Universidad Nacional de Córdoba

Centro de Estudios Avanzados

MAESTRÍA EN PROCESOS EDUCATIVOS MEDIADOS POR TECNOLOGÍAS

"Lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas como estrategia didáctica en el ingreso a la universidad: construyendo significados con tecnologías. El caso de la Facultad de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional de Entre Ríos"

por

María Lorena Guglielmone

Directora: Dra. Cristina Mercedes Camós

Codirectora: Dra. Carina Gabriela Lion

- Octubre de 2019 -

La utopía está en el horizonte.
Camino dos pasos, ella se aleja dos pasos
y el horizonte se corre diez pasos más allá.
¿Entonces para qué sirve la utopía?
Para eso, sirve para caminar.
Eduardo Galeano

Dedicatoria

A cada uno de mis alumnos,

los que tuve, los que tengo y los que tendré.

Agradecimientos

A mi esposo, Martín Pérez, sin él este trabajo no hubiese sido posible.

A mis hijos, Agustín y Santino, por su paciencia.

A mi directora, Dra. Cristina Camós, por su acompañamiento, guía y apoyo durante el desarrollo de todo este trabajo.

A mi codirectora, Dra. Carina Lion, que fue una directora más para este proyecto, acompañándome y guiándome desde el primer momento.

A la Dra. Mabel Rodríguez, por su ayuda y generosidad.

Al Centro de Estudios Avanzados de la UNC, a los docentes y compañeros de la Maestría y, especialmente, a su directora, Mg. Gabriela Sabulsky, por su disposición y apoyo.

A la Universidad Nacional de Entre Ríos por la licencia otorgada a través del Programa de Apoyo para la Finalización de la Formación de Posgrado para docentes de la UNER, y a la Facultad de Ciencias de la Administración por apoyar mi presentación a dicho programa.

Índice General

1 Introducción **1**

1.1 Planteo del problema 1

1.2 Contexto de innovación 2

1.3 Destinatarios y rol del docente 3

1.4 Motivación 4

1.5 Propósitos 4

1.5.1 Generales 4

1.5.2 Específicos 5

1.6 Antecedentes 5

1.6.1 El Proyecto Facebook 5

1.6.2 Una cátedra inspiradora 6

1.6.3 Las tecnologías en la educación de la UNER 7

1.6.4 La tecnología en la educación matemática 8

1.6.5 Enseñanza del lenguaje simbólico 9

2 Marco teórico **10**

2.1 Enseñanza mediada por tecnologías 10

2.2 El entorno y la propuesta 12

2.2.1 Control ejecutivo 13

2.3 Enseñanza de la matemática superior 14

2.3.1 Lenguaje simbólico 15

3 La propuesta **18**

3.1 Primera etapa 19

3.1.1 Implementación 20

3.2 Segunda etapa 57

3.2.1 Diseño 58

3.2.2 Implementación 60

4 Análisis **68**

4.1 Mediación conversional 69

4.2 Mediación tecnológica 71

4.2.1 Entornos virtuales 71

4.2.2 Aplicaciones móviles 72

4.3 Mediación visual 73

5 Conclusiones **74**

6 Para seguir reflexionando… **76**

7 Bibliografía **78**

8 Anexos **83**

8.1 Anexo A: Encuesta Inicial 83

8.2 Anexo B: Presentación multimedia de la 1° etapa 85

8.3 Anexo C: Evaluación Final 93

8.4 Anexo D: Encuesta Final 100

8.5 Anexo E: Uso de Tecnología en Matemática 102

8.6 Anexo F: La tecnología en el aprendizaje de la matemática 104

8.7 Anexo G: Presentación multimedia de la 2° etapa 105

8.8 Anexo H: Presentación multimedia de la 2° etapa 112

Índice de Figuras

FIGURA 1. DIAPOSITIVA 5 ____ 23
FIGURA 2. DIAPOSITIVA 6 ____ 24
FIGURA 3. DISPOSITIVA 7 ____ 26
FIGURA 4. DIAPOSITIVA 9 ____ 28
FIGURA 5. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 9 ____ 29
FIGURA 6. DIAPOSITIVA 10 ____ 29
FIGURA 7. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 10 ____ 30
FIGURA 8. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 10 ____ 30
FIGURA 9. DIAPOSITIVA 11 ____ 31
FIGURA 10. DIAPOSITIVA 16 ____ 32
FIGURA 11. AULA VIRTUAL EN MOODLE 2.9+ ____ 34
FIGURA 12. ¿CÓMO SIGUE LA SERIE? ____ 38
FIGURA 13. PRIMERA INTERVENCIÓN DE KEVIN ____ 39
FIGURA 14. RESPUESTA A PRIMERA INTERVENCIÓN DE KEVIN ____ 39
FIGURA 15. SEGUNDA INTERVENCIÓN DE KEVIN ____ 40
FIGURA 16. RESPUESTA A SEGUNDA INTERVENCIÓN DE KEVIN ____ 40
FIGURA 17. INTERVENCIÓN GENERAL DE LA DOCENTE ____ 41
FIGURA 18. ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY? ____ 41
FIGURA 19. INTERVENCIONES SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY? ____ 42
FIGURA 20. INTERVENCIONES SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY? ____ 42
FIGURA 21. INTERVENCIONES SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY? ____ 42
FIGURA 22. INTERVENCIÓN SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY? ____ 43
FIGURA 23. ¿EN QUÉ CAJA ESTÁ EL AUTO? ____ 44
FIGURA 24. EL RECTÁNGULO DE IGUAL SUPERFICIE Y PERÍMETRO ____ 45
FIGURA 25. RELOJES MATEMÁTICOS ____ 46
FIGURA 26. INTERVENCIÓN SOBRE RELOJ DESPERTADOR ____ 47
FIGURA 27. INTERVENCIÓN SOBRE RELOJ DESPERTADOR ____ 48
FIGURA 28. INTERVENCIONES SOBRE RELOJ DESPERTADOR ____ 48
FIGURA 29. INTERVENCIÓN SOBRE RELOJ DESPERTADOR ____ 49
FIGURA 30. MEDICIÓN DEL ÁNGULO ____ 52
FIGURA 31. SUCESIÓN DE FIGURAS ____ 53
FIGURA 32. CALIFICACIONES OBTENIDAS EN LA EVALUACIÓN FINAL ____ 55
FIGURA 33. EL TRUCO DEL MAGO ____ 60
FIGURA 34. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 1 ____ 61
FIGURA 35. CONVERSIONES INCOMPLETAS ____ 61
FIGURA 36. DEL REGISTRO COLOQUIAL AL SIMBÓLICO ____ 63
FIGURA 37. DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL ____ 64
FIGURA 38. INTERVENCIONES DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL ____ 65
FIGURA 39. INTERVENCIONES DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL ____ 66
FIGURA 40. INTERVENCIONES DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL ____ 67

Resumen

En esta tesis presentamos el diseño e implementación de una propuesta tecno-pedagógica, cuyo objetivo fue promover el aprendizaje del lenguaje matemático –a través de la lectura, escritura y comprensión de algunas expresiones simbólicas–, teniendo en cuenta las tendencias culturales, tecnológicas y sociales de las que forman parte nuestros estudiantes, como mediadoras en la construcción del conocimiento matemático.

Trabajamos desde una perspectiva constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, sosteniendo que *hacer matemática* –en este nuevo siglo– se debe acercar al modo de trabajo del matemático, quien indaga, explora, ajusta hipótesis, se contesta lo que no sabe, y así avanza.

La propuesta fue desarrollada desde una modalidad semipresencial, con la que buscamos reinterpretar los ritmos de la enseñanza y del aprendizaje a la luz de la influencia tecnológica y redimensionarlos para favorecer procesos críticos y colegiados de apropiación del conocimiento.

El registro de las ideas con las que concebimos y construimos el proyecto, junto con lo percibido en el desarrollo de las prácticas pedagógicas, nos permitió una primera reconstrucción *a posteriori*. La articulación entre el dato empírico basado en el trabajo y el análisis interpretativo constituyó un segundo plano de análisis, que posibilitó nuevas construcciones conceptuales y la elaboración de dimensiones analíticas que permitieron revisitar la propuesta.

1 Introducción

1.1 Planteo del problema

En el marco de la Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnologías de la Universidad Nacional de Córdoba, esta tesis plantea trabajar sobre uno de los problemas a los que se suelen enfrentar los alumnos cuando ingresan a carreras universitarias que contienen Matemática en su plan de estudios: la necesidad de leer, escribir y comprender expresiones que contienen símbolos establecidos por la comunidad matemática y que, en general, no han sido utilizados en la etapa escolar o, al menos, su uso fue poco frecuente (Distéfano, 2017).

El manejo e interpretación del *lenguaje simbólico* o *lenguaje matemático* (definido en la Sección 2.3.1) es muy necesario, ya que es utilizado por los docentes del área disciplinar de manera constante en el desarrollo de sus clases, como también en los apuntes de cátedra y bibliografía sugerida, esperando a su vez que los alumnos puedan utilizar dicho lenguaje en las resoluciones que así lo requieran (Distéfano, Pochulu y Font, 2015). En particular, en la enseñanza en el aula, los docentes suelen utilizar el lenguaje simbólico y el natural, usando el primero exclusivamente para la escritura en el pizarrón y el segundo, en forma oral, para realizar explicaciones, sin detenerse en clarificar el paso de un lenguaje a otro. Como señalan Colombano, Formica y Camós (2015), lo que generalmente no suelen advertir es que "existe una distancia entre su claridad en lenguaje coloquial y lo que al mismo tiempo registran simbólicamente en el pizarrón" (p. 137).

Las investigaciones dan cuenta de que los estudiantes suelen copiar solamente lo registrado en el pizarrón y pocas veces agregan en sus apuntes las explicaciones orales del docente. Luego, cuando recurren a sus apuntes para estudiar, se encuentran con los contenidos escritos mayoritariamente en símbolos, y no logran extraer significado para reconstruir lo desarrollado en las clases, lo que probablemente conduce a un aprendizaje no comprensivo de dichos contenidos (Camós y Rodríguez, 2009; Camós, 2013).

Por otra parte, hay evidencias de que los alumnos que ingresan al nivel superior presentan dificultades para leer y/o escribir utilizando el lenguaje simbólico (Camós y Rodríguez, 2009; Distéfano, Urquijo y González, 2010; Camós y Rodríguez, 2015; Distéfano, 2017). Particularmente, en el desarrollo de la práctica docente con los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración de la Facultad de Ciencias de la Administración, venimos observando –hace ya varios años– la dificultad recurrente que presentan con la lectura, escritura y, por lo tanto, la comprensión de expresiones que contienen símbolos matemáticos. Esa dificultad queda registrada, por ejemplo, en los exámenes parciales y finales de la asignatura “Matemática Discreta y Álgebra Lineal” (de aquí en adelante MDyAL) perteneciente al primer cuatrimestre del primer año de dichas carreras.

Es así como, desde el contexto planteado, intentamos mejorar el dominio del lenguaje simbólico que presentan los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración, favoreciendo la recuperación de los mensajes que los docentes y los textos disciplinares buscan transmitir a través del uso de expresiones simbólicas.

1.2 Contexto de innovación

La Facultad de Ciencias de la Administración (FCAD) es una de las de las nueve unidades académicas pertenecientes a la Universidad Nacional de Entre Ríos (UNER), integrante del sistema público de educación superior de la República Argentina. Dicha institución está ubicada en la ciudad de Concordia y tiene una trayectoria de más de 60 años en la región, siendo reconocida, principalmente, por sus carreras vinculadas a la administración. Si bien todas las carreras ofrecidas por la FCAD son presenciales, la UNER cuenta con un campus virtual –implementado en la plataforma educativa Moodle– del que pueden hacer uso todos los integrantes de la comunidad universitaria que desarrollen actividades de docencia, investigación, extensión y/o gestión.

Entre las carreras ofrecidas por la Facultad, se encuentran las de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración, que comparten las materias de los dos primeros años (ciclo básico). Tienen un ingreso promedio de 150 alumnos que provienen –en su mayoría– de la ciudad de Concordia y de localidades cercanas, pero de gran diversidad de escuelas.

El cursado de las carreras comienza con el Curso de Ambientación a la Vida Universitaria, de carácter no obligatorio y de un mes de duración. Dicho curso está conformado por los módulos de Administración, Economía, Contabilidad, Matemática, y Métodos y Técnicas del Trabajo Intelectual con orientación en Matemática (de aquí en adelante Métodos y Técnicas) que se dictan de manera paralela durante todo el mes, siendo el último el de menor carga horaria, por disposición de la Facultad. La primera etapa del proyecto se desarrolló desde el módulo de Métodos y Técnicas, por estar a cargo de la tesista y considerarlo una oportunidad para que los ingresantes realicen un trabajo con expresiones matemáticas desde un lugar diferente al del módulo de Matemática. Y, además, la Facultad le dio total libertad a la tesista para el diseño y dictado de dicho módulo.

El ciclo básico cuenta con tres asignaturas del área de matemática, MDyAL es la primera y pertenece al primer cuatrimestre del primer año de ambas carreras. Dicha materia es teórico-práctica con una carga horaria semanal de seis horas (dos horas de teoría y cuatro de práctica). La segunda etapa del proyecto se desarrolló como una prueba piloto desde esa asignatura, ya que la titular le permitió a la tesista –Jefe de Trabajos Prácticos de MDyAL– implementarlo desde la cátedra por su vinculación con los temas abordados en la materia.

Cabe destacar que a fines del año 2016 la FCAD finalizó la elaboración de su Plan Estratégico 2017-2054[1], iniciado en diciembre de 2014. Su elaboración consistió en un proceso que, sobre la base de un diagnóstico institucional, buscó generar un consenso en torno al futuro de la institución e identificar escenarios posibles y líneas estratégicas para alcanzarlos. Entre los factores estratégicos mencionados como parte del compromiso institucional, se encuentran la calidad académica, la innovación y creatividad, y la incorporación de las tecnologías de la información. A su vez, del análisis de los asuntos críticos realizado durante la elaboración del Plan, surgió como uno de los objetivos a largo plazo (próximos 10 años) la necesidad de disminuir en un 50% la deserción y aumentar también en un 50% el número de ingresantes. Para lograr esto último se prevé, entre las diferentes acciones propuestas, incorporar la modalidad de dictado semipresencial para los dos primeros años de todas las carreras.

El presente proyecto representa –a nivel institucional– la primera propuesta tecno-pedagógica en el área de matemática que, atendiendo a esta necesidad de disminuir la deserción de los ingresantes, se centra en buscar mejorar el dominio del lenguaje matemático.

1.3 Destinatarios y rol del docente

En la primera etapa de la propuesta participaron los ingresantes a las carreras de Contador Público y Lic. en Ciencias de la Administración que cursaron el módulo de Métodos y Técnicas perteneciente al Curso de Ambientación a la Vida Universitaria en el año 2017. La docente a cargo del módulo (autora de esta tesis) fue la única responsable de su diseño y desarrollo. Cabe destacar que el módulo de Matemática –que no tuvo relación con el módulo de Métodos y Técnicas– fue dictado de manera paralela y con el doble de carga horaria, y desarrollado desde un modelo de clases centradas en la explicación-ejercitación que, de acuerdo con Litwin (1997), responden a una didáctica lineal progresiva. Los temas que se abordaron en ese módulo fueron: 1) porcentaje y notación científica, 2) conjuntos numéricos, propiedades y operaciones, 3) ecuaciones de primer grado, ejercicios y problemas.

---

[1] “Proyecto de Plan Estratégico 2017-2054. Pensando la facultad en su primer siglo de vida”. Resolución C.D. N° 675/17. Disponible en: http://www.fcad.uner.edu.ar/institucional/plan-estrategico-2017-2054

En la segunda etapa participaron algunos alumnos que estuvieron en la primera etapa, y otros que estaban recursando la asignatura MDyAL en el 2° cuatrimestre de 2017. Esta etapa formó parte de un proyecto de innovación presentado por la cátedra MDyAL, siendo la docente (autora de esta tesis) la responsable de su diseño y desarrollo desde su rol de JTP.

Además, de acuerdo con lo previsto en el Plan Estratégico institucional, indirectamente la Facultad sería también destinataria de esta propuesta.

1.4 Motivación

Partimos de la necesidad de cambiar algo en nuestras clases. Acordamos, en primer lugar, como señalan Piscitelli, Adaime y Binder (2010), en que todos los educadores “estamos siendo cuestionados, de manera manifiesta o implícita, por nuevos modos de crear y transmitir conocimiento” (p. XV). Como docentes, reconocerlo implica primero tomar consciencia del momento histórico y cultural en el que nos encontramos inmersos, para luego buscar generar prácticas que se adapten a esta nueva sociedad atravesada por la tecnología. Como señala Pochulu (2018a) respecto a la enseñanza de la matemática, “no podemos seguir siendo profesores del siglo XIX enseñando una matemática del siglo XVII a estudiantes del siglo XXI” (p. 9).

Compartimos con Serres (2013) y Maggio (2018) que, dado que el conocimiento se encuentra distribuido y accesible, el desafío reside en innovar nuestras prácticas educativas. Tal como afirma Serres (2013), ante la gran oferta del saber, “una oferta puntual y singular, se vuelve irrisoria” (p. 19). Desde esta *pedagogía de la incomodidad*, como la denomina Lion (2015), debemos apelar a la mejora de la enseñanza y al fortalecimiento de aprendizajes vinculados a los cambios sociales y culturales de nuestro tiempo, entendiendo que no alcanza con la mera actualización bibliográfica o la adopción de nuevas herramientas.

Es nuestro deseo que la implementación de este proyecto no solo haya permitido trabajar las dificultades presentadas en el área de matemática, sino también que contribuya a la construcción de ese puente tan necesario entre el presente y el futuro de nuestros estudiantes, y habilite el descubrimiento de nuevas ideas que remitan al oficio de hacer y pensar la educación como acto transformador (Maggio, Lion, Perosi, Jacubovich y Pinto, 2017).

1.5 Propósitos

1.5.1 Generales

- Promover el aprendizaje del lenguaje matemático a través de la lectura, la escritura y la comprensión de expresiones simbólicas en los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la

Administración, usando la tecnología como factor de enriquecimiento de la enseñanza y potenciador del aprendizaje.

- Posibilitar nuevas construcciones conceptuales entre el campo de la tecnología educativa y la enseñanza de la matemática de nivel superior, a partir de la reinterpretación constante de la práctica vivida, sostenida en la documentación[2].

1.5.2 Específicos

- Diseñar una propuesta tecno-pedagógica innovadora[3] para trabajar la lectura, escritura y comprensión de algunas expresiones simbólicas matemáticas.
- Implementar la propuesta tecno-pedagógica diseñada, con énfasis en la documentación, el análisis crítico-interpretativo y la reconstrucción como actividades centrales de dicho proceso.
- Analizar la propuesta para construir algunas categorías interpretativas que entrecrucen tecnologías, didáctica y enseñanza de la matemática en la universidad.

1.6 Antecedentes

1.6.1 El Proyecto Facebook

Este proyecto se trató de una experiencia educativa con Facebook que se desarrolló durante el año 2009 en el marco de la cátedra de Introducción a la Informática, a la Telemática y al Procesamiento de Datos, a cargo de Alejandro Piscitelli, que forma parte de la carrera de Ciencias de la Comunicación de la Facultad de Ciencias Sociales de la UBA. Surgió dentro de un contexto caracterizado por un modelo declamativo y de transmisión –al que la cátedra estuvo abonada por más de una década–, a partir del reconocimiento (en el tiempo) de la necesidad de innovación de esas prácticas pedagógicas:

> En esencia, el Proyecto Facebook fue un intento de construcción de un entorno colaborativo y abierto de educación, que se ajustara más a las maneras en que entendemos que se produce el conocimiento y menos a una tradición educativa que concibe a los alumnos como destinatarios y no actores de este proceso. (Piscitelli, Adaime y Binder, 2010).

[2] Documentación registrada de las clases que permite que sean "reconstruidas analíticamente de modo tal de comprender lo que ha sucedido e ir enriqueciendo el plano de la teoría" (Maggio, 2018, p. 17).

[3] Innovación situada, en contexto. Como afirma Rivas (2017) respecto a las innovaciones educativas, "hay que encontrar caminos transitables de pequeños pasos, afianzar la confianza, crear redes de apoyo e impulso, aprovechar todas las posibilidades." (p. 47). Estas posibilidades las brinda el contexto en que se concibe y despliega cada innovación.

La producción del conocimiento por parte de los alumnos se concentró en lo audiovisual desde una dinámica experimental, provisoria y en múltiples plataformas (blogs, videos, presentaciones multimedia, grupos en Facebook, cuentas de Twitter, etc.). El registro y la documentación de la experiencia fueron publicados en "El *Proyecto Facebook* y la posuniversidad. Sistemas operativos sociales y entornos abiertos de aprendizaje"[4].

El trabajo de Piscitelli abre una puerta para revisar cómo se construye el conocimiento en la era digital pero, como afirma el autor, "el desafío va más allá de la incorporación o no de la tecnología en el aula: reside en la innovación de las prácticas pedagógicas." (p. XVI).

1.6.2 Una cátedra inspiradora

Desde el 2016, en la cátedra de Fundamentos de Tecnología Educativa perteneciente a la carrera de Ciencias de la Educación de la Facultad de Filosofía y Letras de la UBA, su equipo docente formado por Mariana Maggio, a cargo de la materia, Carina Lion, Verónica Perosi y Jimena Jacubovich, delinean y desarrollan una propuesta de nuevo tipo, partiendo de una reinterpretación del programa de la materia, rediseñándolo de modo que queden ciertos temas centrales para una agenda contemporánea de la tecnología educativa (campo disciplinar abordado). Dictan la materia sin división entre clases teóricas y prácticas, dedicando todas las horas al tratamiento de cada tema central en sucesivos niveles de profundidad (Maggio, 2018). El abordaje conceptual del campo lo realizan de manera no lineal desde "una construcción compleja, epistemológica, provisional y temporal de encuentros en torno a núcleos centrales del campo" (Perosi, 2017, p. 17).

Sin embargo, ya en el 2012 Mariana Maggio daba cuenta de la relevancia de la documentación de las prácticas de la enseñanza, en general, y de las innovaciones, en particular. La autora hace referencia a la importancia de registrar lo que pasa en cada clase para su posterior análisis y reconstrucción, y también como una oportunidad de dar a conocer y compartir lo realizado. Y, desde una perspectiva metodológica, señala que la observación y registro constituyen el camino necesario hacia la generación de teoría acerca de las prácticas de la enseñanza (Maggio, 2012).

Así describen las docentes su trabajo desde la cátedra:

> Cada año es una aventura nueva; cada inicio de primer cuatrimestre es un salto al vacío; cada lunes, día en el que año tras año se dicta esta materia en la Universidad, es una prueba para entender si podemos ir todavía más allá. Sorprender y sorprendernos; educar para seguir aprendiendo; inventar porque,

[4] Disponible en: https://www.fundaciontelefonica.com/arte_cultura/publicaciones-listado/pagina-item-publicaciones/itempubli/4/

> en un mundo que cada día avanza hacia formas más expulsivas, la única posibilidad es seguir formando educadoras/es críticas/os, creativas/os y preparadas/os para intervenir sobre la realidad que les toca vivir. (Maggio, Lion, Perosi, Jacubovich y Pinto, 2017, p. 1-2).

Esta cátedra constituyó una gran inspiración para el diseño e implementación de nuestra propuesta, ya que nos mostró una forma de trabajo que, creemos, puede resultar especialmente significativa para la enseñanza de la matemática en la universidad. El registro de lo ocurrido desde el momento en que comenzamos a delinear este proyecto constituyó la base desde la cual pudimos realizar el análisis y reconstrucción constante de la práctica vivida, y favoreció la construcción de nuevas categorías interpretativas.

1.6.3 Las tecnologías en la educación de la UNER

La Universidad Nacional de Entre Ríos cuenta con un Área de Educación a Distancia[5] a través de la cual se ofrecen diversas propuestas de formación para los docentes de la institución. En general, se trata del dictado de cursos cortos y de posgrado en el marco del programa de formación docente en educación y TIC de la Universidad. Todos son gratuitos y se realizan con el fin de ampliar los escenarios de enseñanza y potenciar los aprendizajes con tecnologías. La mayoría se centra en el desarrollo de competencias tecno-pedagógicas en relación con el uso del campus virtual desde una perspectiva de complemento y apoyo a la enseñanza presencial, teniendo en cuenta que muchos de los docentes que realizan estas capacitaciones tienen años ejerciendo la docencia solo en la presencialidad.

En esa misma línea, a inicios de 2017, la Facultad de Ciencias de la Administración de la UNER contrató a un equipo de docentes del Centro de Innovación en Tecnología y Pedagogía (Citep) de la UBA, para que diseñaran y dictaran una propuesta de formación en educación virtual para los docentes de la Facultad. Esta propuesta, denominada *Proyecto TIC*[6], se viene implementando desde mayo de ese año y tiene como objetivo identificar buenas prácticas y acompañar en el diseño de proyectos con tecnologías que apuesten a un enriquecimiento del trabajo en el aula y del aprendizaje de los estudiantes. Se hace foco, especialmente, en aquellos proyectos que se desarrollan en plataformas educativas o entornos virtuales de enseñanza y aprendizaje (EVEA).

En conjunto con la capacitación antes nombrada y teniendo en cuenta algunos de los objetivos a largo plazo del Plan Estratégico institucional –generar alternativas al

---

[5] https://ead.uner.edu.ar/

[6] Resolución CD N° 245/17. Disponible en: http://digesto.uner.edu.ar/documento.frame.php?cod=48622

cursado presencial para el 100% de las asignaturas del ciclo profesional, incorporar la modalidad de dictado semipresencial para los dos primeros años de las carreras e incorporar el dictado a distancia de cuatro carreras–, la Facultad tomó la decisión (a fines de 2017) de designar por seis meses a un docente de cada asignatura del ciclo profesional y de los dos primeros años de las carreras de grado, para que realizaran la virtualización de sus asignaturas. Ello implicó una enorme inversión en términos económicos con el objetivo de dar comienzo a la incorporación de alternativas al cursado presencial.

Todas estas capacitaciones constituyen los cimientos para la innovación de las prácticas educativas institucionales y nuestro proyecto sigue ese camino.

1.6.4 La tecnología en la educación matemática

En general, el uso de las TIC por parte de los docentes del área se ha centrado en ilusiones muy comunes como ser la motivación de los alumnos por la simple introducción de las computadoras, o el ahorro de tiempo que puede significar, por ejemplo, el uso de presentaciones digitales, la realización de cálculos y gráficos con algún programa, entre otros. Todas cuestiones que, a decir de Rodríguez (2016), son cambios cosméticos, no de fondo. Es por lo que la autora propone la introducción de las tecnologías en el aula para que "vayamos por más" (p. 62). En esa frase engloba la necesidad de ganar riqueza matemática con otros planteos que pongan el foco en un lugar que resulte más valioso y exigente para los alumnos, preparándolos para una mejor inserción en la sociedad actual.

Desde ese lugar se definen ciertos criterios para los docentes que les permiten valorar la pertinencia y significatividad del uso de TIC en la resolución de consignas matemáticas. Dichos criterios sostienen "el rol activo del estudiante guiado por un docente que diseña, ajusta y coordina tareas" (Rodríguez, 2016, p. 69) y, entre ellos, se encuentran los de no perder de vista el objetivo matemático e incluir distintos usos de las nuevas tecnologías, dando libertad para su selección y utilización.

Respecto a las innovaciones tecnológicas en la enseñanza de la matemática superior, generalmente, se han enfocado en el uso de algún software (Cuicas Ávila, Debel Chourio, Casadei Carniel, Álvarez Vargas, 2007). Resulta interesante observar cómo la introducción de la tecnología en las clases de matemática comienza a cuestionar la forma de abordar los contenidos y la enseñanza en sí misma (Pochulu, 2018b). Un ejemplo de ello es la experiencia realizada por Cornejo Endara, Cocilova y Paolini (2017) desde la cual plantean si es importante, en los tiempos actuales, tener la habilidad de graficar sin utilizar un software.

También existen experiencias donde se utilizan redes sociales (Moya y Ávila, 2017; Cabrera, 2018), y aplicaciones de mensajería (Arévalo, Ferro y Sabulsky, 2017), como estrategias didácticas mediadoras en la construcción del conocimiento matemático. Si bien esas tecnologías no permiten hacer uso del lenguaje simbólico, fueron elegidas por los docentes por ser muy populares entre los jóvenes y conformaron verdaderos espacios de acompañamiento y construcción colaborativa del aprendizaje (complementarios a la enseñanza presencial), promoviendo una comunicación más flexible, cercana e informal entre los docentes y estudiantes.

1.6.5 Enseñanza del lenguaje simbólico

La enseñanza de la matemática superior se encuentra fuertemente mediada por el uso de símbolos que permiten el acceso a las nociones matemáticas (Distéfano, Aznar, Pochulu, 2014). Esos símbolos generalmente no han sido trabajados en los niveles anteriores y no son objeto de enseñanza específica, lo cual genera “obstáculos en la comprensión durante las clases teóricas, en la resolución de los ejercicios en las clases prácticas, en las tareas de generalización y en la lectura de la bibliografía” (Distéfano, 2017, p. 3).

Respecto a la problemática que plantemos puntualmente (la distancia existente entre lo que los docentes dicen y lo que dejan escrito en el pizarrón), hace relativamente poco tiempo comenzaron a desarrollarse *propuestas pedagógicas* (Ortega y Ortega, 2001; Distéfano, Urquijo y González (2010); Camós y Rodríguez, 2015; Caserio y Vozzi, 2015; Pochulu y Rodríguez, 2018b, entre otras) donde se busca que los docentes tomen conciencia de la necesidad de trabajar en el aula con intencionalidad didáctica para avanzar sobre la comprensión del lenguaje matemático. A continuación, se presentan dos de ellas.

1.6.5.1 Enseñanza de Matemática Superior: elementos didácticos y enfoques matemáticos

Esta propuesta consistió en un Curso de Capacitación de posgrado desarrollado por las doctoras Cristina Camós y Mabel Rodríguez, y coordinado por la Universidad Nacional de Salta en el año 2013. Las actividades planteadas a los docentes giraron en torno a dos tipos de producciones: la expresión por escrito, en lenguaje natural, del significado de mensajes matemáticos presentados en símbolos; y la expresión en símbolos de mensajes matemáticos presentados en lengua natural. Se promovió un trabajo grupal para que las producciones de los docentes fuesen más pulidas, y se incentivó la reflexión sobre las tareas realizadas con el objetivo de que fuesen los mismos asistentes los que advirtieran por su cuenta las dificultades o fortalezas surgidas del propio trabajo.

Entre los obstáculos identificados en el desarrollo de las actividades propuestas, se encuentra la dificultad que presentaron los docentes para utilizar los lenguajes natural y simbólico de manera articulada. También, la dificultad que tuvieron para "*trascender lo local*" ante la necesidad de comprender un mensaje dado en símbolos, perdiendo de vista que la asignación del significado correcto no es suficiente, ya que el sujeto debe atender el aspecto "global" que contiene el mensaje. Y, por último, la dificultad de "*reconocer y delimitar el contexto del mensaje y utilizar palabras o simbología de uso frecuente en él, sin percibir que no recuperan el mensaje*" (Camós y Rodríguez, 2015, p. 113). De acuerdo con las autoras, en este último caso los docentes pueden quedarse con la idea de que lograron identificar el mensaje, cuando solo consideraron una parte del mismo y/o cuando por el solo hecho de interpretar la simbología incluida en el mensaje consideran que lo pudieron recuperar. De esta manera, se corre el riesgo de que consideren que comprenden el mensaje y que, al enseñar, esperen lo mismo de sus estudiantes: que mencionen algunas partes o lo decodifiquen.

1.6.5.2 Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico

Para mejorar el dominio del lenguaje simbólico en ingresantes a las carreras de Profesorado y Licenciatura en Matemática de la Universidad Nacional de Mar del Plata, los docentes María Laura Distéfano, Sebastián Urquijo y Susana González, diseñaron, implementaron y evaluaron una intervención educativa para enseñar de manera sistemática el uso de dicho lenguaje. La misma consistió en ejercicios de diversos tipos –respuesta cerrada, abierta, completamiento, doble alternativa y apareamiento– que hicieron uso de lo que Pimm (1990) denomina *logogramas*, símbolos inventados para referirse a conceptos totales y que solo se utilizan dentro de un contexto matemático (Distéfano, Urquijo, González, 2010).

Los resultados de la intervención mostraron mejoras significativas en el dominio del lenguaje simbólico de los estudiantes que participaron. Además, comprobaron que "el sólo hecho de conocer el significado literal de un símbolo no es suficiente para utilizarlo correctamente, ni para la lectura ni para la escritura de expresiones simbólicas de manera apropiada." (Distéfano, Urquijo, González, 2010, p. 68).

2 Marco teórico

2.1 Enseñanza mediada por tecnologías

Desde que el ser humano comenzó a escribir, viene haciendo uso de diferentes tecnologías para transmitir el saber, un saber que se fue *objetivando* a través del tiempo (Serres, 2013). Primero fueron los soportes de la escritura, como rollos o pergaminos; luego los libros de papel como soportes de la imprenta; y por último Internet como soporte de información y comunicación.

Las tecnologías no sólo cumplieron con el objetivo inicial de liberar el conocimiento del cuerpo de las personas, sino que además han producido multitud de cambios sociales y culturales siquiera imaginados cuando se comenzaron a usar. Es desde ese lugar que no podemos entender a las tecnologías como meros instrumentos utilizados de manera unilateral, sino desde una relación bilateral, porque su uso también modifica a las personas mismas (muchas veces de maneras reconocibles, pero otras, en formas irreconocibles e imprevistas). En palabras de Burbules y Callister (2001, p. 7): “Las herramientas no sólo nos ayudan a alcanzar ciertos objetivos existentes: también pueden crear propósitos nuevos, nuevas metas, que jamás habían sido considerados antes de que dichas herramientas los tornasen posibles.”

En ese sentido, este proyecto se posiciona en un paradigma relacional (no determinista) de las tecnologías, entendiéndolas como producciones culturales que dan cuenta de escenarios políticos y de construcción de conocimiento, no siendo neutrales ni innovadoras por sí mismas. En concordancia con Lave (2001), consideramos las siguientes premisas referentes al conocimiento y el aprendizaje en la práctica que esta autora recupera en su trabajo acerca de las actividades situadas y las prácticas:

1. El conocimiento siempre se construye y se transforma al ser usado.
2. El aprendizaje es parte integrante de la actividad en y con el mundo en todo momento. (…)
3. Lo que se aprende es siempre complejamente problemático.
4. La adquisición de conocimiento no es una simple cuestión de absorber conocimiento. Por el contrario, las cosas que se suponen categorías naturales, como «cuerpos de conocimiento», «aprendices», y «transmisión cultural», requieren reconceptualización como productos culturales y sociales. (p. 20)

En el marco de los escenarios actuales las tecnologías digitales configuran nuevas formas de acceso, organización y procesamiento del conocimiento más flexibles e interactivas, “que reclaman, a su vez, nuevos modelos de enseñanza y de formación.” (Lion, 2017, p. 36). Hoy, los estudiantes que transitan las aulas saben que la información está disponible de manera objetiva, colectada, colectiva, conectada, revisada y controlada en la web (Serres, 2013). Esta accesibilidad a la información obliga a repensar el sentido de las prácticas de la enseñanza en la universidad.

Dentro de esta cultura digital y considerando las tendencias tecnológicas de las que participan los alumnos –redes sociales, canales de videos, aplicaciones, etc.–, el docente puede aprovechar sus saberes disciplinares y pedagógicos para convertirse en un intermediario crítico del conocimiento o, en palabras de Reig (2010), un “curador de contenidos”. Utilizar los recursos digitales como aliados para la difusión del conocimiento académico, liberando así el tiempo dedicado a las explicaciones en cada clase.

Como afirma Maggio (2018, p. 24), “lo que parece haber cambiado de manera irreversible es que la explicación de lo acabado, tema por tema, ya no necesita el marco de la clase para ser”. De esa manera, ese tiempo “recuperado”, sea mucho o poco, abre una puerta hacia una experiencia diferente, una en la que –en palabras de la autora– “podremos poner una bomba en el corazón de la didáctica clásica” (p. 26) para construir una didáctica en vivo, donde el único camino sea *la invención*, pero sin perder de vista que:

> (…) la potencia pedagógica de una u otra propuesta no se encuentra atada al nivel de dotación tecnológica de un ambiente o institución, sino que depende de cuestiones más centrales, tales como el sentido didáctico con que el docente incorpora la tecnología a la práctica de la enseñanza o el valor que esta tiene en la construcción de un campo disciplinar. (Maggio, 2012, p. 25).

2.2 El entorno y la propuesta

A lo largo de los años la educación ha estado centrada, a decir de Perkins (2001, p. 134), en “el sistema de la persona sola”. Esto significa que –la mayoría de las veces– los estudiantes debían mostrar sus conocimientos y habilidades a partir de lo que habían podido guardar en su cabeza, usando solamente lápiz y papel.

En contraposición a ese concepto, Perkins define el concepto de “la persona más el entorno” (2001, p. 134). Este autor afirma que, de manera habitual, todos los seres humanos hacemos uso de diferentes recursos para funcionar porque sabemos que es mejor que hacerlo de manera solitaria. Esto lleva a pensar en una inteligencia que no se encuentra solamente dentro de cada persona sino también repartida en su entorno. En concordancia con esas ideas, Lave (2001) considera que el conocimiento y el aprendizaje se dan de manera *situada*, no residen en la cabeza de las personas, sino que “se encuentran distribuidos a lo largo de la compleja estructura de la actuación de las personas en diversos ambientes.” (p. 21).

Este proyecto se enmarca en la perspectiva de *la persona más el entorno*, resumida por Perkins (2001) en dos principios:

> 1. El entorno —los recursos físicos, sociales y simbólicos que se hallan fuera de la persona— participa en la cognición no sólo como fuente de suministros y receptor de productos, sino como vehículo del pensamiento: El entorno, en un sentido real, es verdaderamente una parte del pensamiento.
>
> 2. El remanente del pensamiento —lo que se aprendió— se encuentra en la mente del alumno y también en la disposición del entorno. No obstante, se trata

> de un aprendizaje genuino. El entorno, en un sentido real, sostiene parte del aprendizaje. (p. 136)

Trabajando la enseñanza desde esta perspectiva, se abre un abanico de posibilidades con las nuevas tecnologías, dando cuenta de estas como *vehículos de pensamiento* que sostienen parte del aprendizaje de los alumnos. Teniendo en cuenta que el saber está siempre disponible y accesible a todos (Serres, 2013), el mejor lugar para guardar lo aprendido no siempre será la cabeza sino "el que ofrezca las mejores características de acceso a la persona más el entorno." (Perkins, 2001, p. 137).

Como afirma Lion (2005) en relación con las tecnologías como factores de enriquecimiento de la enseñanza, "los senderos hacia el conocimiento son variados, múltiples e idiosincrásicos, y requieren la incorporación de procesos sistemáticos de descubrimiento, selección, organización y presentación de la información en un camino o proceso que involucra la comprensión de los sujetos" (p. 186).

2.2.1 Control ejecutivo

Si pensamos en una inteligencia repartida en el entorno, es necesario preguntarse quién posee, en palabras de Perkins (2001), la "función ejecutiva", es decir, quién tiene el control y la decisión de qué hacer y cuándo hacerlo. Como señala el autor, ceder dicha función al entorno es una de las estrategias cognitivas más eficaces que poseen los seres humanos y, de hecho, en la vida cotidiana las personas continuamente ceden la función ejecutiva a su entorno, por ejemplo, cuando buscan en la web información para aprender a usar alguna aplicación que desconocen.

En la enseñanza tradicional, tal como señala Perkins (2001), la función ejecutiva está a cargo del docente, no estando los alumnos acostumbrados a decidir por sí mismos y hacerse cargo de su propio aprendizaje. Al promover una enseñanza diferente, donde el entorno forme parte del pensamiento de los alumnos y sostenga parte de su aprendizaje, la libertad de acción dada a los estudiantes puede costarles –en principio– mucho trabajo, ya que no están acostumbrados a tener el control.

> En otras palabras, ¿cuándo deben recuperar los alumnos la función ejecutiva? Cuando al pasarles dicha función, se obtenga de ellos una respuesta casi inmediata: la de pasársela mutuamente lo más que puedan en el menor tiempo posible. Los maestros que conocen a sus estudiantes son los mejores jueces en este aspecto. La cuestión atañe a la naturaleza de la tarea y a la sutileza de los estudiantes y, a menudo, también a los experimentos que realiza el maestro a medida que descubre lo que los alumnos pueden manejar. Pero los jóvenes son realmente estafados cuando no se les permite ejercitar la función ejecutiva

> en absoluto. Indudablemente, una de las lagunas más sintomáticas en la educación tradicional. (Perkins, 2001, p. 151).

El control de la función ejecutiva es una de las claves en este proyecto, intentando que sean los alumnos los que la ejerciten desde la autonomía en la toma de decisiones –vinculadas a las actividades propuestas– y consideren a las tecnologías como recursos que pueden usar para pensar e inter-pensar (Coll y Monereo, 2008).

De esta manera, son ellos los que irán ejerciendo un mayor control sobre su propia actividad mental, transformándose, a decir de Bruner (1997), en *agentes* de sus propias acciones. Probablemente el camino no resulte sencillo –por no estar acostumbrados a que esto suceda dentro del aula– pero el uso de las tecnologías con las que cada alumno cuenta favorece un control que solo ellos pueden tener.

2.3 Enseñanza de la matemática superior

La educación matemática en general, y del nivel superior en particular, plantea enormes desafíos para nuestro presente, dado que los cambios tecnológicos, sociales y culturales exigen una enseñanza disciplinar que vaya más allá de la reproducción de contenidos y la resolución de ejercicios rutinarios (Alcalá, 2002; de Guzmán, 2007; Rodríguez, 2016; Pochulu, 2018a y 2018b).

Desde ese lugar, encarar la enseñanza de la matemática superior requiere un gran esfuerzo por parte de los docentes, muchos, acostumbrados a un modelo de clases magistrales basado en la explicación-aplicación. Como afirma Rodríguez (2016), la clave para pensar en cómo enseñar matemática es "tratar de identificar, previamente, cuál será la *actividad matemática que realizará el alumno ante nuestra propuesta de enseñanza*" (p. 49). Si bien la adquisición de destrezas puntuales y la aplicación efectiva de técnicas y procedimientos es necesaria para el aprendizaje de la matemática, no debería ser lo único que hagan los alumnos. De acuerdo con la autora, es de esperar que los docentes quieran que sus estudiantes realicen actividades que les exijan "pensar, indagar, explorar, relacionar, descartar y argumentar, y no solamente repetir un procedimiento previamente conocido (…)" (p. 53). Pero para ello, es necesario que construyan propuestas de enseñanza que busquen generarlas.

En ese sentido, enmarcamos este proyecto dentro del paradigma crítico, entendiendo al aprendizaje como un proceso activo de construcción de significados por parte del sujeto, a través de la interacción con el medio y con los otros. Como señala Vygotsky (1934), el conocimiento comienza siempre en un plano social o interpersonal para luego internalizarse y hacerse intrapersonal, constituyendo el lenguaje el medio de interacción por excelencia para el desarrollo de los procesos psicológicos superiores como la comprensión y la producción de símbolos.

2.3.1 Lenguaje simbólico

La Matemática es una disciplina que tiene su propio lenguaje generado por la comunidad matemática, con expresiones típicas y palabras con las cuales conjeturamos, validamos y generalizamos en el quehacer matemático. Ese lenguaje, denominado *lenguaje simbólico* o *lenguaje matemático*, está formado por un conjunto de símbolos, llamados *significantes*, donde cada uno tiene asociado un *significado*.

Para este proyecto consideramos la definición de lenguaje simbólico o matemático dada por Camós (2013) que *"incluye una colección de significantes con sus significados aceptados por la comunidad académica para cada contexto comunicacional en el que sean utilizados."* (p. 47). Como todo lenguaje, el lenguaje matemático se utiliza dentro de un contexto comunicacional donde hay dos partes que tienen la intención de comunicarse, pudiendo ser docente-alumno, alumno-alumno, etc. Es decir que el uso de dicho lenguaje presupone que hay un *mensaje* que una de las partes está tratando de transmitirle a la otra.

De esta manera, usar el lenguaje simbólico requiere:

> (…) conocer y utilizar adecuadamente los significantes matemáticos con el significado matemáticamente aceptado en el contexto comunicacional correspondiente. Este significado puede expresarse en lenguaje natural. Es decir que el uso del lenguaje simbólico conlleva el uso del lenguaje natural. (Camós, 2013, p. 48-49).

En particular, en la enseñanza en el aula, los docentes suelen combinar el lenguaje simbólico con el natural, usando el primero exclusivamente para la escritura en el pizarrón y el segundo, en forma oral, para realizar explicaciones, no siendo claro ni inmediato por qué los símbolos escritos están representando lo expresado en lenguaje coloquial. Lo que generalmente no suelen advertir los docentes es que "existe una distancia entre su claridad en lenguaje coloquial y lo que al mismo tiempo registran simbólicamente en el pizarrón" (Colombano, Formica, y Camós, 2015, p. 137).

Existen investigaciones que muestran que los alumnos que ingresan al nivel superior presentan dificultades para leer y/o escribir utilizando el lenguaje simbólico (Camós y Rodríguez, 2009; Distéfano, Urquijo y González, 2010; Camós y Rodríguez, 2015; Distéfano, Pochulu y Font, 2015). Además, como afirman Colombano, Formica y Camós (2015, p. 138): "Los estudiantes pueden escribir utilizando símbolos de una manera correcta y sin embargo los significados asociados no son correctos en el contexto dentro del cual se desempeñan."

Tal como señala Alcalá (2002), el avance en el conocimiento matemático se produce gracias a la asimilación, apropiación y uso de símbolos y estructuras simbólicas cada vez más abstractos y jerarquizados, siendo el dominio del lenguaje –acordes con cada nivel educativo– lo que hace avanzar en el aprendizaje de la matemática.

2.3.1.1 Registros de representación semiótica

Para avanzar en la lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas, retomamos el marco teórico de Duval (1993) –expuesto en la tesis doctoral de Camós (2013)– considerando las nociones de *registros de representación semiótica*, *tratamiento* y *conversión de representaciones entre registros*.

Un sistema semiótico es considerado un registro de representación si permite tres actividades cognitivas diferentes: a) la formación de una representación identificable, b) el tratamiento de una representación y c) la conversión de una representación.

La formación de una representación identificable se realiza de acuerdo con reglas propias del sistema, las que intervienen en la aceptabilidad de una representación producida. Por ejemplo, la representación en el registro simbólico (algebraico): y=2x+1.

El tratamiento de una representación es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada, teniendo cada registro sus reglas de tratamiento. Si consideramos el ejemplo anterior, la transformación de la expresión y=2x+1 en 2x-y+1=0, es un tratamiento. Otro podría ser transformar y=2x+1 en $\frac{x}{-1/2}+\frac{y}{1}=1$, o bien en $x=\frac{y-1}{2}$, etc.

La conversión de una representación es la transformación de la representación –dada en cierto registro– a otra representación de otro registro, en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial. Por ejemplo, podemos convertir la expresión y=2x+1 –dada en registro simbólico– al registro coloquial: la recta de pendiente 2 y ordenada al origen 1. Lo cual representa *una* conversión. En el caso de las conversiones, el *contexto comunicacional* juega un rol muy importante para recuperar correctamente el mensaje que las expresiones simbólicas buscan transmitir. Por ejemplo, para la expresión (3,2) se requiere conocer el contexto comunicacional en el que se la utiliza para que adquiera sentido, de lo contrario no sabríamos si estamos hablando de un par ordenado, un intervalo abierto, un número complejo, etc.

En esta disciplina se da una situación particular, ya que los objetos matemáticos son construcciones mentales no aprehensibles de forma directa. Por consiguiente, para el desarrollo de estas construcciones se debe recurrir al uso de los sistemas de representación semiótica, siendo la lengua natural la principal representación que, como afirma Vygotsky (1988), es parte del desarrollo cognoscitivo del sujeto y mediatiza no solo la percepción de lo real sino al pensamiento en sí mismo.

Aquí es donde muchas veces se produce la paradoja cognitiva del pensamiento matemático que describe Duval (citado en D’Amore, 2004): por un lado, las representaciones posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos, y por otro, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual. Como resulta muy difícil que los estudiantes no confundan un objeto matemático con su representación semiótica, es necesario que la captación de su complejidad conceptual pase necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas (Chevallard, 1991; Duval, 1993 y 2004; Godino y Batanero, 1994), siendo "absolutamente indispensable que un sujeto utilice como mínimo dos registros de representación semióticos distintos para un mismo objeto matemático y que además pueda convertir, sin siquiera notarlo, de un registro a otro, dichas representaciones" (Camós, 2013, p. 45).

Si bien los registros de representación semiótica son el verbal, simbólico, gráfico y numérico, en la enseñanza de la matemática a nivel universitario se trabaja principalmente con los registros verbal y simbólico, donde este último es generalmente el más utilizado en las clases teóricas, en la bibliografía de referencia, y en la resolución de ejercicios y problemas. Además, como señala Duval (2004):

> La enseñanza privilegia el aprendizaje de las reglas que conciernen la formación de las representaciones semióticas y las que conciernen su tratamiento. Y esto principalmente para el registro de los discursos en lengua natural, para los registros numéricos y para el registro de la escritura simbólica. (p. 28)

Desde ese lugar, la actividad cognitiva de conversión de representaciones es la menos trabajada en la enseñanza de la matemática superior y, sin embargo, es la más difícil de adquirir para la gran mayoría de los estudiantes (Distéfano, 2017). A decir de Duval (2006, p. 149), "el problema que la mayoría de los estudiantes encuentra es tan profundo que la conversión puede ser considerada como el **umbral** de la comprensión." (negrita del autor).

Una conversión es considerada *congruente* si es posible establecer una correspondencia término a término entre las unidades significantes de las dos representaciones semióticas que intervienen en registros diferentes. Si esto no es posible, se dice que la conversión es *no congruente*:

> En caso de no congruencia no sólo aumenta el tiempo de tratamiento, sino que la conversión puede resultar imposible de efectuar, o incluso de comprender, si no ha habido un aprendizaje previo concerniente a las especificidades semióticas de formación y de tratamiento de la representación, propias a cada uno de los registros presentes. (Duval, 2004, p. 51)

Siendo la conversión un proceso no reversible y sin normas, varía la exigencia para realizarla en función de la naturaleza de los dos registros de representación involucrados. Como señala Duval (2006), cambiar la representación de objetos matemáticos de un sistema a otro implica siempre un salto cognitivo.

En este proyecto consideramos la noción de *conversión de representaciones entre registros*, en particular entre el simbólico y el coloquial, para promover el aprendizaje del lenguaje simbólico. Y retomamos la hipótesis planteada en la tesis doctoral de Camós (2013) como camino abierto para recorrer:

> Una explicación sobre las dificultades que los estudiantes tienen al intentar comprender un texto matemático puede darse al considerar que éstas se originan en la falta de preparación para asignar significados matemáticamente correctos a los significantes en el contexto de trabajo. Sumado a esto, las prácticas de lectura de símbolos "ingenua" (en el sentido de poder expresarlos y nombrarlos) muchas veces es considerada, por el docente, suficiente indicador de comprensión. Esto permite suponer que un trabajo sostenido en el tiempo de parte del docente para que los estudiantes trasciendan la lectura ingenua y comprendan que la asignación de significados "local" (decodificación) no es suficiente sin una comprensión global de las proposiciones, enunciados, demostraciones, etc., permitiría lograr mejoras en la interpretación autónoma de un texto matemático. (p. 101)

3 La propuesta

En la sociedad digital en la que nos encontramos inmersos, los jóvenes saben que sus bolsillos están llenos de saber, como bien explica Serres (2013). Usan las tecnologías como una parte más de su cuerpo y a donde van llevan consigo esas computadoras de bolsillo cada vez más potentes.

Los desarrollos tecnológicos han modificado a las personas y, en particular, a los estudiantes que hoy transitan las aulas. Ellos saben que ya no es necesario que todo el conocimiento esté en sus cabezas, para qué, si está accesible en todo momento y en todo lugar y, seguramente, más actualizado y controlado que el que podrían recordar.

Ante esta realidad, la universidad –como espacio donde se construye conocimiento y se forma a las personas para su ejercicio profesional– no puede ni debe quedar ajena. Como afirma Maggio (2018), la enseñanza universitaria debe reconocer las profundas transformaciones del momento en el que toca educar para generar prácticas que representen expresiones coherentes del compromiso con el derecho a la educación superior.

En ese sentido, decidimos construir una propuesta que tuviese en cuenta las tendencias culturales, tecnológicas y sociales –de las que forman parte nuestros estudiantes– como mediadoras en la construcción del conocimiento matemático y, en particular, del aprendizaje del lenguaje simbólico. Una propuesta que entendiera el aula “como extendida, ‘porosa’, en continua relación con el afuera con poros que oxigenen los aprendizajes informales con los formales (…)” (Lion, 2017, p. 39).

Teniendo en cuenta el problema descripto inicialmente y las condiciones del contexto de innovación, buscamos trabajar sobre la significación del lenguaje matemático, evitando lecturas locales de los símbolos. Ese proceso de significación estuvo apoyado y mediado por un entorno virtual como herramienta de pensamiento e inter-pensamiento, o sea, como instrumento psicológico en el sentido vygotskiano de la expresión (Coll y Monereo, 2008).

La estrategia de solución giró en torno al diseño e implementación de una propuesta innovadora –dividida en dos etapas– que buscó generar desafíos cognitivos de representación, tratamiento y, principalmente, conversión entre los registros simbólico y coloquial.

A continuación, presentamos cada etapa:

3.1 Primera etapa

Esta primera etapa fue pensada para el Curso de Ambientación a la Vida Universitaria en el año 2017. Particularmente, para el módulo de Métodos y Técnicas de las carreras de Contador Público y Lic. en Ciencias de la Administración. El diseño de esta etapa se centró en una creación tecno-pedagógica –a implementarse desde una modalidad semipresencial–, cuyo objetivo fue introducir a los alumnos en el estudio de la matemática superior de una manera diferente a la abordada en el módulo de Matemática.

Teniendo en cuenta que el módulo de Métodos y Técnicas tendría una duración de un mes con una carga semanal de dos horas, y sabiendo que los ingresantes provienen de gran diversidad de escuelas –conformando así un grupo muy heterogéneo en relación con sus aprendizajes–, consideramos que sería muy difícil abordar de manera directa el trabajo con expresiones simbólicas, por lo que optamos por un trabajo de resolución de problemas donde cada alumno pudiese abordarlos con los conocimientos adquiridos durante su escolaridad. Como señala Rodríguez (2016), desde toda perspectiva constructivista de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática se sostiene que hacer matemática implica acercarse al modo de trabajo del matemático, indagando, explorando, ajustando hipótesis, contestándose lo que no sabe, y avanzando, por lo que decidimos que el trabajo con problemas conformara la puerta de entrada hacia nuestro objetivo: promover el aprendizaje del lenguaje matemático a través de la lectura, la escritura y la comprensión de expresiones simbólicas.

Con los problemas planteados buscamos motivar a los alumnos habilitando sus capacidades de exploración, experimentación, argumentación y reflexión en el comienzo de una etapa tan importante como es la universitaria. Y sabiendo la tesista que sería la única docente a cargo de comisiones numerosas (promedio de 50 alumnos), buscamos que el trabajo de los estudiantes no dependiera de la ayuda de la docente, por lo que decidimos incluir algunos problemas donde el uso de expresiones simbólicas podría no ser imprescindible para su resolución.

A partir del análisis realizado y las decisiones tomadas, diseñamos una presentación multimedia que guió el trabajo en las clases presenciales, y un entorno virtual como complemento y apoyo de la enseñanza presencial. Tanto en el diseño como en todo su desarrollo, buscamos integrar las tecnologías con sentido didáctico y epistemológico, acercándonos más a las formas en que se construye el conocimiento hoy en día y las tendencias socioculturales de las que participan nuestros alumnos. Estos últimos no fueron simplemente los destinarios de la propuesta, sino fundamentalmente los actores de todo el proceso.

3.1.1 Implementación

Como se indicó en el Contexto de Innovación (Sección 1.2), los destinatarios de este proyecto fueron –en principio– los ingresantes a las carreras de Contador Público y Lic. en Ciencias de la Administración del año 2017, divididos en cuatro comisiones de entre 40 y 60 alumnos. Cabe aclarar que, si bien las comisiones no suelen ser inferiores a cuarenta ingresantes, ni superan los sesenta, la **no obligatoriedad** del cursado junto con la extensión de la inscripción a las carreras durante todo el mes, hacen que la asistencia a las clases sea muy variable, no pudiendo dar cuenta con exactitud la cantidad de ingresantes que cursó el módulo de Métodos y Técnicas completo.

Con el objetivo de conocer a los estudiantes, en la primera semana de cursado les realizamos una encuesta inicial[7] (ver Anexo A) a través del campus virtual. Respondieron la encuesta 139 estudiantes, pero al ser anónima y no haber pedido que identificaran su comisión, no nos fue posible determinar la cantidad de alumnos por cada una. Algunas de las conclusiones extraídas de la encuesta y que consideramos más relevantes para el desarrollo de la propuesta, fueron las siguientes (Camós, Lion y Guglielmone, 2017):

- ✓ El 95% se conecta a Internet diariamente y el resto lo hace cada dos o tres días. La mayoría se conecta a través de su celular (93%) y/o computadora (80%).
- ✓ Al 96% le resulta muy fácil o medianamente fácil la utilización del campus virtual. Cabe aclarar que al inicio del curso de ambientación se les había explicado cómo ingresar y cómo utilizarlo.

[7] Disponible en: https://forms.gle/1DE1GvFjDvNiqM9d7

- ✓ Tienen una edad promedio de 19 años, siendo el 75% los que terminaron el secundario en el 2016.
- ✓ Más de la mitad proviene de la ciudad de Concordia.
- ✓ Aproximadamente el 90% no trabaja.
- ✓ La mayoría de los alumnos asocia a la matemática con números, cálculos, resolución de problemas, razonamiento, lógica y símbolos.
- ✓ Respecto al “gusto por la matemática”, en una escala del 1 (nada) al 5 (mucho), solamente un 10% indicó que le gusta nada (1) o poco (2).
- ✓ En relación con las expectativas que tienen para con el módulo, si bien las respuestas son variadas, tienen en común el hecho de querer conocer técnicas de estudio y de entender la matemática, evidenciando la distancia que tienen con ella.
- ✓ Respecto a lo que esperan de la docente, las palabras más nombradas fueron: paciencia, apoyo, ayuda, acompañamiento, comprensión, interacción, claridad, retroalimentación, dedicación, buena enseñanza. De todas, la más frecuente es el pedido de “paciencia” para con los alumnos.

Esas respuestas nos acercaron a una posible caracterización del grupo completo de ingresantes, aunque también creemos que hubiese sido oportuno recabar información por comisión, para haber trabajado de manera más específica en cada una.

De las respuestas nos sorprendió el bajo porcentaje de alumnos que indicó que no le gusta la matemática, dando cuenta de una situación al menos optimista en relación con la disciplina. También resulta importante señalar la necesidad expresada por entender la matemática y que la docente les tenga paciencia. En general, pareciera que el grupo de inicio estuvo conformado por alumnos dispuestos a trabajar, desde la guía y el apoyo de los docentes.

Como dijimos, una de las situaciones que no pudimos manejar fue la incorporación de nuevos estudiantes durante el desarrollo del módulo, por seguir abiertas las inscripciones a las carreras hasta los primeros días de iniciado el primer cuatrimestre. Desde ese lugar, no podemos asegurar que las condiciones antes expuestas se hayan mantenido para todo el grupo de alumnos.

3.1.1.1 Presencialidad

Las clases se desarrollaron durante las cuatro semanas que conforman el Curso de Ambientación a la Vida Universitaria y tuvieron una carga semanal de dos horas. Desde el primer día dejamos claros los objetivos del curso:

- ➢ Promover una mirada de la matemática vinculada a la pregunta, a la duda, a la curiosidad.

- Promover el aprendizaje desde el pensamiento, la reflexión y la crítica.
- Favorecer el desarrollo de la lectura y la escritura simbólica.
- Utilizar la tecnología como mediadora en la construcción del conocimiento.

El trabajo en las clases se centró en la resolución de problemas, donde el foco no estuvo puesto en la enseñanza de un contenido específico, sino en el interés de que los estudiantes se comporten como verdaderos matemáticos, adquiriendo herramientas y construyendo estrategias que les permitan abordar los mismos. Siguiendo a Rodríguez (2016), enfocamos la propuesta de resolución de problemas en el potencial matemático de las consignas trabajadas, en la actividad matemática realizada por los alumnos y en las intervenciones de la docente dentro del aula. Estas últimas estuvieron orientadas por algunos criterios, como fueron: no decir si está bien o no una resolución, sino tratar de intervenir –a través de preguntas– para que compartan y debatan sus resoluciones con sus compañeros, para que se den cuenta por sí solos de los errores cometidos y de otras formas de resolver los problemas, etc.

Las clases presenciales fueron desarrolladas desde la perspectiva propuesta por Perkins (2001), centrada en la persona más el entorno, donde cada alumno pudo hacer uso de sus dispositivos móviles, como celulares, tablets y netbooks/notebooks, y los diferentes recursos, aplicaciones (apps) y programas propuestos en el aula virtual, con el objetivo de promover una cultura de intercambio reflexivo y productivo desde el trabajo individual como colaborativo (Maggio, 2012).

La presentación multimedia (ver Anexo B) –que orientó el desarrollo de las clases– la construimos a partir de diferentes registros (palabras, símbolos, imágenes, diagramas, etc.) con una fuerte presencia de hipervínculos[8] que buscaron expandir la propuesta más allá de las paredes del aula. Como señala Perkins (2001), el empleo de distintos lenguajes del pensamiento (verbales, escritos y gráficos) favorece la distribución simbólica de la cognición en las aulas y fuera de ellas.

A continuación, mostramos varias de las diapositivas de la presentación, junto con las intenciones desde las cuales las creamos y lo que percibimos en el desarrollo de las clases (Camós, Lion y Guglielmone, 2018; Guglielmone, 2017).

- **Diapositiva 5**

[8] Observables desde: https://www.slideshare.net/LorenaGuglielmone/presentacin-metodos-y-tecnicas-en-matemtica-2017-parte-1

FIGURA 1. DIAPOSITIVA 5

Intenciones:

Desde las imágenes que se muestran en la Figura 1 buscamos dar cuenta de lo que nos dicen los símbolos a cada uno de nosotros. También poder reflexionar sobre las ideas que muchas veces nos tratan de trasmitir desde la combinación de símbolos e imágenes, que no siempre reflejan la realidad, pero que logran instaurar ciertas creencias que no benefician a la imagen de la Matemática que está instalada en nuestra sociedad y en tantas otras. Un ejemplo de ello es la imagen que tiene a Einstein como afirmación de inteligencia por poder (o no) hacer un cálculo aritmético.

Esa imagen y muchas otras similares se han viralizado en diferentes redes sociales, llegando a ser comentadas por miles de usuarios. Desde nuestro lugar, intentamos mostrar el poder que tienen las redes sociales para instaurar ciertas ideas, y la importancia de leer y reconocer los mensajes en su totalidad.

Lo percibido en el aula:

En la universidad, comenzar una clase de matemática con imágenes como las presentadas puede desconcertar a muchos, y creemos que eso sucedió. Todos reconocieron la señal de tránsito, muchos pudieron resolver rápidamente el cálculo aritmético, pero nadie pudo determinar lo que decía la expresión en chino. Sin embargo, muchos intentaron "adivinar" lo que decía, pensando en el contexto comunicacional de la clase, y solamente unos pocos propusieron resolver la situación usando, por ejemplo, un traductor de celular.

Esos últimos estudiantes son los que pudieron resolver el problema, a decir de Perkins (2001), desde la persona más el entorno. Seguramente fuera del aula hubiesen propuesto usar algún traductor para entender el significado de la expresión en chino, pero lo propusimos dentro del aula para mostrar –desde un principio– que queríamos enfocarnos en la capacidad de crear y construir conocimiento con el apoyo de los diferentes tipos de instrumentos a los que tienen acceso, de la misma manera que lo hacen en su vida personal y lo harán en su vida profesional.

Particularmente, desde la imagen que contiene la expresión aritmética, notamos en algunos alumnos una tendencia a resolver las operaciones siguiendo el orden en que aparecen –símbolo a símbolo– sin dar cuenta de su prioridad. Creemos que una de las posibles causas de esa resolución (símbolo por símbolo) puede deberse al acostumbramiento en el uso de paréntesis, donde la prioridad de las operaciones no es tenida en cuenta. Ello resulta muy importante de identificar desde un principio y trabajarlo en las clases posteriores, ya que los alumnos tienden a decodificar los mensajes, perdiendo de vista el significado de las expresiones (Camós y Rodríguez, 2015).

Diapositiva 6

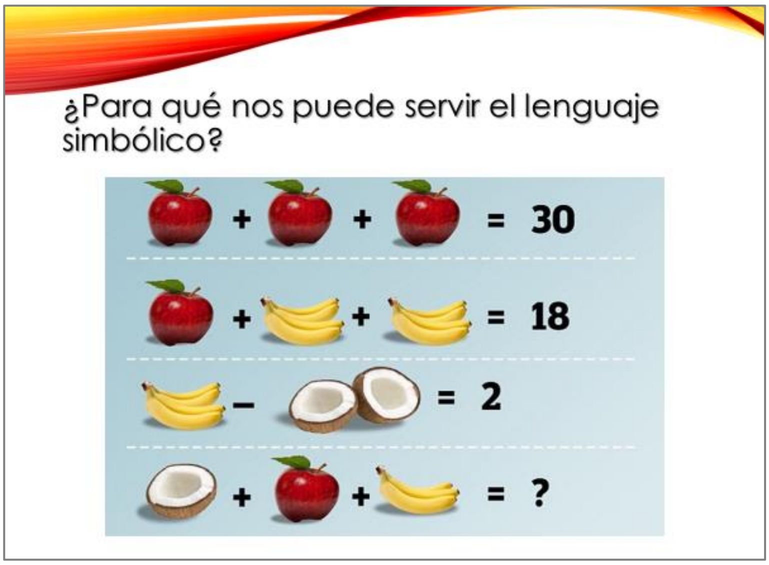


FIGURA 2. DIAPOSITIVA 6

Intenciones:

Con el problema presentado en la Figura 2, que se hizo viral en las redes sociales de todo el mundo[9], buscamos exhibir la posibilidad de partir de problemas que encontramos, por ejemplo, en los entornos digitales en los que nos movemos, y que nos abren una puerta más lúdica hacia el trabajo con problemas en matemática y, en particular, hacia el uso de expresiones simbólicas.

Buscamos también mostrar a nuestros estudiantes que estamos haciendo matemática cuando resolvemos problemas como éste que, en lugar de estar expresado en lenguaje simbólico o matemático, utiliza imágenes. Como afirma Eisner (1998), la

[9] https://verne.elpais.com/verne/2016/02/18/articulo/1455778788_314139.html

educación debe proporcionar a los estudiantes la oportunidad de experimentar con diferentes formas de representación y cultivar la inteligencia en las diversas maneras en que es capaz de operar.

Lo percibido en el aula:

Cuando proyectamos esta diapositiva, las caras de muchos alumnos fueron de asombro y enseguida comenzó el murmullo, buscando resolver el problema. Varios lo reconocieron y hasta recordaban el resultado o sabían cómo llegar a él. En esos casos, podemos decir, como señala Rodríguez (2012), que para esos alumnos lo que había sido concebido como un problema, dejó de serlo para pasar a ser un simple ejercicio. Sin embargo, para la mayoría fue un verdadero problema, ya que en principio creían que su resolución era sencilla, pero no llegaban a ella.

Sin exigirles que lo resuelvan, los estudiantes buscaron hacerlo y, con la excusa de que no perdieran tiempo dibujando las frutas en sus cuadernos, la docente les propuso que las identificaran con la primera letra de su nombre. Sin darse cuenta, la mayoría de los alumnos resolvió un sistema de ecuaciones para el que tuvieron que realizar una conversión del registro icónico al registro simbólico matemático. Es de destacar que, durante la resolución, mantuvieron las mismas ganas que desde el inicio, en una especie de carrera por saber si lo que pensaron simplemente observando, era la solución correcta.

Creemos que esa complejidad –no visible a simple vista y acompañada con imágenes amenas– ha motivado a tantas personas a compartirlo, comentarlo y buscar resolverlo en la web. Y nos da la pauta para pensar en el tipo de problemas que pueden motivar a nuestros estudiantes, problemas que promuevan la diversidad curricular incorporando las imágenes como parte sustantiva de los mismos en una dimensión expresiva del conocimiento (Eisner, 1998).

- **Diapositiva 7**

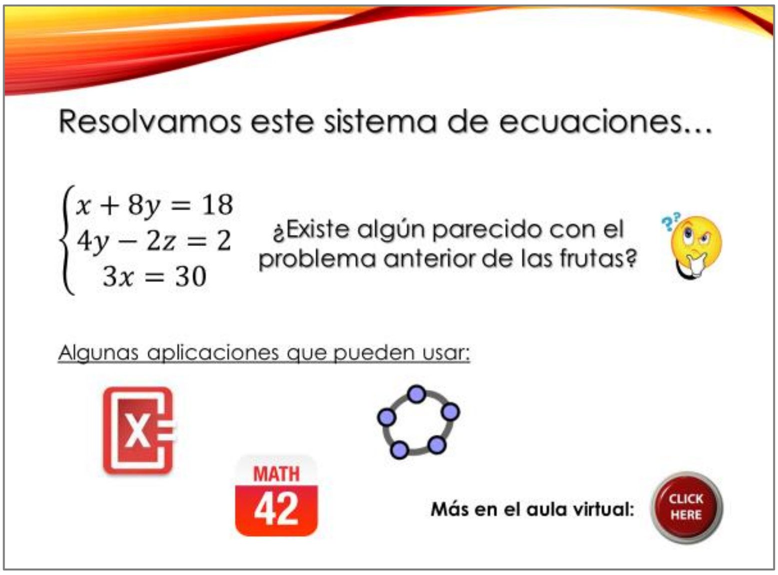


FIGURA 3. DISPOSITIVA 7

Intenciones:

Después de haber realizado el problema de las frutas (Figura 2), les propusimos resolver el sistema de ecuaciones algebraicas presentado en la Figura 3, para buscar identificar sus actitudes ante un problema dado directamente en el registro simbólico, y las dificultades en su resolución, si es que se presentaban. Desde la pregunta planteada, también buscamos que reflexionen sobre la vinculación de lo realizado en el problema anterior y en este nuevo problema.

Por otro lado, la propuesta de utilización de algunas aplicaciones y programas gratuitos (Artacho, 2015), intentó dar cuenta del uso de la tecnología como mediadora en la construcción del conocimiento, ya que el tipo de aplicaciones sugeridas les permite ir más allá de la verificación del resultado, mostrando la solución *paso a paso*, en el registro simbólico y natural escrito. Esto reafirma la potencialidad que tienen actualmente este tipo de tecnologías (bien utilizadas) como apoyo para el aprendizaje, estando disponibles para cualquier persona con acceso a Internet.

En un contexto donde concebimos la tecnología como mediadora y potenciadora del aprendizaje, es imprescindible evitar aquellas acciones que terminen encorsetándolo. Una situación que podría darse es que los alumnos consideren las resoluciones ofrecidas por las aplicaciones como las únicas posibles. Para evitarlo, se podrían tomar los desarrollos que muestran algunas apps como oportunidades de aprendizaje, buscando que nuestros estudiantes comprendan el “paso a paso” y los comparen con otras resoluciones. Por cuestiones de tiempo, decidimos no trabajarlo en clase, quedando planteado para futuras propuestas.

Es importante destacar que la posibilidad de acceso y uso de las TIC en la educación hace que la *resolución de problemas* recobre su lugar perdido en las aulas, acercando a nuestros alumnos al trabajo que realizan los matemáticos: explorar, analizar, argumentar, reflexionar, etc., y que no es “reemplazable” por la tecnología disponible. Como describe Rodríguez (2016), la clave está en que las consignas a trabajar tengan un *potencial matemático* rico, es decir, que abran las posibilidades de exploración y argumentación.

Lo percibido en el aula:

La actitud de muchos estudiantes fue completamente diferente a la que mostraron para resolver el problema de la diapositiva anterior (Figura 2). Muchos adujeron que no sabían cómo resolverlo, sin siquiera intentarlo. Y de acuerdo a lo observado por la docente, la mayoría de los estudiantes no supo cómo resolver el sistema.

Sin embargo, cuando la profesora les comentó que existen infinidad de recursos gratuitos para el aprendizaje de la matemática y que, entre otras capacidades, resuelven sistemas de ecuaciones como el presentado dando el “paso a paso”, las caras de muchos de esos estudiantes pasaron a ser de alegría. Cabe aclarar que con esto pretendimos que vean a la tecnología como ayuda y apoyo para aprender más y mejor, y no como un reemplazo de lo que deberían hacer en las clases de matemática.

La docente también les recalcó que lo que nos ofrece una aplicación, o programa, en la resolución de un ejercicio, es *una* manera de resolverlo, pero no necesariamente debe coincidir con la manera en que cada uno de ellos lo resuelve. Lo mismo pasa cuando un profesor muestra la resolución de algún problema. No siempre los docentes resuelven los problemas utilizando el mismo procedimiento.

Después de comentarles sobre los distintos recursos, la profesora les propuso que volvieran a observar el sistema y lo compararan con la resolución del problema de las frutas. Los alumnos que habían resuelto este último armando un sistema de ecuaciones pudieron identificar que se trataba del mismo sistema. Al dar cuenta de ello, supieron que la solución era la misma, lo que les produjo un gran asombro porque de creer que no sabían cómo resolverlo, pasaron a saber que ya lo habían resuelto. Creemos que esto sería muy interesante de analizar, ya que pareciera que el lenguaje matemático no predispone de la misma manera que el lenguaje icónico, pero escapa de los objetivos de este trabajo.

- **Diapositiva 9**

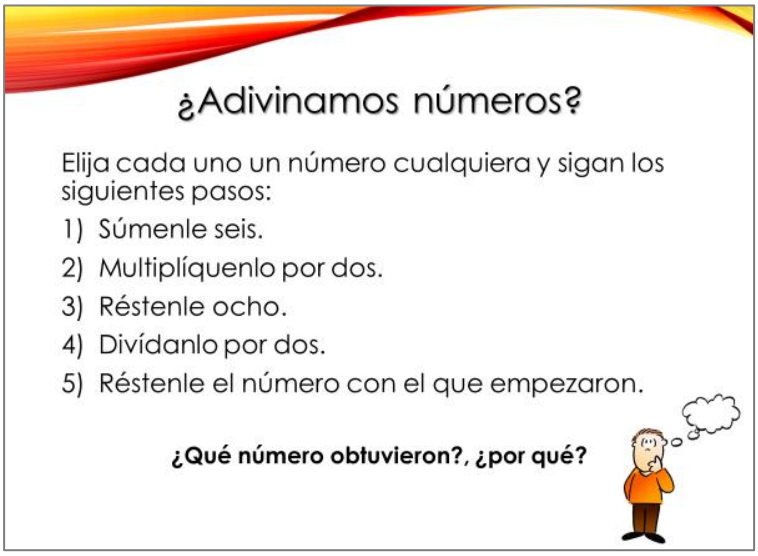


FIGURA 4. DIAPOSITIVA 9

Intenciones:

Con el problema presentado en la Figura 4, tomado del libro de Paenza (2008), procuramos dar cuenta de la diferencia entre mostrar algo para un ejemplo particular, como puede ser la elección de un número cualquiera, y hacerlo de manera general, para todo número. En este último caso, la intención es analizar cómo la conversión de los pasos enunciados al registro simbólico nos permite generalizar lo que probablemente crean que se cumple para cualquier número pensado.

Nos resultó interesante esta consigna para reflexionar, junto a los alumnos, acerca de la importancia de la argumentación y su estrecha vinculación con el lenguaje matemático.

Lo percibido en el aula:

Ningún alumno tuvo dificultad en aplicar cada uno de los pasos indicados al número que eligieron, y si bien todos llegaron a responder que el resultado final era dos, muy pocos pudieron explicar por qué todos obtenían el mismo resultado independientemente del número del cual habían partido.

Algunos pudieron argumentar de manera coloquial dicho resultado, pero el problema apareció cuando propusimos convertir las “instrucciones” dadas en lengua natural, al registro simbólico como estrategia óptima de resolución. La mayoría hizo una conversión de cada paso por separado, pero no supieron cómo continuar para argumentar que el resultado siempre era el mismo. Un ejemplo de ello es lo realizado por un alumno que buscó armar una única expresión simbólica con cada uno de los pasos dados pero, al no llegar al resultado, la terminó tachando (Figura 5).

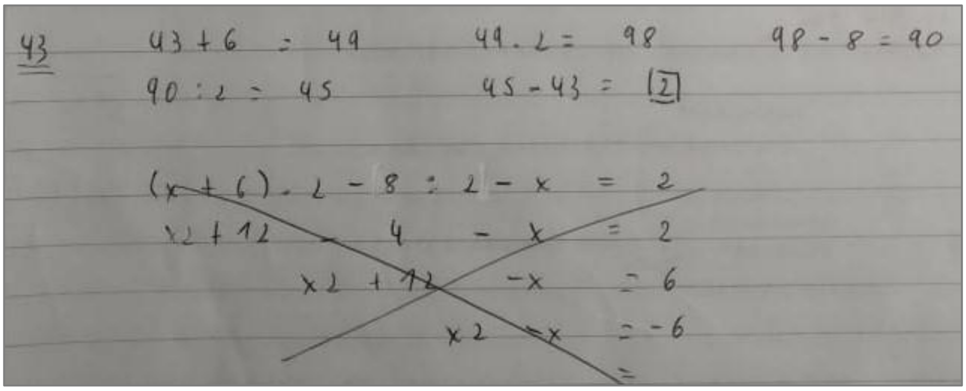


FIGURA 5. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 9

Con este enunciado constatamos la dificultad que presentan, en general, los estudiantes para alcanzar el nivel de abstracción y generalización necesario para el trabajo con el lenguaje simbólico. Como afirman Distéfano, Urquijo y González (2006):

> La percepción y la representación del lenguaje puede ser determinante en el éxito o fracaso en la búsqueda de la solución de un problema. La dificultad para leer, escribir y entender el lenguaje simbólico genera una situación de frustración que en muchos casos culmina en deserción, bajo la convicción de no estar capacitados para las tareas que se deben realizar (p. 2).

- **Diapositiva 10**

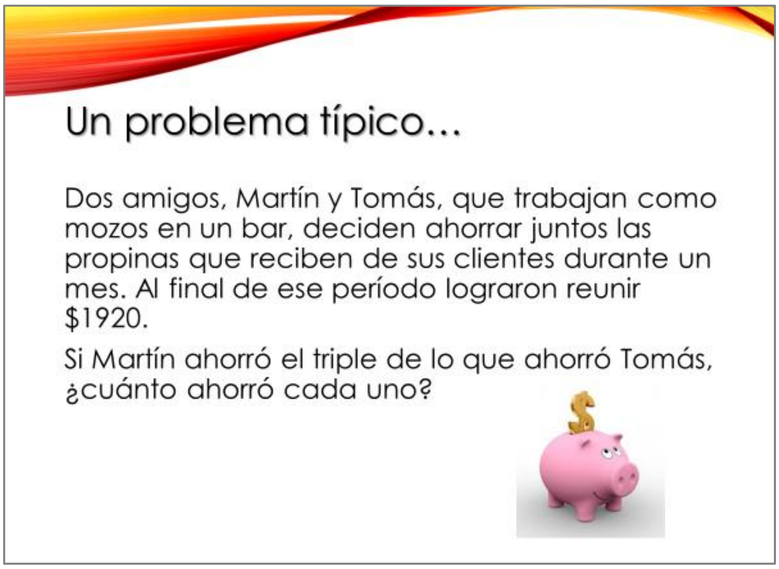


FIGURA 6. DIAPOSITIVA 10

Intenciones:

Desde el problema presentado en la Figura 6 buscamos comprender cómo trabajan los ingresantes frente a un problema que consideramos “típico” porque es de esperar que hayan trabajado con situaciones similares durante su educación secundaria. Observar cómo los estudiantes encaran el problema, las diferencias con otro tipo de problemas, y el uso que ellos hacen del registro simbólico.

Lo percibido en el aula:

Los alumnos que expresaron haber trabajado con este tipo de problemas en su secundaria, fueron los que lo resolvieron planteando una o dos ecuaciones, para luego despejar la o las incógnitas y responder a la pregunta. En estos casos donde realizaron una conversión del registro natural al simbólico, hubo una fuerte presencia de las variables mayormente utilizadas para el planteo de ecuaciones en el nivel medio (*x* e *y*), como en la resolución de la Figura 7.

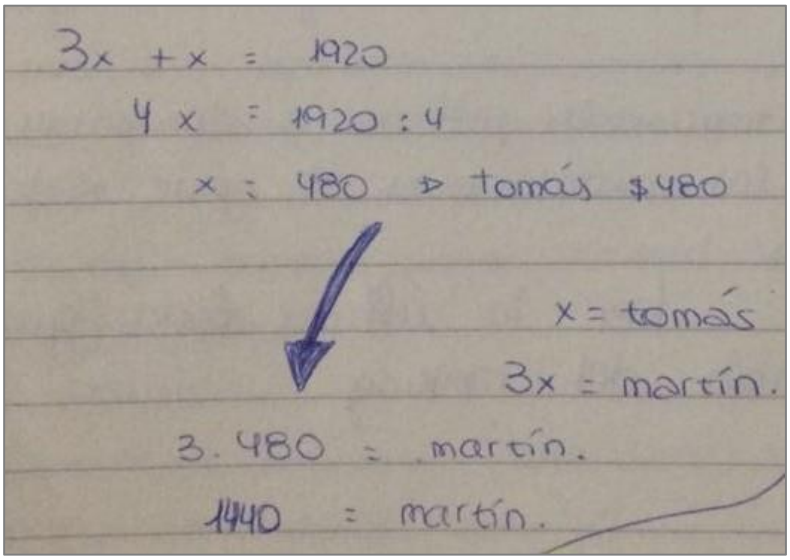


FIGURA 7. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 10

Sin embargo, muchos alumnos resolvieron el problema de diferente manera. Varios se dieron cuenta que a través de una regla de tres simple podían responder la pregunta, otros dividieron el total en cuatro partes y pudieron responder rápidamente, como se muestra en la Figura 8.

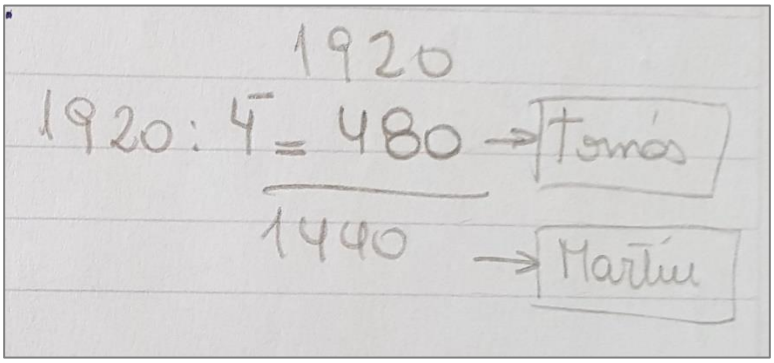


FIGURA 8. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 10

Se realizó una puesta en común en el pizarrón, invitando a varios estudiantes que habían elegido caminos diferentes de resolución, a compartirlos y debatirlos entre todos.

Resultó muy interesante observar las expresiones de asombro de aquellos alumnos que habían planteado una o dos ecuaciones para resolver el problema (lo cual les había llevado cierto tiempo) cuando otros compañeros escribieron resoluciones tan simples como la regla de tres o partir el total en cuatro. Aquí es donde hicimos hincapié en las diferentes etapas para la resolución de problemas, desde la comprensión del enunciado, pasando por la concepción y ejecución de un cierto plan, y por último la verificación de la solución obtenida (Polya, 1973). Si bien esas son etapas ideales y no siempre se dan todas ni en el mismo orden, creemos que resultó de gran interés la puesta en común de diferentes maneras de resolver el problema, mostrando que, en general, no existe un único camino de resolución.

Diapositiva 11

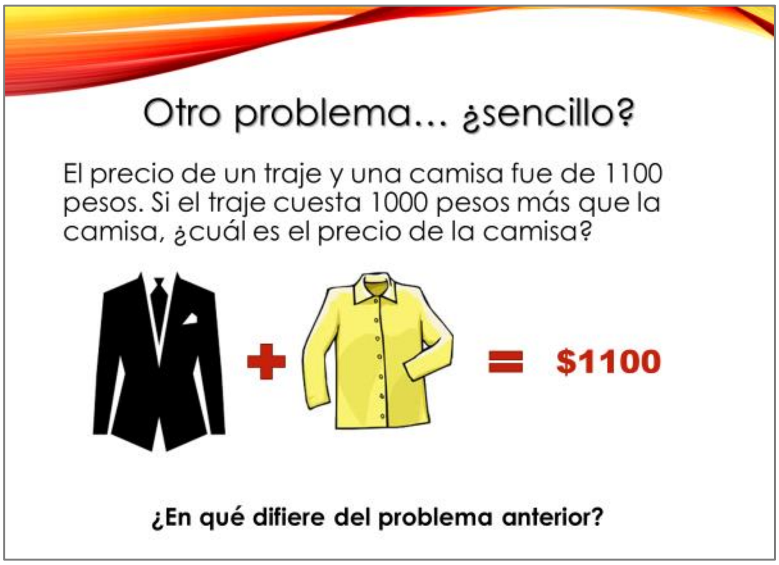


FIGURA 9. DIAPOSITIVA 11

Intenciones:

El problema presentado en la Figura 9[10], a diferencia del anterior, parece ser más simple e intuitivo, aunque no es tan así. Lo seleccionamos por esa razón, para exponer lo que ocurre cuando intentamos resolver un problema que, al leerlo, intuimos la solución y pareciera que no hay nada más por hacer. También reconocer el uso que hacen del registro simbólico como aliado para trabajar la *contra intuición.*

Lo percibido en el aula:

Todos los que respondieron (a simple vista) dijeron que el traje costó 1000 pesos y la camisa 100 pesos, es decir, todos cometieron el error esperado. Como dice Paenza (2013), uno lo aborda con la guardia baja y no verifica que se cumplan todas las condiciones. Luego, la docente les sugirió que sumaran los costos a los que habían llegado y que compararan con los datos de la consigna, con el objetivo de que repensaran lo dicho, volvieran sobre sus propios pasos y buscaran otra estrategia.

[10] https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-227827-2013-08-29.html

Desde esta sugerencia observaron que no se estaba verificando la condición: “el traje cuesta 1000 pesos más que la camisa”.

La resolución de este problema les ocasionó más inconvenientes que la del anterior, ya que al darse cuenta de que una consigna que parecía tan fácil e intuitiva, no lo era, muchos alumnos se bloquearon y renunciaron a encontrar otro camino para llegar a la solución. Y de los pocos que llegaron a la respuesta correcta, la obtuvieron por tanteo, al repensar la consigna y darse cuenta de que si hacían valer la camisa $50 entonces el traje tenía un valor de $1050, y se cumplía con la condición del costo total ($1100).

Si bien para este problema el uso del registro simbólico permite llegar a la solución correcta de una manera segura, nadie lo utilizó. Sin embargo, un alumno con problemas de visión y al que le costaba mucho la comunicación a través del lenguaje matemático, haciendo referencia a “eso que tanto saben hacer en el barrio de Flores para venderte ropa” (sic), planteó y resolvió verbalmente el problema. En la explicación de la resolución ejemplificó el problema con palabras similares a las que escuchó en ese barrio, del tipo “esta ropa sale tanto más que esta otra”. Otra vez estamos ante la pauta de que cuando los alumnos tienen la oportunidad de expresarse verbalmente y el docente la predisposición de escucharlos, el lenguaje natural utilizado por el alumno es un andamiaje muy fuerte para trabajar el lenguaje simbólico.

Al observar que nadie había siquiera intentado convertir el enunciado al registro simbólico (como sí sucedió en el problema de la Figura 6), la docente decidió hacer la conversión en el pizarrón para mostrar cómo dicho registro nos puede ayudar a organizar y usar toda la información dada para resolver correctamente el problema.

- **Diapositiva 16**

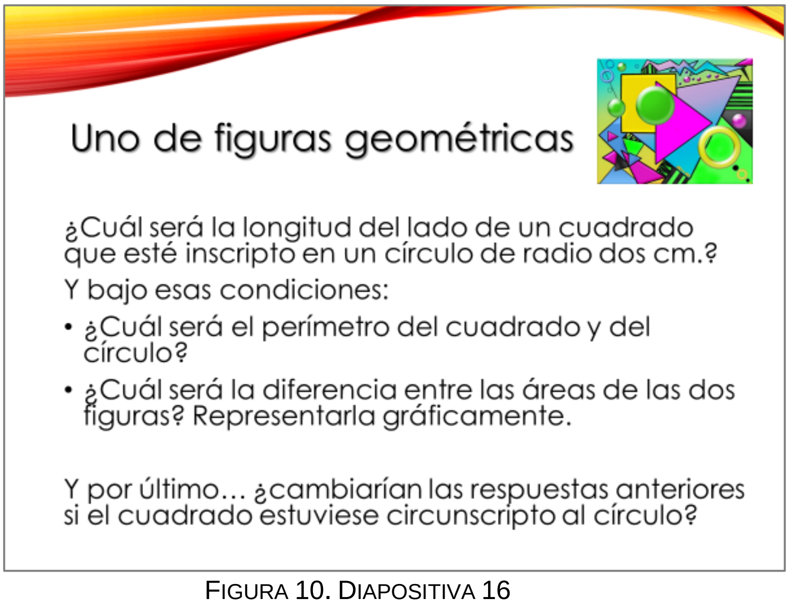


FIGURA 10. DIAPOSITIVA 16

Intenciones:

En el problema presentado en la Figura 10 [11], aparecen conceptos que seguramente varios alumnos no recuerden o desconocen, como los referidos al perímetro y área de un cuadrado y de un círculo, radio de una circunferencia, figura inscripta y circunscripta. El objetivo fue que los identificaran y buscaran su significado, por ejemplo, en la Web, cediendo de esa manera la función ejecutiva al entorno (Perkins, 2001). Aquí es donde recobra sentido la actividad matemática que realiza el alumno *con* y *por medio* de su entorno (recursos físicos, sociales y simbólicos fuera de la persona), siendo artífice de sus decisiones y ganando así mayor autonomía.

Lo percibido en el aula:

A la mayoría de los estudiantes les costó resolver sus dudas sin recurrir a la docente, a pesar de contar con la posibilidad de acceder a Internet al instante. Como sostiene Perkins (2001), la educación tradicional confiere la función ejecutiva a docentes, lo cual dificulta que los alumnos recobren esa función para aprender a conducir su propio aprendizaje.

Observando la situación de bloqueo y frustración ante la falta de comprensión del enunciado del problema, principalmente la vinculada a la interpretación correcta de las palabras “inscripto” y “circunscripto”, junto con la limitación de tiempo de la propia clase, la docente hizo lo que se había planteado no hacer: indicarles a los alumnos cómo llegar a una de las ecuaciones que lo resuelve. Básicamente, les “solucionó” el problema. Ahora ese problema se había transformado en un ejercicio, perdiendo la consigna todo su potencial matemático asociado a las posibilidades de exploración y de argumentación (Rodríguez, 2016).

3.1.1.2 Virtualidad

Como comentamos en el Contexto de Innovación (Sección 1.2), si bien las carreras donde implementamos este proyecto son presenciales, la UNER cuenta con un campus virtual para que todos los docentes puedan usarlo como complemento y apoyo de la enseñanza presencial. Además, teniendo en cuenta la valoración positiva dada por los alumnos respecto al uso de un aula virtual en el curso realizado en el año 2016, y las pocas clases presenciales dedicadas al dictado del módulo marco de la primera etapa del proyecto, apostamos por la creación de un entorno virtual que promoviera la construcción de nuevos conocimientos a través de diferentes propuestas de comunicación, acceso a información y vinculación de contenidos, reafirmando el desafío de pensar en los aprendizajes más allá de las paredes del aula.

[11] Extraído del capítulo “Resolución de Problemas” de Rodríguez (2012), p. 158-159.

La utilización de un espacio virtual[12] para promover pensamientos complejos –mediados tecnológicamente– en tiempos y espacios que trasciendan las paredes del aula, nos significó un gran desafío. Desde su diseño intentamos, de manera creativa y original, generar nuevos aprendizajes desde la curiosidad, el juego y la exploración, e invitar "a la búsqueda de respuestas compartidas, negociadas, discutidas, que recuperan lo valioso de cada opinión y la búsqueda permanente del autocuestionamiento, de la autoevaluación y de la posibilidad de entender que el aprendizaje es un proceso." (Lion, 2005, p. 186).

Los recursos y actividades buscaron ofrecer diferentes caminos de aprendizaje –a través de la lectura hipertextual y la conexión de contenidos– invitando a que cada estudiante pueda ir construyendo su propio recorrido.

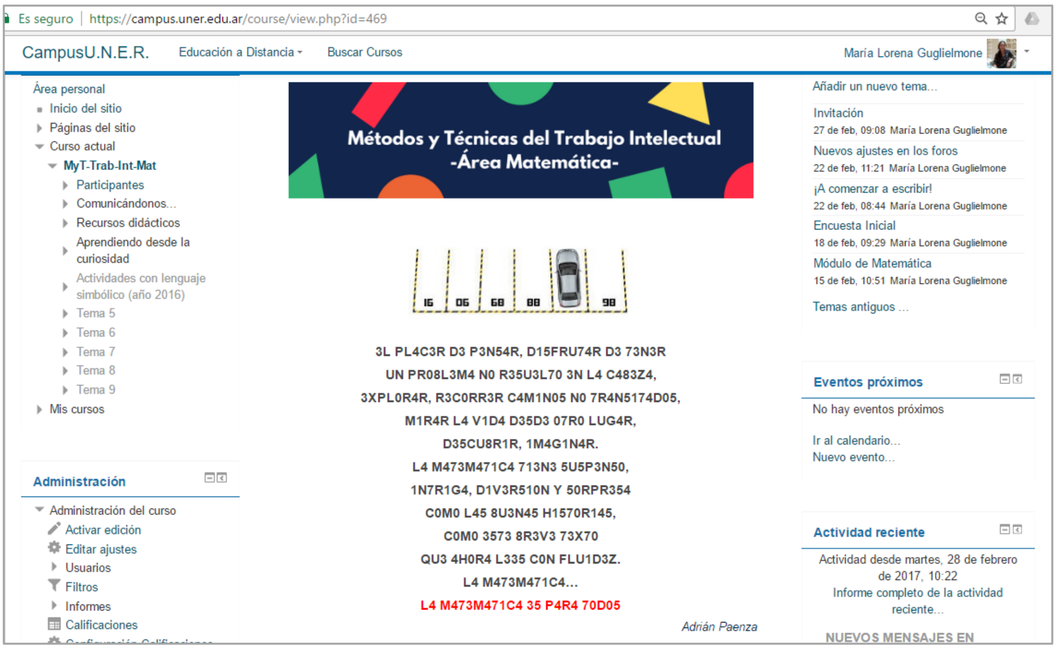


FIGURA 11. AULA VIRTUAL EN MOODLE 2.9+

Desde la portada del aula virtual en Moodle, que se muestra en la Figura 11, buscamos promover un impacto (positivo) en los alumnos, mostrando –a través de una imagen con un hipervínculo– un problema que se viralizó en las redes sociales[13], y debajo un texto del Dr. Adrián Paenza (2012) con el que buscamos dar cuenta, de una manera divertida e informal, en lo que creemos fervientemente y quisimos transmitir desde el curso:

3L PL4C3R D3 P3N54R, D15FRU74R D3 73N3R
UN PR08L3M4 N0 R35U3L70 3N L4 C483Z4,

[12] URL: https://campus.uner.edu.ar/course/view.php?id=469
[13] Disponible en: https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-248380-2014-06-12.html

3XPL0R4R, R3C0RR3R C4M1N05 N0 7R4N5174D05,
M1R4R L4 V1D4 D35D3 07R0 LUG4R,
D35CU8R1R, 1M4G1N4R.
L4 M473M471C4 713N3 5U5P3N50,
1N7R1G4, D1V3R510N Y 50RPR354
C0M0 L45 8U3N45 H1570R145,
C0M0 3573 8R3V3 73X70
QU3 4H0R4 L335 C0N FLU1D3Z.
L4 M473M471C4…
L4 M473M471C4 35 P4R4 70D05
(Reseña del libro)

Teniendo en cuenta que el aprendizaje no depende de la tecnología utilizada sino de la forma en que se la adopta y de las condiciones que favorecen su aprovechamiento, utilizamos la estrategia de *curación de contenidos* para ofrecer a los estudiantes diversos recursos que, se espera, hayan abierto caminos para la construcción del conocimiento, dando cuenta de las diversas formas y estilos de aprendizaje (Cobo, 2016).

Dentro de la sección (del aula virtual) que denominamos "Recursos didácticos", propusimos diferentes herramientas que sabemos pueden resultar de utilidad para el aprendizaje de la matemática superior, y también algunas charlas TED a través de las que buscamos acercarles la matemática desde un lugar más lúdico y humano. Por los tiempos acotados del módulo, no construimos actividades donde los alumnos debieran utilizar los recursos propuestos, por lo que no tenemos evidencias de sus usos, pero quisimos incluirlos para que los estudiantes contaran con herramientas curadas, siendo una realidad –en el contexto abordado– la utilización de recursos poco fiables por parte de muchos alumnos. Los criterios de curación que utilizamos fueron, principalmente, la trayectoria académica y reputación de sus autores/creadores y, para el caso de las aplicaciones, también tuvimos en cuenta la cantidad de descargas, sus calificaciones y reseñas, y la actualización de las mismas.

A continuación, detallamos algunos de los recursos propuestos:

Aplicaciones móviles

- ✓ Photomath (https://photomath.net/es/)
- ✓ Mathway (https://www.mathway.com/es/)
- ✓ Calculadora Gráfica GeoGebra (https://www.geogebra.org/graphing)
- ✓ Math42 (http://math-42.com/)
- ✓ Más aplicaciones para Android

(https://matematicascercanas.com/aplicaciones-matematicas-para-android/)

Canales de YouTube

- ✓ Unicoos (https://www.youtube.com/unicoos)
- ✓ julioprofe (https://www.youtube.com/user/julioprofe)
- ✓ Derivando (https://www.youtube.com/channel/UCH-Z8ya93m7_RD02WsCSZYA/featured)

Programas

- ✓ GeoGebra (https://www.geogebra.org/)
- ✓ WolframAlpha (https://www.wolframalpha.com/examples/mathematics/)
- ✓ Symbolab Math Solver - Step by Step calculator (https://es.symbolab.com/)

Charlas TED

- ✓ Las matemáticas son para siempre (https://youtu.be/jej8qlzlAGw)
- ✓ La puerta equivocada (https://youtu.be/MESCMo3wWy4)
- ✓ No soy un 7 (https://youtu.be/H-yXOlzZ-eo)
- ✓ Una historia de reconocimientos, maestros y… matemáticas (https://youtu.be/To2jQCwe_2M)

Y para seguir aprendiendo…

- ✓ Una creencia no es una demostración (https://www.gaussianos.com/una-creencia-no-es-una-demostracion/)
- ✓ Diez formas de pensar como un matemático (https://www.gaussianos.com/diez-formas-de-pensar-como-un-matematico/)
- ✓ Libros de Divulgación publicados por Adrián Paenza (http://cms.dm.uba.ar/material/paenza)

Como afirma Cobo (2016):

> (…) el reto está en diseñar y favorecer experiencias de aprendizaje que vayan más allá de la sistematización de conocimientos preestablecidos. Estimular la exploración y la creatividad en el proceso formativo habrá de jugar un papel clave. Repensar el papel del aprendiz también significa ir más allá de simplemente acceder a recursos elaborados por terceros. (p. 35)

Desde el aula virtual –al igual que en las clases presenciales– intentamos promover la actividad conjunta o interactividad, “entendida como la articulación e interrelación de las actuaciones de profesor y alumnos en torno a los contenidos o tareas de aprendizaje, y en su evolución a lo largo del proceso de construcción del conocimiento" (Coll y Monereo, 2008, p. 141). Uno de nuestros objetivos centrales fue la interacción entre la docente, los alumnos y los recursos ofrecidos, con el propósito de alcanzar niveles de comprensión que vayan más allá de la simple reproducción del conocimiento, entendiendo al aprendizaje como una consecuencia del pensamiento (Perkins, 2001).

Particularmente, la utilización de foros virtuales –como espacios de comunicación asincrónica– permitió flexibilizar y complementar los tiempos de la presencialidad, que, recordamos, estaban limitadas a dos horas semanales con comisiones de entre 40 y 60 alumnos, buscando generar análisis más profundos, reconstruir de manera crítica lo realizado, y evaluar las habilidades de pensamiento expuestas por cada uno de los estudiantes a través de la escritura. Como afirma Lion (2005), cuando la comunicación está separada en el tiempo y en el espacio, se convierte en un ámbito para la reflexión y construcción crítica, permitiendo a los estudiantes exteriorizar y objetivar por escrito su forma de construir el conocimiento, y de pensar –con más tiempo– las propuestas de aprendizaje, las respuestas e intervenciones propias y ajenas.

A continuación, mostramos algunas de las actividades propuestas en los foros, junto con las ideas desde las cuales las creamos y lo ocurrido en su desarrollo (Camós, Lion y Gugliemone, 2017). Cabe aclarar que un obstáculo que estuvo presente en dichas actividades fue la escritura de expresiones matemáticas porque el editor de ecuaciones de la plataforma virtual no resultaba amigable para los alumnos. Si bien esa fue una gran dificultad para que los alumnos trabajasen con simbología matemática, apostamos al uso de los foros como espacios donde todos podían expresarse y lo debían hacer de manera escrita (en las clases presenciales, suelen participar de forma oral). Además, consideramos que la correcta expresión en lengua natural es condición indispensable para avanzar hacia el aprendizaje del lenguaje matemático. De acuerdo con lo expresado por Duval (2016), en la enseñanza se tiende a marginar, tanto como sea posible, el uso de registros multifuncionales, como el coloquial, y a permanecer dentro de los registros monofuncionales, como el simbólico, en donde los tratamientos pueden transformarse en algoritmos.

- **Foro: Problemas y acertijos**

En este foro propusimos algunos problemas y acertijos matemáticos para que los ingresantes intentaran resolverlos, con la guía y el apoyo de la docente. También los invitamos a compartir aquellos problemas y/o acertijos que les hayan gustado.

ACTIVIDAD: ¿CÓMO SIGUE LA SERIE?

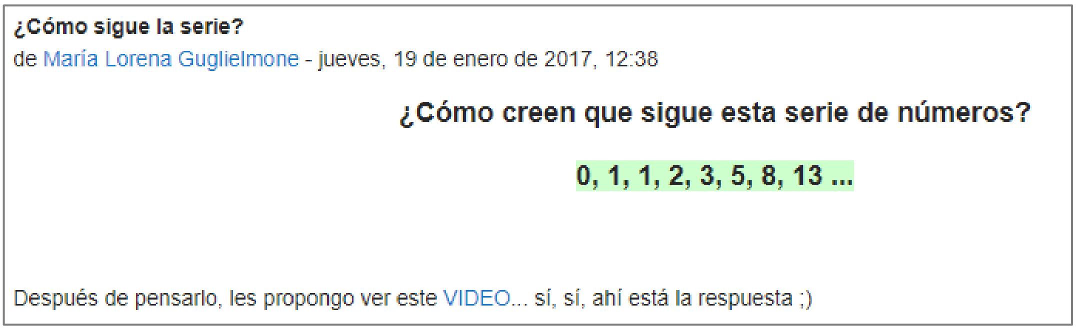


FIGURA 12. ¿CÓMO SIGUE LA SERIE?

Intenciones:

Era probable que algunos alumnos conocieran la serie presentada en la Figura 12 (sucesión de Fibonacci), pero también que muchos otros no. Apostamos por las dos situaciones, ya que en ambos casos creíamos que la actividad valía la pena. Para aquellos que desconocían la sucesión, seguramente los haría pensar en cómo seguía la serie. Y para los que la conocían, a lo mejor el video propuesto[14] –obra de Cristóbal Vila inspirada en números, geometría sagrada, proporción aurea y naturaleza– los haría pensar en las relaciones de esta sucesión con nuestro mundo. Con este problema buscamos promover el pensamiento, la curiosidad y la exploración.

Al no contar con un editor de ecuaciones de uso sencillo para los alumnos, no quisimos pedir en la consigna que intentaran determinar la “regla” que describe la sucesión. Además, al definirse de forma recursiva, era de esperar que no les resultara sencillo hacerlo.

Lo que sucedió en el foro:

Las respuestas de los alumnos las podemos dividir en dos grupos: los que indicaron algunos números que continuaban la serie (escribiendo con sus palabras cómo los obtuvieron), y los que buscaron escribir en símbolos la regla de formación, como Kevin en su primera intervención (Figura 13). Cabe resaltar que las intervenciones de la docente estuvieron siempre orientadas a que los alumnos consiguieran escribir de manera correcta y completa la expresión simbólica correspondiente a la regla de formación, trabajando así la “zona de desarrollo próximo” de cada uno (Vygotsky, 1934).

[14] https://youtu.be/ME-bLr7mGL4 (duración de 3:43)

Re: ¿Cómo sigue la serie?
de Kevin [redacted] - jueves, 23 de febrero de 2017, 12:59

es una sucesion de fibonacci en la cual se cumple que An= An-1+An-2

entonces en ese caso el numero que seguiria es 21,34,55,.... y asi sucesivamente

FIGURA 13. PRIMERA INTERVENCIÓN DE KEVIN

Al leer la intervención de Kevin, la docente anima a él y a sus compañeros a completar la expresión simbólica propuesta, dando cuenta de la importancia de la exactitud de las definiciones matemáticas. También, con el objetivo de que más alumnos se sumaran a participar, les propuso compartir otros recursos que permitieran conocer más sobre la sucesión trabajada (Figura 14).

Si bien en todo momento tuvimos claro el propósito del proyecto, creemos que el vínculo de los alumnos con recursos que no hacen uso de expresiones simbólicas –como varios de los propuestos en el aula virtual y de los que buscamos que compartiesen por los foros– puede promover una mirada más amplia de la matemática de la que los ingresantes suelen estar acostumbrados. Los más de 10 años de experiencia de la tesista como docente del curso de ingreso de la Facultad le permiten afirmar que, en general, los ingresantes suelen vincular la matemática con la resolución de ejercicios y problemas rutinarios, lo que probablemente esté relacionado con la enseñanza recibida en sus años de escolaridad.

Re: ¿Cómo sigue la serie?
de María Lorena Guglielmone - jueves, 23 de febrero de 2017, 19:28

Hola Kevin, bien por animarte y responder!! Diste la definición simbólica de la sucesión, aunque no sabemos qué tipos de números son A_n, A_{n-1} y A_{n-2} (eso también debería formar parte de la misma ;)

Te propongo y les propongo a todos, que completen la definición y, si quieren, compartan algún otro recurso (video, página, etc.) que nos permita conocer un poco más sobre dicha sucesión.

Están todos invitados a responder y/o comentar.

Los sigo leyendo!

Lorena

PD: El video que les propuse mirar junto con la sucesión, es más general, pero muy interesante también.

FIGURA 14. RESPUESTA A PRIMERA INTERVENCIÓN DE KEVIN

Ante el pedido de la docente, Kevin decide responder dando valores posibles para los símbolos que había usado, como se muestra en la Figura 15. Cabe destacar que en su intervención comienza afirmando “respondo de manera coloquial”, pero en realidad utiliza un lenguaje mixto.

Re: ¿Cómo sigue la serie?
de Kevin [redacted] - jueves, 23 de febrero de 2017, 23:06

respondo de manera coloquial, dando un ejemplo

tenemos la siguiente sucesion => {0,1,1,2,3,5,8,13,21.....}

en el caso para determinar el numero que sigue en la sucesiòn, el valor a buscar lo llamaremos An

=> An-1 en este caso seria igual a 21 (An-1=21) y (An-2=13) => para determinar el valor siguiente de la sucesion se verifica o se cumple que

An=21+13

An= 34

espero haber demostrado de manera coloquial la sucesion An= An-1+An-2

- Saludos cordiales

FIGURA 15. SEGUNDA INTERVENCIÓN DE KEVIN

La docente, comprendiendo lo que había querido expresar Kevin en su primera intervención (Figura 13), y buscando no desanimarlo, decidió intervenir en esa dirección, como se observa en la Figura 16. De acuerdo con Rodríguez (2016), intervenir desde la lógica que siguió el alumno es uno de los criterios para tener en cuenta al realizar intervenciones de clase.

Re: ¿Cómo sigue la serie?
de María Lorena Guglielmone - viernes, 24 de febrero de 2017, 10:24

Hola Kevin!

Releyendo tu primera respuesta, veo que la que está equivocada soy yo... Me explico: vos definiste la sucesión como continuación de la que ya estaba y definiendo el término general como lo hiciste, que es correcto. ¡Muy bien Kevin! (aquí la que no estaba entendiendo tu idea era yo jeje)

Entonces, si nombramos los primeros términos de la sucesión y luego generalizamos, a través de una expresión como lo hiciste, el término general, estaría bien. Así que, disculpas por haber insistido con algo que estaba ya completo.

El problema hubiese sido si afirmamos que la sucesión está dada por la expresión $A_n = A_{n-1} + A_{n-2}$, sin decir a qué tipo de números nos referimos con esas letras. Eso pensé que había pasado...

Seguimos!

Lorena

FIGURA 16. RESPUESTA A SEGUNDA INTERVENCIÓN DE KEVIN

Más adelante, al notar que fueron varios los estudiantes que reconocieron la sucesión, la docente intervino con el mensaje expuesto en la Figura 17, conectando los contenidos abordados con otros recursos que hasta el momento no formaban parte de la propuesta (video de Paenza[15]). Todo esto fue surgiendo, a decir de Maggio (2012), *en tiempo presente*, durante el desarrollo de la propuesta, dando cuenta de la importancia de vincular, en el momento preciso, lo que pasa dentro de las aulas con el afuera.

[15] Disponible en: https://youtu.be/0d4o57I3rn4

Re: ¿Cómo sigue la serie?
de María Lorena Guglielmone - viernes, 24 de febrero de 2017, 11:08

Por si les interesa conocer un poco más de la sucesión de Fibonacci, que aparece de manera natural en muchísimos objetos de la naturaleza y también creados por el hombre, les dejo este hermoso video de Adrián Paenza:

https://youtu.be/0d4o57I3rn4

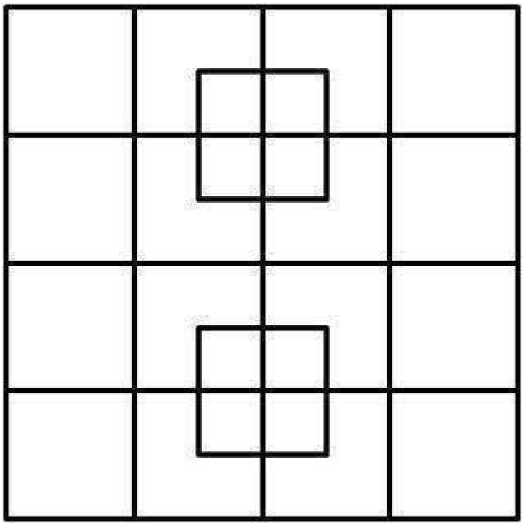
Si bien tiene una duración de 25 minutos (aproximadamente), les aseguro que vale la pena verlo. Adrián ahí también explica la relación entre la sucesión de Fibonacci y el número de oro o razón áurea, que se trata de un número irracional asociado a la "belleza". Ese número aparece en uno de los Relojes Matemáticos que les propongo analizar y resolver... ¡A ver quién lo encuentra! ;)

FIGURA 17. INTERVENCIÓN GENERAL DE LA DOCENTE

ACTIVIDAD: ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY?

¿Cuántos cuadrados hay?
de María Lorena Guglielmone - jueves, 19 de enero de 2017, 11:03

¿Cuántos cuadrados hay dibujados en la imagen?



Pista: para dar con el resultado, lo mejor es contar los cuadrados por tamaño.

FIGURA 18. ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY?

Intenciones:

El problema presentado en la Figura 18, dado en un registro gráfico, se hizo muy popular en las redes sociales[16]. Parece muy simple de resolver, sin embargo, requiere de atención, paciencia y cierta organización para no perder de vista ningún cuadrado. Si bien no se vincula de manera directa con el propósito del proyecto, al tratarse de un problema que atrajo a tantas personas que buscaron resolverlo, pensamos que también podría ser así con nuestros alumnos y por ello decidimos incluirlo, con el objetivo de promover la participación de los alumnos en el aula virtual. Como señalan Gregori y

[16] https://www.abc.es/recreo/abci-reto-visual-casi-nadie-puede-resolver-cuantos-cuadrados-esta-imagen-201608051229_noticia.html

Martínez (2017), la problemática de la comunicación matemática es una cuestión no resuelta satisfactoriamente en la educación a distancia.

Lo que sucedió en el foro:

Si bien participaron menos alumnos de lo que nos imaginamos, hubo más participación que en el resto de las actividades. La mayoría escribió, en registro numérico, el resultado al que habían llegado, pero preguntando si era la cantidad correcta. No estaban seguros del conteo que habían realizado, sin embargo, pareciera que prefirieron decirlo, antes que hacer nuevamente la cuenta.

Algunos de los intercambios en el foro fueron:

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de Eduardo [redacted] - lunes, 27 de febrero de 2017, 18:45

Pueden ser 39?

Mostrar mensaje anterior | Editar | Dividir | Borrar | Responder

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de Eduardo [redacted] - lunes, 27 de febrero de 2017, 18:59

40

FIGURA 19. INTERVENCIONES SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY?

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de María Lorena Guglielmone - martes, 28 de febrero de 2017, 09:19

Bien, Eduardo!! Ahora sí, podés ver la respuesta ;)

Mostrar mensaje anterior | Editar | Dividir | Borrar | Responder

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de Eduardo [redacted] - martes, 28 de febrero de 2017, 09:50

No entendi xD Hay 40 ? Que respuesta puedo ver y donde ?

FIGURA 20. INTERVENCIONES SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY?

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de María Lorena Guglielmone - martes, 28 de febrero de 2017, 10:22

Eduardo, haciendo clic en la imagen de los cuadrados, te lleva a la página del blog *matematicascercanas.com* donde su autor explica de una excelente manera, cómo contar los cuadrados y no perderse en el intento jeje

Importante para tod@s: tanto en la presentación como el aula virtual, hay varios hipervínculos. La idea es que cada uno los recorra como prefiera y vaya creando su propio camino o recorrido dentro del módulo. Eso sí, siempre pensando antes de "mirar la respuesta" ;)

Mostrar mensaje anterior | Editar | Dividir | Borrar | Responder

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de Eduardo [redacted] - martes, 28 de febrero de 2017, 10:48

Wow... yo los conte exactamente igual que como lo explican xD

En realidad los conte como 7 veces jaja pero la ultima la conte de forma organizada y fue tal cual como lo explican ahí

FIGURA 21. INTERVENCIONES SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY?

Re: ¿Cuántos cuadrados hay?
de María Lorena Guglielmone - martes, 28 de febrero de 2017, 11:41

Excelente Eduardo, me alegro que, si bien costó, hayas llegado al total ¡sin mirar la respuesta! :)

No importa cuantas veces lo hayas hecho, lo importante es que esos intentos te permitieron ir **pensando** cómo hacer para "no olvidarte de ningún cuadrado", buscando organizarte de determinada manera para no perder la cuenta. Eso constituye una estrategia o método que nos puede ayudar a resolver muchos problemas, y no necesariamente matemáticos ;)

Moraleja: en matemática existen muchísimas estrategias de resolución de problemas, llamadas "heurísticas". Vos usaste una de ellas, sin saber, quizás, que estabas haciéndolo. De eso se trata, de que cada uno vaya reconociendo que, en general, existen diferentes caminos para resolver problemas matemáticos y que deberíamos poder elegir aquel con el que nos sentimos más cómodos o más seguros ;)

FIGURA 22. INTERVENCIÓN SOBRE ¿CUÁNTOS CUADRADOS HAY?

Lo que observamos en las intervenciones presentadas en las Figuras 19, 20 y 21 es que este alumno, Eduardo, se propuso dar con la cantidad exacta de cuadrados y lo logró. Como le expresó la docente en la intervención que mostramos en la Figura 22, pareciera haberse dado cuenta que necesitaba organizarse para resolver el problema, después de haberlo intentando varias veces. Si bien esta actitud fue excepcional, lo que creemos importante es que –a través del foro– había compartido, no solo con la docente sino también con todos sus compañeros, el camino recorrido. Además, este fue el mismo alumno que logró resolver, en el aula y de manera coloquial, el problema de la Figura 9. No podemos asegurarlo, pero es probable que ese alumno con problemas de visión y al que le costaba mucho utilizar el lenguaje matemático, haya ido ganando mayor confianza en su capacidad para resolver lo que se propone, a pesar de los obstáculos en el uso de símbolos. Con esto no queremos decir que este alumno pueda prescindir del lenguaje simbólico para el aprendizaje de la matemática superior, solo queremos poner en evidencia la confianza como motor de aprendizaje.

ACTIVIDAD: ¿DÓNDE ESTÁ EL AUTO?

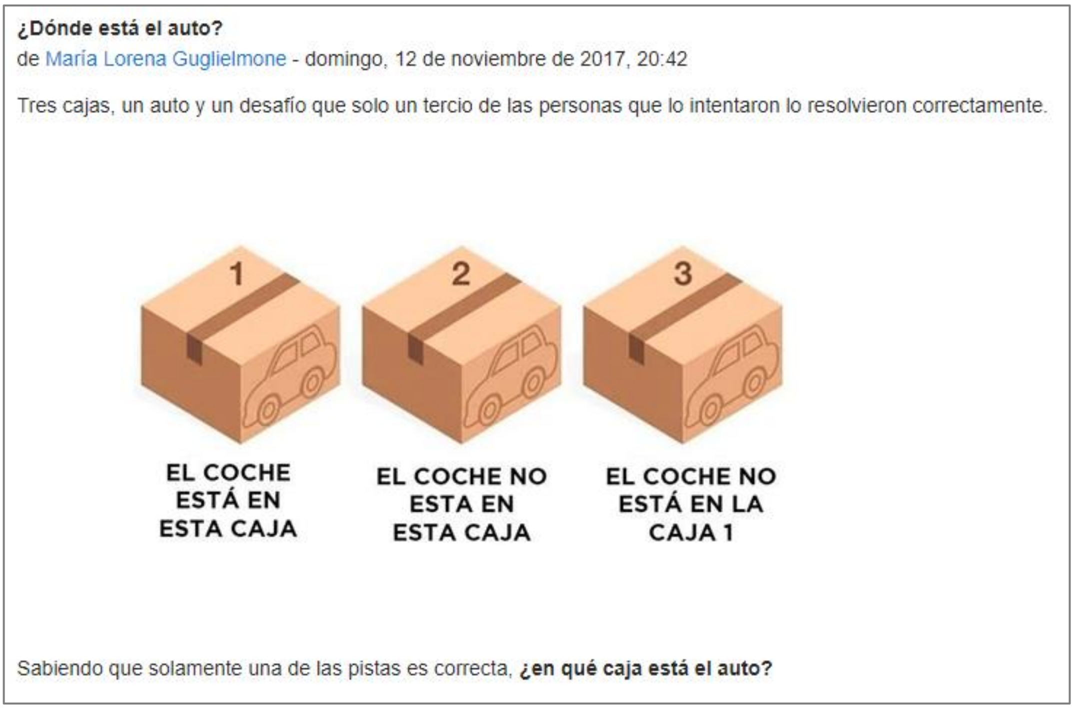


FIGURA 23. ¿EN QUÉ CAJA ESTÁ EL AUTO?

Intenciones:

En la Figura 23 se presenta un problema de lógica que se viralizó en las redes sociales y hasta llegó a ser publicado por importantes medios nacionales como Infobae[17] y TN[18]. En principio, dudamos en cómo presentar el problema, y lo terminamos haciendo tal como lo presentaron en los medios, remarcando el porcentaje de personas que lo habían resuelto correctamente. Sabemos que es una estrategia que suele servir para atraer al público general.

Por la pregunta de la consigna, solo bastaba que dieran el número de caja, nada más. Lo dejamos así para promover la participación, pero nos propusimos luego alentarlos a que explicaran cómo lo pensaron. Como afirma Carlino (2005), las habilidades de comunicación escrita son vitales en todo proceso de enseñanza y aprendizaje.

Al igual que con el problema anterior, el objetivo de esta actividad fue ir ganando confianza en los alumnos desde su participación, pero siendo conscientes que se trata de un problema que no está directamente vinculado con el propósito del proyecto.

Lo que sucedió en el foro:

Como nos imaginábamos, los alumnos se limitaron a escribir la caja en la que creían estaba el auto, algunos afirmándolo y otros preguntando si la indicada era la caja

[17] https://www.infobae.com/tendencias/2017/10/11/donde-esta-el-auto-el-simple-acertijo-que-la-mayoria-resuelve-mal/

[18] https://tn.com.ar/tecno/twittendencias/un-auto-tres-cajas-y-un-acertijo-dificilisimo-de-resolver_788029

correcta. Sin embargo, cuando la docente los alentó a que explicaran en palabras cómo lo habían pensado, los alumnos ya no respondieron más. No sabemos cuáles fueron las razones, pero creemos que los factores pueden ser muy variados, como la falta de experiencia en este tipo de propuestas, vergüenza a la exposición, falta de tiempo, etc.

En una experiencia realizada por Ruiz Díaz (2017), que buscó complementar la enseñanza presencial con el uso de la plataforma Moodle –al igual que este proyecto– se preguntó si "¿es posible realmente plantear entornos colaborativos comunicacionales en espacios donde la base es presencial?" (p. 108). Cuestionamiento interesante para tener en cuenta en futuras propuestas.

ACTIVIDAD: EL RECTÁNGULO DE IGUAL SUPERFICIE Y PERÍMETRO

FIGURA 24. EL RECTÁNGULO DE IGUAL SUPERFICIE Y PERÍMETRO

Intenciones:

En la Figura 24 se presenta un problema propuesto en el blog *matematicascercanas.com*[19] cuya resolución no es sencilla, pero decidimos incluirlo en el foro por los tiempos que nos ofrece la virtualidad, tan diferentes a los de la presencialidad. En este problema, al igual que en el de la Figura 10, los alumnos debían recordar ciertas fórmulas, como las del cálculo de la superficie y el perímetro de un rectángulo, para el planteo de la solución, pero la complejidad estaba dada por la ecuación resultante al aplicar dichas fórmulas.

De todos los problemas trabajados, sabíamos que era el más complejo de resolver de forma algebraica, pero al poder abordarlo en cualquier momento y lugar,

[19] https://matematicascercanas.com/2017/11/22/rectangulo-igual-superficie-perimetro/

esperábamos que fuese mayor la actividad matemática realizada por los alumnos, pudiendo hacer uso de diferentes recursos y del foro virtual para interactuar entre ellos, plantear dudas, consultas, etc.

Lo que sucedió en el foro:

Los alumnos que participaron dieron directamente la respuesta: a = 6 y b = 3, mostrando que con esos valores se cumplían las condiciones dadas. Cuando la docente les preguntó cómo llegaron a esa solución y si creían que era la única solución posible, no intervinieron más en el foro.

Al reflexionar sobre las respuestas dadas por los alumnos (a = 6 y b = 3), creemos que la forma en que se dio la consigna –imagen de un rectángulo de base mayor que su altura– pudo haber promovido la resolución por tanteo. La idea de una única respuesta se corresponde con la imagen dada, por lo que, seguramente, la solución encontrada les dio la seguridad de que el problema ya estaba resuelto, no necesitando de una estrategia algebraica.

- **Foro: Relojes Matemáticos**

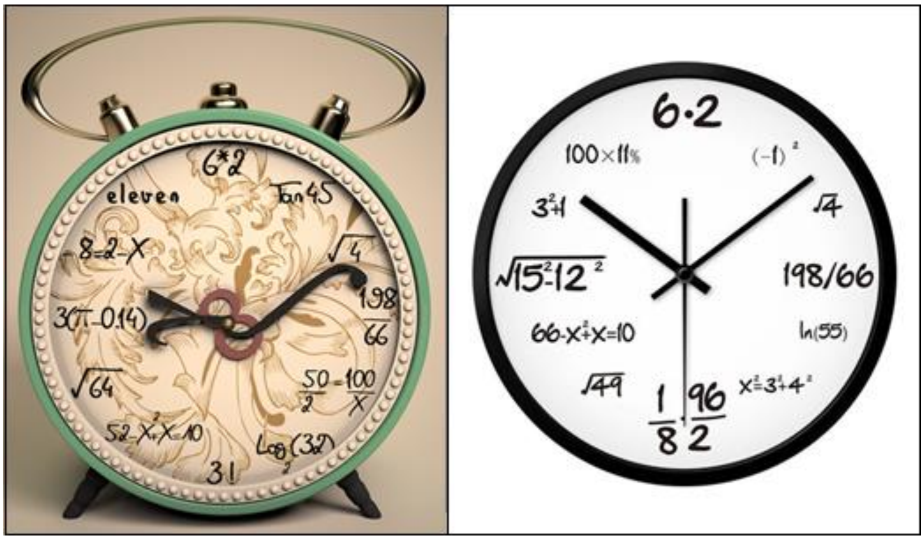


FIGURA 25. RELOJES MATEMÁTICOS

Intenciones:

En este foro mostramos varios relojes, como los de la Figura 25, con diferentes cálculos. La propuesta era que los alumnos los resolvieran y, si no conocían algún símbolo, que investigaran, preguntaran y también comentaran cómo llegaron a los resultados. Desde esta actividad buscamos que “los alumnos recuperen la función ejecutiva (…) a fin de aprender a conducir su propio pensamiento y su propio aprendizaje” (Perkins, 2001, p. 151).

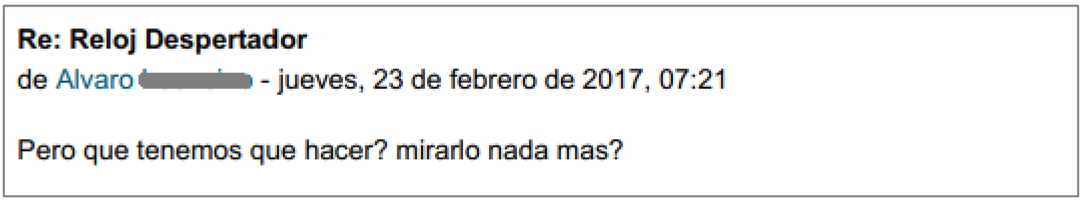
A diferencia de varios de los problemas trabajados, acá no debían realizar conversiones sino el tratamiento de las representaciones dadas en registro simbólico, seguramente haciendo uso de sus carpetas por la dificultad de utilizar simbología matemática en el foro.

Muchas expresiones contenían símbolos que, era de esperar, sean desconocidos para los estudiantes o no recordaran, y también cálculos que deberían saber realizar cuando comenzaran a cursar MDyAL. Al estar cada expresión en una determinada ubicación del reloj, contaban con el resultado de cada una.

Nuestro principal objetivo con esta actividad era poder identificar dificultades que presentaban los estudiantes para la resolución de los cálculos, particularmente la detección de errores y preconceptos –como parte de sus ideas previas– a través de la interacción constante con la docente, pero buscando que sean los alumnos los que los reconozcan. Al igual que Abrate, Pochulu y Vargas (2006, p. 147) consideramos que “el error puede ser visto como instrumento de identificación de los problemas del currículo o de la metodología de enseñanza, y al analizarlos, podrán ser eliminados y superados.”

Lo que sucedió en el foro:

La primera intervención fue la de Álvaro, presentada en la Figura 26.


Re: Reloj Despertador
de Alvaro [redacted] - jueves, 23 de febrero de 2017, 07:21

Pero que tenemos que hacer? mirarlo nada mas?

FIGURA 26. INTERVENCIÓN SOBRE RELOJ DESPERTADOR

Al leer la pregunta de Álvaro, la docente se dio cuenta de su desconcierto ante la ausencia de una consigna, y realizó la intervención mostrada en la Figura 27, con la que buscó orientar no solo a este alumno, sino a todos los que ingresaran al foro, dejando claro el objetivo buscado con esta actividad y poniendo en evidencia el problema con el editor de ecuaciones.

Re: Reloj Despertador
de María Lorena Guglielmone - jueves, 23 de febrero de 2017, 07:51

Hola Álvaro y hola a tod@s!

Entiendo tu desconcierto con la pregunta que me hacés... ¡Hasta yo me puse a pensar cómo hacer para "hacer algo" en estos foros con los relojes propuestos!

El problema de esta plataforma virtual es que no han habilitado un editor de ecuaciones para poder usarlo, con lo cual se nos complica escribir símbolos (si alguien conoce LaTex, lo puede usar). Bajo estas condiciones, mi propuesta es, más que resolver los cálculos en el mismo foro, que puedan resolverlos ustedes "a mano", con calculadora o alguna aplicación que hayan descargado, preguntándose si conocen todos los símbolos que intervienen en las expresiones. Si no reconocen algún símbolo o no saben cómo resolver algún cálculo, anímense a plantearlo en el foro y, entre todos, nos vamos ayudando.

¿Cuál es la idea con esto?, que comiencen a reconocer los símbolos matemáticos que pueden aparecer en diferentes expresiones, que investiguen y aprendan qué significa cada uno, cómo resolverlos en el caso de que simbolicen alguna operación, etc. Y todo ello, poder compartirlo entre todos por aquí.

¡Anímense a escribir y aprender junt@s!

Los espero!!!

Lorena

FIGURA 27. INTERVENCIÓN SOBRE RELOJ DESPERTADOR

Si bien las intervenciones posteriores fueron pocas, a continuación, mostramos algunas de las realizadas por un alumno, Ariel, que también participaba mucho en las clases presenciales:

Re: Reloj Despertador
de Ariel [redacted] - viernes, 24 de febrero de 2017, 01:04

Es un reloj común para el cual se eligen expresiones cuyos valores son precisamente los números del 1 al 12. Por ejemplo, en el lugar del 5 está el logaritmo de 32 en base 2, que es 5, en el 8 está la raíz cuadrada de 64, etc. El único que es medio "tramposo" es el número 9, puesto que 3 por pi menos 0.14 no es exactamente 9, sino una aproximación. Lo mismo sucede con los otros relojes.

Mostrar mensaje anterior | Editar | Dividir | Borrar | Responder

Re: Reloj Despertador
de María Lorena Guglielmone - viernes, 24 de febrero de 2017, 11:24

Muy bien, Ariel!! Notamos lo mismo, el número 9, como decís vos, es medio "tramposo". Si la consigna hubiese sido "considerar, como resultado, la parte entera" ahí seguramente estaríamos más convencidos, ¿no?

Y ahora te propongo y les propongo a **tod@s**, que intenten explicar, por ejemplo, por qué el logaritmo de 32 en base 2 da 5... Les pido una explicación que vaya más allá de: "porque lo dice la calculadora o el celular" jeje Intenten explicarlo, por ejemplo, usando la definición de logaritmo... ¿quién se anima? :)

FIGURA 28. INTERVENCIONES SOBRE RELOJ DESPERTADOR

Re: Reloj Despertador
de Ariel [redacted] - viernes, 24 de febrero de 2017, 23:23

Hola, Lorena. Puesto que no hay Latex, se me ocurrió usar esta página www.codecogs.com/latex/eqneditor.php

Se trata de un editor de ecuaciones en línea cuyo manejo es muy sencillo, sobre todo para los que no saben cómo escribir en Latex, puesto que sólo hay que seleccionar las imágenes con los símbolos apropiados y aparecen formados debajo; tan sólo hay que tener cuidado con el uso de los paréntesis. Entonces se descarga la imagen y se la puede insertar acá, como voy a hacer yo.

La pregunta de por qué el logaritmo de 32 en base 2 da como resultado 5 es por la definición del logaritmo. Según ésta, el logaritmo de un número es el exponente al que hay que elevar a la base de éste para obtener como resultado el número en cuestión. Así, debemos averiguar a qué número hay que elevar a 2 para obtener 32, y en este caso la respuesta es fácil (se obtiene por tanteo), y resulta ser igual a 5, es decir.

$$\log_2 32 = 5 \Leftrightarrow 2^5 = 32$$

Hubiera sido mucho más complicado si la base fuera distinta, por ejemplo 10 (el logaritmo común). En este caso, el logaritmo resulta ser un número irracional que puede aproximarse con cualquier grado de precisión.

FIGURA 29. INTERVENCIÓN SOBRE RELOJ DESPERTADOR

Por lo que se observa en las intervenciones de las Figura 28 y la Figura 29, pareciera que a Ariel la actividad le resultó sencilla y contaba con experiencia en la escritura simbólica, lo cual seguramente facilitó sus intervenciones y la claridad de las mismas. El editor en línea que utilizó y del que explicó su uso, resultó muy interesante para que sus compañeros lo usaran en la plataforma. Estas situaciones son las que promueven los entornos virtuales, como en este caso, donde el alumno comparte una herramienta muy útil para la actividad planteada, desconocida por la docente, y que podría ser tenida en cuenta para futuras implementaciones de la propuesta.

Como afirman Coll y Monereo (2008), por sus características semióticas las tecnologías pueden verse como recursos que las personas pueden usar para “dominar” sus procesos psicológicos y para pensar e inter-pensar.

3.1.1.3 Evaluación final

Al finalizar el desarrollo del módulo realizamos una evaluación de cierre no obligatoria (ver Anexo C). Como ya los alumnos estaban iniciando el cursado del primer cuatrimestre, la tomamos desde el campus virtual para que pudieran hacerla en el momento y lugar que eligiesen. Por la dificultad de escribir en símbolos en la plataforma, construimos una evaluación de opción múltiple, que consistió en diez problemas con un tiempo máximo de 30 minutos para resolverlos, brindando la retroalimentación de manera automática al completar la prueba.

Los problemas los seleccionamos de las pruebas realizadas por el Ministerio de Educación de la Nación a través del Operativo Nacional de Evaluación (ONE) en su edición 2013[20], y la evaluación nacional Aprender 2016[21] implementada por el Ministerio de Educación y Deportes. En esas evaluaciones los problemas son de múltiple opción y las opciones incorrectas presentan errores sistemáticos que suelen cometer los alumnos. De esa manera, para cada problema construimos una retroalimentación desde la consideración de los posibles errores, con el objetivo de convertir a la evaluación en una instancia más de aprendizaje en el sentido de la propuesta. Además, la identificación de los errores cometidos por los alumnos nos permitiría poder trabajarlos en futuras propuestas, teniendo presente que el error "puede constituirse en un instrumento sumamente interesante para la comprensión de los procesos cognitivos de los alumnos" (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006, p. 147).

A continuación, mostramos algunos de los problemas incluidos, junto con la retroalimentación y lo que esperamos haber promovido con la resolución de cada uno. Cabe aclarar que para las retroalimentaciones usamos un lenguaje informal porque el objetivo fue realizar devoluciones lo más claras posibles para los alumnos.

Problema 1: Remeras

Juan tiene 5 remeras menos que María y Clara tiene 3 veces más remeras que Juan. Si María tiene *n* remeras, ¿cuál de estas expresiones representa el número de remeras que tiene Clara?

a) 5 – 3n
b) n – 5
c) 3n – 5
d) 3.(n – 5)

Retroalimentación:

De acuerdo con el enunciado, a la cantidad de remeras que tiene María la simbolizamos con una **n**. Partiendo desde allí, podemos ir traduciendo en símbolos los demás datos:

Como Juan tiene 5 remeras menos que María, en símbolos queda: n – 5. Y como Clara tiene 3 veces más remeras que Juan, en símbolos resulta: **3.(n-5)**

Intenciones:

Aquí buscamos que los alumnos realicen la conversión al registro simbólico, pero trabajando con la variable asignada (n), lo que muchas veces suele dificultar por estar acostumbrados a trabajar con "x". Si bien se trata de una conversión no congruente y, como afirma Distéfano (2017), su sentido de conversión es el que resulta más dificultoso

[20] https://www.educ.ar/noticias/118584/nuevo-operativo-nacional-de-evaluacion-2013
[21] http://aprenderdatos.educacion.gob.ar/binarg/RpWebEngine.exe/Portal?lang=esp

para los estudiantes, creemos que, al contar con opciones, podría facilitarles el trabajo. Como ya dijimos, las respuestas incorrectas están pensadas para mostrar ciertos errores que suelen cometer los alumnos de manera sistemática, como podría ser la falta de paréntesis en la expresión: 3n-5.

Problema 2: Edad

Si al doble de mi edad le aumento 5, obtendré lo que me falta para tener 80 años.
¿Cuántos años tengo?

a) 25 años
b) 35 años
c) 73 años
d) 75 años

Retroalimentación:

Acá el lenguaje simbólico nos puede resultar de mucha ayuda para resolver el problema. Si llamamos con "x" a la edad (cantidad de años), entonces podemos hacer una traducción del enunciado dado en lenguaje natural, a una expresión en símbolos: $2x + 5 = 80 - x$

El primer miembro hace referencia a la primera parte de la oración, la palabra "obtendré" la traducimos en un signo igual, y el segundo miembro hace referencia a la segunda parte de la oración. Entonces, despejando la "x" llegamos a que la edad es de 25 años.

Intenciones:

En este problema no podemos garantizar de que su resolución haya implicado una conversión al registro simbólico y, de hecho, no lo exige la consigna. Aquí el camino inverso también es posible, ya que podrían probar con cada opción y determinar cuál de todas verifica el problema. A esto no lo consideramos una “trampa” –como muchas veces piensan los alumnos– ya que para hacerlo también es necesario que comprendan el enunciado y, además, la pregunta habilita esa posibilidad. Sin embargo, desde la devolución mostramos cómo el registro simbólico puede ayudarnos a resolver el problema, principalmente para el caso en que no sepamos cuáles podrían ser las soluciones.

Problema 3: Figuras

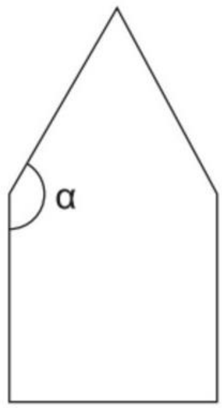


FIGURA 30. MEDICIÓN DEL ÁNGULO

La figura está formada por un cuadrado y un triángulo equilátero. El ángulo α mide:

a) 120°

b) 150°

c) 180°

d) 360°

Retroalimentación:

Aquí tenemos que recordar algunos conceptos y propiedades:

- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180°.
- Un triángulo equilátero es aquel que tienen sus lados y ángulos iguales.
- Un cuadrado tiene todos sus ángulos rectos (90°).

Entonces, con toda esa información es posible responder que el ángulo α mide **150°**, ya que resulta de sumar 90° (ángulo recto del cuadrado) y 60° (medida de cada uno de los ángulos de un triángulo equilátero: 180°/3 = 60°).

Intenciones:

Desde el problema presentado, vinculado a la Figura 30, buscamos que los alumnos recordaran los conceptos necesarios para resolverlo, al igual que lo hicimos para los problemas de la Figura 10 y la Figura 24. Como la evaluación era en línea, tenían la posibilidad de buscar en la web la información necesaria para abordarlo. Creemos que lo importante no es si el alumno recuerda la información (la tiene en su cabeza), sino el que pueda reconocer qué información necesita para resolver el problema, y la utilice de manera correcta.

Es posible que muchos alumnos consideren que buscar información para resolver una evaluación represente “hacer trampa”, pero desde el primer momento dejamos en claro que la intención era aprender haciendo uso de todos los recursos y herramientas que podían ayudarlos, porque es la manera en que nos manejamos en nuestra vida cotidiana y el aula debería formar parte de ella (Perkins, 2001; Serres, 2013; Maggio, 2018).

Problema 4: Fósforos

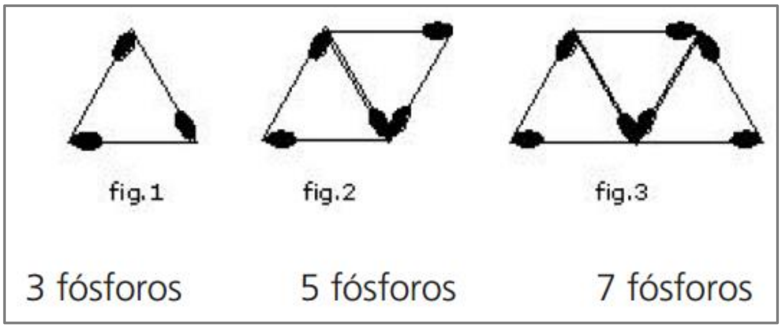


FIGURA 31. SUCESIÓN DE FIGURAS

Esta sucesión de figuras se armó con fósforos. La figura siguiente siempre tiene dos fósforos más que la anterior. ¿Cuál podría ser una fórmula que permita calcular la cantidad de fósforos que habrá en la figura *n* de la sucesión?

a) n + 2

b) 2 . n + 1

c) 3 . n

d) 2 . n – 3

Retroalimentación:

Lo primero que debemos hacer es comprender el enunciado, como en todo problema. Aquí, en particular, hay que darse cuenta de que con "n" hacemos referencia a la figura y NO a la cantidad de fósforos. Entonces, si comprendimos que n representa el número de figura, una posibilidad de resolución (no la única) podría ser ir reemplazando en cada fórmula la variable "n" por los números de figura y determinar cuál es la fórmula que nos permite calcular la cantidad de fósforos.

Por ejemplo, si consideramos la fórmula n + 2, podremos probar que no es la correcta reemplazando por el número de cada figura. Si reemplazamos la "n" por 1 (figura n° 1), estaría funcionando, porque: 1 + 2 = 3 fósforos en la primera figura, pero al reemplazar por 2 (figura n° 2), entonces la fórmula no nos estaría dando el total de fósforos de la segunda figura, ya que: 2 + 2 = 4, pero la segunda figura tiene 5 fósforos.

De la misma manera podríamos seguir probando con el resto de las fórmulas propuestas.

Otra posibilidad sería mirar la sucesión de figuras y, sin mirar las opciones, construir a partir de las figuras una fórmula que nos permita calcular el número de fósforos desde el número de figura. Deberíamos, por supuesto, llegar a la fórmula correcta: 2.n + 1

Intenciones:

Para el problema vinculado a la Figura 31, sabíamos que era muy probable que, a pesar de leer el enunciado completo, los alumnos buscaran resolverlo de la forma en que se acostumbra a hacerlo para este tipo de problemas: por observación. La imagen misma, con la cantidad de fósforos resaltada, lleva a pensar en cierta solución que está entre las opciones posibles.

Este problema resulta más fácil de resolver correctamente con las opciones que hacerlo sin ellas, y por eso lo incluimos en esta evaluación, para intentar que los alumnos las analicen y no den simplemente la opción que resulta más intuitiva pero incorrecta: n+2. A pesar de ello, apostamos por la devolución, para mostrar la importancia de prestar atención a toda la consigna y no solo a una parte de ella. Creemos que proponer problemas diferentes a los que solemos estar acostumbrados a resolver, como también lo fue el de la Figura 9, vaya favoreciendo el pensamiento crítico y un razonamiento matemático despegado de la aplicación de reglas y algoritmos con escasa base conceptual.

Respecto a la *resolución de la evaluación completa*, la respondieron 42 alumnos de aproximadamente 130 que asistieron, al menos, a la mitad de las clases del módulo. Es probable que haberla tomado cuando el curso ya había finalizado y los estudiantes estaban comenzando a cursar el primer cuatrimestre –con materias como Introducción a la Economía, Derecho Privado I y MDyAL de gran carga horaria–, haya influido en la baja participación. Si bien no podemos asegurar que los estudiantes que la contestaron constituyan una muestra representativa de los que cursaron el módulo –lo cual representa una gran dificultad para determinar cambios en los aprendizajes– queremos señalar algunos de los resultados obtenidos:

- ✓ El promedio general obtenido por los estudiantes en la evaluación completa fue de 5,6 puntos (sobre 10 puntos).
- ✓ En promedio, los estudiantes tardaron 15 minutos para contestar la evaluación.
- ✓ De los problemas presentados, el 79% de los alumnos resolvió bien el primero, el 29% bien el segundo, el 60% bien el tercero y el 26% resolvió bien el cuarto problema.

En la Figura 32 mostramos el gráfico de calificaciones generado por la plataforma Moodle:

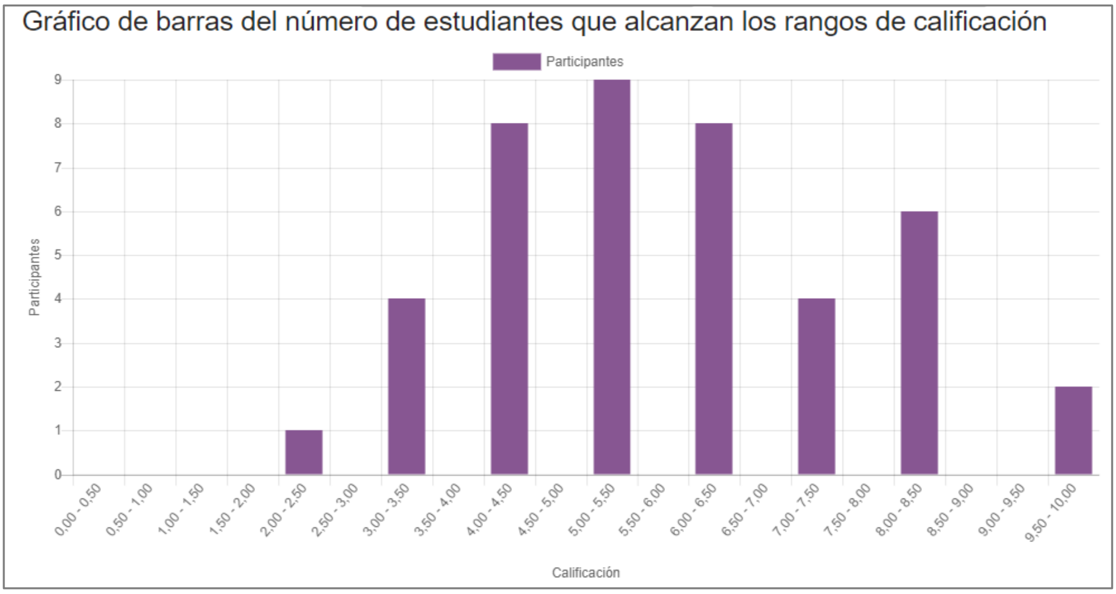


FIGURA 32. CALIFICACIONES OBTENIDAS EN LA EVALUACIÓN FINAL

3.1.1.4 Encuesta final

Al finalizar el desarrollo del módulo Métodos y Técnicas, hicimos una encuesta anónima[22] (ver Anexo D) –a través del aula virtual– para evaluar lo realizado desde la mirada de los alumnos y contar con información que nos permitiera seguir mejorando el curso para futuros dictados.

Algunos de los resultados obtenidos fueron:

- Respecto al curso completo –en una escala de 1 (malo) a 5 (excelente)– el 90% de los alumnos dio un puntaje de 3 puntos, siendo el 46% los que seleccionaron el puntaje más alto.
- El 82% consideró que el curso le sirvió para mejorar sus conocimientos.
- A todos les gustaron los problemas propuestos en las clases.
- Respecto a la evaluación de la docente, en una escala de 1 (mal) a 5 (excelente) todos seleccionaron un puntaje de al menos 3 puntos, siendo el 73% los que indicaron el mayor puntaje.
- Al 85% de los estudiantes les parecieron muy buenos o buenos los recursos ofrecidos en el aula virtual.
- Algunas sugerencias fueron: más clases presenciales, más problemas de ingenio, mayor trabajo con símbolos matemáticos, entre otros.

Si bien la encuesta fue respondida por 22 alumnos de los aproximadamente 130 que asistieron al curso, creemos (nuevamente) que el inicio del cursando de las materias del primer cuatrimestre, pudo haber influido en la baja participación. A pesar de ello, la

[22] Disponible en: https://goo.gl/forms/CT0OBKvn6toekxyA2

información obtenida nos ayudó a realizar una mirada crítica de toda la propuesta y nos permitió mejorar los posteriores dictados del módulo. Como se puede observar, algunas de las sugerencias de los estudiantes fueron las referidas al “mayor trabajo con símbolos matemáticos”, “más problemas de ingenio” y el pedido de “más clases presenciales”. Las dos primeras las hemos tenido en cuenta en las ediciones posteriores del curso (2018 y 2019), modificando los materiales propuestos, pero la sugerencia de aumentar las clases presenciales, no la pudimos llevar a cabo porque el módulo tiene una carga fija de 2 horas semanales.

A pesar de la baja participación que sigue habiendo en los foros virtuales, por el momento sigue siendo el único recurso –avalado por la Facultad– que nos permite ampliar el tiempo dedicado al módulo y poder llegar a todos los cursantes, dándoles espacios para que, si quieren, puedan participar de las actividades. Además, estamos convencidas de que pocas intervenciones pueden ser igualmente valiosas porque es probable que muchos estudiantes que no participan las lean, pudiendo resultar significativo para sus aprendizajes.

3.1.1.5 Evaluación de los recursos propuestos

Durante el primer cuatrimestre –ya cursando la asignatura MDyAL– les realizamos dos encuestas anónimas (desde el aula virtual del módulo) para informarnos acerca del uso que venían haciendo de los diferentes recursos que les propusimos durante el ingreso. La primera[23] (ver Anexo E) la realizamos a mediados del primer cuatrimestre y la respondieron 18 alumnos. La segunda[24] (ver Anexo F) la realizamos al final del primer cuatrimestre y la respondieron 12 alumnos. Cabe aclarar que no podemos asegurar si los 130 estudiantes que hicieron el módulo seguían cursando las carreras.

Es muy probable que los alumnos que respondieron las encuestas no constituyan muestras representativas de los cursantes de MDyAL, pero creemos interesante señalar algunos resultados para esta y futuras propuestas en educación matemática. Entre ellos, podemos mencionar:

A mediados de cuatrimestre:

- Respecto a la frecuencia con que usan las tecnologías para estudiar MDyAL, las aplicaciones para celular fueron las más utilizadas, seguidas por páginas web y canales de YouTube.
- Entre los usos que les dan a las tecnologías que utilizan, el más frecuente fue para sacarse las dudas que tienen, seguido de resolver ejercicios y ver el paso a paso de las resoluciones.

[23] Disponible en: https://goo.gl/forms/1u2Oh9qAUNQlNCQC3
[24] Disponible en: https://goo.gl/forms/COdCngqFBMuKtemh1

- Aproximadamente el 90% consideró que la tecnología sirve para aprender matemática en la Universidad.

Al final del cuatrimestre:

- Todos habían utilizado algún recurso y/o herramienta tecnológica para aprender matemática. Usaron en mayor medida aplicaciones para celular, seguido por canales de YouTube y programas de computadora.
- Respecto a lo que consideran les ayudaron las tecnologías para el aprendizaje de la asignatura MDyAL, en una escala de 0 (nada) a 5 (mucho), el 75% indicó al menos 3 puntos, siendo el promedio 3,25 puntos.

Aclaramos que esta primera etapa del proyecto no tuvo injerencia en el dictado de la asignatura MDyAL.

3.2 Segunda etapa

En esta segunda etapa buscamos abordar el problema identificado en la Sección 1.1, focalizándonos en actividades de conversión de representaciones entre los registros simbólico y coloquial. Para esta etapa el registro coloquial se utilizó de manera escrita.

En principio habíamos proyectado implementar esta etapa en el primer cuatrimestre de 2017, en forma completamente virtual y paralela al dictado de la asignatura MDyAL, siendo los destinarios los mismos alumnos que en la primera etapa. Pero en ese cuatrimestre se produjeron muchos cambios (no planificados) siendo el de mayor repercusión la modificación del Reglamento Académico[25] de las carreras ofrecidas por la FCAD, que exigió un cambio del régimen de acreditación de todas las asignaturas. El régimen al que decidió adherirse la cátedra MDyAL consistió en la acreditación “sin requisitos para regularización y con examen final” (ítem ‘a’ del artículo 26), completamente diferente al régimen anterior.

Ante esos hechos, decidimos postergar la implementación de esta etapa para el segundo cuatrimestre, a pesar de imaginarnos que los alumnos no serían los mismos que los de la primera etapa, ya que todos los que cursaron en el primer cuatrimestre quedarían en condición regular. Desde ese lugar, nos propusimos reconstruir la propuesta para ajustarla a la realidad ante la que nos encontrábamos y tomamos la decisión de implementarla como una *prueba piloto*. Cabe aclarar que el dictado de la materia en el segundo cuatrimestre se realiza en la misma modalidad (tradicional) que la del primer cuatrimestre, centrada en la explicación-ejercitación.

[25] Res. CD N° 509/16, FCAD, UNER

El mayor inconveniente presentado y que no pudimos salvar fue el que estuvo presente desde el comienzo de este proyecto: la falta de un editor de ecuaciones amigable para los alumnos. A pesar de los insistentes reclamos realizados a la administración del campus virtual de la UNER –que ya llevaban más de dos años– no conseguimos que cambiaran el editor. La necesidad de utilizar el registro simbólico para las actividades construidas para esta etapa nos llevó a optar por una *modalidad semipresencial*, intentando no prescindir de todo lo que habíamos proyectado.

Todas las modificaciones realizadas tuvieron en cuenta la continuación del proyecto como lo concebimos: una propuesta tecno-pedagógica que busca promover el aprendizaje del lenguaje matemático a través de la lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas. Dejamos en claro que futuras implementaciones deberían tener en cuenta la gran dificultad que significa no contar con un editor de ecuaciones del que puedan hacer uso los alumnos de una manera sencilla, teniendo que ajustar la propuesta para que ello no complique el cumplimiento de los objetivos buscados.

3.2.1 Diseño

Para el diseño retomamos los resultados obtenidos por la Dra. Cristina Camós en su tesis doctoral, que dan cuenta de la necesidad de que los docentes realicemos un trabajo sostenido en el tiempo para que los estudiantes trasciendan la lectura local y comprendan que la decodificación "símbolo a símbolo" no es suficiente para desentrañar los mensajes que dichos símbolos buscan transmitir. En la mencionada tesis –cuyo objetivo fue comprender los vínculos entre los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza del concepto de límite funcional, y los aprendizajes logrados por los estudiantes– se concluyó que ninguno de los alumnos entrevistados había comprendido la definición de límite, y ninguno de los profesores atendieron a la globalidad del mensaje a emitir, solamente se limitaron a la decodificación del concepto dado en símbolos (Camós, 2013).

Para el desarrollo de esta segunda etapa presentamos –desde el espacio Métodos y Técnicas, y la cátedra MDyAL– el proyecto "Lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas como estrategia didáctica en el ingreso a la universidad"[26] (ver Anexo G) enmarcado en la 8° Convocatoria de Proyectos de Innovación e Incentivo a la Docencia. Los destinatarios fueron los alumnos que estaban recursando la asignatura MDyAL, su desarrollo tuvo una duración de dos meses y fue de cursado optativo. Esta última decisión la tomamos principalmente porque los estudiantes en primer año tienen

[26] Res. CD N° 550/17, FCAD, UNER. Disponible en: http://digesto.uner.edu.ar/documento.frame.php?cod=47879

un cursado muy intenso, y la misma materia ya suma horas a la carga horaria del segundo cuatrimestre.

Para promover el aprendizaje del lenguaje simbólico, construimos actividades enfocadas en la conversión de representaciones entre los registros simbólico y coloquial. En ellas utilizamos los símbolos de pertenencia ($\in$), inclusión ($\subset$), cuantificador universal ($\forall$), cuantificador existencial ($\exists$), conjunción ($\wedge$), disyunción inclusiva ($\vee$), implicación ($\Rightarrow$) y doble implicación ($\Leftrightarrow$). Cabe destacar que todos fueron objeto de enseñanza en los temas de Lógica Proposicional y Teoría de Conjuntos pertenecientes a la asignatura MDyAL. Además, siguiendo las recomendaciones realizadas por Distéfano (2017), el conocimiento matemático que incluimos en cada actividad se encontraba dentro de los contenidos que habían sido desarrollados en la asignatura mencionada, buscando que no resultara un impedimento para que los alumnos pudiesen abordar las actividades. Con ello evitamos que el análisis posterior de las respuestas se vea afectado por cuestiones que trasciendan el trabajo con los símbolos.

Como indicamos anteriormente, optamos por una modalidad semipresencial, por lo que desarrollamos la propuesta a través de clases presenciales y desde el campus virtual. En los encuentros presenciales las actividades se propusieron a través de una presentación multimedia (ver Anexo H) y se enfocaron en la conversión de representaciones del registro coloquial al simbólico, para que los alumnos pudiesen escribir en símbolos. Cabe señalar que, como a las clases presenciales asistieron pocos alumnos (menos de diez en cada clase) y no siempre concurrían los mismos[27], la docente fue evaluando en cada clase las actividades de la presentación a trabajar. La falta de continuidad del mismo grupo de alumnos representó un gran obstáculo para el desarrollo de toda esta etapa.

Resulta importante destacar que los estudiantes que asistieron a las clases correspondientes a esta segunda etapa manifestaron su voluntad de asistir porque se habían dado cuenta de la dificultad que tenían para estudiar matemática y realizar los trabajos prácticos. Algunos llevaban varias veces recursando la materia y comentaron que el estudio memorístico de los apuntes teóricos y la repetición de los mismos trabajos prácticos no les fueron suficientes para aprobar el parcial y/o el examen final.

Respecto a las actividades propuestas desde el entorno virtual, a través de foros, se centraron particularmente en actividades de conversión de representaciones del registro simbólico al coloquial, teniendo presente que:

[27] La mayoría adujo problemas de horarios para asistir a todas las clases presenciales.

Un estudiante que aprende en un entorno virtual en el cual las funciones comunicacionales se separan en el tiempo y en el espacio de su fuente de emisión puede exteriorizar y de alguna manera objetivar por escrito su forma de construir el discurso y de pensar las propuestas, respuestas, controversias, etc., a las que tiene acceso. Es esta aparente y primera descontextualización del mensaje la que orienta a su recontextualización en los procesos posteriores de análisis de la comunicación. (Lion, 2005, p. 184).

3.2.2 Implementación

3.2.2.1 Conversiones del registro coloquial al simbólico

- **Diapositiva 1**

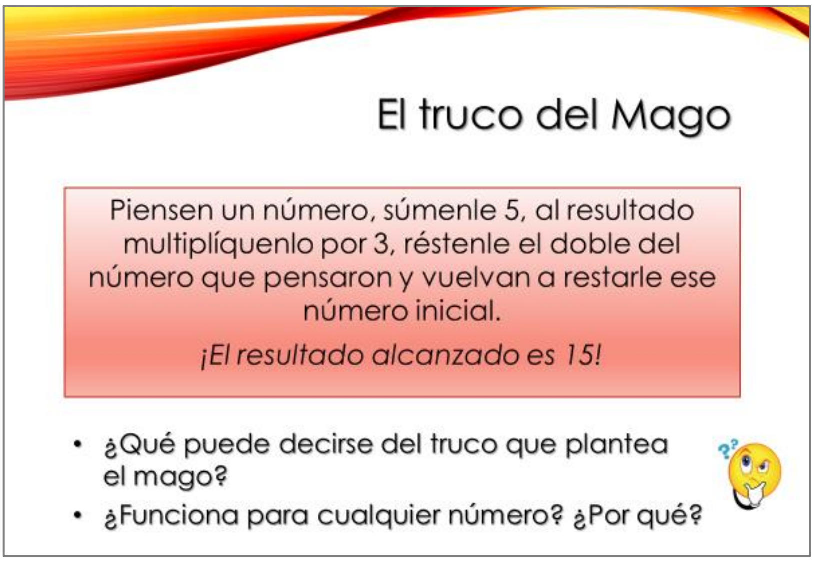


FIGURA 33. EL TRUCO DEL MAGO

Intenciones:

Buscamos iniciar esta segunda etapa con un problema cuya consigna tuviese un rico potencial matemático, lo cual alude a las posibilidades de exploración y de argumentación que habilita la resolución (Rodríguez, 2016). Desde ese lugar, a través del problema presentado en la Figura 33, quisimos poner (nuevamente) de manifiesto las limitaciones de las estrategias numéricas –como en este caso el reemplazo por diferentes números elegidos– para responder la consigna. La necesidad de tener que convertir el enunciado al registro simbólico para argumentar lo pedido, nos llevó a incluirlo como inicio de esta segunda etapa.

Lo percibido en el aula:

Todos pudieron aplicar cada paso al número que habían elegido, y también probaron que se cumplía con otros números. Como son recursantes, la mayoría tenía claro que para argumentar algo que pareciera cumplirse para cualquier número, deben recurrir al álgebra. Cuando buscaron demostrarlo convirtiendo la consigna al registro simbólico, unos pocos lograron hacerlo sin ayuda de la docente u otro compañero. Lo curioso fue que la mayoría resolvió sin problema la ecuación lineal que habían planteado a partir de la conversión, pero no comprendían el resultado obtenido, como el que se muestra en la Figura 34 de la resolución de una alumna.

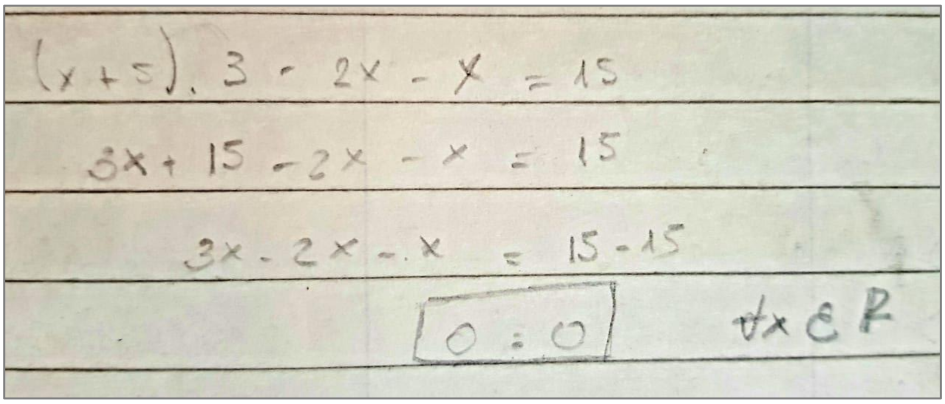
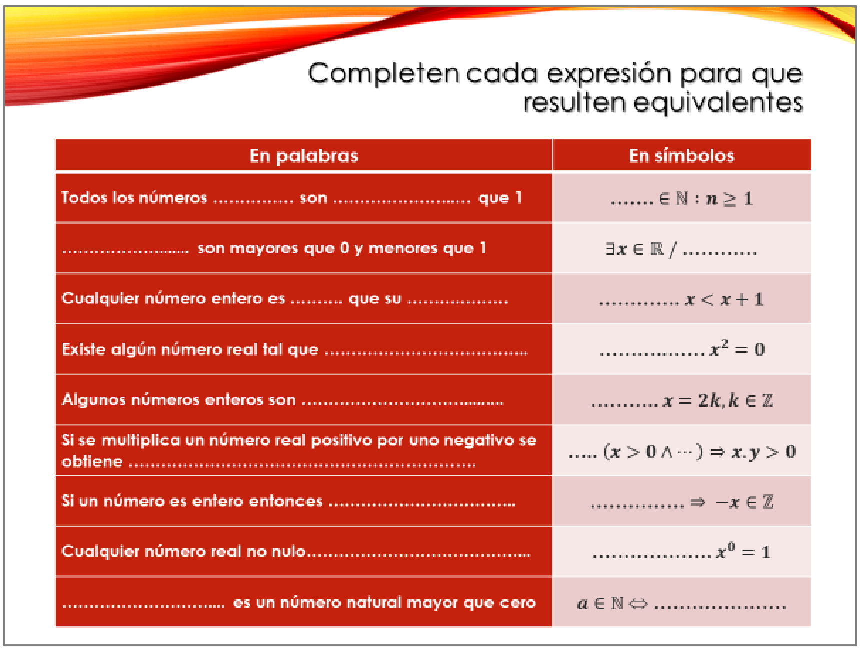


FIGURA 34. RESOLUCIÓN PROBLEMA DE LA DIAPOSITIVA 1

Al llegar al resultado 0 = 0, la estudiante no supo qué contestar a las preguntas del problema. La docente buscó que sea ella la que se diera cuenta del porqué de esa solución, recordándole algunas situaciones similares en las prácticas de MDyAL. Como se trataba de una alumna que había recursado la materia más de una vez, pudo acordarse de esas situaciones y logró responder que el truco funcionaba para cualquier número real, agregándolo en símbolos al lado del resultado (como se observa en la Figura 34). Lo que no podemos asegurar es el nivel de comprensión de la respuesta dada.

Diapositiva 5



En palabras	En símbolos
Todos los números .... son .... que 1	.... $\in \mathbb{N} : n \geq 1$
.... son mayores que 0 y menores que 1	$\exists x \in \mathbb{R}$ / ....
Cualquier número entero es .... que su	.... $x < x+1$
Existe algún número real tal que	.... $x^2 = 0$
Algunos números enteros son	.... $x = 2k, k \in \mathbb{Z}$
Si se multiplica un número real positivo por uno negativo se obtiene	..... $(x > 0 \wedge \cdots) \Rightarrow x.y > 0$
Si un número es entero entonces	.... $\Rightarrow -x \in \mathbb{Z}$
Cualquier número real no nulo...	.... $x^0 = 1$
.... es un número natural mayor que cero	$a \in \mathbb{N} \Leftrightarrow$ ....

FIGURA 35. CONVERSIONES INCOMPLETAS

Intenciones:

Como desde un punto de vista matemático la conversión y el tratamiento conforman un todo en la resolución de problemas (Duval, 2006), desde aquí nos propusimos trabajar solamente con actividades de conversión que abordan de manera directa nuestro problema.

Antes de proponerles realizar actividades de conversión completas, nos pareció pertinente incluir algunos ejercicios como los de la Figura 35 donde se muestran representaciones incompletas en los registros coloquial y simbólico, debiendo observar las partes que faltan en cada una para completar el espacio vacío desde la otra representación.

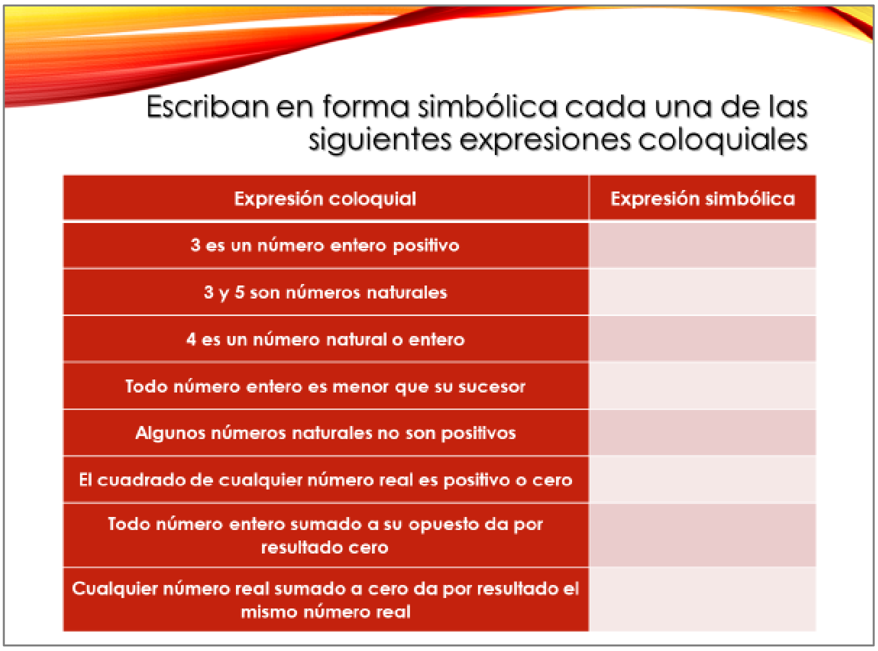
Aclaramos que, en el diseño inicial de la actividad, la consigna incluía el pedido de veracidad de las afirmaciones propuestas, por lo que habíamos agregado algunas proposiciones verdaderas y otras falsas. Al darnos cuenta de que ello podría desvirtuar el objetivo buscado (conversión entre registros), decidimos no incluir el pedido de los valores de verdad, sin tener en cuenta que la falta de análisis de las proposiciones falsas podría dejar en los estudiantes la idea de que eran verdaderas.

Lo percibido en el aula:

Los alumnos que asistieron a la clase donde la docente desarrolló esta actividad, buscaron completar las representaciones coloquiales haciendo una lectura símbolo a símbolo de la parte dada en registro simbólico. Como suelen nombrar las variables que intervienen en las expresiones (a, x, y, n, k), la mayor dificultad se les presentó cuando debían adecuar esa traducción realizada símbolo por símbolo a la frase expresada en forma coloquial incompleta que prescinde de ellas. Siendo pocos alumnos, la docente orientó a cada uno buscando que lograsen comprender el lugar que ocupan las variables para que, desde ahí, pudiesen completar la expresión en el registro coloquial.

Respecto a las expresiones simbólicas, la mayor dificultad que tuvieron fue al querer completar sus espacios vacíos donde debían hacer uso de un cuantificador cuya expresión coloquial utilizaba palabras a las que no están acostumbrados. Observamos que no pueden disociar el símbolo $\forall$, de las palabras “para todo” o “todos”, y el $\exists$ de “existe”, que son las usadas cuando se definen esos cuantificadores en la materia MDyAL y su uso se mantiene en el desarrollo de todo el trabajo práctico de la unidad de lógica proposicional. Siendo recursantes, esas relaciones suelen estar muy presentes.

- **Diapositiva 7**



Escriban en forma simbólica cada una de las siguientes expresiones coloquiales

Expresión coloquial	Expresión simbólica
3 es un número entero positivo	
3 y 5 son números naturales	
4 es un número natural o entero	
Todo número entero es menor que su sucesor	
Algunos números naturales no son positivos	
El cuadrado de cualquier número real es positivo o cero	
Todo número entero sumado a su opuesto da por resultado cero	
Cualquier número real sumado a cero da por resultado el mismo número real	

FIGURA 36. DEL REGISTRO COLOQUIAL AL SIMBÓLICO

Intenciones:

Los ítems expuestos en la Figura 36, son algunos de los que propusimos para que realizaran conversiones del registro coloquial al registro simbólico. Expresiones donde las relaciones de igualdad y pertenencia no estuviesen determinadas por una traducción literal de sus símbolos. Lo mismo hicimos para los cuantificadores universal y existencial, buscando romper con las lecturas locales.

Teniendo en cuenta el análisis realizado por Distéfano (2017), era de esperar que este sentido de conversión –de los enunciados coloquiales a las expresiones simbólicas– sea el que presente mayor dificultad para los alumnos.

Lo percibido en el aula:

La mayoría tuvo problemas para usar correctamente el símbolo de pertenencia, no relacionándolo con las palabras "es" y "son" (tres primeros ítems).

Respecto al uso de cuantificadores, mostraron la misma dificultad que en la actividad anterior (<u>Figura 35</u>) no asociándolos con palabras diferentes a las que están acostumbrados. Lo que nos sorprendió es que prestaron especial atención al uso de la barra inclinada (/) como sucesora al cuantificador existencial, y los dos puntos como sucesores del cuantificador universal, siendo que sólo se trata de cuestiones que hacen referencia a convenciones de uso habitual en matemática.

3.2.2.2 Conversiones del registro simbólico a coloquial

Actividad: De leng. simbólico a coloquial

de María Lorena Guglielmone - domingo, 8 de octubre de 2017, 21:37

¡Hola chic@s!

Para complementar lo que hemos trabajado de manera presencial en el aula, les proponemos esta primera actividad (virtual) donde buscaremos profundizar sobre el uso y comprensión del lenguaje matemático. Para ello les pedimos que escriban, en lenguaje coloquial (con sus palabras), las siguientes expresiones dadas en lenguaje simbólico:

1) $\exists y \in \mathbb{R} / y^2 < -2$

2) $\forall x \in \mathbb{R} : x^0 = 1$

3) $0,5 \in \mathbb{Z} \vee -1 \in \mathbb{Z}$

4) $\forall n \in \mathbb{N} : (n+1) \in \mathbb{N}$

5) $\exists z \in \mathbb{Z} / 3 < z < 4$

6) $\exists x \in \mathbb{Q} / x^2 = 3$

7) $\forall x : x \in \mathbb{Z} \Rightarrow -x \in \mathbb{Z}$

8) $\forall x \in \mathbb{R} : |x| \geq 0$

9) $\exists n \in \mathbb{Z} / n = 2k \wedge k \in \mathbb{Z}$

10) $\forall x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} / y > x$

No es necesario que cada uno convierta todas las expresiones a coloquial, sino que puedan ir eligiendo algunas y "traduciéndolas" con sus palabras, intentando que resulte una oración simple de comprender para el que la lea (no olviden indicar el número de la expresión traducida).

La idea es trabajar de manera colectiva, donde todos puedan aportar y opinar. Si les parece que la respuesta de un compañero/a puede mejorarse y/o escribirse de un modo diferente, pueden volver a plantear otra respuesta para el mismo ítem. Por supuesto que los iremos siguiendo, orientando y ayudando, pero les pedimos que **se animen y participen**, no tengan miedo a equivocarse, de los errores también se aprende, ¡y mucho!

FIGURA 37. DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL

Intenciones:

Para la actividad presentada en la Figura 37, la propuesta fue que los estudiantes realizaran conversiones del registro simbólico al coloquial a través de un foro en el aula virtual de la materia MDyAL. Sabíamos que no iba a resultar sencillo que los alumnos participaran porque era la primera vez que –desde el aula virtual de MDyAL– se proponía una actividad (dicho espacio siempre fue utilizado como repositorio de los materiales de la materia). Además, se trataba de una actividad que no formaba parte de los trabajos prácticos y con ejercicios que los alumnos nunca habían trabajado.

Bajo esas condiciones y teniendo en cuenta que se trataba de alumnos recursantes, nos propusimos promover la participación, dejando claro que no pretendíamos que –en un mismo mensaje– realizaran la conversión de todas las expresiones. En primer lugar, nos interesaba que se animaran a escribir –exposición a la que no estaban acostumbrados–, para juntos avanzar desde allí, acompañando el proceso de aprendizaje de cada alumno, cediéndoles el control cuando sean capaces de asumirlo, y recuperando el papel de guía cuando así lo necesiten (Coll y Monereo, 2008).

Lo que pasó en el foro:

Mostramos algunas participaciones de los alumnos, junto con las intervenciones de la docente, como respuesta a algunos de los ejercicios de la actividad planteada en la Figura 37:

Re: Actividad: De leng. simbólico a coloquial
de Ivana [redacted] - miércoles, 11 de octubre de 2017, 20:07

2) $\forall x \in \mathbb{R} : x^0 = 1$

Para todo x que pertenece a los Reales tal que x elevado a 0 es igual a 1

Re: Actividad: De leng. simbólico a coloquial
de María Lorena Guglielmone - jueves, 12 de octubre de 2017, 17:16

¡¡Bien Ivana por animarte y escribir hasta con símbolos!!! ¡¡Buenísimo!!

¿Qué piensa el resto de esta traducción?, ¿podríamos decir lo mismo que expresó Ivana de una manera más "natural"?

Para ayudarlos (o al menos esa es la idea), imagínense que las conversiones que escribimos en este foro las lee alguien que no está cursando la materia o que no dio lógica nunca, e intentemos desde ese lugar hacerlas lo más simples posible...

¿Quién se anima a seguir con alguna otra?

(no es necesario transcribir toda la expresión simbólica, con indicar el número es suficiente)

FIGURA 38. INTERVENCIONES DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL

La intervención expuesta en la Figura 38 es una muestra de lo que siempre estuvo presente en cada uno de los mensajes de la docente: la demostración de alegría por la participación de cada estudiante, y la motivación para que continúen haciéndolo y otros vayan sumándose con sus aportes.

Desde el primer momento buscamos poner en diálogo a los alumnos y promover la comprensión desde “la búsqueda de respuestas compartidas, negociadas, discutidas, que recuperan lo valioso de cada opinión y la búsqueda permanente del autocuestionamiento, de la autoevaluación y de la posibilidad de entender que el aprendizaje es un proceso.” (Lion, 2005, p. 186). Nos propusimos incentivar ese diálogo desde la construcción de buenas preguntas, teniendo presente la concepción de Litwin (2007):

> La buena pregunta ayuda y no entorpece, entusiasma y no inhibe, estimula y no atemoriza. Se basa en la confianza y el deseo por parte de los docentes de que sus alumnos aprendan y comprendan y, en los estudiantes se transforman en verdaderos desafíos de la cognición. (p. 10).

Re: Actividad: De leng. simbólico a coloquial
de Micaela [redacted] - viernes, 13 de octubre de 2017, 08:02

1) Existe al menos un numero que pertenece a los reales, tal que menos dos es mayor que Y al cuadrado.

2) Para toda *x* que pertenece a los reales, se verifica que *x* a las cero da por resultado uno.

3) Cero coma cinco pertenece a los enteros o menos unos pertenece a los enteros.

4) Para todo *n* que pertenece a los naturales, se verifica que *n* mas uno pertenece a los naturales.

5) Existe al menos un numero que pertenece a los enteros tal que ese numero es mayor que tres y menor que cuatro.

6) Existe al menos una *x* que pertenece a los racionales, tal que *x* al cuadrado da por resultado tres.

7) Para todo *x*, se verifica que *x* pertenece a los enteros entonces su opuesto pertenece a los enteros.

8) Para todo *x* que pertenece a los reales se verifica que *x* y su opuesto en mayor o igual a cero.

9) Existe al menos una *n* que pertenece a los enteros tal que el doble de un numero cualquiera da por resultado *n* y ese numero pertenece a los enteros.

10) Para todo *x* que pertenece a los reales se verifica que existe al menos un numero que pertenece a los reales tal que ese numero es mayor que *x*.

Re: Actividad: De leng. simbólico a coloquial
de María Lorena Guglielmone - viernes, 13 de octubre de 2017, 21:02

¡Hola Ivana, Micaela y tod@s!

Tomo la expresión n° 1 y las traducciones que hicieron:

- *"Existe un número que pertenece a los números reales, que al elevarlo al cuadrado sea menor que -2."*
- *"Existe al menos un número que pertenece a los reales, tal que menos dos es mayor que Y al cuadrado."*

En la primera traducción hay una palabrita que no representa correctamente el significado del símbolo $\exists$, ¿cuál es?

En la segunda, se habla de "y" sin ser nombrada anteriormente, con lo cual nos puede hacer preguntarnos qué representa "y". Hay que tener en cuenta que, si vamos a nombrar a alguna de las variables que aparecen en la expresión simbólica, debemos haber hecho referencia a ellas en toda la oración o de lo contrario no nombrarlas. A veces esto último puede hacer a la traducción más simple de interpretar, ¿no?

Espero que se sigan sumando más compañeras/os al foro!!

Nos seguimos leyendo!

FIGURA 39. INTERVENCIONES DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL

Re: Actividad: De leng. simbólico a coloquial
de Maria Celeste [redacted] viernes, 13 de octubre de 2017, 23:45

1) Existe un numero que pertenece en reales, que al elevarlo al cuadrado es menor a 2

2) Para todo x que pertenece a los reales verifica que x elevado a la cero es igual a uno

3) Cero coma cinco o menos uno pertenece a enteros

4) Para todo numero que pertenece al conjunto de los naturales, verifica que su consecutivo pertenece también al mismo conjunto

5) Existe al menos un numero que pertenece a los enteros que es menor a tres y mayor a cuatro

6) Existe al menos un numero que pertenece al conjunto de los racionales que al elevarlo al cuadrado sea igual a 3

7) Para todo x, se verifica que x pertenece a los enteros entonces su opuesto pertenece a cero

8) Para todo x que pertenece al conjunto de los reales se verifica que x y su opuesto es mayor o igual a cero

9) Existe n que pertenece a los enteros tal que n es par y k pertenece a enteros

10) Para todo x que pertenece a reales, verifica que y pertenece a los reales tal que y es mayor a x

Re: Actividad: De leng. simbólico a coloquial
de María Lorena Guglielmone - sábado, 14 de octubre de 2017, 20:42

¡Buenísimo que te hayas sumado, Celeste!

Ahora voy a tomar la expresión n° 2 y las traducciones que hicieron hasta ahora:

- *"Para todo x que pertenece a los Reales tal que x elevado a 0 es igual a 1"*
- *"Para toda x que pertenece a los reales, se verifica que x a las cero da por resultado uno"*
- *"Para todo x que pertenece a los reales verifica que x elevado a la cero es igual a uno"*

Fíjense que podríamos escribir/decir lo que expresa ese enunciado simbólico sin necesidad de hacer una traducción símbolo a símbolo. Recuerden que, como pasa cuando aprendemos un idioma nuevo, a veces las traducciones "palabra por palabra" no son las mejores y si nos quedamos solamente con ellas, podríamos no comprender el significado del texto que estamos traduciendo. Acá pasa lo mismo, suele ocurrir que una traducción "símbolo a símbolo" nos complique la comprensión del significado de la expresión, siendo también poco natural la traducción que obtenemos.

En este caso, creo que sería más sencillo expresarlo en forma coloquial con las palabras que solemos expresarnos, como puede ser: "Todo número real elevado a la cero es igual a uno", que escribirlo/decirlo en términos de "x" haciendo una traducción símbolo por símbolo.

Por las dudas, aclaro que por ahora vamos haciendo las traducciones de los enunciados, pero no estamos diciendo nada acerca de su valor de verdad. Después avanzaremos sobre ello ;)

Espero que sigan sumándose más compañeras/os al foro!!

FIGURA 40. INTERVENCIONES DEL REGISTRO SIMBÓLICO AL COLOQUIAL

En las intervenciones presentadas en las Figuras 39 y 40, podemos observar que los alumnos realizaron conversiones símbolo a símbolo, sin recuperar el mensaje que cada expresión buscaba transmitir en el contexto trabajado. Y como el registro de llegada era el coloquial, escribieron en palabras hasta números no naturales, cumpliendo literalmente con lo pedido en la consigna.

Como se muestra, la docente buscó trabajar cada conversión de manera individual, recuperando las diferentes conversiones realizadas por los alumnos para una misma expresión. Esto lo realizó con el objetivo de facilitar el seguimiento de los mensajes y que, desde el intercambio y la reflexión, ellos lograsen recuperar los mensajes detrás de las expresiones simbólicas propuestas. Al igual que en la evaluación final, se utilizó un lenguaje informal con la intención de promover la confianza y la claridad en las explicaciones.

Si bien desde la consigna promovimos el diálogo conjunto, las interacciones *entre* los alumnos no se dieron en el foro. Creemos que la exposición junto con la falta de maduración de esta forma de comunicación pudo haber influido en la actividad (Ruiz Díaz, 2017). Igualmente, consideramos que el foro formó parte de la cognición de los estudiantes, no solamente como fuente de trabajo, sino como vehículo de pensamiento que sostuvo parte de sus aprendizajes (Perkins, 2001).

Con esta actividad reafirmamos lo señalado por Colombano, Formica y Camós (2015) respecto a que la asignación de significados realizada símbolo a símbolo no garantiza la comprensión global de una frase simbólica. Y seguimos sosteniendo la hipótesis de Camós (2013), recuperada en la Sección 2.3.1.1:

> (…) un trabajo sostenido en el tiempo de parte del docente para que los estudiantes trasciendan la lectura ingenua y comprendan que la asignación de significados "local" (decodificación) no es suficiente sin una comprensión global de las proposiciones, enunciados, demostraciones, etc., permitiría lograr mejoras en la interpretación autónoma de un texto matemático. (p. 101)

Habiendo sido esta segunda etapa una prueba piloto que se desarrolló en un período corto de tiempo y no contó con la continuidad de los alumnos en su cursado, no pudimos trabajar de manera sistemática esa lectura local o ingenua realizada por los alumnos. Igualmente, lo trabajado –con intencionalidad didáctica– conformó el primer paso para avanzar en la enseñanza del lenguaje simbólico en el contexto abordado.

4 Análisis

Partimos de un contexto que nos permitió imaginar una propuesta donde la pedagogía y la tecnología convergieran en un proyecto en el que la actividad matemática fuese el eje central y los alumnos sus protagonistas. Desde ese lugar, avanzamos en su construcción, reconociendo a las relaciones que se producen entre las personas, las tareas asignadas, las herramientas externas y el medio como sostén del conocimiento y el aprendizaje, entendiendo que no podemos individualizarlo en la cabeza de las personas (Perkins, 2001; Lave, 2001).

El diseño lo realizamos desde la idea de *inclusión genuina* de Maggio (2012), a través de la cual la autora da cuenta de la importancia de desarrollar propuestas educativas donde las tecnologías se integren con sentido epistemológico, didáctico y cultural, reconociendo los atravesamientos que tienen en las formas en que se construye actualmente el conocimiento y las tendencias culturales de las que participan nuestros alumnos.

Durante la implementación, el aprendizaje formó parte de cada una de las actividades (matemáticas y no matemáticas) realizadas, ya que, como señala Lave (2001, p. 17): "La actividad situada implica siempre cambios en el conocimiento y la acción (…), y los «cambios en el conocimiento y la acción» son centrales para lo que entendemos por «aprendizaje»". El objetivo fue la manipulación de expresiones simbólicas, pero decidimos incluir problemas con rico *potencial matemático* (Rodríguez, 2016). Esta decisión la tomamos dado el perfil que presentaban los alumnos en el contexto abordado. Si bien sabíamos que nos estábamos alejando del objetivo principal de la propuesta, los alumnos tuvieron la posibilidad de hacer uso de todos los recursos físicos, sociales y simbólicos presentes en el entorno como *vehículos de pensamiento* para sostener parte de su aprendizaje (Perkins, 2001). En la perspectiva sociocultural y constructivista desde la que trabajamos, esos recursos conformaron los instrumentos psicológicos que buscaron mediar en el aprendizaje del lenguaje matemático.

Destacamos que, de acuerdo con el proceso de mediación descripto por Vygotsky (Wertsch, 1988), existen dos tipos de mediaciones: la *mediación instrumental* que es la se realiza a través de "herramientas" (mediadores simples) y de "signos" (mediadores más sofisticados, siendo el lenguaje el principal), y converge en la *mediación social* que la hace posible. Es precisamente la mediación instrumental interpersonal –dada entre dos o más personas que cooperan en una actividad conjunta– en la que está la génesis de lo que luego constituirá la dinámica intrapsicológica de cada persona. Como señalamos en el marco teórico (Sección 2.3), el conocimiento comienza siempre en un plano social o interpersonal para luego internalizarse y hacerse intrapersonal, constituyendo el lenguaje el medio de interacción por excelencia para el desarrollo de los procesos psicológicos superiores (Vygotsky, 1934).

Partiendo desde una connotación mediacional del aprendizaje, realizamos la reconstrucción y reinterpretación de la práctica vivida (basada en la documentación), para recuperar tres fenómenos mediacionales, el conversional, tecnológico y visual, que, creemos, constituyen caminos posibles hacia el aprendizaje del lenguaje matemático. Y de los que esperamos abran nuevos recorridos en la educación matemática.

4.1 Mediación conversional

Los problemas y ejercicios propuestos durante todo el trayecto trabajaron la lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas vinculadas, principalmente, a la *conversión de representaciones* entre los registros simbólico y coloquial. Las relaciones de los alumnos con cada una de las actividades y situaciones en las que se dieron conformaron un hacer y conocer constantes como actividades inventivas de improvisación con los recursos sociales, materiales y experienciales que estuvieron presentes en cada momento (Lave, 2001).

Para los problemas de la Figura 4, la Figura 6 y la Figura 33 realizados en clase, el uso del registro simbólico representó la estrategia óptima de resolución. Pero teniendo presente que fueron varios los que usaron cantidades empíricamente verificables como justificación de los problemas, resulta fundamental que los alumnos comprendan la importancia de apoyarse en la simbología algebraica como posibilitadora de abstracción y generalización. El registro simbólico se erige en arsenal de herramientas para actuar intelectualmente, por lo que su importancia va mucho más allá de lo meramente formal o aparente (Alcalá, 2002). Tal como afirma Bruner (1997):

> Puesto que los límites de nuestras predisposiciones mentales inherentes se pueden trascender recurriendo a sistemas simbólicos más poderosos, una función de la educación es equipar a los seres humanos con los sistemas simbólicos que se necesitan para hacerlo. (p. 37)

Por otro lado, las actividades de la Figura 35, la Figura 36 y la Figura 37, fueron diseñadas para que los alumnos realizaran explícitamente conversiones entre los registros simbólico y coloquial, vinculándose de manera directa con el lenguaje matemático –desde la conceptualización adoptada para este trabajo–. Sin embargo, al tratarse de un tipo de ejercicios desconocido para los alumnos, no resultó fácil que comprendieran su relación con el aprendizaje matemático “como un proceso personal de aprovisionamiento de recursos para actuar intelectualmente” (Alcalá, 2002, p. 40).

Como mencionamos en el marco teórico (Sección 2.3.1.1), la actividad cognitiva de conversión es un proceso no reversible y sin normas para realizarlo, por lo que cambiar la representación de objetos matemáticos de un sistema a otro implica siempre un salto cognitivo (Duval, 2006). Desde las dificultades presentadas a lo largo del proyecto, y particularmente en relación con las actividades propuestas de conversión trabajadas en la segunda etapa, creemos que puede jugar un rol fundamental el *diálogo* como potenciador de comprensión en el proceso de conversión, más aún cuando, como afirma Duval (2016), en la enseñanza se tiende a marginar, tanto como sea posible, el uso de registros multifuncionales, como el lenguaje natural, permaneciendo dentro de los registros monofuncionales, como el lenguaje simbólico.

En las clases de matemática, para construir un *diálogo* que conduzca a un verdadero conocimiento, debemos tener presente los dos criterios rectores dados por Rodríguez (2016): tratar de que nuestros alumnos se den cuenta por sí mismos de cómo es la respuesta de lo que nos preguntan, y pensar qué preguntarle al alumno para que se dé cuenta de la respuesta. Para esto último, debemos buscar primero entender qué pensó el alumno antes de intervenir.

Esos criterios promueven un diálogo verdadero, basado en la libertad para preguntar y responder, donde el docente no busca llevar al estudiante hacia su forma de pensar, sino que respeta cada pensamiento y, a través de la pregunta, va buscando descubrirlo para continuar desde allí (Rodríguez, 2016).

Lamentablemente, los tiempos con los que contó este proyecto fueron limitados, pero estamos convencidos que, con otros tiempos, es posible utilizar el potencial dialógico como promotor del proceso de conversión, un proceso tan complejo que, como afirma Duval (2006, p. 149), "el problema que la mayoría de los estudiantes encuentra es tan profundo que la conversión puede ser considerada como el **umbral** de la comprensión." (negrita del autor).

4.2 Mediación tecnológica

Desde el momento en que habilitamos el ingreso de la tecnología como un recurso más del que los alumnos pudieran hacer uso cuando lo consideraban necesario, apostamos –a decir de Perkins (2001)– a una *inteligencia repartida*, donde el entorno formó parte de la misma. Como sabemos, las tecnologías han cambiado radicalmente nuestras vidas, la forma en que nos comunicamos, producimos y hacemos circular el conocimiento, por lo que la libertad provista en la actuación dentro del aula, tal como sucede fuera de ella, buscó constituir un *aprendizaje en la práctica* (Lave, 2001), donde el conocimiento se convirtiera en un constructo complejo y problemático.

Del análisis del desarrollo de toda la propuesta, recuperamos los entornos virtuales y las aplicaciones móviles como las principales tecnologías que buscaron mediar en la promoción del aprendizaje del lenguaje matemático.

4.2.1 Entornos virtuales

Es frecuente que los alumnos necesiten otros tiempos con los que no suele contar la presencialidad, por lo que "las rupturas temporales que se instalan con fuerza desde las tecnologías se convierten en un ámbito interesante para la reflexión" (Lion, 2005, p. 188). Por ejemplo, para el abordaje de los problemas de la Figura 10 y la Figura 24, y el Problema 3 de la evaluación final de la primera etapa, los alumnos debían (re)conocer previamente cierta información necesaria (conceptos, propiedades, etc.). Si apostamos por una enseñanza vinculada a la perspectiva de *la persona más el entorno* (Perkins, 2001), es imprescindible contar con suficiente tiempo. Uno de los grandes desafíos que tenemos los educadores en la presencialidad es lidiar con las limitaciones de tiempo. De lo contrario, podría ocurrir lo que sucedió con el problema de la Figura 10, donde la docente terminó resolviéndolo.

Los entornos virtuales constituyen una gran oportunidad para una educación que tenga en cuenta los diferentes modos de aprender y los distintos tiempos que necesitan los estudiantes para hacerlo. Además, integran los componentes necesarios para el seguimiento y la evaluación del progreso de los estudiantes (Coll y Monereo, 2008). La clave está en conceptualizarlos como aliados para generar propuestas pedagógicas que otorguen a los alumnos mayor protagonismo y autonomía sobre su proceso de aprendizaje, resitúen el rol del docente y recuperen los modos en que el conocimiento se construye y se difunde hoy en día (Florio, Grynwald, Lion y Soletic, 2016).

Desde ese lugar, el uso de un entorno virtual en este proyecto permitió abrir diferentes espacios de construcción de conocimientos en diversos formatos y lenguajes, y buscó atribuir un mayor protagonismo a los alumnos y estimular su pensamiento, reflexión y crítica. También, permitió realizar una evaluación y seguimiento posterior de los alumnos, lo que contribuye a orientar y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje y los resultados obtenidos; junto con la obtención de evidencias para conocer el grado de consecución de los objetivos (Coll, y Monereo, 2008).

La experiencia con este proyecto muestra una muy baja participación de los alumnos en los foros de actividades, menos de diez alumnos en cada uno, situación que –de acuerdo con lo expresado por alumnos avanzados– se da a lo largo de las carreras en las que se enmarca esta propuesta. Si bien sabemos que existen otros recursos que pueden resultar más cercanos a la realidad de los alumnos, como redes sociales y aplicaciones de mensajería, la Facultad exige a los docentes el uso del campus virtual como espacio para la presentación de contenidos y materiales, interacción y comunicación con los estudiantes. Esta exigencia es coherente con el Proyecto TIC –que se viene desarrollando desde el año 2017– donde uno de los objetivos es la virtualización de todas las asignaturas.

4.2.2 Aplicaciones móviles

En este mundo atravesado por tecnologías, la educación matemática no debería ser la excepción. De acuerdo con lo expresado hace ya tiempo por Santaló (1990) en la Conferencia Inaugural del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática:

> (…) lo primero que deben tener los educadores es un buen conocimiento del mundo exterior y de su posible evolución en los próximos años, para luego ver cómo sus enseñanzas pueden ayudar a una mejor manera de actuar en el mismo, lo que será provechoso no sólo para los alumnos, futuros interesados, sino para el conjunto de toda la sociedad.

Cuando pensamos en la resolución de ejercicios expresados en registro simbólico, como los presentes en la Figura 3 y la Figura 25, las aplicaciones móviles ofrecen un gran potencial para ser utilizadas dentro y fuera del aula. Muchas de ellas, además de dar el resultado, muestran ciertos *tratamientos matemáticos* que conducen a la solución, vinculando cada tratamiento a una explicación en coloquial que indica cómo se llega al mismo. Estos nuevos recursos en el área de matemática resultan muy interesantes para repensar, replantear y reconstruir nuestras prácticas pedagógicas.

Con esto no queremos decir que los alumnos no tengan que resolver ejercicios en las clases de matemática porque lo resuelven las tecnologías, sino que no debería ser lo único que hagan. Si reconocemos que los estudiantes piensan con y por medio de las tecnologías (Serres, 2003; Maggio, 2018), podemos aprovechar el gran potencial que nos ofrecen para "abrir un universo de otras posibilidades cuya riqueza matemática pueda llegar a ser valiosa, desafiante y, por qué no, motivadora." (Rodríguez, 2016, p. 62).

Además, como educadores debemos tener presente que "cada aspecto informativo tiene su substrato formativo de manera que la regla puede ser 'formar informando' o 'informar formando'" (Santaló, 1990), por lo que podemos reflexionar –junto a los alumnos– sobre la necesidad de *curar los contenidos* que usamos (Cobo, 2016). Particularmente, respecto a las aplicaciones móviles, existen una infinidad de descarga gratuita, por lo que es sumamente importante que los alumnos busquen información para analizar su confiabilidad y seguridad.

Teniendo presente que "los escenarios de la contemporaneidad, las tecnologías de la información y la comunicación, entramadas con la cultura y el conocimiento, generan hoy más que nunca posibilidades ricas y diversas para la enseñanza poderosa" (Maggio, 2012, p. 65), desde esta propuesta ofrecimos gran variedad de recursos previamente curados –entre ellos diversas apps– que se espera hayan abierto caminos para la experimentación, el pensamiento crítico y la construcción del conocimiento.

4.3 Mediación visual

Hace tiempo que vivimos inmersos en una sociedad donde la imagen ha sobrepasado los límites de la escritura y se ha convertido en una verdadera cultura (Ferrés, 1999; Coll y Monereo, 2008; Piscitelli, Adaime y Binder, 2010). Y ello fue posible gracias a las tecnologías que contribuyeron a configurar y afianzar una auténtica *cultura del espectáculo*, como bien la define Ferrés (1999), describiéndola desde cinco rasgos, donde uno de ellos es la primacía de lo sensorial o multisensorial. Esa cultura es la que estuvo presente en el diseño mismo de esta propuesta, donde varios de los problemas seleccionados que hacen un fuerte uso de imágenes (Figura 1, Figura 2, Figura 11 y Figura 23), habían formado parte de la actuación de innumerables personas en ambientes mediáticos, como son las redes sociales (Islas y Arribas Urrutia, 2010).

Por su parte, Eisner (1998) sostiene que hay una *dimensión expresiva del conocimiento* que contribuye al aprendizaje, ya que a medida que las personas se hacen más expertas en el uso de ciertas formas de representación, aumenta la tendencia a querer usar esas formas, acrecentando también las habilidades para su uso y las satisfacciones que generan. Esto lo observamos en la primacía de la imagen –tan presente en nuestra sociedad– que contribuye a desarrollar unas determinadas formas de hacer, de pensar y de sentir (Coll y Monereo, 2008).

Creemos que algo de todo esto se puso en evidencia desde las actitudes tan diferentes de los alumnos frente a la resolución de ejercicios que utilizaban imágenes como reemplazo o complemento del registro simbólico matemático (Figura 1, Figura 2 y Figura 9). Particularmente, la motivación sostenida en la búsqueda de la solución del acertijo dado en imágenes de la Figura 2, frente al desgano y hasta bloqueo para la resolución del sistema de ecuaciones presentado en la Figura 3. Esto resultaría interesante de abordar en futuros trabajos, ya que el registro icónico no es analizado por Duval en el sentido observado.

Si las imágenes habilitan en nuestros estudiantes nuevas formas de pensar, sentir y hacer, cabría preguntarse si no estamos desaprovechando una oportunidad para construir nuevos aprendizajes. Como bien expresa Ferrés (1999):

> Un buen navegante no se define por la capacidad de elegir los vientos con los que quiere navegar, sino por la capacidad de manejar con eficacia los vientos con los que se encuentra. Como educadores no podemos prescindir del hecho de que tenemos que realizar nuestra labor en una cultura del espectáculo. Son estos los vientos que tenemos que aprender a controlar y a manejar.[28]

5 Conclusiones

Como docentes universitarios nos encontramos frente a una incomodidad necesaria que apela a mejorar la enseñanza y a fortalecer aprendizajes vinculados con los cambios socioculturales y los nuevos escenarios digitales, enriqueciendo así nuestras instituciones educativas y sus puentes con el afuera. Es desde ese lugar que abordamos la dificultad recurrente que presentan los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración, con la lectura, escritura y, por lo tanto, la comprensión de algunas expresiones que contienen símbolos matemáticos.

Para este proyecto asumimos el desafío de diseñar e implementar una propuesta tecno-pedagógica que tuviese como objetivo promover el aprendizaje del lenguaje matemático a través de la lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas, usando la tecnología como factor de enriquecimiento de la enseñanza y potenciador del aprendizaje. Y también, que posibilitara nuevas construcciones conceptuales en el

[28] Traducción propia, p. 294.

campo de la tecnología educativa y la educación matemática de nivel superior, a partir de la reinterpretación constante de la práctica vivida, sostenida en la documentación.

Dividimos la propuesta en dos recorridos desde los que buscamos generar desafíos cognitivos de representación, tratamiento y, principalmente, conversión entre los registros simbólico y coloquial. El entorno virtual utilizado en esta propuesta (Moodle), de base constructivista en su diseño tecnológico[29], cuenta con diferentes herramientas. Nuestra decisión fue la de diseñar una propuesta didáctica en la que diésemos autonomía a los estudiantes y le cediéramos "la función ejecutiva" para la toma de decisiones. El diseño del aula virtual desde una concepción de la didáctica de la matemática que entendiera al aprendizaje como un proceso activo de construcción de significados por parte del sujeto –a través de la interacción con el medio y con los otros–, ha sido la apuesta de este proyecto.

La primera etapa estuvo destinada a alumnos ingresantes –con gran disparidad de conocimientos– y se focalizó en la manipulación de expresiones simbólicas desde un trabajo de resolución de problemas, que buscó conformar la puerta de entrada hacia el objetivo propuesto: la promoción del aprendizaje del lenguaje matemático. En esta etapa, integramos la tecnología con sentido cultural, didáctico y epistemológico, pudiendo los alumnos hacer uso de diferentes recursos físicos, sociales y simbólicos como *vehículos de pensamiento* que buscaron sostener parte de sus aprendizajes. Pero creemos que a los estudiantes les costó apropiarse de la autonomía de la propuesta, lo cual nos obliga a revisarla para futuras implementaciones.

La segunda etapa, implementada como prueba piloto, se focalizó en el desarrollo de actividades centradas en la conversión de representaciones entre los registros simbólico y coloquial, partiendo de la base de que los destinatarios fueron alumnos que ya contaban con un cierto manejo de símbolos propios de la matemática superior. Cabe destacar que la discontinuidad del grupo de alumnos (entre ambas etapas), y la ausencia de un editor de ecuaciones amigable para el trabajo en los foros de actividades, son los dos grandes obstáculos que no nos permiten afirmar si hubo un proceso de construcción de significados en relación con el aprendizaje del lenguaje simbólico. Pero de acuerdo con todo el análisis realizado a lo largo de la propuesta, consideramos que los alumnos tuvieron una aproximación a esa construcción, entendiendo que la misma no finaliza en un módulo o materia, sino que es un proceso que se da en forma lenta y gradual. Como afirma Lave (2001, p. 21), "la *comprensión* es un proceso parcial y de final abierto, mientras que al mismo tiempo existe una estructura (concebida de maneras diversas) de la actividad en el mundo."

[29] https://docs.moodle.org/all/es/Filosof%C3%ADa

Fue en la dialéctica entre la acción y la reflexión que buscamos comprender las intervenciones –generadas durante todo el recorrido de esta propuesta– desde una perspectiva epistemológica en relación con la construcción de conocimientos, y desde allí proponer nuevos caminos para favorecer el aprendizaje del lenguaje matemático.

El registro realizado de las ideas con las que construimos la propuesta y de lo percibido en el desarrollo de cada una de las prácticas, habilitó una reconstrucción *a posteriori,* que constituyó un segundo plano de análisis y posibilitó nuevas categorías interpretativas. Estas categorías se inspiraron en el proceso mediacional de construcción del conocimiento de Vygotsky, desde el cual el conocimiento comienza siempre en un plano social o interpersonal para luego internalizarse y hacerse intrapersonal.

Desde el análisis hecho, observamos que los procesos de mediación pueden ser más cercanos al área disciplinar, como la "mediación conversional" planteada en la Sección 4.1, o más cercanos a los contextos socioculturales de los alumnos, como la "mediación tecnológica" y la "mediación visual" planteadas en la Sección 4.2 y la Sección 4.3, respectivamente. Es imprescindible que los docentes reflexionemos y tomemos conciencia de la necesidad de que nuestros estudiantes comprendan lo que leen y escriben a través del registro simbólico matemático, siendo los procesos mediacionales mencionados posibles caminos para promover esa comprensión.

Este proyecto deja puertas abiertas para que se puedan generar nuevas propuestas pedagógicas que recuperen las profundas transformaciones del momento en el que nos toca educar, y contribuyan al oficio de hacer y pensar la educación como acto transformador.

6 Para seguir reflexionando…

De acuerdo con lo reafirmado en la III Conferencia Regional de Educación Superior de América Latina y el Caribe –realizada en la UNC en junio de 2018–, la Educación Superior es "un bien público social, un derecho humano y universal, y un deber de los Estados." (CRES, 2018).

Como docentes universitarios debemos asumir el compromiso de garantizar el derecho a la educación superior de la que formamos parte. Es, en ese sentido, imprescindible que mantengamos un pensamiento y reflexión constante acerca de lo que hacemos, cómo lo hacemos y cómo podemos mejorarlo, desde esa incomodidad necesaria que nos obliga a repensar nuestra tarea con responsabilidad ética y política para enriquecer la enseñanza fortaleciendo nuevas prácticas pedagógicas.

El ingreso y los primeros años en la universidad imponen grandes desafíos para el aprendizaje en los alumnos, pero fundamentalmente para la enseñanza en los docentes. El acceso masivo a la universidad de una población heterogénea enfrenta, muchas veces, a los docentes de los primeros años con estudiantes no habituados a las prácticas de lenguaje y pensamiento propias de las diferentes disciplinas, por lo que se hace necesario buscar nuevos caminos para llegar a ellas (Pogré, De Gatica, García y Krichesky, 2018).

Enfocándonos en la enseñanza de la matemática en carreras donde esta ciencia no es troncal, queremos dejar algunas preguntas abiertas para promover el pensamiento y la reflexión en el camino hacia una educación superior para todos y de la más alta calidad:

- ¿Puede influir (positivamente) en los fenómenos de desgranamiento y deserción un abordaje disciplinar desde un lenguaje vinculado al contexto sociocultural de los estudiantes?
- ¿Es posible concebir prácticas pedagógicas donde el lenguaje matemático no sea determinante en la comprensión de los contenidos disciplinares?
- ¿La tecnología puede conformar una puerta de entrada hacia una enseñanza de la matemática vinculada a los campos profesionales de las carreras?
- ¿Es el lenguaje simbólico una necesidad irrenunciable para la enseñanza de la matemática del siglo XXI?

7 Bibliografía

Alcalá, M. (2002). *La construcción del lenguaje matemático.* Barcelona: Graó.

Abrate, R., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática.* Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.

Arévalo, E., Ferro, F. y Sabulsky, G. (2017). Implementación del whatsapp como estrategia didáctica para mediar en la construcción de conocimientos. *4º Jornadas de TIC e innovación en el Aula UNLP. Más Allá del Aula Virtual. "Otros Horizontes, otros desafíos"*, 550-556.

Artacho, A. (2015). *Aplicaciones matemáticas para Android*. Recuperado el 30 de Julio de 2018, de MatemáticasCercanas.com: https://matematicascercanas.com/aplicaciones-matematicas-para-android/

Bruner, J. (1997). *La educación, puerta de la cultura.* Madrid: Visor.

Burbules, N. y Callister, T. (2001). *Educación: Riesgos y promesas de las nuevas tecnologías de la información.* España: Granica.

Cabrera, G. P. (2018). Un dispositivo didáctico para cursos de Estadística en el Nivel Superior. En M. Pochulu, *Relatos de investigación y experiencias docentes en educación matemática* (pp. 67-81). Villa María: GIDED.

Camós, C. (2013). *Un estudio sobre el uso del lenguaje natural y simbólico en la enseñanza y el aprendizaje de Matemática superior (Tesis doctoral no publicada).* Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Catamarca, Argentina.

Camós, C. y Rodríguez, M. (2009). Los lenguajes del docente y su relación con los apuntes del alumno. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología, 1*(1), 139-164.

Camós, C. y Rodríguez, M. (2015). Los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de matemática superior. *Educação Matemática Pesquisa, 17*(1), 94-118.

Camós, C., Lion, C. y Guglielmone, L. (2017). El aula universitaria expandida: una propuesta didáctica en educación matemática. *Séptimo Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación a Distancia, EduQ@2017.* Mendoza.

Camós, C., Lion, C. y Guglielmone, L. (2018). La tecnología como mediadora en la educación matemática: una experiencia con ingresantes universitarios. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología*, 22, 38-45. doi: 10.24215/18509959.22.e04

Carlino, P. (2005). *Escribir, leer, y aprender en la universidad. Una introducción a la alfabetización académica.* Buenos Aires: Fondo de Cultura Económica.

Caserio, M. y Vozzi, A. M. (2015). El impacto del Lenguaje Matemático en el aprendizaje. Una experiencia con alumnos del nivel superior. *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, Chiapas.

Chevallard, Y. (1991). Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'acitivité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble.* Grenoble: LSD2 IMAG, Université J. Fourier.

Cobo, C. (2016). *La Innovación Pendiente. Reflexiones (y Provocaciones) sobre educación, tecnología y conocimiento.* Montevideo: Colección Fundación Ceibal/Debate.

Coll, C. y Monereo, C. (Eds.) (2008). *Psicología de la educación virtual*. Madrid: Morata.

Colombano, V., Formica, A. y Camós, C. (2015). Enfoque Cognitivista. En M. Pochulu, y M. Rodríguez (Comps.), *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 115-152). Los Polvorines: EDUVIM y Ediciones UNGS.

Cornejo Endara, R., Cocilova, A. y Paolini, G. (2017). ¿Es importante, en los tiempos actuales, tener la habilidad de grafcar sin utilizar un software? Una herramienta en GeoGebra. *4º Jornadas de TIC e innovación en el Aula UNLP. Más Allá del Aula Virtual. "Otros Horizontes, otros desafíos"*, 465-469.

CRES (2018). *III Conferencia Regional de Educación Superior para América Latina y el Caribe: Declaración.* Córdoba, Argentina. Recuperado el 2 de Octubre de 2018, de http://www.cres2018.org/uploads/declaracion_cres2018%20(2).pdf

Cuicas Ávila, M., Debel Chourio, E., Casadei Carniel, L. y Álvarez Vargas, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", 7*(2), 1-34. Recuperado el 27 de Julio de 2018, de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44770209

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivisticas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*(35), 90-106.

Dabat, G., Villar, A. y Mena, M. (2016). Reflexiones sobre el modelo educativo del siglo XXI: la Bimodalidad. En A. Villar, *Bimodalidad: Articulación y Convergencia en la Educación Superior* (pp. 125-131). Bernal: Universidad Virtual de Quilmes.

de Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*(43), 19-58.

Distéfano, M. L. (2017). Procesos de significación para algunos símbolos matemáticos en estudios universitarios (Tesis doctoral no publicada). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil, Argentina.

Distéfano, M.L, Aznar, M. A., y Pochulu, M. (2014). Procesos cognitivos y significación de símbolos algebraicos en estudiantes universitarios. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. Buenos Aires, Argentina. Recuperado el 16 de Enero de 2017, de https://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1115.pdf

Distéfano, M.L, Pochulu, M., y Font, V. (2015). Análisis de la complejidad cognitive en la lectura y escritura de expresiones simbólicas matemáticas. *REDIMAT*, 4(3), 202-233. doi: 10.4471/redimat.2015.1568

Distéfano, M. L., Urquijo, S. y González, S. (2006). Enseñanza sistemática del lenguaje simbólico. *IV Conferencia Argentina de Educación Matemática. Sociedad Argentina de Educación Matemática (SOAREM).* Buenos Aires.

Distéfano M. L., Urquijo, S. y González, S. (2010) Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 23, 59-71.

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de Science Cognitives*(5), 37-65.

Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales.* Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de RSME, 9*(1), 143-168.

Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En R. Duval y A. Sáenz-Ludlow, *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*, 61-94. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Eisner, E. (1998). *Cognición y curriculum.* Buenos Aires: Amorrortu.

Ferrés, J. (1999). Educar en una cultura de l'espectacle. *Temps d'Educació*, 21, 285-295.

Florio, M. P., Grynwald, D., Lion, C. y Soletic, Á. (2016). Formar docentes para la Bimodalidad. En A. (. Villar, *Bimodalidad: Articulación y Convergencia en la Educación Superior* (pp. 243-258). Bernal: Universidad Virtual de Quilmes.

Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*(3), 325-355.

Gregori, P. y Martínez, V. (2017). Dificultades en la comunicación de las matemáticas online. *Séptimo Congreso Virtual Iberoamericano de Calidad en Educación a Distancia, EduQ@2017.* Mendoza.

Guglielmone, M. L. (2017). La tecnología como mediadora en la educación matemática: una experiencia con ingresantes universitarios. *4º Jornadas de TIC e innovación en el Aula UNLP. Más Allá del Aula Virtual. Otros Horizontes, otros desafíos.* Universidad Nacional de La Plata, La Plata.

Islas, O. y Arribas Urutia, A. (2010). Comprender las redes sociales como ambientes mediáticos. En A. Piscitelli, I. Adaime y I. Binder, *El Proyecto Facebook y la posuniversidad. Sistemas operativos sociales y entornos abiertos de aprendizaje* (pp. 147-161). Barcelona: Fundación Telefónica-Ariel.

Lave, J. (2001). La práctica del aprendizaje. En S. Chaiklin y J. Lave, *Estudiar las prácticas. Perspectivas sobre actividad y contexto* (pp. 15-45). Buenos Aires: Amorrortu editores.

Lion, C. (2005). Nuevas maneras de pensar tiempos, espacios y sujetos. En E. Litwin (Comp.), *Tecnologías educativas en tiempos de Internet* (pp. 181-212). Buenos Aires: Amorrortu.

Lion, C. (2015). Desarrollos y tejidos actuales en el campo de la tecnología educativa: caleidoscopio en movimiento. *Archivos de Ciencias de la Educación, 9*(9). Recuperado el 9 de Agosto de 2018, de https://www.archivosdeciencias.fahce.unlp.edu.ar/article/view/Archivos09a04

Lion, C. (2017). Las tecnologías y las marcas en el desarrollo de la profesión e identidad docente: parches, enmiendas y nuevos tejidos. *Revista Entramados - Educación y Sociedad, 4*(4), 33-42.

Litwin, E. (1997). *Las configuraciones didácticas. Una nueva agenda para la enseñanza superior.* Buenos Aires: Paidós.

Litwin, E. (2007). *La clase inaugural y la clase ilustrada: nuevas perspectivas para el análisis de las configuraciones didácticas del aula universitaria.* Buenos Aires: Secretaría de Ciencia y Técnica, UBA. Obtenido de https://ensbelgrano-sgo.infd.edu.ar/sitio/upload/Edith_Litwin_Perspectivas_analisis_de_configuraciones_didacticas.pdf

Maggio, M. (2012). *Enriquecer la enseñanza.* Buenos Aires: Paidós.

Maggio, M. (2018). *Reinventar la clase en la universidad.* Buenos Aires: Paidós.

Maggio, M., Lion, C., Perosi, V., Jacubovich, J. y Pinto, L. (2017). *#Tecnoedu2016. Enseñanza universitaria en movimiento.* Buenos Aires: s/ed.

Moya, M. y Ávila, M. U. (2017). El impacto de aprender cónicas en facebook. *4º Jornadas de TIC e innovación en el Aula UNLP. Más Allá del Aula Virtual. "Otros Horizontes, otros desafíos"*, 441-447.

Ortega, J. F. y Ortega, J. Á. (2001). Matemáticas: ¿un problema de lenguaje? *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA, 9*(1), 2-12.

Paenza, A. (2008). *Matemática… ¿estás ahí? Episodio 100.* Buenos Aires: Siglo Veintiuno Editores.

Paenza, A. (2012). *Matemática para todos.* Buenos Aires: Sudamericana.

Paenza, A. (2013, 29 de agosto). Un problema sencillo… ¿seguro?. *Página 12*. Recuperado el 15 de Diciembre de 2016, de https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-227827-2013-08-29.html

Perkins, D. (2001). *La Escuela inteligente .* Barcelona: Gedisa.

Perosi, V. (2017). Inmersiones. En M. Maggio, C. Lion, J. Jacubovich y L. Pinto, *#Tecnoedu2016. Enseñanza universitaria en movimiento* (pp. 11-18). Buenos Aires: s/ed.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Morata.

Piscitelli, A., Adaime, I. y Binder, I. (2010). *El Proyecto Facebook y la posuniversidad. Sistemas operativos sociales y entornos abiertos de aprendizaje.* Madrid: Fundación Telefónica-Ariel.

Pochulu, M. (2018a). *La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones.* Villa María: GIDED.

Pochulu, M. (2018b). *Relatos de investigación y experiencias docentes en educación matemática.* Villa María: GIDED.

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2018a). Clase 2: Conocimientos didácticos y matemáticos del profesor. Curso de Posgrado: Análisis y Diseño de Tareas para la Clase de Matemática en el Nivel Superior. Concepción del Uruguay, Argentina: Universidad de Concepción del Uruguay.

Pochulu, M. y Rodríguez, M. (2018b). Clase 3: Los lenguajes en clases de Matemática Superior. Curso de Posgrado: Análisis y Diseño de Tareas para la Clase de Matemática en el Nivel Superior. Concepción del Uruguay, Argentina: Universidad de Concepción del Uruguay.

Pogré, P., De Gatica, A., García, A. y Krichesky, G. (2018). *Los inicios de la vida universitaria.* Buenos Aires: teseo. Obtenido de https://www.teseopress.com/iniciosvidauniversitaria

Polya, G. (1973). *How to solve it* (2nd ed.). Princeton: University Press.

Reig, D. (2010). *Content curator, Intermediario del conocimiento: nueva profesión para la web 3.0.* Recuperado el 4 de Agosto de 2018, de http://www.dreig.eu/caparazon/2010/01/09/content-curator-web-3/

Rivas, A. (2017). Cambio e innovación educativa: las cuestiones cruciales. *XII Foro Latinoamericano de Educación*. Buenos Aires: Santillana

Rodríguez, M. (2012). Resolución de Problemas. En M. Pochulu, y M. Rodríguez (Comps.), *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 115-152). Los Polvorines: EDUVIM y Ediciones UNGS.

Rodríguez, M. (Coord.) (2016). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática.* Buenos Aires: Ediciones UNGS.

Ruiz Díaz, F. (2017). La formación presencial complementada por un EVEA institucional en el Nivel Superior. Particularidades del aspecto comunicativo en este contexto. El caso del Instituto Sedes Sapientiae. *4º Jornadas de TIC e innovación en el Aula UNLP. Más Allá del Aula Virtual. Otros Horizontes, otros desafíos.* Universidad Nacional de La Plata, La Plata.

Santaló, L. (1990). Conferencia inaugural: Matemática para no matemáticos. *Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Sevilla, España.

Serres, M. (2013). *Pulgarcita.* Buenos Aires: FCE.

Vygotsky, L. (1934). *Pensamiento y Lenguaje.* Maddrid: Visor.

Vygotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona: Grijalbo.

Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente.* Buenos Aires: Paidós.

8 Anexos

8.1 Anexo A: Encuesta Inicial

Estimad@s alumn@s:

Les pedimos, por favor, respondan a esta primera encuesta (anónima) que nos permitirá conocerlos un poco más como grupo, como así también revisar y mejorar la propuesta de enseñanza que construimos para este módulo. Tómense el tiempo que consideren necesario para contestarla. Todas las preguntas son de respuesta obligatoria.

¡Muchas gracias desde ya por responder!

Prof. Lorena

Datos personales

1) Edad

2) Género

- Femenino
- Masculino

3) ¿De qué ciudad provienes?

4) ¿En qué escuela cursaste la secundaria?

Si cursaste en más de una escuela, escribí aquella donde cursaste la mayor parte.

5) ¿En qué año terminaste la secundaria?

6) ¿Trabajas?

- Sí
- No

Sobre usos, gustos y expectativas

7) ¿Con qué frecuencia te conectas a Internet?

- Todos los días.
- Cada dos o tres días.
- Una vez por semana.
- Menos de una vez por semana.

8) ¿Qué dispositivos utilizas frecuentemente para conectarte a Internet?

- Celular.
- Computadora (netbook, notebook, PC, etc.).
- Tablet.
- Otro.

9) ¿Qué tan fácil te resulta el uso del Campus Virtual?

Contesta de acuerdo a lo que llegaste a utilizarlo hasta el momento.

- Muy fácil.
- Medianamente fácil.
- Nada fácil.
- No lo sé.

10) ¿Con qué ideas asocias la matemática?

Escribe las ideas principales con las que asocias, en general, la matemática.

11) ¿Cuánto consideras que te gusta la matemática?

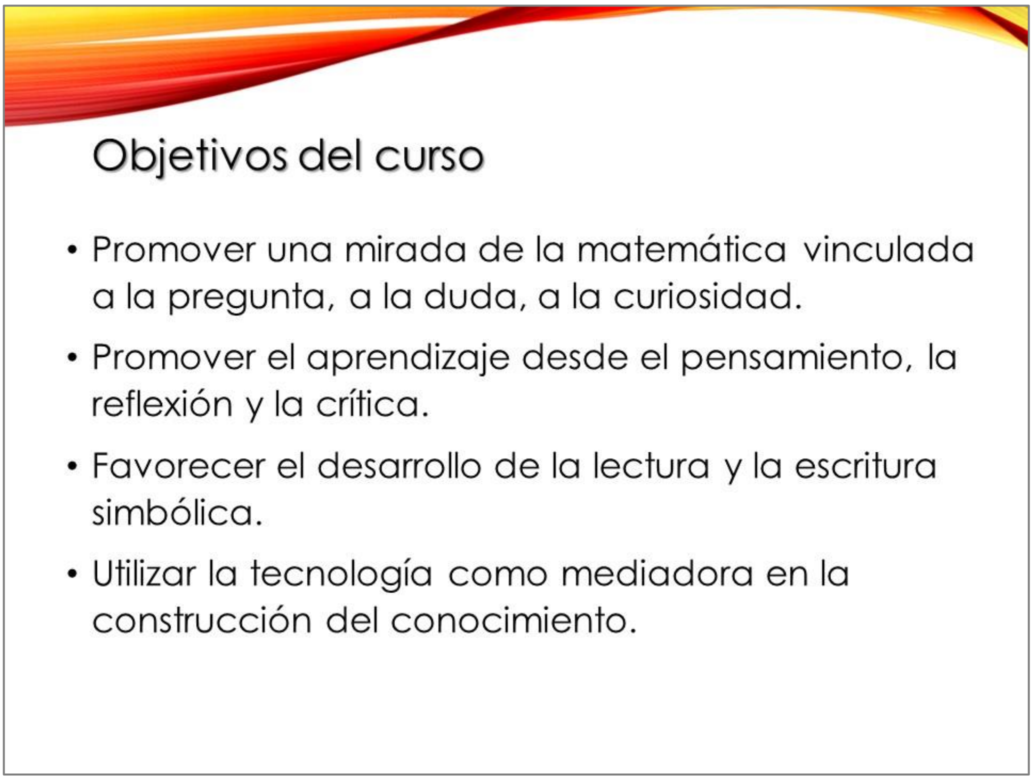
Escala de **1**: Nada al **5**: Mucho

12) ¿Qué esperas aprender en este módulo?

13) ¿Qué esperas de la docente que desarrolla el módulo?

8.2 Anexo B: Presentación multimedia de la 1° etapa

El orden de las diapositivas es el seguido en la presentación.



¿Qué espero de ustedes?

- Que pregunten y compartan sus dudas.
- Que trabajen de manera individual y colaborativa.
- Que se ayuden y apoyen entre tod@s.
- Que soliciten mi ayuda cuando necesiten.
- Que confíen en sí mismos.

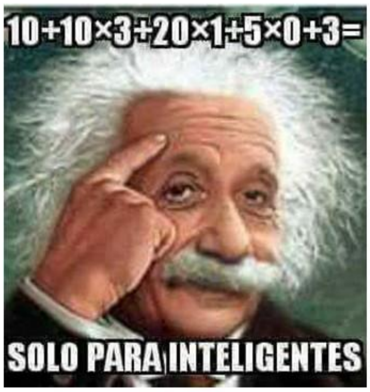
¿Qué esperan ustedes de mí? → **ENCUESTA**

Aula Virtual - Campus UNER

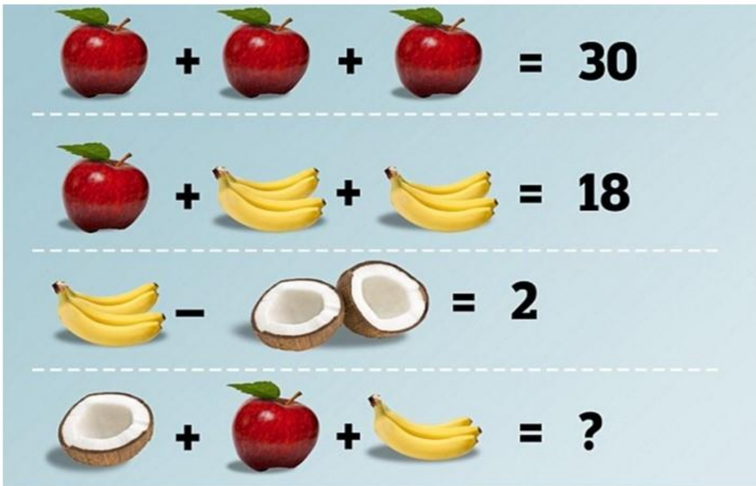
Clave de matriculación: 1234

Los símbolos… ¿qué nos dicen?

数学的



¿Para qué nos puede servir el lenguaje simbólico?



Resolvamos este sistema de ecuaciones…

$$\begin{cases} x + 8y = 18 \\ 4y - 2z = 2 \\ 3x = 30 \end{cases}$$

¿Existe algún parecido con el problema anterior de las frutas?

Algunas aplicaciones que pueden usar:

Más en el aula virtual:

¡A experimentar y crear!

Ahora ustedes serán los *¡¡creadores de problemas!!*

Les propongo que se agrupen de a dos, y que cada uno invente un nuevo problema, usando diferentes objetos, y se lo entreguen a su compañero/a.

Cuando reciban el problema del otro/a, deberán analizarlo y comentarlo, para luego entregármelo junto con el análisis realizado.

Luego, yo los publicaré en el aula virtual para compartirlos y resolverlos entre tod@s.

¡A animarse y crear!

¿Adivinamos números?

Elija cada uno un número cualquiera y sigan los siguientes pasos:

1) Súmenle seis.
2) Multiplíquenlo por dos.
3) Réstenle ocho.
4) Divídanlo por dos.
5) Réstenle el número con el que empezaron.

¿Qué número obtuvieron?, ¿por qué?

Un problema típico…

Dos amigos, Martín y Tomás, que trabajan como mozos en un bar, deciden ahorrar juntos las propinas que reciben de sus clientes durante un mes. Al final de ese período lograron reunir $1920.

Si Martín ahorró el triple de lo que ahorró Tomás, ¿cuánto ahorró cada uno?

Otro problema… ¿sencillo?

El precio de un traje y una camisa fue de 1100 pesos. Si el traje cuesta 1000 pesos más que la camisa, ¿cuál es el precio de la camisa?

 +  = **$1100**

¿En qué difiere del problema anterior?

Lenguaje Simbólico: ¿qué ventajas tiene su uso?

- Simplifica
- Aumenta la precisión
- Desafía la intuición
- Colabora para resolver problemas
- Mejora la toma de decisiones
- Es universal
- ¿Qué más?

Algunos problemas más para seguir pensando juntos…

En una casa hay una habitación grande que hay que pintar. Un pintor, llamado Juan, tarda 4 horas en pintarla solo. El otro, llamado Carlos, tarda 2 horas.

¿Cuánto tardarían si los dos se pusieran a pintarla juntos?

Algo de combinatoria…

Si se tiene una cerradura con cuatro lugares para elegir dígitos, y se pregunta:

a) ¿Cuán fácil o difícil es "acertar" el número que la abre?

b) ¿Y si no se pueden repetir los dígitos?

— — — —

Y si en lugar de diez dígitos tuviéramos solamente cuatro, ¿cómo cambian las respuestas anteriores?

— — — —

¿Se animan a generalizarlo para "x" dígitos usando una fórmula para cada caso?

Un problema con porcentajes

El encargado de compras de una empresa decidió comprar dos impresoras usadas pero que estaban en buen estado. Las consiguió a través de dos personas distintas que se las vendieron en operaciones separadas. El gerente general, cuando se enteró de lo que había sucedido, decidió que no eran necesarias y que debían deshacerse de ellas. Así fue como pusieron un aviso en el diario y lograron venderlas a 1200 pesos cada una. Al hacer las cuentas, advirtieron que con una de ellas habían *ganado* un 20% en tanto que con la otra habían *perdido* un 20% (de lo que habían pagado por cada una).

¿Es posible decidir si el dinero que recuperaron fue el mismo que el que habían invertido? O sea, ¿la empresa ganó o perdió dinero con las operaciones? ¿O es como si no hubiera pasado nada?

Uno de figuras geométricas

¿Cuál será la longitud del lado de un cuadrado que esté inscripto en un círculo de radio dos cm.?

Y bajo esas condiciones:

- ¿Cuál será el perímetro del cuadrado y del círculo?
- ¿Cuál será la diferencia entre las áreas de las dos figuras? Representarla gráficamente.

Y por último… ¿cambiarían las respuestas anteriores si el cuadrado estuviese circunscripto al círculo?

8.3 Anexo C: Evaluación Final

Problema 1: Remeras

Juan tiene 5 remeras menos que María y Clara tiene 3 veces más remeras que Juan. Si María tiene *n* remeras, ¿cuál de estas expresiones representa el número de remeras que tiene Clara?

a) 5 – 3n
b) n – 5
c) 3n – 5
d) 3.(n – 5)

Retroalimentación:

De acuerdo con el enunciado, a la cantidad de remeras que tiene María la simbolizamos con una **n**. Partiendo desde allí, podemos ir traduciendo en símbolos los demás datos:

Como Juan tiene 5 remeras menos que María, en símbolos queda: n – 5. Y como Clara tiene 3 veces más remeras que Juan, en símbolos resulta: **3.(n-5)**

Problema 2: Edad

Si al doble de mi edad le aumento 5, obtendré lo que me falta para tener 80 años.
¿Cuántos años tengo?

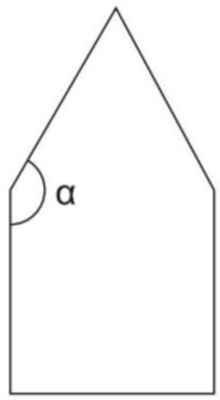
a) 25 años
b) 35 años
c) 73 años
d) 75 años

Retroalimentación:

Acá el lenguaje simbólico nos puede resultar de mucha ayuda para resolver el problema. Si llamamos con "x" a la edad (cantidad de años), entonces podemos hacer una traducción del enunciado dado en lenguaje natural, a una expresión en símbolos: $2x + 5 = 80 - x$

El primer miembro hace referencia a la primera parte de la oración, la palabra "obtendré" la traducimos en un signo igual, y el segundo miembro hace referencia a la segunda parte de la oración. Entonces, despejando la "x" llegamos a que la edad es de 25 años.

Problema 3: Figuras



La figura está formada por un cuadrado y un triángulo equilátero. El ángulo α mide:

a) 120°

b) 150°

c) 180°

d) 360°

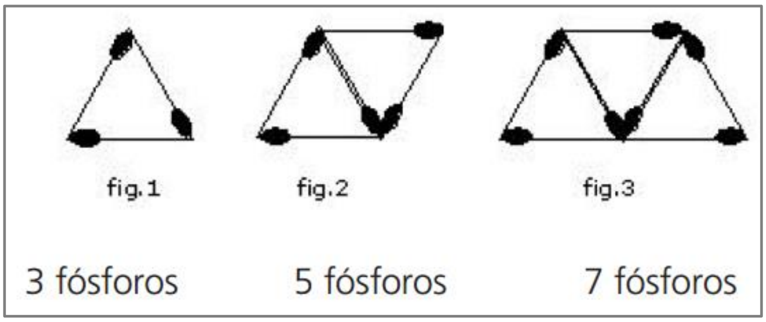
Retroalimentación:

Aquí tenemos que recordar algunos conceptos y propiedades:

- La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180°.
- Un triángulo equilátero es aquel que tienen sus lados y ángulos iguales.
- Un cuadrado tiene todos sus ángulos rectos (90°).

Entonces, con toda esa información es posible responder que el ángulo α mide **150°**, ya que resulta de sumar 90° (ángulo recto del cuadrado) y 60° (medida de cada uno de los ángulos de un triángulo equilátero: 180°/3 = 60°).

Problema 4: Fósforos



Esta sucesión de figuras se armó con fósforos. La figura siguiente siempre tiene dos fósforos más que la anterior. ¿Cuál podría ser una fórmula que permita calcular la cantidad de fósforos que habrá en la figura *n* de la sucesión?

a) n + 2

b) 2 . n + 1

c) 3 . n
d) 2 . n – 3

Retroalimentación:

Lo primero que debemos hacer es comprender el enunciado, como en todo problema. Aquí, en particular, hay que darse cuenta de que con "n" hacemos referencia a la figura y NO a la cantidad de fósforos. Entonces, si comprendimos que n representa el número de figura, una posibilidad de resolución (no la única) podría ser ir reemplazando en cada fórmula la variable "n" por los números de figura y determinar cuál es la fórmula que nos permite calcular la cantidad de fósforos.

Por ejemplo, si consideramos la fórmula n + 2, podremos probar que no es la correcta reemplazando por el número de cada figura. Si reemplazamos la "n" por 1 (figura n° 1), estaría funcionando, porque: 1 + 2 = 3 fósforos en la primera figura, pero al reemplazar por 2 (figura n° 2), entonces la fórmula no nos estaría dando el total de fósforos de la segunda figura, ya que: 2 + 2 = 4, pero la segunda figura tiene 5 fósforos.

De la misma manera podríamos seguir probando con el resto de las fórmulas propuestas.

Otra posibilidad sería mirar la sucesión de figuras y, sin mirar las opciones, construir a partir de las figuras una fórmula que nos permita calcular el número de fósforos desde el número de figura. Deberíamos, por supuesto, llegar a la fórmula correcta: 2.n + 1

Problema 5: Precio

Con un descuento del 20% el precio de liquidación de un artículo es de $ 220. ¿Cuál es el precio original del artículo?

Seleccione una:

a) $275
b) $264
c) $200
d) $176

Retroalimentación:

Podemos pensarlo como una proporción o a través de una regla de tres: Si 80% representa $220, entonces 100% es: (100x220)/80 = $275.

<u>Importante</u>:

Recuerden lo que vimos en las clases del curso: si uno tiene un número al que lo disminuye en un cierto porcentaje y luego lo aumenta en el mismo porcentaje, NO obtenemos el número original. Lo mismo pasa al revés.

Problema 6: Niños

El número de niños (x) superó los 42 asientos del micro. ¿Cuál es la expresión que indica esta situación?

Seleccione una:

a) $x \geq 42$

b) $x \leq 42$

c) $x < 42$

d) $x > 42$

Retroalimentación:

La palabra "superó" equivale a decir que "fue mayor", por lo que la respuesta correcta es $x > 42$.

Problema 7: Alfajores

Un vendedor ambulante compró una caja de 120 alfajores a $300. Vendió cada alfajor a $4. Para saber cuánto dinero va a ganar si vende todos los alfajores hace los siguientes cálculos:

(1) 300: 120 = 2,5

(2) 4 – 2,5 = 1,5

(3) 1,5 x 120 = 180

¿Qué averiguó cuando hizo el segundo?

Seleccione una:

a) La cantidad de alfajores

b) Lo que gana con cada alfajor

c) Lo que costó cada alfajor

d) La cantidad de alfajores que vende

Retroalimentación:

- El cálculo 1 nos informa lo que costó cada alfajor.
- El cálculo 2 se trata de la diferencia entre el precio de venta y el de compra de cada alfajor, por lo que nos da lo que gana el vendedor con la venta de cada alfajor.
- El cálculo 3, al multiplicar lo que gana por cada alfajor por el total de alfajores, da como resultado lo que gana en total vendiendo todos los alfajores de la caja.

Problema 8: Combustible

El auto de Lucía carga 30 litros de combustible. Entra a la estación de servicio con 12 litros. El surtidor arroja 1 litro cada 3 segundos. ¿En cuántos segundos se llenará el tanque si el surtidor continúa funcionando al mismo ritmo?

Seleccione una:

a) 90

b) 36

c) 54

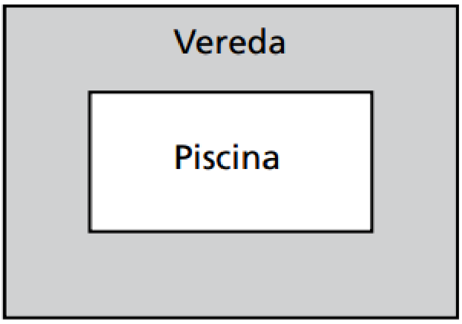
d) 14

Retroalimentación:

Como Lucía ingresó con su auto con 12 litros, pero carga en total 30 litros, entonces necesitará cargar 18 litros más para completar el tanque (30 - 12 = 18). Y si un litro se carga en 3 segundos, entonces los 18 litros que debe cargar se completarán en: 18x3 = 54 segundos.

Problema 9: Piscina

En un terreno rectangular de 140 m2 se construye una piscina de 10 m por 6 m. La piscina está rodeada por una vereda que tiene un ancho constante. ¿Cuál es el ancho máximo que puede tener la vereda?



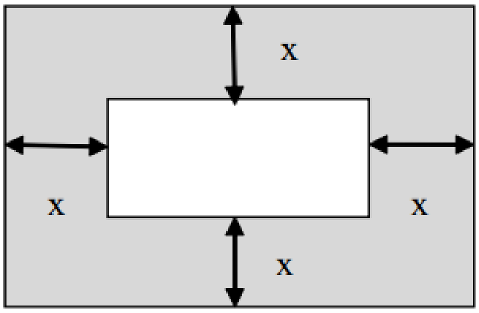
El dibujo
no está en escala

Retroalimentación:

Los datos del problema son:

- Área del rectángulo mayor: 140 m2
- Medidas de los lados del rectángulo menor (incluido en el mayor): 10 m y 6 m.
- La piscina (el rectángulo menor) está rodeada por una vereda de un cierto ancho desconocido pero constante, que es lo que hay que hallar.

Si llamamos con **x** al ancho de la vereda, podríamos utilizar una figura, como la que aparece a continuación, que nos ayude a pensar cómo utilizar la información dada para resolver el problema:



A partir de esta figura, se puede plantear una ecuación que exprese que el área total (base x altura) es igual a 140. La expresión del área del rectángulo mayor requiere encontrar formas de expresar las medidas de sus lados, y para eso debemos darnos cuenta de que cada lado puede obtenerse a partir de sumar dos veces el valor de **x** a las medidas de los lados del rectángulo menor (10 m y 6 m). Entonces, en símbolos resulta la siguiente ecuación:

$(10 + 2x).(6 + 2x) = 140$

Par encontrar la solución, debemos resolver la ecuación:

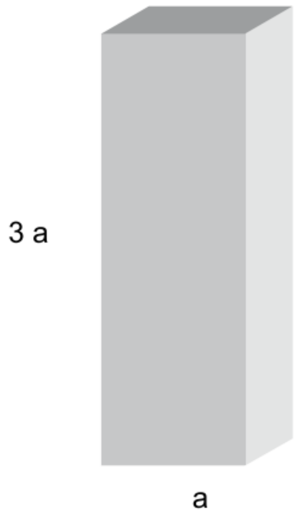
$60 + 20x + 12x + 4x^2 = 140$

$4x^2 + 32x + 60 = 140$

$4x^2 + 32x – 80 = 0$

Aplicando la fórmula resolvente, obtenemos las soluciones son $x_1 = 2$ y $x_2 = -10$. Pero la última no es un valor posible para una medida (por ser un número negativo) y, por lo tanto, debe descartarse. Entonces la solución del problema es: **x = 2** (metros).

Problema 10: Caja



¿Cuál es el volumen de la caja si la base es un cuadrado de lado **a** y la altura es igual a **3a**?

Retroalimentación:

Para calcular el volumen de la caja (prisma) hay que multiplicar el área de la base por la altura. Como se trata de una caja de base cuadrada, al área de la base estará dada por: $a.a = a^2$

Por lo tanto, el volumen será: (área de la base) x altura = $a^2.3a$ = $\mathbf{3a^3}$

8.4 Anexo D: Encuesta Final

Estimad@s alumn@s:

Les pido que respondan a esta encuesta final (anónima) del módulo de Métodos y Técnicas del Trabajo Intelectual en el área de Matemática. Es muy importante para mí que puedan tomarse un tiempito para contestarla -a conciencia y con la mayor sinceridad posible- ya que ello me permitirá evaluar lo realizado durante este mes y hacer los ajustes necesarios para seguir mejorando el curso.

Si bien todas las preguntas no son de respuesta obligatoria, les pido por favor que intenten responder toda la encuesta.

¡Muchas gracias desde ya!

Prof. Lorena

Acerca del curso

1) ¿Qué te pareció el curso?
Escala de **1**: Malo al **5**: Excelente

2) Por favor, justificá tu respuesta anterior

3) ¿Considerás que este curso te sirvió para mejorar tus conocimientos?
- Sí
- No
- No sabe/No contesta

4) Por favor, justificá tu respuesta anterior.

Acerca de las clases presenciales

5) ¿Concurriste a las cuatro clases presenciales?
- Sí
- No

6) En caso de no haber concurrido a todas las clases, ¿por qué no asististe?

7) ¿Te gustaron los problemas propuestos en las clases?
- Sí
- No
- No sabe/No contesta

Acerca de la docente

8) ¿Cómo evaluás a la profesora que dio el curso?
Escala de **1**: Mal al **5**: Excelente

9) Por favor, justificá tu respuesta anterior.

Acerca del aula virtual

10) ¿En qué medida has recorrido los distintos recursos y actividades propuestos en el aula virtual?

Escala de **1**: Muy poco al **5**: Todo

11) ¿Qué te parecieron los recursos ofrecidos (aplicaciones, canales de YouTube y charlas TED) en el aula virtual?

- No vi ninguno
- Malos
- Regulares
- Buenos
- Muy buenos

12) ¿Has utilizado alguna de las aplicaciones para celulares propuestas en el curso?

- Sí
- No
- No sabe/No contesta

Finalizando...

13) Sugerencias y comentarios

Por favor, escribí las sugerencias y/o comentarios que, en tu opinión, podrían mejorar el dictado de este curso.

8.5 Anexo E: Uso de Tecnología en Matemática

¡Hola chic@s!

Les pido, por favor, respondan a esta encuesta con la que busco dar cuenta del uso que vienen haciendo de las diferentes tecnologías para estudiar y aprender Matemática en la Universidad. Es muy importante para mí que la contesten, ya que me permite seguir trabajando sobre cómo incorporar la tecnología en la educación matemática de nivel superior.

La mayoría de las preguntas son de respuesta cerrada, por lo que no les tomará más de cinco minutos responderla.

¡Muchas gracias desde ya!

Prof. Lorena

1) Indica la frecuencia con que utilizas las siguientes tecnologías para estudiar matemática.

	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Aplicaciones de celular				
Programas de computadora				
Canales de YouTube				
Páginas Web				
Redes sociales				
Otra/s				

2) Indica la frecuencia de los usos que le das a las tecnologías nombradas en el punto anterior.

	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Para comprobar resultados				
Para resolver ejercicios				
Para ver el paso a paso de una resolución				
Para sacarme las dudas que tengo				
Redes sociales				
Otro/s				

3) Escribe cuáles son las aplicaciones, programas, canales de YouTube, páginas web, etc. que más utilizas para estudiar matemática.

Por favor, indica solamente el nombre de los mismos.

4) ¿Cuánto considerás que sirve la tecnología para aprender matemática en la Universidad?

Responde de acuerdo a tu experiencia en este primer cuatrimestre de cursado.

- Mucho
- Bastante
- Poco
- Nada
- No sé

8.6 Anexo F: La tecnología en el aprendizaje de la matemática

¡Hola chic@s!

Les pido que respondan a esta encuesta anónima con la que busco dar cuenta del uso que vienen haciendo de las diferentes tecnologías para estudiar y aprender Matemática en la Facultad. Es muy importante para mí que la contesten, ya que me permite seguir trabajando sobre cómo incorporar la tecnología en la educación matemática de nivel superior.

¡Muchas gracias desde ya!

Prof. Lorena Guglielmone

1) Para aprender matemática, ¿has utilizado algún recurso y/o herramienta tecnológica?

Responde desde tu experiencia en el estudio de la o las materias de matemática que cursaste en la Facultad.

- Sí
- No
- No sé

Si has respondido que sí en la pregunta anterior, por favor, responde las dos que siguen...

2) Indica la frecuencia con que utilizaste las siguientes tecnologías para aprender/estudiar matemática.

	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca
Aplicaciones de celular				
Programas de computadora				
Canales de YouTube				
Páginas Web				
Redes sociales				
Otra/s				

3) En el aprendizaje de la/s asignatura/s del área de matemática que cursaste, ¿cuánto considerás que te ayudaron a aprender las tecnologías usadas?

Responde de acuerdo a tu experiencia personal en la o las materias de matemática cursadas en la Facultad.

Escala de **0**: Nada al **5**: Mucho

8.7 Anexo G: Presentación multimedia de la 2° etapa

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS

UNER

Facultad de Ciencias de la Administración

PROYECTOS DE INNOVACIÓN E INCENTIVO A LA DOCENCIA 2017

Denominación del Proyecto:

“Lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas como estrategia didáctica en el ingreso a la universidad”

Carreras:

- Contador Público
- Licenciatura en Ciencias de la Administración

Espacios y cátedras participantes:

- Métodos y Técnicas del Trabajo Intelectual (Área Matemática)
- Matemática Discreta y Álgebra Lineal

Docentes responsables:

- Lic. María Lorena Guglielmone
- Lic. Mabel Gay

Dirección para notificaciones: mlguglielmone@gmail.com

JUSTIFICACIÓN

La situación pedagógica que se intentará mejorar es el escaso dominio del lenguaje simbólico que presentan los alumnos cuando ingresan a la universidad, lo que dificulta la comunicación y el aprendizaje de la matemática superior. Los alumnos que ingresan a carreras universitarias que contienen Matemática en su plan de estudios, se enfrentan a la necesidad de leer y escribir utilizando símbolos que son de uso exclusivo de esta disciplina y que, en general, no se han utilizado con frecuencia en el nivel medio.

El manejo e interpretación del lenguaje simbólico es muy necesario, ya que es utilizado por los docentes del área disciplinar de manera constante en el desarrollo de sus clases, como también en los apuntes de cátedra y bibliografía sugeridas, esperando a su vez que los alumnos puedan utilizar dicho lenguaje en las resoluciones que lo requieran (Distéfano, Pochulu y Font, 2015). En particular, en la enseñanza en el aula, los docentes suelen combinar el lenguaje simbólico con el coloquial, usando el primero exclusivamente para la escritura en el pizarrón y el segundo, en forma oral, para explicar y aclarar los conceptos escritos de manera simbólica. Lo que no suelen advertir es que, en general, "existe una distancia entre su claridad en lenguaje coloquial y lo que al mismo tiempo registran simbólicamente en el pizarrón" (Colombano, Formica, y Camós, 2015, p. 137).

Por otra parte, hay evidencias de que los alumnos que ingresan al nivel superior presentan dificultades para leer y/o escribir utilizando el lenguaje simbólico (Camós y Rodríguez, 2009; Distéfano, Urquijo y González de Galindo, 2010; Camós y Rodríguez, 2015; Distéfano, Pochulu y Font, 2015). En particular, en el desarrollo de la práctica docente con los alumnos ingresantes a las carreras de Contador Público y Licenciatura en Ciencias de la Administración, se viene observando –hace ya varios años– la dificultad recurrente que presentan con la lectura y escritura de expresiones que contienen símbolos matemáticos. Esa dificultad queda registrada en los exámenes parciales y finales de la asignatura "Matemática Discreta y Álgebra Lineal", perteneciente al primer cuatrimestre del primer año de dichas carreras.

FUNDAMENTACIÓN

En la Sociedad de la Información en la que nos encontramos inmersos, lo que los estudiantes necesitan del sistema educativo, no es simplemente información, sino fundamentalmente la orientación, acompañamiento y guía durante el proceso de construcción de sus conocimientos, y la atribución de significado y sentido a los contenidos de aprendizaje que esa construcción supone (Coll y Monereo, 2008).

Es por ello que este proyecto se enmarca dentro del paradigma *crítico*, entendiendo al aprendizaje como un proceso activo de construcción de significados por parte del sujeto, a través de la interacción con el medio y con los otros. A decir de Vygotsky, el conocimiento comienza siempre en un plano social o interpersonal para luego internalizarse y hacerse intrapersonal, constituyendo el lenguaje el medio de interacción por excelencia para el desarrollo de los procesos psicológicos superiores como la comprensión y la producción de símbolos. Desde esta perspectiva socio-cultural y constructivista del aprendizaje, se buscará trabajar sobre la significación del lenguaje matemático, evitando lecturas ingenuas de los símbolos. Ese proceso de significación estará apoyado y mediado por un entorno virtual como herramienta de pensamiento e inter-pensamiento, es decir, como instrumento psicológico en el sentido vygotskiano de la expresión (Coll y Monereo, 2008).

Desde ese lugar, se generarán espacios compartidos de reconstrucción crítica en los que el acceso a los recursos y actividades de aprendizaje se vea favorecido por tiempos de pensamiento que no se reduzcan al ensayo y al error. Esto conduce a la idea de aprendizaje vinculado a la interacción y a la socialización, lo que en matemática superior está fuertemente condicionado por la mediación simbólica.

En el caso de la Matemática se da una situación particular, ya que los conceptos matemáticos no remiten a objetos reales y, por consiguiente, se debe recurrir a diferentes representaciones para su estudio, teniendo en cuenta que éstas no constituyen el objeto matemático en sí, sino que lo representan y ayudan a su comprensión. Y aquí es donde se da la paradoja cognitiva del pensamiento matemático que describe Duval (citado en D'Amore, 2004)**:** por un lado, las representaciones posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos, y por otro, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual.

El apropiarse de un concepto matemático requiere de algo más que simplemente nombrarlo, y esa apropiación está asociada al uso de diferentes sistemas de representación (Duval, 2006). En particular, el *lenguaje simbólico* como sistema de representación es central para el abordaje de los conceptos matemáticos en el nivel superior, concibiéndolo "como una colección de significantes con sus significados aceptados por la comunidad académica para cada contexto comunicacional en el que sean considerados" (Camós y Rodríguez, 2015, p. 101).

OBJETIVOS

El objetivo principal de este proyecto será promover la lectura, la escritura y la comprensión de expresiones simbólicas matemáticas en los alumnos ingresantes que cursaron o cursan la asignatura Matemática Discreta y Álgebra Lineal durante el año 2017, trabajando sobre las actividades cognitivas de representación, tratamiento y, principalmente, conversión entre el lenguaje simbólico y el lenguaje natural.

Para ello se utilizará, como complemento y apoyo, un espacio en el campus virtual UNER, dentro de las actividades y recursos propuestos por la cátedra Matemática Discreta y Álgebra Lineal, que buscará promover la curiosidad y el interés, a través de "la búsqueda de respuestas compartidas, negociadas, discutidas, que recuperan lo valioso de cada opinión y la búsqueda permanente del autocuestionamiento, de la autoevaluación y de la posibilidad de entender que el aprendizaje es un proceso." (Lion, 2005, p. 186).

METODOLOGÍA

Este proyecto forma parte de la tesis "Lectura, escritura y comprensión de expresiones simbólicas como estrategia didáctica en el ingreso a la universidad: construyendo significados con tecnologías. El caso de la Facultad de Ciencias de la Administración de la Universidad Nacional de Entre Ríos" de la Maestría en Procesos Educativos mediados por Tecnologías de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. La misma está siendo desarrollada por la Lic. María Lorena Guglielmone, bajo la dirección de la Dra. Cristina Camós y la co-dirección de la Dra. Carina Lion.

El proyecto se llevará a cabo durante el segundo cuatrimestre de 2017. Será optativo para todos los alumnos ingresantes de las carreras de Contador Público y Lic. en Ciencias de la Administración que hayan cursado la asignatura Matemática Discreta y Álgebra Lineal durante el primer cuatrimestre y formará parte de las actividades propuestas por la cátedra para los alumnos que cursan durante el segundo cuatrimestre.

Se hará uso de una modalidad semipresencial que buscará reinterpretar los ritmos de la enseñanza y del aprendizaje a la luz de la influencia tecnológica y redimensionarlos para favorecer procesos críticos de apropiación del conocimiento.

Virtualidad:

En el aula virtual se habilitarán varios foros, representando distintos **"**espacios" relacionados a los diferentes temas abordados en la asignatura Mat. Discreta y Álgebra Lineal, buscando dar cuenta de cada uno de los *contextos comunicacionales* dentro de los cuales se trabajará. Las actividades a realizar en el aula virtual estarán enfocadas en la conversión de expresiones simbólicas a lenguaje natural, intentando trascender la simple decodificación que se da cuando solamente se muestra un conocimiento local de los nombres asociados a cada símbolo utilizado y se deja de lado el mensaje global que las expresiones simbólicas conllevan. Con el uso del entorno virtual se buscará que los alumnos participen en los foros, a través de la escritura, como lo tienen que hacer en los exámenes parciales y/o finales de todas las asignaturas del área**.** Entonces, cada estudiante, dependiendo de lo que más le cuesta, gusta, etc., podrá elegir el o los espacios en los cuales quiera participar. De esta manera se espera trabajar de una manera más individual con cada alumno, ya que serán ellos los que elijan en cuál/es contexto/s participar y en qué momentos hacerlo, pero a su vez las actividades se propondrán para promover el pensamiento crítico, las posibilidades de negociar con el otro, de colaborar y trabajar en conjunto.

Presencialidad:

Siguiendo en esa misma línea propuesta para la virtualidad, en los encuentros presenciales se trabajará por temas (los mismos que en el aula virtual), pudiendo cada alumno también elegir en cuál/es quiere participar, remarcando la importancia del trabajo en contexto. Desde los encuentros presenciales se trabajará, dentro de cada contexto comunicacional, lo relativo al uso y aplicación del lenguaje simbólico, promoviendo actividades individuales y grupales donde los alumnos hagan un uso comprensivo de los símbolos poniendo en juego no solamente el significado de cada símbolo utilizado, sino también el mensaje que con cada expresión se quiere transmitir.

En estas instancias presenciales los alumnos podrán utilizar sus dispositivos móviles (celulares, tablets, netbooks, etc.) como *vehículos del pensamiento* que sostienen parte del aprendizaje, entendiendo a la persona más su entorno como un sistema único al cual se enfocará toda la propuesta (Perkins, 1995). Este uso de dispositivos como mediadores del aprendizaje estará vinculado a la forma de trabajo llevada a cabo en el módulo de Métodos y Técnicas del Trabajo Intelectual en el área de Matemática del Curso de Ambientación a la Vida Universitaria 2017, donde se utilizó la estrategia de *curación de contenidos* para ofrecer a los estudiantes –a través del aula virtual– diversos recursos, como aplicaciones para celulares, canales de YouTube, charlas TED, entre otros, que abrieron diferentes caminos para la construcción del conocimiento, teniendo en cuenta lo afirmado por Cobo (2016) en relación a que el aprendizaje no depende de la tecnología utilizada sino de la forma en que se la adopta y de las condiciones que favorecen su aprovechamiento.

Se dejará registro de lo trabajado en los diferentes encuentros presenciales, a través de fotos de cuadernos, pizarrones, etc. Esto se hará no solamente para que quede evidencia de lo realizado, sino para poder reflexionar sobre lo hecho, planteando nuevas dudas, preguntas y propuestas en los encuentros posteriores, como retroalimentación de lo realizado que permita repensar y reflexionar sobre la práctica.

CONFORMACIÓN DEL EQUIPO

- Lic. María Lorena Guglielmone
- Lic. Mabel Gay
- Lic. Fabiana Agout
- Lic. Patricia Crivelli Duboué

DESTINO DEL FINANCIAMIENTO

Compra de:

Cantidad	Concepto y Características	Precio Unit.	Total
6	Puntero Presentador Láser Inalámbrico	1000	6000
	TOTAL		**$ 6000**

BIBLIOGRAFÍA

Camós, C. y Rodríguez, M. (2009). Los lenguajes del docente y su relación con los apuntes del alumno. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, *1*(1), 139-164.

Camós, C. y Rodríguez, M. (2015). Los lenguajes natural y simbólico en la enseñanza de matemática superior. *Educação Matemática Pesquisa*, *17*(1), 94-118. Recuperado a partir de http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/21114/pdf

Cobo, C. (2016). *La Innovación Pendiente. Reflexiones (y Provocaciones) sobre educación, tecnología y conocimiento.* Colección Fundación Ceibal/ Debate: Montevideo.

Coll, C. y Monereo, C. (2008). *Psicología de la educación virtual*. *Aprender y enseñar con las Tecnologías de la Información y la Comunicación* (1st ed.). Madrid: Morata.

Colombano, V., Formica, A., y Camós, C. (2015). Enfoque Cognitivista. En P. Barreiro, A. Bressan, C. Camós, G. Carnelli, I. Casetta y C. Crespo Crespo et al., *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* (1st ed., pp. 115-152). Buenos Aires: Editorial Universitaria Villa María - Universidad Nacional de General Sarmiento.

D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno*, 35, 90-106.

Distéfano, M., Urquijo, S., y González de Galindo, S. (2010). Una intervención educativa para la enseñanza del lenguaje simbólico. *UNIÓN*, *23*, 59-70. Recuperado a partir de http://www.fisem.org/www/union/revistas/2010/23/Union_023_010.pdf

Distéfano, M., Pochulu, M., y Font, V. (2015). Análisis de la complejidad cognitiva en la lectura y escritura de expresiones simbólicas matemáticas. *REDIMAT*, *4*(3), 202-233. doi:10.17583/redimat.2015.1568

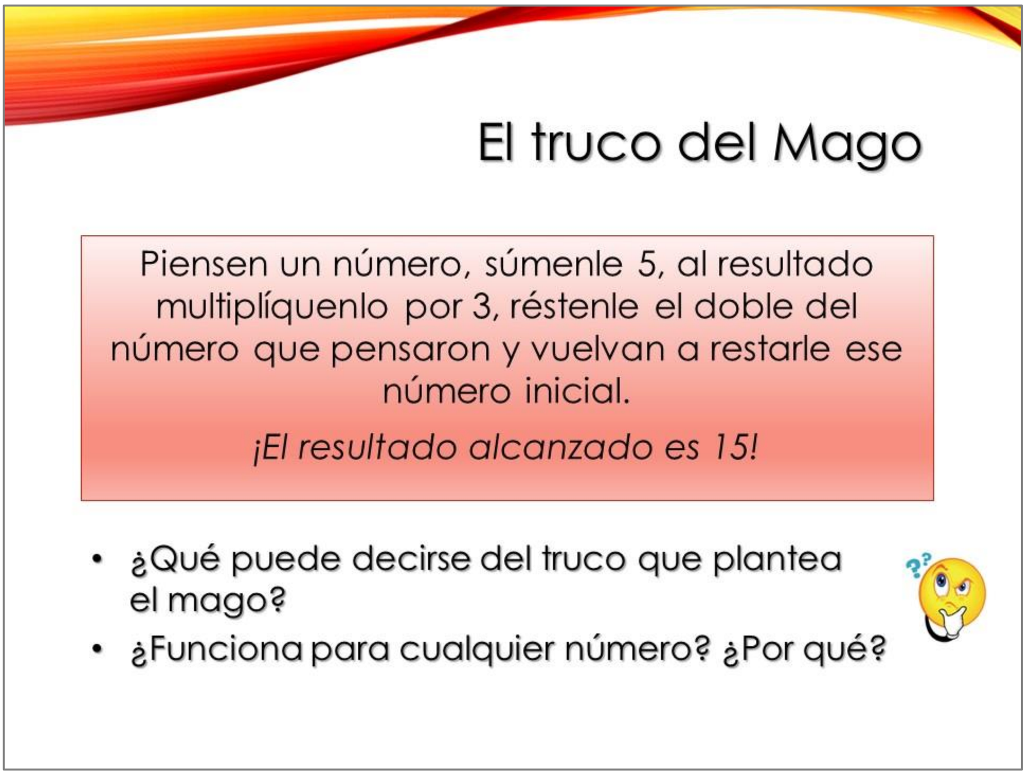
Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de RSME, 9(1)*, 143-168.

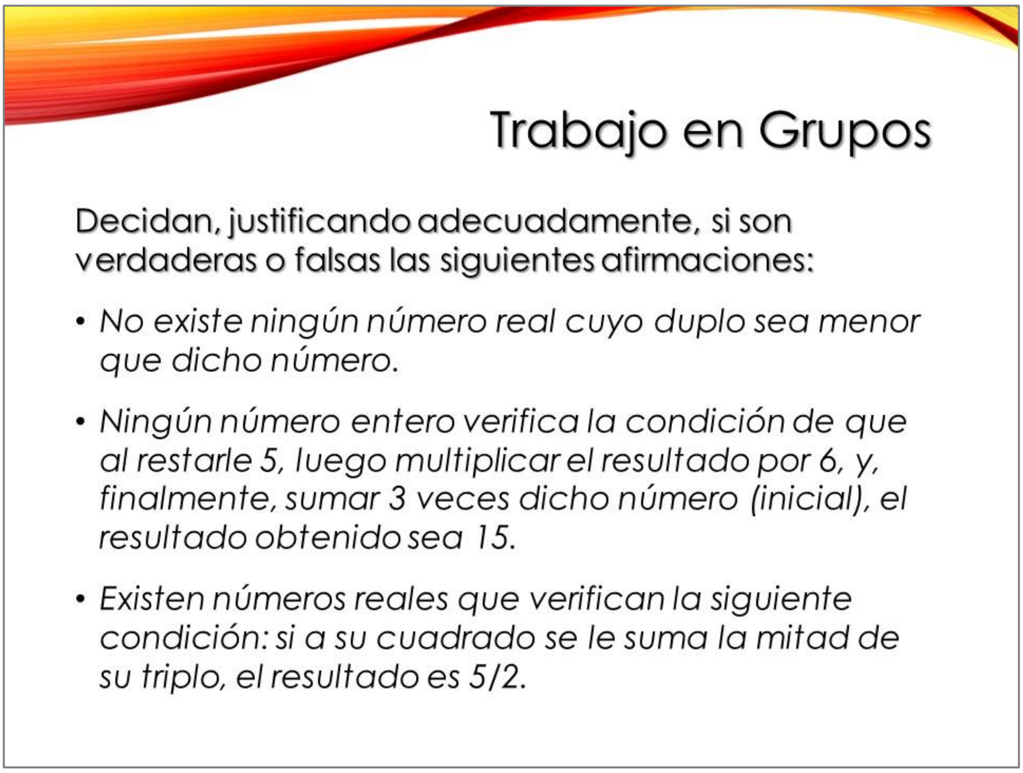
Lion, C. (2005). Nuevas maneras de pensar tiempos, espacios y sujetos. En E. Litwin, *Tecnologías educativas en tiempos de Internet* (1st ed.). Buenos Aires: Amorrortu editores.

Perkins, D. (1995). *La Escuela inteligente* (1st ed.) Barcelona: Gedisa.

8.8 Anexo H: Presentación multimedia de la 2° etapa

El orden de las diapositivas es el seguido en la presentación.





Para pensar y debatir…

- Comparen si resolvieron del mismo modo cada uno de los ítems anteriores. Identifiquen, en cada caso, lo que les basta utilizar para tener certeza de si es verdadera o falsa.
- ¿Es posible que hayan utilizado distintos recursos para tener certeza si cada proposición era V o F?

Registren ante qué tipo de afirmaciones (proposiciones) deberán, necesariamente, utilizar símbolos para resolver y cuándo no es necesario

Completen la siguiente tabla

Símbolo	¿Cómo se lee?	Escriban un ejemplo utilizando el símbolo del que se pueda afirmar que es VERDADERO
$\forall$		
$\exists$		
$\wedge$		
$\vee$		
$\Rightarrow$		
$\Leftrightarrow$		
$\in$		
$\subset$		

Completen cada expresión para que resulten equivalentes

En palabras	En símbolos
Todos los números …………… son …………………….. que 1	$\ldots\ldots \in \mathbb{N} : n \geq 1$
………………...... son mayores que 0 y menores que 1	$\exists x \in \mathbb{R} \,/\, \ldots\ldots\ldots$
Cualquier número entero es ………. que su ……………….	$\ldots\ldots\ldots\ x < x + 1$
Existe algún número real tal que ………………………………..	$\ldots\ldots\ldots\ x^2 = 0$
Algunos números enteros son ……………………………........	$\ldots\ldots\ldots\ x = 2k, k \in \mathbb{Z}$
Si se multiplica un número real positivo por uno negativo se obtiene ………………………………………………………	$\ldots\ldots (x > 0 \wedge \cdots) \Rightarrow x.y > 0$
Si un número es entero entonces ……………………………...	$\ldots\ldots\ldots \Rightarrow\ -x \in \mathbb{Z}$
Cualquier número real no nulo…………………………………...	$\ldots\ldots\ldots\ x^0 = 1$
………………………..... es un número natural mayor que cero	$a \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots$

¡¡Lo importante es **comprender**!!

Expresión simbólica	Expresión coloquial (con sus palabras)	V – F	Justificación del V-F
$2 \in \mathbb{Z} \wedge \lvert -1 \rvert \in \mathbb{N}$			
$\forall x\!: (x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x < 0)$			
$\exists x/(x \in \mathbb{Z} \wedge x < 0)$			
$\exists x \in \mathbb{Q} \,/\, x^2 = 3$			
$\exists x \in \mathbb{R} \,/\, \lvert x \rvert = 0$			
$\forall x \in \mathbb{R}\!: (\lvert x \rvert < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2)$			
$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}/y > x$			

Escriban en forma simbólica cada una de las siguientes expresiones coloquiales

Expresión coloquial	Expresión simbólica
3 es un número entero positivo	
3 y 5 son números naturales	
4 es un número natural o entero	
Todo número entero es menor que su sucesor	
Algunos números naturales no son positivos	
El cuadrado de cualquier número real es positivo o cero	
Todo número entero sumado a su opuesto da por resultado cero	
Cualquier número real sumado a cero da por resultado el mismo número real	

Escriban en forma simbólica cada una de las siguientes expresiones coloquiales (cont.)

Expresión coloquial	Expresión simbólica
Existe al menos un número entero mayor que 2 y menor que 4	
Dados dos números reales positivos con el primero mayor que el segundo, entonces el cuadrado del primero es mayor que el cuadrado del segundo	
Todo número natural tiene un sucesor natural	
Existe al menos un número racional que elevado al cuadrado da 4	
Los números enteros son un subconjunto de los números reales	
Todo número real es un número racional o irracional	

¡¡Lo importante es **comprender**!!

Expresión	¿La expresión está BIEN ESCRITA? (SI/NO)	Si la expresión está MAL ESCRITA, escribirla en forma correcta.
$-2 \in \mathbb{Z}$		
$3 \subset \mathbb{Z}$		
$\{1,2\} \subset \mathbb{N}$		
$\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$		
$4 \in \mathbb{N} \wedge -3 < 0$		
$7 \in \mathbb{N} \vee -1 \in \mathbb{Z}$		
$-5 \wedge 4 \in \mathbb{R}$		
$4 \in \mathbb{N} \vee \mathbb{Z}$		
$\{2\} \in \{0, 1, \{2\}, \{2,3\}\}$		

¡¡Lo importante es **comprender**!!

Expresión	¿La expresión está BIEN ESCRITA? (SI/NO)	Si la expresión está MAL ESCRITA, escribirla en forma correcta.
$\forall\ \mathbb{N} : \mathbb{N} > 0$		
$\forall\ x \in \mathbb{R}: x^2 \geq 0$		
$\exists\ x \in \mathbb{R} / y + 2 = 5$		
$[2, 6] \subset \mathbb{R}$		
$\exists y \in \mathbb{R} / y^2 < -2$		
$\forall x \in \mathbb{R}: (\lvert x \rvert > 2 \Leftrightarrow -2 > x > 2)$		
$\exists\ x \in \mathbb{Z} / x < 0$		
$\forall x \in \mathbb{R}: \left(x < 0 \Rightarrow \sqrt{x^2} = x\right)$		
$a.b = 0 \Rightarrow a = 0 \wedge b = 0$		