros. Selección de personal outsourcing para el desarrollo de sistemas de software. *Anales 2013, XXVI ENDIO - XXIV EPIO*, Córdoba, Argentina. ISBN: 978-987-1436-73-6

6. Zanazzi, J. L., Cabrera, G. P. (2013). Enfoque Multimetodológico aplicado al proceso de selección de personas en Proyectos Informáticos. *X Óptima, VI RED-M*, Concepción, Chile.
7. Cabrera, G. P., Salamon A.G., Boaglio, L., Conforte, J.M., Pedrotti, B. (2013). Estructuración de problemas con investigación operativa soft. Selección de personal outsourcing para el desarrollo de sistemas de software. Publicado en Capítulo 9, Zanazzi J. L., Alberto C., Carignano C. (2013), *Aplicaciones multi metodológicas para la gestión y evaluación de sistemas socio-técnicos, Tomo I*. ISBN: 978-987-1436-73-6. Argentina, pp.161-180.
8. Cabrera, G. P., Zanazzi, J. L., Castellini, A., Salamon, A. G. (2013). Estructuración de situaciones problemáticas en ausencia de datos claros. Selección de personal outsourcing para el desarrollo de sistemas de software. *Anales 2013, XXVI ENDIO - XXIV EPIO*, Córdoba, Argentina. ISBN: 978-987-1436-73-6
9. Salamon, A., Boaglio, L., Cabrera, G., Zanazzi, J. (2012). Methodological proposal for the selection of outsourcing personal in computer project. *Group Decision and Negotiation – GDN 2012*. Recife, Brasil , ISBN 978-85-415-0036-4 ,broch., Volume II
10. Cabrera, G. P, Salamon, A., Boaglio, L., Conforte, J. M., Pedrotti Bragagnolo, B. (2012). Aplicación de la técnica repertory grid en la asignación de personal outsourcing para la ejecución de proyectos de sistemas software. *Anales 2012, XXV ENDIO - XXIII EPIO*, Buenos Aires ISNN: 978-987-24267-3-6, Argentina.