



Desarrollo de simulaciones numéricas para el estudio del vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología

Bruno Antonio Rocca

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Desarrollo de simulaciones numéricas para el estudio del vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología

por

Bruno Antonio Roccia

Tesis presentada a la

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

en cumplimiento parcial de los requerimientos para obtener el grado de

Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Córdoba, marzo de 2013.



ACTA DE EXAMENES

Libro: 00001

Acta: 01837

Hoja 01/01

LLAMADO: 1

19/03/2013

CATEDRA - MESA:

DI002 TESIS DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA

NUMERO	APELLIDO Y NOMBRE	DOCUMENTO	INGRESO	COND.	NOTA	FIRMA
27933646	ROCCIA, Bruno Antonio	DNI: 27933646	2006	T	Aprobado	<i>[Handwritten Signature]</i>

MOOK, DEAN - STORTI, MARIO - PILOTTA, ELVIO - *[Handwritten Signature]*

Observaciones: Tesis titulada "DESARROLLO DE SIMULACIONES NUMÉRICAS PARA EL ESTUDIO DEL VUELO DE MICRO VEHÍCULOS AÉREOS DE ALAS BATIENTES INSPIRADOS EN LA BIOLOGÍA"



ES COPIA DEL ORIGINAL

[Handwritten Signature]
Prof. Dr Alejandro T. Brewer
Secretario Académico Investigación y Postgrado
Área Ingeniería
Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales-UNC

Córdoba, ___/___/___.

Certifico que la/s firma/s que ha/n sido puesta/s en la presente Acta pertenece/n a: _____

DEDICADO
a aquellos que estuvieron, los que están y continúan a mi lado,
mis amigos..., y mi familia...

No existe error mayor en la ciencia que creer que, sólo porque un cálculo matemático se ha completado, existe certidumbre sobre un aspecto de la naturaleza.

Alfred North Whitehead (1953).

AGRADECIMIENTOS

Al director de esta tesis, Dr. Sergio Preidikman, cuya guía, amistad y palabras de aliento en los momentos más difíciles hicieron posible este trabajo. Quiero expresar mi más sincero agradecimiento por ser un excelente profesor y aún mejor persona. Profesor Preidikman, muchas gracias por todo lo que me ha ayudado en estos años.

Al Dr. Alberto Cardona, mi agradecimiento por ser parte del comité asesor de tesis, por su consejo y ayuda incondicional en el último tramo de este trabajo; al Dr. José Tamagno por ser parte de este esfuerzo y por formar parte del comité asesor de tesis y a los miembros del jurado por utilizar su valioso tiempo en leer este trabajo.

Al profesor Julio Massa un agradecimiento especial por su invaluable consejo, por su continuo incentivo en mis primeros pasos en investigación y por su ayuda incondicional a lo largo de todo este tiempo.

Al Profesor Dean Mook, un profundo agradecimiento por su consejo, guía y palabras de aliento en momentos difíciles.

Al Grupo de Electrónica Aplicada (GEA), que me brindó apoyo incondicional y ofreció un lugar de trabajo, en particular a los Profesores Guillermo García, Guillermo Bossio y Daniel Forchetti.

A mis compañeros, colegas docentes y amigos del Departamento de Estructuras: Alejandro Brewer, Walter Castelló, Leonardo Cocco, Carlos Estrada, Mauricio Giordano, Juan Giró, Raúl Ritta, José Stuardi y Miguel Ruiz. Quisiera expresar, además, un agradecimiento especial al Dr. Cristian Gebhardt con quien discutí muchos aspectos de esta tesis.

A mis padres quienes hicieron posible mi formación tanto a nivel personal como profesional. A mi hermano Juan Pablo y mi hermana Vanesa. En especial a mi abuela, Nilva, quien estuvo siempre a mi lado.

A mis amigos y compañeros de estudio con quienes he transitado por este camino, en especial, Santiago Giaccone, José Bossio, Marcos Verstraete, Luis Ceballos y Guillermo Magallán.

A mis amigos, que me acompañaron a lo largo de este camino, y me dieron fuerzas para seguir adelante, Román, Gastón, Diego, Ariel, Lucio, Iñaki, Pablo, Soledad, María Inés, Cecilia, Lorena, Esteban y Pancho. Quiero manifestar, además, un profundo agradecimiento a María Laura por sus palabras de aliento, consejo y apoyo incondicional.

A las instituciones de apoyo a la investigación, agradezco especialmente a la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Río Cuarto, al Departamento de Estructuras de la Universidad Nacional de Córdoba y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, cuyo soporte económico hizo posible la materialización de este esfuerzo.

Desarrollo de simulaciones numéricas para el estudio del vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología

Bruno Antonio Roccia

RESUMEN

En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo computacional completo para estudiar el vuelo de insectos y aves pequeñas. Este modelo fue construido acoplando: *i*) un modelo cinemático, *ii*) un modelo aerodinámico no estacionario, *iii*) un modelo dinámico no lineal, y *iv*) una técnica para combinar dichos modelos. En el presente enfoque se considera que la corriente de aire y la estructura son elementos de un único sistema dinámico. Los modelos desarrollados como parte de este trabajo de tesis se implementaron en un código computacional que permite realizar simulaciones numéricas del comportamiento dinámico no estacionario y no lineal de insectos voladores e investigar la influencia de diversos factores sobre la fuerza de sustentación, tales como: diferentes cinemáticas para las alas, diferentes patrones de deformación sobre las alas, y la presencia o no del cuerpo del insecto.

El modelo cinemático desarrollado para describir el movimiento de las alas durante un ciclo de batimiento permite incluir diferentes patrones de deformación sobre las alas tales como: torsión, flexión y ambos efectos combinados.

El modelo aerodinámico utilizado es una extensión de la versión 3D del “*unsteady vortex-lattice method*”, una generalización del conocido “*vortex-lattice method*”, ampliamente utilizado en flujos incompresibles y estacionarios. Este modelo fue modificado con el objetivo de incluir el fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque; además, contempla las múltiples interacciones entre el cuerpo del insecto, las alas, y las estelas.

La dinámica asociada al insecto se modela mediante un modelo estructural multicuerpo híbrido que incluye la cabeza, el tórax, el abdomen y las alas. El desarrollo del modelo está basado en la formulación de Lagrange con coordenadas generalizadas redundantes, una técnica ampliamente utilizada en el estudio de la dinámica de sistemas multi cuerpos con restricciones. La cabeza, el tórax y el abdomen del insecto no tienen movimiento relativo entre sí, y las alas tienen un movimiento prescrito respecto del cuerpo del insecto (cinemáticamente conducidas). Las ecuaciones de restricción son

incluidas directamente en la formulación de las ecuaciones de movimiento por medio de los multiplicadores de Lagrange. Las ecuaciones de movimiento obtenidas mediante este enfoque son del tipo diferenciales algebraicas de índice 3, las cuales son transformadas en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias derivando dos veces las ecuaciones de restricción respecto del tiempo.

La conexión entre modelos acopla la estructura con el fluido por medio de un esquema de interacción fuerte. La integración de todas las ecuaciones gobernantes resultantes se realiza en forma numérica, simultánea e interactiva en el dominio del tiempo mediante un esquema de integración que acopla un método predictor corrector de cuarto orden, el método de Hamming modificado, con un procedimiento de post estabilización basado en la técnica de proyección de coordenadas.

Finalmente, se presentan resultados numéricos que ayudan a entender mejor el comportamiento aerodinámico y dinámico de insectos voladores, considerando: cargas aerodinámicas no estacionarias y no lineales, fuerzas gravitacionales, y las múltiples interacciones aerodinámicas estructurales que caracterizan el vuelo mediante alas batientes.

Development of numerical simulations to study the flight of flapping-wings micro-air vehicles inspired in biology

Bruno Antonio Roccia

ABSTRACT

In this work, it is presented the development of a full computational model to study the flight of insects and small birds. It model includes *i*) a kinematical model, *ii*) an unsteady aerodynamic model, *iii*) a nonlinear dynamic model, and *iv*) an inter-model connection. In the present approach, the air stream and the structure are considered as elements of a single dynamic system. The models developed as part of this thesis were implemented in a computational code, which is used to carry out numerical simulations of the unsteady aerodynamics and nonlinear dynamics of flying insects, and to investigate the influence of diverse factors on the lift forces, such as: different wing kinematics patterns, different patterns of deformation on the wings, and the presence of the insect's body.

The kinematical model developed to describe the wing motion allows including different patterns of deformation on the wings, such as: twist, bending, and both combined effects.

The aerodynamic model is an extended version of the 3D unsteady vortex-lattice method, a generalization of the well-known "vortex-lattice method", which is widely used in steady and incompressible flows. This model was modified in order to include the leading-edge separation phenomenon; it also considers the multiple interactions among the insect's body, the wings, and the wakes.

The insect dynamics is tackled by means of a hybrid multibody structural model, which is composed by the head, the thorax, the abdomen, and the wings of the insect. This approach is based on Lagrange formulation by using redundant generalized coordinates, a technique widely used to study constrained multibody systems. The head, thorax, and abdomen are considered as rigid bodies with no motion relative to each other and the wings have a prescribed motion relative to the insect's body (kinematically driven). Algebraic-constraint equations are used to establish the linkages among structural components and they are included into the motion equations by means of Lagrange's multipliers. Therefore, the system is governed by a set of index-3 differential-algebraic

equations, which are rewritten as a system of ordinary differential equations by taking the second time derivative of the constraint-equations.

The inter-model connection couples structural and aerodynamic models by means of a strong interaction scheme. Integration of all governing equations is performed numerically, simultaneously and interactively in the time domain. This procedure couples a fourth order predictor-corrector, the modified method of Hamming, with a post-stabilization scheme which is based on a coordinate projection technique.

Finally, numerical results are presented in order to enable a better understanding on the aerodynamic and dynamic behavior of flying insects, considering: nonlinear and unsteady aerodynamic loads, gravitational forces, and multiple fluid-structure interactions which characterize the flight by means of flapping-wings.

Desenvolvimento de simulações numéricas para o estudo do voo de micro veículos aéreos de asas batentes inspirados na biologia

Bruno Antonio Roccia

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se o desenvolvimento de um modelo computacional completo para estudar o voo de insetos e aves pequenas. O modelo foi construído através da introdução de: *i*) um modelo cinemático, *ii*) um modelo aerodinâmico não estacionário, *iii*) um modelo dinâmico não linear, e *iv*) uma técnica para combinar os citados modelos. Nesta abordagem considera-se que o fluxo de ar e a estrutura são elementos de um único sistema dinâmico. Os modelos desenvolvidos como parte deste trabalho de tese foram implementados em um código de computador que permite realizar simulações numéricas do comportamento dinâmico não estacionário e não linear de insetos voadores e pesquisar a influência de diversos fatores sobre as forças de sustentação, tais como diferentes cinemáticas para as asas, diferentes padrões de deformação sobre as asas, e a presença do corpo de inseto.

O modelo cinemático desenvolvido para descrever o movimento das asas durante um ciclo de batimento permite incluir diferentes padrões de deformação sobre as asas, tais como: torção, flexão e ambos os efeitos combinados.

O modelo aerodinâmico utilizado é uma extensão da versão 3D do “*unsteady vortex lattice method*”, uma generalização do conhecido “*vortex lattice method*”, amplamente utilizado em fluxos estacionários e incompressíveis. Este modelo foi modificado com o objetivo de incluir o fenômeno de separação adicional desde o borde de ataque, também inclui as múltiplas interações entre o corpo do inseto, as asas, e as esteiras.

A dinâmica associada com o inseto é modelada por meio de um modelo estrutural multicorpo híbrido que inclui a cabeça, o tórax, o abdômen e as asas. O desenvolvimento do modelo baseia-se na formulação de Lagrange com coordenadas generalizadas redundantes, uma técnica largamente utilizada no estudo da dinâmica de sistemas multicorpos com restrições. A cabeça, o tórax e o abdômen do inseto não têm movimentos relativos entre eles, e as asas têm um movimento prescrito em relação ao corpo do inseto (cinematicamente conduzidas). As equações de restrição são incluídas diretamente

na formulação das equações de movimento a través de multiplicadores de Lagrange. As equações de movimento obtidas por este método são diferenciais algébricas de índice 3, que são transformados em um sistema de equações diferenciais ordinárias derivando duas vezes as equações de restrição.

A conexão entre modelos acopla a estrutura e o fluido por meio de um esquema de interação forte. A integração de todas as equações governantes resultantes é realizada numericamente, simultaneamente e de forma interativa no domínio do tempo, utilizando um esquema de integração que acopla um método preditor-corretor de quarta ordem, o método de Hamming modificado, com um procedimento de pós-estabilização baseado na técnica de projeção de coordenadas.

Finalmente, se apresentam resultados numéricos que possibilitam um melhor entendimento do comportamento aerodinâmico e dinâmico de insetos voadores, considerando: cargas aerodinâmicas não estacionárias e não lineares, forças gravitacionais e as múltiplas interações aerodinâmicas-estruturais que caracterizam o voo por meio de batimento de asas.

Índice general

Capítulo 1: Introducción, antecedentes y objetivos

1.1	Introducción.	1
1.2	Antecedentes.	9
1.2.1	Cinemática del vuelo de insectos.	11
1.2.2	Aerodinámica del vuelo de insectos.	14
1.2.3	Dinámica del vuelo de insectos.	18
1.2.4	Elasticidad de alas batientes.	22
1.3	Objetivos.	25
1.4	Contribuciones originales.	26
1.5	Organización de la tesis.	28

Capítulo 2: Cinemática de alas batientes

2.1	Generalidades.	31
2.2	Vuelo con alas batientes.	31
2.3	Mecanismos no convencionales del vuelo natural.	32
2.3.1	Retraso de la pérdida dinámica.	33
2.3.2	Sustentación rotacional.	36
2.3.3	Captura de la estela	37
2.3.4	Mecanismo de aplauso y separación.	38
2.4	Parámetros cinemáticos.	40
2.4.1	Características morfológicas de un insecto.	40
2.4.2	Sistemas de referencia para estudiar el batimiento.	42
2.4.3	Frecuencia de batimiento.	43

2.4.4	Ángulo de inclinación del cuerpo.	45
2.4.5	Ángulo del plano de aleteo.	46
2.4.6	Ángulo de posición.	47
2.4.7	Ángulo de rotación.	47
2.4.8	Ángulo de desviación.	48
2.5	Cinemática.	49
2.5.1	Modelo de ala rígida.	49
2.5.1.1	Transformación de coordenadas.	50
2.5.1.2	Velocidad de un punto genérico sobre el ala.	52
2.5.1.3	Aceleración de un punto genérico sobre el ala.	54
2.5.2	Modelo cinemático con deformaciones prescriptas.	55
2.5.2.1	Vector posición de un punto perteneciente al ala.	56
2.5.2.2	Velocidad de un punto genérico sobre el ala.	60
2.5.2.3	Aceleración de un punto genérico sobre el ala.	61
2.5.3	Adimensionalización.	62

Capítulo 3: Modelo aerodinámico

3.1	Generalidades.	65
3.2	Descripción del problema.	67
3.3	El método de red de vórtices inestacionario.	70
3.3.1	Arranque impulsivo y coeficientes de influencia aerodinámicos.	74
3.3.2	Modelo de desprendimiento desde el borde de ataque.	79
3.3.3	Magnitudes características.	80
3.4	Cálculo de cargas aerodinámicas.	82

Capítulo 4: Modelo dinámico

4.1	Generalidades.	85
4.2	Descripción del modelo.	86
4.3	Ecuaciones de restricción.	88

4.4	Fuerzas generalizadas.	91
4.4.1	Fuerzas generalizadas no conservativas.	92
4.4.2	Fuerzas generalizadas conservativas.	93
4.5	Ecuaciones gobernantes.	95

Capítulo 5: Combinación de modelos

5.1	Generalidades.	99
5.2	Esquema de integración numérica.	100
5.3	Integración del modelo aerodinámico.	104
5.4	Esquema de estabilización.	105
5.4.1	Técnica de Baumgarte.	107
5.4.2	Técnica de proyección de coordenadas.	110
5.5	Condiciones iniciales.	116
5.6	Verificación del modelo dinámico.	118

Capítulo 6: Resultados numéricos

6.1	Introducción.	121
6.2	Estudio de la cinemática de alas batientes.	122
6.2.1	Herramienta numérica de visualización (Inect-MAV).	122
6.2.2	Señales de entrada.	124
6.2.3	Planos de proyección.	125
6.2.4	Validación del modelo cinemático desarrollado.	126
6.2.5	Simulaciones numéricas.	127
6.3	Estudio de la aerodinámica de alas batientes.	133
6.3.1	Código computacional desarrollado.	134
6.3.2	Verificación del UVLM.	134
6.3.3	Validación con el <i>robofly</i> .	137
6.3.4	Patrones de deformación.	146
6.3.4.1	Influencia de la torsión.	147
6.3.4.2	Influencia de la flexión normal.	149
6.3.4.3	Influencia de la flexión tangencial.	152
6.3.4.4	Influencia de la combinación de los patrones de deformación.	156

6.3.5 Influencia del cuerpo del insecto.	159
6.3.6 Aerodinámica de una mosca de la fruta en vuelo suspendido.	162
6.4 Estudio de la dinámica y aerodinámica de alas batientes.	167
6.5 Limitaciones del modelo.	176

Capítulo 7: Conclusiones y trabajos futuros

7.1 Conclusiones.	179
7.2 Contribuciones originales de esta tesis	182
7.3 Trabajos futuros.	183

Anexo A: Ecuaciones de movimiento para el insecto

A.1 Generalidades.	185
A.2 Velocidad de un punto perteneciente al cuerpo.	186
A.3 Ecuaciones de movimiento.	187
A.3.1 Ecuación de movimiento para las alas.	188
A.3.2 Ecuación de movimiento para el cuerpo central.	191

Anexo B: Cálculo de las propiedades másicas de superficies con forma arbitraria

B.1 Generalidades.	195
B.2 Desarrollo del método.	195
B.3 Validación del método	201

Anexo C: Publicaciones relacionadas con la tesis

C.1 Publicaciones en revistas.	203
C.2 Capítulos de libro	203
C.3 Publicaciones en congresos.	204
C.3.1. Internacionales.	204
C.3.2. Nacionales.	204

Bibliografía	207
--------------	-----

Índice de figuras

1.1	Máquina voladora diseñada por Leonardo da Vinci.	2
1.2	Aplicaciones de MAVs.	3
1.3	Rango de operación de los MAVs existentes.	4
1.4	Conceptos de diseño relacionados con MAVs.	5
2.1	Fases de un ciclo de batimiento.	32
2.2	Mecanismos aerodinámicos.	33
2.3	Esquema del mecanismo “retraso de la pérdida dinámica”.	35
2.4	Placa plana con movimiento de cabeceo.	35
2.5	Efecto Magnus.	36
2.6	Esquema del mecanismo de “sustentación rotacional”.	37
2.7	Esquema del mecanismo de “captura de la estela”.	38
2.8	Esquema del mecanismo de “aplauso y separación”.	39
2.9	Geometría espacial del modelo adoptado.	41
2.10	Definición de los parámetros morfológicos generales.	41
2.11	Definición de los sistemas de referencia y del plano de aleteo.	43
2.12	Frecuencia de batimiento de diferentes clases de insectos.	44
2.13	Definición del ángulo de inclinación del cuerpo.	45
2.14	Definición del ángulo del plano de aleteo.	46
2.15	Definición del ángulo de posición.	47
2.16	Definición del ángulo de rotación.	48
2.17	Definición del ángulo de desviación.	48
2.18	Secuencia de rotaciones para obtener la orientación del plano de aleteo.	50
2.19	Secuencia de rotaciones para obtener la orientación del ala izquierda.	51

2.20	Componentes del vector posición \mathbf{R}_p de un punto genérico P sobre el ala izquierda.	52
2.21	Mecanismo de deformación.	55
2.22	Vector posición de un punto perteneciente al ala.	56
2.23	Algunos modos de deformación del ala.	59
3.1	Representación de las sábanas vorticosas adheridas y libres.	70
3.2	Discretización de las sábanas adheridas al insecto, detalle de un panel aerodinámico.	71
3.3	Velocidad de un punto dado por la Ley de Biot-Savart.	72
3.4	Técnica del <i>Cut-off</i> lineal.	74
3.5	Bloques de la matriz de influencia aerodinámica.	77
3.6	Modelo de desprendimiento desde el borde de ataque.	79
3.7	Curva $C(t)$.	83
4.1	Modelo del insecto – Definición de los diferentes marcos de referencias.	86
4.2	Vinculación entre el ala izquierda y el cuerpo central.	89
4.3	Fuerza aerodinámica en el panel k perteneciente al ala izquierda.	93
4.4	Fuerzas conservativas debidas a la acción de la gravedad sobre el cuerpo central y el ala izquierda.	94
5.1	Desviación numérica en las ecuaciones de restricción (técnica de Baumgarte).	109
5.2	Desviación numérica de la ecuación de restricción asociada a la orientación del ala derecha respecto del cuerpo central.	110
5.3	Desviación numérica en las ecuaciones de restricción a nivel de la posición (técnica de proyección de coordenadas, <i>S-both</i> ²).	114
5.4	Desviación numérica en las ecuaciones de restricción a nivel de la velocidad (técnica de proyección de coordenadas, <i>S-both</i> ²).	115
5.5	Configuración del insecto en el paso de tiempo t_0 , cómputo correcto e incorrecto de las condiciones iniciales.	118
5.6	Verificación del modelo dinámico.	119

6.1	Pantalla principal de la interfaz gráfica del programa Insect-MAV.	122
6.2	Pantallas secundarias de la interfaz gráfica del programa Insect-MAV.	123
6.3	Diferentes señales de entrada usadas en el análisis.	124
6.4	Planos utilizados para estudiar las proyecciones de las trayectorias 3D de puntos materiales pertenecientes al ala.	125
6.5	Mecanismo y forma del ala del <i>robofly</i> .	126
6.6	Validación del código Insect-MAV.	126
6.7	Patrón de movimiento para la señal 6.3a considerando $\theta(t) = 0^\circ$.	127
6.8	Ubicación de los puntos estudiados (a) Tres puntos sobre el borde de ataque del <i>robofly</i> ; (b) Cuatro puntos seleccionados sobre el ala de un insecto.	128
6.9	Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la semi envergadura del ala del <i>robofly</i> (patrón en forma de elipse).	129
6.10	Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la semi envergadura del ala del <i>robofly</i> (patrón en forma de ocho).	130
6.11	Trayectorias de puntos contenidos en el ala proyectadas sobre el plano sagital y transversal (patrón real de una mosca en vuelo suspendido).	131
6.12	Módulo de la velocidad y de la aceleración de los puntos P1, P2, P3 y P4 expresadas en el marco de referencia inercial, N.	132
6.13	Validación del método de red de vórtices no lineal y no estacionario.	135
6.14	Evolución temporal de la estela y patrón de movimiento del ala batiente.	136
6.15	Cinemática del <i>robofly</i> .	138
6.16	Comparación entre resultados provenientes de simulaciones numéricas y mediciones experimentales realizadas sobre el <i>robofly</i> .	139
6.17	Evolución temporal de la estela en el <i>robofly</i> .	142
6.18	Fuerza de sustentación y evolución temporal de La estela en los casos de estudio de la Tabla 6.2.	144
6.19	Fuerza de sustentación para los patrones de movimiento avanzado, simétrico y retrasado (3 ciclos de batimiento).	146
6.20	Influencia de la torsión (Cinemática del <i>robofly</i>).	148
6.21	Influencia de la torsión (Cinemática real de una mosca).	149

6.22	Configuraciones para el estudio de la influencia de la deformación por flexión normal al ala.	150
6.23	Efecto de la flexión normal, sustentación para dos cinemáticas diferentes.	151
6.24	Configuraciones para estudiar la influencia de la deformación por flexión tangencial del ala.	153
6.25	Efecto de la flexión tangencial para dos patrones cinemáticos, el 'real' y el del robofly.	154
6.26	Comparación del valor medio de la sustentación en función del ángulo de desfasaje.	155
6.27	Efecto de la combinación de diferentes patrones de deformación sobre la fuerza de sustentación.	157
6.28	Deformación del ala durante un ciclo de aleteo escalada por un factor de cuatro.	158
6.29	Definición de la corriente de aire libre, V_{∞} , para estudiar la influencia del cuerpo del insecto.	160
6.30	Influencia del cuerpo del insecto sobre la fuerza de sustentación para diferentes configuraciones de vuelo.	161
6.31	Evolución temporal de la estela para el primer medio ciclo de batimiento.	164
6.32	Fuerza de sustentación - cinemática real de una <i>drosophila</i> en <i>hovering</i> .	165
6.33	Grados de libertad del cuerpo central del insecto.	168
6.34	Fuerzas aerodinámicas; (a) Sustentación; (b) Fuerza horizontal.	169
6.35	Evolución de las coordenadas generalizadas del cuerpo central durante un ciclo de aleteo	170
6.36	Evolución temporal del centro de masa del insecto para los dos casos analizados: ala rígida y deformable.	172
6.37	Evolución temporal del salto de presión, Caso I: Ala rígida y Caso II: Ala deformable.	175
B.1	Parametrización de una superficie arbitraria S .	197
B.2	Mapeo de un elemento maestro en un elemento material considerando elementos cuadriláteros de cuatro nodos.	198
B.3	Mallado de las figuras geométricas adoptadas para el estudio.	201

Índice de tablas

1.1 Micro vehículos aéreos construidos hasta la fecha.	7
1.2 Resumen de modelos dinámicos para el estudio de la dinámica del vuelo de insectos y MAVs.	22
2.1 Parámetros morfológicos generales de una <i>Drosophila Melanogaster</i> .	42
5.1 Desviaciones numéricas en las ecuaciones de restricción para diferentes valores de las ganancias.	108
5.2 Desviaciones numéricas en las ecuaciones de restricción para los diferentes esquemas de proyección de coordenadas.	114
6.1 Comparación del valor de la sustentación entre valores numéricos y experimentales.	141
6.2 Casos de estudio – Análisis de convergencia.	143
6.3 Sustentación media – patrón de deformación por flexión normal.	152
6.4 Sustentación media – Combinación de flexión normal, flexión tangencial y torsión.	157
B.1 Propiedades máxicas de una esfera y un semi cono.	202

Capítulo 1

Introducción, antecedentes y objetivos

1.1. Introducción

El presente trabajo de tesis se encuentra enmarcado dentro de tres proyectos que se están llevando a cabo en forma simultánea en la Universidad Nacional de Córdoba y en la Universidad de Maryland en los Estados Unidos. Estos proyectos tienen como objetivo desarrollar tecnologías relacionadas con micro vehículos aéreos (*micro-air vehicles*, MAVs) de alas batientes inspirados en la biología (Balachandran *et al.*, 2006; Preidikman, 2010; Preidikman y Brewer, 2012).

A través de millones de años de evolución, la naturaleza ha desarrollado mecanismos de locomoción altamente efectivos, dotando a organismos biológicos de “patas” para poder desplazarse por tierra, “alas batientes” para surcar los cielos, o “aletas” para desplazarse en medios acuáticos. De este modo, a través de la evolución, la naturaleza, experimentó con los principios de la física, química, mecánica, control, sensores, y muchos otros campos que reconocemos actualmente como ciencia e ingeniería.

En los últimos años, a medida que la brecha entre el rendimiento de las estructuras biológicas y sus análogos mecánicos se fue acortando, se han producido importantes avances en ciencia y tecnología que utilizan conceptos de diseño basados en entidades biológicas tales como: sistemas con materiales funcionales múltiples, computación, inteligencia artificial, sensores, actuadores, baterías recargables, y un gran número de vehículos construidos por el hombre inspirados en las fascinantes criaturas que existen en la naturaleza.

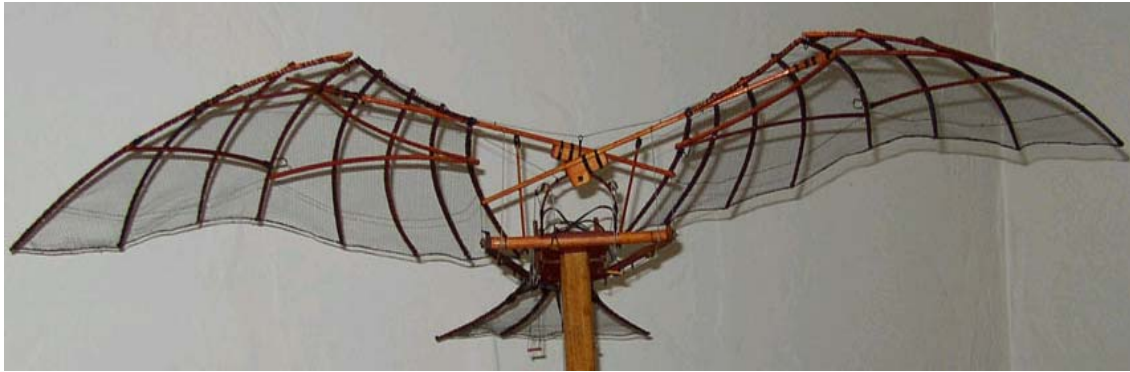


Figura 1.1: Máquina voladora diseñada por Leonardo da Vinci.

En 1960, en la base de la Fuerza Aérea *Wright-Patterson* en Ohio, USA, Jack Steele adoptó el término “Biónica” para denominar el campo de la ciencia que estudia la copia, imitación y aprendizaje a partir de la observación de organismos, sistemas y procesos de la naturaleza. En 1969, Otto Schmitt reemplazó el vocablo biónica por el término “biomimética”, actualmente relacionado profundamente con sistemas emergentes en ciencia e ingeniería (Bar-Cohen, 2006).

Mientras que algunos diseños básicos pueden ser copiados completamente, muchas ideas provenientes de la naturaleza son realmente exitosas cuando ellas sirven de “fuente de inspiración” para la innovación y desarrollo de nuevas tecnologías. Específicamente, la inspiración en la biología analiza o “mira” la estructura biológica en términos de su funcionalidad y el entorno en el cual el fenómeno de interés se desarrolla. Este camino nos permite decodificar la física subyacente involucrada y entender definitivamente el lenguaje de la naturaleza.

En resumen, la biomimética (la copia perfecta de una criatura viviente) es muy difícil de lograr con la tecnología que existe actualmente, por otro lado, la inspiración en la biología, es un buen punto de partida para dar un primer paso hacia el diseño y posterior construcción de dispositivos que tengan un desempeño igual o superior a las entidades biológicas existentes en el reino natural (Michelson y Naqvi, 2003; Bar-Cohen, 2006; Michelson, 2010).

Particularmente, el vuelo de insectos y aves ha fascinado al hombre durante siglos, de hecho el vuelo con alas batientes es conocido por ser el modo de locomoción animal más exitoso, y es utilizado por más de 9.000 especies vivientes de pájaros, y por millones de insectos. En el siglo XVI, Leonardo da Vinci diseñó una máquina voladora basándose en el estudio anatómico realizado sobre las aves (ver figura 1.1).



Figura 1.2: Aplicaciones de MAVs; (a) Inspección de ambientes peligrosos para la salud humana; (b) Inspección de edificios colapsados; (c) Exploración de atmósferas no terráqueas.

Tres siglos después Otto Lilienthal hizo investigaciones básicas en la descripción exacta del vuelo de pájaros, especialmente de cigüeñas, y usó diagramas polares para describir la aerodinámica de sus alas. Lilienthal ayudó a probar que el vuelo de cuerpos más pesados que el aire era posible sin recurrir a las alas batientes, estableciendo la base sobre la cual los hermanos Wright construyeron con éxito posteriormente el primer avión accionado. Lamentablemente, Lilienthal murió volando una de sus creaciones debido a que falló en la resolución de un punto fundamental: poder controlar y maniobrar eficazmente la máquina, problema que las aves e insectos han resuelto acabadamente a través de millones de años de evolución. Estas criaturas jugaron un papel central en el diseño de una de las construcciones más sobresalientes del ser humano, el aeroplano.

Actualmente, la comunidad científica se ha concentrado específicamente en el desarrollo de micro vehículos aéreos no tripulados súper maniobrables inspirándose para ello en el vuelo de insectos, tales como moscas, libélulas y abejas, y también en pequeñas aves que muestran una increíble habilidad para ejecutar maniobras extremadamente complejas como el colibrí (Raney y Slominski, 2004).

El renovado interés por esa clase especial de vehículos se debe a las potenciales aplicaciones, dadas las exigentes misiones que serían capaces de ejecutar (Mueller y Delaurier, 2001), tales como misiones de reconocimiento, inspección de edificios colapsados, exploración de ambientes aburridos, sucios y peligrosos para el ser humano (*dull-dirty-dangerous environments*, D3), y en el futuro misiones de investigación y exploración de atmósferas no terráqueas, entre otras, como se muestra en el esquema de la figura 1.2.

Todas esas aplicaciones requieren que estos vehículos exhiban una extraordinaria capacidad de maniobra para poder evitar obstáculos, navegar a bajas velocidades, cambiar rápidamente la dirección y modo de vuelo y moverse exitosamente en espacios reducidos.

Estas características hacen especialmente atractiva la utilización de alas batientes para diseñar un MAV funcional, llenando de esta manera, un nicho dejado por los vehículos convencionales de alas fijas (*fixed-wings*) y de alas rotantes (*rotary-wings*).

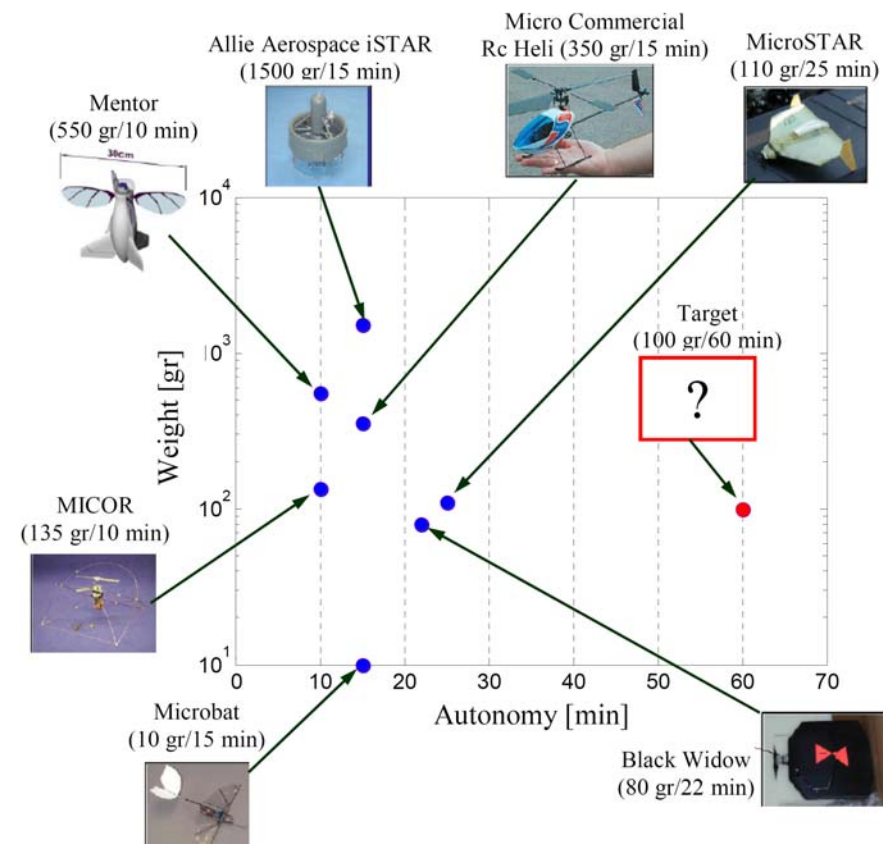
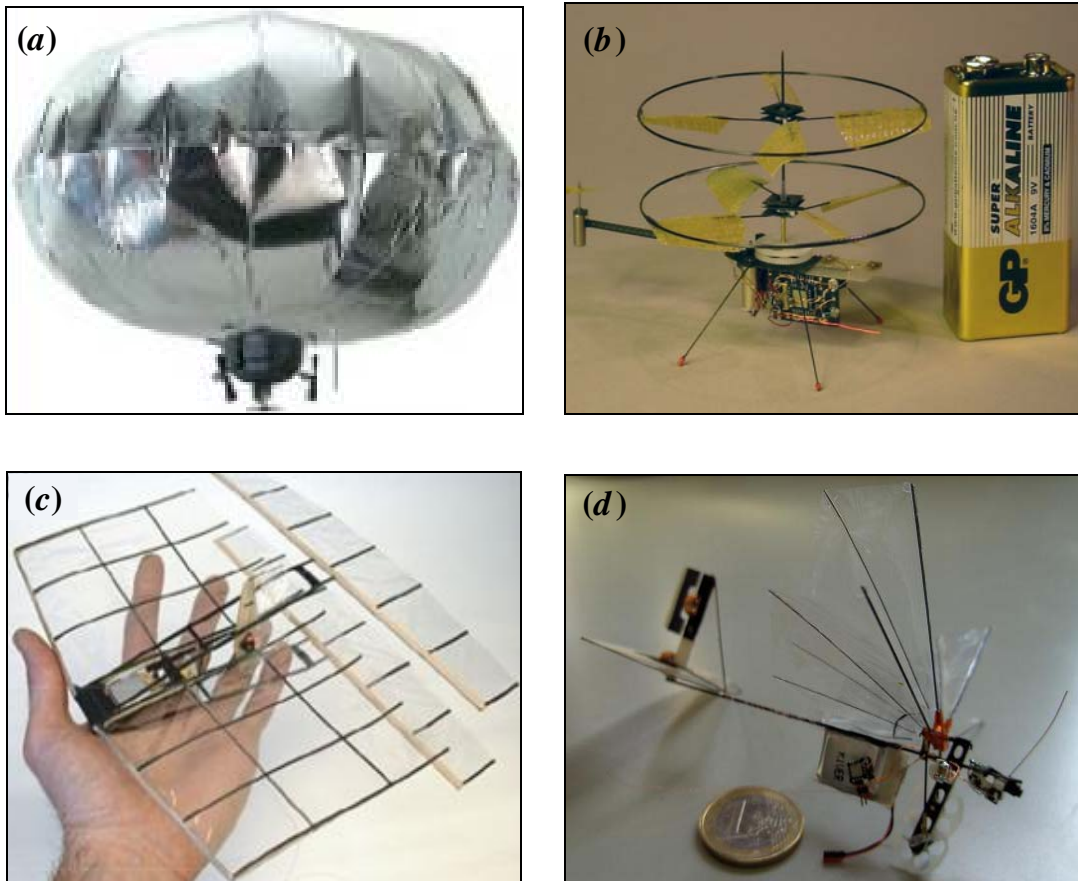


Figura 1.3: Rango de operación de los MAVs existentes, reproducción de Singh y Chopra (2006).

En 1997, la Agencia de Proyectos Avanzados de Defensa (*Defense Advanced Research Projects Agency*, DARPA) de los Estados Unidos inició un programa de investigación para desarrollar una nueva familia de micro vehículos aéreos, los cuales deben cumplir con ciertos parámetros de diseño tales como: *i*) una dimensión máxima de 15 cm; *ii*) un peso de 100 gr; *iii*) una velocidad de vuelo próxima a los 50 km/h; y *iv*) una autonomía de vuelo de entre cuarenta y sesenta minutos. En la figura 1.3 se muestran algunos MAVs existentes, como así también sus rangos de operación según los parámetros definidos por DARPA.

Como se puede observar en la figura 1.4, existen cuatro conceptos diferentes de diseño relacionados con MAVs:

- Ultralivianos (*lighter-than-air*);
- Rotores (*rotary wings*);
- Alas fijas (*fixed wings*); y
- Alas batientes (*flapping wings*).



- (a) Ultraliviano (Knowles, 2005);
 (b) Rotor, Picoflyer, controlado remotamente (<http://www.proxflyer.com>);
 (c) MAV basado en alas fijas (14-gram biplane) (Zufferey, 2008); y
 (d) MAV basado en alas batientes, Delfly (<http://www.delfly.nl>).

Figura 1.4: Conceptos de diseño relacionados con MAVs.

Probablemente el camino más fácil para obtener un robot volador es construir un ultraliviano. En este tipo de vehículo, la fuerza de sustentación se obtiene llenando con helio una especie de esfera confeccionada con material ultraliviano, y el empuje se consigue a partir de dos o tres motores de corriente continua (ver figura 1.4a).

Los ultralivianos son vehículos silenciosos y, además, pueden evadir ciertas clases de obstáculos. Por otro lado, para diseñarlos, no hace falta tener conocimientos acabados de aerodinámica. Sin embargo, tienen poca maniobrabilidad y durabilidad, y su tamaño es relativamente grande; el diámetro de la esfera del ultraliviano mas pequeño construido hasta el momento es de alrededor de 20 pulgadas.

En el año 2001, un equipo de científicos perteneciente a la Universidad de Stanford, USA desarrolló un MAV utilizando el concepto de rotor (Zufferey, 2008). Sin embargo, los experimentos realizados para medir las fuerzas de sustentación desarrolladas por un modelo a escala revelaron que una versión más ligera de tal vehículo nunca despegaría con su propia fuente de poder a bordo.

Años más tardes se propuso un diseño revolucionario respecto de los rotores. Ese nuevo diseño utiliza dos rotores girando en direcciones opuestas (ver figura 1.4b). Este concepto se aplicó exitosamente a la construcción de MAVs y se obtuvieron resultados satisfactorios respecto a la capacidad de maniobra en espacios reducidos y la posibilidad de realizar vuelo suspendido (*hover*). Sin embargo, en general, los rotores producen demasiada contaminación acústica, son pesados, tienen poca autonomía, y son costosos de construir.

Las aplicaciones potenciales de MAVs de alas fijas están considerablemente limitadas debido a que no poseen la agilidad y versatilidad de vuelo necesarias para realizar misiones en ambientes cerrados (figura 1.4c). Para realizar este tipo de operaciones, que requieren una marcada capacidad de maniobra (súper maniobrabilidad), los nuevos diseños propuestos se basan en “alas batientes” que modifican la cinemática durante el aleteo con el fin de adaptarse a las distintas condiciones de vuelo; éste es el “sello” que caracteriza a las criaturas voladoras más ágiles que existen en la naturaleza (ver figura 1.4d).

A pesar de los grandes logros obtenidos en la última década respecto al diseño de MAVs, los entes biológicos concebidos por la naturaleza aventajan a sus análogos mecánicos en muchos aspectos, tales como el problema del tamaño y de la autonomía del vehículo. Estas son variables interrelacionadas y por lo tanto es extremadamente complejo, sino casi imposible, maximizar o minimizar dichas cantidades en forma independiente, al menos con la tecnología que existe actualmente (Galiński y Żbikowski, 2007).

En la Tabla 1.1 se listan los principales prototipos de micro vehículos aéreos de alas batientes construidos desde la década de los noventa hasta la fecha. Dicha tabla incluye fotografías de los MAV y un breve resumen de sus características.

Tabla 1.1: Micro vehículos aéreos construidos hasta la fecha.

Prototipo	Datos del proyecto	MAV
Insecto volador micromecánico (MFI) (1998-2007)	El proyecto MFI comenzó en mayo de 1998 estudiando la aerodinámica de alas batientes y permaneció activo hasta el año 2007 logrando importantes resultados. http://robotics.eecs.berkeley.edu/~ronf/mfi.html	 <p>Crédito: Ronald Fearing</p>
Microbat (2000)	Aerovironment y Caltech diseñaron el Microbat, primer micro vehículo aéreo construido con fondos para promover el desarrollo de esta nueva tecnología.	 <p>Crédito: <i>Micromachining Laboratory, California Institute of Technology</i></p>
The Mentor (2002)	Ingenieros de la Universidad de Toronto construyeron el Mentor, primer MAV equipado con un sistema de radio control capaz de realizar vuelo estacionario (envergadura = 356 mm). http://www.ornithopter.org/history.mav.shtml	 <p>Crédito: James Delaurier y Patrick Zdunich</p>
Delfly I (2005)	Fue construido en conjunto por la Universidad de Delft y la Universidad de Wageningen. Este MAV fue equipado con una cámara de video a bordo y tiene la habilidad de cambiar entre dos configuraciones de vuelo diferente, vuelo hacia adelante y vuelo estacionario. www.delfly.nl	 <p>Crédito: www.delfly.nl</p>
Delfly II (2006)	La evolución del Delfly I, el Delfly II, solo pesa 16 gramos y tiene una envergadura de 280 milímetros, casi un 50% más pequeño que el Delfly I. Las principales características que lo diferencian de su predecesor son: <i>i</i>) una mejor autonomía (15 minutos para vuelo hacia adelante u 8 minutos para vuelo suspendido; y <i>ii</i>) un lazo de control entre el MAV y una estación de monitoreo fija.	 <p>Crédito: www.delfly.nl</p>

Tabla 1.1: Micro vehículos aéreos construidos hasta la fecha (Continuación)

Prototipo	Datos del proyecto	MAV
<p>MAV construido por Petter Muren (2007)</p>	<p>En 2007, Petter Muren cosntruyó un MAV con una envergadura de 100 milímetros, un peso de solo 1.1 gramos, y una autonomía menor a un minuto. Durante el <i>3rd US-European Competition and Workshop on Micro Air Vehicles MAV07</i> llevada a cabo en Tolouse, Francia, Muren ganó un premio especial por construir el micro vehículo aéreo a radio control mas pequeño del mundo.</p>	 <p>Crédito: Petter Muren</p>
<p>Delfly Micro (2008)</p>	<p>El Delfly micro, tiene una envergadura de 10 cm, un peso de 3,07 gramos y una autonomía cercana a los 3 minutos. Hasta la fecha es el vehículo volador equipado con una cámara de video más pequeño construido en el mundo. http://www.delfly.nl.</p>	 <p>Crédito: www.delfly.nl</p>
<p>Microrobotic Fly (2010)</p>	<p>El Laboratorio de Microrobótica de Harvard presentó un diseño innovador del tórax de un insecto volador. Este era capaz de mover las alas asimétricamente. La primer generación del micro robot desarrollado por el laboratorio de Harvard utiliza una viga cantilever con material piezoeléctrico como actuador, pesa solo 60 miligramos y tiene una envergadura de tres centímetros (Lentink y Biewener, 2010; Finio <i>et al.</i>, 2009).</p>	 <p>Crédito: Robert Wood</p>
<p>DAHS+Wings (2011)</p>	<p>El DAHS+Wings (<i>Dynamic Autonomous Sprawled Hexapod</i>) es un pequeño robot alado que utiliza alas batientes para mejorar su desempeño en ambientes terrestres complejos (Peterson <i>et al.</i>, 2011a). http://robotics.eecs.berkeley.edu/~ronf/Biomimetics.html</p>	 <p>Crédito: Kevin Petterson y Ronald Fearing</p>
<p>BOLT (2011)</p>	<p>El BOLT (<i>Bipedal Ornithopter for Lomotion Transitioning</i>) pesa solamente 13 gramos y posee la habilidad de cambiar entre modos de locomoción para desplazarse efectivamente por aire o por tierra. Mediante el uso de las alas puede alcanzar una velocidad maxima de 2.5 m/seg, mientras mantiene contacto con el suelo (Peterson y Fearing, 2011b). http://robotics.eecs.berkeley.edu/~ronf/Biomimetics.html</p>	 <p>Crédito: Kevin Petterson y Ronald Fearing</p>

1.2. Antecedentes

El vuelo con alas batientes es el modo de locomoción animal más exitoso, y es utilizado por más de 1.000 especies de murciélagos, más de 9.000 especies vivientes de pájaros, y por millones de insectos voladores (Dickinson *et al.*, 1999; Dickinson, 2001). Hay evidencias de que a pequeñas escalas, las alas batientes ofrecen ventajas únicas, tales como mejor sustentación y capacidad de generación de empuje sin la necesidad de incrementar el peso. Además, es bien conocido que las deformaciones elásticas de las alas mejoran la eficiencia del fenómeno de batimiento (Shyy *et al.*, 1999).

Mientras la tecnología aeronáutica ha avanzado rápidamente en los últimos 100 años, la mecánica del vuelo natural ha evolucionado por más de 150 millones de años. A modo de ejemplo: un avión supersónico, tal como el SR-71 (*Blackbird*), volando a una velocidad aproximada a Mach 3 (más de 3600 Km/h) desplaza su fuselaje 32 veces por segundo, mientras que una mosca doméstica desplaza su cuerpo 1200 veces por segundo. Esto evidencia una diferencia sustancial en la optimización de vuelo logrado por los “aviadores” concebidos por la naturaleza respecto de los vehículos construidos por el hombre.

Un aspecto muy importante del vuelo a pequeña escala es la aerodinámica del sistema, que todavía no es bien comprendida. Dimensiones pequeñas y velocidades de vuelo muy bajas resultan en un régimen de vuelo con bajo o moderado número de Reynolds. Como resultado se tienen condiciones aerodinámicas no favorables para llevar a cabo vuelos controlados. Las observaciones realizadas sobre el vuelo de insectos demostraron que las alas móviles y la deformación del perfil alar son los dos aspectos claves para volar a bajo número de Reynolds. Por lo tanto, los objetivos más desafiantes y difíciles de alcanzar son el diseño y la fabricación de alas altamente eficientes que tengan una ventaja aerodinámica en régimen inestacionario. Alas que deben ser livianas y fuertes y además, deben ser capaces de soportar altas frecuencias de aleteo sin romperse o quebrarse.

En comparación con los estudios realizados sobre aerodinámica de sistemas de alas fijas, los estudios sobre aerodinámica inestacionaria asociada al vuelo de alas batientes han sido limitados. En la actualidad, aún no existen métodos sistemáticos para construir alas eficientes para volar utilizando alas batientes. Para este tipo de vuelo, el diseño de la estructura del ala juega un rol vital en la determinación de su desempeño aerodinámico.

Una de las claves para lograr agilidad en el vuelo con alas batientes reside en la habilidad para variar la cinemática durante el ciclo de aleteo. Resulta crucial poder realizar análisis detallados de la cinemática para: *i*) entender integralmente el vuelo animal; *ii*) llevar a cabo el modelado aerodinámico; y *iii*) captar los mecanismos aerodinámicos que se están empleando.

La cinemática del vuelo hacia adelante de insectos y pájaros pequeños continúa siendo escasamente comprendida, a pesar de una larga historia de investigaciones sobre la trayectoria de las alas. Un estudio integral de la mecánica de vuelo debería incluir investigaciones del movimiento del eje longitudinal del ala y del movimiento de torsión que lo acompaña, todo esto, para sistemas volando en un rango de velocidades lo más amplio posible.

La agilidad, precisión, y variabilidad en el modo de vuelo mostradas por un colibrí (por ejemplo) es asombrosa (Greenwalt, 1960), y la creación de un sistema artificial que pudiera desempeñarse de manera similar sería un logro extraordinario. Muchos pájaros pequeños emplean un mecanismo de vuelo que depende de la excitación resonante de una estructura alar relativamente pasiva para producir una respuesta vibratoria que genera sustentación propulsiva.

Si bien los pájaros tienden a aletear a la frecuencia natural de su propio sistema biomecánico, sus movimientos de aleteo, altamente articulados, no pueden ser completamente descritos como la mera respuesta vibratoria de una estructura pasiva. Las alas de un pájaro exhiben un movimiento vibratorio muy parecido al del ala de un insecto, se trata de una estructura no articulada que está aeroelásticamente sintonizada para generar sustentación cuando es excitada en resonancia (Brodsky, 1994).

La relativa simplicidad del aparato de vuelo de un colibrí como así también de sus patrones de aleteo, juntamente con su gran precisión y modo de variabilidad de vuelo, lo convierte en un atractivo recurso de inspiración en mecanización y control para ser aplicados en un MAV que sea súper ágil.

La realización artificial de micro vehículos aéreos con agilidad comparable a la de un pájaro, será visto como una bisagra en el desarrollo de componentes ultralivianos. Sin embargo, la disponibilidad de componentes adecuados no es el único factor a tener en cuenta. Lo que realmente conducirá a un MAV con las capacidades deseadas es la manera particular en que estos componentes se empleen y combinen entre sí.

Finalmente, el sistema físico en consideración, en el cual la separación del flujo ocurre sobre una planta alar altamente flexible y deformable, se convierte en un problema muy difícil de ser estudiado analíticamente. Se trata de un sistema altamente no lineal: el flujo es completamente inestacionario y tridimensional, con importantes efectos viscosos y un fuerte acoplamiento dinámico entre el fluido y la estructura del MAV. Esta situación cae por lejos fuera de la envolvente de vuelo de una aeronave convencional, en la cual la norma es un flujo estacionario y suave. La necesidad de investigar y controlar de manera óptima este tipo de sistemas aumenta con el surgimiento de los MAVs y otros pequeños vehículos no tripulados. Estas aeronaves experimentan rutinariamente este tipo de condiciones, ya que los requerimientos operacionales son de vuelos a baja velocidad asociados a súper maniobrabilidad.

1.2.1. Cinemática del vuelo de insectos

Shvets (1979) llevó a cabo una clasificación del vuelo de insectos de acuerdo al carácter de su trayectoria, distinguiendo tres tipos principales: *i*) vuelo hacia adelante (*straight*); *ii*) vuelo suspendido (*hovering*); y *iii*) una combinación de vuelo hacia adelante y vuelo suspendido (*flitting*). Ellington (1984a) sugirió una diferenciación de acuerdo a la posición del plano de batimiento; el que puede estar horizontal, inclinado o vertical. Sin embargo, una clasificación detallada de los modos de vuelo nunca fue desarrollada en su totalidad.

La mayoría de los investigadores se concentraron en el estudio de la morfología de insectos prestando poca atención a la comparación entre los diferentes tipos de vuelo. Con pocas excepciones, el estudio más completo y preciso de la cinemática del ala se logró confinando insectos en túneles de viento (Weis-Fogh y Jensen, 1956; Jensen, 1956).

El mecanismo fundamental de batimiento del ala fue descrito por primera vez por Osborne (1951), quien introdujo el concepto de plano de batimiento (*stroke plane*); esto es, el plano virtual que contiene el ala durante su movimiento periódico de batimiento. La oscilación del ala puede ser descripta razonablemente en términos de la frecuencia de batimiento del ala (Sotavalta, 1947; 1952; 1953; Chadwick, 1953), el ángulo del plano de batimiento (*stroke plane angle*) (Hollick, 1940; Chadwick, 1951) y el ángulo de posición del ala dentro del plano de batimiento (*stroke position angle*). Este último parámetro está poco estudiado y generalmente se asume una oscilación sinusoidal (Sotavalta, 1952; Chadwick, 1951; 1953).

Observaciones experimentales han demostrado que el movimiento del ala de un insecto se desvía considerablemente respecto del plano de batimiento (*stroke deviation angle*), este ángulo ha sido descrito cualitativamente en varias oportunidades (Sotavalta, 1953; Snodgrass, 1930; Brown, 1951). Magnan (1934) lo estimó a partir de observaciones visuales.

Otro parámetro que interviene en el complejo movimiento del ala, es el ángulo de ataque que cambia continuamente desde la base hasta la punta del ala, siendo un parámetro difícil de determinar. Primero se asumió una variación sinusoidal del mismo (Holst y Küchemann, 1941), sin embargo años más tarde Jensen (1956) obtuvo una medición aproximada de la variación de este ángulo y mostró que difiere bastante de la hipótesis sinusoidal propuesta inicialmente como primera aproximación. En el mismo trabajo, Jensen muestra que el ángulo que describe la posición del ala dentro del plano de batimiento puede ser aproximado con gran precisión considerando el movimiento de cada ala como compuesto de dos funciones sinusoidales simples: una función para describir la fase correspondiente al movimiento descendente del ala, desde la parte dorsal hacia la parte ventral del insecto llamada *downstroke* y otra función para describir el movimiento ascendente del ala, desde la parte ventral hacia la parte dorsal del ala llamada *upstroke*.

Más recientemente se han llevado a cabo varios estudios sobre la cinemática de insectos inmovilizados (impedidos de moverse libremente) dentro de túneles de viento (Vogel, 1967). En tales experimentos se grabaron simultáneamente imágenes tomadas desde dos puntos diferentes, que permitieron realizar mediante técnicas estereográficas un análisis de la trayectoria de la punta del ala como así también del ángulo de ataque. Aunque la restricción de inmovilidad impuesta sobre el insecto es obviamente indeseable, el método simplifica enormemente las tareas de fotografía y su posterior análisis. Este vuelo, aunque bajo condiciones controladas, provee la mejor base experimental para hacer observaciones y ha sido bien aplicado a algunos insectos. David (1978; 1979; 1982), confinó una mosca de la fruta en un túnel de viento para estudiar ciertos aspectos de la mecánica de su vuelo.

Zanker (1990a; 1990b; 1990c) y Lehmann (1994) efectuaron estudios precisos y detallados de la cinemática de varios insectos, también bajo condiciones controladas, concluyendo que un análisis de esta naturaleza no es del todo efectivo debido a que no

hay certeza de que el movimiento del ala bajo estas condiciones refleje el verdadero comportamiento del insecto. Específicamente, la fuerza de sustentación producida por un insecto impedido de moverse puede que no sea lo suficientemente grande para contrarrestar su propio peso.

Debido a las dificultades que aparecen cuando se trata de inducir un vuelo libre controlado y predecir la posición y orientación exacta del insecto, la relación entre el desempeño del vuelo de insectos inmovilizados respecto de aquellos libres de moverse es muy poco conocida. Esto dio origen a la búsqueda de nuevas técnicas para reconstruir el movimiento tridimensional del ala partiendo de imágenes bidimensionales.

En particular, Ellington desarrolló un método que probó ser exitoso suponiendo un movimiento simétrico de las alas válido para diversas configuraciones de vuelo como por ejemplo *hovering* (Ellington, 1984b), su precisión y robustez fue demostrada en varias oportunidades mediante el análisis del vuelo de varios tipos de insectos (Ennos, 1989; Dudley y Ellington, 1990; Wakeling y Ellington, 1997).

Desde un punto de vista analítico, Zarnack (1982) formuló un tratamiento matemático del movimiento cíclico de las alas de un insecto. Este movimiento fue descrito en términos de tres rotaciones independientes (generalmente oscilaciones no armónicas) (Azuma, 2006): *i*) un giro respecto del eje longitudinal del ala (*pitching*); *ii*) un movimiento del ala hacia arriba y hacia abajo (*flapping*); y *iii*) un movimiento del ala hacia adelante y hacia atrás (*lagging*). Este modelo fue utilizado más tarde en numerosas oportunidades para describir el movimiento del ala de varios insectos (Zarnack, 1988; Schwenne y Zarnack, 1987).

A su vez, el avance de la tecnología hizo posible la construcción de mecanismos suficientemente complejos que permiten reproducir con fidelidad el movimiento espacial de las alas de un insecto. Por ejemplo, Dickinson *et al.* (1999) y Sane y Dickinson (2001) construyeron el “*robofly*”, un robot a escala de una mosca de la fruta (*Drosophila Melanogaster*). El *robofly* fue utilizado para determinar cómo los cambios en la cinemática del ala influyen en la producción de fuerzas aerodinámicas. En dicho modelo no se consideró la deformación elástica del ala, por lo que su movimiento se describió especificando únicamente la evolución temporal de tres ángulos: el *stroke position angle*, el *stroke deviation angle* y el ángulo de ataque (Shyy *et al.*, 2008).

Bos *et al.* (2007) consideraron cuatro modelos cinemáticos diferentes con un grado de complejidad creciente. Estos modelos fueron implementados en un código de dinámica de los fluidos computacional (*computational fluid dynamics*, CFD) que permite resolver las ecuaciones de Navier-Stokes bajo la hipótesis de flujo incompresible. El primer modelo describe el movimiento del ala mediante funciones armónicas simples (Wang, 2000; Wang *et al.*, 2004). El segundo modelo implementa la cinemática desarrollada por Sane y Dickinson (2001). El tercer modelo es una representación real de la cinemática de una mosca de la fruta en *hovering* (Bos *et al.*, 2005), y el cuarto modelo es una versión ligeramente simplificada del anterior. Estos modelos son escalados dinámicamente con el fin de obtener números de Reynolds bajos, característicos del vuelo de este tipo de criaturas.

Los últimos avances en este campo utilizan procedimientos híbridos para reconstruir el movimiento tridimensional de un insecto. Tales procedimientos combinan técnicas experimentales con paquetes de programas de computadora como por ejemplo la transformación lineal directa (*Direct Lineal Transformation*, DLT), la cual es una técnica ampliamente utilizada debido a su flexibilidad, buena precisión y disponibilidad de bibliografía (Challis y Kerwin, 1992; Chen *et al.*, 1994). Actualmente, una versión de esta técnica ha sido implementada en MATLAB®. Esta aplicación, DLTv3, es libre y puede ser descargada desde Internet en conjunto con las instrucciones de usuario (Hedrick, 2008).

1.2.2. Aerodinámica del vuelo de insectos

Inicialmente, los científicos trataron de explicar el vuelo de insectos y aves pequeñas mediante teorías aerodinámicas clásicas, las cuales habían sido desarrolladas para analizar el vuelo de aeronaves convencionales de alas fijas. La aplicación de estas teorías al estudio del vuelo de estas criaturas condujo a una famosa paradoja la cual establecía que “*una abeja no puede volar*” (McMasters, 1989).

Específicamente, la aerodinámica convencional arroja muy buenos resultados cuando el problema bajo estudio involucra condiciones de flujo estacionario y cuerpos con movimientos estacionarios. Por el contrario, el vuelo de insectos y aves pequeñas involucra condiciones de flujo altamente no estacionarias asociadas al batimiento, flexión, reversión de la combadura del perfil alar y torsión del ala.

Weis Fogh (1973) utilizó una teoría cuasi estacionaria para evaluar la fuerza de sustentación generada por un ala batiente en vuelo suspendido. Este enfoque tuvo como objetivo transformar un problema dinámico en una sucesión de condiciones estáticas, resultando en una teoría muy polémica.

Existen numerosos trabajos experimentales sobre el estudio de la aerodinámica de insectos, los cuales proveen una buena descripción cualitativa y cuantitativa de los mecanismos aerodinámicos no convencionales utilizados por estas criaturas para mantenerse en vuelo.

Ellington (1984d) estudió los mecanismos de sustentación presentes en el vuelo de insectos para una configuración de vuelo suspendido. Para ello combinó resultados experimentales con la teoría de perfiles delgados concluyendo que el desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque es una característica fundamental en el vuelo de insectos y aves pequeñas.

Van den Berg y Ellington (1997) estudiaron específicamente el desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque de una polilla, *Manduca Sexta*, utilizando un insecto robot a escala (*the flapper*). El experimento confirmó la presencia de un pequeño vórtice desprendiéndose desde el borde de ataque (*leading-edge vortex*, LEV).

Dickinson y Götz (1993) diseñaron un experimento basado en el movimiento de una placa plana en un recipiente lleno con una solución salina al 54%. Esos investigadores repitieron el experimento para varios ángulos de ataque y definitivamente identificaron la formación de un LEV para un ángulo de ataque por encima de 13.5°. Este experimento mostró, además, como el proceso inestacionario de generación de vórtices a grandes ángulos de ataque puede contribuir a la producción de fuerzas aerodinámicas en el vuelo de insectos. Dickinson (1994) construyó un modelo a escala de un insecto alado con el objetivo de investigar los efectos de la rotación del ala sobre el desempeño aerodinámico de pequeños insectos.

Más recientemente, un grupo de biólogos e ingenieros desarrollaron un dispositivo robótico compuesto por dos alas (*robofly*) impulsado por un conjunto de motores eléctricos controlados por un ordenador. Este robot se encuentra sumergido en un tanque con aceite mineral y cada ala puede ejecutar un movimiento de rotación alrededor de tres ejes ortogonales. La viscosidad del aceite, el tamaño del ala y la frecuencia de batimiento

fueron elegidos para reproducir el número de Reynolds ($Re = 134$) típico del vuelo de una mosca de la fruta, *Drosophila Melanogaster* (Dickinson *et al.*, 1999, Lehmann, 2000).

El equipo de trabajo de Dickinson utilizó el *robofly* para estudiar en detalle varios aspectos de la cinemática de alas batientes, especialmente la fase entre la rotación del ala y la reversión en la dirección de movimiento. Como resultado de numerosos experimentos, concluyeron que los altos niveles de sustentación y empuje se deben a la acción conjunta de tres mecanismos inestacionarios altamente no lineales:

- i) el retraso de la pérdida dinámica y el desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque (*delayed stall*);
- ii) la sustentación adicional generada por la rotación del ala (*rotational lift*); y
- iii) la captura de la estela (*wake capture*).

Por otra parte, Birch y Dickinson (2001) condujeron un estudio exhaustivo de la naturaleza tridimensional de la formación de vórtices sobre el borde de ataque. Experimentos llevados a cabo sobre el *flapper* y el *robofly* han proporcionado nuevos conocimientos respecto de la generación y estabilización del desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque.

Un cuarto mecanismo aerodinámico denominado “aplauso y separación” (*clap-and-flying*) también conocido como mecanismo de Weis Fogh fue extensivamente estudiado por la comunidad científica (Weis-Fogh, 1973; Sane, 2003; Lehman, 2004; Lehmann y Pick, 2007). Aunque la mayoría de los insectos no utilizan esta técnica durante el vuelo, Lehmann *et al.* (2005) encontró que el mecanismo de aplauso y separación puede incrementar las fuerzas de sustentación hasta un 17% para ciertas cinemáticas. De hecho sólo pequeños insectos usan este mecanismo para elevar la producción de sustentación y empuje. Por lo tanto, la técnica de aplauso y separación no puede considerarse como un método general de generación de sustentación en el vuelo a pequeñas escalas.

Desde un punto de vista numérico, Vest y Katz (1996) utilizaron el método de los paneles para estudiar la aerodinámica no estacionaria de un modelo de alas batientes. Ramamurti y Sandberg (2002) emplearon las ecuaciones de Euler para computar numéricamente el flujo tridimensional alrededor del ala de una mosca y compararon, específicamente, los valores de las fuerzas de empuje y de arrastre obtenidas mediante simulaciones numéricas con mediciones experimentales llevadas a cabo por Dickinson *et al.* (1999) y encontraron una buena correlación entre ellas.

Ansari *et al.* (2006a; 2006b) implementaron numéricamente un modelo aerodinámico no estacionario, no lineal y cuasi tridimensional para un ala batiente en *hovering*. Ansari comparó sus resultados con el trabajo de Dickinson *et al.* (1999).

Liu y Kawachi (1998) y Liu *et al.* (1998) desarrollaron un modelo basado en la dinámica de los fluidos computacional para estudiar la aerodinámica no estacionaria de una polilla, *Manduca Sexta*, en una configuración de vuelo estacionario. Liu y colaboradores detectaron un LEV con flujo axial durante la fase traslacional del movimiento del ala consistente con los resultados observados por Ellington *et al.* (1996). Sun y Tang (2002) estudiaron, también, usando dinámica de los fluidos computacional la aerodinámica no estacionaria alrededor de un modelo de ala de una mosca de la fruta, detectando una fuerte relación entre las fuerzas de sustentación y el sincronismo que existe entre el movimiento de rotación y traslación del ala. Estos resultados fueron encontrados experimentalmente tres años antes por Dickinson *et al.* (1999).

Tang *et al.* (2007) emplearon un código basado en CFD para investigar las características del mecanismo aerodinámico conocido como captura de la estela durante un vuelo suspendido. Los resultados computacionales obtenidos por Tang *et al.* permitieron identificar un segundo pico de sustentación inmediatamente posterior a la fase de rotación del ala, también en concordancia con los resultados obtenidos por Dickinson *et al.* (1999).

Fritz y Long (2004) desarrollaron un modelo aerodinámico basado en el método de red de vórtices no estacionario con el objetivo de estudiar el movimiento de oscilación, cabeceo, torsión y aleteo de un ala con envergadura finita. El trabajo llevado a cabo por Fritz y Long mostró que el método de red de vórtices es capaz de simular adecuadamente muchas de las propiedades que caracterizan el vuelo con alas batientes. Sin embargo el modelo no tiene en cuenta el fenómeno de desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque. Posteriormente, Stanford y Beran (2010) modificaron el método de red de vórtices no lineal y no estacionario y condujeron estudios de optimización sobre un ala batiente en vuelo hacia adelante. Stanford y Beran consideraron la posibilidad de permitir un cambio activo en la forma del ala (*active shape morphing*) con el fin de maximizar la eficiencia aerodinámica.

1.2.3. Dinámica del vuelo de insectos

En la literatura existen varios trabajos que emplean diferentes enfoques para abordar el estudio de la dinámica de insectos y aves pequeñas. La mayoría de los trabajos utilizan un modelo de seis de grados de libertad basado en las ecuaciones estándar para aviones (*standard aircraft equations*), las cuales se pueden encontrar en la mayoría de los libros de dinámica del vuelo, por ejemplo en (Etkin y Reid, 1996). Es importante remarcar, además, que la masa asociada a las alas de los insectos representa un porcentaje relativamente bajo de la masa total de la criatura, menor al 5 % de la masa total del insecto. En el estudio sobre la mecánica del vuelo de las polillas llevado a cabo por Willmott y Ellington (1997), la masa de las alas de los ejemplares estudiados tenía valores comprendidos entre el 4% y el 5.8% de la masa total de la criatura.

Taylor y Thomas (2003) utilizaron las ecuaciones estándar para aviones en su versión linealizada para estudiar el movimiento de cuerpo rígido de una langosta del desierto. Taylor y Thomas asumieron que la frecuencia de batimiento de las alas es lo suficientemente alta como para no excitar los modos naturales del sistema. Esta asunción les permitió desprestigiar la masa de las alas y los términos giroscópicos asociados. Taylor *et al.* (2006) expandieron el trabajo anterior con el objetivo de considerar un modelo dinámico no lineal asociado al grado de libertad longitudinal del insecto. Sun y Xiong (2005) utilizaron la misma aproximación para analizar la estabilidad del vuelo de una abeja en una configuración de vuelo suspendida. Los resultados analizados permitieron identificar una oscilación inestable alrededor del eje longitudinal de la criatura.

Posteriormente se efectuaron muchos estudios sobre la dinámica de diferentes especies de insectos y sobre diversos prototipos de micro vehículos aéreos utilizando la misma técnica. Sin embargo todos ellos desprestigian la masa real de las alas y no consideran los efectos inerciales de las mismas sobre el cuerpo del insecto o fuselaje del MAV (Dietl y García, 2008; Doman *et al.*, 2009a; Doman *et al.*, 2009b; Deng *et al.*, 2001; Schenato *et al.*, 2003; Deng *et al.*, 2006a; Deng *et al.*, 2006b).

Khan y Agrawal (2005) derivaron las ecuaciones de movimiento para un micro vehículo aéreo de alas batientes basado, también, en las ecuaciones estándar para aviones. En este trabajo la masa del ala fue desprestigada, pero los autores describieron su movimiento respecto al plano de batimiento por medio de una parametrización de ángulos de Euler mediante una secuencia 2-3-1. Además, esos autores desarrollaron un modelo aerodinámico basado en los trabajos de Sane y Dickinson (2002), el cual

incluye efectos asociados a la rotación del ala y el fenómeno de desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque. El modelo aerodinámico fue completado mediante coeficientes medidos experimentalmente en un robot alado (*flapper robot*), y lo utilizaron en conjunto con su modelo dinámico para simular una condición de vuelo suspendida en un micro vehículo aéreo de alas batientes.

Żbikowski *et al.* (2006) discutieron varios aspectos del modelado matemático de la dinámica del vuelo de insectos tales como: patrones cinemáticos, aerodinámica no estacionaria, dinámica y control. Estos autores adoptaron un modelo basado en seis grados de libertad para el cuerpo del insecto, depreciando, también, la masa asociada a las alas. Además, establecieron algunos lineamientos para llevar a cabo un análisis de bifurcaciones del modelo resultante.

Con el objeto de considerar los efectos despreciados en los trabajos previos y concebir modelos dinámicos más precisos, Lasek y Sibilski (2002) y Buler *et al.* (2004) derivaron las ecuaciones de movimiento de un MAV utilizando las ecuaciones de Gibbs-Appel. Particularmente, Lasek y Sibilski consideraron dos grados de libertad para el ala: desviación respecto del plano de batimiento y ángulo de aleteo dentro del plano de batimiento. Buler *et al.* asociaron a cada ala del micro vehículo aéreo dos grados de libertad: un ángulo de aleteo dentro del plano de batimiento y un ángulo de ataque medido respecto del plano de batimiento. El modelo dinámico desarrollado por Buler *et al.* consta de seis grados de libertad para el cuerpo del MAV más dos ecuaciones de restricción holonómicas para cada ala, resultando en un sistema con diez coordenadas generalizadas para describir el espacio de configuración del sistema.

Loh *et al.* (2003) investigaron la estabilidad de la dinámica longitudinal de un micro vehículo aéreo de alas batientes en vuelo suspendido. Utilizaron un enfoque fundado en las ecuaciones de Newton-Euler para escribir las ecuaciones de movimiento del MAV y consideraron seis grados de libertad para el fuselaje del MAV y dos grados libertad para cada ala. Las fuerzas externas provenientes de la aerodinámica se computaron mediante un modelo aerodinámico simplificado el cual hace uso de coeficientes determinados experimentalmente sobre un robot, también, construido por Loh (2003). El modelo dinámico fue implementado en SIMULINK[®] con el objeto de estudiar diferentes estrategias de control.

Jackson *et al.* (2008) estudiaron un problema de optimización de trayectoria asociado a un micro vehículo aéreo de alas batientes modelando al MAV como una colección de

tres cuerpos e incluyeron el efecto inercial de las alas. Sin embargo el cuerpo del micro vehículo se modeló con masa puntual, por lo tanto el acoplamiento inercial entre las alas y el fuselaje del MAV no fue tenido en cuenta.

Grauer y Hubbard (2009) dedujeron las ecuaciones de movimiento de un MAV usando las ecuaciones de Boltzman-Hamel y utilizaron un enfoque fundado en la dinámica de multicuerpo considerando una colección de cinco cuerpos rígidos (tórax, dos cuerpos para la cola, y dos alas). En este trabajo, cada cuerpo rígido tiene asociado solamente un grado de libertad y las cargas aerodinámicas son introducidas mediante un modelo aerodinámico cuasi estacionario basado en los trabajos de Harmon *et al.* (2008) y Roget *et al.* (2008).

Bolender (2009) derivó las ecuaciones de movimiento para un micro vehículo aéreo de alas batientes mediante las ecuaciones de Kane, modeló el MAV con cuatro cuerpos rígidos interconectados (tórax, cola y dos alas) y consideró, además, el efecto de la masa sobre el fuselaje del vehículo.

Sun *et al.* (2007) emplearon técnicas Eulerianas para derivar las ecuaciones de movimiento para un insecto volador. Además, consideraron un movimiento prescrito para las alas (cinemáticamente conducidas). Las cargas aerodinámicas no estacionarias actuantes sobre las alas fueron computadas por medio de un modelo aerodinámico basado en la dinámica de los fluidos computacional desarrollado previamente por Sun y Tang (2002). Los autores concluyeron que la asunción de cuerpo rígido es válida para insectos pequeños, pero no necesariamente válida para insectos de mayor tamaño tales como las polillas.

Posteriormente, Wu *et al.* (2009) utilizaron el modelo dinámico desarrollado por Sun *et al.* (2007) y lo acoplaron con las ecuaciones de Navier-Stokes con el objeto de simular numéricamente el comportamiento dinámico de una polilla y una díptera (*dronefly*) en una configuración de vuelo suspendido. En ese trabajo se consideró solamente la dinámica longitudinal del insecto, siendo la dinámica lateral despreciada. Wu *et al.* compararon sus resultados con valores medidos en estudios experimentales realizados sobre las mismas especies encontrando una buena correlación entre ellas.

Gebert *et al.* (2002) utilizaron un enfoque basado en las ecuaciones de Newton para deducir las ecuaciones de movimiento de un MAV de alas batientes. Esta aproximación requiere un esfuerzo adicional asociado al cómputo de las fuerzas de vínculo entre el fuselaje del MAV y las alas. Adicionalmente, Sun *et al.* (2007) reportaron que las ecuaciones dinámicas derivadas por Gebert *et al.* contenían errores y no podían ser utilizadas.

Dickson *et al.* (2006) desarrollaron un método que utiliza un programa con motor físico, similar al usado para realizar videos juegos y animaciones por computadora, para simular numéricamente el vuelo de un MAV incluyendo los efectos inerciales asociado a las alas.

Orlowski y Girard (2009) dedujeron las ecuaciones de movimiento para un micro vehículo aéreo de alas batientes mediante un enfoque basado en el principio de D’Alambert para múltiples cuerpos rígidos y modelaron el MAV como una colección de tres cuerpos rígidos interconectados (fuselaje y dos alas) y consideraron seis grados de libertad para el fuselaje y tres grados de libertad para cada ala. Estos investigadores condujeron simulaciones numéricas utilizando datos promediados para las fuerzas y momentos aerodinámicos obtenidas del trabajo de Trizilia *et al.* (2008).

Orlowski *et al.* (2011) extendieron posteriormente el modelo dinámico mediante la incorporación de la dinámica del plano de batimiento y un modelo aerodinámico cuasi estacionario basado en el método de elementos de pala y utilizaron este modelo para conducir un estudio exhaustivo de la influencia de la masa de las alas sobre el cuerpo del MAV, concluyendo que a medida que se disminuye el porcentaje de masa de las alas relativo al cuerpo del micro vehículo aéreo, los resultados de las simulaciones numéricas se aproximan a los resultados dados por las ecuaciones estándar para aviones.

En casi todos los trabajos citados anteriormente, el estudio de la dinámica de un insecto o micro vehículo aéreo se modela mediante formulaciones simplificadas basadas en las ecuaciones estándares para aviones, despreciando por lo tanto la masa de las alas y sus efectos inerciales asociados. Además, muchos de estos trabajos utilizan modelos aerodinámicos simplificados para incorporar las fuerzas y momentos que provienen de la interacción entre los cuerpos rígidos que componen el sistema multicuerpo y el fluido que los rodea.

A continuación, en la Tabla 1.2 se resumen las características de los principales trabajos sobre la dinámica del vuelo de insectos y micro vehículos aéreos de alas batientes llevados a cabo por especialistas en diferentes áreas de la ciencia a nivel mundial.

Tabla 1.2: Resumen de modelos dinámicos para el estudio de la dinámica del vuelo de insectos y MAVs.

Autores	Modelo Dinámico	DOF / Ala	Aerodinámica	Aplicación
(2003) Taylor y Thomas	Lineal	No	Experimental	Langosta del desierto
(2005) Sun y Xiong	Lineal	No	CFD	Abeja
(2009a) y (2009b) Doman <i>et al.</i>	6DOF	No	Cuasi estacionario (elemento de pala)	Robofly, Dickinson <i>et al.</i> (1999)
(2001) Deng <i>et al.</i>	6DOF	No	Cuasi estacionario (elemento de pala)	Insectos
(2005) Khan y Agrawal	6DOF	No	Cuasi estacionario (elemento de pala)	Insectos
(2007) Sun <i>et al.</i>	6DOF	No	3D Navier-Stokes	Insectos
(2003) Loh <i>et al.</i>	Multicuerpo	Si (2DOF / Ala)	Cuasi estacionario (elemento de pala)	Insectos
(2009) Bolender	Multicuerpo	Si (2DOF / Ala)	Sun y Wang (2007)	Insectos
(2004) Buler <i>et al.</i>	Multicuerpo	Si (2DOF / Ala)	No especificado	Ornitóptero
(2009) Grauer y Hubbard	Multicuerpo	Si (1DOF / Ala)	Cuasi estacionario (elemento de pala)	Ornitóptero
(2009) y (2011) Orlowski <i>et al.</i>	Multicuerpo	Si (3DOF / Ala)	Berman y Wang (2007)	Insectos

1.2.4. Elasticidad de alas batientes

Las aves cambian la forma del ala mediante una compleja estructura muscular embebida en el ala, que actúa directamente sobre los huesos, sobre las plumas y, en el caso de murciélagos, sobre las membranas (*patagium*) que se encuentran entre los huesos.

Por otro lado, los insectos son las únicas criaturas voladoras que no poseen músculos dentro de sus alas; ellos controlan activamente el cambio de forma del ala mediante fuerzas actuantes en la raíz del ala que son transmitidas hacia el resto de la misma por medio de su estructura esquelética (exoesqueleto) (Wootton, 1981; 1992).

Se han identificado cinco factores como posibles responsables de la deformación producida sobre el ala de un insecto, estos son: *i*) las cargas aerodinámicas; *ii*) los efectos inerciales causados por las grandes aceleraciones, particularmente hacia el final de cada fase traslacional cuando el ala revierte su dirección de movimiento; *iii*) las fuerzas actuantes sobre la raíz del ala, ejercidas directa e indirectamente por músculos sobre la base del ala; *iv*) la arquitectura del ala; y *v*) la red venosa embebida en la estructura alar que tiene propiedades estructurales importantes, aparte de la entrega de la hemolinfa (fluido circulatorio) al tejido del ala. El tamaño y la forma de cada vena, como así también la topología de la red venosa influyen en la rigidez estructural e inercia del ala, permitiendo al insecto controlar localmente la deformación del ala (Combes y Daniel, [2003a](#); [2003b](#)).

Para entender definitivamente el lenguaje del vuelo natural, resulta crucial disponer de una descripción detallada de las deformaciones que experimentan las alas de insectos y aves en diferentes configuraciones de vuelo.

Ellington ([1984c](#)) utilizó una técnica de proyección para estudiar el ángulo de ataque, combadura del perfil alar, perfil de flexión y ángulo de torsión del ala de una mosca cernidora (*Episyrphus balteatus*), una mosca de las flores (*Eristalis tenax*) y una abeja (*Bombus lucorum*).

Años más tarde, Willmott y Ellington ([1997](#)) utilizaron una técnica basada en videografía de alta velocidad para determinar el ángulo de rotación y el ángulo de torsión del ala de una polilla (*Manduca sexta*) en vuelo libre.

Posteriormente, fueron desarrolladas una gran variedad de técnicas con el objeto de cuantificar las deformaciones que se producen sobre el ala de un insecto mientras vuela (Zeng *et al.*, [1996](#); [2000](#); Song *et al.*, [2001](#); Wang *et al.*, [2003](#); Walker *et al.*, [2009a](#); [2009b](#); [2010](#); Aguayo *et al.*, [2010](#)).

El avance de la tecnología, especialmente el desarrollo de ordenadores más potentes, con mayor capacidad de cómputo y almacenamiento, ha impulsado la confección de modelos numéricos cada vez más complejos para el estudio del vuelo natural. Especialistas en diferentes áreas de la ciencia han llevado a cabo estudios aeroelásticos

bidimensionales y tridimensionales que consideran el acoplamiento entre el fluido que rodea el insecto y la estructura altamente flexible que compone las superficies sustentadoras (alas). Como consecuencia de las grandes aceleraciones y las cargas aerodinámicas actuantes sobre las alas, estas se deforman sustancialmente. Estas deformaciones inducen una modificación significativa en las cargas aerodinámicas, altamente no estacionarias y no lineales, las que a su vez, inducen nuevas variaciones en la deformación del ala.

El fenómeno de retroalimentación entre las cargas aerodinámicas, las deformaciones del ala, y el movimiento de la criatura voladora genera un problema fuertemente acoplado entre el aire y el sistema de múltiples cuerpos utilizado para modelar el insecto o el ave pequeña.

En 1995, Smith utilizó el método de los paneles junto con un modelo estructural basado en el método de elementos finitos considerando material elástico lineal para modelar el ala de una polilla (Smith, 1995). Este investigador analizó específicamente el efecto de la flexibilidad del ala sobre la producción de fuerzas aerodinámicas, y concluyó que la sustentación es incrementada durante la fase descendente del ala y permanece invariable durante la fase traslacional inversa.

Barut *et al.* (2006) investigaron las deformaciones que se producen sobre el ala de una libélula para un caso particular de un movimiento arbitrario prescrito sobre la raíz del ala. Sin embargo las cargas aerodinámicas no fueron incluidas en el modelo con el objeto de simplificar el análisis.

Ishihara *et al.* (2009) propusieron un modelo bidimensional para estudiar la interacción fluido estructura en el vuelo de una *diptera*. Específicamente, analizaron la influencia de la torsión del ala sobre la fuerza de sustentación y concluyeron que la misma puede soportar el peso de una *diptera* en vuelo suspendido.

Vanella *et al.* (2009) desarrollaron un modelo bidimensional con el objeto de entender como la flexibilidad afecta el desempeño aerodinámico de un ala batiente en vuelo suspendido. Los resultados reportados por Vanella y colaboradores revelaron que la flexibilidad del ala beneficia la producción de sustentación. Particularmente, mostraron

que el mejor rendimiento es alcanzado cuando el ala es conducida a una frecuencia próxima a la frecuencia de resonancia no lineal del sistema (súper armónica de orden tres) para un rango del número de Reynolds comprendido entre 75 y 1000.

Recientemente, Nakata y Liu (2012) desarrollaron un modelo computacional tridimensional que permite estudiar la interacción fluido estructura de una polilla en vuelo suspendido. Ellos usaron un modelo aerodinámico elaborado previamente por Liu (2009) y un modelo estructural basado en el método de elementos finitos utilizando un elemento de cáscara triangular llamado AT/DKT que permite considerar propiedades relacionadas con la anisotropía y heterogeneidad que caracterizan a las alas de estas criaturas (Ertas *et al.*, 1992). Los resultados obtenidos por Nakata y colaboradores demostraron la importancia de la flexibilidad del ala en el vuelo con alas batientes.

Una comparación exhaustiva entre los trabajos citados anteriormente es difícil de establecer ya que los estudios son realizados usualmente sobre diferentes especies y además, los enfoques utilizados para computar las fuerzas aerodinámicas pueden ser radicalmente distintos. A pesar de los esfuerzos llevados a cabo por la comunidad científica, un interrogante interesante permanece aún sin una respuesta definitiva: ¿como la flexibilidad del ala afecta el desempeño aerodinámico en el contexto del vuelo con alas batientes ?

1.3. Objetivos

La investigación que se presenta en este trabajo de tesis apunta a mejorar la comprensión que se tiene hasta el momento sobre el comportamiento aerodinámico no estacionario y dinámico no lineal asociado a micro vehículos aéreos de alas batientes súper maniobrables inspirados en la biología. Este objetivo, que es verdaderamente general, se materializa a través del desarrollo y posterior utilización de herramientas computacionales robustas y altamente confiables, con las cuales se pueden llevar a cabo simulaciones numéricas. Es evidente que el desarrollo de los métodos requeridos para modelar y controlar un vehículo de esta clase, promueven un mejor entendimiento de los fenómenos dinámicos inestacionarios y no lineales involucrados, y proveen los fundamentos necesarios para el diseño de futuras generaciones de MAVs.

El trabajo que aquí se presenta tuvo, además, dos objetivos particulares:

- a) completar la formación superior de un recurso humano, y
- b) la confección de esta tesis conducente al grado de doctor.

El primer objetivo particular fue formar al candidato doctoral en varias disciplinas de la ingeniería que incluyen: *i*) mecánica estructural; *ii*) dinámica de sistemas multicuerpos flexibles; *iii*) aerodinámica inestacionaria y no lineal; *iv*) métodos numéricos; y *v*) computación de alto desempeño. El segundo objetivo particular fue aplicar los conocimientos y las habilidades adquiridas por el candidato para desarrollar la herramienta computacional con la cual se llevaron a cabo las simulaciones numéricas que se presentan en esta tesis.

1.4. Contribuciones originales

La principal contribución de este esfuerzo, es crear un nexo entre el lenguaje “descriptivo” utilizado por los biólogos y el lenguaje “predictivo” utilizado por los ingenieros. El estudio y análisis de la cinemática, aerodinámica, y dinámica del vuelo de alas batientes llevado a cabo en esta tesis integra datos de la biología experimental con métodos de predicción utilizados en ingeniería, permitiendo de esta manera, el desarrollo de herramientas de simulación que sirven como medio para intentar descifrar definitivamente el “lenguaje” del vuelo natural.

Específicamente, las contribuciones originales que se presentan en este trabajo se resumen a continuación:

- Una descripción detallada de los principales parámetros cinemáticos que intervienen en el ciclo de batimiento.
- Un modelo cinemático general para las alas de insectos que admite la imposición de patrones de deformación específicos tales como: torsión, flexión, y ambos efectos combinados.

- Un modelo aerodinámico general no lineal y no estacionario, que incluye: *i*) las alas; *ii*) el cuerpo del insecto compuesto por la cabeza, tórax y abdomen, y *iii*) una extensión del modelo aerodinámico para incorporar el fenómeno de desprendimiento desde el borde ataque basado en un esquema todo/nada (desprende o no desprende).
- Un modelo dinámico multicuerpo híbrido donde se consideran miembros flexibles mediante la imposición de deformaciones, como las alas, y miembros rígidos, como el cuerpo del insecto. En este modelo se tienen en cuenta todas las no linealidades provenientes de la cinemática de grandes rotaciones y grandes desplazamientos de los cuerpos rígidos y de los cuerpos flexibles como un todo.
- Una descripción unificada para estudiar la dinámica del vuelo de insectos voladores que es muy apropiada para la realización de simulaciones numéricas.
- Un procedimiento que acopla el método predictor corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming con un esquema de estabilización basado en la proyección de coordenadas (*S-both*²) para integrar el sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas de índice 1 que gobiernan el sistema completo.
- Un procedimiento general para calcular las propiedades másicas de superficies con forma arbitraria embebidas en el espacio, tales como: masa, posición del centro de masa, primer tensor de inercia y segundo tensor de inercia. La técnica desarrollada utiliza conceptos concernientes al método de los elementos finitos, tales como la utilización de elementos isoparamétricos para discretizar el dominio del cuerpo.
- Un código computacional interactivo con una interface gráfica desarrollado íntegramente en Matlab[®] mediante el uso de GUIs (*Graphical-User-Interfaces*). Esta herramienta permite estudiar la influencia de los diferentes parámetros cinemáticos sobre la topología de las trayectorias de puntos arbitrarios pertenecientes a las alas.
- Un código estructurado con organización modular escrito en lenguaje Fortran 90, donde se implementaron las formulaciones desarrolladas en esta tesis.

1.5. Organización de la tesis

En el Capítulo 2 se presenta una explicación resumida de los aspectos generales de la cinemática de alas batientes, como así también, una revisión general de los mecanismos de vuelo no estacionarios y altamente no lineales desarrollados por los insectos. Además se formula la descripción cinemática completa de dos modelos de complejidad creciente: *i)* un modelo de ala rígida y *ii)* un modelo cinemático que admite la imposición de pequeñas deformaciones sobre las alas.

En el Capítulo 3 se presenta el modelo aerodinámico adoptado, y se detallan las características especiales que lo distinguen de la implementación estándar del método de red de vórtices no lineal y no estacionario.

En el Capítulo 4 se describe detalladamente el modelo dinámico desarrollado para el insecto completo haciendo especial referencia a: *i)* las ecuaciones de restricción; *ii)* el cómputo de las fuerzas generalizadas conservativas y no conservativas; y *iii)* a la reducción de índice de las ecuaciones diferenciales algebraicas de índice 3 que gobiernan la dinámica del insecto.

El Capítulo 5 contiene las descripciones del esquema de integración numérica y del procedimiento de estabilización para las ecuaciones diferenciales algebraicas de índice 1. Además, ese capítulo expone la estrategia para realizar el acoplamiento entre los modelos aerodinámico y dinámico.

En el Capítulo 6 se presentan simulaciones numéricas para el estudio de la cinemática, aerodinámica y la dinámica de insectos voladores. Tanto el código computacional desarrollado en Matlab para estudiar la cinemática de alas batientes (Insect-MAV) como así también la herramienta numérica desarrollada en fortran 90 para estudiar la aerodinámica y la dinámica del vuelo de insectos se validaron contrastando algunos resultados numéricos con mediciones experimentales reportadas por Dickinson realizadas mediante un robot dinámicamente escalado (*robotfly*) construido en la Universidad de Berkeley. Luego, se presenta una serie de estudios concernientes a la aerodinámica y a la dinámica de una mosca de la fruta en vuelo suspendido.

Por último, al final de esta tesis se incluyen tres anexos. En el Anexo A se presenta la deducción de las ecuaciones de movimiento para el insecto. El Anexo B contiene los

detalles de un procedimiento general para calcular las propiedades másicas de superficies con forma arbitraria embebidas en el espacio, y en el Anexo C se presenta una lista de las publicaciones del doctorando relacionadas con la tesis. Finalmente, las referencias son listadas en orden alfabético.

Capítulo 2

Cinemática de alas batientes

2.1. Generalidades

En este capítulo se discuten los aspectos generales de la cinemática de alas batientes y se realiza una revisión general de los mecanismos de vuelo no estacionarios y altamente no lineales utilizados por los insectos. En particular se enfatizan aquellos mecanismos aerodinámicos que han sido observados en una amplia variedad de insectos y a los que pueden atribuirse las grandes fuerzas de sustentación y empuje que caracterizan al vuelo natural. Además, se definen los diferentes marcos de referencia adoptados para formular las ecuaciones que gobiernan la cinemática de un ala batiente, se realiza un estudio detallado de los principales parámetros cinemáticos que intervienen en el complejo movimiento de ese tipo de alas y se presenta una descripción cinemática completa del insecto considerando su orientación en el espacio tridimensional. Para describir el movimiento del ala se desarrollaron dos modelos de complejidad creciente: *i*) un modelo de ala rígida; y *ii*) un modelo cinemático que admite la imposición de pequeñas deformaciones sobre las alas, tales como flexión en el plano del ala, flexión en la dirección normal al plano del ala y torsión.

2.2. Vuelo con alas batientes

Una de las claves para lograr agilidad en el vuelo con alas batientes reside en la habilidad para variar la cinemática de cada aleteo. Para entender integralmente el vuelo natural, llevar a cabo el modelado aerodinámico y captar los mecanismos aerodinámicos empleados, resulta crucial poder realizar un análisis detallado de la cinemática. La cinemática del vuelo hacia adelante de insectos y pájaros pequeños continúa siendo poco

comprendida, a pesar de la larga historia de investigaciones sobre la trayectoria de las alas. Un estudio integral de la mecánica de vuelo debería incluir investigaciones del movimiento del eje longitudinal del ala y del movimiento de torsión que lo acompaña, todo esto, para sistemas volando en un rango de velocidades lo más amplio posible.

El ciclo de batimiento puede ser dividido en cuatro fases (Dickinson *et al.*, 1999; Singh *et al.*, 2004):

- i) una primera etapa de traslación donde el ala realiza un movimiento descendente desde la parte dorsal hacia el vientre del insecto, llamada *downstroke*;
- ii) hacia el final del *downstroke* el ala gira rápidamente alrededor de su eje longitudinal e invierte su dirección de movimiento, esta fase se llama supinación;
- iii) una segunda etapa de traslación donde el ala realiza un movimiento ascendente desde el vientre hacia la parte dorsal del insecto, llamada *upstroke*; y
- iv) hacia el final del *upstroke* el ala vuelve a girar alrededor de su eje longitudinal e invierte nuevamente la dirección de su movimiento, esta fase se llama pronación.

Las fases ii) y iv) pueden ser clasificadas como la porción rotacional del ciclo de batimiento (*reversal stroke*). Al final de la última fase rotacional el ciclo de batimiento comienza nuevamente. En la Figura 2.1 se presenta un esquema que muestra las diferentes fases descritas anteriormente.

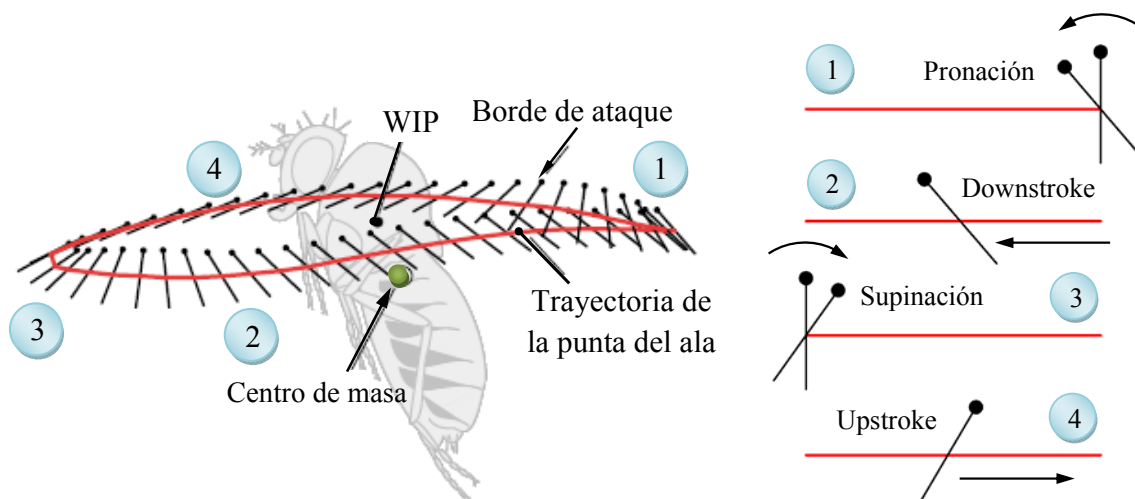


Figura 2.1: Fases de un ciclo de batimiento; (Lehmann y Pick, 2007).

2.3. Mecanismos no convencionales del vuelo natural

Cuando las alas de insectos son estudiadas experimentalmente en un túnel de viento en el rango de velocidades de flujo correspondientes al vuelo natural de estas criaturas, las fuerzas medidas en los experimentos son sustancialmente más grandes que aquellas

predichas por las teorías aerodinámicas convencionales. Esta deficiencia, en las predicciones de la aerodinámica clásica respecto de los valores experimentales, incentivó la búsqueda de mecanismos aerodinámicos no convencionales que puedan explicar el incremento en la producción de sustentación y empuje presentes en vuelos con alas batientes.

Recientes estudios sobre insectos reales y modelos dinámicamente escalados de insectos han revelado la existencia de cuatro mecanismos aerodinámicos de generación de sustentación y empuje asociados al batimiento de las alas:

- Retraso de la pérdida dinámica (*delayed stall*);
- Sustentación rotacional (*rotational lift*);
- Captura de la estela (*wake capture*); y
- Técnica de aplauso y separación (*Weis-Fogh's clap and fling mechanism*).

2.3.1. Retraso de la pérdida dinámica

Para describir el fenómeno de retraso de la pérdida dinámica consideremos una placa delgada inmersa en una corriente de fluido. Cuando el ángulo de ataque es pequeño o moderado, el flujo incidente se separa en el borde de ataque, fenómeno frecuentemente denominado como “desprendimiento”. Bajo estas condiciones, la zona de separación es pequeña y el flujo se une nuevamente a la placa a una pequeña distancia desde borde de ataque (ver figura 2.2a). Las fuerzas de sustentación pueden ser predichas para flujos estacionarios y no estacionarios por medio de un modelo que consiste en concentrar un único vórtice cerca, o sobre el borde de ataque. Esta aproximación produce buenos resultados cuando se los compara con observaciones realizadas experimentalmente.

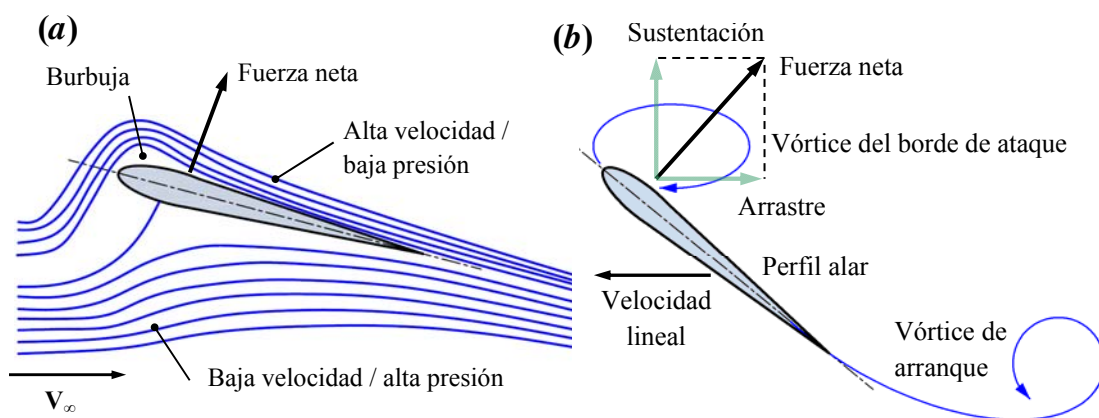


Figura 2.2: Mecanismos aerodinámicos, reproducción de Dickinson (2001);
 (a) Visualización de flujo de aire alrededor de un perfil alar, (b) Formación del vórtice del borde de ataque.

En flujos estacionarios, tanto el tamaño del vórtice que se desprende desde el borde de ataque como así también la distancia a la cual se produce el “reatado” del flujo se incrementan a medida que el valor del ángulo de ataque crece. Cuando este ángulo alcanza un valor crítico, el reatado del flujo ya no es posible, y se produce un desprendimiento continuo de vorticidad, la cual es transportada por el fluido corriente abajo cubriendo toda la superficie superior de la placa. Este fenómeno causa un descenso brusco de la velocidad, un aumento de la presión, y por consiguiente una pérdida catastrófica de las fuerzas de sustentación. Este fenómeno es conocido frecuentemente como “entrada en pérdida” en la terminología de aerodinámica de aviones.

Ahora, nos podríamos preguntar: ¿Cómo ésta pérdida, que resulta catastrófica para una aeronave, ayuda a los insectos y aves pequeñas a obtener un aumento en las fuerzas de sustentación? La respuesta, lejos de ser sencilla, está relacionada con la utilización de alas batientes y más específicamente con la frecuencia a la cual estas criaturas baten sus alas (Dickinson, 2001). Inicialmente, el aumento de sustentación se debe a la presencia de un vórtice relativamente fuerte ubicado cerca del borde de ataque (ver figura 2.2b). La velocidad del flujo de aire dentro del vórtice es bastante alta, lo cual implica una baja presión sobre la cara superior del ala y por lo tanto un aumento de sustentación (Sane, 2003). En flujos estacionarios, la fuerza de sustentación decae a medida que transcurre el tiempo, por el contrario, el batimiento de las alas genera un flujo altamente inestacionario produciendo la formación de nuevos vórtices en el borde de ataque en una secuencia casi continua.

Taira *et al.* (2007) y Taira y Colonius (2009) estudiaron el flujo tridimensional alrededor de una placa plana con arranque impulsivo. Se observó que, para la mayoría de los casos, el máximo pico de sustentación ocurre inmediatamente después del arranque impulsivo (tiempo adimensional $t^* = 1.5$, definido como el tiempo adimensional convectivo $V_\infty t/c$, donde V_∞ es la velocidad de corriente libre y c la cuerda del ala) independientemente del ángulo de ataque, relación de aspecto o geometría adoptada para la placa. Taira *et al.* concluyeron que la repetida aparición de este número adimensional podría deberse a una posible universalidad del mismo. Este efecto fue descubierto en Inglaterra por ingenieros aeronáuticos alrededor de 1930, pero es muy breve para ser aprovechado por los aeroplanos convencionales. Sin embargo, la frecuencia de aleteo relativamente alta que caracteriza el vuelo con alas batientes permite al insecto o ave cambiar rápidamente la dirección de movimiento de sus alas, produciendo de esta manera un nuevo vórtice en la dirección opuesta al vórtice desprendido previamente. En

la figura 2.3 se muestra un esquema del mecanismo aerodinámico conocido como retraso de la pérdida dinámica, y la ocurrencia del mismo dentro de un ciclo de batimiento.

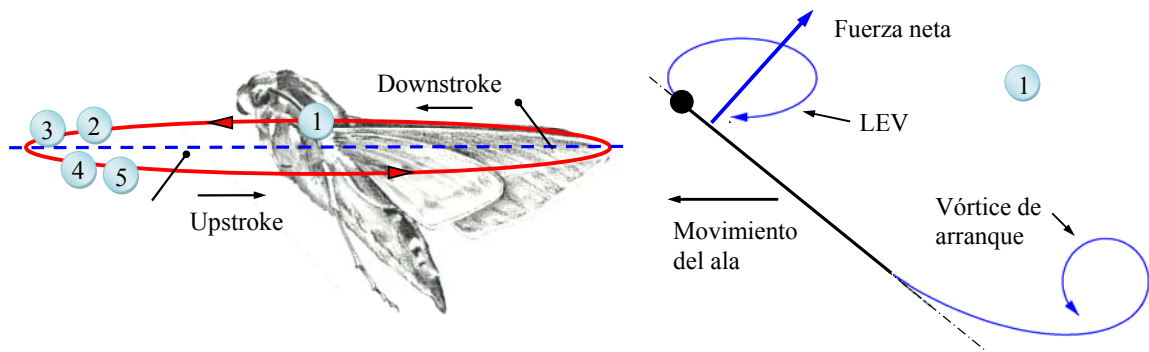


Figura 2.3: Esquema del mecanismo “retraso de la pérdida dinámica”; reproducción de Singh y Chopra (2006).

El desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque es fundamental en el vuelo con alas batientes. Particularmente, un análisis experimental llevado a cabo por Dickinson y Götz (1993) mostró que el flujo se separa desde el borde de ataque formando un LEV para ángulos superiores a 9° , un valor bastante por debajo de aquellos observados en una gran variedad de insectos. Además, existen grandes diferencias entre los patrones de vórtices generados por un ala con movimiento oscilatorio según se estudie el fenómeno con modelos bidimensionales o tridimensionales.

Un estudio bidimensional revela un patrón de vórtices no estacionarios cuya topología se conoce con el nombre de “calle de von Karman” (ver figura 2.4a), por el contrario, cuando el estudio considera modelos 3D, se observa un patrón de vórtices estable durante todo el movimiento realizado por el ala (ver figura 2.4b).

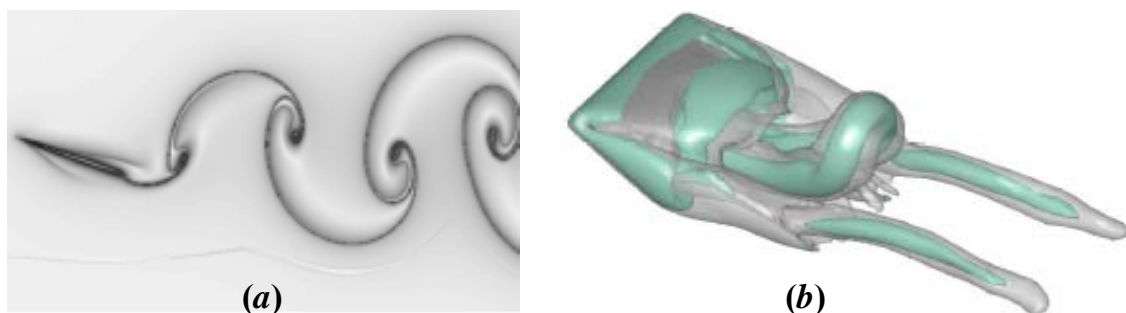


Figura 2.4: Placa plana con movimiento de cabeceo (Brunton *et al.*, 2008); (a) Modelo 2D, calle de von Karman, (b) Modelo 3D.

Willmott *et al.* (1997) señalaron que, para flujos tridimensionales, la estabilidad del LEV se debe a la presencia de un flujo axial que se mueve desde la raíz hacia la punta del ala, produciendo una disminución en la intensidad del vórtice, incrementando su

estabilidad y permitiendo que el mismo permanezca atado al ala durante gran parte del ciclo de batimiento. Este mecanismo de estabilización es crucial en insectos de gran tamaño tales como polillas y libélulas. Por otro lado, estudios sobre insectos diminutos (mosca de la fruta) han mostrado la existencia de un LEV estable en ausencia de tal flujo axial (Birch y Dickinson, 2001). Los resultados reportados para insectos de diferentes tamaños tales como polillas y moscas sugieren que la estructura 3D del flujo puede ser cuantitativamente diferente a bajos y altos números de Reynolds.

Aún hoy en día, una respuesta completa acerca de la naturaleza 3D del flujo altamente inestacionario que se genera en el vuelo a pequeñas escalas no ha sido dada y permanece como un gran desafío a develar. Sin embargo, el retraso de la pérdida dinámica en conjunto con el desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque provee una base sólida que permite explicar muchas de las características intrínsecas de la separación de flujos a grandes ángulos de ataque.

2.3.2. Sustentación rotacional

La sustentación rotacional surge como una combinación del movimiento de traslación y rotación del ala. Este mecanismo es similar al efecto Magnus, el cual permite que una pelota lanzada al aire con cierta rotación (espín) siga una trayectoria curva, como por ejemplo en el tenis, béisbol o fútbol. Mientras la pelota rota y se desplaza en el aire, la circulación incrementa la velocidad del flujo de aire sobre una cara de la pelota y la disminuye sobre la cara opuesta. Si la velocidad es más alta sobre la cara superior (*backspin*), la pelota es impulsada hacia arriba. Por el contrario, si la velocidad es más alta en la cara inferior (*topspin*), la pelota es impulsada hacia abajo (ver Figura 2.5) (Dickinson *et al.*, 1999).

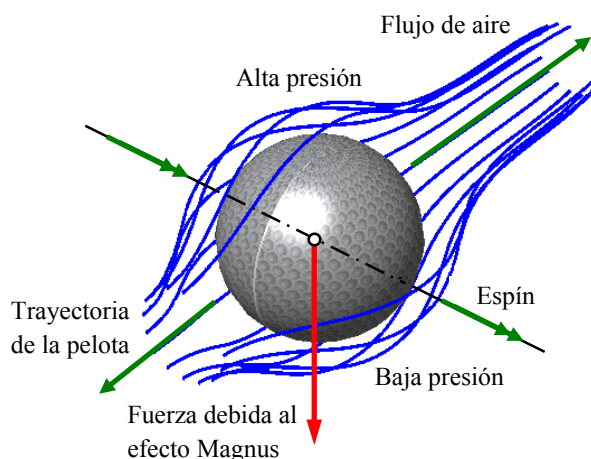


Figura 2.5: Efecto Magnus (*topspin*).

Por lo tanto, en aves e insectos, la dirección de las fuerzas de sustentación generadas por un mecanismo similar al efecto Magnus depende críticamente de la dirección de rotación del ala.

Antes de comenzar cada fase de traslación (*downstroke* o *upstroke*) el ala debe adoptar un óptimo ángulo de ataque. Previo al cambio en la dirección de movimiento de traslación del ala, desde un movimiento descendente a un movimiento ascendente, o viceversa, el ala rota de modo que el borde de ataque gire hacia atrás relativo a la dirección de traslación (*backspin*), produciéndose de esta manera una fuerza neta de sustentación. Por el contrario, si el ala rota posterior al cambio en la dirección de su movimiento, entonces el borde de ataque gira hacia delante relativo a la dirección de traslación (*topspin*), originando una fuerza hacia abajo (Dickinson *et al.*, 1999; Sane, 2003; Tarvirdizadeh *et al.*, 2006). La figura 2.6 presenta un esquema del mecanismo aerodinámico sustentación rotacional.

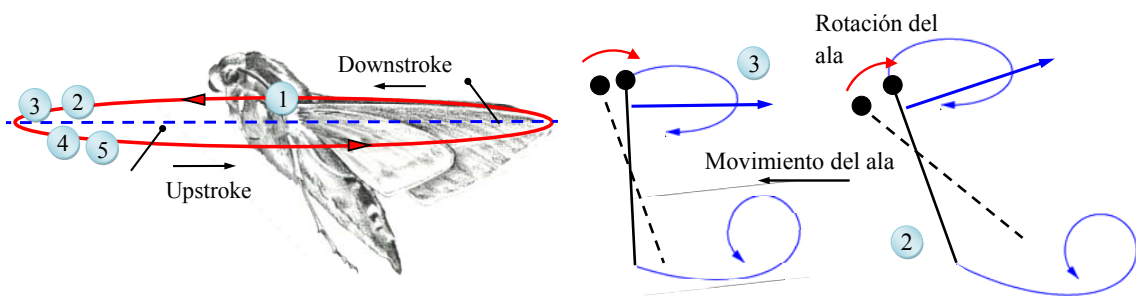


Figura 2.6: Esquema del mecanismo de “sustentación rotacional”; reproducción de Singh y Chopra (2006).

2.3.3. Captura de la estela

Este mecanismo aprovecha el desprendimiento de vórtices emitidos en ciclos previos. Se ha demostrado sobre modelos 2D, que el flujo de aire generado durante el batimiento de las alas incrementa la velocidad efectiva del fluido al comienzo del ciclo de batimiento siguiente, aumentando de esta manera la producción de fuerzas aerodinámicas que contribuyen a la sustentación. Dickinson *et al.* (1999) explicaron, sobre la base de este mecanismo, los grandes picos de sustentación que se desarrollan inmediatamente después que el ala invierte su dirección de movimiento al comienzo de cada fase de traslación. Dickinson *et al.* también demostraron que la magnitud y dirección de las fuerzas aerodinámicas producidas mediante este mecanismo dependen de la relación de fase que existe entre la etapa rotacional y la etapa traslacional. Si la rotación del ala

ocurre antes de que el ala invierta su dirección de movimiento, el ala intercepta la estela emitida en ciclos anteriores y genera una fuerza de sustentación positiva. Si dicha rotación es retrasada respecto a la inversión en la dirección de movimiento del ala, el ángulo con el cual el ala intercepta la estela produce sustentación negativa (ver figura 2.7) (Dickinson *et al.*, 1999, Tarvirdizadeh *et al.*, 2006).

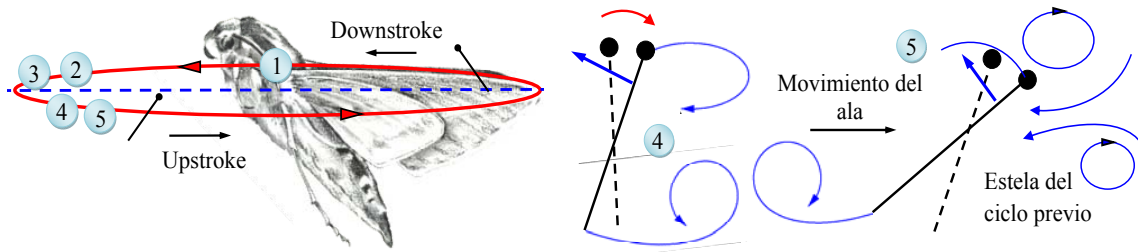


Figura 2.7: Esquema del mecanismo de “captura de la estela”; reproducción de Singh y Chopra (2006).

En general, la estela representa la transferencia de energía de un objeto moviéndose en un fluido hacia el medio que lo rodea. Al cambiar rápidamente la dirección de movimiento de sus alas hacia el final de cada fase trasnacional, los insectos recuperan parte de la energía perdida, aumentando de esta forma la eficiencia en la producción de fuerzas de sustentación.

2.3.4. Mecanismo de aplauso y separación

Este concepto fue propuesto por Weis Fogh (1973) para explicar el aumento en las fuerzas de sustentación presente en ciertas clases de insectos. El mecanismo de aplauso y separación se puede estudiar considerando dos mecanismos aerodinámicos independientes. Hacia el final del *upstroke*, previo a la rotación del ala para comenzar el *downstroke*, las alas de ciertos insectos se tocan produciendo un movimiento conocido con el nombre de aplauso (*clap*). Durante esta etapa, los bordes de ataque de las alas se juntan, disminuyendo de esta manera la separación entre las mismas (figura 2.8a y 2.8b).

Cuando las alas están pegadas una respecto de la otra, la circulación total del par de alas como conjunto es cero asegurando que el desprendimiento de vorticidad desde el borde de fuga sea mínimo o nulo en el subsiguiente movimiento de batimiento (figura 2.8c). Debido al aplauso de las alas se produce una expulsión de fluido que imparte al insecto un empuje adicional (Ellington, 1984d).

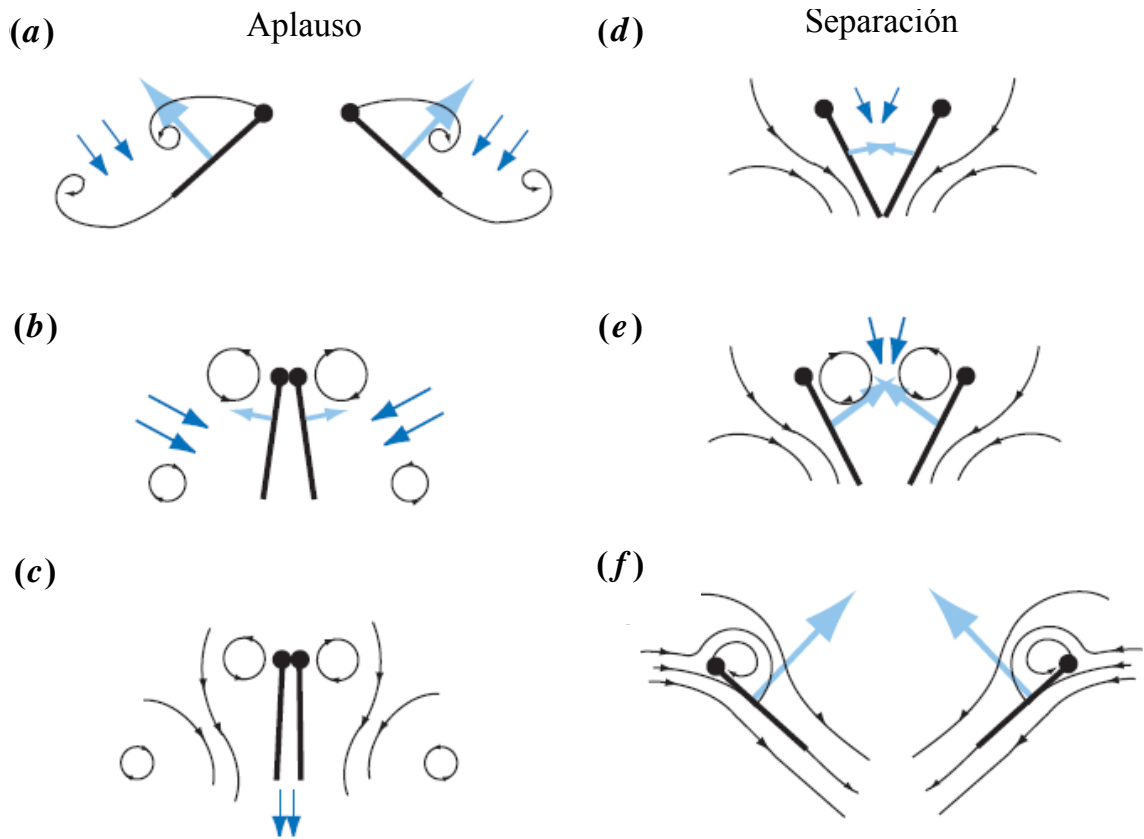


Figura 2.8: Esquema del mecanismo de “aplausos y separación”; reproducción de Sane (2003).

Al final del movimiento de aplauso, las alas comienzan a separarse por el borde de ataque (*fling*) (figura 2.8d y 2.8f). Este proceso genera una zona de baja presión entre las alas que origina un flujo de aire que contribuye a la formación de un vórtice alrededor de cada ala. Este vórtice constituye un vórtice adherido cuando empieza el *downstroke*, lo cual causa un aumento de velocidad de la corriente de aire en la cara superior del ala y por consiguiente, una disminución de presión sobre dicha cara. Al mismo tiempo, se produce una disminución de la velocidad de la corriente de aire en la cara inferior del ala y un consecuente aumento de presión sobre esta cara. Esta diferencia de presiones entre el extradós y el intradós produce un aumento en las fuerzas de sustentación sobre el ala.

Durante la traslación o el movimiento de aleteo, el ala genera un vórtice adherido desprendiendo un “vórtice de arranque” de igual intensidad pero de signo contrario desde el borde de fuga. La clave del mecanismo de separación es que el vórtice adherido en cada ala actúa como el vórtice de arranque de la otra y que la circulación se establece únicamente por el movimiento rotacional del ala alrededor de su eje longitudinal. Para grandes velocidades angulares de rotación, la circulación creada durante la separación de las alas es bastante alta, incrementando de esta manera la sustentación durante el *downstroke*.

A pesar de la ganancia en la producción de fuerzas aerodinámicas necesarias para obtener mayor sustentación durante ciertas etapas del vuelo, el mecanismo de aplauso y separación es utilizado relativamente por pocos insectos. Por ejemplo, la mosca doméstica emplea esta técnica cuando se encuentra bajo condiciones controladas (impedida de moverse libremente por imposición de restricciones mecánicas), por el contrario cuando vuela libremente rara vez utiliza este mecanismo.

2.4. Parámetros cinemáticos

El movimiento del cuerpo y de las alas de un insecto volador está caracterizado por un conjunto de variables denominadas parámetros cinemáticos (*stroke parameters*). Marey (1969) fue la primera persona que investigó el movimiento del ala de un insecto volador y descubrió que para ciertos valores de estos parámetros la punta del ala sigue una trayectoria cerrada conocida con el nombre de “figura del ocho”. Este tipo de movimiento es común en el vuelo animal y es tomado como punto de partida en numerosas publicaciones sobre el tema. A continuación se describen los principales parámetros cinemáticos que influyen tanto en el tipo de vuelo adoptado por los insectos (vuelo suspendido, vuelo hacia adelante, etc.) como así también en el movimiento de las alas a lo largo de un ciclo completo de aleteo (Shyy *et al.*, 2008).

2.4.1. Características morfológicas de un insecto

Los parámetros utilizados para describir las características morfológicas de los insectos pueden dividirse en dos grandes grupos: *i*) parámetros generales; y *ii*) parámetros de forma. Los primeros provienen de un análisis de primer orden del insecto, como por ejemplo, su masa, la longitud del cuerpo (*body length*), semi envergadura del ala (*wing length*), y el área y masa del ala (Ellington, 1984b). Otro parámetro general importante es la masa virtual del ala, o masa agregada, indicador de la cantidad de masa de aire acelerada y desacelerada junto con el ala hacia el final de cada fase de traslación.

Los aspectos mecánicos del vuelo no dependen solamente de la magnitud de estas cantidades, sino también de su distribución. Por ejemplo, el primer momento de masa del ala da la posición de su centro de masa, y el segundo momento es proporcional al cuadrado del radio de giro. Estas cantidades son llamados parámetros de forma y proveen una descripción de segundo orden de la morfología del animal (Ellington, 1984b).

Forma del cuerpo y del ala: En este trabajo se adoptó la morfología correspondiente a una mosca de la fruta (*Drosophila melanogaster*), que se muestra en la figura 2.9.

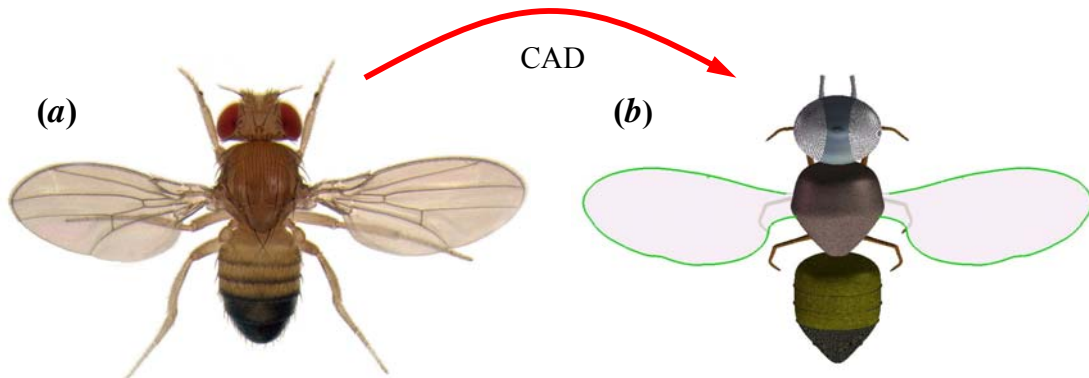


Figura 2.9: Geometría espacial del modelo adoptado; (a) Fotografía de una mosca doméstica real; (b) Modelo construido en SolidWorks®.

En el modelo elaborado mediante el programa de diseño SolidWorks® (figura 2.9b) se preservaron ciertos parámetros principales, tales como, la forma del ala (*planform*), la semi envergadura del ala (*wing length*, R), la cuerda máxima del ala (*max chord wing*, c_{max}), y longitud del cuerpo (*body length*, L). El significado de dichos parámetros está indicado en la figura 2.10.

El eje longitudinal del ala se define como la recta que pasa por la punta del ala (punto d_1) y el punto de articulación ala tórax (punto d_2) (ver figura 2.10).

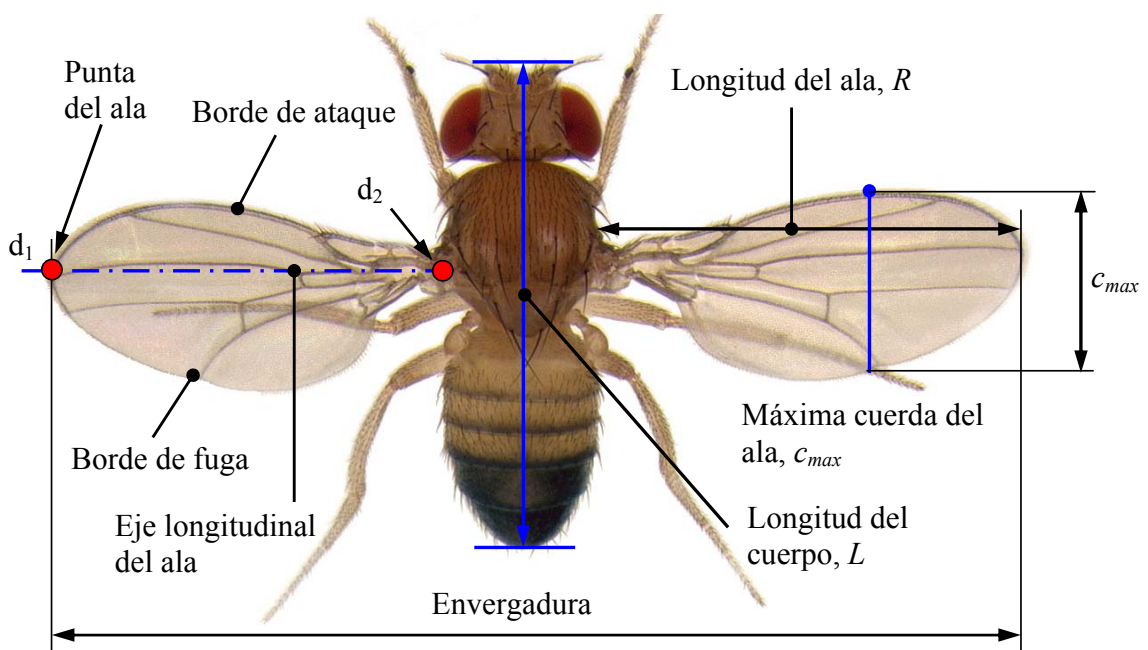


Figura 2.10: Definición de los parámetros morfológicos generales.

Los valores de los parámetros utilizados se extrajeron de los trabajos de Zanker (1990a) y Ellington (1984b), y se presentan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Parámetros morfológicos generales de una *Drosophila Melanogaster*.

<i>Drosophila Melanogaster</i>	
Semi envergadura, R [mm]	2.47
Máxima cuerda del ala, c_{max} [mm]	1.05
Longitud del cuerpo, L [mm]	3.01
Densidad del ala por unidad de superficie, ρ_{wg} [$\mu\text{g}/\text{mm}^2$]	2.29

2.4.2. Sistemas de referencia para estudiar el batimiento

Los sistemas de referencia comúnmente utilizados para estudiar el movimiento del ala de algunos insectos voladores en general son tres (Ellington, 1984c; Valdez *et al.*, 2006): *i*) un sistema de referencia fijo al cuerpo; *ii*) un sistema de referencia fijo al plano de aleteo; y *iii*) un sistema de referencia inercial o Newtoniano. El sistema fijo al plano de aleteo fue utilizado por varios investigadores para facilitar la descripción de la cinemática del ala.

En esta subsección se emplean cuatro sistemas de referencias para describir el movimiento de un ala batiente. Estos son:

- 1) un sistema de referencia inercial o Newtoniano, $\mathbf{N} = \{ \hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3 \}$;
- 2) un sistema fijo al cuerpo del insecto, en el centro de masa del tórax (*CT*), $\mathbf{T} = \{ \hat{\mathbf{t}}_1, \hat{\mathbf{t}}_2, \hat{\mathbf{t}}_3 \}$;
- 3) un sistema fijo al plano de aleteo, $\mathbf{Z} = \{ \hat{\mathbf{z}}_1, \hat{\mathbf{z}}_2, \hat{\mathbf{z}}_3 \}$; y
- 4) un sistema fijo al ala izquierda, $\mathbf{B} = \{ \hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3 \}$ y otro sistema fijo al ala derecha, $\mathbf{A} = \{ \hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \hat{\mathbf{a}}_3 \}$ (ver figura 2.11a).

Los vectores $\hat{\mathbf{n}}_i$, $\hat{\mathbf{t}}_i$, $\hat{\mathbf{z}}_i$, $\hat{\mathbf{b}}_i$ y $\hat{\mathbf{a}}_i$ para $i = 1, 2, 3$ son vectores unitarios que cumplen con las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned}
[\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3] &= \hat{\mathbf{n}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}_3) = +1; \\
[\hat{\mathbf{t}}_1, \hat{\mathbf{t}}_2, \hat{\mathbf{t}}_3] &= \hat{\mathbf{t}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{t}}_2 \times \hat{\mathbf{t}}_3) = +1; \\
[\hat{\mathbf{z}}_1, \hat{\mathbf{z}}_2, \hat{\mathbf{z}}_3] &= \hat{\mathbf{z}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{z}}_2 \times \hat{\mathbf{z}}_3) = +1; \\
[\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3] &= \hat{\mathbf{b}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{b}}_2 \times \hat{\mathbf{b}}_3) = +1; \text{ y} \\
[\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \hat{\mathbf{a}}_3] &= \hat{\mathbf{a}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{a}}_2 \times \hat{\mathbf{a}}_3) = +1.
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

donde: \cdot indica producto interno, y \times indica producto vectorial.

Las condiciones impuestas por las ecuaciones (2.1) indica que el conjunto de vectores que forman los marcos de referencias **N**, **T**, **Z**, **B**, y **A** generan bases ortonormales y dextrógiras (cumplen con la regla de la mano derecha) (Shuster, 1993).

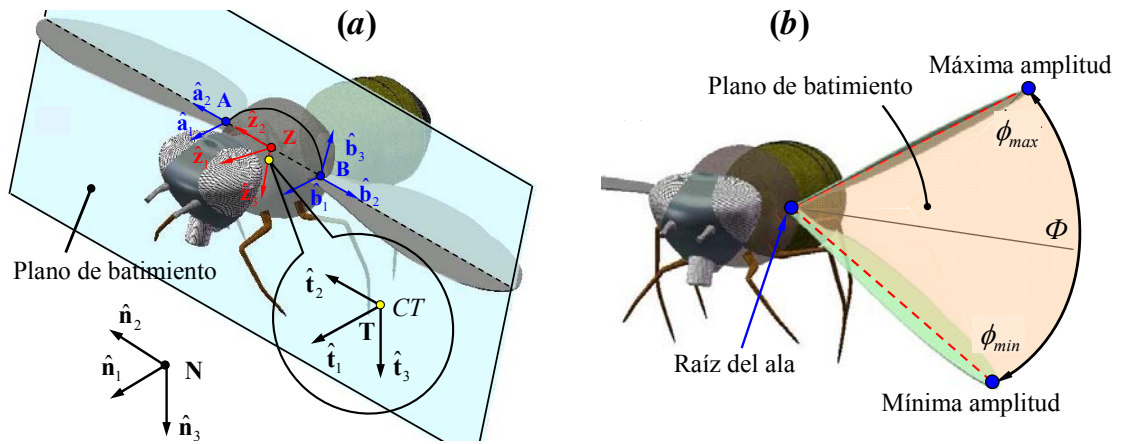


Figura 2.11: (a) Definición de los sistemas de referencia; (b) Definición del plano de aleteo (*stroke plane*).

El plano de aleteo se define mediante tres puntos: la base del ala (ubicada en el punto de articulación entre el ala y el cuerpo del insecto), la posición de la punta del ala en su máxima amplitud de aleteo, y la posición de la punta del ala en su mínima amplitud de aleteo (ver figura 2.11b).

2.4.3. Frecuencia de batimiento

Sotavalta (1947) realizó un estudio detallado de la frecuencia de batimiento del ala de diferentes insectos mediante técnicas acústicas. El ala está sometida a oscilaciones muy complejas durante el vuelo, por lo tanto, el tono del sonido generado durante el aleteo depende tanto de la frecuencia de oscilación del ala como también de otras fuentes de sonidos tales como las provenientes de partes flexibles de la misma, entre otras.

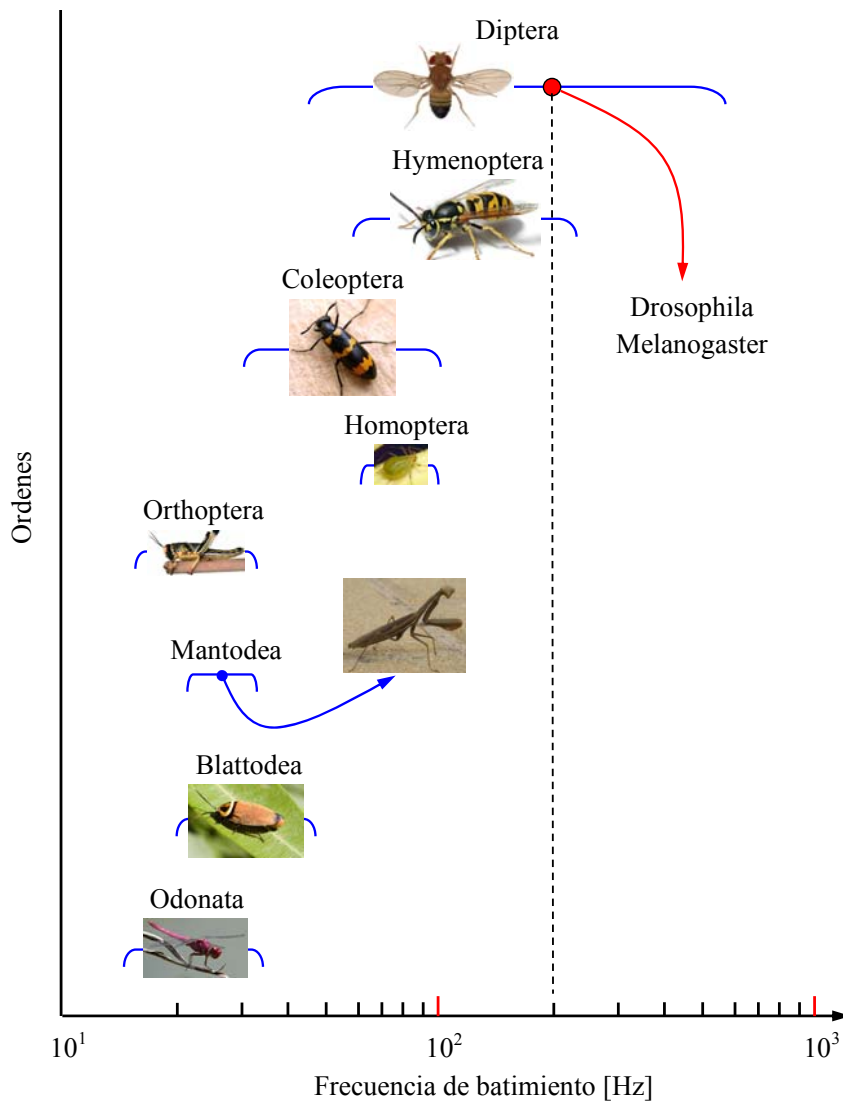


Figura 2.12: Frecuencia de batimiento de diferentes clases de insectos.

En la figura 2.12 se presentan valores de la frecuencia de batimiento del ala para diferentes clases de insectos (no fueron incluidos datos para insectos muy pequeños). La gráfica muestra claramente que los insectos alados pueden ser clasificados en dos grandes grupos: *i*) insectos con una velocidad de vuelo baja llamados “*slow flappers*”, y *ii*) insectos con una velocidad de vuelo elevada llamados “*fast flappers*”. La frecuencia de aleteo mínima para el primer grupo está alrededor de 17 Hz con un promedio que oscila en los 30 Hz, mientras que para el segundo grupo la frecuencia de batimiento mínima es superior a los 35 Hz.

El tamaño del cuerpo influye directamente sobre la frecuencia de batimiento en los grupos de insectos cuyos parámetros morfológicos relacionados a las alas son similares, por ejemplo, pequeñas cucarachas del género *Ectobius* tienen una frecuencia de aleteo cercana a los 40 Hz, mientras que las cucarachas gigantes del género *Lethocerus* tienen una frecuencia de aleteo próxima a los 25 Hz.

Por último, se debe mencionar la presencia de cierta correlación entre la frecuencia de batimiento y los valores de la fuerza de sustentación desarrollados por el insecto durante el vuelo. La existencia de dicha correlación fue encontrada en abejas y moscas domésticas (Nachtigall y Roth, 1983; Spüler y Heide, 1978). Aunque pequeños cambios en la frecuencia de batimiento pueden derivar en un incremento significativo de la sustentación en insectos cuya frecuencia de aleteo es elevada (Nachtigall y Roth, 1983), esta idea no se debe generalizar a la totalidad de los insectos.

2.4.4. Ángulo de inclinación del cuerpo (*body angle*)

El ángulo de inclinación del cuerpo, χ , se define como el ángulo que forma el eje longitudinal del cuerpo del insecto $\overline{BB'}$ con la línea horizontal $\overline{AA'}$ (ver figura 2.13). Este ángulo es positivo cuando la pendiente de la recta $\overline{BB'}$ es negativa medido con respecto a un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal asociados al marco N.

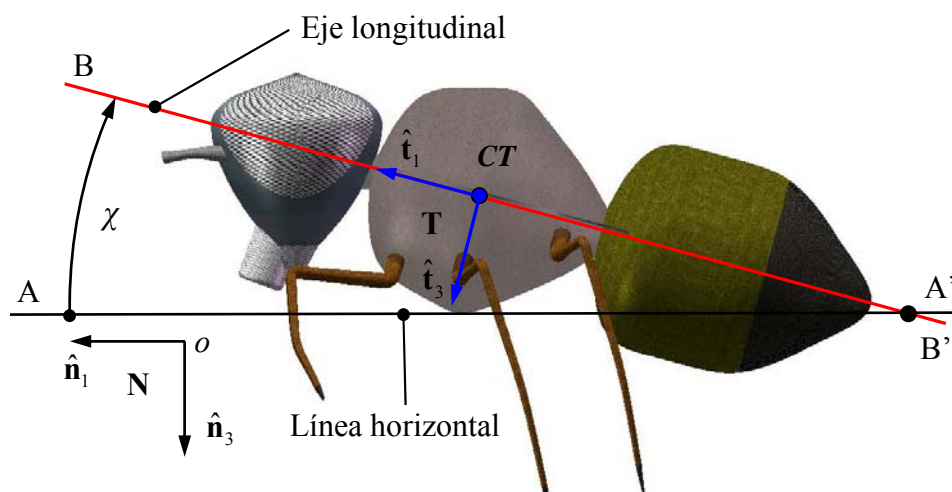
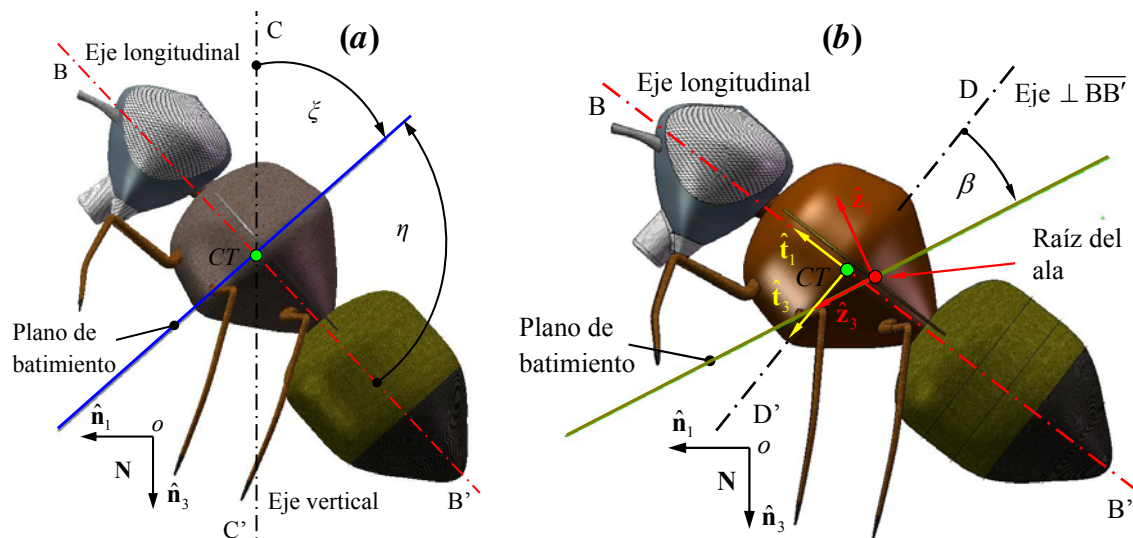


Figura 2.13: Definición del ángulo de inclinación del cuerpo (*body angle*).

El ángulo χ no está directamente relacionado con el movimiento de las alas, pero es de vital importancia para entender la naturaleza del batimiento de las mismas. Este ángulo cambia en varias etapas del vuelo debido a las oscilaciones en las fuerzas de sustentación y de arrastre. Hacia el final del *downstroke* el ángulo de inclinación del cuerpo se incrementa y hacia el final del *upstroke* sufre un decremento (Brodsky, 1994).

2.4.5. Ángulo del plano de aleteo (*stroke plane angle*)

En la literatura existen varias definiciones para el ángulo del plano de aleteo. Una de ellas lo establece como el ángulo que forma el plano de aleteo con el eje vertical $\overline{CC'}$ que pasa a través del centro de masa del tórax (CT) del insecto, denominado ζ . Otros autores lo definen como el ángulo, η , que forma el plano de aleteo y el eje longitudinal del cuerpo de la criatura. Esta última definición tiene ciertas ventajas ya que revela las condiciones en las que trabaja la articulación del cuerpo con el ala (Brodsky, 1994), (ver figura 2.14a).



(a) ζ , ángulo medido respecto del eje vertical, y η medido respecto del eje longitudinal del insecto;
 (b) ángulo del plano de aleteo definido respecto de un eje perpendicular al eje longitudinal del insecto.

Figura 2.14: Definición del ángulo del plano de aleteo.

La habilidad de cambiar este ángulo es menor en los insectos cuya frecuencia de batimiento es baja, su valor oscila entre 70° y 100° . Por el contrario, aquellos insectos que mueven sus alas con una frecuencia alta pueden variar fácilmente la orientación de dicho plano; por ejemplo, cualquier maniobra en vuelo que realice una *Diptera* (Frecuencias entre 80 – 240 Hz) es acompañado por un significativo cambio en el ángulo del plano de aleteo.

Para realizar estudios aerodinámicos es conveniente medir el ángulo del plano de aleteo relativo a la dirección de vuelo, la cual, en caso de vuelo hacia adelante coincide con la línea horizontal. En este trabajo se mide el ángulo del plano de aleteo, β , respecto del eje $\overline{DD'}$ perpendicular al eje longitudinal del insecto (recta $\overline{BB'}$) (ver figura 2.14b). Esta definición facilita la utilización de ángulos de Euler para parametrizar el movimiento del ala y obtener la orientación instantánea de la misma durante un ciclo de batimiento.

2.4.6. Ángulo de posición (*stroke position angle*)

El ángulo de posición formado por la proyección del eje longitudinal del ala sobre el plano de batimiento, cuando la misma alcanza su máxima y su mínima amplitud, se denomina *stroke angle*, Φ , (ver figura 2.11b). El mismo varía considerablemente para diferentes especies de insectos y alcanza su valor más grande en aquellos que utilizan determinados mecanismos aerodinámicos como por ejemplo la técnica de aplauso y separación descrita en la Sección 2.3.4 (Sane, 2003; Ellington, 1984c; 1984d; Bennett, 1977; Ellington, 1999).

El ángulo de posición del ala dentro del plano de aleteo (*stroke position angle*), $\phi(t)$, es el ángulo formado por la proyección del eje longitudinal del ala sobre el plano de batimiento y el vector unitario \hat{z}_2 . Este ángulo es positivo cuando el ala se encuentra en la posición dorsal, y es negativo cuando el ala se encuentra en la posición ventral (ver figura 2.15).

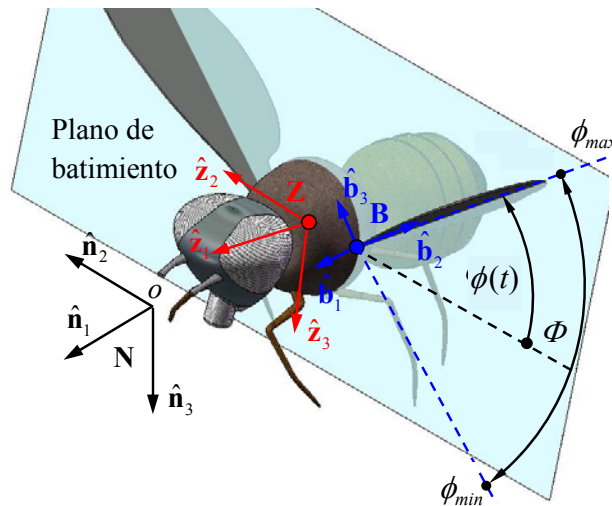


Figura 2.15: Definición del ángulo de posición (*stroke position angle*).

2.4.7. Ángulo de rotación (*rotation angle*)

El ángulo que especifica la rotación del ala respecto de su eje longitudinal, $\psi(t)$, se mide sobre un plano, Π , cuya orientación en el espacio 3D es siempre normal al vector unitario \hat{b}_2 , fijo al ala, y se define como el ángulo que forman la cuerda del ala y la recta $\overline{EE'}$. La recta $\overline{EE'}$ está fija al plano Π , y coincide con la dirección del vector unitario \hat{b}_3 en $t=0$ (ver figura 2.16). Este ángulo es positivo cuando el ala se encuentra en la etapa del ciclo correspondiente al *downstroke* y negativo durante el *upstroke*.

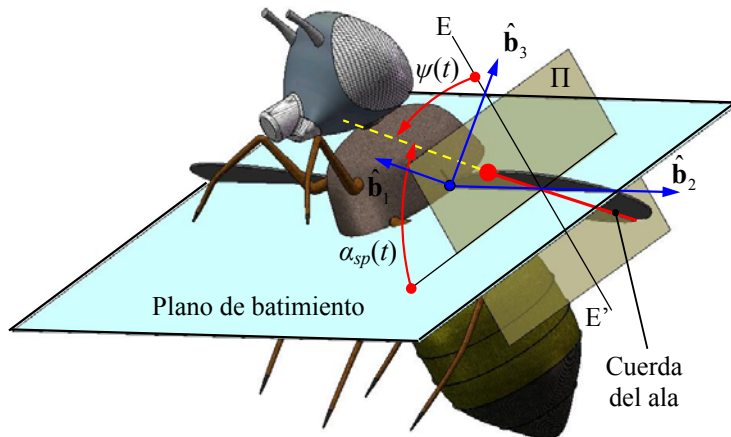


Figura 2.16: Definición del ángulo de rotación (*rotation angle*).

Existe otra definición para el ángulo de rotación que considera el ángulo formado por la cuerda del ala y el plano de aleteo, $\alpha_{sp}(t)$. Esta manera de medir el ángulo de rotación fue utilizada en numerosos trabajos, en particular por Willmott y Ellington (1997) quienes utilizaron cámaras de alta velocidad para determinar la cinemática del cuerpo y de la punta del ala de una mariposa en vuelo suspendido. Posteriormente Valdez *et al.* (2006) implementaron dicha cinemática para simular algunos mecanismos aerodinámicos no estacionarios y altamente no lineales característicos del vuelo con alas batientes

2.4.8. Ángulo de desviación (*stroke deviation angle*)

Numerosos experimentos han demostrado que el movimiento del ala no está confinado sólo al plano de aleteo, sino que se desvía considerablemente de dicho plano. El ángulo que mide cuánto se desvía, denominado ángulo de desviación (*stroke deviation angle*), $\theta(t)$, se define como el ángulo formado por el eje longitudinal del ala y el plano de batimiento y se considera positivo cuando el ala se encuentra por encima de dicho plano y negativo en el caso contrario (ver figura 2.17).

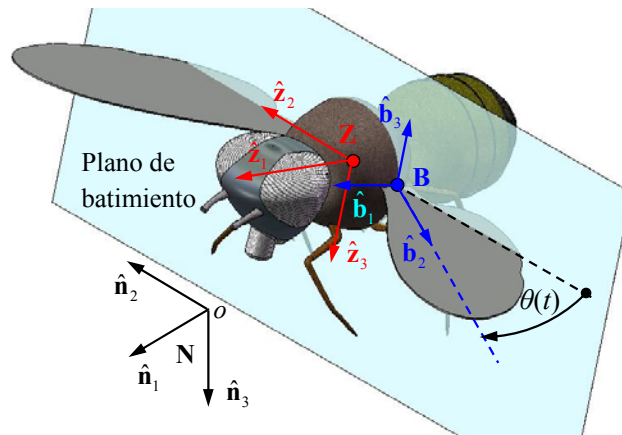


Figura 2.17: Definición del ángulo de desviación (*stroke deviation angle*).

La definición de los parámetros cinemáticos, expuestos en esta sección, son muy importantes para describir el movimiento que realiza el ala en distintas configuraciones de vuelo y a lo largo de un ciclo de batimiento. Estas cantidades se pueden utilizar para parametrizar las rotaciones que experimentan las alas de un insecto durante el vuelo mediante ángulos de Euler, parámetros de Rodríguez, y cuaterniones entre otros. En la sección siguiente se presenta una parametrización con ángulos de Euler que permite escribir la cinemática completa de un ala batiente.

2.5. Cinemática

En esta sección se presenta la descripción cinemática del vuelo de un insecto teniendo en cuenta la orientación del insecto en el espacio tridimensional. En esta tesis se desarrollaron dos modelos cinemáticos de complejidad creciente para describir la trayectoria de un punto arbitrario contenido en el ala del insecto: *i*) un modelo de ala rígida; y *ii*) un modelo que admite la imposición de pequeñas deformaciones sobre las alas, tales como flexión en el plano del ala, flexión en la dirección normal al plano del ala y torsión.

2.5.1. Modelo de ala rígida

Para describir la trayectoria de un punto arbitrario contenido en el ala del insecto, se realiza la siguiente secuencia de pasos:

- Se orienta el insecto en el espacio mediante el ángulo de inclinación del cuerpo, χ .
- Se orienta el plano de aleteo respecto de un eje perpendicular al eje longitudinal del insecto utilizando el ángulo β (definido en la Subsección 2.4.5).
- Se orienta el ala respecto del marco de referencia \mathbf{Z} , fijo al plano de aleteo, utilizando una secuencia de ángulos de Euler 1–3–2 mediante los ángulos $\phi(t)$, $\theta(t)$, y $\psi(t)$ definidos previamente en la Sección 2.4 de este capítulo.

Cada rotación involucrada en la secuencia descrita en el párrafo anterior para orientar las alas del insecto con respecto al marco de referencia inercial \mathbf{N} tiene asociado un tensor de rotación de segundo orden \mathbf{Q} , dado por la siguiente expresión,

$$\mathbf{Q} = \mathbf{L}(\varphi, \zeta) = \cos \varphi (\mathbf{I} - \zeta \otimes \zeta) - \sin \varphi (\boldsymbol{\varepsilon} \zeta) + \zeta \otimes \zeta, \quad (2.2)$$

donde φ es el ángulo de rotación, ζ es un vector unitario alrededor del cual ocurre la

rotación (vector axial), \mathbf{I} es el tensor identidad de segundo orden, $\boldsymbol{\varepsilon}$ es el tensor alternante de tercer orden o tensor de Levi-Civita, y \otimes indica producto tensorial (Shuster, 1993).

2.5.1.1. Transformación de coordenadas

La implementación de los ángulos de Euler permite obtener la orientación del marco de referencia fijo al ala, \mathbf{B} , respecto del marco inercial, \mathbf{N} , mediante tres rotaciones sucesivas alrededor de tres ejes no ortogonales en general. Sin embargo la secuencia de rotación 1–3–2 propuesta anteriormente para obtener la orientación del sistema fijo al ala, \mathbf{B} , no es única. Existen en total doce secuencias de rotación posibles que producen resultados idénticos. La elección de la sucesión de rotaciones a utilizar depende básicamente de la aplicación, tratando que la secuencia adoptada describa de la mejor forma posible la física del problema y produzca la menor cantidad de singularidades.

Orientación del insecto: la orientación del cuerpo del insecto es afectada exclusivamente por el ángulo de inclinación del cuerpo, χ , y es obtenida por medio de una rotación alrededor del vector unitario $\hat{\mathbf{t}}_2 \equiv \hat{\mathbf{n}}_2$. Esta rotación se expresa matemáticamente como,

$$L_\chi(\varphi = \chi, \zeta = \hat{\mathbf{n}}_2) = \cos \chi (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{n}}_2 \otimes \hat{\mathbf{n}}_2) - \sin \chi (\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{n}}_2) + \hat{\mathbf{n}}_2 \otimes \hat{\mathbf{n}}_2. \quad (2.3)$$

Orientación del plano de aleteo: La orientación del plano de aleteo respecto del marco inercial \mathbf{N} se obtiene mediante una rotación respecto del vector unitario $\hat{\mathbf{z}}_2 \equiv \hat{\mathbf{t}}_2$. Esta rotación es medida con respecto a un eje perpendicular al eje longitudinal de la criatura, recta $\overline{DD'}$, mediante el ángulo del plano de aleteo, β . La figura 2.18 muestra la secuencia de rotaciones.

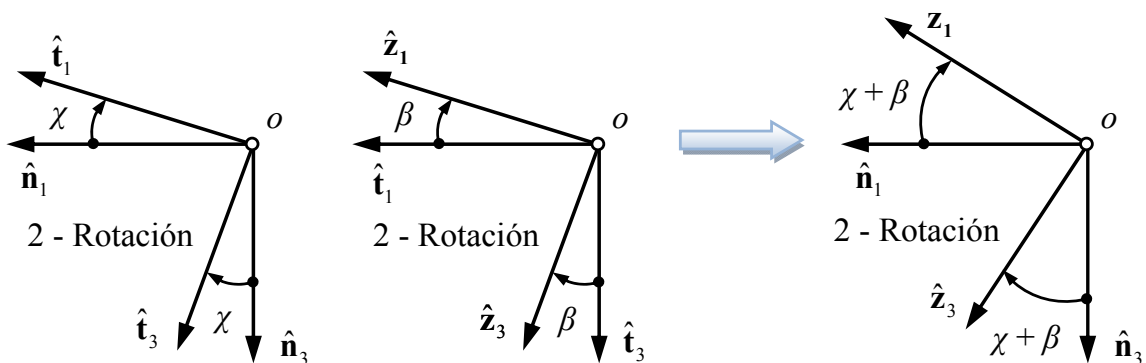


Figura 2.18: Secuencia de rotaciones para obtener la orientación del plano de aleteo.

Luego, el tensor de rotación asociado con la secuencia presentada en la figura 2.18 es,

$$\mathbf{L}_{\chi+\beta}(\varphi = \chi + \beta, \zeta = \hat{\mathbf{n}}_2) = \cos(\chi + \beta)(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{n}}_2 \otimes \hat{\mathbf{n}}_2) - \sin(\chi + \beta)(\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{n}}_2) + \hat{\mathbf{n}}_2 \otimes \hat{\mathbf{n}}_2 \quad (2.4)$$

Orientación del ala izquierda: previo a la secuencia de rotaciones (1–3–2) dadas por los ángulos de Euler $\phi(t)$, $\theta(t)$, y $\psi(t)$ para orientar el ala respecto del marco \mathbf{Z} fijo al plano de aleteo, se realiza una transformación del sistema \mathbf{Z} a un marco intermedio \mathbf{W} , dada por una 1 rotación de $\delta = 180^\circ$ respecto del eje coincidente con el versor $\hat{\mathbf{z}}_1$.

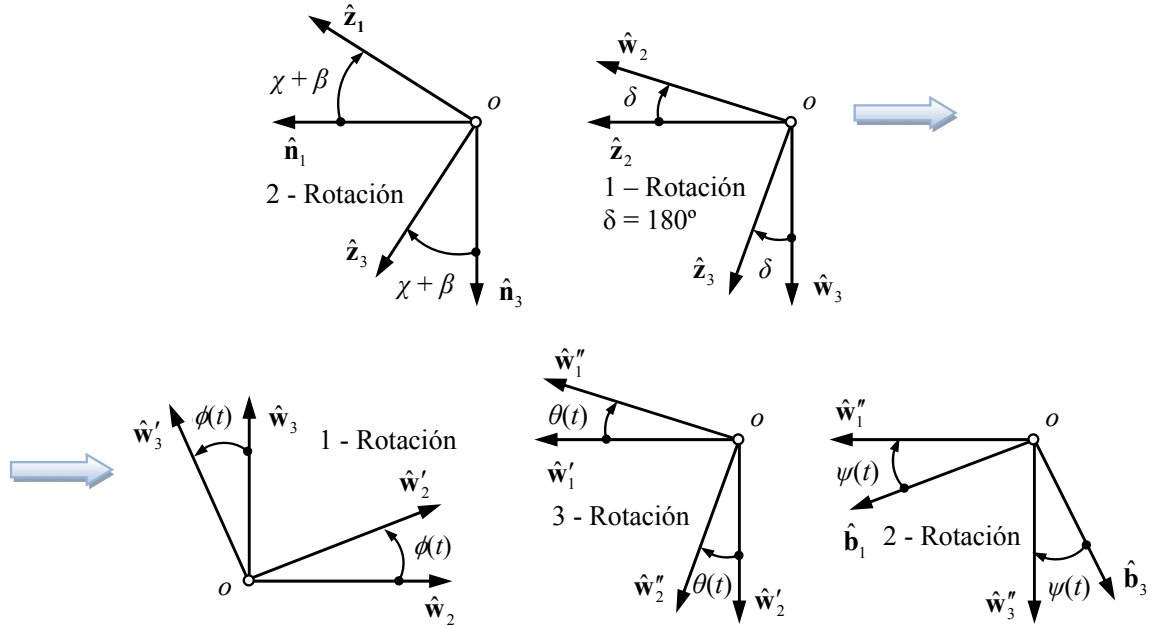


Figura 2.19: Secuencia de rotaciones para obtener la orientación del ala izquierda.

Cada una de las rotaciones descritas en la figura 2.19 tiene asociada un tensor de rotación de segundo orden, estos son:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{-180}(\varphi = -180^\circ, \zeta = \hat{\mathbf{z}}_1) &= (\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{z}}_1) + \hat{\mathbf{z}}_1 \otimes \hat{\mathbf{z}}_1, \\ \mathbf{L}_\phi(\varphi = \phi(t), \zeta = \hat{\mathbf{w}}_1) &= \cos \phi(t)(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{w}}_1 \otimes \hat{\mathbf{w}}_1) - \sin \phi(t)(\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{w}}_1) + \hat{\mathbf{w}}_1 \otimes \hat{\mathbf{w}}_1, \\ \mathbf{L}_\theta(\varphi = -\theta(t), \zeta = \hat{\mathbf{w}}'_3) &= \cos(-\theta(t))(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{w}}'_3 \otimes \hat{\mathbf{w}}'_3) - \sin(-\theta(t))(\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{w}}'_3) + \hat{\mathbf{w}}'_3 \otimes \hat{\mathbf{w}}'_3, \\ \mathbf{L}_\psi(\varphi = \psi(t), \zeta = \hat{\mathbf{w}}''_2) &= \cos \psi(t)(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{w}}''_2 \otimes \hat{\mathbf{w}}''_2) - \sin \psi(t)(\boldsymbol{\varepsilon} \hat{\mathbf{w}}''_2) + \hat{\mathbf{w}}''_2 \otimes \hat{\mathbf{w}}''_2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Luego, el tensor de rotación \mathbf{Q}_{BN} que orienta el ala izquierda con respecto al marco inercial \mathbf{N} se obtiene componiendo las rotaciones expresadas en las ecuaciones (2.4) y (2.5), esto es,

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{BN} &= \mathbf{L}_\psi(\psi(t), \hat{\mathbf{w}}''_2) \mathbf{L}_\theta(-\theta(t), \hat{\mathbf{w}}'_3) \mathbf{L}_\phi(\phi(t), \hat{\mathbf{w}}_1) \\ &\quad \mathbf{L}_{-180}(-180^\circ, \hat{\mathbf{z}}_1) \mathbf{L}_{\chi+\beta}(\varphi = \chi + \beta, \zeta = \hat{\mathbf{n}}_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.5.1.2. Velocidad de un punto genérico sobre el ala

En la figura 2.20 se muestran los vectores \mathbf{R}_a , \mathbf{R}_b , \mathbf{R}_c y \mathbf{r} los cuales componen el vector posición de un punto arbitrario P ubicado sobre el ala izquierda de un insecto respecto del origen “ o ” del sistema inercial, \mathbf{N} .

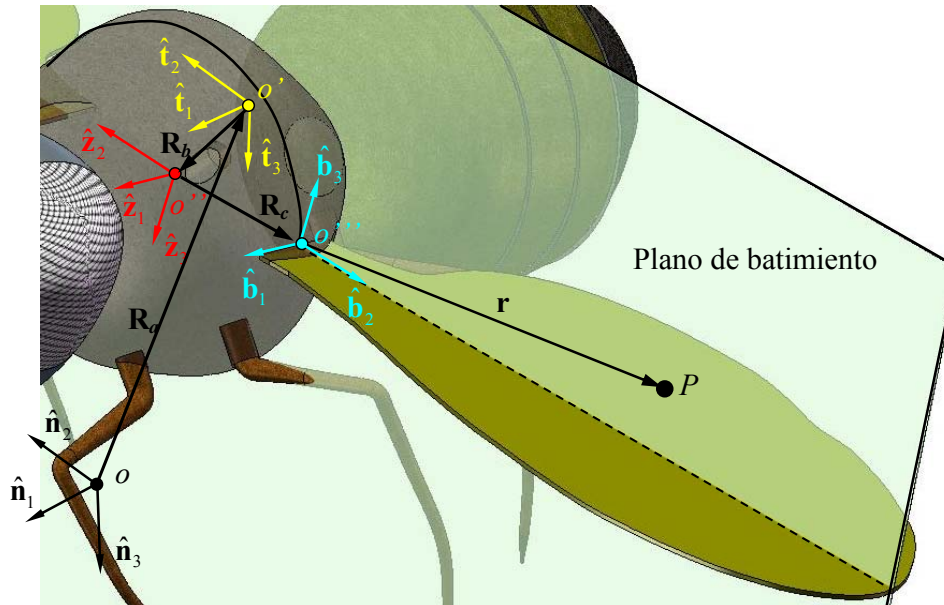


Figura 2.20: Componentes del vector posición \mathbf{R}_p de un punto genérico P sobre el ala izquierda.

Este vector posición, \mathbf{R}_p , se obtiene sumando las componentes indicadas en la figura 2.20,

$$\mathbf{R}_p = \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b + \mathbf{R}_c + \mathbf{r} \quad (2.7)$$

donde:

- \mathbf{R}_a es el vector posición del origen del marco de referencia fijo al tórax, \mathbf{T} , respecto del marco de referencia inercial, \mathbf{N} .
- \mathbf{R}_b es el vector posición del origen del marco de referencia fijo al plano de batimiento, \mathbf{Z} , respecto del marco de referencia fijo al tórax, \mathbf{T} .
- \mathbf{R}_c es el vector posición del origen del marco de referencia fijo al ala izquierda, \mathbf{B} , respecto del marco de referencia fijo al plano de batimiento, \mathbf{Z} .
- \mathbf{r} es el vector posición de un punto genérico, P , perteneciente al ala respecto del marco de referencia fijo al ala, \mathbf{B} .

El vector posición de un punto arbitrario P , ecuación (2.7), expresado en el marco de referencia fijo al ala, \mathbf{B} , se relaciona con la base fija al marco \mathbf{N} , de la siguiente manera,

$${}^N \mathbf{R}_P = \mathbf{Q}_{NB} {}^B \mathbf{R}_P. \quad (2.8)$$

donde $\mathbf{Q}_{NB} = \mathbf{Q}_{BN}^T$ y el superíndice a la izquierda del vector, ${}^K(\cdot)$, indica que dicha cantidad está resuelta en términos de la base \mathbf{K} .

La velocidad \mathbf{V}_P , del punto P , se obtiene mediante la evaluación de la derivada total respecto del tiempo del vector posición \mathbf{R}_P por un observador fijo al marco de referencia inercial \mathbf{N} , entonces,

$$\mathbf{V}_P = \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_P = \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_a + \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_b + \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_c + \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r} \quad (2.9)$$

La derivada total de cada uno de los términos que aparece en la ecuación (2.9) es computada mediante el teorema del transporte (Baruh, 1999),

$$\begin{aligned} \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_a &= \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_a, \\ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_b &= \frac{{}^T d}{dt} \mathbf{R}_b + {}^N \boldsymbol{\omega}^T \times \mathbf{R}_b, \\ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_c &= \frac{{}^Z d}{dt} \mathbf{R}_c + {}^N \boldsymbol{\omega}^Z \times \mathbf{R}_c, \text{ y} \\ \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{r} &= \frac{{}^B d}{dt} \mathbf{r} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r} \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde ${}^N \boldsymbol{\omega}^T$ es la velocidad angular del marco de referencia \mathbf{T} fijo al tórax del insecto con respecto al marco de referencia inercial \mathbf{N} , ${}^N \boldsymbol{\omega}^Z$ es la velocidad angular del marco de referencia fijo al plano de aleteo \mathbf{Z} con respecto al marco de referencia inercial \mathbf{N} , y ${}^N \boldsymbol{\omega}^B$ es la velocidad angular del marco de referencia \mathbf{B} fijo al ala izquierda del insecto con respecto al marco de referencia inercial \mathbf{N} .

Los vectores posición \mathbf{R}_b y \mathbf{R}_c permanecen fijos en los marcos de referencia \mathbf{T} y \mathbf{Z} , por lo tanto sus derivadas con respecto a estos marcos son idénticamente nulas. Por otro lado, la adopción de un modelo de cuerpo rígido para el ala implica que el vector \mathbf{r} , para cada punto P en el ala, se mantiene fijo relativo a un observador fijo en \mathbf{B} , por lo tanto su derivada temporal respecto del sistema \mathbf{B} se anula. Luego,

$$\mathbf{V}_P = \frac{{}^N d}{dt} \mathbf{R}_a + {}^N \boldsymbol{\omega}^T \times \mathbf{R}_b + {}^N \boldsymbol{\omega}^Z \times \mathbf{R}_c + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r} \quad (2.11)$$

Los vectores velocidad angular mostrados en la ecuación (2.11) son calculadas mediante el teorema de adición empleando los sistemas de referencia intermedios definidos en la figura 2.18 (Kane, 1968),

$$\begin{aligned} {}^N \boldsymbol{\omega}^Z &= {}^N \boldsymbol{\omega}^T + {}^T \boldsymbol{\omega}^Z, \\ {}^N \boldsymbol{\omega}^B &= {}^N \boldsymbol{\omega}^T + {}^T \boldsymbol{\omega}^Z + {}^N \boldsymbol{\omega}^{W'} + {}^{W'} \boldsymbol{\omega}^{W''} + {}^{W''} \boldsymbol{\omega}^B. \end{aligned} \quad (2.12)$$

El ángulo de inclinación del cuerpo, χ , y el ángulo del plano de aleteo, β , no cambian con el tiempo, por lo tanto los vectores velocidad angular asociados con estos ángulos son nulos, ${}^N \boldsymbol{\omega}^T = \mathbf{0}$ y ${}^N \boldsymbol{\omega}^Z = \mathbf{0}$. Finalmente, la velocidad de un punto arbitrario P sobre el ala respecto del marco inercial \mathbf{N} y resuelta en términos del marco de referencia inercial \mathbf{N} es,

$${}^N \mathbf{V}_P = \dot{\mathbf{R}}_a + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r} \quad (2.13)$$

donde $(\dot{\quad})$ denota derivada con respecto al tiempo.

2.5.1.3. Aceleración de un punto genérico sobre el ala

La aceleración \mathbf{A}_P , de un punto genérico P , se obtiene mediante la evaluación de la derivada total respecto del tiempo de la ecuación (2.13). Esta derivada es también evaluada por un observador fijo al marco de referencia inercial \mathbf{N} ,

$$\mathbf{A}_P = \frac{{}^N d^2}{{dt}^2} \mathbf{R}_P = {}^N \ddot{\mathbf{R}}_a + \frac{{}^N d}{{dt}} {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \frac{{}^N d}{{dt}} \mathbf{r} \quad (2.14)$$

Usando el teorema del transporte, la ecuación (2.14) se puede escribir de la siguiente manera,

$$\mathbf{A}_P = {}^N \ddot{\mathbf{R}}_a + {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \times \mathbf{r} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \left\{ \frac{{}^B d}{{dt}} \mathbf{r} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r} \right\}, \quad (2.15)$$

donde ${}^N \boldsymbol{\alpha}^B$ es el vector aceleración angular del marco de referencia \mathbf{B} con respecto al marco de referencia inercial \mathbf{N} . Debido a que el vector posición \mathbf{r} de cada punto material sobre el ala permanece fijo con respecto al marco \mathbf{B} , su derivada relativa a un observador fijo en \mathbf{B} es nula. Finalmente la aceleración de un punto arbitrario P respecto del marco de referencia inercial \mathbf{N} y resuelta en términos del marco inercial \mathbf{N} es,

$${}^B \mathbf{A}_P = {}^N \ddot{\mathbf{R}}_a + {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \times {}^B \mathbf{r} + {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times {}^N \boldsymbol{\omega}^B \times {}^B \mathbf{r} \quad (2.16)$$

2.5.2. Modelo cinemático con deformaciones prescritas

Para describir el movimiento de las alas, se utilizaron tres sistemas de referencia, un sistema inercial o Newtoniano $\mathbf{N} = \{\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3\}$, y un sistema fijo a cada ala del insecto: $\mathbf{A} = \{\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \hat{\mathbf{a}}_3\}$ sobre el ala derecha y $\mathbf{B} = \{\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3\}$ sobre la izquierda.

Mientras el ala se desplaza en el espacio tridimensional siguiendo una trayectoria prefijada, cambia su geometría de acuerdo a patrones de deformación específicos que producen los efectos deseados sobre el ala, tales como: torsión, flexión y ambos efectos combinados. Por lo tanto, los vectores posición, velocidad y aceleración de un punto material perteneciente al ala se pueden escribir como la combinación de un movimiento de cuerpo rígido del ala más un cambio en la geometría de la misma (ver figura 2.21).

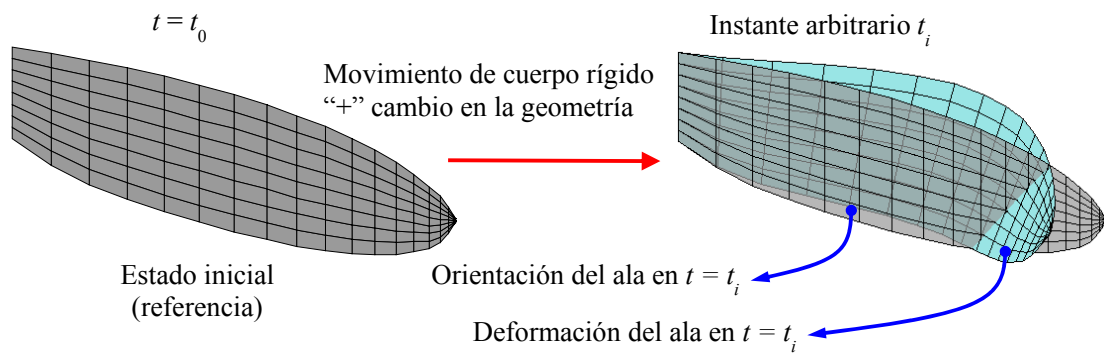


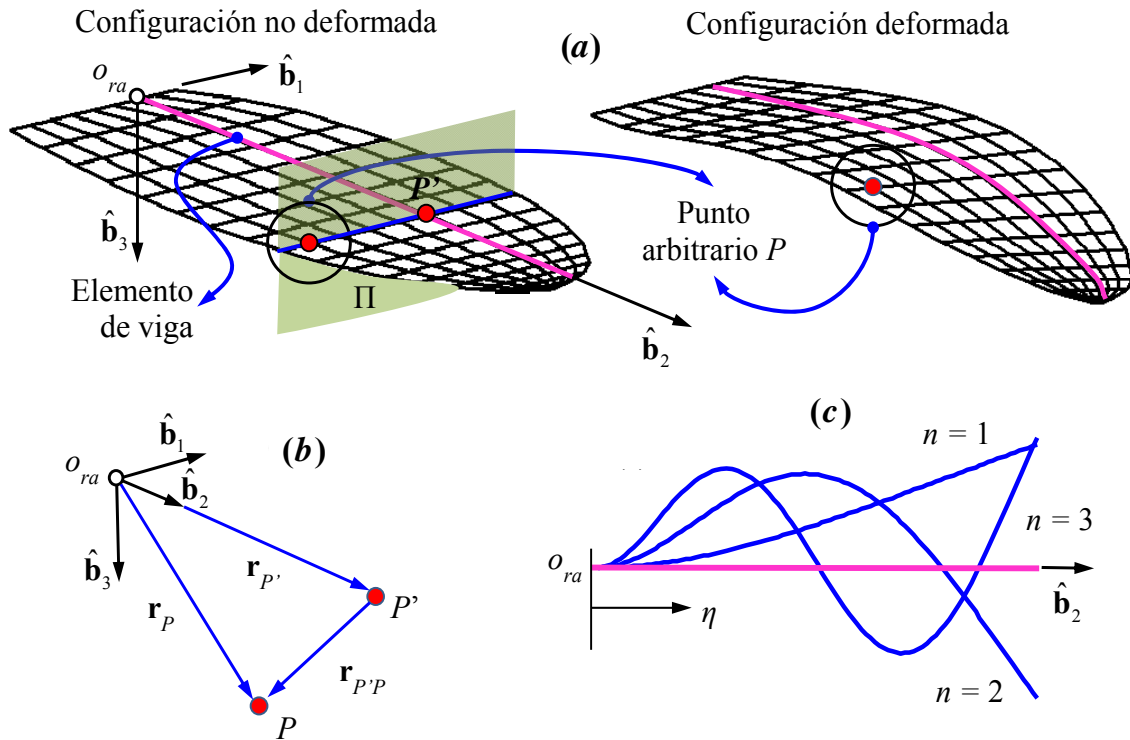
Figura 2.21: Mecanismo de deformación.

En esta subsección se presenta en detalle el mecanismo de deformación utilizado para prescribir un cambio en la geometría del ala izquierda, las ecuaciones que rigen el cambio de geometría del ala derecha se obtienen siguiendo el mismo procedimiento. La cinemática que describe el movimiento de cuerpo rígido de los marcos de referencia \mathbf{A} y \mathbf{B} fijos a la raíz de cada ala es similar al estudiado en la Subsección 2.5.1 para el modelo de ala rígida. Además, se considera un modelo de cuerpo rígido para el cuerpo del insecto (cabeza, tórax y abdomen), al igual que en el modelo presentado previamente en la Subsección 2.5.1.

Para deformar el ala de la manera deseada, primero se define a lo largo del eje longitudinal del ala (vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2$) un elemento de viga “virtual” el cual provee el medio necesario para flexionar y torsionar el ala. El elemento de viga se considera empotrado en la raíz del ala. La flexión en dos planos perpendiculares es lograda utilizando autofunciones y el efecto de la torsión es incorporado por medio de una función lineal. Una vez deformada la viga, el resto del ala se deforma acorde a este patrón mediante un esquema de transferencia de desplazamientos que es detallado más adelante.

2.5.2.1. Vector posición de un punto perteneciente al ala

En las figuras 2.22a y 2.22b se presenta un esquema que ilustra la ubicación del elemento de viga dentro de la planta alar y el vector posición de un punto arbitrario perteneciente al ala en la configuración no deformada.



(a) Configuración no deformada y deformada del ala; (b) Definición del vector posición de un punto arbitrario P sobre el ala en la configuración indeformada; (c) Autofunciones para una viga Euler-Bernoulli empotrada-libre

Figura 2.22: Vector posición de un punto perteneciente al ala.

Tanto el punto arbitrario P sobre el ala como el punto P' sobre el eje longitudinal $\hat{\mathbf{b}}_2$ se encuentran sobre el mismo plano Π el cual es perpendicular al eje $\hat{\mathbf{b}}_2$ (en la configuración no deformada). La sección transversal del ala que contiene el punto P y P' se asume rígida y el vector posición del punto P relativo al punto P' es denotado por $\mathbf{r}_{P'P}$, el cual también es rígido y va desde el punto perteneciente al elemento de viga virtual hasta el punto perteneciente al ala y se puede expresar como:

$$\mathbf{r}_{P'P} = \{ r_1 \quad r_2 \quad r_3 \}^T. \quad (2.17)$$

El vector posición del punto P respecto del marco de referencia inercial \mathbf{N} en la configuración no deformada, \mathbf{R}_P , y deformada, $\tilde{\mathbf{R}}_P$, están dados por las siguientes expresiones:

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_{ra} + \mathbf{r}_{P'} + \mathbf{r}_{P'P}, \quad \text{y} \quad (2.18)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_P = \mathbf{R}_{ra} + \mathbf{r}_{P'} + \mathbf{u}_{P'} + \mathbf{T} \mathbf{r}_{P'P}$$

donde \mathbf{R}_{ra} es el vector posición del origen del marco de referencia \mathbf{B} fijo al ala, $\mathbf{r}_{P'}$ es el vector posición del punto P' perteneciente al elemento de viga virtual medido respecto del marco de referencia \mathbf{B} en la configuración no deformada (figura 2.21b), $\mathbf{u}_{P'}$ es el vector desplazamiento elástico asociado al punto P' y \mathbf{T} es una matriz de rotación infinitesimal dada por

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 1 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

donde θ_1 , θ_2 y θ_3 son ángulos pequeños originados en la deformación elástica del elemento de viga.

El vector desplazamiento de un punto P perteneciente al ala se determina como la diferencia entre la posición deformada y la posición no deformada, es decir,

$$\tilde{\mathbf{R}}_P - \mathbf{R}_P = \mathbf{u}_{P'} + (\mathbf{T} - \mathbf{I}_3) \mathbf{r}_{P'P}, \quad (2.20)$$

donde \mathbf{I}_3 es la matriz identidad de dimensión 3x3.

Luego de algunas manipulaciones algebraicas el vector posición de un punto P perteneciente al ala en la configuración deformada es,

$$\tilde{\mathbf{R}}_P = \mathbf{R}_P + \mathbf{u}_{P'} - \bar{\mathbf{r}}_{P'P} \boldsymbol{\theta}, \quad (2.21)$$

donde $\boldsymbol{\theta} = \{ \theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \}^T$, y $\bar{\mathbf{r}}_{P'P}$ es

$$\bar{\mathbf{r}}_{P'P} = \begin{bmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Las componentes del vector desplazamiento $\mathbf{u}_{P'} = \{ u_1 \quad u_2 \quad u_3 \}^T$ se escriben como el producto de una función, $S(\eta)$, que depende solamente de una coordenada espacial, η , asociada al vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2$, y una función que depende solamente del tiempo $p(t)$,

$$u_i(\eta;t) = S_i(\eta) p_i(t), \quad \text{para } i = 1, 2, 3. \quad (2.23)$$

La autofunción $S_i(\eta)$ para $i = 1, 3$ corresponde a la solución analítica de la deflexión de una viga del tipo Euler-Bernoulli con condiciones de borde clásicas (empotrado/libre); además, la componente $u_2(\eta;t)$ es idénticamente igual a cero para todo t (Karnovsky and Lebed, 2000) (ver figura 2.22c). La coordenada temporal $p_i(t)$ es especificada mediante funciones armónicas. Los ángulos $\theta_1(\eta;t)$ y $\theta_3(\eta;t)$ se obtienen mediante la evaluación de la derivada parcial de las componentes $u_3(\eta;t)$ y $u_1(\eta;t)$ con respecto a la coordenada espacial η . Por otro lado el ángulo $\theta_2(\eta;t)$ es especificado mediante una función lineal y representa el giro alrededor del vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2$. Las expresiones para dichos ángulos son:

$$\begin{aligned} \theta_1(\eta;t) &= \frac{\partial}{\partial \eta} u_3(\eta;t) = \frac{d}{d\eta} [S_3(\eta)] p_3(t); \\ \theta_2(\eta;t) &= S_2(\eta) p_2(t) = \frac{\eta}{l} p_2(t); \text{ y} \\ \theta_3(\eta;t) &= -\frac{\partial}{\partial \eta} u_1(\eta;t) = -\frac{d}{d\eta} [S_1(\eta)] p_1(t). \end{aligned} \quad (2.24)$$

La utilización de este método permite describir el vector desplazamiento asociado al punto arbitrario P sobre el ala como:

$$\mathbf{u}_P = \mathbf{u}_{P'} - \bar{\mathbf{r}}_{P'P} \boldsymbol{\theta} = \mathbf{N}(\eta) \mathbf{p}(t), \quad (2.25)$$

donde,

$$\mathbf{N}(\eta) = \begin{bmatrix} S_1(\eta) & 0 & 0 \\ -r_1 \frac{d}{d\eta} S_1(\eta) & 0 & 0 \\ 0 & -r_1 S_2(\eta) & S_3(\eta) \end{bmatrix}, \text{ y} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{p}(t) = \{ p_1(t) \quad p_2(t) \quad p_3(t) \}^T.$$

Por último, el vector posición de un punto arbitrario P sobre el ala es:

$$\tilde{\mathbf{R}}_P = \mathbf{R}_P + \mathbf{u}_P. \quad (2.27)$$

Cabe señalar que el procedimiento desarrollado anteriormente para imponer una deformación sobre el ala es válido sólo para desplazamientos y giros pequeños debido tanto a la adopción de un elemento de viga basado en un modelo del tipo Euler-Bernoulli como “medio” para generar el cambio de geometría deseado sobre el ala como así también al esquema utilizado para la transferencia de desplazamientos desde el elemento de viga al resto del ala.

Con el objetivo de mostrar las buenas cualidades del esquema de deformación adoptado, en la figura 2.23 se presentan, a modo de ejemplo, cinco imágenes correspondientes a modos de deformación del ala del insecto.

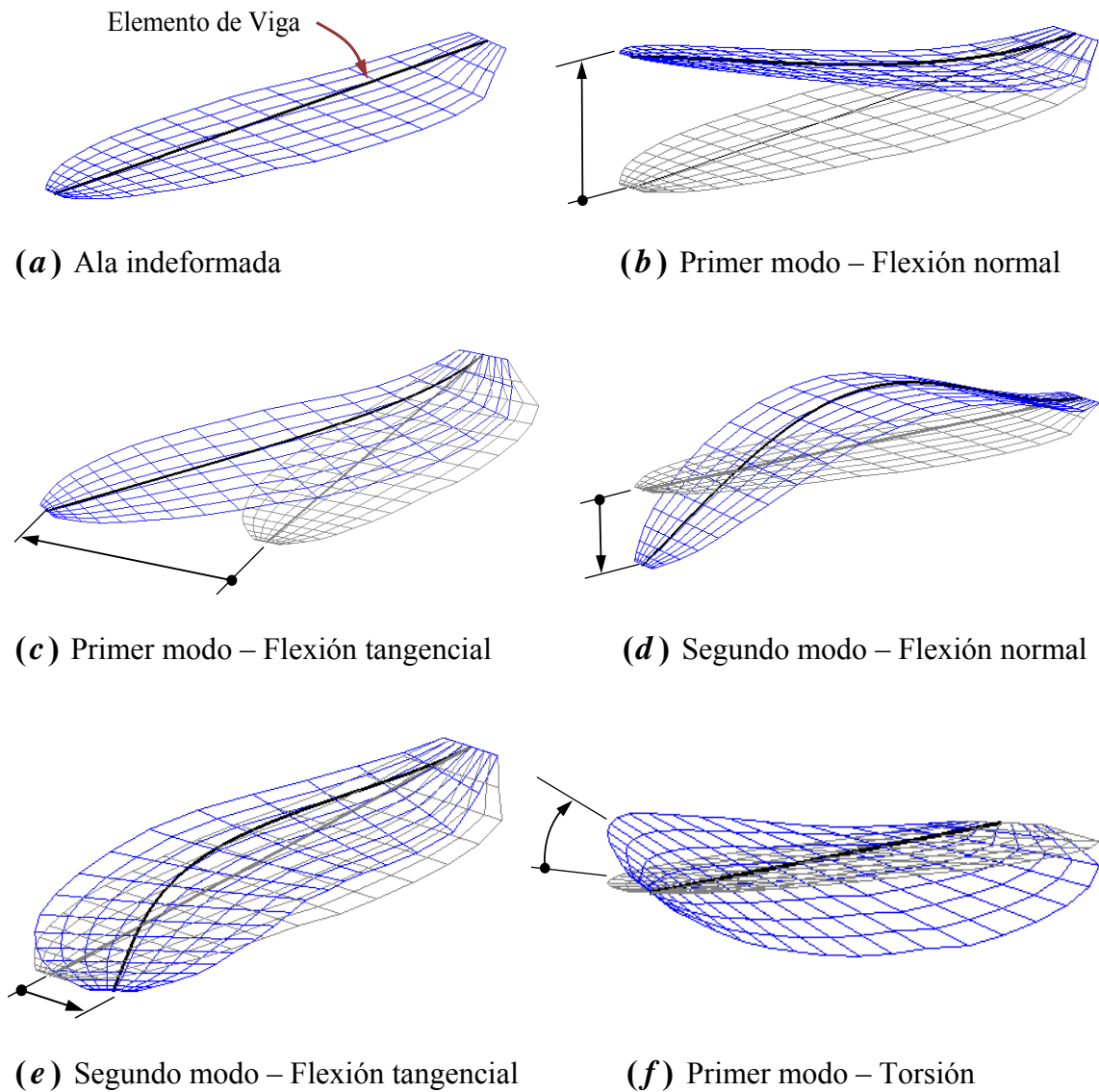


Figura 2.23: Algunos modos de deformación del ala.

La figura 2.23a corresponde al ala indeformada, es decir, la configuración original. El resto de las figuras corresponden a configuraciones deformadas, donde el ala se deforma a partir del desplazamiento generalizado de puntos pertenecientes al elemento de viga virtual. Las formas de desplazamiento utilizadas corresponden a autofunciones para el caso de una viga Euler-Bernoulli empotrada rígidamente en la raíz del ala y libre en la puntera de la misma. En la figura 2.23b se presenta el primer modo estructural donde la flexión ocurre en la dirección normal a la cuerda del ala. En la figura 2.23c se muestra el primer modo donde la flexión ocurre en la dirección tangencial a la cuerda del ala. La figura 2.23d corresponde al segundo modo donde la flexión ocurre en la dirección normal a la cuerda del ala. La figura 2.23e muestra el segundo modo donde la flexión ocurre en la dirección tangencial a la cuerda del ala. Finalmente, la figura 2.23f corresponde al primer modo donde predomina la torsión alrededor del eje longitudinal del ala.

2.5.2.2. Velocidad de un punto genérico sobre el ala

El vector posición de un punto arbitrario P , ecuación (2.27), expresado en el marco de referencia fijo al ala, \mathbf{B} , se relaciona con la base fija al marco inercial, \mathbf{N} , de la siguiente manera,

$${}^N \tilde{\mathbf{R}}_p = {}^N \mathbf{R}_p + \mathbf{Q}_{NB} \mathbf{u}_p. \quad (2.28)$$

donde $\mathbf{Q}_{NB}: \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{N}$ fue definido con anterioridad en la Sección 2.5.1, y representa el tensor de rotación entre el sistema de referencia \mathbf{B} fijo al ala y el sistema de referencia inercial \mathbf{N} .

La velocidad \mathbf{V}_p del punto P se obtiene mediante la evaluación de la derivada total respecto del tiempo del vector posición ${}^N \tilde{\mathbf{R}}_p$ realizada por un observador fijado al marco de referencia inercial \mathbf{N} (similar al procedimiento descrito en la Subsección 2.5.1.2), esto es,

$${}^N \dot{\tilde{\mathbf{R}}}_p = {}^N \dot{\mathbf{R}}_p + \dot{\mathbf{Q}}_{NB} \mathbf{u}_p + \mathbf{Q}_{NB} \dot{\mathbf{u}}_p, \quad (2.29)$$

El término $\dot{\mathbf{Q}}_{NB} \mathbf{u}_p$ se puede describir como:

$$\dot{\mathbf{Q}}_{NB} \mathbf{u}_p = \mathbf{Q}_{NB} ({}^N \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{u}_p), \quad (2.30)$$

donde ${}^N \boldsymbol{\omega}^B$ es el vector velocidad angular del marco de referencia fijo al ala, \mathbf{B} , respecto del marco de referencia inercial, \mathbf{N} , y expresado en la base \mathbf{B} . Dado que el producto

vectorial se puede expresar como el producto de un tensor por un vector, el término concerniente al producto vectorial entre el vector velocidad angular ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ y el vector desplazamiento \mathbf{u}_p se puede escribir como:

$${}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{u}_p = \bar{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{u}_p, \quad (2.31)$$

donde $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ es un tensor antisimétrico de segundo orden asociado al vector axial ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ (Shuster, 1993), cuya representación matricial es:

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

donde $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ son las componentes del vector velocidad angular ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$.

Por último, la velocidad de un punto genérico P sobre el ala se puede escribir como:

$${}^N\tilde{\mathbf{V}}_p = {}^N\dot{\mathbf{R}}_p = {}^N\dot{\mathbf{R}}_p + \mathbf{Q}_{NB} (\bar{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{u}_p) + \mathbf{Q}_{NB} \dot{\mathbf{u}}_p. \quad (2.33)$$

2.5.2.3. Aceleración de un punto genérico sobre el ala

La aceleración $\tilde{\mathbf{A}}_p$ de un punto genérico P se obtiene mediante la evaluación de la derivada total respecto del tiempo de la ecuación (2.33). Esta derivada es también evaluada mediante un observador fijo al marco de referencia inercial \mathbf{N} . Esto es:

$${}^N\ddot{\mathbf{R}}_p = {}^N\ddot{\mathbf{R}}_p + \dot{\mathbf{Q}}_{NB} (\bar{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{u}_p) + \mathbf{Q}_{NB} (\dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} \mathbf{u}_p) + \mathbf{Q}_{NB} (\bar{\boldsymbol{\omega}} \dot{\mathbf{u}}_p) + \dot{\mathbf{Q}}_{NB} \dot{\mathbf{u}}_p + \mathbf{Q}_{NB} \ddot{\mathbf{u}}_p. \quad (2.34)$$

Siguiendo el mismo procedimiento utilizado en la Subsección 2.5.2.2, la ecuación para la aceleración de un punto arbitrario sobre el ala se puede escribir como:

$${}^N\tilde{\mathbf{A}}_p = {}^N\ddot{\mathbf{R}}_p = {}^N\ddot{\mathbf{R}}_p + \mathbf{Q}_{NB} \left[\bar{\boldsymbol{\omega}} \bar{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{u}_p + \bar{\boldsymbol{\alpha}} \mathbf{u}_p + 2\bar{\boldsymbol{\omega}} \dot{\mathbf{u}}_p + \ddot{\mathbf{u}}_p \right]. \quad (2.35)$$

donde $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ es un tensor de segundo orden antisimétrico asociado al vector aceleración angular ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ del marco de referencia fijo al ala, \mathbf{B} , respecto del marco de referencia inercial, \mathbf{N} y expresado en el marco \mathbf{B} .

2.5.3. Adimensionalización

Para obtener un mayor grado de generalidad en el código computacional desarrollado se asume que los ángulos $\phi(t)$, $\theta(t)$, y $\psi(t)$ que definen la configuración del sistema en cada instante de tiempo son funciones de un tiempo adimensional, t^* , y que la dimensión espacial del ala está adimensionalizada respecto de su semi envergadura, R . Estas cantidades se definen de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
 t &= T_f t^* = t^* / n_f, \\
 \mathbf{r}_p &= R \mathbf{r}_p^*, \\
 \mathbf{R}_p &= R \mathbf{R}_p^*, \\
 \tilde{\mathbf{R}}_p &= R \tilde{\mathbf{R}}_p^*, \text{ y} \\
 \mathbf{u}_p &= R \mathbf{u}_p^*
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

donde: T_f es el período de un ciclo de batimiento,
 n_f es la frecuencia de batimiento del ala medida en Hertz (Hz), y
 \mathbf{r}_p^* , \mathbf{R}_p^* , $\tilde{\mathbf{R}}_p^*$ y \mathbf{u}_p^* son cantidades adimensionales respectivamente asociadas a los vectores \mathbf{r}_p , \mathbf{R}_p , $\tilde{\mathbf{R}}_p$ y \mathbf{u}_p .

Las derivadas de $\phi(t^*)$, $\theta(t^*)$, y $\psi(t^*)$ respecto del tiempo, t , se obtienen mediante la regla de la cadena,

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \phi(t^*) &= n_f \dot{\phi}(t^*), \\
 \frac{d}{dt} \theta(t^*) &= n_f \dot{\theta}(t^*), \text{ y} \\
 \frac{d}{dt} \psi(t^*) &= n_f \dot{\psi}(t^*)
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Teniendo en cuenta el desarrollo anterior, el vector velocidad angular del marco de referencia, \mathbf{B} , respecto del marco de referencia inercial, \mathbf{N} , y su tensor de segundo orden antisimétrico asociado se escriben como,

$${}^N \boldsymbol{\omega}^B = n_f {}^N \hat{\boldsymbol{\omega}}^B, \text{ y} \quad \bar{\boldsymbol{\omega}} = n_f \hat{\bar{\boldsymbol{\omega}}}, \tag{2.38}$$

donde ${}^N \hat{\boldsymbol{\omega}}^B$ y $\hat{\bar{\boldsymbol{\omega}}}$ son cantidades adimensionales asociadas a ${}^N \boldsymbol{\omega}^B$ y $\bar{\boldsymbol{\omega}}$ respectivamente.

Similarmente, el vector aceleración angular del marco de referencia **B** respecto del marco de referencia inercial **N** y su tensor de segundo orden antisimétrico asociado se escriben como,

$$\begin{aligned} {}^N \boldsymbol{\alpha}^B &= n_f^2 {}^N \hat{\boldsymbol{\alpha}}^B, \text{ y} \\ \bar{\boldsymbol{\alpha}} &= n_f^2 \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde ${}^N \hat{\boldsymbol{\alpha}}^B$ y $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ son cantidades adimensionales asociadas a ${}^N \boldsymbol{\alpha}^B$ y $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ respectivamente.

Finalmente reemplazando las ecuaciones (2.36), (2.38) y (2.39) en las ecuaciones (2.13), (2.16), (2.33) y (2.35) se obtienen las versiones adimensionalizadas para las expresiones de la velocidad y la aceleración de un punto genérico, P , perteneciente al ala para el modelo de ala rígida y para el modelo con deformaciones prescritas,

$$\begin{aligned} {}^B \mathbf{V}_P &= n_f R {}^N \hat{\boldsymbol{\omega}}^B \times \mathbf{r}^*, \\ {}^B \mathbf{A}_P &= n_f^2 R {}^N \hat{\boldsymbol{\alpha}}^B \times \mathbf{r}^* + n_f^2 R \hat{\boldsymbol{\omega}}^B \times \hat{\boldsymbol{\omega}}^B \times \mathbf{r}^*, \\ {}^N \tilde{\mathbf{V}}_P &= n_f R {}^N \dot{\mathbf{R}}_P^* - n_f R \mathbf{Q}_{NB} (\tilde{\mathbf{u}}^* {}^N \hat{\boldsymbol{\omega}}^B) + n_f R \mathbf{Q}_{NB} \dot{\mathbf{u}}_P^*, \text{ y} \\ {}^N \tilde{\mathbf{A}}_P &= n_f^2 R {}^N \ddot{\mathbf{R}}_P^* + n_f^2 R \mathbf{Q}_{NB} \left[\hat{\boldsymbol{\omega}}^B \hat{\boldsymbol{\omega}}^B \mathbf{u}_P^* + \hat{\boldsymbol{\alpha}}^B \mathbf{u}_P^* + 2\hat{\boldsymbol{\omega}}^B \dot{\mathbf{u}}_P^* + \ddot{\mathbf{u}}_P^* \right]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

En este capítulo se describieron brevemente los mecanismos aerodinámicos que utilizan los insectos y aves pequeñas para mantenerse y propulsarse en el aire, se definieron los principales parámetros cinemáticos que intervienen en el ciclo de batimiento y se derivaron las ecuaciones que gobiernan la cinemática para dos modelos de complejidad creciente: *i*) un modelo de ala rígida, y *ii*) un modelo con deformaciones prescritas.

Las ecuaciones adimensionalizadas deducidas al final de este capítulo permiten un estudio más general de las velocidades y aceleraciones de puntos materiales pertenecientes al ala mediante la especificación rápida de valores característicos tales como la frecuencia de batimiento y la envergadura del ala ahorrando de esta manera tiempo de cálculo.

Las ecuaciones desarrolladas en este capítulo se utilizan en conjunto con un modelo aerodinámico basado en el método de red de vórtices no lineal y no estacionario (*unsteady vortex-lattice method*, UVLM) descrito en el Capítulo 3 y con un modelo

dinámico multicuerpo del insecto descrito en el Capítulo 4, todo esto con el objetivo de estudiar la aerodinámica y la dinámica del vuelo de alas batientes. En el Capítulo 6 se exhibe una validación del código computacional desarrollado para estudiar la cinemática de alas batientes.

Capítulo 3

Modelo aerodinámico

3.1. Generalidades

Desde Leonardo da Vinci hasta los Hermanos Wright, el vuelo ha inspirado a los ingenieros más que cualquier otra forma de locomoción animal. Como cualquier aeronave, un animal capaz de desarrollar un vuelo activo debe poseer tres características fundamentales: un motor liviano pero potente; alas capaces de generar suficiente fuerza aerodinámica, y un sistema de control para evitar que la criatura se estrelle. Las propiedades especiales que permiten a los músculos, las alas, y el cerebro satisfacer estos requisitos han sido objeto de numerosos estudios en las últimas décadas y han impulsado la elaboración de modelos numéricos en varias ramas de la ciencia tales como: biofísica, mecánica de los fluidos, ciencia de los materiales, control, y neurobiología (Dickinson, [2006](#)).

El vuelo de insectos y aves está caracterizado por *i*) condiciones de flujo altamente no estacionarias producto del complejo movimiento que ejecutan las alas durante un ciclo de batimiento, *ii*) frecuencias de aleteo elevadas y *iii*) cambios bruscos entre diferentes configuraciones de vuelo. Hasta la fecha se han identificado tres mecanismos aerodinámicos como los principales responsables de la producción de fuerzas aerodinámicas que permiten a estas criaturas mantenerse en el aire y navegar eficazmente (Sane, [2003](#)), estos son: *i*) el retraso de la pérdida dinámica y el desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque, *ii*) la circulación adicional generada por la rotación del ala, y *iii*) la captura de la estela. Si bien el número de Reynolds que caracteriza el flujo real en los insectos es relativamente bajo, puede considerarse que tiene un valor lo suficiente alto como para asumir que los efectos viscosos están confinados únicamente en las capas

límites que envuelven al sólido inmerso en el fluido y en las estelas que se desprenden desde los bordes filosos de las alas. Este hecho permite utilizar un modelo basado en el método de red de vórtices inestacionario y no lineal (Preidikman, 1998).

El modelo aerodinámico implementado en este trabajo de tesis es una versión ampliada y modificada del método general de red de vórtices no lineal e inestacionario (*unsteady vortex lattice method*, UVLM). Este modelo ampliado considera no linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas, y flujos dominados por vorticidad en los que el fenómeno conocido como *vortex bursting* no ocurre. Además, permite tener en cuenta todas las posibles interferencias aerodinámicas y estimar, en el dominio del tiempo, la distribución de vorticidad asociada a las sábanas vorticosas adherida a los sólidos, y la distribución de vorticidad y la forma de las estelas emitidas desde los bordes filosos del cuerpo inmerso en el fluido.

Como resultado del movimiento relativo entre el ala y el aire en reposo, se generan gradientes de velocidad que dan origen a vorticidad concentrada en una delgada región adherida a la superficie del ala (capa límite), fuera de estas regiones el flujo se considera irrotacional. Esta sábana vorticiosa se separa desde el borde de fuga, la puntera del ala y el borde de ataque y es “convectada” hacia el seno del fluido para formar la estela.

Las estelas se representan mediante sábanas vorticosas libres cuyas posiciones no son especificadas ya que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas, esto es, no se produce ningún salto de presiones a través de las estelas. El flujo asociado con la vorticidad en la estela cercana al ala afecta al flujo alrededor del ala y por lo tanto a las cargas actuantes sobre ella.

Debido a que la vorticidad presente en las estelas en un instante dado fue generada y convectada desde el ala en un tiempo anterior, las cargas aerodinámicas dependen de la historia del movimiento; las estelas contienen la “historia”. El campo de velocidades asociado a la vorticidad existente en un punto del espacio decae al alejarse de dicho punto; en consecuencia, a medida que la vorticidad en la estela va siendo transportada corriente abajo, su influencia decrece y por lo tanto se dice que “el historiador” va perdiendo memoria.

Los dos tipos de sábanas vorticosas (libre y adherida) están unidas en los bordes filosos de cada ala, donde se impone la condición de Kutta para flujos inestacionarios. A medida que el ala se mueve durante un ciclo de batimiento, el ángulo de ataque efectivo puede alcanzar valores altos produciendo una separación adicional del flujo desde el borde de ataque.

3.2. Descripción del problema

Las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido caracterizado por una densidad constante, ρ , viscosidad cinemática, ν , y sujeto a fuerzas inerciales por unidad de masa \mathbf{F} son,

$$\frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{R};t)}{\partial t} + (\mathbf{V}(\mathbf{R};t) \cdot \nabla) \mathbf{V}(\mathbf{R};t) = -\frac{1}{\rho} \nabla p(\mathbf{R};t) + \nu \nabla^2 \mathbf{V}(\mathbf{R};t) + \mathbf{F}, \quad (3.1)$$

donde \mathbf{R} es el vector posición de la partícula de fluido en el espacio, $\mathbf{V}(\mathbf{R};t)$ es la velocidad absoluta de la partícula de fluido, $p(\mathbf{R};t)$ es la presión, t el tiempo y ∇ es un operador diferencial cuya representación en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales tridimensional es,

$$\nabla = \hat{\mathbf{i}}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{i}}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{i}}_3 \frac{\partial}{\partial z}. \quad (3.2)$$

La ecuación (3.1) junto con la ecuación de continuidad para un flujo incompresible,

$$\nabla \cdot \mathbf{V}(\mathbf{R};t) = 0, \quad (3.3)$$

constituyen un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales escalares en derivadas parciales que son suficientes para determinar el campo de velocidad $\mathbf{V}(\mathbf{R};t)$ y el campo de presión $p(\mathbf{R};t)$ asumiendo conocidas las condiciones iniciales y condiciones de borde adecuadas.

Si el número de Reynolds es lo suficientemente alto, la ecuación (3.1) se reduce a,

$$\frac{\partial \mathbf{V}(\mathbf{R};t)}{\partial t} + (\mathbf{V}(\mathbf{R};t) \cdot \nabla) \mathbf{V}(\mathbf{R};t) = -\frac{1}{\rho} \nabla p(\mathbf{R};t). \quad (3.4)$$

La ecuación (3.4) es válida en el campo exterior de fluido, esto es, todas aquellas regiones del espacio externas a las superficies del sólido, capas límites y estelas. A su vez, todas las fuerzas de campo (e.j. las fuerzas debida a la acción del campo gravitatorio terrestre) se suponen conservativas y sus potenciales se introdujeron directamente en el término de presión.

Para completar la descripción del problema es necesario adicionar a la ecuación gobernante un conjunto de condiciones de contorno (Konstandinopoulos *et al.*, 1981, 1985). La posición de la superficie del sólido es conocida, como una función del tiempo, y la componente normal de la velocidad del fluido es prescrita en esta frontera. En general el sistema bajo estudio puede contener numerosos cuerpos con movimiento relativo entre sí. La superficie total de la frontera del sólido es denotada por S .

La primera condición de contorno requiere que la componente normal de la velocidad del fluido relativa a la superficie del sólido sea nula. Esta condición es comúnmente denominada condición de no penetración o de impermeabilidad, y puede expresarse como,

$$(\mathbf{V} - \mathbf{V}_s) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad (3.5)$$

donde \mathbf{V}_s es la velocidad de la superficie del sólido y $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector unitario normal a dicha frontera. En general tanto \mathbf{V}_s como $\hat{\mathbf{n}}$ varían de manera espacial y temporal.

Una condición de regularidad en el infinito debe también ser impuesta. Esta segunda condición de contorno requiere que las perturbaciones producidas en el fluido, por la presencia y el movimiento del sólido inmerso, decaigan conforme nos alejemos del mismo. Esta condición de contorno es denominada comúnmente condición de regularidad en el infinito y esta dada por,

$$\lim_{\|\mathbf{R}\|_2 \rightarrow \infty} \|\mathbf{V}(\mathbf{R}; t)\|_2 = \|\mathbf{V}_\infty\|_2, \quad (3.6)$$

donde \mathbf{V}_∞ es el vector de velocidad de corriente libre o de corriente sin perturbar y $\|\cdot\|_2$ denota la norma vectorial euclídea. Debido a que el campo de velocidad se calcula por medio de la ley de Biot-Savart, la condición de regularidad en el infinito es satisfecha idénticamente.

Para flujos potenciales incompresibles, el campo de velocidad es determinado a partir de la ecuación de continuidad, y por tal motivo, ésta debe ser establecida independientemente de la presión. Una vez que el campo de velocidad es conocido, la presión se calcula con la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli. Además, al considerar que la velocidad del sonido es infinita, la influencia de las condiciones de contorno es comunicada instantáneamente a todo el dominio de fluido, y por lo tanto, el campo de velocidad instantáneo se obtiene a partir de las condiciones de contorno instantáneas.

En adición a las condiciones de contorno anteriormente expuestas, los teoremas de Kelvin-Helmholtz (Lugt, 1983) y la condición inestacionaria de Kutta (Jones, 1962; Basu y Hancock, 1978; Crighton, 1985; Amiet, 1989) son utilizados para determinar la intensidad y la posición de las estelas vorticosas (Konstandinopoulos *et al.*, 1981, 1985; Preidikman, 1998).

El campo de velocidades $\mathbf{V}(\mathbf{R};t)$ está relacionado cinemáticamente con el campo de vorticidad a través de la siguiente expresión,

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R};t) = \nabla \times \mathbf{V}(\mathbf{R};t). \quad (3.7)$$

Las ecuaciones (3.3) y (3.7) representan un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que pueden ser “invertidas” a los efectos de expresar el campo de velocidades en términos del campo de vorticidad (Batchelor, 1967),

$$\mathbf{V}(\mathbf{R};t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{V(\mathbf{R}_0;t)} \frac{\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0;t) \times (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)}{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_0\|_2^2} dV(\mathbf{R}_0;t), \quad (3.8)$$

donde \mathbf{R}_0 es el vector posición que define los puntos de la región del dominio fluido, $V(\mathbf{R}_0;t)$ es una región del dominio fluido, y $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_0;t)$ es el vector vorticidad en el punto \mathbf{R}_0 . El argumento de la integral (3.8) es cero cuando el campo de vorticidad se anula, y por ello, la región en donde el fluido es irrotacional no realiza ninguna contribución sobre el campo de velocidad. En cada punto, el campo de velocidad puede ser computado explícita e independientemente de la evaluación en puntos vecinos. Como consecuencia de esta característica, la cual está ausente en métodos basados en diferencias finitas, la evaluación del campo de velocidad puede ser confinada a las regiones viscosas. La distribución de vorticidad en las regiones viscosas determina el campo de fluido, tanto en la región viscosa como en la no viscosa.

Para formular la condición de no penetración dada en la ecuación (3.5), es conveniente descomponer la velocidad, \mathbf{V} , en tres partes. La primera debida a la sábana vorticiosa adherida al sólido \mathbf{V}_B , la segunda debida a la sábana vorticiosa libre \mathbf{V}_W y la tercera debida a la corriente libre \mathbf{V}_∞ . Finalmente, la condición de no penetración puede expresarse como,

$$(\mathbf{V}_B + \mathbf{V}_W + \mathbf{V}_\infty - \mathbf{V}_S) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0. \quad (3.9)$$

3.3. El método de red de vórtices inestacionario

En el método de red de vórtices inestacionario las sábanas vorticosas continuas son remplazadas por arreglos o redes de segmentos vorticosos de longitud finita y circulación $\Gamma(t)$ (ver figura 3.1). La justificación para flujos tridimensionales está lejos de ser rigurosa; alcanza con decir que numerosas comparaciones con las pocas soluciones exactas que existen, observaciones experimentales, y soluciones numéricas de las ecuaciones de Navier-Stokes, han demostrado que esta simplificación conduce a buenos resultados cuando las líneas de separación son conocidas y el fenómeno de *vortex bursting* no ocurre en las proximidades del sólido inmerso en el fluido. Más aún, es posible demostrar que el campo de velocidades asociado a una distribución de dobletes de intensidad constante distribuidos sobre un panel plano es exactamente igual al asociado a un anillo vorticoso cerrado de circulación constante $G(t)$.

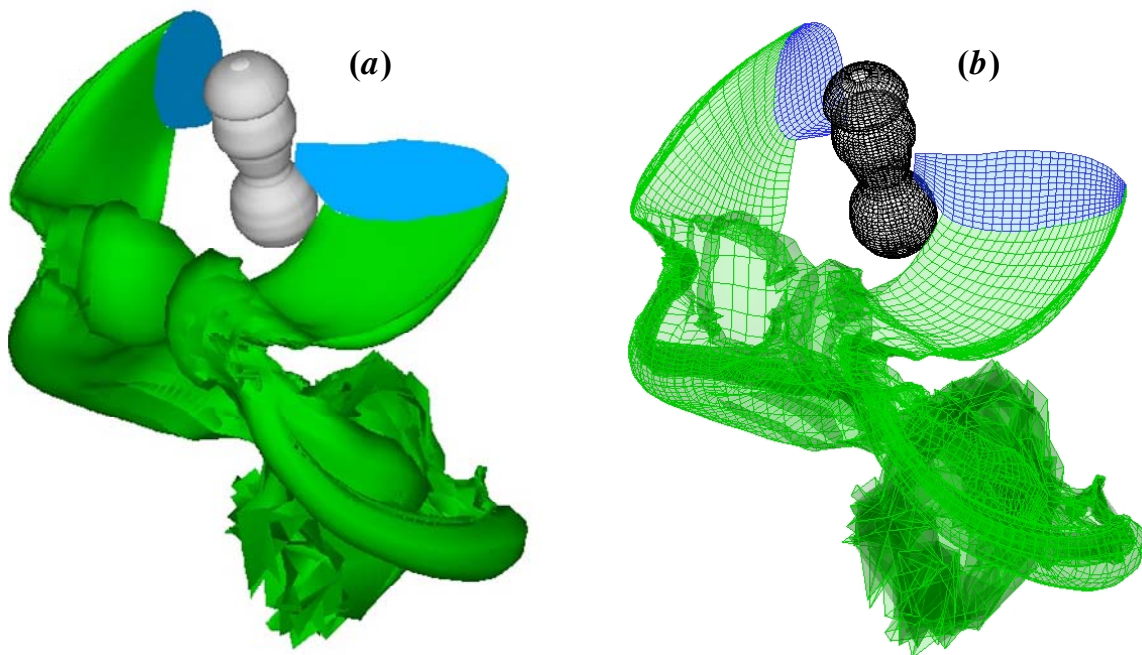


Figura 3.1: Representación de las sábanas vorticosas adheridas y libres; (a) continua (b) discreta.

Los segmentos vorticosos dividen a la superficie del cuerpo en una cantidad finita de elementos de área. Las estelas son también discretizadas mediante segmentos vorticosos libres los cuales están unidos a la red adherida al sólido a través de las líneas de separación, tales como el borde de fuga, el borde de ataque y la puntera del ala. En la figura 3.2 se muestra la discretización utilizada para la sábana adherida al insecto y un detalle de las zonas de separación impuestas sobre el ala. En color rojo se indican los puntos donde

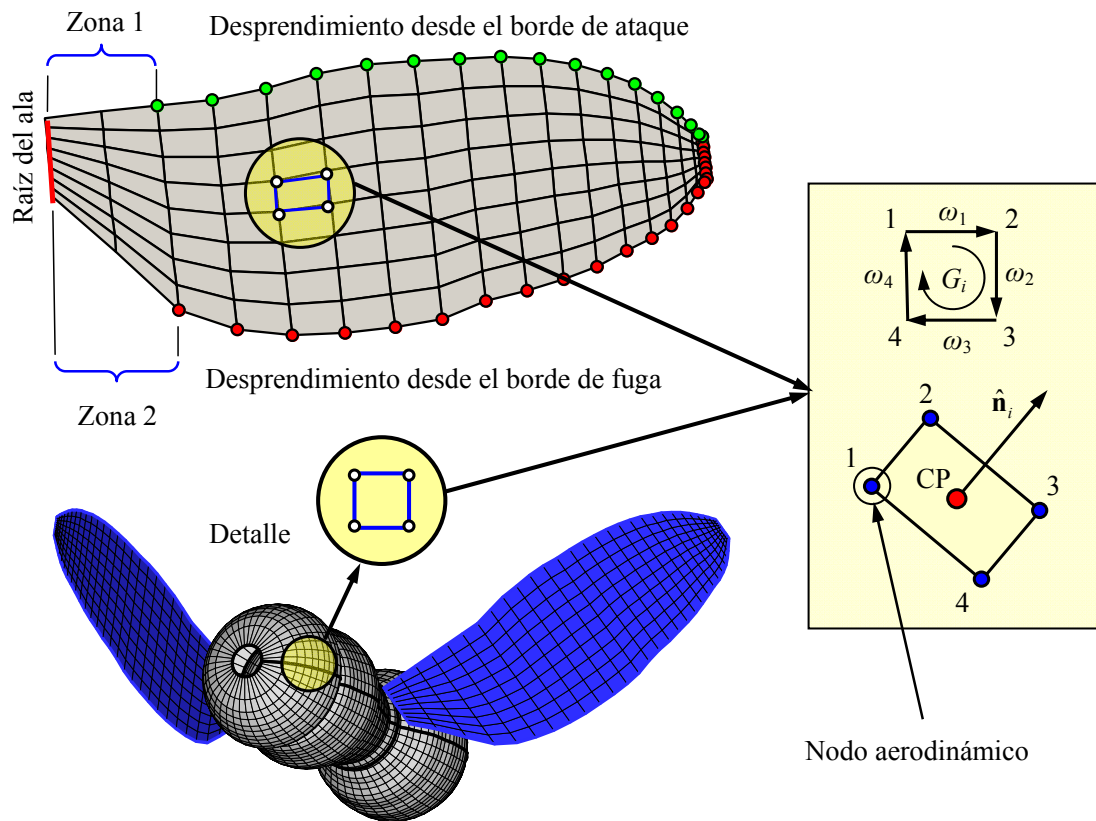
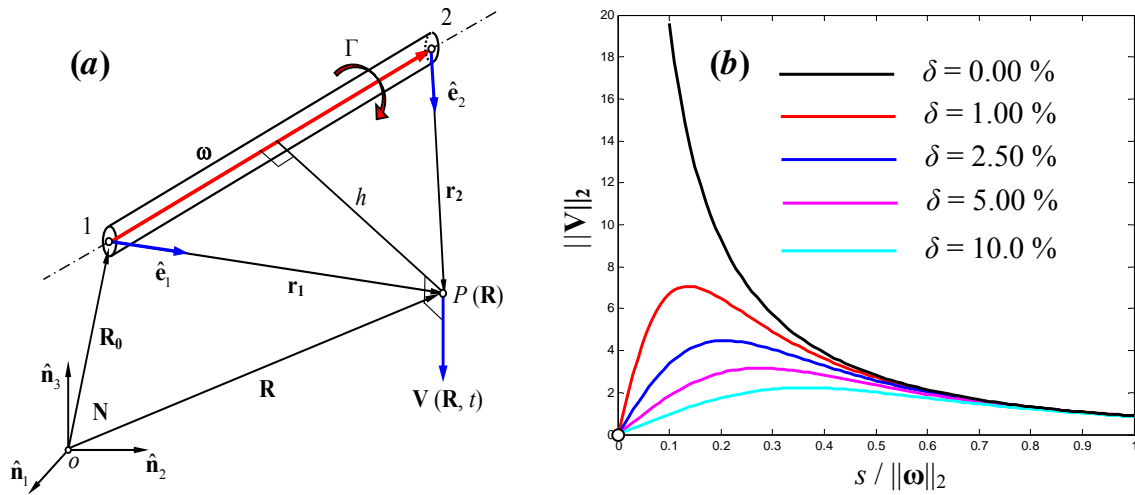


Figura 3.2: Discretización de las sábanas adheridas al insecto y detalle de un panel aerodinámico.

ocurre el desprendimiento de vorticidad desde el borde de fuga y en color verde los puntos donde ocurre el desprendimiento desde el borde de ataque. En ambos casos, los nodos aerodinámicos involucrados en el desprendimiento no llegan hasta la raíz del ala, es decir, existe una banda (Zona 1 sobre el borde de ataque y Zona 2 sobre el borde de fuga) en la cual no se produce desprendimiento. Este ajuste mejora notablemente la forma de la estela que se obtiene en las proximidades de la raíz del ala.

Años de utilización del método de red de vórtices sugieren que la forma geométrica de los elementos de área que componen las sábanas vorticosas afectan directamente la precisión y la velocidad de convergencia del método. En particular, se encontró que la forma rectangular produce mejores resultados que cualquier otra forma geométrica. Por este motivo, en este trabajo se utilizan elementos rectangulares para discretizar tanto las sábanas adheridas a los cuerpos como así también para las estelas que se desprenden desde las zonas de separación.

Cada elemento de área (panel aerodinámico) en la red de vórtices está encerrado por cuatro segmentos de vorticidad rectilíneos formando un “lazo” alrededor del mismo, donde la incógnita a determinar es la circulación asociado a cada uno de estos segmentos.



(a) Esquema indicando las variables involucradas (b) Gráfico de la velocidad asociada a un segmento vorticoso a medida que nos alejamos de él, calculada con el método de suavización implementado en este trabajo.

Figura 3.3: Velocidad de un punto dado por la Ley de Biot-Savart.

Para resolver el problema se utiliza la condición de no penetración que es establecida para cada panel aerodinámico y el teorema de conservación espacial de la circulación. Sin embargo, existe una manera de reducir sustancialmente el tamaño del problema a resolver y obtener la solución en menor tiempo (Preidikman, 1998). Tal estrategia consiste en considerar cada panel aerodinámico encerrado por un único anillo vorticoso cerrado con el mismo valor de circulación. Bajo esta asunción, el requerimiento de conservación espacial de la circulación es satisfecha automáticamente y se debe notar, además, que la circulación de cada segmento recto de vorticidad (excepto posiblemente aquellos ubicados en el borde de ataque) se obtiene por medio de la suma vectorial de las circulaciones correspondientes a los anillos adyacentes a dicho segmento.

La ecuación que gobierna la evolución de las sábanas vorticosas está mal condicionada y sufre de una inestabilidad del tipo de Kelvin–Helmholtz (Majda y Bertozzi, 2002). Estudios anteriores (Caflich y Orellana, 1989; Krasny, 1986; Moore, 1975; Shelley 1992) han determinado que: *i*) la solución de esta ecuación puede desarrollar singularidades en tiempo finito; aun en el caso en que las condiciones iniciales sean suaves, y *ii*) el intento de computar numéricamente esta solución mediante el uso de una aproximación basada en segmentos vorticosos amplifica los errores de discretización de forma tal que eventualmente la hacen “explotar”. La velocidad en un punto P que ocupa una posición espacial \mathbf{R} , asociada a un segmento vorticoso, rectilíneo, de longitud finita, y con circulación espacial constante, Γ , esta dada por la versión discreta de la ley de Biot-Savart (ver figura 3.3a), esto es,

$$\mathbf{V}(\mathbf{R};t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t) \times \mathbf{r}_1}{\|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t) \times \mathbf{r}_1\|_2} \left[\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t) \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2) \right], \quad (3.10)$$

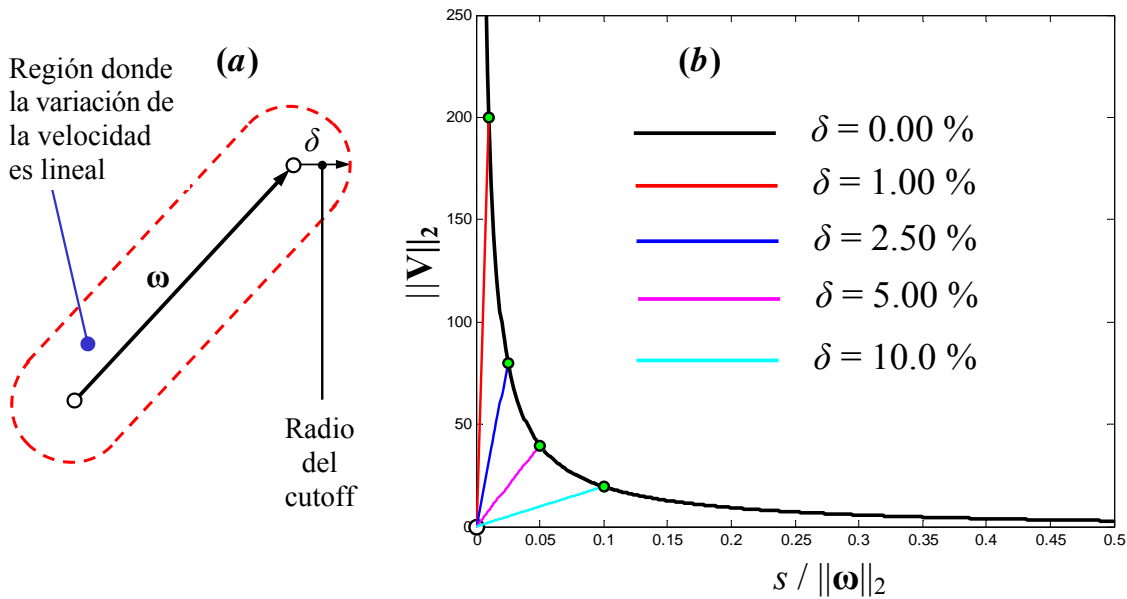
donde \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 son los vectores posición de puntos del campo de fluido (puntos donde la velocidad es computada) relativos a los extremos del segmento vorticoso rectilíneo, $\hat{\mathbf{e}}_1$ y $\hat{\mathbf{e}}_2$ son vectores unitarios asociados a los vectores \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 , y $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ (ver figura 3.3a).

Cuando el punto P pertenece al segmento vorticoso, la ecuación (3.10) presenta una singularidad. Esta característica es indeseable desde el punto de vista numérico. El modo más común de sortear este problema consiste en reemplazar el núcleo singular de Cauchy $\mathbf{K}(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$ de la ecuación (3.8), por un núcleo “suavizado”. Alternativas para suavizar el núcleo de Cauchy incluyen: *vortex-blob regularization*, *vortex-patch regularization*, y *viscous regularization*, entre otras (Majda y Bertozzi, 2002). En este trabajo se sigue una técnica de regularización ad hoc de la integral de Biot–Savart, originalmente introducida por Chorin (1994). En esta técnica, el núcleo singular, $\mathbf{K}(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)$, es reemplazado por un núcleo suavizado, $\mathbf{K}_\delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0; \delta)$, de manera tal que cuando el parámetro δ (comúnmente conocido como radio de *cut-off*) tiende a cero se recupera la solución correspondiente a un flujo no viscoso gobernado por las ecuaciones de Euler (ver figura 3.3b). Con esta regularización, la expresión (3.10) para el campo de velocidades asociado a un segmento vorticoso rectilíneo, toma la siguiente forma:

$$\mathbf{V}(\mathbf{R};t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t) \times \mathbf{r}_1}{\|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t) \times \mathbf{r}_1\|_2^2 + (\delta \|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t)\|_2)^2} \left[\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t) \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2) \right], \quad (3.11)$$

El valor del radio de *cut-off*, desconocido a priori, se determina a partir de comparaciones entre simulaciones realizadas mediante el uso de la ecuación (3.11) y soluciones conocidas que fueron obtenidas mediante el uso de otras técnicas, no habiendo bases teóricas para su justificación.

La variable s en las figuras 3.3b y 3.4 se utiliza para denotar la distancia medida en la dirección perpendicular al segmento de vorticidad $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{R};t)$. Otra técnica ampliamente utilizada para remover la singularidad asociada a la ecuación (3.10) consiste en utilizar una función lineal para el radio del *cut-off*. Dentro de la región del radio del *cut-off* la velocidad decrece linealmente a medida que nos acercamos al segmento vorticoso (van Garrel, 2003). La figura 3.4 muestra la implementación del *cut-off* lineal.



(a) Zona donde la variación espacial de la velocidad es lineal.
 (b) Gráfico de la variación de la velocidad con la distancia s .

Figura 3.4: Técnica del *Cut-off* lineal

3.3.1. Arranque impulsivo y coeficientes de influencia aerodinámicos

Cuando el ala del insecto se encuentra en reposo todas las circulaciones sobre la sábana adherida son iguales a cero. En $t = 0$, cuando el ala comienza impulsivamente a moverse con una velocidad V_s a través del fluido, las circulaciones sobre la sábana adherida cambian instantáneamente y una línea de vórtices se forma sobre los bordes filosos del ala, esto representa el vórtice de arranque observado en experimentos y descrito por Prandtl y Tietjens (1957). La existencia de dicho vórtice se debe al requerimiento de la conservación espacial de la vorticidad. A su vez, para satisfacer la condición de Kutta, los segmentos de vorticidad formados a lo largo de los bordes filosos del ala (borde de ataque, puntera del ala y borde de ataque) son convectados dentro de la estela a la velocidad local del fluido.

Para determinar en cada instante de tiempo las circulaciones $G_j(t)$ de cada anillo vorticoso sobre la sábana adherida se impone la condición de no penetración sobre la superficie del insecto. Idealmente sería preferible satisfacer la condición de no penetración en todos los puntos de la superficie del sólido inmerso, pero debido a que se ha discretizado la superficie del mismo en una cantidad finita, NP , de elementos, sólo es posible imponer esta condición en un número finito NP de puntos, llamados puntos de control (ver figura 3.2). En cada elemento hay un punto de control en el centroide de sus nodos.

Para aproximar el vector normal, en cada elemento se utiliza el producto vectorial de sus dos vectores diagonales.

En general, la componente normal de la velocidad de una partícula de fluido en un punto de control relativa al sólido depende de: *i*) la velocidad asociada a los vórtices ubicados en la sábana adherida; *ii*) la velocidad asociada a los vórtices ubicados en las estelas; *iii*) la velocidad de la corriente libre; y *iv*) la velocidad debida al movimiento del cuerpo (cinemática).

Cuando se resuelve la ecuación (3.9) para encontrar \mathbf{V}_B , la velocidad asociada a la estela, la velocidad de corriente libre, y el movimiento de la superficie del sólido son conocidos. La componente de velocidad asociada a los vórtices ubicados en la sábana adherida \mathbf{V}_B , puede expresarse en términos de las incógnitas $G_j(t)$ y de los coeficientes de influencia aerodinámica $a_{ij}(t)$ (Katz y Plotkin, 2001; Preidikman, 1998).

Si la posición relativa entre las diferentes partes que componen el insecto (cabeza, tórax, abdomen y alas) permanece invariante en el tiempo, los coeficientes de influencia aerodinámicos se evalúan una única vez. Como en general, las diferentes partes que componen el insecto se deforman y tienen movimientos relativos entre sí, esto implica que los coeficientes de influencia aerodinámicos $a_{ij}(t)$ y los vectores normales en los puntos de control deban recalcularse en cada paso de tiempo.

El coeficiente de influencia aerodinámico a_{ij} se define como la componente de velocidad que es normal a la superficie del sólido en el punto de control del panel i asociada al vórtice adherido de intensidad unitaria ubicado en el panel j . Matemáticamente se expresa como:

$$a_{ij}(t) = (u(t), v(t), w(t))_{ij} \cdot \hat{\mathbf{n}}_i. \quad (3.12)$$

donde $u(t)$, $v(t)$ y $w(t)$ son las componentes de la velocidad en el punto de control i y $\hat{\mathbf{n}}_i$, el vector unitario normal a la superficie en el punto de control i .

El cumplimiento de las condiciones de contorno en la superficie requiere que en cada punto de control la componente normal de la velocidad relativa fluido/sólido sea nula. La especificación de esta condición en el punto de control i se materializa como sigue:

$$\sum_{j=1}^N a_{ij}(t) G_j(t) + (\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_W - \mathbf{V}_S)_i \cdot \hat{\mathbf{n}}_i = 0. \quad (3.13)$$

La velocidad \mathbf{V}_S asociada al sólido se determina mediante las ecuaciones (2.13) o (2.33) derivadas en el Capítulo 2. Como se mencionó anteriormente \mathbf{V}_∞ , \mathbf{V}_W y \mathbf{V}_S son conocidos, por lo tanto el término que involucra estas cantidades puede transferirse al lado derecho (RHS_i) de la ecuación (3.13),

$$RHS_i = -(\mathbf{V}_\infty + \mathbf{V}_W - \mathbf{V}_S)_i \cdot \hat{\mathbf{n}}_i. \quad (3.14)$$

La especificación de las condiciones de contorno para cada punto de control resulta en el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas lineales, en general con coeficientes variables:

$$\mathbf{A}(t) \mathbf{G}(t) = \mathbf{RHS} \rightarrow \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} RHS_1 \\ RHS_2 \\ \vdots \\ RHS_N \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

La matriz de influencia aerodinámica, $\mathbf{A}(t)$, contiene bloques que deben computarse en cada paso de tiempo. Esta dependencia respecto del tiempo se debe al cambio en la geometría del ala como consecuencia de una deformación prescrita de la misma y al movimiento relativo entre el ala izquierda y el ala derecha y entre el cuerpo del insecto y las alas.

El cuerpo del insecto que está compuesto por la cabeza, tórax y abdomen, se considera completamente rígido, este hecho implica que el único bloque en la matriz de influencia aerodinámica que no necesita ser actualizado es la parte que contabiliza la influencia cuerpo/cuerpo.

Se debe notar, además, que un modelo de cuerpo rígido para las alas permitiría identificar dos bloques extras en la matriz $\mathbf{A}(t)$ que no necesitarían ser actualizados durante todo el tiempo de simulación, tales bloques contabilizan la influencia L1/L1 y L2/L2, siendo L1 y L2 los acrónimos utilizados para denotar ala izquierda y ala derecha respectivamente. En la figura 3.5 se presenta un esquema que aclara lo recién mencionado.

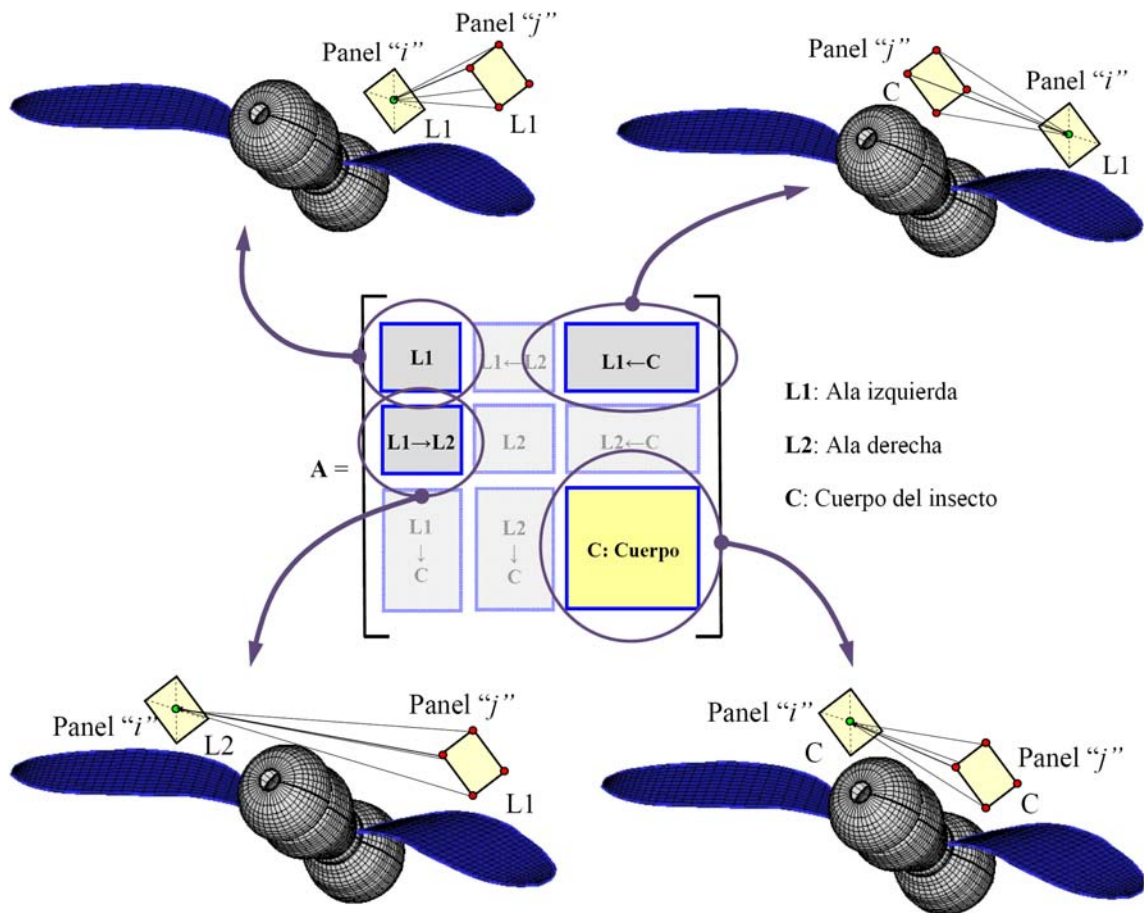


Figura 3.5: Esquema donde se indica la forma como se calculan los bloques de la matriz de influencia aerodinámica.

El bloque en color amarillo en la figura 3.5 se calcula sólo una vez, debido a que no cambia con el tiempo. Por el contrario, los bloques en color gris deben calcularse en cada paso de tiempo. Las flechas en cada uno de los bloques que forman la matriz A indican la manera en que se efectúan los cálculos relacionados al cómputo de los coeficientes de influencia aerodinámicos, por ejemplo, $L1 \leftarrow L2$ indica el cómputo de la velocidad normal en los puntos de control de los paneles contenidos en el ala izquierda ($L1$) debido a la influencia de los paneles contenidos en el ala derecha ($L2$).

El sistema de ecuaciones algebraicas lineales (3.15) puede ser resuelto para conocer el valor de las incógnitas $G_j(t)$ mediante procedimientos directos tales como descomposición LU o eliminación de Gauss y sustitución hacia atrás, o por medio de procedimientos iterativos, tales como el método de Jacobi o el método de Gauss-Seidel.

Una vez calculadas las circulaciones $G_j(t)$ se convectan las estelas a la velocidad local del fluido. La velocidad local relativa al marco de referencia fijo al sólido es computada

en cada nodo que definen los extremos de cada segmento vorticoso en las estelas por medio de:

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} - \mathbf{V}_0 - {}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{r}. \quad (3.16)$$

donde \mathbf{V} es la velocidad absoluta de una partícula de fluido, \mathbf{v} es la velocidad de una partícula de fluido relativa al marco de referencia \mathbf{B} fijo al cuerpo, \mathbf{V}_0 es la velocidad del origen del marco \mathbf{B} , y ${}^N\boldsymbol{\omega}^B$ es el vector velocidad angular del marco de referencia \mathbf{B} respecto del marco de referencia inercial \mathbf{N} .

La ecuación (3.16) se utiliza para computar el desplazamiento, $\Delta \mathbf{r}$, de los nodos aerodinámicos con respecto al marco \mathbf{B} , esto es,

$$\Delta \mathbf{r} = \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{v} \, d\tau. \quad (3.17)$$

Existen varias opciones para computar la integral en la ecuación (3.17): por ejemplo, se pueden utilizar las cantidades calculadas en el paso previo, en el paso actual ($t = t + \Delta t$), o su promedio. En todos esos casos con excepción del primero se necesita de un esquema de iteración, lo cual incrementa el tiempo de cómputo. Afortunadamente, se encontró que un esquema simple de primer orden de integración (Método de Euler) es estable y las diferencias entre soluciones convergentes es muy pequeña para justificar la utilización de esquemas de mayor orden (Kandil *et al.*, 1976; Seginer *et al.*, 1982). Por lo tanto el esquema de Euler propuesto en este trabajo es:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{nodo}(t + \Delta t) &= \mathbf{R}_{nodo}(t) + \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{V}_{nodo}(\tau) [\mathbf{R}_{nodo}(\tau)] \, d\tau \\ &\approx \mathbf{R}_{nodo}(t) + \mathbf{V}_{nodo}(t) [\mathbf{R}_{nodo}(t)] \Delta t, \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde $\mathbf{R}_{nodo}(t)$ es la posición del nodo en el tiempo t , $\mathbf{V}_{nodo}(t)$ es la velocidad del nodo en el tiempo t , y Δt es el incremento de tiempo (Konstandinopoulos *et al.*, 1981; Preidikman, 1998).

La estrategia descrita anteriormente puede utilizarse para cualquier número adoptado de pasos. El campo de fluido es dependiente del tiempo, y la distribución actual de vorticidad sobre la superficie del sólido depende de las distribuciones previas de vorticidad. La forma y la distribución de vorticidad de las estelas se determinan como parte de la solución, y por lo tanto la historia del fluido es almacenada en las mismas.

3.3.2. Modelo de desprendimiento desde el borde de ataque

El complejo movimiento que experimentan las alas de un insecto o ave pequeña durante un ciclo de batimiento produce una separación adicional del fluido desde el borde de ataque. Este fenómeno depende básicamente del valor del ángulo que forma la dirección de la velocidad local del fluido con el plano del ala (ángulo efectivo de ataque); cantidad esta que varía significativamente a lo largo de la envergadura del ala y durante el ciclo de aleteo.

Numerosos trabajos sobre la separación adicional desde el borde de ataque en aeronaves convencionales reportaron que el flujo comienza a desprenderse cuando el ángulo de ataque alcanza un valor crítico que está comprendido entre 12° y 15° (Katz y Plotkin, 2001). Dickinson y Götz (1993) mostraron que para un ángulo de ataque de 9° (un ángulo muy por debajo de aquellos usados por los insectos) se forma una pequeña burbuja sobre la cara superior del ala y esta permanece estable durante todo el movimiento.

El método de red de vórtices fue utilizado por varios autores para incorporar el fenómeno de separación desde el borde de ataque en alas delta (Mook y Maddox, 1974; Leroy *et al.*, 2001, Sakurai y Uchihori, 1990). En este trabajo se utilizó el modelo desarrollado por Mook y Maddox y se lo modificó con el objeto de incluir este fenómeno en alas batientes. De manera similar a lo discutido anteriormente, el sistema de vórtices en el borde de ataque es representado por una familia de segmentos vorticosos rectilíneos, y el campo de velocidad asociado a cada uno de estos segmentos es calculado mediante la ley de Biot-Savart (ver figura 3.6a). Luego, este campo de velocidad es añadido a aquellos generados por el resto de los segmentos vorticosos en la sábana adherida y en la estela.

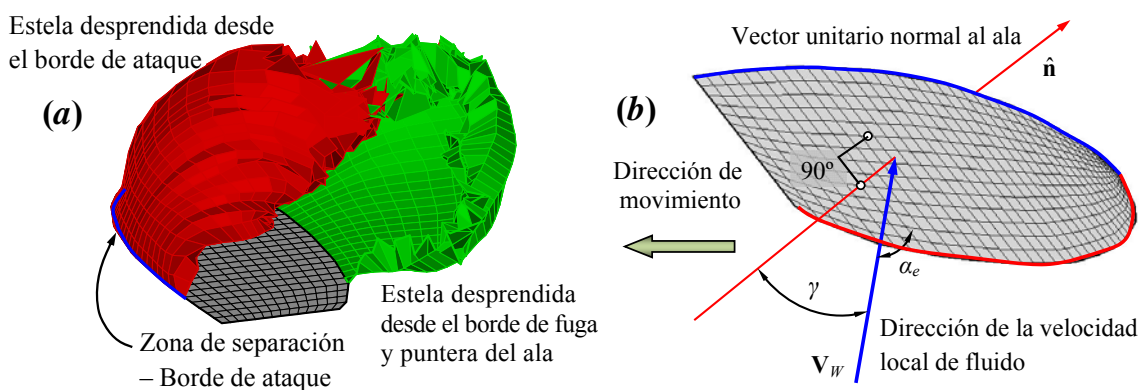


Figura 3.6: Fenómeno de separación desde el borde de ataque – (a) Estela desprendida desde el borde de ataque (en color rojo); (b) Definición del ángulo α_e .

Específicamente, el fenómeno de separación se modeló mediante un esquema basado en un mecanismo del tipo “todo o nada” que consiste principalmente en computar el valor del ángulo de ataque efectivo, α_e , en cada paso de tiempo y compararlo con un valor de referencia, α_c (ver figura 3.6b). En este trabajo se utilizó un valor de referencia de 12° . Si $\alpha_e > \alpha_c$ se incluye separación desde el borde de ataque, en el caso contrario se omite el fenómeno de desprendimiento desde el borde de ataque.

El ángulo de desprendimiento, α_e , se define como el complemento del ángulo γ que forma la dirección de la velocidad local de fluido con respecto a la dirección normal al ala, \hat{n} .

3.3.3. Magnitudes características

Con el objeto de aumentar la generalidad del software desarrollado e independizarlo de las dimensiones del problema en estudio, las ecuaciones que rigen la evolución espacio-temporal de las estelas consideran un conjunto de tres magnitudes características independientes y una cuarta dependiente de las otras tres. Estas cantidades son: *i*) la longitud característica, L_c ; *ii*) el tiempo característico, T_c ; y *iii*) la densidad característica, ρ_c . Por último la velocidad característica, V_c , es simplemente el cociente entre las cantidades L_c y T_c respectivamente.

El problema atacado en este trabajo presenta dos complicaciones adicionales que se materializan básicamente en la ausencia de una velocidad de corriente libre (cuando se estudia la configuración de vuelo suspendido o *hovering*) y a la presencia de una velocidad prescrita sobre el sólido (alas) debida a la cinemática que caracteriza el movimiento de las alas.

La compatibilización entre el modelo aerodinámico y el modelo cinemático se reduce esencialmente a forzar la igualdad entre el incremento de tiempo utilizado para calcular la velocidad angular de las alas, $\Delta t_{cinemat}$, y el incremento de tiempo utilizado en el modelo aerodinámico para determinar la nueva posición de las estelas, Δt_{aero} . Esto es,

$$\Delta t_{cinemat}^* = \Delta t_{aero}^* \quad (3.19)$$

donde el asterisco sobre una variable denota una cantidad adimensional.

De la aerodinámica sabemos que,

$$\begin{aligned}\Delta t_{aero}^* &= 1, \\ \Delta t_{aero} &= T_c \Delta t_{aero}^* = T_c.\end{aligned}\tag{3.20}$$

Por otro lado, el paso de tiempo en la cinemática está dado por,

$$\Delta t_{cinemat} = T_f \Delta t_{ang}^*,\tag{3.21}$$

donde $T_f = 1/n_f$ es el período de un ciclo de batimiento, y Δt_{ang} es el incremento de tiempo adimensional utilizado para muestrear la evolución temporal de los ángulos $\phi(t)$, $\theta(t)$ y $\psi(t)$ definidos en la Sección 2.4 del Capítulo 2.

Para obtener un paso de tiempo adimensional igual a la unidad en la cinemática, definimos,

$$\Delta t_{cinemat}^* = N_{st} \Delta t_{ang}^* = 1,\tag{3.22}$$

donde N_{st} es el número de pasos de tiempo utilizado para resolver el problema aerodinámico.

Sabiendo que el incremento de tiempo dimensional, Δt , es único para el modelo completo ($\Delta t = \Delta t_{aero} = \Delta t_{cinemat}$) se obtiene,

$$T_c = \frac{1}{n_f} \frac{1}{N_{st}}\tag{3.23}$$

El resto de las magnitudes características se definen de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}L_c &= \sqrt{\frac{A}{NP}}, \\ V_c &= \frac{L_c}{T_c}, \text{ y} \\ \rho_c &= \rho_{ref}.\end{aligned}\tag{3.24}$$

donde A es el área de todos los paneles que conforman la sábana adherida, NP es el número de paneles, y ρ_{ref} es la densidad del fluido en el cual se encuentran inmersas las alas batientes, por ejemplo la densidad del aire o la densidad del aceite mineral utilizado en el experimento llevado a cabo por Dickinson *et al.* (1999).

3.4. Cálculo de cargas aerodinámicas

Para determinar las cargas aerodinámicas sobre la superficie sustentadora, primero se debe hallar el salto de presión en el punto de control de cada elemento, luego multiplicarlo por el área del mismo y después proyectarlo en la dirección del vector normal a dicho elemento. A continuación se usa la versión inestacionaria de la ecuación de Bernoulli para calcular la distribución de la presión sobre la superficie de las alas. Finalmente, se suman las fuerzas actuantes en todos los elementos.

Para flujos inestacionarios, la ecuación de Bernoulli toma la siguiente forma,

$$H(t) = \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{R};t) + \frac{1}{2} \nabla \Phi(\mathbf{R};t) \cdot \nabla \Phi(\mathbf{R};t) + \frac{p(\mathbf{R};t)}{\rho}, \quad (3.25)$$

donde $\Phi(\mathbf{R};t)$ es la función potencial de velocidad, $\mathbf{V}(\mathbf{R};t) = \nabla \Phi(\mathbf{R};t)$, $\partial \Phi / \partial t$ es responsable de introducir el efecto de masa agregada, y $H(t)$ es la energía total, que solo depende del tiempo y tiene un valor uniforme para todo punto del fluido (Karamchetti, 1980).

Utilizando las magnitudes definidas en la ecuación (3.23) y (3.24) es posible adimensionalizar la ecuación (3.25) y determinar el salto de presión, Δp , a través de cada uno de los elementos que conforman la red de vórtices,

$$\Delta p = \mathbf{V}_U^2 - \mathbf{V}_L^2 + 2 \left(\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_L} \right), \quad (3.26)$$

donde \mathbf{V}_U y \mathbf{V}_L son respectivamente las velocidades de las partículas de fluido ubicadas inmediatamente por encima y por debajo del punto de control del elemento considerado.

El último término en la expresión (3.26) se puede escribir como:

$$\left(\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_U} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{\mathbf{R}_L} \right) = \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t} [\Phi(\mathbf{R}_U;t) - \Phi(\mathbf{R}_L;t)] - \Delta \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}_S, \quad (3.27)$$

donde $\mathcal{D}/\mathcal{D}t$ es una “especie de derivada sustancial”, ya que no sigue una partícula de fluido sino un punto material del ala, en este caso un punto de control (Preidikman, 1998), $\Delta \mathbf{V}$ es la diferencia de velocidad entre un punto ubicado en la parte superior e inferior de la superficie sustentadora en el elemento considerado, y \mathbf{V}_S es la velocidad del sólido definida anteriormente.

El término $\Phi(\mathbf{R}_U;t) - \Phi(\mathbf{R}_L;t)$ se puede computar de la siguiente manera,

$$\Phi(\mathbf{R}_U;t) - \Phi(\mathbf{R}_L;t) = \oint_{C(t)} \mathbf{V} \cdot d\mathbf{R} = \Gamma(t), \quad (3.28)$$

donde $C(t)$ es una trayectoria que tiene su origen en un punto por debajo de la superficie sustentadora, rodea el ala, y llega hasta el mismo punto pero por encima de la superficie sustentadora. Mediante el teorema de Stokes se puede demostrar que la circulación $\Gamma(t)$ es igual a la circulación $G(t)$ para una curva que encierre un punto de control, por lo tanto para un punto de control i se tiene,

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{\mathbf{R}_U} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \Big|_{\mathbf{R}_L} \right)_i = \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t} G_i(t) - \Delta \mathbf{V}_i \cdot \mathbf{V}_S. \quad (3.29)$$

En este trabajo, la derivada sustancial, $\mathcal{D}/\mathcal{D}t$, se calcula utilizando una aproximación por diferencias finitas hacia atrás de primer orden,

$$\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t} G(t) = \frac{G(t) - G(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (3.30)$$

por lo tanto, el término inestacionario se determina utilizando la información de la circulación en el paso anterior y el instante de tiempo actual.

Se debe notar que la ecuación (3.29) es válida si y sólo si la superficie sustentadora contiene un borde por el cual no se desprende vorticidad. En caso contrario la curva $C(t)$ debería encerrar la estela unida al ala en las zonas de separación. En la figura 3.7 se muestra la forma que debería tener la curva $C(t)$ en caso de existir o no desprendimiento de vorticidad desde el borde ataque. En todos los casos expuestos en este trabajo de tesis no se produce separación desde la raíz del ala.

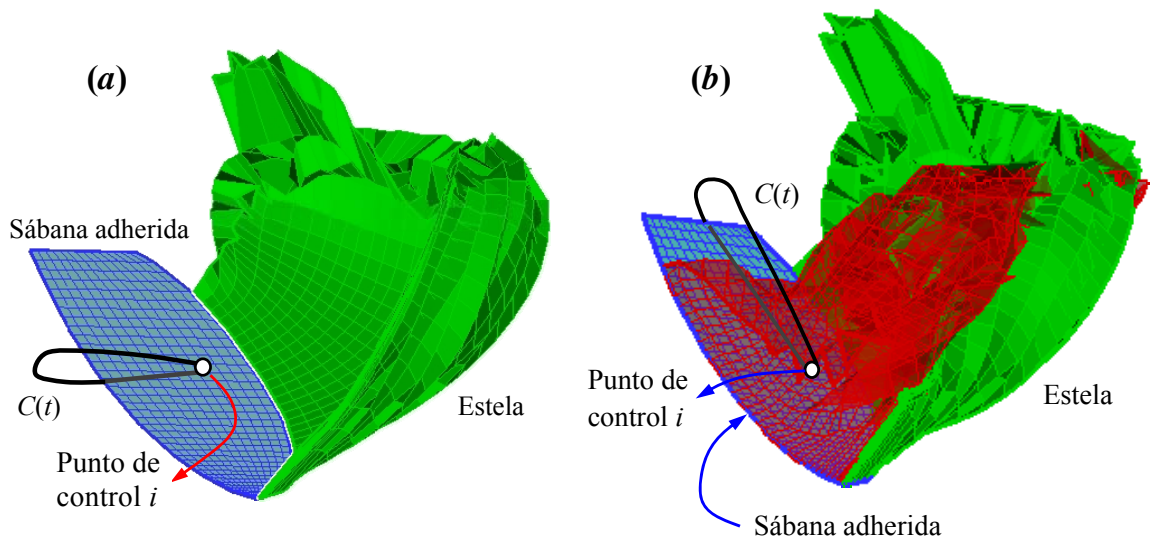


Figura 3.7: Curva $C(t)$, (a) sin desprendimiento desde el borde de ataque; (b) con desprendimiento.

Para una explicación detallada de cada término en las ecuaciones 3.26 y 3.27, el lector puede consultar los trabajos de Konstandinopoulos *et al.*, (1981), Preidikman (1998) y Preidikman y Mook (2000).

Por último, cabe destacar que el modelo aerodinámico implementado es el resultado de una aproximación asintótica de las ecuaciones de Navier-Stokes para un número de Reynolds que tiende a infinito, y por lo tanto los efectos viscosos (zonas de separación, transición, y reatado del flujo, entre otros) no son capturados por el modelo utilizado. El fenómeno de desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque implementado en esta versión modificada del método de red de vórtices no lineal y no estacionario, y que fue explicado en la Sección 3.3.2, obedece una ley todo/nada (desprende o no desprende), lo cual significa que la zona de desprendimiento es especificada. El valor del ángulo de ataque efectivo utilizado para disparar este mecanismo fue elegido sobre la base de observaciones empíricas llevadas a cabo por biólogos y zoólogos sobre una gran variedad de insectos.

Capítulo 4

Modelo dinámico

4.1. Generalidades

En este capítulo se presenta un modelo dinámico para estudiar el vuelo de un insecto (*drosophila melanogaster*), utilizando para ello un modelo estructural multicuerpo híbrido del insecto completo (cabeza, tórax, abdomen, y alas). El desarrollo de dicho modelo se basa en una formulación de Lagrange con coordenadas generalizadas redundantes, una técnica ampliamente utilizada en el estudio de la dinámica de sistemas multicuerpo con restricciones. La cabeza, el tórax y el abdomen del insecto no tienen movimiento relativo entre sí y además se consideran rígidas. Por el contrario, sobre las alas se pueden imponer diferentes patrones de deformación tales como flexión normal, flexión tangencial y torsión; además, las alas tienen un movimiento prescrito respecto del cuerpo del insecto (son cinemáticamente conducidas). Las ecuaciones de restricción son incluidas automáticamente en la formulación de las ecuaciones de movimiento mediante la utilización de multiplicadores de Lagrange.

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: Primero se realiza una descripción cinemática detallada de cada uno de los cuerpos (Sección 4.2); Luego se deducen las ecuaciones de restricción de conexión y de orientación de las dos alas respecto del cuerpo central del insecto (Sección 4.3); A continuación y como paso previo a la formulación de las ecuaciones de movimiento, en la Sección 4.4 se determinan las fuerzas generalizadas no conservativas provenientes de la aerodinámica y las fuerzas conservativas debidas a la acción del campo gravitatorio terrestre sobre cada parte componente del insecto. Finalmente se presentan las ecuaciones de movimiento del insecto empleando una formulación energética basada en las ecuaciones de Lagrange con restricciones (Sección 4.5).

4.2. Descripción del modelo

El insecto se modela como una colección de tres cuerpos rígidos interconectados ($n_b = 3$): el cuerpo central (formado por la cabeza, el tórax, y el abdomen) y las dos alas. Para llevar a cabo de una manera ordenada la deducción de las ecuaciones de movimiento no lineales para el insecto se utilizaron cuatro marcos de referencias diferentes (ver figura 4.1):

- un sistema de referencia inercial o Newtoniano $\mathbf{N} = \{ \hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3 \}$; y
- tres sistemas de referencia, cada uno de ellos está fijo a uno de los tres cuerpos que compone el insecto $\mathbf{B}^i = \{ \hat{\mathbf{b}}_1^i, \hat{\mathbf{b}}_2^i, \hat{\mathbf{b}}_3^i \}$ para $i = 1, 2, 3$.

Los vectores $\hat{\mathbf{n}}_j$ y $\hat{\mathbf{b}}_j^i$ para $i, j = 1, 2, 3$ son vectores unitarios que cumplen con las siguientes condiciones,

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3] &= \hat{\mathbf{n}}_1 \cdot (\hat{\mathbf{n}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}_3) = +1, \text{ y} \\ [\hat{\mathbf{b}}_1^i, \hat{\mathbf{b}}_2^i, \hat{\mathbf{b}}_3^i] &= \hat{\mathbf{b}}_1^i \cdot (\hat{\mathbf{b}}_2^i \times \hat{\mathbf{b}}_3^i) = +1. \end{aligned} \quad (4.1)$$

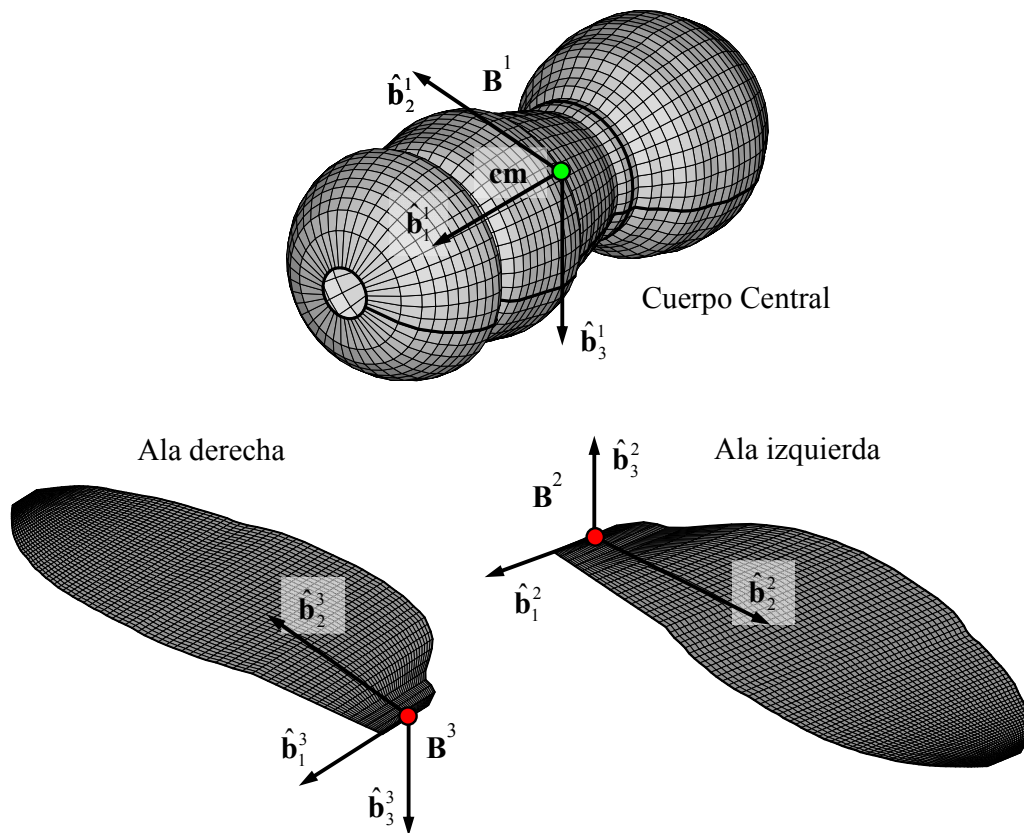


Figura 4.1: Modelo del insecto – Definición de los diferentes marcos de referencias.

El marco de referencia \mathbf{B}^1 está fijo al centro de masa (\mathbf{cm}_1) del cuerpo central, los marcos de referencia \mathbf{B}^2 y \mathbf{B}^3 están fijos respectivamente al ala izquierda y al ala derecha y ambos tienen su origen en la raíz del ala correspondiente.

El espacio de configuración de cada uno de los componentes del sistema multicuerpo se describe mediante un conjunto de seis coordenadas generalizadas absolutas $\mathbf{q}_i = \{q_{1+6(i-1)}, \dots, q_{6+6(i-1)}\}^T$, para $i = 1, 2, 3$, referidas a un marco de referencia inercial, \mathbf{N} , (3 coordenadas para definir la posición de un punto fijo al cuerpo, y 3 coordenadas para definir su orientación). Esto da un total de dieciocho coordenadas generalizadas ($6n_b = 18$). Sin embargo, este conjunto de coordenadas no es independiente ya que están relacionadas por medio de las ecuaciones de restricción. Las alas están vinculadas al cuerpo central mediante doce ecuaciones de restricción, tres de conexión y tres de orientación por cada ala. Este hecho introduce doce ecuaciones adicionales ($n_c = 12$), lo cual produce un total de seis grados de libertad para el sistema ($n_{\text{dof}} = 6n_b - n_c = 6$).

El conjunto de coordenadas generalizadas absolutas adoptadas para cada cuerpo se listan a continuación:

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_1 &= \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}^T; \\ \mathbf{q}_2 &= \{q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}\}^T; \text{ y} \\ \mathbf{q}_3 &= \{q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{18}\}^T,\end{aligned}\tag{4.2}$$

donde los vectores \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 y \mathbf{q}_3 describen la configuración del cuerpo central, ala izquierda y ala derecha respectivamente. Las coordenadas $q_{1+6(i-1)}$, $q_{2+6(i-1)}$ y $q_{3+6(i-1)}$ para $i = 1, 2, 3$ representan un conjunto de coordenadas rectangulares ortogonales cartesianas asociadas a los vectores unitarios $\hat{\mathbf{n}}_1$, $\hat{\mathbf{n}}_2$, $\hat{\mathbf{n}}_3$ respectivamente, y $q_{4+6(i-1)}$, $q_{5+6(i-1)}$ y $q_{6+6(i-1)}$ para $i = 1, 2, 3$ representan un conjunto de coordenadas angulares que orientan cada uno de los cuerpos respecto del marco de referencia inercial \mathbf{N} .

Para orientar cada uno de los cuerpos que componen el insecto se utilizó una parametrización mediante ángulos de Euler (Baruh, 1999). Para el cuerpo central se usó una secuencia de rotación 2-3-1 mediante las coordenadas q_4 , q_5 , y q_6 y para cada una de las alas se utilizó una secuencia de rotación 1-3-2 mediante las coordenadas q_{10} , q_{11} , q_{12} , y q_{16} , q_{17} , q_{18} .

4.3. Ecuaciones de restricción

Para formular las ecuaciones de restricción, conexión y orientación de cada una de las alas respecto del cuerpo central del insecto se utiliza la descripción cinemática detallada en el Capítulo 2. Por consiguiente, sobre cada ala se imponen las siguientes restricciones:

- Restricción de posición que especifica el punto de conexión del ala (izquierda o derecha) con el cuerpo central para todo instante de tiempo, t .
- Restricción de orientación que especifica la orientación del ala (izquierda o derecha) respecto del cuerpo central del insecto para todo instante de tiempo, t .

Tanto la restricción de posición como así también la de orientación son del tipo holonómicas, a su vez la restricción de posición es esclerónoma debido a que el tiempo no aparece explícitamente en la formulación de dicha ecuación. Por el contrario, las restricciones a nivel de la orientación son del tipo reónomas porque dependen explícitamente del tiempo. Esta dependencia es consecuencia del movimiento prescrito que tienen las alas respecto del cuerpo central (Shabana, 2005).

Para establecer la vinculación entre cada ala y el cuerpo central, se considera un sistema de referencia auxiliar pegado al punto de articulación entre el cuerpo y el ala (\mathbf{C}^1 para la articulación del cuerpo con el ala izquierda y \mathbf{C}^2 para el ala derecha) y orientado con respecto al marco fijo al cuerpo central \mathbf{B}^1 mediante la elección de una cinemática específica. Es preciso destacar que la orientación del marco \mathbf{C}^1 respecto del marco \mathbf{B}^1 cambia instante a instante como consecuencia de la imposición de un movimiento sobre el ala y lo mismo ocurre con la orientación de \mathbf{C}^2 . Luego, la posición y la orientación de los sistemas \mathbf{B}^2 y \mathbf{C}^1 respecto del sistema \mathbf{N} inercial deben ser coincidentes (ver figura 4.2). La diferencia radica en la elección de conjuntos de coordenadas diferentes para especificar la posición y orientación de los marcos \mathbf{B}^2 y \mathbf{C}^1 (\mathbf{B}^3 y \mathbf{C}^2). Igualmente valen para la posición y la orientación de los sistemas \mathbf{B}^3 y \mathbf{C}^2 .

Sea $\tilde{\mathbf{R}}_p^i$ el vector posición de un punto arbitrario P perteneciente al cuerpo i , expresado en el marco inercial \mathbf{N} , esto es:

$$\tilde{\mathbf{R}}_p^i = \mathbf{R}_i + \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^i}^i \mathbf{r} \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \quad (4.3)$$

donde:

$\mathbf{R}_i = \{q_{1+6(i-1)}, q_{2+6(i-1)}, q_{3+6(i-1)}\}^T$ para $i = 1, 2, 3$ es el vector posición del origen de cada marco de referencia \mathbf{B}^i respecto del marco inercial \mathbf{N} ,

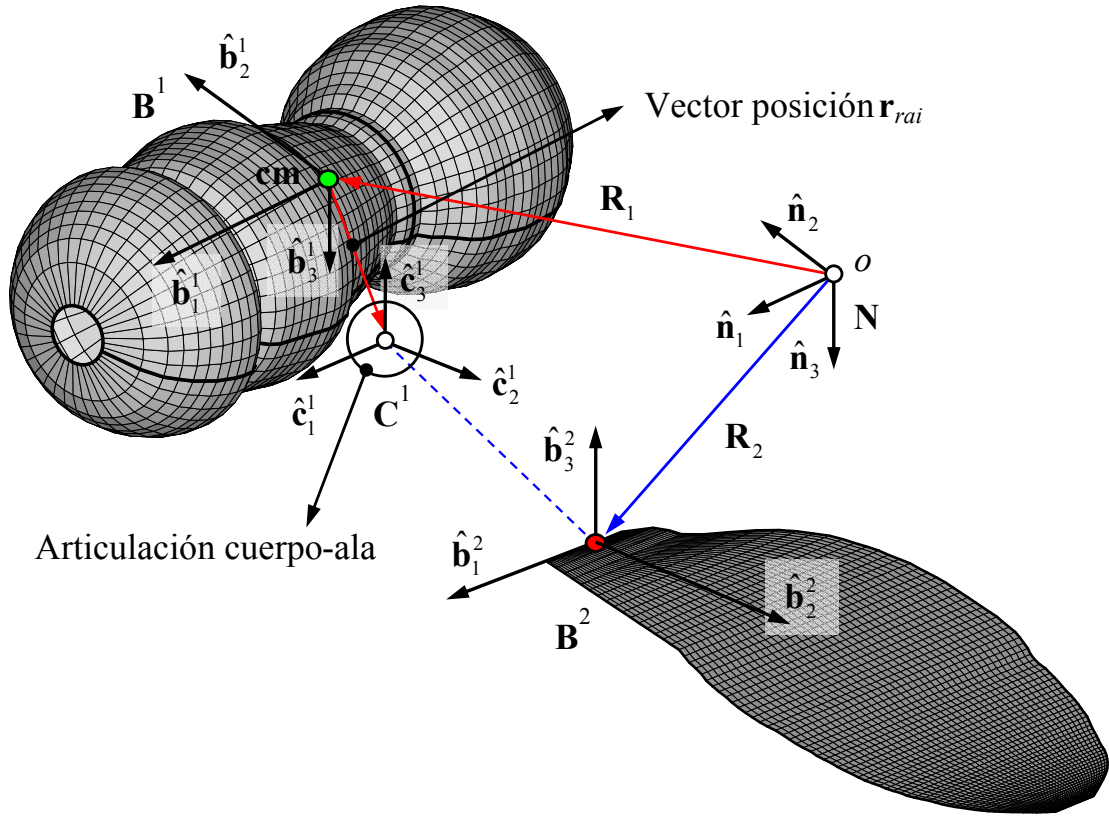


Figura 4.2: Vinculación entre el ala izquierda y el cuerpo central.

$Q_{NB^i} : B^i \rightarrow N$ para $i = 1, 2, 3$ representa la matriz de transformación de coordenadas del sistema de referencia B^i respecto del marco de referencia inercial N , y

${}^i r$ es el vector posición de un punto arbitrario sobre el cuerpo i respecto del marco de referencia fijo a dicho cuerpo.

Los valores “1”, “2”, y “3” para la variable i en la ecuación (4.3) se refieren al cuerpo central, al ala izquierda y al ala derecha respectivamente. Cada matriz de rotación, Q_{NB^i} , se obtiene a partir de la secuencia de rotación mediante ángulos de Euler elegida para cada cuerpo (ver Sección 4.2).

A continuación se analizan las ecuaciones de restricción para el ala izquierda, las ecuaciones de restricción para el ala derecha se obtienen mediante un análisis similar. Para especificar que la orientación del marco C^1 debe permanecer coincidente con el marco B^2 , se necesitan tres condiciones que establecen que: *i*) el primer elemento de la base de C^1 debe ser perpendicular al segundo elemento de la base de B^2 ; *ii*) el segundo elemento de la base de C^1 debe ser perpendicular al tercer elemento de la base de B^2 ; y, *iii*) el tercer elemento de la base de C^1 debe ser perpendicular al primer elemento de la base de B^2 . Estas condiciones pueden expresarse explícitamente como:

$$\begin{aligned}
\varphi_4 &= (\hat{\mathbf{b}}_1^2)^T \left[(\mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^2})^T \mathbf{Q}_{\mathbf{NC}^1} \right] \hat{\mathbf{c}}_2^1 = 0; \\
\varphi_5 &= (\hat{\mathbf{b}}_2^2)^T \left[(\mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^2})^T \mathbf{Q}_{\mathbf{NC}^1} \right] \hat{\mathbf{c}}_3^1 = 0; \text{ y} \\
\varphi_6 &= (\hat{\mathbf{b}}_3^2)^T \left[(\mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^2})^T \mathbf{Q}_{\mathbf{NC}^1} \right] \hat{\mathbf{c}}_1^1 = 0,
\end{aligned} \tag{4.4}$$

donde $\mathbf{Q}_{\mathbf{NC}^1} : \mathbf{C}^1 \rightarrow \mathbf{N}$ representa la matriz de transformación de coordenadas del marco de referencia \mathbf{C}^1 respecto del marco inercial \mathbf{N} , y se obtiene mediante la composición $\mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^1} \circ \mathbf{Q}_{\mathbf{B}^1\mathbf{C}^1}(\phi, \theta, \psi)$, siendo $\mathbf{Q}_{\mathbf{B}^1\mathbf{C}^1}(\phi, \theta, \psi)$ la matriz de rotación que orienta el ala izquierda respecto del cuerpo central, la cual depende de la cinemática adoptada para describir el movimiento de las alas durante un ciclo completo de batimiento (ver Subsección 2.5.1.1). La representación matricial de esta composición está dada por:

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{NC}^1} = \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^1} \mathbf{Q}_{\mathbf{B}^1\mathbf{C}^1}(\phi, \theta, \psi). \tag{4.5}$$

Para especificar que la posición del origen del marco \mathbf{C}^1 y \mathbf{B}^2 deben permanecer coincidentes, se necesitan otras tres condiciones para establecer que la diferencia de las componentes de los vectores de posición de los orígenes de ambos sistemas es nula. Estas condiciones pueden expresarse explícitamente como:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 - \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^1} \mathbf{r}_{rai}) \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 = 0; \\
\varphi_2 &= (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 - \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^1} \mathbf{r}_{rai}) \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 = 0; \text{ y} \\
\varphi_3 &= (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 - \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^1} \mathbf{r}_{rai}) \cdot \hat{\mathbf{n}}_3 = 0,
\end{aligned} \tag{4.6}$$

donde \mathbf{r}_{rai} es el vector posición de la articulación del ala izquierda al cuerpo central medido respecto del marco de referencia fijo al cuerpo central, y (\cdot) denota producto escalar.

Teniendo en cuenta estas seis ecuaciones de vínculo, se construyen dos conjuntos de ecuaciones (uno para cada ala, donde cada uno contiene la información asociada al anclaje entre el cuerpo y el ala correspondiente) que tienen la siguiente forma

$$\Phi_i(\mathbf{q}; t) = \{ \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6 \}_i^T, \text{ para } i = 2, 3. \tag{4.7}$$

donde $\mathbf{q} = \{ \mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \mathbf{q}_3^T \}^T$ es el vector de coordenadas generalizadas absolutas de todo el sistema multicuerpo.

4.4. Fuerzas generalizadas

Un paso esencial en la formulación de las ecuaciones de movimiento de un sistema mediante el enfoque Lagrangiano es determinar las fuerzas generalizadas que actúan sobre dicho sistema. Estas pueden ser de naturaleza conservativa o no conservativa. Como paso previo a la formulación de las ecuaciones de movimiento, en esta sección se determinan las fuerzas generalizadas no conservativas provenientes de la aerodinámica y las fuerzas conservativas debidas a la acción del campo gravitatorio terrestre sobre cada parte componente del insecto.

Para determinar las fuerzas generalizadas asociadas al conjunto de coordenadas generalizadas absolutas introducidas anteriormente, se utiliza el principio de trabajos virtuales (Shabana, 2005; Shabana, 2010; Kane 1968; Bauchau, 2011). El trabajo virtual de una fuerza externa, \mathbf{F} , aplicada al sistema se define de la siguiente manera:

$$\delta W = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r}, \quad (4.8)$$

donde $\delta \mathbf{r}$ es un desplazamiento virtual arbitrario que pertenece al espacio tangente ($\mathcal{T}_r \mathcal{M}$) al espacio de configuración (\mathcal{M}). Para sistemas con restricciones, dicho desplazamiento virtual pertenece al espacio tangente, pero además satisface la versión homogénea de las ecuaciones de restricción (Heard, 2006; Terze y Naudet, 2006).

El desplazamiento virtual de un punto arbitrario perteneciente a un cuerpo i del sistema multicuerpo se puede expresar como:

$$\delta \mathbf{R}_p^i = \delta \mathbf{R}_i + \delta (\mathbf{Q}_{NB^i}^i \mathbf{r}). \quad (4.9)$$

Reemplazando la ecuación (4.9) en la ecuación (4.8) y operando se obtiene:

$$\delta W = {}^i \mathbf{F} \cdot \left\{ \frac{\partial \mathbf{R}_i}{\partial \mathbf{q}_i} \delta \mathbf{q}_i + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_i} (\mathbf{Q}_{NB^i}^i \mathbf{r}) \delta \mathbf{q}_i \right\} = \mathbf{Q}_i \delta \mathbf{q}_i, \quad (4.10)$$

donde \mathbf{Q}_i son las fuerzas generalizadas asociadas al conjunto de coordenadas generalizadas absolutas \mathbf{q}_i .

El término $\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_i} (\mathbf{Q}_{NB^i}^i \mathbf{r})$ para cada cuerpo i que compone el sistema multicuerpo se

representa por medio de una matriz ${}^i\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$, cuya componente ${}^iH_{ab}$ se computa como sigue:

$${}^iH_{ab} = \sum_{c=1}^3 {}^i\gamma_{acb} {}^i r_c; \quad \text{para } a=1,2,3 \text{ y } b=1,\dots,6. \quad (4.11)$$

donde ${}^i r_c$ es la componente c del vector posición ${}^i\mathbf{r}$ (cabe destacar que en este trabajo de tesis el ala se modela como rígida, o a lo sumo mediante imposición de deformaciones, por lo tanto ${}^i\mathbf{r}$ no depende de las coordenadas generalizadas \mathbf{q}_i), y ${}^i\gamma_{acb}$ esta dado por:

$${}^i\gamma_{acb} = \frac{\partial}{\partial q_b} Q_{ac}; \quad \text{para } a,c=1,2,3 \text{ y } b=1,\dots,6. \quad (4.12)$$

donde Q_{ac} es la componente (a,c) de la matriz de transformación de coordenadas $\mathbf{Q}_{\mathbf{N}B^i}$.

Se debe notar, además, que el arreglo ${}^i\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^{3 \times 3 \times 6}$ no es un tensor y depende solamente de las coordenadas angulares, $q_{4+6(i-1)}$, $q_{5+6(i-1)}$ y $q_{6+6(i-1)}$, que orientan el cuerpo i con respecto al maco \mathbf{N} . Sin embargo, la matriz ${}^i\mathbf{H}$ depende tanto de las coordenadas $q_{4+6(i-1)}$, $q_{5+6(i-1)}$ y $q_{6+6(i-1)}$, como así también de las coordenadas geométricas del punto material P al cual apunta el vector ${}^i\mathbf{r}$.

4.4.1. Fuerzas generalizadas no conservativas

Las fuerzas generalizadas no conservativas son debidas únicamente a las fuerzas aerodinámicas que se generan sobre las superficies sustentadoras (ala izquierda y ala derecha).

Se debe recordar que las fuerzas aerodinámicas sobre cada ala se obtienen por medio de la ecuación no estacionaria de Bernoulli la cual supone el cómputo de un salto de presión $(\Delta p)_k$ sobre cada panel aerodinámico k . Este procedimiento da lugar a un vector fuerza \mathbf{F}_k cuyo punto de aplicación coincide geoméricamente con las coordenadas del punto de control $(\text{CP})_k$ perteneciente al panel k . Luego, la fuerza total sobre cada ala se obtiene sumando los \mathbf{F}_k para $k = 1, \dots, NP$, siendo NP el número de paneles aerodinámicos que conforma la malla aerodinámica adherida a las superficies sustentadoras.

Utilizando el resultado expuesto en las ecuaciones (4.10), (4.11) y (4.12), las fuerzas generalizadas no conservativas provenientes de la aerodinámica sobre cada ala del insecto

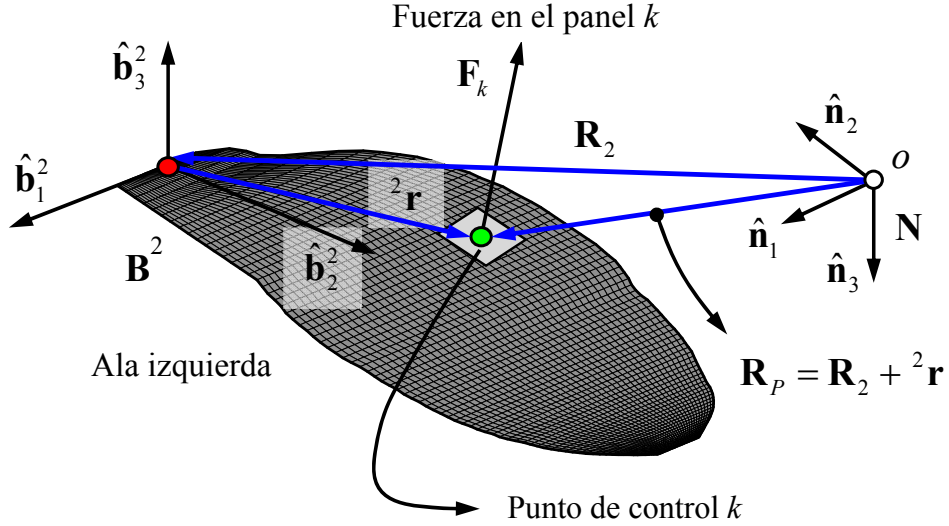


Figura 4.3: Cálculo de la fuerza aerodinámica en el panel k perteneciente al cuerpo 2 (ala izquierda).

se expresan de la siguiente manera (ver figura 4.3):

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_2^{nc} &= \sum_{k=1}^{NP} ({}^2\mathbf{F}_k)^T [\mathbf{I}_{3 \times 6} + {}^2\mathbf{H}_k] \quad \text{Ala izquierda; y} \\ \mathbf{Q}_3^{nc} &= \sum_{k=1}^{NP} ({}^3\mathbf{F}_k)^T [\mathbf{I}_{3 \times 6} + {}^3\mathbf{H}_k] \quad \text{Ala derecha,} \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde $\mathbf{I}_{3 \times 6}$ es una matriz de dimensión 3×6 cuya componente $I_{ij} = \delta_{ij}$, siendo δ_{ij} el delta de Kronecker.

Luego, el vector de cargas generalizadas no conservativas para todo el sistema multicuerpo es $\mathbf{Q}^{nc} = \{ \mathbf{0}_{1 \times 6}, \mathbf{Q}_2^{nc}, \mathbf{Q}_3^{nc} \}$ siendo $\mathbf{0}_{1 \times 6}$ un vector fila nulo de seis componentes.

4.4.2. Fuerzas generalizadas conservativas

Las fuerzas conservativas presentes en este sistema son debidas únicamente al campo gravitatorio terrestre y se obtienen siguiendo el mismo procedimiento presentado anteriormente (ver figura 4.4). La acción de este campo afecta los tres cuerpos que componen el sistema multicuerpo (cuerpo central, ala izquierda y ala derecha). Como paso previo, se define primero la fuerza debida a la acción del campo gravitatorio (peso), cuyo punto de aplicación es sobre el centro de masa de cada cuerpo i (\mathbf{cm}_i):

$$\mathbf{F}_i^g = m_i g \hat{\mathbf{n}}_3, \quad (4.15)$$

donde m_i es la masa de cada cuerpo, y g es la aceleración de la gravedad.

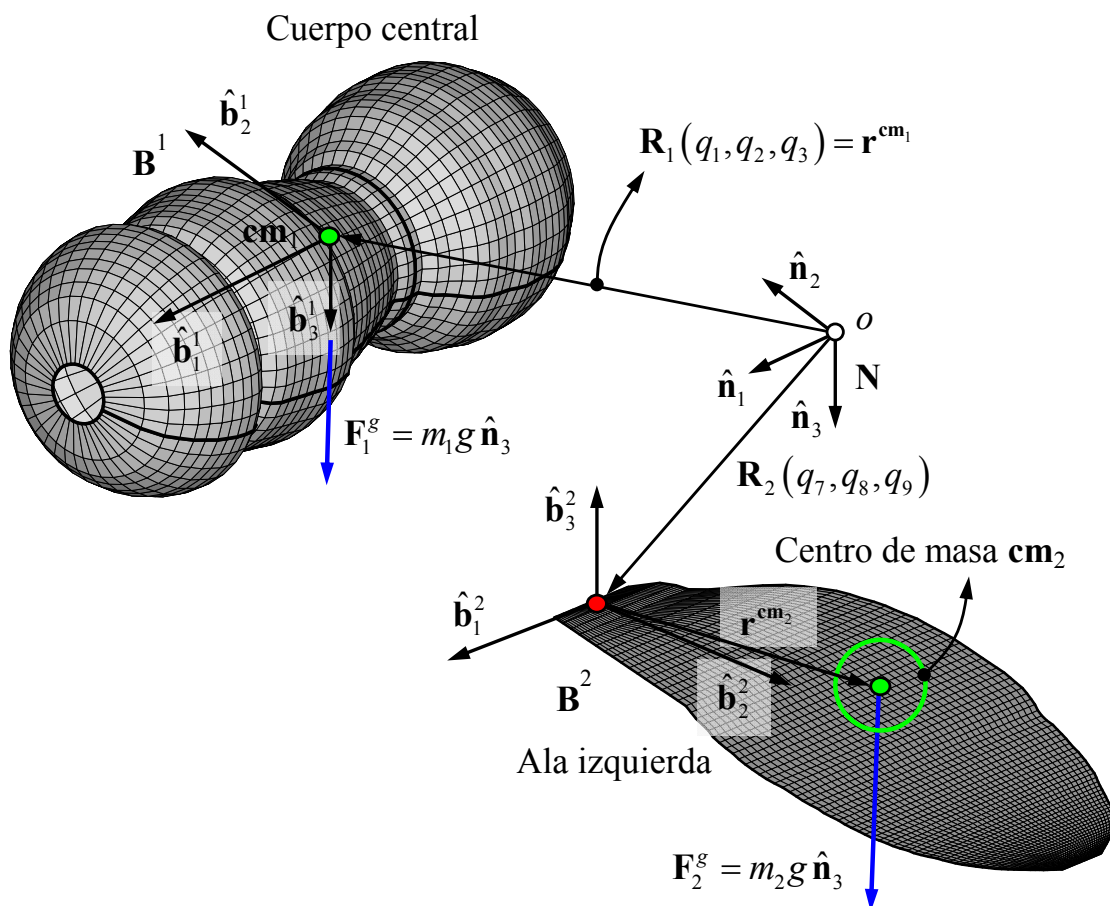


Figura 4.4: Fuerzas conservativas debidas a la acción de la gravedad sobre el cuerpo central y el ala izquierda.

Las componentes de la matriz \mathbf{H} se obtienen de la siguiente manera,

$${}^i H_{ab} = \sum_{c=1}^3 {}^i \gamma_{acb} r_c^{\text{cm}_i}; \quad \text{para } a=1,2,3 \text{ y } b=1,\dots,6. \quad (4.16)$$

donde $r_c^{\text{cm}_i}$ es la componente c del vector posición del centro de masa del cuerpo i .

Por último, las cargas generalizadas conservativas asociadas a cada conjunto de coordenadas generalizadas \mathbf{q}_i se exponen a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_1^c &= (\mathbf{F}_1^g)^T [\mathbf{I}_3]; \\ \mathbf{Q}_2^c &= (\mathbf{F}_2^g)^T [\mathbf{I}_{3 \times 6} + {}^2 \mathbf{H}]; \text{ y} \\ \mathbf{Q}_3^c &= (\mathbf{F}_3^g)^T [\mathbf{I}_{3 \times 6} + {}^3 \mathbf{H}]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Luego, el vector de cargas generalizadas conservativas para todo el sistema multicuerpo es

$$\mathbf{Q}^c = \{ \mathbf{Q}_1^c, \mathbf{Q}_2^c, \mathbf{Q}_3^c \}.$$

4.5. Ecuaciones gobernantes

Utilizando la metodología propuesta por Shabana (2005), las ecuaciones que gobiernan el sistema completo se obtienen combinando *i*) las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo del sistema multicuerpo, el cuerpo central (compuesto por la cabeza, tórax y abdomen), el ala izquierda y el ala derecha, con *ii*) los conjuntos de ecuaciones de vínculo que establecen los dos anclajes entre el cuerpo central y las alas. Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{q}}_1 + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_1} &= \mathbf{Q}_1^v + (\mathbf{Q}_1^c)^T; \\
 \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{q}}_2 + \boldsymbol{\mathfrak{M}}_2^T \ddot{\mathbf{p}}_2 + \boldsymbol{\lambda}_2^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_2} &= \mathbf{Q}_2^h + \mathbf{Q}_2^v + (\mathbf{Q}_2^{nc})^T + (\mathbf{Q}_2^c)^T; \\
 \boldsymbol{\Phi}_2(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2; t) &= \mathbf{0}; \\
 \mathbf{M}_3 \ddot{\mathbf{q}}_3 + \boldsymbol{\mathfrak{M}}_3^T \ddot{\mathbf{p}}_3 + \boldsymbol{\lambda}_3^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_3} &= \mathbf{Q}_3^h + \mathbf{Q}_3^v + (\mathbf{Q}_3^{nc})^T + (\mathbf{Q}_3^c)^T; \\
 \boldsymbol{\Phi}_3(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_3; t) &= \mathbf{0},
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

donde

$\ddot{\mathbf{q}}_i$ es el vector de aceleraciones generalizadas,

$\ddot{\mathbf{p}}_i \in \mathbb{R}^3$ es el vector de aceleraciones asociado al conjunto de coordenadas elásticas que rigen la evolución temporal de las deformaciones prescriptas sobre el cuerpo i ,

\mathbf{M}_i es la matriz de masa del cuerpo i ,

$\boldsymbol{\mathfrak{M}}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ es una matriz que tiene en cuenta el acoplamiento entre los movimientos de cuerpo rígido y las deformaciones prescriptas para el cuerpo i ,

$\mathbf{B}_{\mathbf{q}_i} \in \mathbb{R}^{n_c \times n_b}$ es la matriz jacobiana de restricción asociada al conjunto de coordenadas absolutas \mathbf{q}_i ,

\mathbf{Q}_i^v es un vector que es cuadrático en las velocidades y comprende términos giroscópicos,

\mathbf{Q}_i^h surge de la imposición de deformaciones sobre el cuerpo i ,

$\boldsymbol{\Phi}_i$ para $i = 2, 3$ está definido en la Sección 4.3.

\mathbf{Q}_i^{nc} y \mathbf{Q}_i^c están definidos en la en la Sección 4.4.

$\boldsymbol{\lambda}$ es el vector de multiplicadores de Lagrange definido en la ecuación (4.24).

En el Anexo A se presenta la deducción de las ecuaciones de movimiento (4.18) para el cuerpo central (cabeza, tórax, y cabeza) y para las alas del insecto.

Finalmente, las ecuaciones de movimiento para el sistema total se obtienen ensamblando

las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo i ,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathfrak{M}^T \ddot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}_q &= \mathbf{Q}^h + \mathbf{Q}^v + (\mathbf{Q}^{nc})^T + (\mathbf{Q}^c)^T, \\ \Phi(\mathbf{q}; t) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

donde

\mathbf{M} es la matriz de masa del sistema,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

\mathfrak{M} es una especie de matriz de masa que se origina por la imposición de patrones de deformación sobre el sistema,

$$\mathfrak{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathfrak{M}_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathfrak{M}_3 \end{bmatrix}, \quad (4.21)$$

\mathbf{B}_q es la matriz jacobiana asociada a las ecuaciones de vínculo,

$$\mathbf{B}_q = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{q}_1} & \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{q}_2} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \Phi_3}{\partial \mathbf{q}_1} & \mathbf{0} & \frac{\partial \Phi_3}{\partial \mathbf{q}_3} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

\mathbf{p} es el vector de coordenadas elásticas que rige la evolución temporal de las deformaciones prescritas sobre el sistema,

$$\mathbf{p} = \left\{ \mathbf{0}_{1 \times 3}, \mathbf{p}_2^T, \mathbf{p}_3^T \right\}^T, \quad (4.23)$$

y $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector de multiplicadores de Lagrange,

$$\boldsymbol{\lambda} = \left\{ \boldsymbol{\lambda}_2^T, \boldsymbol{\lambda}_3^T \right\}^T. \quad (4.24)$$

El sistema de ecuaciones expuestas en (4.19) son diferenciales algebraicas de índice 3, ya que las ecuaciones de movimiento son ecuaciones diferenciales ordinarias en el tiempo y las ecuaciones de vínculo son ecuaciones algebraicas (en general altamente no lineales). La resolución de esas ecuaciones gobernantes (4.19) por medio de un esquema de integración para ecuaciones diferenciales ordinarias, requiere reducir el índice de las DAEs.

La metodología adoptada en este trabajo para resolver el sistema presentado en la ecuación (4.19) consiste en derivar el vector de restricciones dos veces respecto del tiempo. Esta nueva ecuación impone “restricciones a nivel de la aceleración”, y tiene la siguiente forma,

$$\ddot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}; t) = \mathbf{B}_q \ddot{\mathbf{q}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + 2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q}; t) \right) \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi(\mathbf{q}; t) = \mathbf{0}. \quad (4.25)$$

Las ecuaciones de movimiento (4.19) en conjunto con las ecuaciones de restricción a nivel de la aceleración (4.25) forman un conjunto de ecuaciones algebraicas diferenciales de índice 1 con invariantes. Estas son:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathfrak{M}^T \ddot{\mathbf{p}} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}_q &= \mathbf{Q}^h + \mathbf{Q}^v + (\mathbf{Q}^{nc})^T + (\mathbf{Q}^c)^T, \\ \ddot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}, t) &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Para la solución exacta, $\Phi(\mathbf{q}; t) = \mathbf{0}$ y $\dot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}; t) = \mathbf{0}$ representan dos invariantes del sistema.

El sistema expresado en (4.26) se puede reordenar de la siguiente manera:

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M} & \mathbf{B}_q^T \\ \hline \mathbf{B}_q & \mathbf{0}_{12} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \ddot{\mathbf{q}} \\ - \\ \boldsymbol{\lambda} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{Q}^v + \mathbf{Q}^h + (\mathbf{Q}^{nc})^T + (\mathbf{Q}^c)^T - \mathfrak{M}^T \ddot{\mathbf{p}} \\ - \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - 2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q}; t) \right) \dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi(\mathbf{q}; t) \end{array} \right\}, \quad (4.27)$$

donde $\mathbf{0}_{12}$ es la matriz nula de dimensión 12x12.

Sin embargo, el sistema derivado en la ecuación (4.27) puede presentar inestabilidades como consecuencia de técnicas aproximadas y acumulación de errores de redondeo

producidos durante el proceso de integración numérica, este hecho se ve reflejado en la violación de las ecuaciones de restricción: $\Phi(\mathbf{q};t) \neq \mathbf{0}$ y $\dot{\Phi}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}};t) \neq \mathbf{0}$. Bauchau (2011) realizó una extensa revisión bibliográfica sobre métodos de estabilización y de eliminación para evitar violaciones en las ecuaciones de restricción.

En el Capítulo 5 se presenta el método de integración utilizado para integrar todas las ecuaciones gobernantes y se detalla el acoplamiento de este método con un procedimiento de estabilización para eliminar y/o controlar la desviación numérica observadas en las ecuaciones de restricción, Φ y $\dot{\Phi}$.

En el Anexo B se presenta un procedimiento general para calcular las propiedades másicas de superficies con forma arbitraria embebidas en el espacio. Esta técnica es utilizada para computar la masa, posición del centro de masa, primer tensor de inercia y segundo tensor de inercia de las alas del insecto a medida que ellas se deforman durante el ciclo de batimiento.

Capítulo 5

Combinación de modelos

5.1. Generalidades

El sistema de ecuaciones que gobiernan la dinámica del insecto está constituido por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias complementadas por un conjunto de ecuaciones algebraicas asociadas a los vínculos, las ecuaciones del sistema completo son del tipo diferenciales algebraicas de índice 3. Este sistema de ecuaciones es transformado a un sistema de DAEs de índice 1 derivando las ecuaciones de restricción dos veces con respecto al tiempo. Sin embargo, el sistema resultante puede presentar inestabilidades como consecuencia de usar técnicas aproximadas y por la acumulación de errores de redondeo producidos durante el proceso de integración numérica.

En este capítulo se presenta el esquema de acoplamiento entre el modelo dinámico y el modelo aerodinámico. Se debe destacar que el acoplamiento es del tipo “fuerte” ya que las cargas aerodinámicas modifican la posición relativa de los cuerpos rígidos y deforman a los cuerpos flexibles que componen el modelo del insecto, y recíprocamente, estas “deformaciones” modifican las cargas aerodinámicas actuantes sobre las superficies sustentadoras.

La integración de todas las ecuaciones resultantes se realiza en forma numérica, simultánea e interactiva en el dominio del tiempo mediante un esquema de integración que acopla el método predictor corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming con un procedimiento de estabilización para eliminar y/o controlar la desviación numérica observada en las ecuaciones de restricción.

Al final de este capítulo se muestran resultados numéricos con el objeto de validar el modelo dinámico desarrollado, el esquema de integración utilizado y el método de post estabilización adoptado.

5.2. Esquema de integración numérica

En este trabajo se utiliza un enfoque que trata a la corriente de aire y a la estructura como elementos de un único sistema dinámico, integrando todas las ecuaciones gobernantes de manera numérica, simultánea e interactiva en el dominio del tiempo. Sin embargo, hay un obstáculo fundamental al emplear este enfoque ya que para predecir las cargas aerodinámicas es necesario conocer el movimiento de la estructura, y para predecir el movimiento de la estructura es necesario conocer las cargas aerodinámicas.

Para superar el obstáculo recién mencionado, se utiliza un esquema iterativo que tiene en cuenta la interacción entre las cargas aerodinámicas y el movimiento de la estructura. El procedimiento está basado en el método predictor corrector de cuarto orden de Hamming (Carnahan *et al.*, 1969). Este esquema fue elegido por dos razones: primero porque el modelo aerodinámico funciona mejor cuando las cargas sólo se evalúan en pasos enteros de tiempo, y segundo porque las cargas aerodinámicas contienen contribuciones que son proporcionales a la aceleración, dando lugar al *efecto de masa agregada*. Estas contribuciones provienen del término $\partial\Phi / \partial t$, donde $\Phi(\mathbf{R}; t)$ es el potencial de velocidad en la ecuación no estacionaria de Bernoulli. Estas mismas razones que hacen que el método elegido sea apropiado, hacen que los métodos del tipo Runge-Kutta no sean adecuados.

El método predictor corrector elegido permite, mediante iteraciones, tratar términos de aceleración presentes en ambos lados de las ecuaciones de movimiento sin evaluar las cargas en fracciones del paso de tiempo. Esta característica hace que el presente esquema numérico sea muy adecuado para la resolución de problemas de interacción fluido estructura tales como los que se dan en aviones y barcos (Preidikman, 1998).

El sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas que gobierna al problema en estudio involucra ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden en el tiempo y ecuaciones algebraicas originadas en la existencia de vínculos. El sistema de n ecuaciones de movimiento para el sistema completo, ecuación (4.27), se puede escribir como un sistema de $2n$ ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, esto es:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{z}(t); t]. \quad (5.1)$$

donde $n = 30$ (18 ecuaciones diferenciales ordinarias para el sistema completo más 12 ecuaciones diferenciales que surgen de las restricciones a nivel de la aceleración) para

el insecto completo, las primeras $n/2$ componentes del vector \mathbf{F} representan las velocidades generalizadas, y las componentes restantes representan las fuerzas generalizadas divididas por las inercias correspondientes. En general, las cargas dependen explícitamente de $\mathbf{z}(t)$ e implícitamente de la historia del movimiento y la aceleración a través de $\partial\Phi / \partial t$.

En la ecuación (5.1), los vectores $\mathbf{F}[\mathbf{z}(t); t]$, $\mathbf{z}(t)$ y $\dot{\mathbf{z}}(t)$ son de dimensión $2n \times 1$:

$$\mathbf{F}[\mathbf{z}(t); t] = \{F_1[\mathbf{z}(t); t], F_2[\mathbf{z}(t); t], \dots, F_{2n}[\mathbf{z}(t); t]\}^T,$$

$$\mathbf{z}(t) = \{z_1(t), z_2(t), \dots, z_{2n}(t)\}^T, \text{ y}$$

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \frac{d}{dt} \mathbf{z}(t).$$

Los detalles básicos del esquema numérico adoptado para computar $\mathbf{z}(t)$ en cada paso de tiempo se exponen a continuación:

1. En t_0 (es decir, $t = 0$), las condiciones iniciales son conocidas, $\mathbf{z}^0 = \mathbf{z}(t_0)$. Por lo tanto, usando la ecuación (5.1) se obtiene el valor de $\dot{\mathbf{z}}^0$ como:

$$\dot{\mathbf{z}}^0 = \mathbf{F}^0 = \mathbf{F}[\mathbf{z}(t_0); t_0]. \quad (5.2)$$

2. En t_1 (es decir, $t = \Delta t$), donde Δt es el paso de tiempo, la solución, ${}^p \mathbf{z}^1$, se predice por medio del método explícito de Euler,

$${}^p \mathbf{z}^1 = \mathbf{z}^0 + \Delta t \mathbf{F}^0. \quad (5.3)$$

3. La solución predicha se corrige usando el método modificado de Euler,

$${}^{k+1} \mathbf{z}^1 = \mathbf{z}^0 + \frac{\Delta t}{2} ({}^k \mathbf{F}^1 + \mathbf{F}^0), \quad (5.4)$$

donde k es la variable de iteración, y

$${}^k \mathbf{F}^1 = \mathbf{F}[\mathbf{z}^1; t_1]. \quad (5.5)$$

Este paso es repetido hasta que el error de iteración e^1 sea menor que una tolerancia de error previamente establecida, ε_0 . El error de iteración se determina como la norma vectorial infinita de la diferencia entre la solución correspondiente a la iteración actual y la solución computada en la iteración anterior.

4. En t_2 (es decir, $t = 2\Delta t$) la solución, ${}^p \mathbf{z}^2$, se predice por medio del método predictor de dos pasos de Adams-Bashforth,

$${}^p \mathbf{z}^2 = \mathbf{z}^1 + \frac{\Delta t}{2}(3\mathbf{F}^1 - \mathbf{F}^0). \quad (5.6)$$

5. La solución predicha es corregida por medio del método de dos pasos de Adams-Moulton,

$${}^{k+1} \mathbf{z}^2 = \mathbf{z}^1 + \frac{\Delta t}{12}(5{}^k \mathbf{F}^2 + 8\mathbf{F}^1 - \mathbf{F}^0), \quad (5.7)$$

donde,

$${}^k \mathbf{F}^2 = \mathbf{F} \left[{}^k \mathbf{z}^2; t_2 \right]. \quad (5.8)$$

Este paso es repetido hasta que el error de iteración e^2 sea menor que una tolerancia de error previamente establecida, ε_0 .

6. En t_3 (es decir, $t = 3\Delta t$) la solución, ${}^p \mathbf{z}^3$, se predice por medio del método predictor de tres pasos de Adams-Bashforth,

$${}^p \mathbf{z}^3 = \mathbf{z}^2 + \frac{\Delta t}{12}(23\mathbf{F}^2 - 16\mathbf{F}^1 + 5\mathbf{F}^0). \quad (5.9)$$

7. La solución predicha es corregida por medio del método de tres pasos de Adams-Moulton,

$${}^{k+1} \mathbf{z}^3 = \mathbf{z}^2 + \frac{\Delta t}{24}(9{}^k \mathbf{F}^3 + 19\mathbf{F}^2 - 5\mathbf{F}^1 + \mathbf{F}^0), \quad (5.10)$$

donde,

$${}^k \mathbf{F}^3 = \mathbf{F} \left[{}^k \mathbf{z}^3; t_3 \right]. \quad (5.11)$$

Este paso es repetido hasta que el error de iteración e^3 sea menor que una tolerancia de error previamente establecida, ε_0 . Una vez que $e^3 < \varepsilon_0$ se calcula por primera vez el error de truncamiento local como:

$$\mathbf{e}^3 = {}^{k+1} \mathbf{z}^3 - {}^p \mathbf{z}^3. \quad (5.12)$$

8. Para t_4, t_5, t_6, \dots (es decir, $t = 4\Delta t, 5\Delta t, 6\Delta t, \dots$) la solución es computada por medio del método predictor corrector de cuarto orden de Hamming. La solución, ${}^p\mathbf{z}^j$, se predice por medio de la ecuación de predicción,

$${}^p\mathbf{z}^j = \mathbf{z}^{j-4} + \frac{4}{3}\Delta t(2\mathbf{F}^{j-1} - \mathbf{F}^{j-2} + 2\mathbf{F}^{j-3}). \quad (5.13)$$

9. La solución predicha es modificada mediante el error de truncamiento local calculado en el paso previo,

$${}^1\mathbf{z}^j = {}^p\mathbf{z}^j + \frac{112}{9}\mathbf{e}^{j-1}. \quad (5.14)$$

10. La solución modificada es corregida por medio de la ecuación de corrección,

$${}^{k+1}\mathbf{z}^j = \frac{1}{8}\left[9\mathbf{z}^{j-1} - \mathbf{z}^{j-3} + 3\Delta t\left({}^k\mathbf{F}^j + 2\mathbf{F}^{j-1} + \mathbf{F}^{j-2}\right)\right], \quad (5.15)$$

donde,

$${}^k\mathbf{F}^j = \mathbf{F}\left[{}^k\mathbf{z}^j; t_j\right], \quad (5.16)$$

y,

$${}^1\mathbf{F}^j = \mathbf{F}\left[{}^1\mathbf{z}^j; t_j\right], \quad (5.17)$$

Este paso es repetido hasta que el error de iteración e^j sea menor que una tolerancia de error previamente establecida, ε_0 .

11. Una vez que $e^j < \varepsilon_0$ se calcula el error de truncamiento local tanto para su uso en el paso de tiempo actual como así también para su uso en el paso $j+1$.

$$\mathbf{e}^j = \frac{9}{121}\left({}^{k+1}\mathbf{z}^j - {}^p\mathbf{z}^j\right). \quad (5.18)$$

12. La solución final en el paso j es:

$$\mathbf{z}^j = {}^{k+1}\mathbf{z}^j - \mathbf{e}^j. \quad (5.19)$$

5.3. Integración del modelo aerodinámico

Durante un paso de tiempo Δt , las estelas se convectan a sus nuevas posiciones cumpliendo con el requerimiento que establece que la vorticidad se transporta conjuntamente con las partículas de fluido, mientras tanto la estructura se desplaza y deforma a su nueva posición de manera coherente con las ecuaciones gobernantes. Si se conoce la solución para los tiempos t , $t - \Delta t$, $t - 2\Delta t$ y $t - 3\Delta t$, el concepto propuesto anteriormente para el cálculo de la solución en el tiempo $t + \Delta t$ se puede implementar siguiendo la secuencia de pasos que se indica a continuación:

1. Las estelas se convectan a sus nuevas posiciones. Una partícula de fluido perteneciente a una estela se transporta desde su posición inicial $\mathbf{R}(t)$ hasta su nueva posición $\mathbf{R}(t + \Delta t)$ por medio del siguiente esquema de convección:

$$\mathbf{R}(t + \Delta t) = \mathbf{R}(t) + \mathbf{V}[\mathbf{R}(t)] \Delta t, \quad (5.20)$$

donde \mathbf{V} es la velocidad local del fluido. Durante el resto del procedimiento las estelas se consideran quietas. Experimentos numéricos realizados con esquemas más precisos muestran que éste proceder es muy adecuado. Entre los esquemas utilizados se destacan los iterativos donde se utiliza la velocidad de cada estela en su posición final (Kandil *et al.*, 1976).

2. Las cargas actuales (aquellas al comienzo del paso de tiempo en t) se utilizan para predecir el estado de la estructura. La solución se predice por medio de la ecuación (5.13).
3. La solución predicha se modifica mediante el error de truncamiento local del paso de tiempo anterior, ecuación (5.14).
4. La solución predicha y modificada se corrige iterativamente por medio de la ecuación (5.15). En cada iteración, se recalculan las cargas, pero las estelas se mantienen quietas como se mencionó previamente. El recálculo de las cargas aerodinámicas representa un esfuerzo computacional importante, ya que es necesario volver a determinar completamente el campo de fluido. Este paso se repite tantas veces como sea necesario para satisfacer el criterio de convergencia. Normalmente toma de tres a ocho iteraciones para que el error alcance un valor menor a 10^{-10} .

5. Una vez que se satisface el criterio de convergencia, se calcula el error de truncamiento local, por medio de la ecuación (5.18), para realizar una modificación final a la solución. Además, este error se emplea en el próximo paso de tiempo para modificar la solución predicha.
6. Por último, se evalúa la posición y velocidad final de la estructura por medio de la ecuación (5.19), y se las utiliza para recalculer el campo de fluido y obtener la estimación final de las cargas aerodinámicas.

En este punto ya se conocen el estado de la estructura, la distribución de la vorticidad, las cargas aerodinámicas sobre las alas y la forma de las estelas. Con esta información es posible determinar la solución en el próximo paso de tiempo.

El esquema de integración que aquí se utiliza, requiere información sobre cuatro pasos anteriores de tiempo, pero en el comienzo esta información no se encuentra disponible, por lo tanto se utiliza el esquema de arranque expuesto en la Sección 5.2.

En $t = 0$ se utilizan las condiciones iniciales para computar las cargas aerodinámicas despreciando la contribución del término $\partial\Phi / \partial t$. En $t = 0$ no es importante capturar la contribución de este término porque se está determinando la respuesta de la estructura a una perturbación inicial arbitraria. Luego se calcula \mathbf{F}^0 por medio de la ecuación (5.2) y se convecta la estela a su nueva posición.

5.4. Esquema de estabilización

El sistema de ecuaciones que gobiernan la dinámica del insecto consiste de un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias complementadas por un conjunto de ecuaciones algebraicas asociadas a los vínculos; las ecuaciones del sistema completo son del tipo diferenciales algebraicas de índice 3.

La integración de este conjunto de ecuaciones se puede realizar directamente sin reducción de índice por medio del esquema implícito de Newmark (Fisette y Vaneghem, 1996; Gérardim y Cardona, 2000), entre otros. Sin embargo, se ha demostrado que este esquema tiene inconvenientes desde un punto de vista de su estabilidad. En particular, este método exhibe una débil inestabilidad debido a la presencia de las ecuaciones de restricción, las que teóricamente introducen frecuencias “infinitas” en el sistema, frecuencias que el

algoritmo de Newmark no puede disipar. Para vencer este problema se han desarrollado diferentes variantes de este método, tal como el esquema HHT (Hilber-Hughes-Taylor) que introduce un amortiguamiento numérico para asegurar una pequeña disipación de estas frecuencias, además este esquema retiene una precisión de segundo orden (Cardona y Géradin, 1998; Géradin y Cardona, 1993).

Aparte de los métodos mencionados anteriormente los cuales atacan directamente el sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas de índice 3, existen técnicas que permiten reducir el índice de las DAEs. Estas técnicas de reducción producen un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que se pueden resolver por medio de un esquema de integración estándar para ODEs tal como el descrito en la Sección 5.2.

La metodología adoptada en este trabajo para reducir el índice del sistema de DAEs se describe en la Sección 4.5 y consiste básicamente en derivar el vector de restricciones dos veces respecto del tiempo obteniendo las denominadas “restricciones a nivel de la aceleración”.

Sin embargo, el sistema derivado en la ecuación (4.27) puede presentar inestabilidades como consecuencia del empleo de técnicas aproximadas y el acumulamiento de errores de redondeo producidos durante el proceso de integración numérica, este hecho se ve reflejado en la violación de las ecuaciones de restricción. Además, la desviación numérica crece linealmente a medida que transcurre el tiempo. Este hecho sumado a los errores de truncamiento propios de los métodos numéricos empleados puede ocasionar, en el peor de los casos, un acumulamiento cuadrático (Ascher *et al.*, 1994; Ascher y Petzold, 1993). Así mismo, este fenómeno es independiente del método numérico elegido para integrar (4.27) y se origina en la ligera inestabilidad propia del sistema.

En la bibliografía existen varias técnicas de estabilización para corregir esta desviación numérica, entre las cuales, la más ampliamente utilizada por su simplicidad es la técnica es Baumgarte (Baumgarte, 1972; Blajer, 2002; Braun y Goldfarb, 2009; Blajer, 2011; Flores *et al.*, 2011).

Sin embargo, esa técnica puede tener problemas en la práctica y no existe un procedimiento general para determinar los parámetros involucrados en su utilización (Bauchau, 2011). Otra técnica utilizada actualmente para estabilizar (4.27) se basa en la proyección de la solución sobre la variedad de restricción (o parte de ella). Existen dos

maneras básicas para realizar esta proyección, una de ellas consiste en redefinir la ODE mediante la adición de nuevos multiplicadores de Lagrange (proyección de invariantes), y la otra consiste en discretizar numéricamente la ODE y al final de cada paso de integración proyectar la solución aproximada sobre la variedad de restricción seleccionada (proyección de coordenadas) (Ascher *et al.*, 1995).

A continuación se presenta la implementación de la técnica de Baumgarte y el método de proyección de coordenadas para eliminar la desviación numérica durante la integración numérica del sistema de ecuaciones diferenciales algebraicas de índice 1 que gobiernan el sistema multicuerpo bajo estudio.

5.4.1. Técnica de Baumgarte

Esta técnica puede ser considerada como una extensión de la teoría de control para estudiar la dinámica de sistemas mecánicos sujeto a restricciones (Blajer, 2011). Básicamente, este método consiste en remplazar la ecuación de restricción a nivel de la aceleración $\ddot{\Phi} = \mathbf{0}$ por una versión estabilizada cuya forma es similar a un controlador proporcional derivativo PD utilizado ampliamente en control, esto es:

$$\ddot{\Phi} + 2\alpha\dot{\Phi} + \beta^2\Phi = \mathbf{0}, \quad (5.21)$$

donde α y β son constantes positivas.

Remplazando la ecuación (5.21) en la ecuación (4.27) se obtiene la versión estabilizada para el sistema de ODEs,

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{M} & \mathbf{B}_q^T \\ \hline \mathbf{B}_q & \mathbf{0}_{12} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{Bmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Q}^v + \mathbf{Q}^h + (\mathbf{Q}^{nc})^T + (\mathbf{Q}^c)^T - \mathfrak{M}^T \ddot{\mathbf{p}} \\ \kappa - 2\alpha \left(\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q}; t) \right) - \beta^2 \Phi(\mathbf{q}; t) \end{array} \right\}, \quad (5.22)$$

donde,

$$\kappa = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} - 2 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q}; t) \right) \dot{\mathbf{q}} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi(\mathbf{q}; t). \quad (5.23)$$

Luego, la ecuación (5.22) es resuelta por medio del esquema numérico presentado en la Sección 5.2. Sin embargo, esta técnica tiene problemas cuando se aplica a sistemas relativamente complejos. Una alternativa para mejorar la estabilización de las ecuaciones

de restricción consiste en incrementar los valores de las ganancias α y β , sin embargo esta estrategia está limitada por un valor máximo crítico para las constantes α y β a partir del cual la solución numérica se desestabiliza abruptamente.

A pesar de que no existe un procedimiento sistemático para seleccionar los valores α y β , en la literatura hay numerosos trabajos que tratan este asunto (Kim *et al.*, 1990; Yoon *et al.*, 1995; Flores *et al.*, 2011). Generalmente, la elección de las ganancias α y β depende del paso de tiempo Δt usado en el proceso de integración numérica. La experiencia ha mostrado que un rango entre 2 y 20 para α y β produce buenos resultados para la mayoría de los problemas prácticos en ingeniería, siendo $\alpha = \beta$ la elección óptima correspondiente al caso de amortiguamiento crítico.

A continuación se muestra la desviación numérica presente en las ecuaciones de restricción para tres ciclos completos de batimiento considerando la ecuación estabilizada (5.22) y la ecuación no estabilizada (4.27). El caso de estudio consiste en dejar el insecto en caída libre, anulando la contribución de las fuerzas no conservativas que provienen de la aerodinámica. El movimiento prescrito de las alas se introdujo por medio de una cinemática real (Bos *et al.*, 2007). El paso de integración seleccionado para llevar a cabo las simulaciones numéricas es $\Delta t = 0.01$ y está condicionado principalmente por la discretización temporal de los ángulos $\phi(t)$, $\theta(t)$ y $\psi(t)$, lo cual depende a su vez directamente de la discretización espacial adoptada para la sábana adherida al insecto.

Los valores considerados para las ganancias y las respectivas desviaciones numéricas se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Desviaciones numéricas en las ecuaciones de restricción para diferentes valores de las ganancias.

	Restricción de Conexión	Restricción de Orientación
$\alpha = \beta = 0$	3.0×10^{-9}	3.0×10^{-2}
$\alpha = \beta = 10$	2.5×10^{-9}	5.0×10^{-2}
$\alpha = \beta = 20$	2.1×10^{-9}	5.0×10^{-2}
$\alpha = 100; \beta = 140$	6.5×10^{-10}	1.0×10^{-2}
$\alpha = 1000; \beta = 1000$	1.0×10^{-10}	1.3×10^{-3}
$\alpha = 3000; \beta = 3000$	4.0×10^{-11}	5.0×10^{-4}

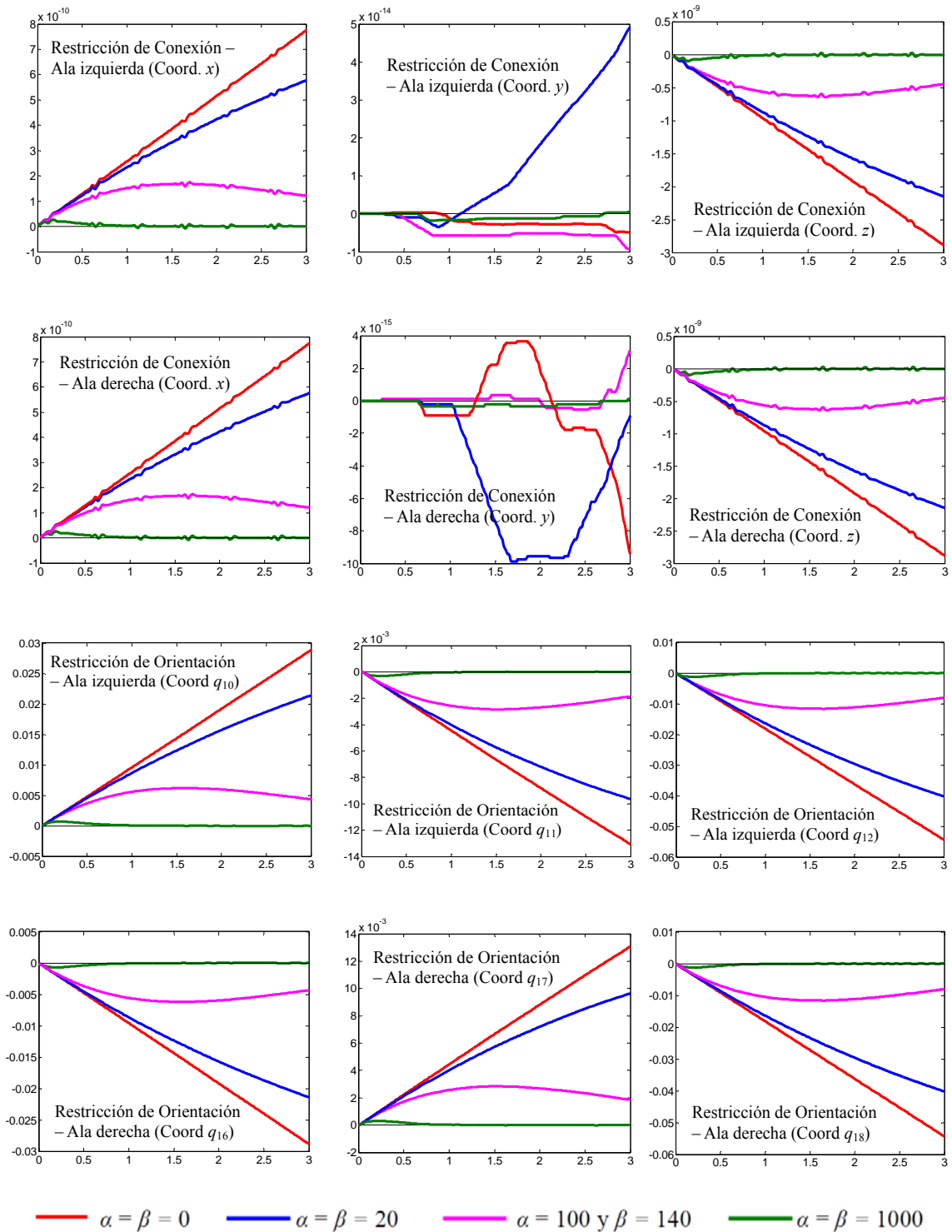


Figura 5.1: Desviación numérica en las ecuaciones de restricción (técnica de Baumgarte).

En la figura 5.1 las curvas en color rojo corresponden a la ecuación no estabilizada, es decir $\alpha = \beta = 0$. En dicha figura se puede observar como disminuye la desviación numérica a medida que el valor de las constantes α y β aumentan. En particular, dicha desviación es muy pequeña en las ecuaciones de restricción asociadas a la conexión de las alas con el cuerpo central, siendo del orden de 10^{-9} . Por el contrario, las ecuaciones

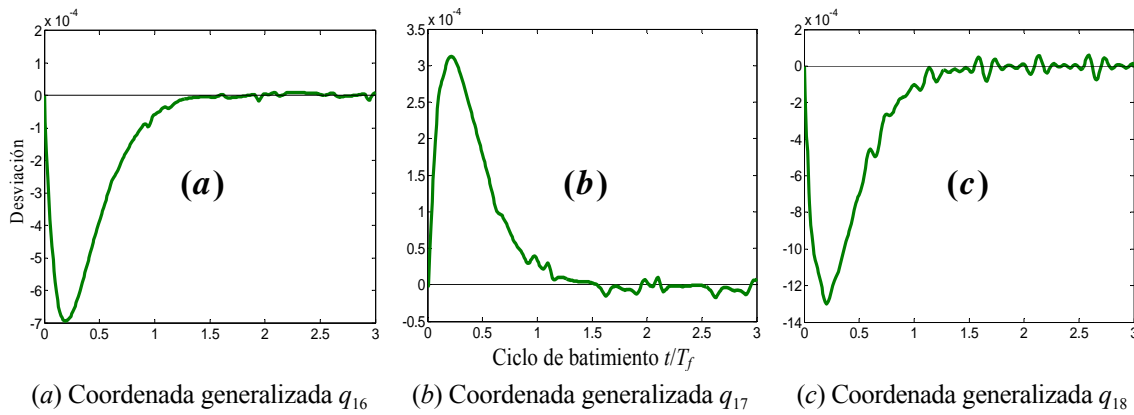


Figura 5.2: Desviación numérica de la ecuación de restricción asociada a la orientación del ala derecha respecto del cuerpo central;

de restricción asociadas con la orientación de las alas respecto del cuerpo central muestran solo una leve mejora, siendo la desviación del orden de 10^{-3} para $\alpha = 1000$ y $\beta = 1000$. Desafortunadamente, valores más altos para las constantes no disminuyen las desviaciones asociadas a estas restricciones. En la figura 5.2 se muestra una imagen ampliada de la desviación numérica en la ecuación de restricción asociada a la orientación del ala derecha con el cuerpo central para $\alpha = 1000$ y $\beta = 1000$.

El mal funcionamiento de este método está relacionado con el paso de tiempo adoptado para la integración numérica, $\Delta t = 0.01$, el cual está controlado por la aerodinámica. Otra dificultad adicional, aunque no muy clara, que puede afectar negativamente la utilización de la técnica de Baumgarte está relacionada con la heterogeneidad del sistema mecánico analizado (relación $m_{\text{cuerpo}}/m_{\text{ala}} \approx 100$) y la relativa complejidad de las ecuaciones de restricción a nivel de la orientación.

5.4.2. Técnica de proyección de coordenadas

Como se mencionó anteriormente, esta técnica consiste en discretizar numéricamente la DAE de índice 1 (ecuación 4.27), computar la solución en t_{n+1} con el paquete de resolución de ODEs deseado (en este trabajo el método descrito en la Sección 5.2) y luego, al final de cada paso de integración, proyectar la solución obtenida sobre la variedad de restricción seleccionada.

Es posible proyectar dicha solución mediante la utilización de tres definiciones diferentes para la variedad de restricción: *i*) a nivel de la posición; *ii*) a nivel de la velocidad; y *iii*) la combinación de las variedades a nivel de la posición y a nivel de la velocidad (lo cual es más costoso a nivel computacional).

Rescribiendo la ecuación (4.27) en la forma de la ecuación (5.1) con $\mathbf{z} = \{\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T\}^T$ es posible definir la variedad de restricción como:

$$\mathbf{h}(\mathbf{z};t) = \left\{ \begin{array}{c} \Phi(\mathbf{q};t) \\ \mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q};t) \end{array} \right\} = \mathbf{0}. \quad (5.24)$$

donde $\mathbf{h}(\mathbf{z};t)$ forma un conjunto invariante \mathcal{M} para la ODE (4.27). La derivada de la variedad \mathbf{h} con respecto al vector \mathbf{z} produce:

$$\mathbf{H}(\mathbf{z};t) = \mathbf{h}_z(\mathbf{z};t) = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{B}_q & \mathbf{0}_{n_c \times 6n_b} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q};t) \right) & \mathbf{B}_q \end{array} \right], \quad (5.25)$$

donde $\mathbf{H}(\mathbf{z};t)$ tiene rango fila completo. Si se elige como conjunto invariante solo la variedad a nivel de la velocidad,

$$\mathbf{h}(\mathbf{z};t) = \left\{ \mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}} + \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q};t) \right\} = \mathbf{0}, \quad (5.26)$$

la ecuación (5.25) se reduce a:

$$\mathbf{H}(\mathbf{z};t) = \mathbf{B}_q. \quad (5.27)$$

Una vez que la solución en cada paso de tiempo es computada, se la proyecta sobre la variedad \mathbf{h} definida anteriormente. Tal proyección se realiza mediante el siguiente esquema:

$$\mathbf{z}_{n+1} = \tilde{\mathbf{z}}_{n+1} - \alpha \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{z}}_{n+1}; t_{n+1}) \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{z}}_{n+1}; t_{n+1}), \quad (5.28)$$

donde $\mathbf{F} = \mathbf{D}(\mathbf{H}\mathbf{D})^{-1}$ con $\mathbf{D}(\mathbf{z})$ suave tal que $\mathbf{H}\mathbf{D}$ es no singular para cada \mathbf{z} (además, el número de condición $\|\mathbf{H}\mathbf{D}\| \|(\mathbf{H}\mathbf{D})^{-1}\|$ debe estar bien acotado), y $\tilde{\mathbf{z}}_{n+1}$ es la solución computada en el paso $t = t_{n+1}$ por medio del método de integración utilizado. Una elección corriente para \mathbf{D} es $\mathbf{D} = \mathbf{H}^T$, una variante menos costosa es:

$$\mathbf{D} = \left[\begin{array}{cc} \mathbf{B}_q^T & \mathbf{0}_{n_c \times 6n_b} \\ \mathbf{0}_{n_c \times 6n_b} & \mathbf{B}_q^T \end{array} \right]. \quad (5.29)$$

El esquema (5.28) conserva un error global $O(\Delta t^p)$ para \mathbf{z}_{n+1} y las restricciones (5.24) son satisfechas con un error proporcional a $O(\Delta t^{p+1})$, Ascher *et al.*, (1994) demostró este resultado para un esquema Runge Kutta de orden $p \geq 1$.

Además, el esquema de estabilización (5.28) tiene el comportamiento de estabilidad deseado si \mathbf{HF} es positiva definida. Para la mayoría de los sistemas mecánicos presentes en ingeniería, la variedad de restricción resulta asintóticamente estable para $0 < \alpha < 2$, y la elección $\alpha = 1$ (que verdaderamente depende del tamaño del paso de integración Δt), está cerca de ser óptimo.

La determinación de la matriz \mathbf{F} es en general un proceso complejo, siendo más efectivo el proceso de estabilización cuanto más pequeño es $\|\mathbf{I} - \mathbf{HF}\|$ (Ascher y Petzold, 1997). Tres elecciones posibles para dicha matriz ampliamente usadas en dinámica de multicuerpos son:

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}_q^T (\mathbf{B}_q \mathbf{B}_q^T)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_c \times n_c} & \mathbf{0}_{n_c \times n_c} \\ -\left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} (\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q}; t) \right) \right] \mathbf{B}_q^T (\mathbf{B}_q \mathbf{B}_q^T)^{-1} & \mathbf{I}_{n_c \times n_c} \end{bmatrix}, \quad (5.30)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}_q^T (\mathbf{B}_q \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}_q^T)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_c \times n_c} & \mathbf{0}_{n_c \times n_c} \\ \mathbf{0}_{n_c \times n_c} & \mathbf{I}_{n_c \times n_c} \end{bmatrix}, \quad (5.31)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}_q^T (\mathbf{B}_q \mathbf{B}_q^T)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n_c \times n_c} & \mathbf{0}_{n_c \times n_c} \\ \mathbf{0}_{n_c \times n_c} & \mathbf{I}_{n_c \times n_c} \end{bmatrix}, \quad (5.32)$$

las cuales dan lugar a diferentes esquemas de post-estabilización:

- *S-full*: obtenido por medio del esquema de estabilización (5.28) y la ecuación (5.30), proyectando sobre la variedad de restricción definida a nivel de la posición y a nivel de la velocidad;
- *S-both*: obtenido por medio del esquema de estabilización (5.28) y la ecuación (5.32), proyectando sobre la variedad de restricción definida a nivel de la posición y a nivel de la velocidad;

- *S-both-m*: obtenido por medio del esquema de estabilización (5.28) y la ecuación (5.31), proyectando sobre la variedad de restricción definida a nivel de la posición y a nivel de la velocidad;
- *S-pos*: obtenido por medio del esquema de estabilización (5.28) y la ecuación (5.32), proyectando sobre la variedad de restricción definida solo a nivel de la posición; y
- *S-vel*: obtenido por medio del esquema de estabilización (5.28) y la ecuación (5.32), proyectando sobre la variedad de restricción definida sólo a nivel de la velocidad.

Se debe mencionar además, que el esquema *S-full* es poco usado ya que el término $\partial(\mathbf{B}_q \dot{\mathbf{q}}) / \partial \mathbf{q}$ es muy difícil de computar y es, también, muy costoso computacionalmente. El mismo grado de precisión puede obtenerse utilizando el esquema *S-both* mediante una aplicación doble del mismo, denotado comúnmente en la literatura como *S-both*². Un algoritmo para aplicar *S-both*² se puede encontrar en Ascher y Petzold (1997). Más detalles acerca de la estabilidad del esquema (5.28) y de los criterios de selección de la matriz \mathbf{F} se pueden encontrar en los trabajos de Ascher *et al.* (1994; 1995) y Ascher y Petzold (1997).

En la tabla 5.2 se presentan las desviaciones numéricas para las ecuaciones de restricción a nivel de la posición y a nivel de la velocidad para el caso de estudio descrito en la Subsección 5.4.1, utilizando un paso de tiempo $\Delta t = 0.01$. Los esquemas analizados son: *S-full*, *S-both*, *S-both*², *S-pos*, *S-vel* y *S-both-m* (ver subsección 5.4.2).

En la Tabla 5.2 se puede observar que los esquemas *S-pos*, *S-both* y *S-both*² controlan muy bien las desviaciones numéricas en las ecuaciones de restricción a nivel de la posición. Por otro lado, *S-pos* y *S-both* tienen problemas para controlar las desviaciones a nivel de la velocidad. De todas las variantes analizadas en la tabla 5.2 la preferida es *S-both*² porque produce desviaciones pequeñas tanto en las restricciones a nivel de la posición como así también en las restricciones a nivel de la velocidad. Además, este esquema representa un buen compromiso entre las exigencias de eficiencia y estabilidad (Ascher y Petzold, 1997).

Tabla 5.2: Desviaciones numéricas en las ecuaciones de restricción para los diferentes esquemas de proyección de coordenadas.

	---Desviación a nivel Posición---		--Desviación a nivel Velocidad--	
	Restricción de Conexión	Restricción de Orientación	Restricción de Conexión	Restricción de Orientación
<i>S-full</i>	6.0×10^{-7}	1.5×10^{-5}	4.0×10^{-7}	3.0×10^{-4}
<i>S-both</i>	6.0×10^{-10}	1.5×10^{-8}	2.0×10^{-7}	5.0×10^{-4}
<i>S-both</i> ²	2.0×10^{-16}	9.0×10^{-9}	1.0×10^{-11}	9.0×10^{-8}
<i>S-pos</i>	6.0×10^{-10}	1.0×10^{-8}	7.0×10^{-8}	8.0×10^{-3}
<i>S-vel</i>	1.5×10^{-9}	1.0×10^{-4}	4.0×10^{-17}	4.0×10^{-15}
<i>S-both-m</i>	6.0×10^{-8}	1.0×10^{-3}	5.0×10^{-7}	4.0×10^{-2}

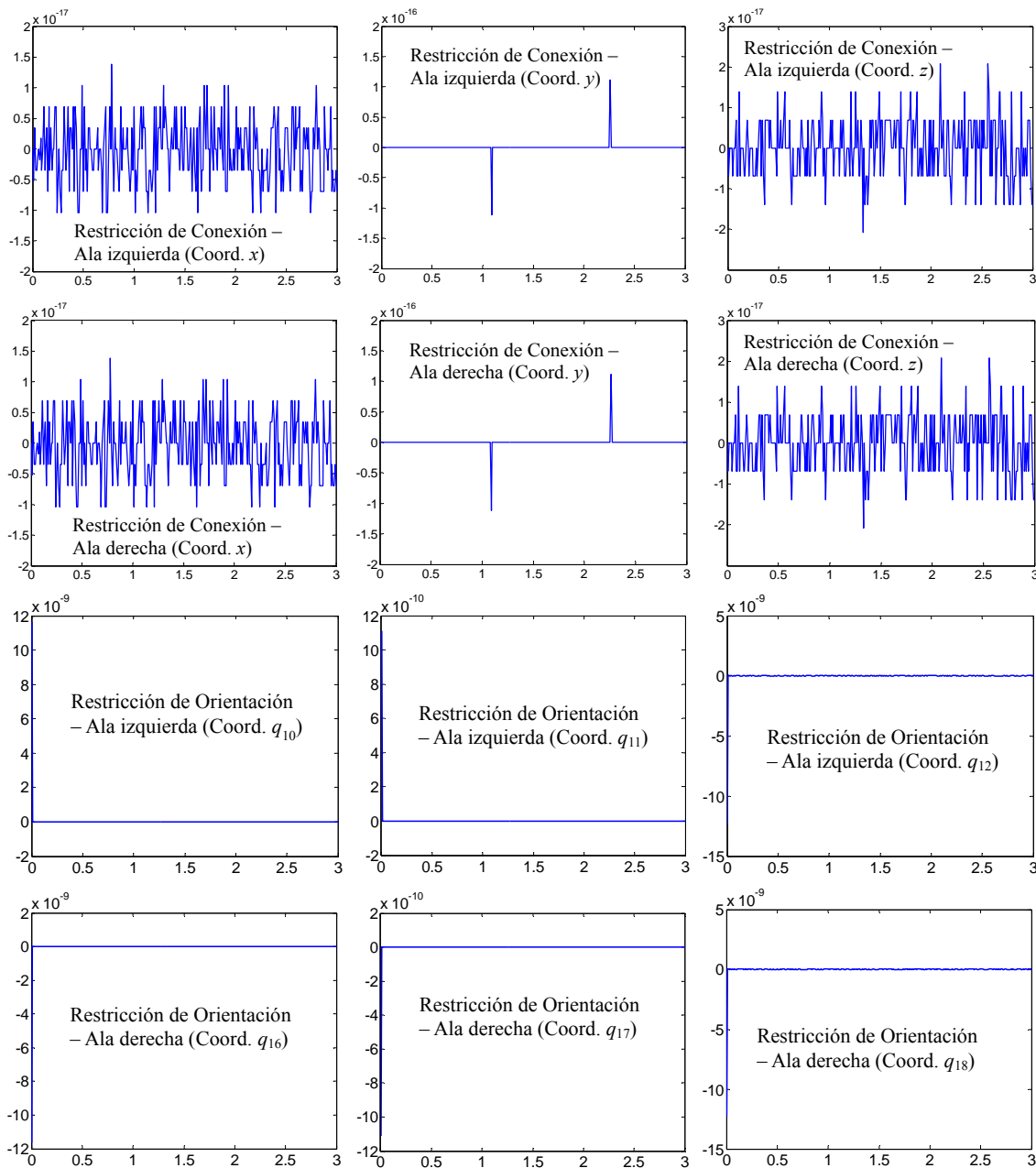


Figura 5.3: Desviación numérica en las ecuaciones de restricción a nivel de la posición (técnica de proyección de coordenadas, *S-both*²).

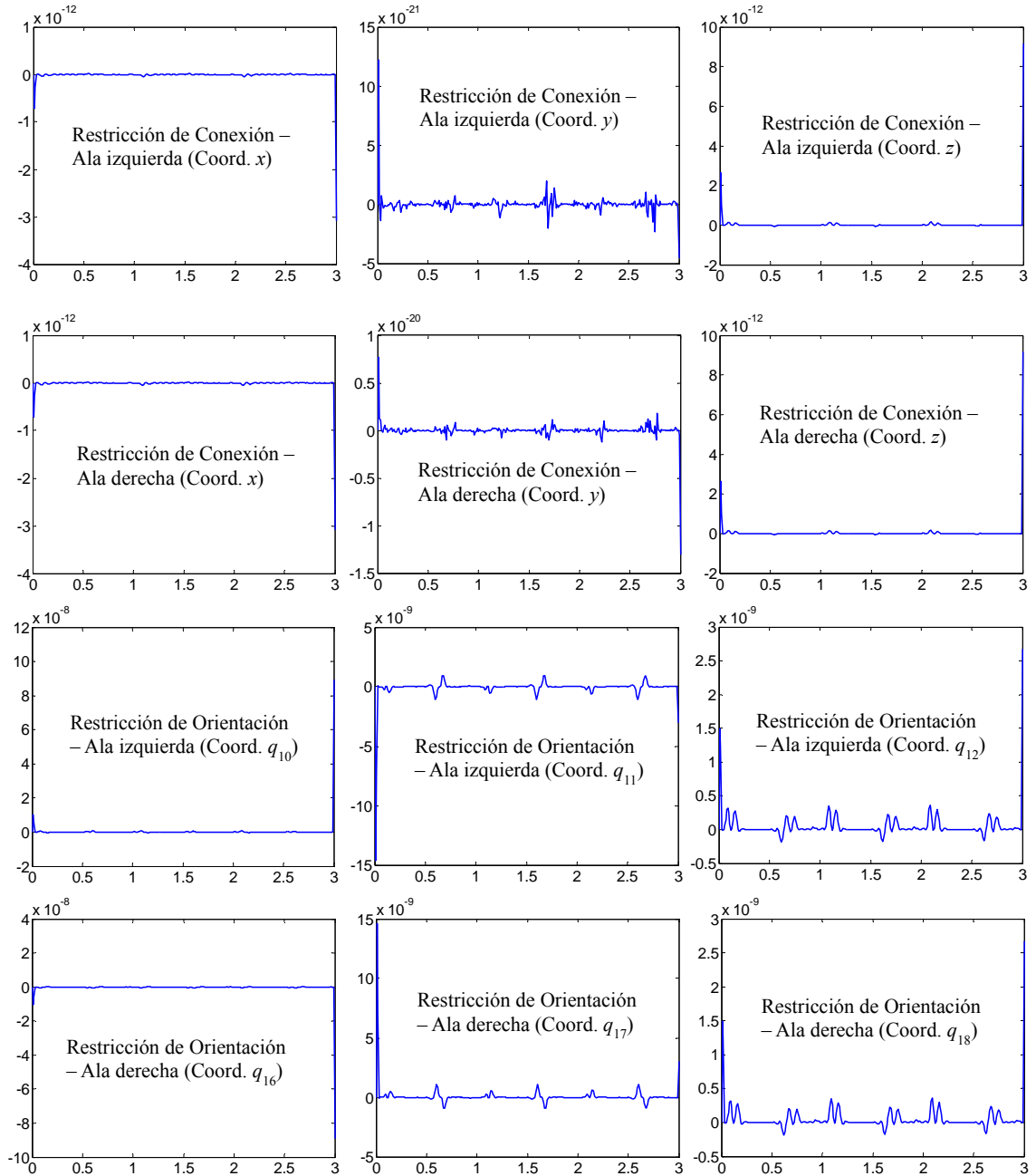


Figura 5.4: Desviación numérica en las ecuaciones de restricción a nivel de la velocidad (técnica de proyección de coordenadas, $S\text{-}both^2$).

En las figuras 5.3 y 5.4 se muestran las desviaciones numéricas presentes en las ecuaciones de restricción a nivel de la posición y a nivel de la velocidad. El esquema de estabilización utilizado es el $S\text{-}both^2$ con un paso de tiempo $\Delta t = 0.01$.

Por último, se debe mencionar que el esquema $S\text{-}pos$, con $\mathbf{h}(\mathbf{q};t) = \mathbf{\Phi}(\mathbf{q};t) = \mathbf{0}$, no forma un conjunto invariante de la ODE (4.27). A pesar de ello, este esquema puede ser interpretado como una buena discretización para problemas descritos por un sistema de DAEs de índice 1.

5.5. Condiciones iniciales

Otro aspecto importante para controlar o eliminar por completo las violaciones de las restricciones es comenzar el proceso de integración con un conjunto de condiciones iniciales en las coordenadas y las velocidades que satisfagan las ecuaciones de restricción correspondientes.

El método de partición de coordenadas es un procedimiento estándar en el estudio de sistemas multicuerpo para obtener un conjunto de condiciones iniciales aceptables con el cual comenzar el proceso de integración (Shabana, 2005). Típicamente, este método consiste en tratar las ecuaciones de restricción a nivel de la posición (o velocidad) como un sistema de ecuaciones cinemáticas, y asignar valores conocidos a cierto conjunto de coordenadas (o velocidades), y resolver para el resto de las coordenadas (o velocidades). Sin embargo, esta metodología puede llevar a resultados que están lejos de la configuración real del sistema. Esto sucede frecuentemente en problemas tridimensionales, particularmente cuando se deben determinar las coordenadas angulares utilizadas para parametrizar las rotaciones.

Como se mencionó anteriormente, el procedimiento utilizado en este trabajo se basa en una partición del vector de coordenadas y velocidad generalizadas en conjuntos dependientes e independientes, esto es:

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}^{(ind)} \\ \mathbf{q}^{(dep)} \end{Bmatrix}, \quad y \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{(ind)} \\ \dot{\mathbf{q}}^{(dep)} \end{Bmatrix}, \quad (5.33)$$

donde *(ind)* denota las coordenadas independientes, *(dep)* denota las coordenadas dependientes. Para un sistema con n_{dof} grados de libertad, los vectores $\mathbf{q}^{(ind)}$ y $\dot{\mathbf{q}}^{(ind)}$ tienen una dimensión de $n_{dof} \times 1$ cada uno.

Es importante mencionar que este método no tiene en cuenta ninguna corrección en los valores estimados de las variables independientes, es decir:

$$\Delta \mathbf{q}^{(ind)} = \mathbf{0}, \quad y \quad \Delta \dot{\mathbf{q}}^{(ind)} = \mathbf{0}. \quad (5.34)$$

Introduciendo la partición de coordenadas expuestas en la ecuación (5.33) en el vector

de restricciones, $\Phi(\mathbf{q}; t)$, se pueden expresar las ecuaciones cinemáticas a nivel de la posición como,

$$\Phi(\mathbf{q}^{(ind)}, \mathbf{q}^{(dep)}; t) = \mathbf{0}, \quad (5.35)$$

que puede resolverse iterativamente por medio de un esquema de Newton-Raphson.

De la misma forma, las ecuaciones cinemáticas a nivel de la velocidad se expresan como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_q^{(dep)} & \mathbf{B}_q^{(ind)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{(ind)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{(dep)} \\ \dot{\mathbf{q}}^{(ind)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{q}^{(ind)}, \mathbf{q}^{(dep)}; t) \\ \dot{\mathbf{q}}^{(ind)} \end{Bmatrix}, \quad (5.36)$$

donde $\mathbf{B}_q^{(dep)}$ es una porción de la matriz jacobiana de restricción de dimensión $n_c \times n_c$, la cual es no singular, $\mathbf{B}_q^{(ind)}$ es la porción restante de la matriz jacobiana de restricción de dimensión $n_c \times (6n_b - n_c)$, y $\mathbf{I}_{(ind)}$ representa una matriz identidad de $n_{dof} \times n_{dof}$.

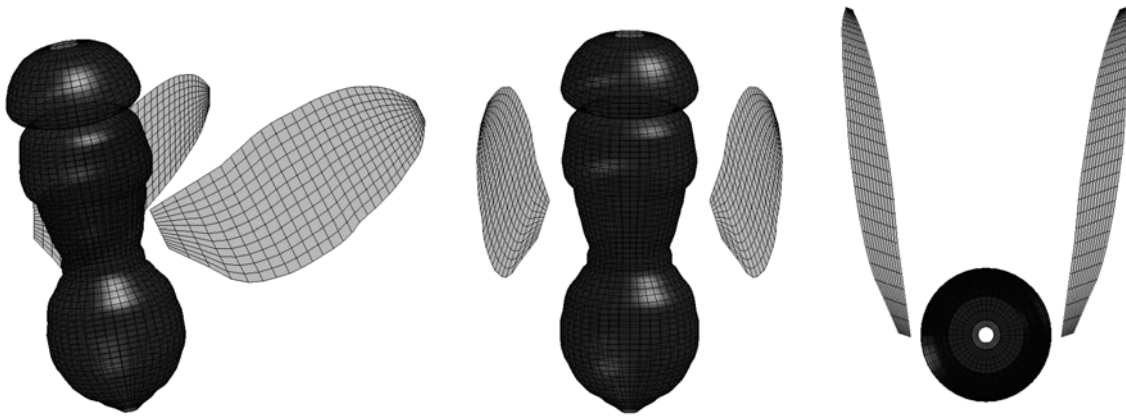
La ecuación (5.36) representa un sistema de ecuaciones algebraicas lineales, que puede resolverse mediante descomposición LU, y eliminación de Gauss, entre otros y para sistemas relativamente grandes por medio de algún esquema iterativo.

El vector de coordenadas independientes adoptado en este trabajo corresponde al vector de coordenadas generalizadas absolutas que especifica la configuración del cuerpo central del insecto, \mathbf{q}_1 . El vector de velocidades independientes es por lo tanto la derivada temporal del vector \mathbf{q}_1 .

Se debe destacar que el método de Newton-Raphson converge rápidamente a la solución si el vector de arranque se encuentra relativamente cerca de dicha solución. Por el contrario, el método puede conducir a otra solución si el sistema de ecuaciones algebraicas no tiene solución única, o peor aún, diverge.

La figura 5.5a muestra un correcto cómputo de las condiciones iniciales, mientras que la figura 5.5b muestra un cálculo incorrecto de las condiciones iniciales. Este fenómeno se debe a que el conjunto de las coordenadas rotacionales obtenidas como solución del sistema (5.35) no produce la configuración esperada.

(a) Cómputo correcto de las condiciones iniciales



(b) Cómputo incorrecto de las condiciones iniciales

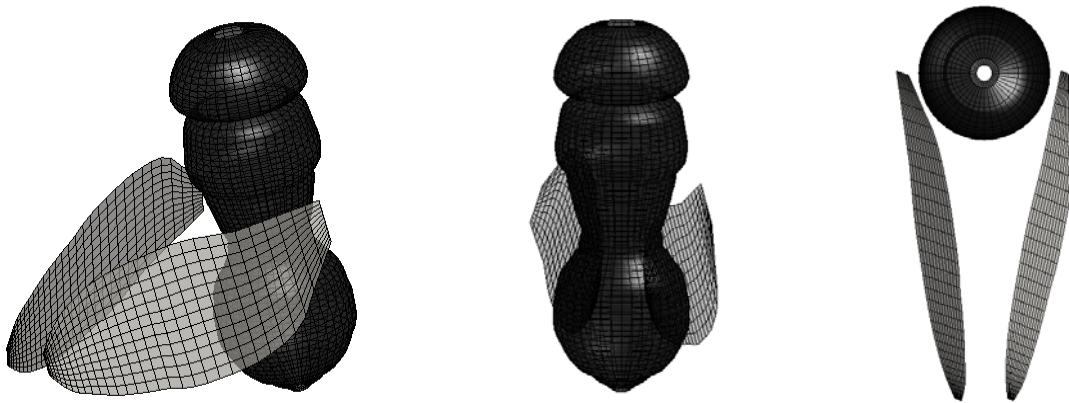


Figura 5.5: Configuración del insecto en el paso de tiempo t_0 .

Este tipo de corrección de coordenadas a nivel de la posición y de la velocidad se puede encontrar en la literatura en una gran variedad de formas (Ascher y Petzold, 1997; Hairer y Wanner, 2002; Hairer *et al.*, 2002; Nikraves, 2007).

5.6. Verificación del modelo dinámico

Con la finalidad de testear la validez del modelo dinámico desarrollado en el Capítulo 4 y los esquemas de integración y estabilización expuestos en las Secciones 5.2 y 5.4 se realizaron dos simulaciones numéricas del MAV en caída libre y se compararon los resultados con la fórmula simple $\frac{1}{2}gt^2$ disponible en cualquier libro de texto de física básico (figura 5.6). Para ambas simulaciones se suprimieron las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre las superficies de las alas.

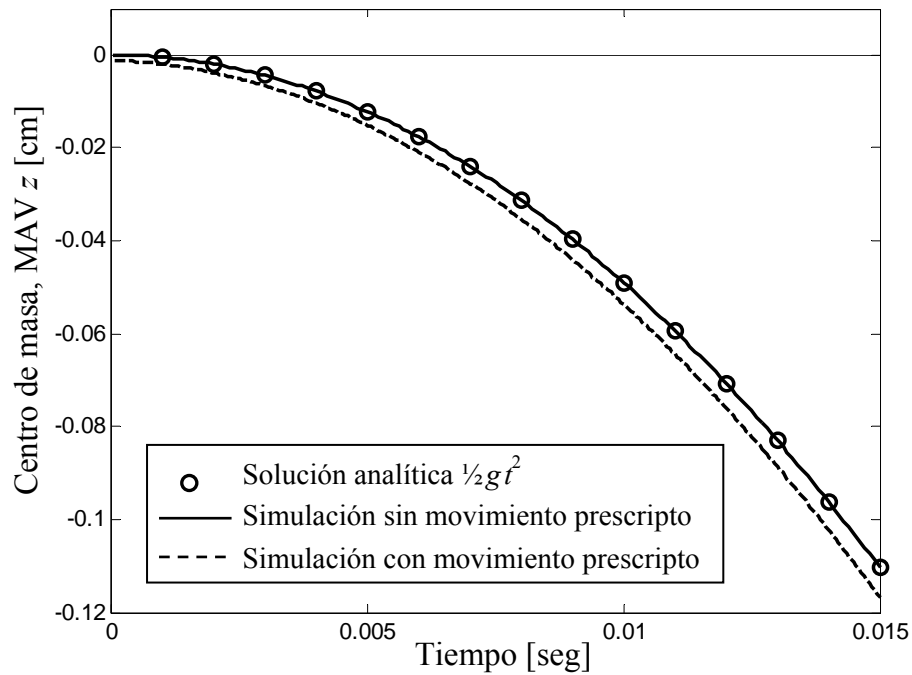


Figura 5.6: Verificación del modelo dinámico.

Se consideraron dos casos: *i*) el MAV en caída libre sin movimiento prescrito para las alas (línea sólida); y *ii*) el MAV en caída libre con movimiento prescrito para las alas con respecto al cuerpo central (línea a trazos). Las simulaciones numéricas se ejecutaron para tres ciclos de batimiento (300 pasos de tiempo equivalente a aproximadamente 0.015 seg.).

La Figura 5.6 muestra que la trayectoria vertical predicha por el modelo actual para el MAV en caída libre sin imposición de movimiento sobre las alas coincide exactamente con los resultados obtenidos por la simple fórmula $\frac{1}{2}gt^2$. Por otro lado, si se añade un movimiento prescrito de las alas, se observan pequeñas diferencias con respecto a las curvas anteriores. Este fenómeno se debe a que la velocidad inicial de las alas se traduce en una velocidad inicial de todo el sistema mecánico (en este caso hacia abajo).

El modelo aerodinámico expuesto en Capítulo 3, el modelo dinámico desarrollado en el Capítulo 4 y el esquema de integración y post estabilización en conjunto con una técnica de corrección para las condiciones iniciales fueron combinados en un único código computacional elaborado íntegramente en Fortran 90 con el objeto de desarrollar simulaciones numéricas para estudiar el vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología. Tales estudios se presentan en el Capítulo 6.

Capítulo 6

Resultados numéricos

6.1. Introducción

En este capítulo se presentan resultados numéricos obtenidos con la herramienta computacional que se desarrolló como parte del trabajo de tesis. Los resultados se organizaron en tres grupos referidos a: *i*) un análisis cinemático de alas batientes; *ii*) la aerodinámica de alas batientes; y *iii*) la aerodinámica y la dinámica del vuelo de alas batientes.

En el *primer grupo de resultados* presentado en la Sección 6.2 se valida el modelo cinemático presentado en el Capítulo 2 contrastando resultados de simulaciones numéricas con mediciones experimentales realizadas sobre el *robofly*; robot construido en la Universidad de Berkeley. Luego se utiliza un programa desarrollado como parte de este trabajo de tesis (Insect-MAV) donde se implementó el modelo cinemático para estudiar en detalle las trayectorias, velocidades y aceleraciones de puntos arbitrarios perteneciente a las alas de un insecto en vuelo suspendido y durante un ciclo de batimiento.

En el *segundo grupo de resultados* presentado en la Sección 6.3 se verifica el modelo aerodinámico adoptado comparando el coeficiente de sustentación obtenido en las simulaciones numéricas con los computados por Neef y Hummel (2001) y por Stanford y Beran (2010) para un ala batiente sujeta a torsión. Luego se utilizan datos de sustentación medidos experimentalmente sobre el *robofly* reportados por Dickinson *et al.* (1999) para realizar una validación final de la versión modificada del UVLM implementada en esta tesis. Luego se presentan resultados para la fuerza de sustentación considerando: *i*) diferentes patrones de deformación sobre las alas; y *ii*) la presencia del cuerpo del insecto. Finalmente, se presenta un análisis aerodinámico para una mosca de la fruta en vuelo suspendido.

El tercer grupo de resultados se presenta en la Sección 6.4 y corresponde a un estudio referido a la aerodinámica y dinámica de una mosca de la fruta en vuelo suspendido utilizando: *i*) un modelo de ala rígida y *ii*) un modelo de ala deformable.

6.2. Estudio de la cinemática de alas batientes

6.2.1. Herramienta numérica de visualización (Insect-MAV)

Para facilitar los estudios sobre alas batientes y visualizar los resultados se implementó el programa Insect-MAV desarrollado en MATLAB[®] usando las GUIs (*Graphical User Interfaces*, MathWorks, 2007). En la figura 6.1 se presenta la pantalla interfaz gráfica principal del programa. A la derecha se observan dos menús principales que permiten definir: *a*) propiedades generales; y *b*) parámetros cinemáticos y formas de visualización del estudio de alas batientes. El segundo menú posee dos submenús, uno de ellos permite visualizar los planos de proyección y marcos de referencia adoptados para estudiar en forma completa la cinemática de las alas de un insecto, y el otro permite analizar todas las variables características que intervienen a lo largo de un ciclo de batimiento, y además permite simular la cinemática de diferentes puntos contenidos en el ala.

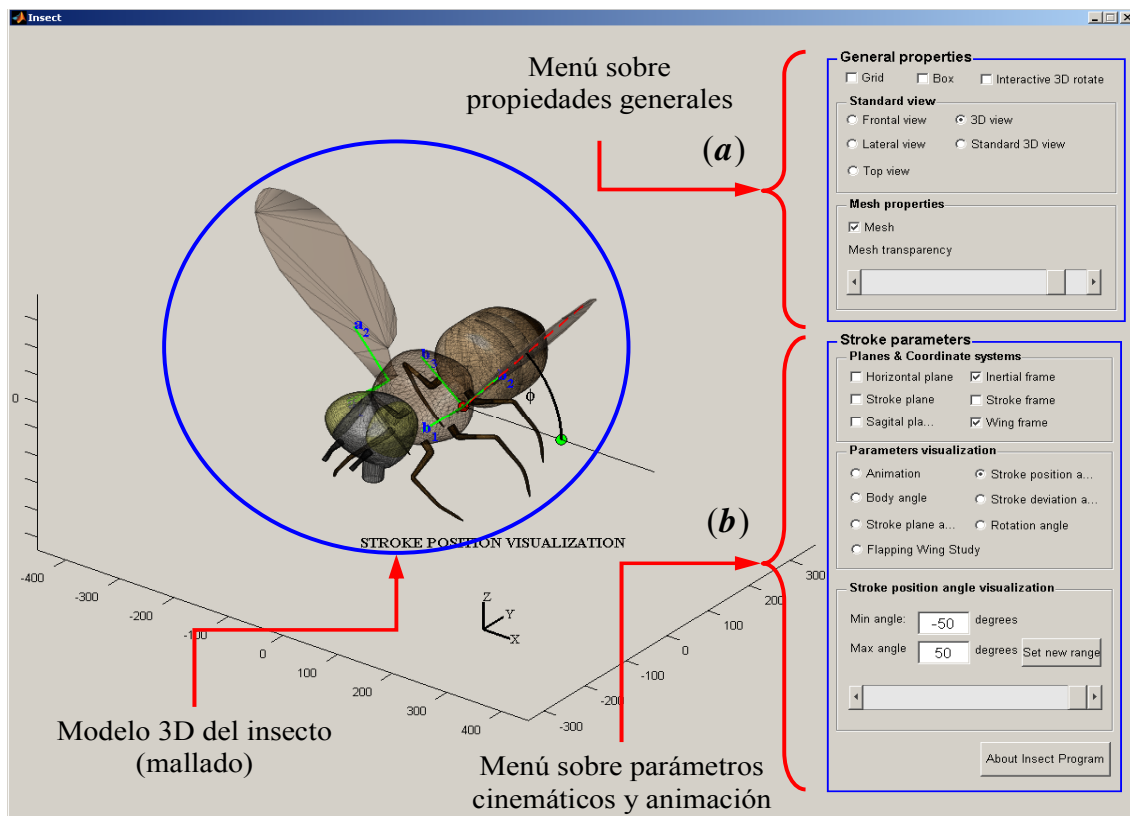
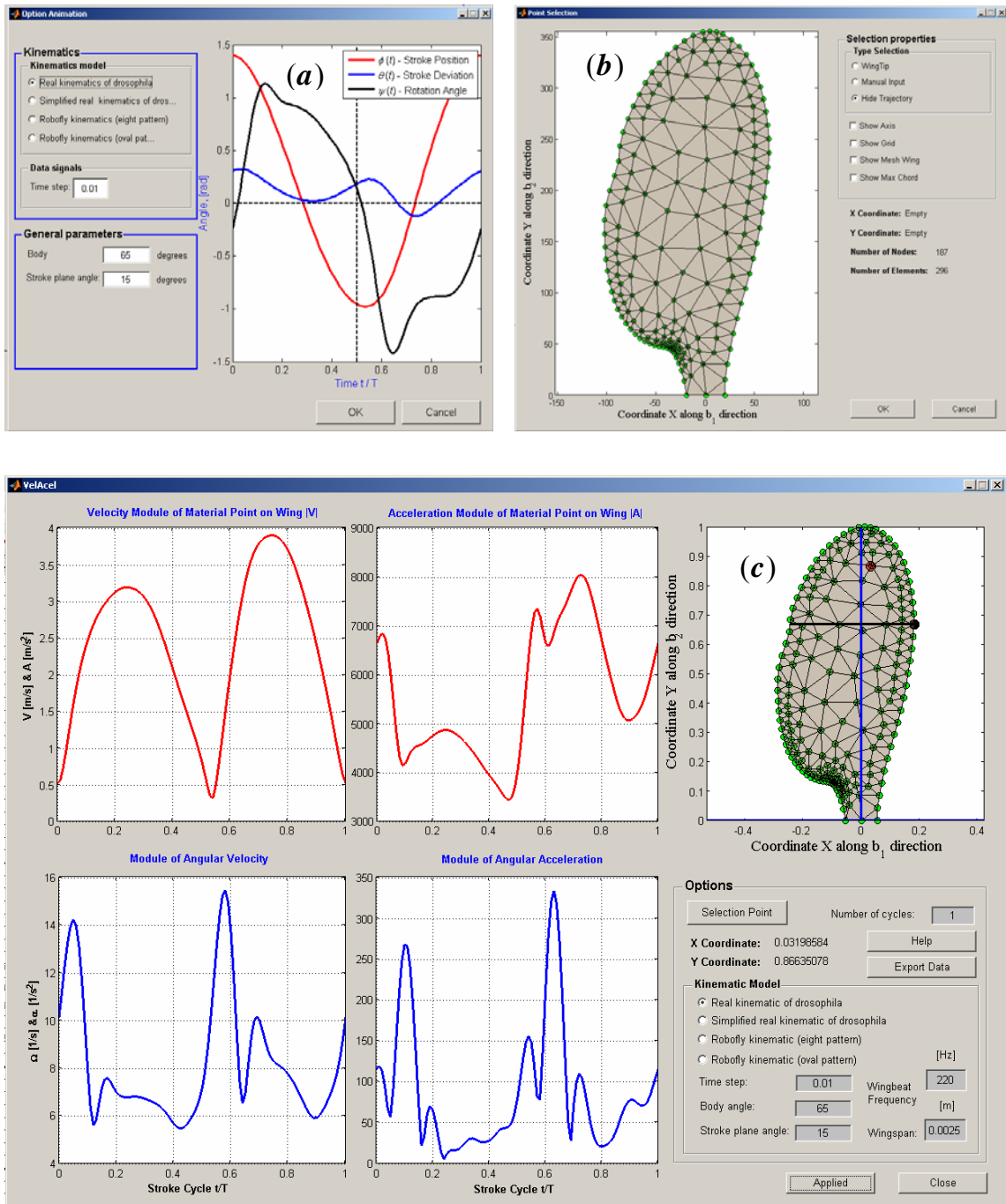


Figura 6.1: Pantalla principal de la interfaz gráfica del programa Insect-MAV.

El programa desarrollado cuenta, además, con pantallas alternativas que facilitan enormemente el procesamiento previo de los datos provenientes de mediciones experimentales de la cinemática de las alas de insectos, y la selección de puntos arbitrarios sobre la superficie del ala del insecto para determinar sus trayectorias 3D, velocidades y aceleraciones (ver figura 6.2a, 6.2b, y 6.2c).



(a) Preprocesador interactivo de interpolación.
 (b) Pantalla para seleccionar puntos sobre el ala para visualizar su trayectoria 3D.
 (c) Pantalla interactiva para estudiar velocidades y aceleraciones de puntos seleccionados del ala.

Figura 6.2: Pantallas secundarias de la interfaz gráfica del programa Insect-MAV.

6.2.2. Señales de entrada

Para estudiar específicamente como diferentes patrones de movimiento afectan la topología de las trayectorias espaciales, velocidades y aceleraciones de puntos arbitrarios pertenecientes a las alas, se han utilizado tres modelos que combinan diferentes funciones para la evolución temporal del ángulo de posición dentro del plano de batimiento $\phi(t)$, el ángulo de desviación respecto del plano de batimiento $\theta(t)$, y el ángulo de rotación $\psi(t)$ (ver figura 6.3).

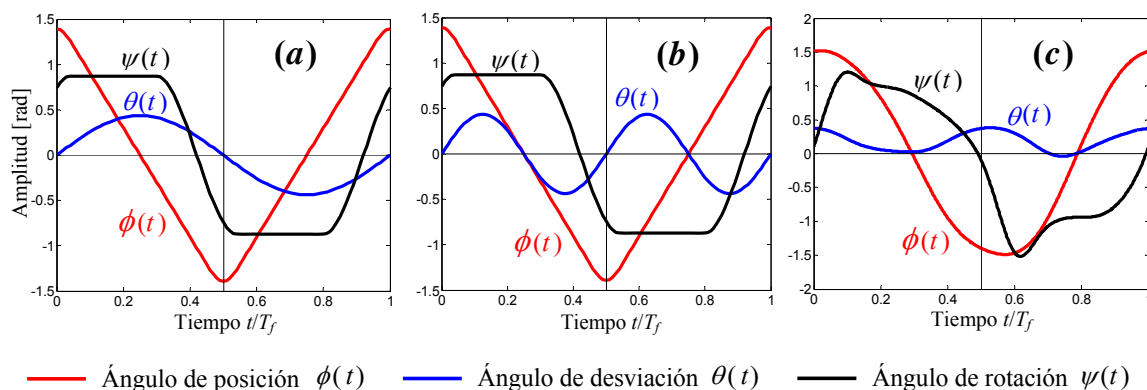


Figura 6.3: Diferentes señales de entrada usadas en el análisis.

Las señales que se muestran en la figura 6.3a y 6.3b son las implementadas por Sane y Dickinson (2001) en su estudio sobre un modelo mecánico a escala de una mosca de la fruta. Se utilizó una función ϕ triangular para generar el ángulo de posición dentro del plano de aleteo; una función armónica θ para el ángulo de desviación respecto del plano de aleteo y una función trapezoidal ψ para el ángulo de rotación, la cual mantiene un valor constante durante cada fase de traslación y una velocidad de rotación constante en cada fase rotacional del ciclo de batimiento. El conjunto de señales mostrados en las figuras 6.3a y 6.3b difieren únicamente en el hecho de que se utilizan dos funciones diferentes para generar el ángulo de desviación, θ :

- un patrón en forma de elipse: el ala se desvía del plano de aleteo siguiendo un ciclo de una función seno por cada ciclo de batimiento (figura 6.3a); y
- un patrón en forma de ocho: el ala se desvía del plano de aleteo siguiendo dos ciclos completos de una función seno por cada ciclo de batimiento (figura 6.3b).

El modelo mostrado en la figura 6.3c es una representación real de la cinemática de una mosca de la fruta en *hovering* (Bos *et al.*, 2007). Para obtener la curva presentada en las figuras 6.3c se utilizó un ajuste por medio de mínimos cuadrados utilizando series de Fourier. Esta técnica se aplicó sobre valores discretos provenientes de mediciones experimentales de la cinemática de insectos en vuelo libre.

6.2.3. Planos de proyección

Debido a las complicaciones existentes para realizar mediciones precisas del movimiento espacial del ala durante un ciclo de batimiento, los biólogos describen dicho movimiento proyectando la trayectoria de puntos materiales pertenecientes al ala sobre tres planos mutuamente perpendiculares (Brodsky, 1994), a) el plano transversal, b) el plano sagital, y c) el plano frontal. Estos se muestran en la figura 6.4.

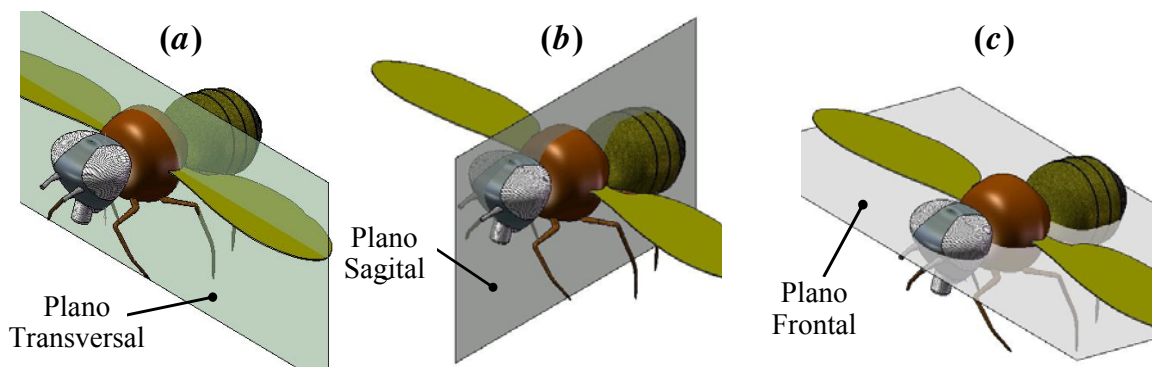


Figura 6.4: Planos utilizados para estudiar las proyecciones de las trayectorias 3D de puntos materiales pertenecientes al ala.

El plano transversal divide al insecto en una porción anterior y otra posterior. El plano sagital lo divide en una mitad derecha y una mitad izquierda, y el plano frontal divide al insecto en una parte dorsal y otra parte ventral.

El movimiento tridimensional del ala se puede estudiar analizando las proyecciones de trayectorias de puntos contenidos en el ala sobre cada uno de estos planos. En particular, si el movimiento del ala es analizado en el plano sagital, se observa que la misma deja de moverse hacia el final de cada fase de traslación (*downstroke* o *upstroke*); estos puntos separan el movimiento ascendente del descendente. Como en realidad el ala no deja de moverse, para estudiar el cambio de dirección en esos instantes de tiempo es necesario proyectar la trayectoria descrita por el ala en otro plano, por ejemplo el plano frontal que se obtiene rotando 90° el plano sagital respecto del eje longitudinal del insecto.

6.2.4. Validación del modelo cinemático desarrollado

Para validar el código desarrollado se contrastaron resultados de simulaciones numéricas con datos experimentales reportados por Dickinson *et al.* (1999) obtenidos con el “*robofly*” descrito en la sección 6.3.3. En la figura 6.5 se muestra el mecanismo y la forma del ala.

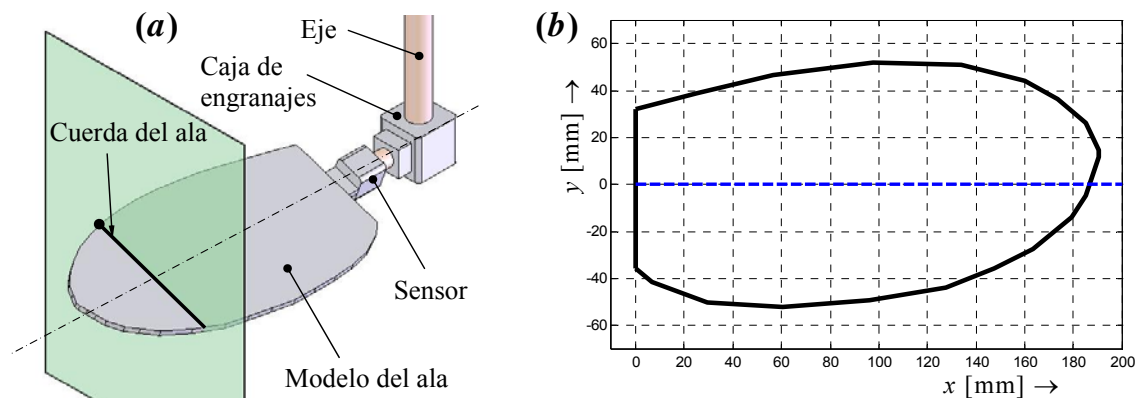


Figura 6.5: *Robofly* (Dickinson *et al.*, 1999); (a) Esquema del robot, (b) forma del ala del *robofly*.

Para reproducir numéricamente la trayectoria de la punta del ala del *robofly* se adoptó un plano de batimiento perfectamente horizontal caracterizado por un valor del ángulo de inclinación del cuerpo $\chi = 0^\circ$ y un valor para el ángulo del plano de batimiento $\beta = 90^\circ$. Se utilizaron las señales de entrada presentadas en la figura 6.3a y 6.3b correspondiente a la cinemática del *robofly*. Las trayectorias tridimensionales de la punta del ala provenientes de las simulaciones numéricas se proyectaron sobre el plano sagital y se compararon en forma cualitativa con mediciones experimentales realizadas sobre el *robofly* (Sane y Dickinson, 2001; Lehmann y Pick, 2007) (ver figura 6.6).

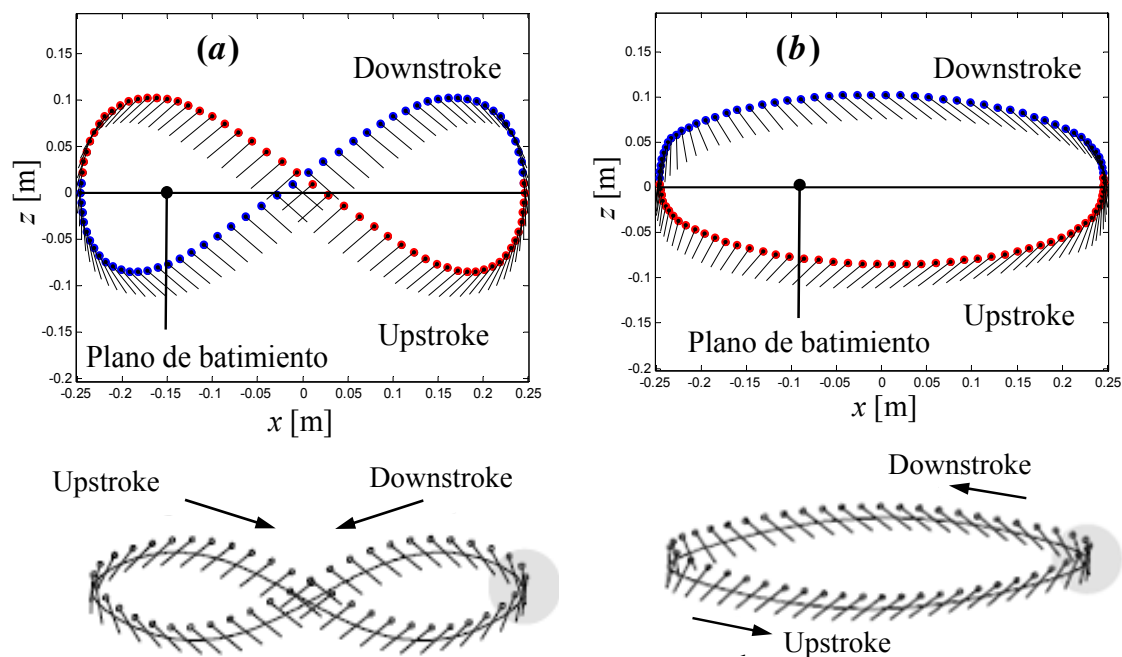
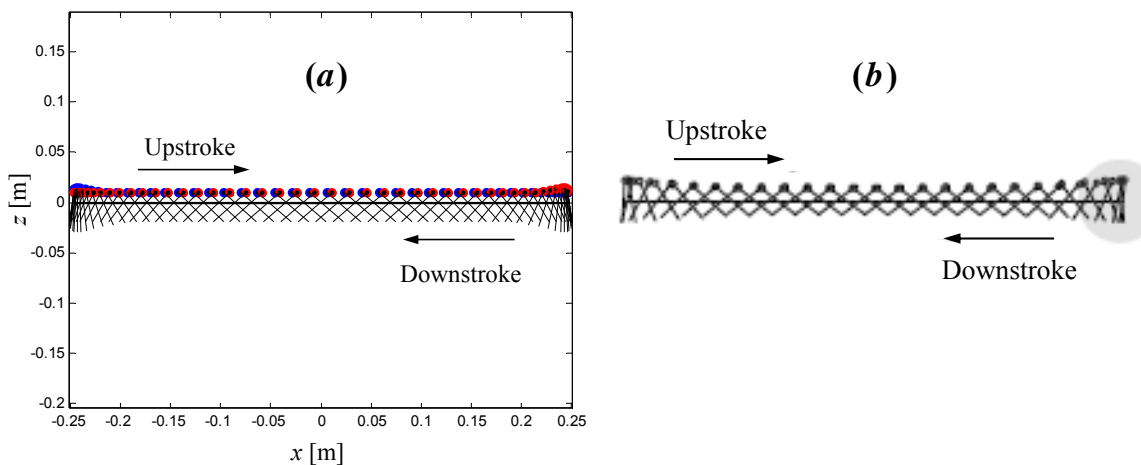


Figura 6.6: Validación del código Insect-MAV: (a) Patrón en forma de ocho; (b) Patrón en forma de elipse.

Los puntos en color azul corresponden a la fase descendente del ala durante un ciclo de batimiento y los puntos en color rojo corresponden a la fase ascendente del ala durante dicho ciclo. La línea unida a estos puntos en cada instante de tiempo representa una porción de la cuerda del ala, y es un indicador de la orientación del ala durante el ciclo de batimiento. En la figura 6.6a se puede observar claramente que la señal de entrada expuesta en la figura 6.3a produce una trayectoria que sigue un patrón en forma “elipse”, mientras que la señal 6.3b produce una trayectoria que sigue un patrón en forma de “ocho” (ver figura 6.6b).

Si el ángulo de desviación respecto del plano de aleteo es idénticamente igual a cero durante todo el ciclo de batimiento, la forma de la trayectoria de la punta del ala cambia radicalmente. La proyección sobre el plano sagital produce básicamente una línea recta (ver figura 6.7).

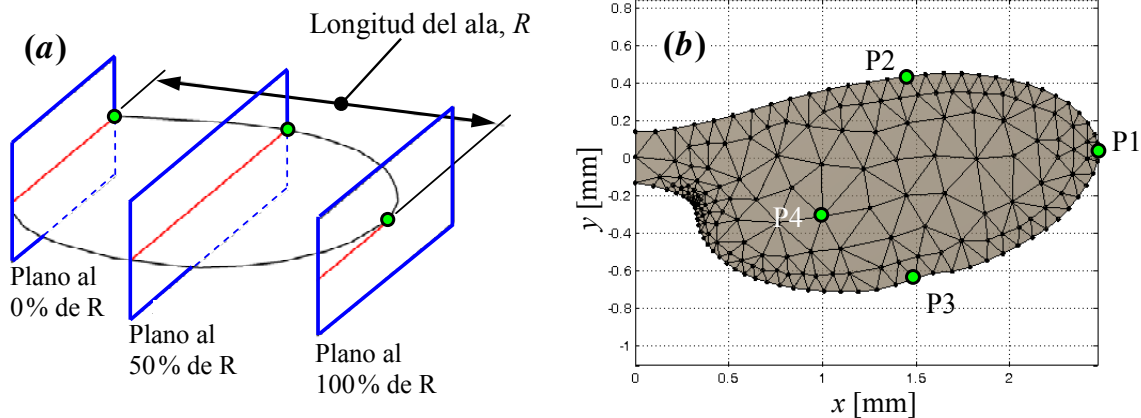


(a) Trayectoria de la punta del ala proyectada sobre el plano sagital (simulaciones numéricas).
 (b) Mediciones sobre el *robobfly* (Sane y Dickinson, 2001).

Figura 6.7: Patrón de movimiento para la señal 6.3a considerando $\theta(t) = 0^\circ$.

6.2.5. Simulaciones numéricas

A continuación se presentan una serie de resultados obtenidos al estudiar la topología de las trayectorias, velocidades y aceleraciones de una serie de puntos de un ala batiente. Tales resultados se dividen en dos grupos. En el *primer grupo* se analizan las trayectorias de puntos ubicados sobre el borde de ataque del ala del *robobfly* al 0, 50, y 100% de la semi envergadura del ala, R (ver figura 6.8a). Para llevar a cabo tales simulaciones se utilizaron los patrones de movimientos expuestos en las figuras 6.3a y 6.3b.



(a) Tres puntos sobre el borde de ataque del ala del *robofly*; (b) Cuatro puntos sobre el ala de un insecto

Figura 6.8: Ubicación de los puntos estudiados.

El segundo grupo de resultados corresponde a simulaciones numéricas para estudiar las trayectorias, velocidades y aceleraciones de diferentes puntos pertenecientes al ala de un insecto considerando el patrón de movimiento expuesto en la figura 6.3c, el cual representa una cinemática real de una mosca de la fruta en vuelo suspendido. Para ello se utilizó un valor para el ángulo de inclinación del cuerpo del insecto de $\chi = 75^\circ$ y un valor del ángulo del plano de aleteo de $\beta = 15^\circ$. Estos valores producen un plano de aleteo perfectamente horizontal el cual es característico de este tipo especial de vuelo estudiado extensamente por Weis Fogh (1972; 1973). Para llevar a cabo dichas simulaciones fueron seleccionados los puntos en color verde que se muestran superpuestos sobre el ala del insecto en la figura 6.8b.

Las trayectorias tridimensionales obtenidas numéricamente tanto para el *robofly* como para el insecto en vuelo suspendido fueron proyectadas sobre el plano sagital y sobre el plano transversal.

Las figuras 6.9 y 6.10 muestran las trayectorias para el primer grupo de simulaciones, utilizando un patrón en forma de elipse (señal expuesta en 6.3a) y un patrón en forma de ocho (señal expuesta en 6.3b).

Específicamente, la figura 6.10 revela la importancia de los planos de proyección en el análisis de las trayectorias tridimensionales de un ala batiente. Si el patrón de movimiento concerniente a la figura del “ocho” es proyectado sobre el plano transversal se puede observar una especie de circunferencia deformada (que depende verdaderamente del punto bajo estudio) en la cual no se puede distinguir ninguna fase de traslación

(*downstroke* o *upstroke*) o fase de rotación (supinación o pronación). Por el contrario, si la proyección se realiza sobre el plano sagital, se obtiene un patrón en forma de ocho, en el cual se pueden distinguir apropiadamente las cuatro fases que componen un ciclo de batimiento.

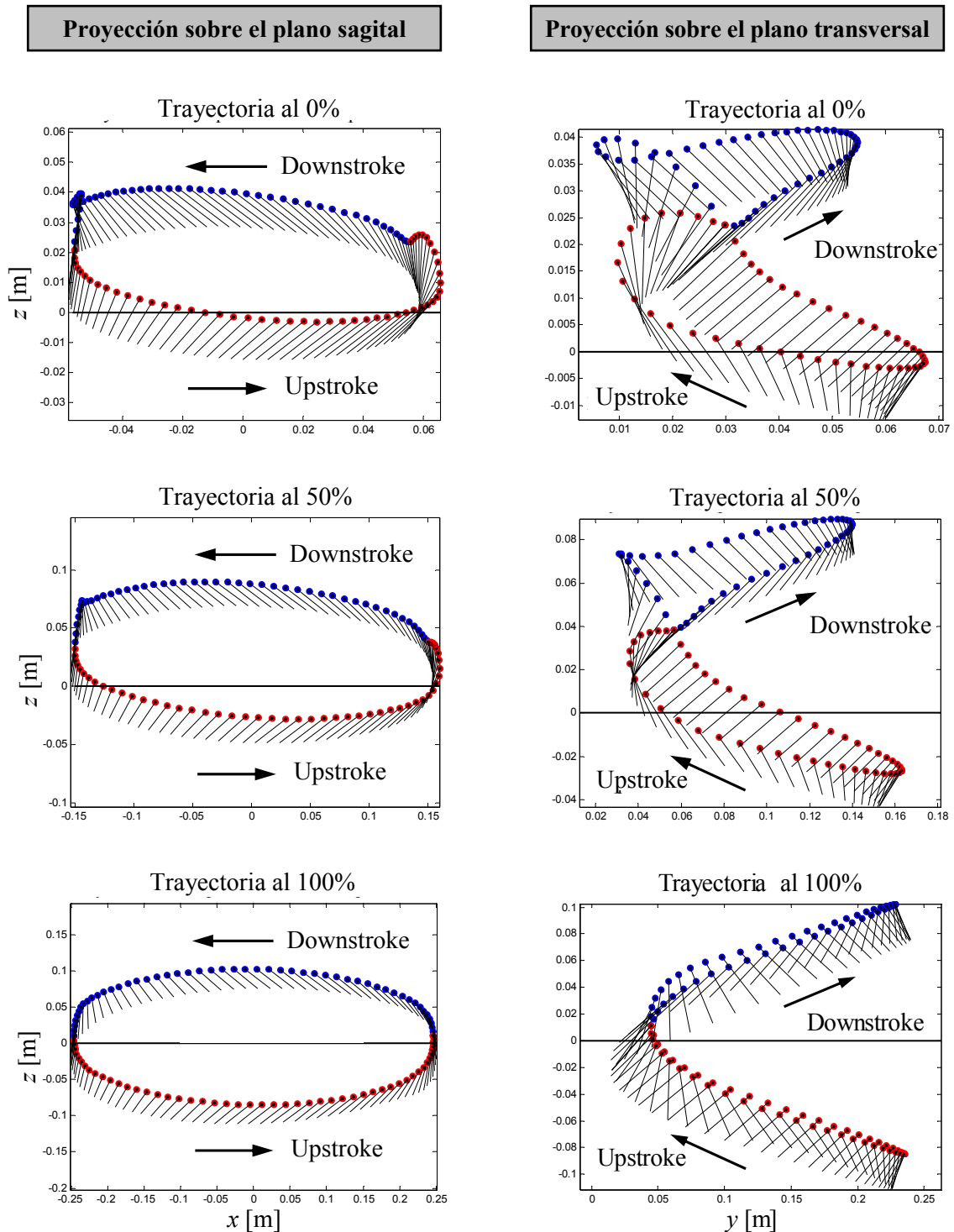


Figura 6.9: Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la semi envergadura del ala del *robofly* (patrón en forma de elipse).

Proyección sobre el plano sagital

Proyección sobre el plano transversal

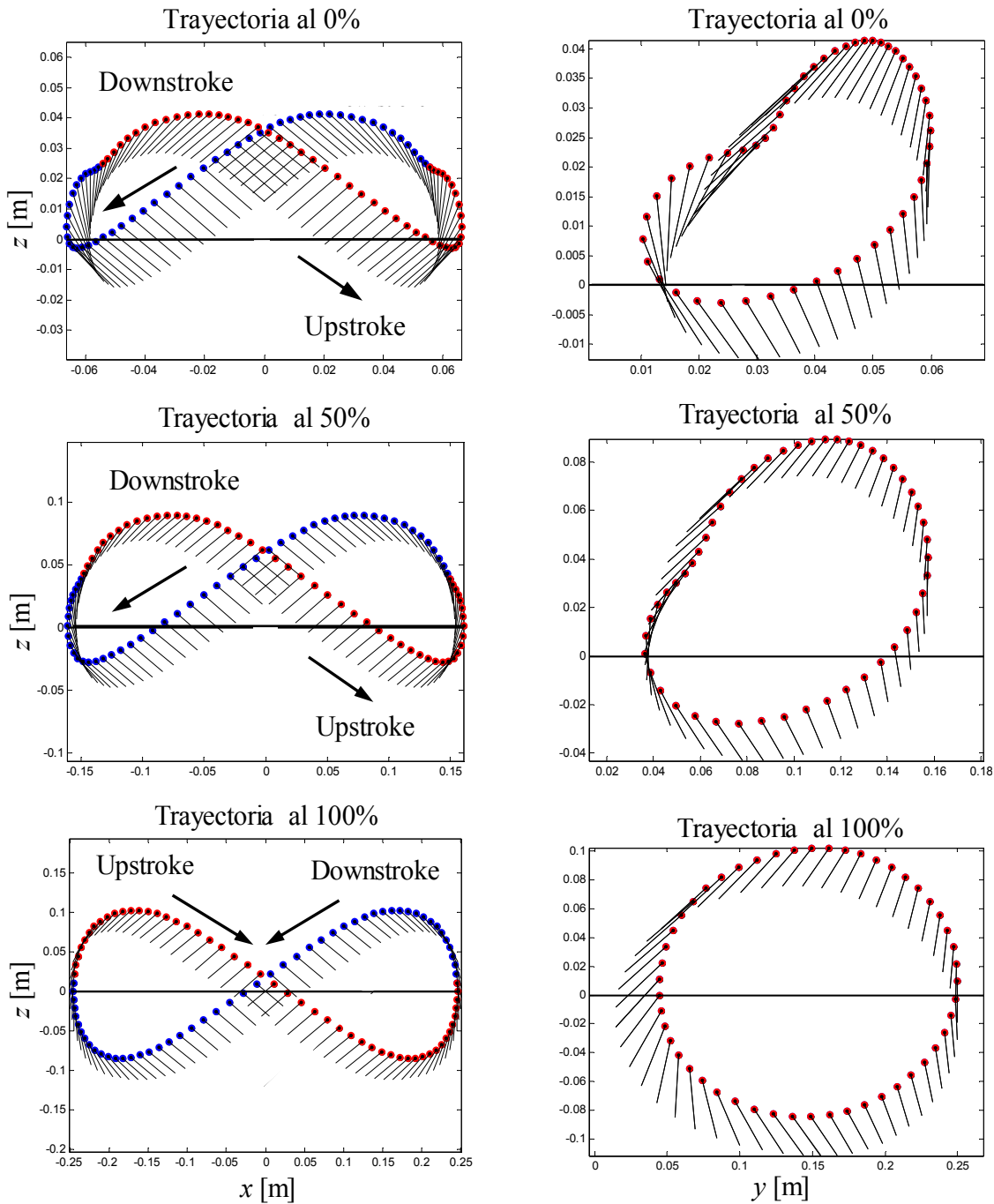


Figura 6.10: Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la semi envergadura del ala del *robofly* (patrón en forma de ocho).

A continuación se presenta el segundo grupo de resultados numéricos, en los cuales se muestran las trayectorias (figura 6.11), las velocidades y las aceleraciones (figura 6.12) para los puntos P1, P2, P3 y P4 indicados en la figura 6.8b utilizando la señal de entrada correspondiente a una representación real de la cinemática de una mosca de la fruta en vuelo suspendido.

Proyección sobre el plano sagital

Proyección sobre el plano transversal

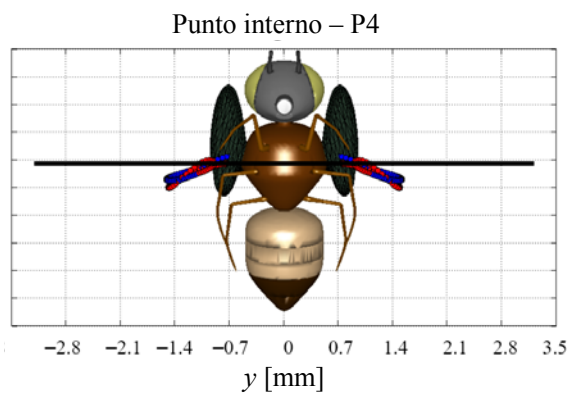
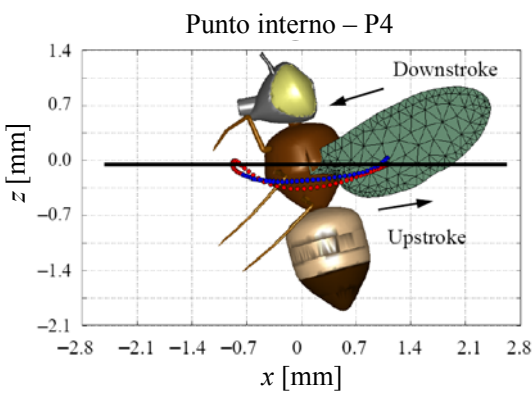
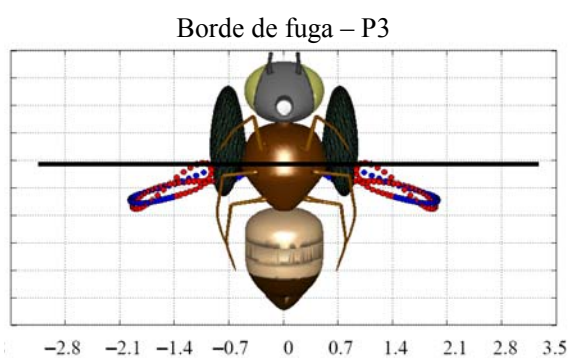
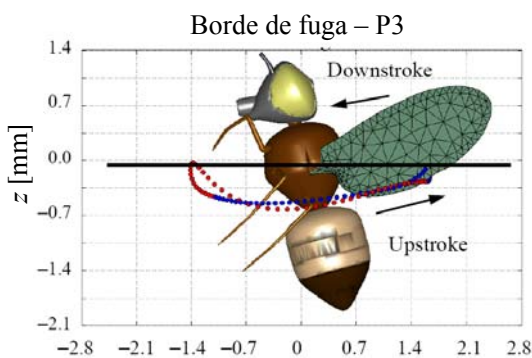
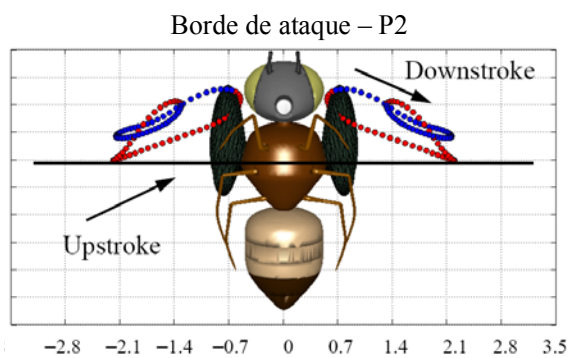
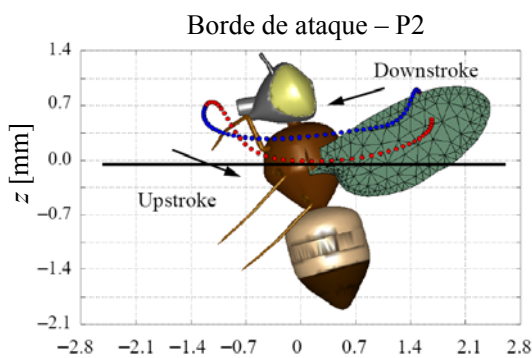
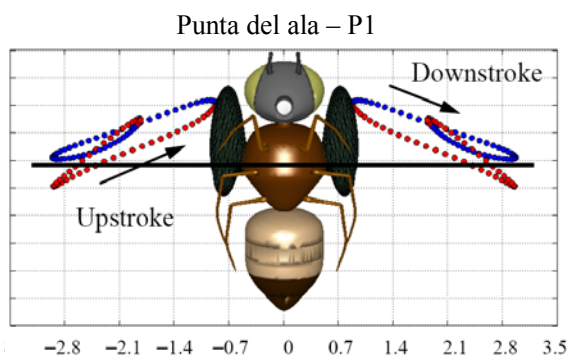
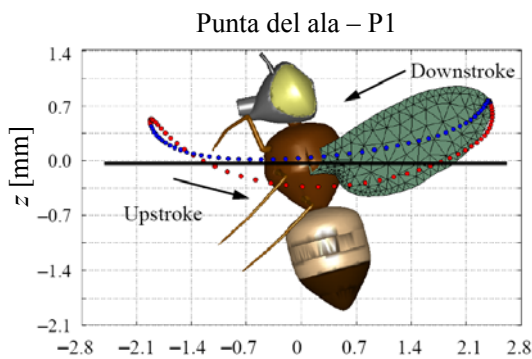


Figura 6.11: Trayectorias de puntos contenidos en el ala proyectadas sobre el plano sagital y transversal (patrón real de una mosca en vuelo suspendido).

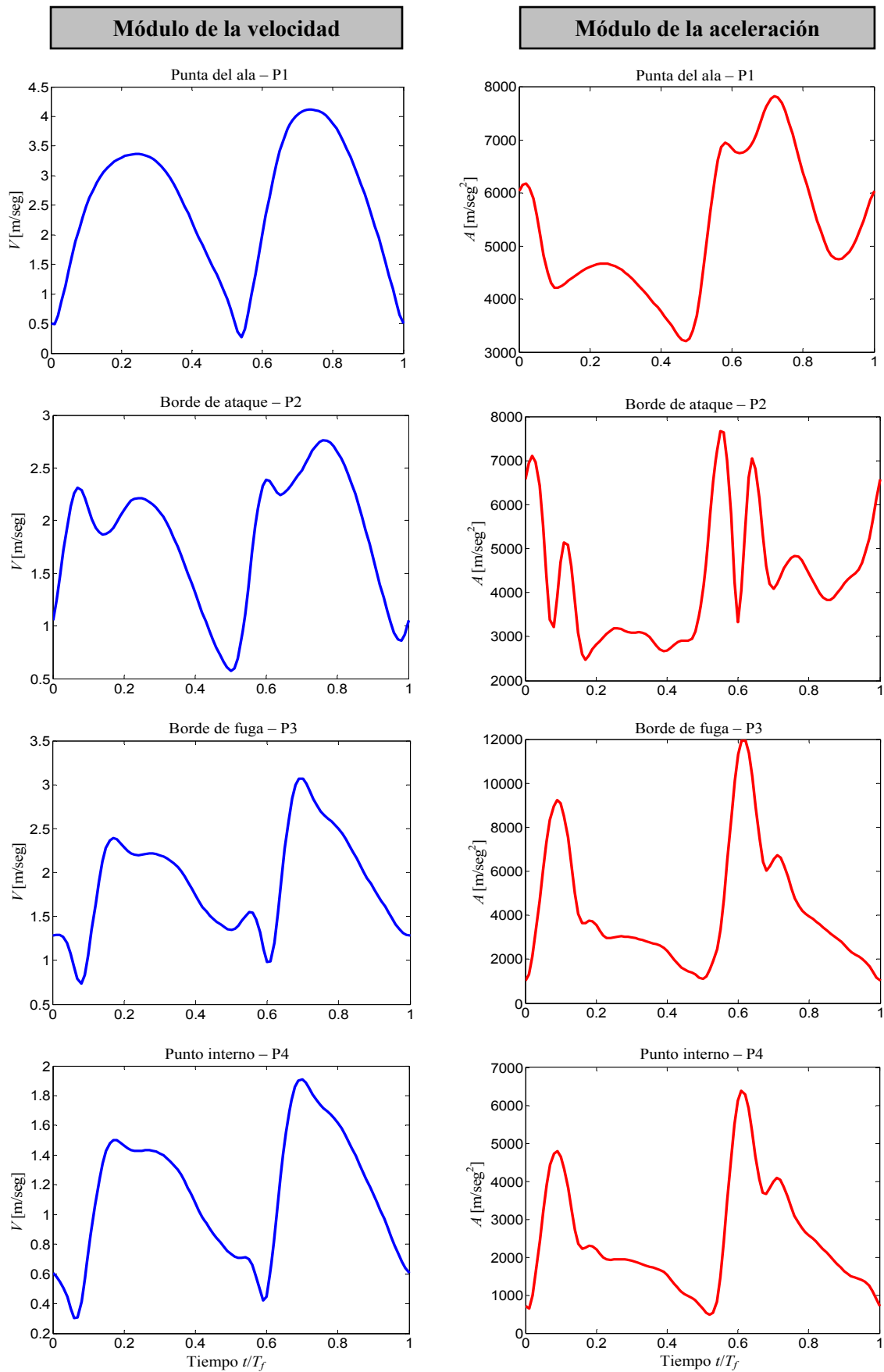


Figura 6.12: Módulo de la velocidad y de la aceleración de los puntos P1, P2, P3 y P4 expresadas en el marco de referencia inercial, N.

La protuberancia extra que aparece en el gráfico del ángulo de rotación (ver figura 6.3c), tanto en el comienzo del *downstroke* como en el del *upstroke* provoca una disminución de la amplitud del ángulo de ataque efectivo del ala, lo cual implica que la orientación del ala es casi horizontal. Esto se traduce en un marcado decremento de las fuerzas de arrastre sobre el ala, mejorando, de esta manera, el desempeño aerodinámico del insecto.

Las trayectorias bidimensionales expuestas en este trabajo para diferentes puntos materiales pertenecientes al ala y diferentes señales de entradas muestran el complejo movimiento que describe el ala durante un ciclo de batimiento. Estas trayectorias son radicalmente distintas entre sí y, como se muestra en la sección siguiente, tienen una incidencia significativa sobre la capacidad de maniobra y sobre la producción de mecanismos de vuelo no convencionales que desarrollan los insectos en diferentes condiciones de vuelo.

Los cambios bruscos en la velocidad y en la aceleración que se observan en la figura 6.12 hacia el final de cada fase de traslación (donde el ala cambia rápidamente la dirección de su movimiento, $t/T_f = 0.5$) tienen una gran influencia sobre las fuerzas de sustentación producidas por la rotación del ala respecto de su eje longitudinal (*rotational lift*) (Dickinson *et al.*, 1999) y sobre las fuerzas generadas debido a la captura de la estela (*wake capture*). Estos mecanismos aerodinámicos no estacionarios dependen explícitamente de la fase rotacional del ciclo de batimiento (pronación y supinación) e interactúan con mecanismos tales como el retraso de la pérdida dinámica (*delayed stall*) que depende, básicamente, de la fase de traslación del ala. Por otro lado, es de vital importancia conocer las trayectorias, velocidades y aceleraciones de puntos materiales pertenecientes al ala para intentar efectuar un correcto análisis de la dinámica y aerodinámica de insectos voladores.

6.3. Estudio de la aerodinámica de alas batientes

En esta sección se presentan resultados numéricos concernientes a la aerodinámica de alas batientes. Se utilizan resultados numéricos obtenidos con el código computacional desarrollado para verificar la correcta implementación del modelo aerodinámico adoptado. Para ello se comparó el coeficiente de sustentación calculada para un ala batiente sujeta a torsión con los valores computados por Neef y Hummel (2001) y por Stanford y Beran (2010). Luego se utilizan datos de sustentación medidos experimen-

talmente sobre el *robotfly* reportados por Dickinson *et al.* (1999) para realizar una validación final de la versión modificada del UVLM y testear su aplicabilidad al análisis aerodinámico de alas batientes. Finalmente se presentan resultados para la fuerza de sustentación considerando: *i*) diferentes patrones de deformación sobre las alas; y *ii*) la presencia o no del cuerpo del insecto. Finalmente, se presenta un análisis aerodinámico para una mosca de la fruta en vuelo suspendido.

6.3.1. Código computacional desarrollado

Para llevar a cabo los estudios sobre el vuelo con alas batientes aquí expuestos se desarrolló una herramienta numérica donde se implementó la formulación presentada en esta tesis. El código computacional fue escrito en Fortran 90 y compilado para ser ejecutado en un sistema operativo Windows®. Para obtener mayor velocidad de ejecución se han utilizado opciones de optimización automáticas específicas para procesadores Intel® disponibles en el compilador de Fortran empleado. Para todos los casos, el código fue ejecutado en una computadora de escritorio con un procesador TM i5-2500 – 3.30 GHz, memoria RAM DDR3 de 4 GB, y disco rígido de 1 TB.

6.3.2. Verificación numérica del UVLM

Neef y Hummel (2001) utilizaron el programa FLOWer desarrollado por DLR Braunschweig, Alemania para estudiar el coeficiente de sustentación de un ala batiente sujeta a una deformación por torsión. En el experimento numérico llevado a cabo por esos autores se consideró un ala rectangular ($AR = 8$), un perfil alar NACA 0012, una amplitud para el movimiento de batimiento de $\phi_0 = 15^\circ$, y una frecuencia reducida igual a 0.1. La frecuencia reducida se computó como:

$$k = \frac{\pi f c}{V_\infty}, \quad (6.1)$$

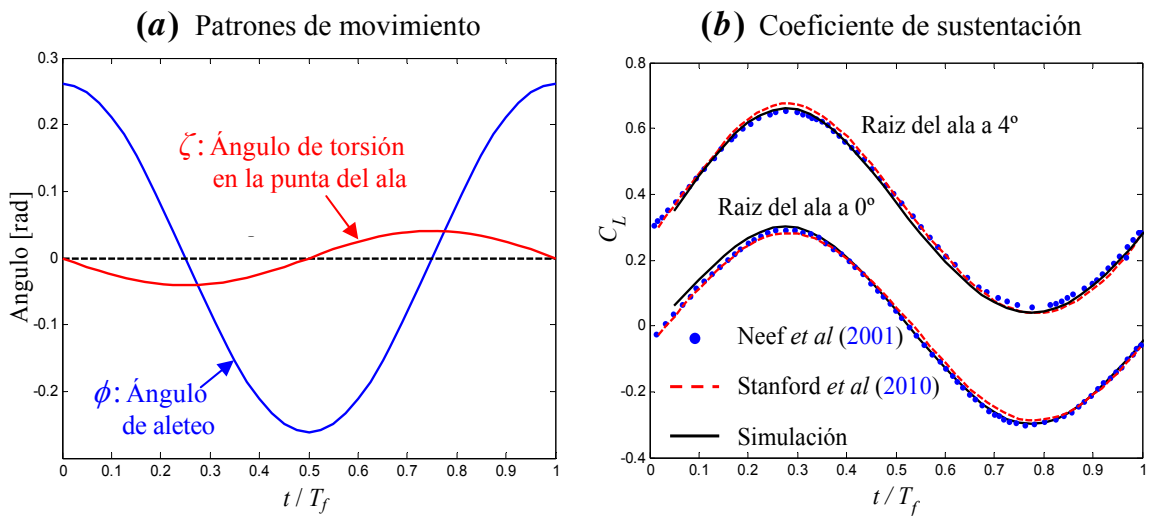
donde f es la frecuencia de oscilación, c es la longitud de la cuerda y V_∞ es la magnitud de la velocidad de la corriente libre. Para llevar a cabo el análisis, Neef y Hummel definieron dichos parámetros en base a características morfológicas y cinemáticas asociadas a grandes aves en vuelo crucero, como por ejemplo las gaviotas, con lo cual obtuvieron un valor para la cuerda $c = 0.16$ m, y un valor para la frecuencia $f = 3$ s⁻¹.

Además, se debe destacar que el movimiento de aleteo está acoplado con una deformación por torsión que varía linealmente a lo largo del eje de rotación (borde de ataque) con un ángulo máximo de torsión en la punta del ala de 4° . Para prescribir la variación temporal de ambos movimientos se utilizaron funciones armónicas dadas por:

$$\begin{aligned}\phi(t) &= \phi_0 \cos(2\pi f t), \text{ y} \\ \zeta(\eta; t) &= \zeta_0(\eta) \cos(2\pi f t + \gamma),\end{aligned}\tag{6.2}$$

donde $\zeta(\eta; t)$ es el ángulo de torsión, η es la coordenada espacial a lo largo del borde de ataque del ala, γ es el ángulo de desfase entre el movimiento de aleteo y la deformación por torsión ($\gamma = 90^\circ$), y $\zeta_0(\eta) = \zeta_{0,R} \eta/R$, siendo $\zeta_{0,R}$ el ángulo de torsión en la punta del ala, es decir cuando $\eta = R$.

En la figura 6.13a se presenta la evolución temporal de los ángulos $\phi(t)$ y $\zeta(\eta; t)$. En la figura 6.13b se muestra el coeficiente de sustentación obtenido con la herramienta numérica desarrollada superpuesto con aquellos computados por Neef y Hummel (2001) y por Stanford y Beran (2010). Esta comparación se realizó para dos configuraciones de vuelo diferentes; una en la cual la raíz del ala está inclinada un ángulo constante de 4° con respecto al plano horizontal (es decir, con un ángulo de ataque $\alpha = 4^\circ$) y una segunda configuración con una inclinación nula ($\alpha = 0^\circ$).



(a) Patrones de movimiento; (b) Comparación de resultados para el coeficiente de sustentación

Figura 6.13: Validación del método de red de vórtices no lineal y no estacionario.

Por último, en la figura 6.14a se muestra la evolución temporal de la estela obtenida con la herramienta numérica desarrollada para el caso en el cual la raíz del ala está inclinada 4° con respecto al plano horizontal, y en la figura 6.14b el patrón de movimiento que ejecuta el ala batiente a lo largo de un ciclo de aleteo.

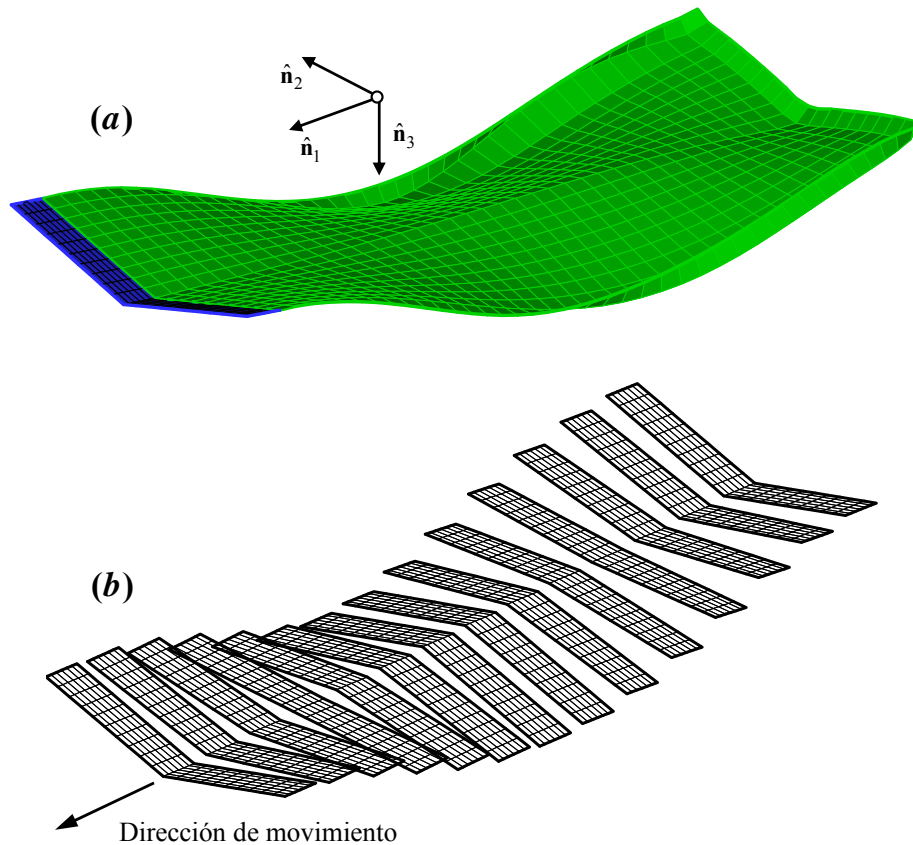


Figura 6.14: (a) Evolución temporal de la estela; (b) Patrón de movimiento del ala batiente.

Para llevar a cabo la simulación numérica presentada en las figuras 6.13 y 6.14 se discretizó el ciclo de batimiento en 40 pasos de tiempo igualmente espaciados y se adoptó una discretización espacial para el ala de 120 paneles, 6 paneles a lo largo de la cuerda y 20 paneles a lo largo de la envergadura.

Las pequeñas diferencias observadas entre el coeficiente de sustentación computado por Stanford y Beran (2010) y el calculado con el código computacional desarrollado como parte de este trabajo es atribuible a las dos versiones distintas de la ecuación de Bernoulli utilizada para el cálculo de las cargas aerodinámicas y a ciertos parámetros que deben ser definidos por el usuario, tal como el radio del *cut-off*. Se debe destacar además que, tanto en la simulación presentada anteriormente como en los resultados reportados por Stanford y Beran, no se incorporó el efecto de los vórtices de puntera.

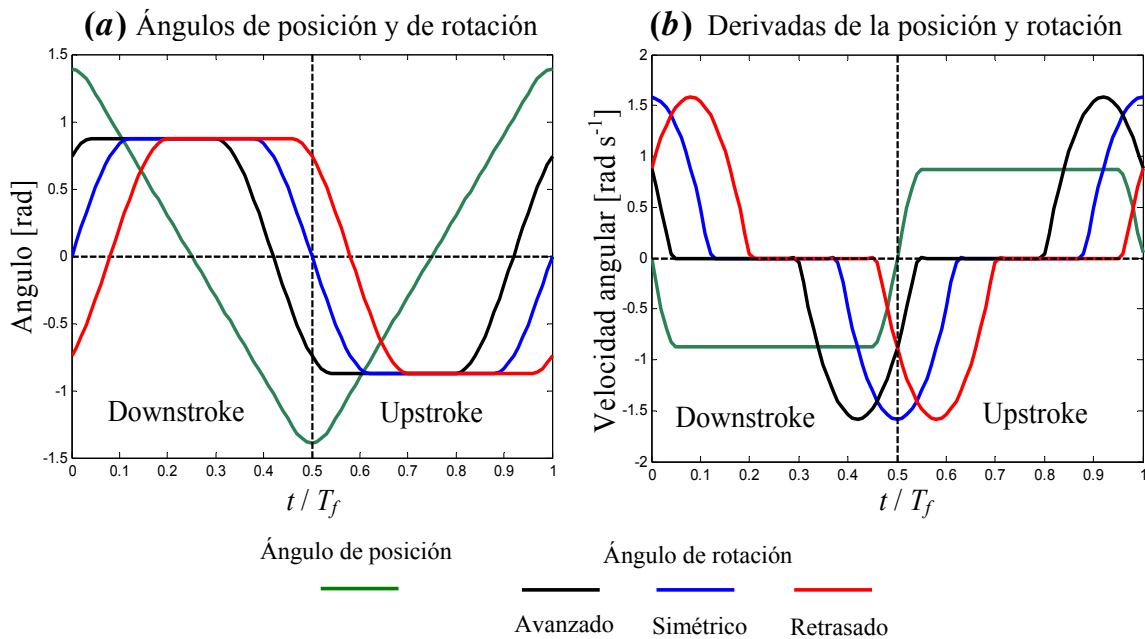
6.3.3. Validación con el *robofly*

En esta subsección se comparan las fuerzas de sustentación obtenidas con el modelo aerodinámico implementado en este trabajo con las fuerzas de sustentación medidas experimentalmente con el *robofly* reportadas por Dickinson *et al.* (1999).

En el experimento llevado a cabo por Dickinson *et al.* se utilizó un modelo robótico escalado dinámicamente de una mosca de la fruta (*Drosophila melanogaster*). El movimiento de las dos alas del robot es controlado por un conjunto de seis motores paso a paso, los cuales permiten que cada ala pueda rotar alrededor de tres ejes. A su vez, las alas están sumergidas en un tanque cuya sección transversal es cuadrada de 1x1 m de lado y una altura de 2 m, lleno con aceite mineral ($\rho_{oil} = 880 \text{ Kg/m}^3$, $\nu_{oil} = 115 \text{ cSt}$). El ala del *robofly* fue construida en Plexiglas con una longitud $R = 25 \text{ cm}$ y su forma es similar al ala de una mosca de la fruta (ver figura 6.5). La viscosidad del fluido en el tanque, la longitud del ala, R , y la frecuencia de batimiento fueron seleccionados de tal manera que el número de Reynolds resultante sea igual al número de Reynolds típico del vuelo de estos insectos ($Re = 136$). Los patrones cinemáticos empleados por el equipo de Dickinson incluyen una frecuencia de batimiento $n_f = 0.145 \text{ Hz}$, una amplitud para el ángulo de posición de 160° y una amplitud para el ángulo de ataque de 40° a la mitad de cada fase de traslación *downstroke* o *upstroke*. El ángulo de referencia usado para disparar el mecanismo de desprendimiento del borde de ataque es $\alpha_c = 12^\circ$.

Para prescribir el movimiento del ala se utilizaron tres relaciones de fase entre la etapa rotacional del ala y el momento en que la misma invierte su dirección de movimiento (*reversal stroke*), estas son: *i*) la rotación del ala precede la inversión de movimiento del ala en una cantidad igual al 8% del ciclo de batimiento (patrón avanzado); *ii*) la rotación de ala ocurre simétricamente con respecto a la inversión de movimiento del ala (patrón simétrico); y *iii*) la rotación del ala ocurre posterior a la inversión de movimiento del ala en una cantidad igual al 8% del ciclo de batimiento (patrón retrasado) (ver figura 6.15).

A continuación se presentan simulaciones numéricas para cada una de las relaciones de fase expuestas en la figura 6.15. En las simulaciones, el ciclo de batimiento se discretizó en 100 pasos de tiempo, cada ala se discretizó con 384 paneles aerodinámicos, y el ángulo de desviación respecto del plano de aleteo se asumió nulo durante todo el ciclo de batimiento. Esta última consideración produce un patrón de movimiento plano, similar al expuesto en la figura 6.7.



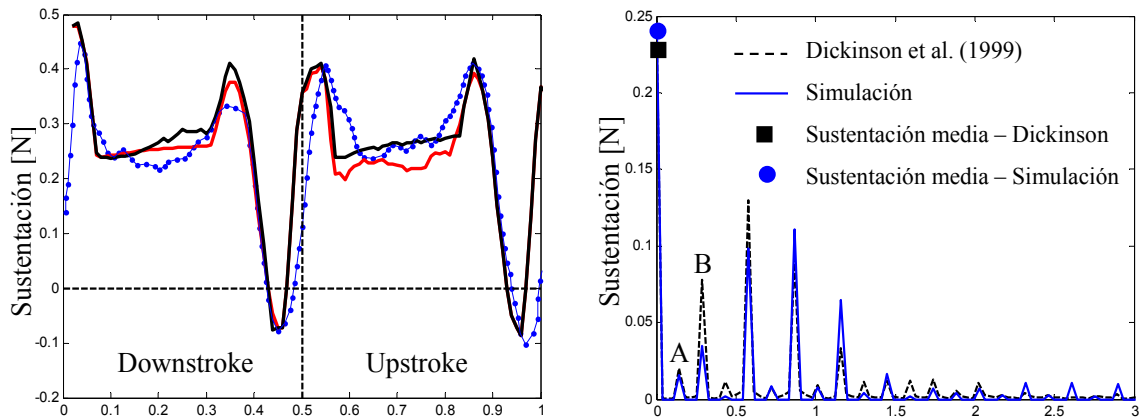
(a) Variación del ángulo de posición y del ángulo de rotación;
 (b) Derivada temporal del ángulo de posición y del ángulo de rotación.

Figura 6.15: Cinemática del *robofly*.

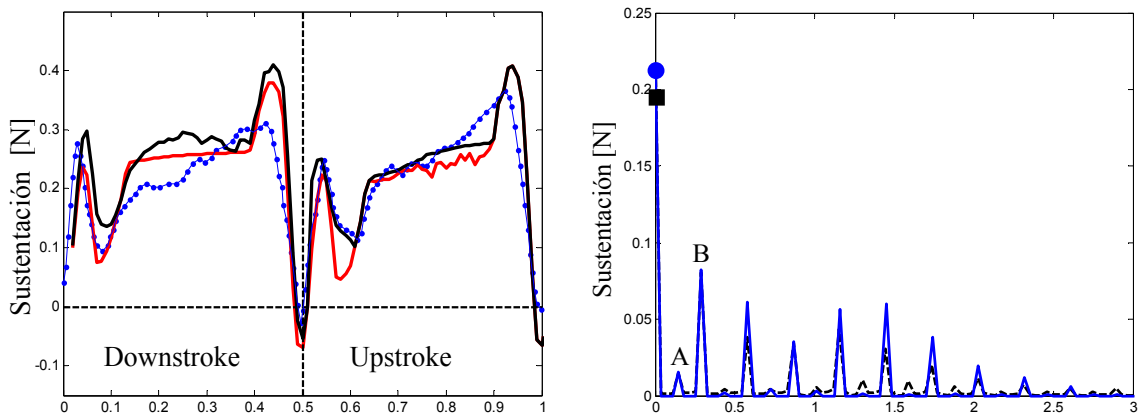
En la figura 6.16 se presentan resultados numéricos para la fuerza de sustentación: *i*) considerando el fenómeno de separación desde el borde de ataque y *ii*) sin considerar dicho fenómeno, luego se los compara con los resultados reportados por Dickinson *et al.* (1999). Además, se presenta una comparación adicional en términos del contenido en frecuencia de ambas señales.

Como se puede observar en la figura 6.16, los resultados provenientes de las simulaciones numéricas que incluyen separación desde el borde de ataque tienen una excelente concordancia con los datos experimentales, notándose una leve sobrestimación de la sustentación en la primera fase traslacional para los patrones de movimiento simétrico y retrasado. Por otro lado, las curvas de sustentación coinciden casi exactamente con las mediciones experimentales en las fases rotacionales independientemente de la incorporación del LEV. Estos resultados concuerdan con estudios previos que puntualizan la importancia de la separación adicional del borde de ataque en las fases de traslación del ciclo de batimiento (Birch y Dickinson, 2001). Los picos opuestos que se producen en el momento en que el ala invierte su dirección de movimiento son, también, bien captados por el modelo aerodinámico implementado, mostrando una sincronía excelente en tiempo. Además, la magnitud de los picos positivos y negativos en las curvas de sustentación son consistentes con los valores experimentales.

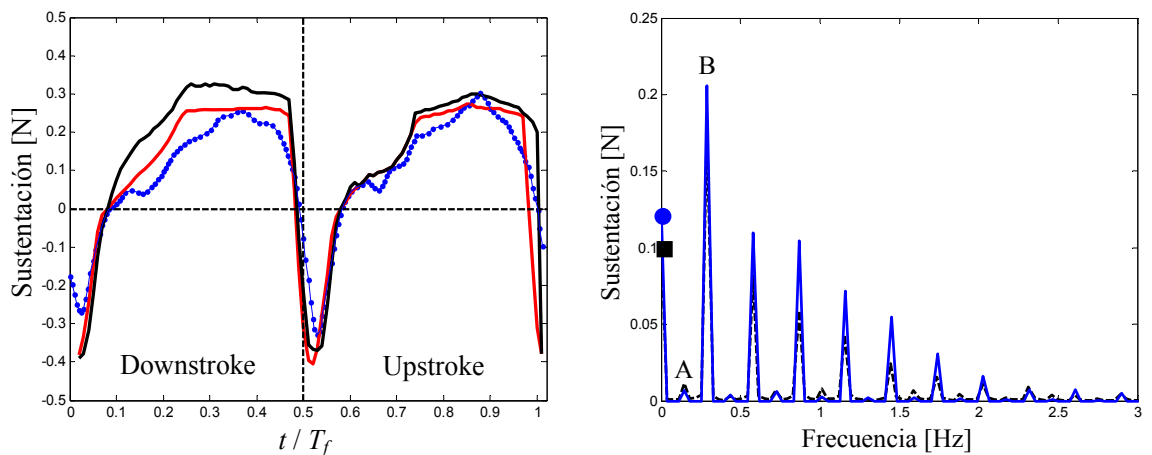
(a) Patrón avanzado



(b) Patrón simétrico



(c) Patrón retrasado



Simulaciones numéricas — con LEV — sin LEV — Simulaciones → ● sustentación media
 Experimental Dickinson et al (1999) — — Dickinson et al → ■ sustentación media

Figura 6.16: Comparación entre resultados provenientes de simulaciones numéricas y mediciones experimentales realizadas sobre el *robotfly* (primer ciclo de batimiento).

Los resultados numéricos, obtenidos con el modelo aerodinámico implementado, expuestos en la figura 6.16 muestran mejor concordancia que estudios numéricos previos, como por ejemplo el análisis mediante CFD llevado a cabo por Sun y Tang (2002) donde la correlación con los resultados reportados por Dickinson *et al.* (1999) es muy pobre; y el modelo no estacionario, no lineal y cuasi-tridimensional para un ala batiente en *hovering* desarrollado por Ansari *et al.* (2006a, 2006b) el cual muestra una buena tendencia para las curvas de sustentación y empuje, pero sobrestima los picos positivos y negativos en dichas curvas con respecto a los resultados publicados por Birch y Dickinson (2001).

Por otro lado, existe mucha evidencia que indica que los insectos voladores cambian activamente los patrones de movimiento de sus alas con el objetivo de maximizar las fuerzas aerodinámicas en etapas específicas del vuelo (por ejemplo, en una maniobra de viraje). De hecho, las fuerzas generadas mediante el batimiento de alas son muy sensibles a la relación de fase que existe entre la etapa rotacional del ciclo de batimiento y el momento en que el ala revierte su dirección de movimiento (Fry *et al.*, 2005). De acuerdo a estos resultados, un insecto volador podría utilizar un patrón avanzado para generar el incremento de sustentación necesario para producir una aceleración neta en la dirección vertical. Definitivamente, los resultados expuestos en la figura 6.16 muestran una excelente concordancia en tendencia y magnitud con los resultados reportados por Dickinson *et al.* (1999) para los tres casos analizados (patrón avanzado, patrón simétrico, y patrón retrasado). Estos resultados son significativos porque justifican el uso de un modelo aerodinámico basado en la red de vórtices no lineal y no estacionario para estudiar el comportamiento aerodinámico tridimensional de insectos voladores en diferentes configuraciones de vuelo, en especial el vuelo suspendido.

Otra característica notable mostrada en la figura 6.16 es la sincronía entre las mediciones experimentales y las predicciones numéricas obtenidas mediante la herramienta computacional desarrollada. Para apreciar este rasgo apropiadamente se computó la transformada rápida discreta de Fourier (*fast Fourier transform*, FFT) para cada uno de los patrones de movimiento (avanzado, simétrico y retrasado); también presentadas en la figura 6.16.

En el contenido en frecuencia de las mediciones experimentales llevadas a cabo por Dickinson se pueden identificar dos puntos importantes, la frecuencia del movimiento (punto A, $n_f = 0.1446$ Hz) y dos veces dicha frecuencia (punto B, $2n_f = 0.2893$ Hz) en

conjunto con un número de armónicos. El punto B identifica la repetición de la fase de traslación en el ciclo de batimiento (frecuencia de paso). Por otro lado, el contenido en frecuencia de la fuerza de sustentación computada con el modelo aerodinámico implementado contiene las frecuencias de movimiento del ala (punto A: $n_f = 0.145$ Hz y punto B: $2n_f = 0.290$ Hz).

Otra estimación adicional de la calidad y precisión del modelo utilizado puede ser obtenido comparando los valores de sustentación media, \bar{L} . En la Tabla 6.1 se muestran los valores del contenido en frecuencias y sustentación media para cada uno de los casos analizados anteriormente.

Tabla 6.1: Comparación del valor de la sustentación entre valores numéricos y experimentales.

Simulación de un ciclo de batimiento		Frecuencia [Hz]	Sustentación media [N]
Patrón Avanzado	Experimental	0.1446 – 0.2893	0.2301
	Simulación	0.1450 – 0.2900	0.2411
Patrón Simétrico	Experimental	0.1446 – 0.2893	0.2139
	Simulación	0.1450 – 0.2900	0.2132
Patrón Retrasado	Experimental	0.1446 – 0.2893	0.1001
	Simulación	0.1450 – 0.2900	0.1180

Es importante mencionar que el valor de referencia α_c a partir del cual se comienza a desprender vorticidad desde el borde de ataque no tiene una influencia significativa sobre los resultados presentados anteriormente. Específicamente, se investigó un rango comprendido entre 8° y 15° para α_c notándose leves diferencias que no afectan la forma ni la magnitud de los picos en las fuerza de sustentación; esto para cada uno de los patrones de movimiento analizados.

Además, el hecho de que el contenido en frecuencia y el valor de la sustentación media entre las mediciones experimentales y las simulaciones numéricas sean tan próximos implica que la física del problema es bien captada por el modelo utilizado. La versión extendida del método de red de vórtices no lineal y no estacionario desarrollada e implementada como parte de este trabajo de tesis puede predecir el flujo no estacionario e incorporar el fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque por medio de un esquema basado en un mecanismo todo o nada, sin embargo este modelo sigue siendo inviscido y por lo tanto los efectos viscosos no son captados (zonas de separación,

transición, y reatado del flujo, entre otros). A pesar de ello, la extraordinaria similitud en la tendencia, sincronía y magnitud de las fuerzas de sustentación provenientes de las simulaciones numéricas en comparación con resultados experimentales implican que los efectos inerciales son mucho más importantes que los efectos viscosos en el vuelo a pequeña escala. En resumen, estos resultados permiten inferir que la interacción entre vórtices es el fenómeno principal que permite a los insectos generar suficiente sustentación para poder volar.

La figura 6.17 muestra la evolución temporal de la estela en el *robofly* para el caso de patrón avanzado (verde para la estela desprendida desde el borde de fuga y rojo para la estela desprendida desde el borde de ataque).

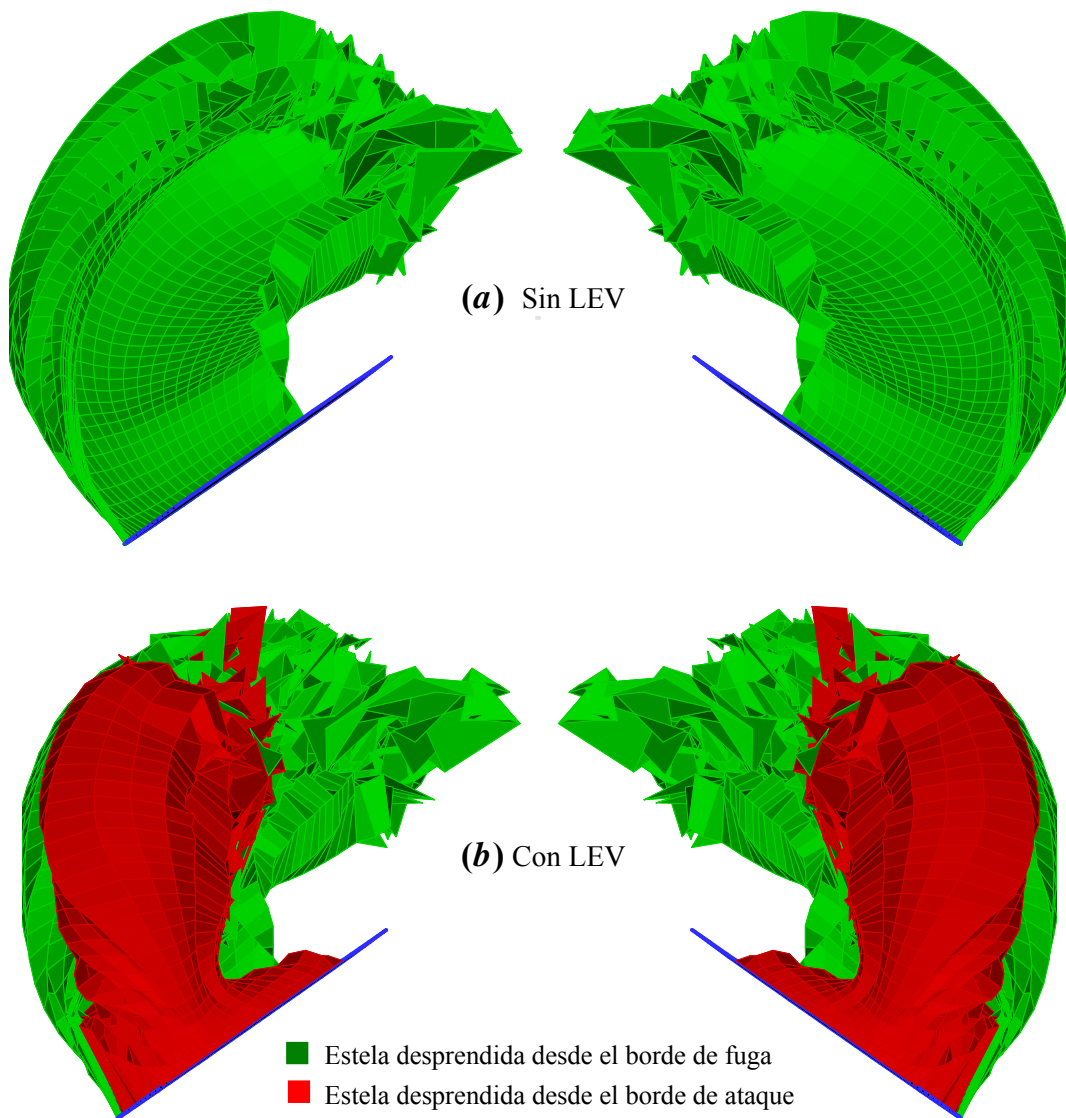


Figura 6.17: Evolución temporal de la estela en el *robofly*; (a) Sin LEV; (b) Con LEV.

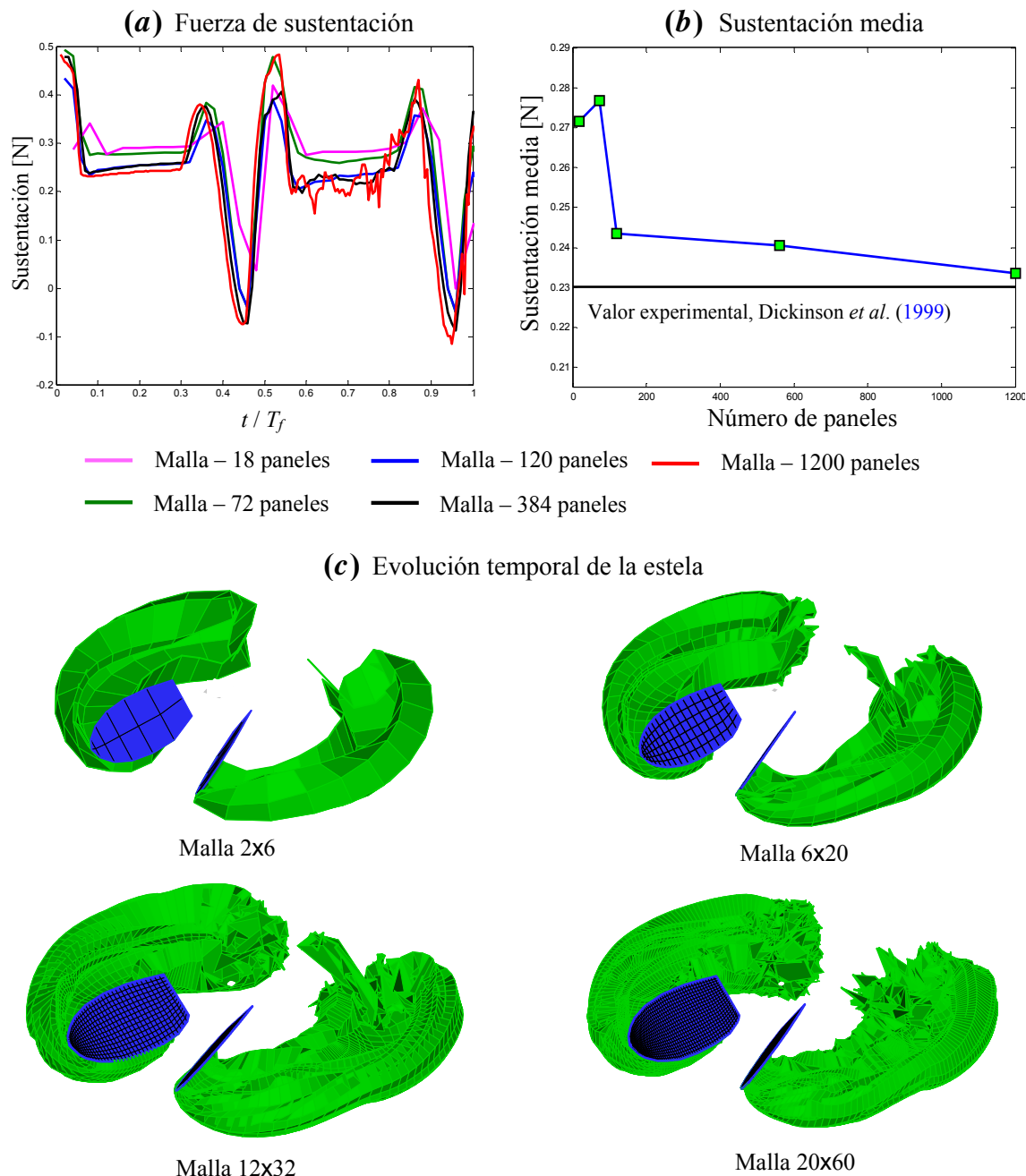
Tabla 6.2: Casos de estudio – Análisis de convergencia.

Caso	$\Delta t/T_f$	Pasos de tiempo /ciclo	Sustentación media [N]	Frecuencia [Hz]
Experimental			0.23010	0.1446 – 0.2893
Malla – 2x6	0.040	25	0.27159 (+18.0%)	0.145 – 0.290
Malla – 6x12	0.020	50	0.27684 (+20.0%)	0.145 – 0.290
Malla – 6x20	0.020	50	0.24359 (+5.8%)	0.145 – 0.290
Malla – 12x32	0.010	100	0.24060 (+4.5%)	0.145 – 0.290
Malla – 20x60	0.005	200	0.23352 (+1.5%)	0.145 – 0.290

Finalmente, para garantizar la fidelidad de los resultados para la fuerza de sustentación presentados para cada uno de los patrones de movimientos (avanzado, simétrico, y retrasado) y justificar la discretización espacial adoptada para la sábana adherida, se presenta a continuación un estudio simplificado de la influencia de la densidad de paneles en la malla aerodinámica sobre la fuerza de sustentación. Para llevar a cabo este análisis de una manera adecuada se debe tener presente que la discretización temporal de los ángulos mostrados en la figura 6.15 depende de la malla aerodinámica elegida. Los casos seleccionados para realizar dicho análisis de convergencia se resumen en la Tabla 6.2. Se utilizó un patrón de movimiento avanzado para cada uno de estos casos, obteniéndose para los dos patrones de movimiento restantes (simétrico y retrasado) resultados similares (entre paréntesis se expresa el error relativo porcentual con respecto al valor experimental del valor medio de la sustentación).

En la figura 6.18 se muestra la fuerza de sustentación para los casos de estudio expuestos en la Tabla 6.2. El análisis de los cinco casos de la Tabla 6.2 muestra que para una discretización burda (12 o 72 paneles por ala) la fuerza de sustentación exhibe variaciones importantes que se reflejan, además, en un valor de la sustentación media mucho mas grande que el valor reportado por Dickinson *et al.* (1999) (Tabla 6.1). A medida que se refina la malla aerodinámica, las curvas de sustentación muestran menores variaciones (figura 6.18a), y se puede observar como la sustentación media tiende al valor medio calculado a partir de los resultados experimentales (figura 6.18b). Por otro lado, el contenido en frecuencias de las curvas de sustentación es esencialmente el mismo, no apreciándose cambio alguno. Esta característica se debe a que la forma general de tales curvas es bien captada, aún, por mallas aerodinámicas pobres. Sin embargo, se debe notar, que la malla más densa (1200 paneles) exhibe una diferencia marcada inmediatamente después de la fase rotacional correspondiente a la supinación (aproximadamente 18%). Para este caso se puede apreciar, además, una leve interferencia en la segunda fase de traslación, lo cual se debe posiblemente a un refinamiento excesivo de la sábana

adherida (Rusak *et al.*, 1985; Kandil *et al.*, 1976; Konstandinopoulos *et al.*, 1985). Es importante mencionar también que el costo computacional crece enormemente a medida que se refina la malla, pasando de 55 minutos para la malla de 384 paneles a 5 horas para la malla de 1200 paneles. En resumen, se concluye que las mallas aerodinámicas discretizadas con 120 y 384 paneles producen muy buenos resultados y son utilizadas a lo largo de esta Sección y la Sección 6.4. Finalmente se muestra en la figura 6.18c la evolución temporal de la estela para cada uno de los casos expuestos en la Tabla 6.2.



(a) Fuerza de sustentación - patrón avanzado (primer ciclo); (b) Sustentación media sobre el ala en función del número de paneles de la sábana adherida; (c) Evolución temporal de la estela

Figura 6.18: Fuerza de sustentación y evolución temporal de la estela en los casos de estudio de la Tabla 6.2.

Otro aspecto importante a analizar en esta subsección es la periodicidad de la fuerza de sustentación, especialmente hay que cuantificar la influencia de los transitorios en el primer ciclo de batimiento; los cuales son originados por el arranque impulsivo. Para llevar a cabo dicho análisis se modificó el código computacional incorporando un método para recortar la estela. Generalmente, un esquema de este tipo simplemente descarta la influencia de los paneles en la estela que se encuentran lo suficientemente alejados como para producir una contribución importante en la predicción del campo de fluido en el paso de tiempo $t_i = t_i + \Delta t$. La situación se complica cuando la configuración de vuelo a estudiar es el *hovering*, ya que la estela permanece relativamente cerca de las alas. Debido a esta complejidad adicional, en este trabajo se utilizó un criterio diferente para seleccionar el punto a partir del cual se comienza a despreciar la influencia de los paneles aerodinámicos. Esta estrategia consiste en:

1. Ejecutar un ciclo de batimiento completo sin descartar la influencia de ningún panel.
2. A partir del segundo ciclo de batimiento, por cada fila de segmentos de vorticidad desprendidos desde el borde de fuga y puntera se descarta una fila de segmentos de vorticidad comenzando desde el vórtice de arranque.

En la figura 6.19 se muestra la fuerza de sustentación para tres ciclos de batimiento y para cada uno de los patrones de movimiento (avanzado, simétrico y retrasado), utilizando una malla aerodinámica compuesta por 120 paneles.

En la figura 6.19 queda claro que la fuerza de sustentación para cada uno de los patrones de movimiento no presenta transitorios importantes en el primer ciclo de batimiento, permaneciendo la forma, sincronía y magnitud relativamente sin variación a lo largo de los tres ciclos de batimiento. Este resultado nos permite utilizar de manera confiable las cargas aerodinámicas obtenidas en el primer ciclo de batimiento para realizar los estudios presentados al comienzo de esta Subsección.

Por último, se debe destacar que la estrategia descrita anteriormente para recortar la estela es aplicable sólo cuando el fenómeno de separación desde el borde de ataque es omitido. Esto se debe a que la estela que se forma debido al LEV se vuelve muy desordenada a partir del segundo ciclo de batimiento.

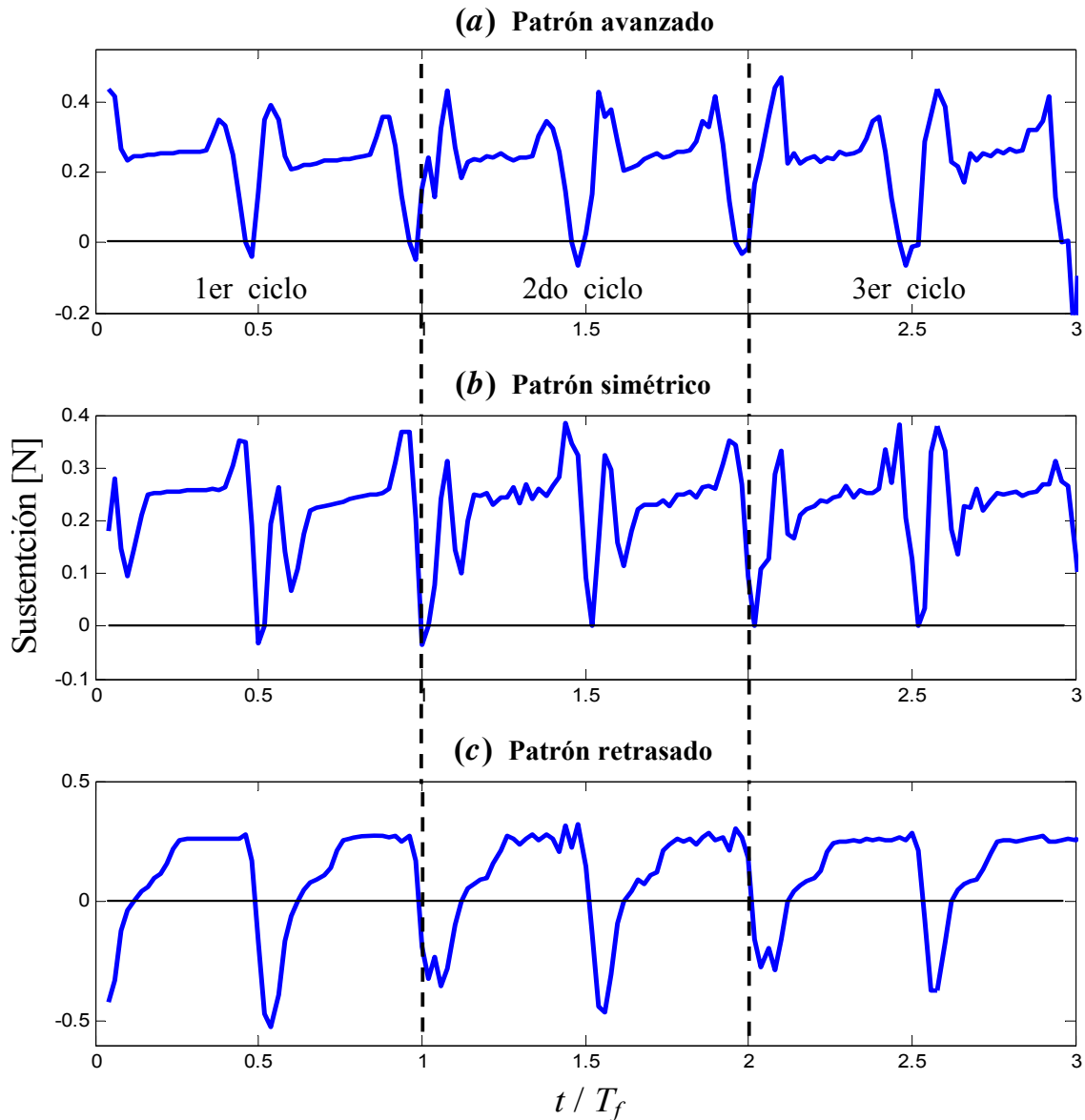


Figura 6.19: Fuerza de sustentación para los patrones de movimiento: avanzado, simétrico y retrasado (3 ciclos de batimiento).

6.3.4. Patrones de deformación

En esta subsección se analiza la influencia imponer diferentes patrones de deformación sobre el ala, tales como: torsión, flexión, y ambos efectos combinados, sobre la fuerza de sustentación. Para llevar a cabo el análisis se utilizaron específicamente dos patrones de movimiento para el ala: *i*) la cinemática del *robofly* con un patrón avanzado de movimiento y un ángulo de desviación nulo a través de todo el ciclo de batimiento (ver figura 6.15a); y *ii*) la cinemática real de una mosca de la fruta en vuelo suspendido (ver figura 6.3c).

Para la geometría del ala, la frecuencia de batimiento, y la densidad del fluido se adoptaron los valores correspondientes al experimento llevado a cabo por Dickinson *et al.*, (1999), el cual se explica brevemente en la Subsección 6.3.3.

La configuración del modelo usado en los experimentos numéricos que se presentan a continuación comprende una malla aerodinámica compuesta por 200 paneles para cada ala y una discretización temporal para la cinemática de 100 pasos de tiempo. En todos los casos el fenómeno de desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque fue omitido y sólo se analiza la fuerza de sustentación computada en el primer ciclo de aleteo.

6.3.4.1. Influencia de la torsión

El giro de la puntera del ala respecto de la raíz de la misma tiene un valor máximo de diez grados. La coordenada temporal $p_2(t)$ que regula la amplitud del ángulo de torsión para la puntera del ala a través del ciclo de aleteo se materializó mediante la siguiente expresión armónica,

$$p_2(t) = a_t \sin(\omega_t t + \beta_t), \quad (6.3)$$

donde a_t es la amplitud del giro ($a_t = 10^\circ$), ω_t es la frecuencia circular asociada a la deformación ($\omega_t = 2\pi n_f$ donde n_f es la frecuencia de batimiento) y β_t es el ángulo de desfase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición.

Se efectuaron varias ejecuciones variando la fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición $\phi(t)$. Específicamente se consideraron tres casos, donde el cambio de signo en el ángulo de torsión: *i*) precede el cambio de dirección de movimiento del ala (patrón de torsión avanzado) *ii*) ocurre simétricamente con la reversión en la dirección de movimiento del ala (patrón de torsión simétrico); y *iii*) es posterior a la reversión en la dirección de movimiento del ala (patrón de torsión retrasado). Las figuras 6.20*a* y 6.20*b* muestran las fuerzas de sustentación obtenidas con cada uno de estos patrones para la cinemática mostrada en la figura 6.15*a* (patrón avanzado) y se las compara con la fuerza de sustentación obtenida para el caso de ala rígida donde el ángulo de torsión es nulo a través de todo el ciclo de batimiento. En las figuras 6.21*a* y 6.21*b* se presenta el mismo análisis para una cinemática real de una mosca de la fruta en vuelo suspendido.

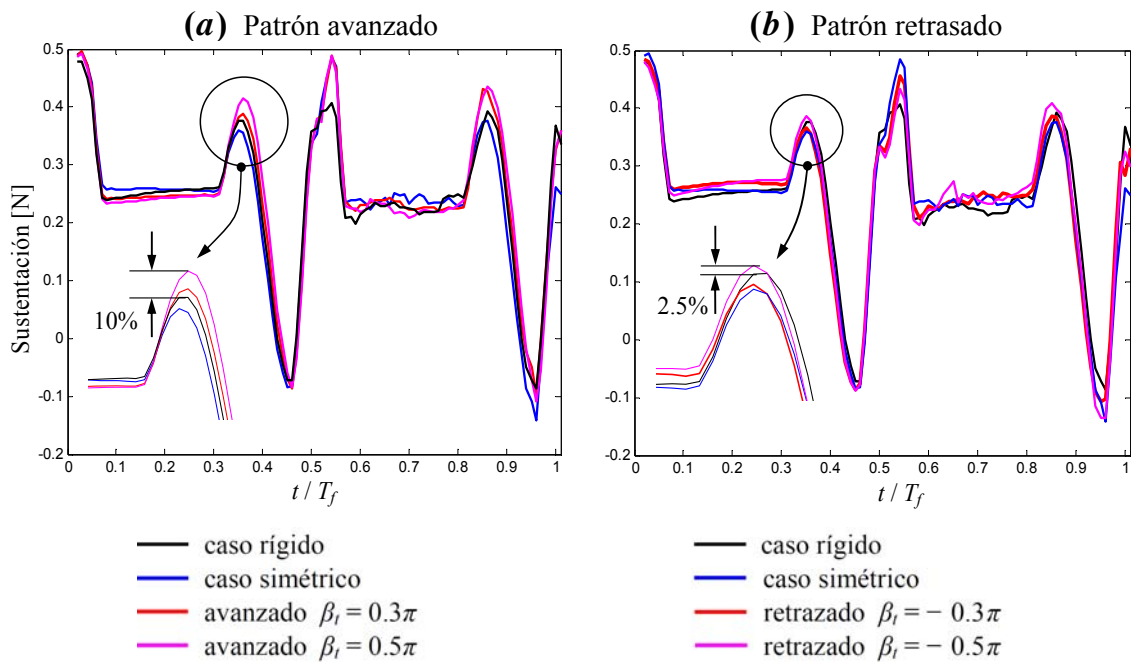


Figura 6.20: Influencia de la torsión (Cinemática del *robofly*).

Como se puede observar en las figura 6.20a y 6.20b la relación de fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición produce efectos apreciables sobre las fuerzas de sustentación. El ángulo de torsión contribuye principalmente a aumentar o disminuir el ángulo de ataque geométrico y efectivo del ala, afectando directamente la producción de fuerzas aerodinámicas. Específicamente, la relación de fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición es el principal responsable de las variaciones observadas en dicho gráfico. Un patrón avanzado de torsión produce un incremento de la sustentación sobre las fases rotacionales del ciclo de aleteo (supinación/pronación). Por el contrario, en la fase ascendente o descendente del ciclo de aleteo este patrón produce un decremento de la fuerza de sustentación. Mientras se varía la fase (parámetro β_t desde 0.5π a -0.5π) el efecto se invierte completamente, obteniéndose para un patrón retrasado de torsión un aumento de la sustentación en la fase de traslación y casi ninguna variación en la fase rotacional del ciclo de batimiento.

Por otro lado, cuando la cinemática utilizada corresponde a un patrón de movimiento real de una mosca en vuelo suspendido, la influencia de la torsión sobre la fuerza de sustentación es menos significativo (ver figura 6.21a y 6.21b). A pesar de ello, se puede apreciar un aumento neto de sustentación en la fase de traslación correspondiente al *upstroke*; en el resto del ciclo de batimiento la influencia del ángulo de torsión como así también el ángulo de desfase es casi nulo.

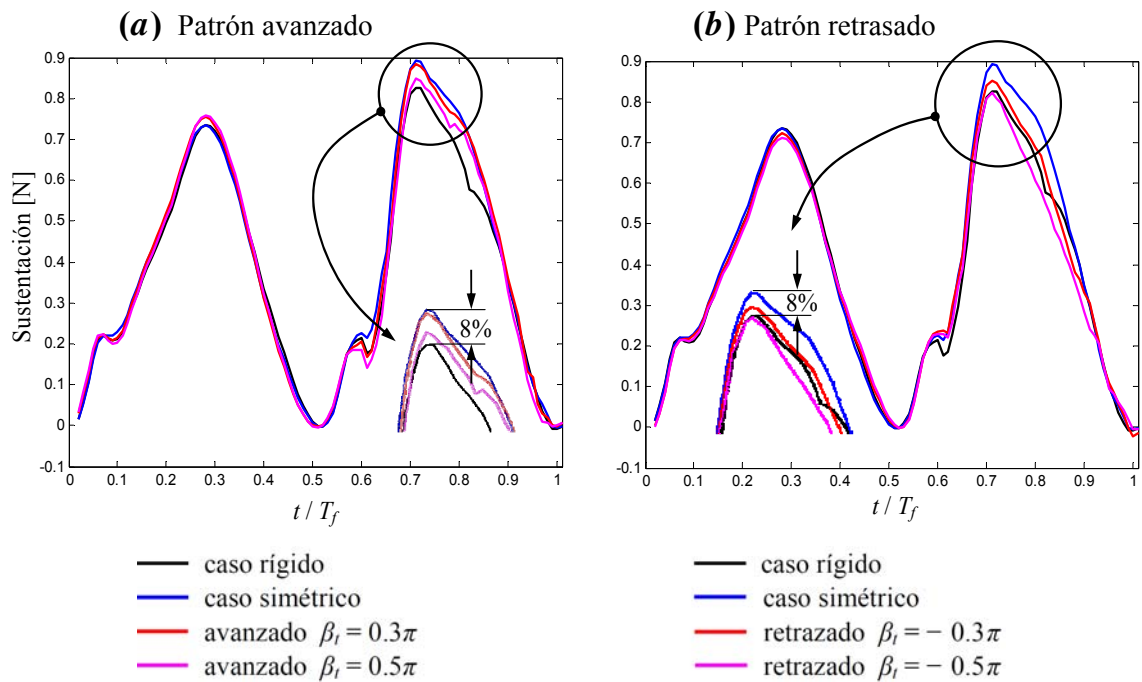


Figura 6.21: Influencia de la torsión (Cinemática real de una mosca);

Otro aspecto a remarcar, a diferencia del estudio realizado anteriormente para la cinemática del *robotfly*, es que para el caso de la cinemática real no se observa un patrón bien demarcado de incremento de sustentación sobre las fases rotacionales y un decremento sobre las fases de traslación (o viceversa), evidenciando una fuerte dependencia del ángulo de torsión con respecto a la cinemática utilizada para mover el ala durante un ciclo de batimiento.

Sin embargo, hay que destacar que en los dos casos presentados anteriormente, la influencia del ángulo de torsión sobre la sustentación media es muy baja, esto permitiría especular que los insectos utilizan el ángulo de torsión y, más aún, controlan activamente la fase de dicho ángulo para maximizar las fuerzas de sustentación en determinados instantes del ciclo de batimiento con el objeto de ejecutar diferentes maniobras en vuelo.

6.3.4.2. Influencia de la flexión normal

En esta subsección se analiza la influencia de la flexión transversal a la planta alar sobre las fuerzas de sustentación, donde flexión transversal significa flexión en la dirección normal a la cuerda del ala (ver Subsección 2.5.2.1). Específicamente, se presentan dos configuraciones de deformación diferentes relacionadas a la forma en que se impone la flexión sobre el ala. Estas son clasificadas de acuerdo al signo de la deflexión de la puntera del ala relativo a la dirección de movimiento: *i*) la deflexión tiene un sentido contrario a la dirección de movimiento, denominada configuración N1

(ver figura 6.22a), y *ii*) la deflexión tiene el mismo sentido que la dirección de movimiento, denominada configuración N2 (ver figura 6.22b).

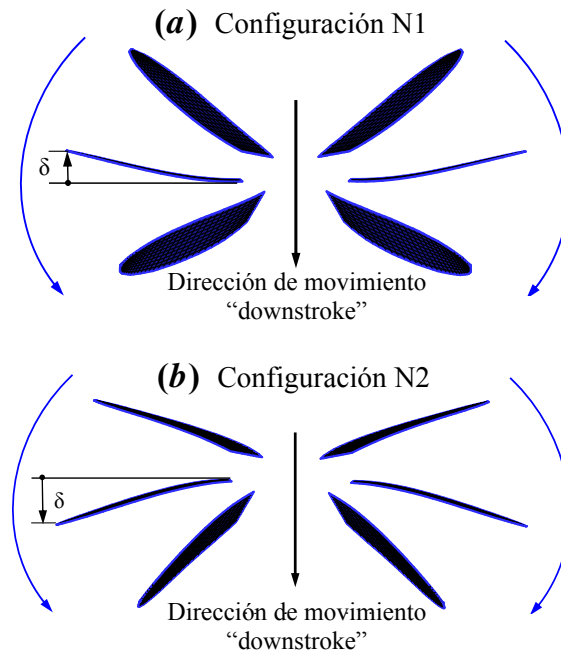


Figura 6.22: Configuraciones para el estudio de la influencia de la deformación por flexión normal al ala.

La autofunción seleccionada para prescribir la deformación por flexión sobre el ala corresponde al modo fundamental de una viga Euler-Bernoulli con condiciones de borde empotrada-libre, $n = 1$ (ver Subsección 2.5.2.1). La coordenada temporal $p_3(t)$ que regula la amplitud de la deformación por flexión normal a través del ciclo de aleteo se materializó mediante una expresión armónica, similar a la utilizada para el ángulo de torsión. Esto es:

$$p_3(t) = a_{bn} \sin(\omega_{bn}t + \beta_{bn}), \quad (6.4)$$

donde a_{bn} es la amplitud del desplazamiento de la puntera del ala ($a_{bn} = 0.1R$, el 10% de la semi envergadura del ala, R), ω_{bn} es la frecuencia circular asociada a la deformación ($\omega_{bn} = 2\pi n_f$) y β_{bn} es el ángulo de desfase entre la coordenada temporal $p_3(t)$ y el ángulo de posición.

En la figura 6.23 se presentan las curvas de sustentación para las dos cinemáticas analizadas en la Subsección 6.3.3.1 considerando un desplazamiento máximo (positivo o negativo) de la puntera del ala del 10%, y diferentes relaciones de fase entre la coordenada temporal que gobierna la flexión normal del ala y el ángulo de posición (β_{bn} igual a 0.5π , 0.3π , 0 , -0.3π y -0.5π).

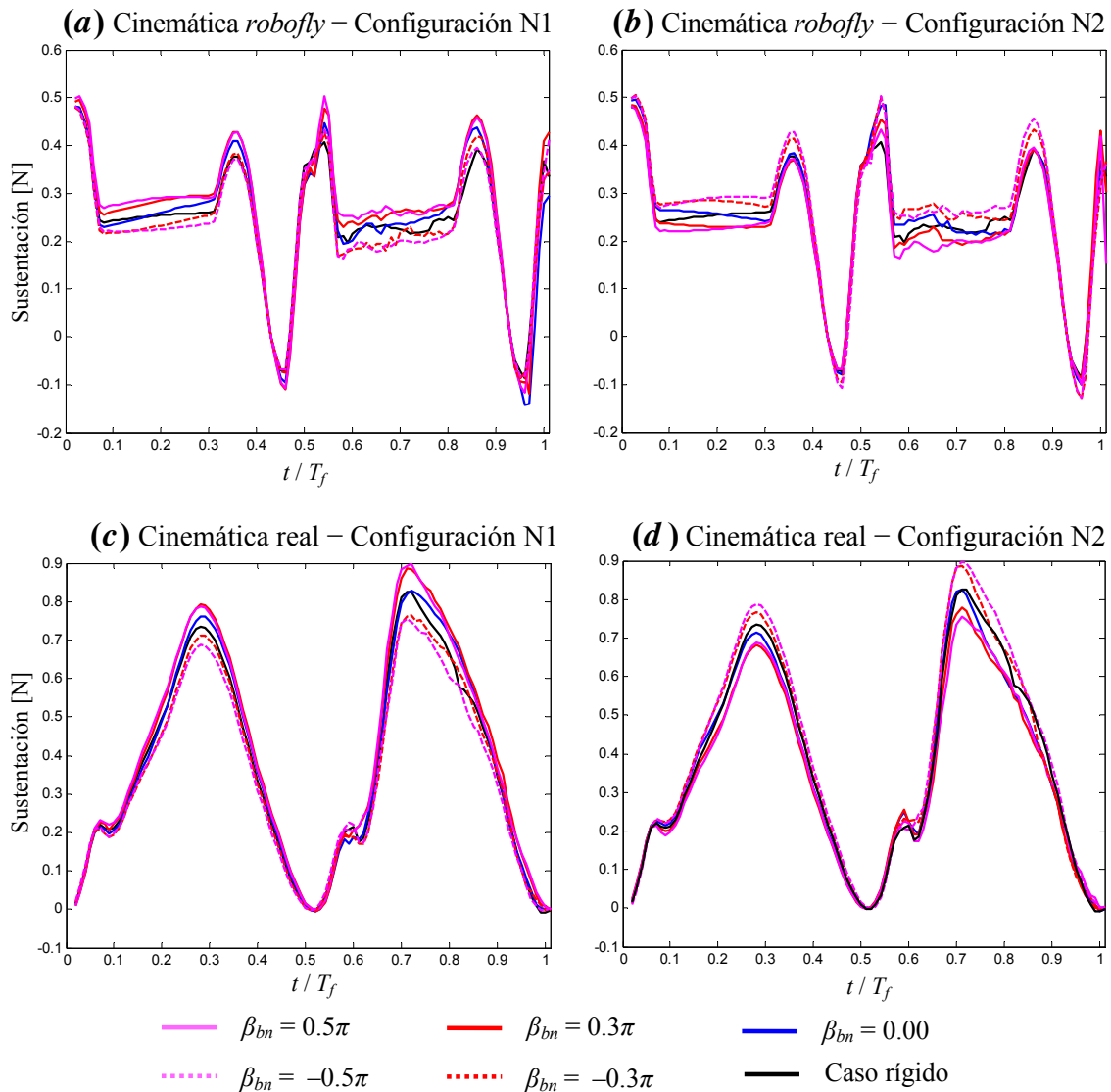


Figura 6.23: Efecto de la flexión normal – Curvas de sustentación para dos cinemáticas diferentes.

Para los dos patrones de movimiento analizados (cinemática del *robofly* y cinemática real de una mosca en *hovering*) se puede observar claramente que la imposición de una deformación por flexión normal a la planta alar, contribuye a aumentar o disminuir la fuerza de sustentación sobre todo el ciclo de batimiento. A pesar de que los experimentos numéricos presentados aquí están restringidos a pequeñas deformaciones, limitadas por el modelo adoptado, se puede apreciar un aumento importante en el valor medio de la sustentación (ver Tabla 6.3). Los resultados presentados en esta sección permitirían inferir que este tipo de deformación (flexión en la dirección normal a la cuerda del ala) puede ser considerada como un instrumento de elevación o disminución de la fuerza de sustentación sobre todo el ciclo de batimiento, a diferencia del efecto producido por la torsión el cual sólo tiene efecto sobre un intervalo específico del ciclo de aleteo.

Tabla 6.3: Sustentación media – patrón de deformación por flexión normal.

Cinemática	Angulo de desfasaje β_{bn}	Sustentación media [N]	
		Configuración N1	Configuración N2
Robofly	Caso rígido	0.24056	
	0.5π	0.26760 (+11.20 %)	0.22419 (- 6.80 %)
	0.3π	0.26619 (+10.65 %)	0.23264 (- 3.30 %)
	0	0.24355 (+1.35 %)	0.24614 (+2.30 %)
	-0.3π	0.23030 (- 4.30 %)	0.26257 (+9.10 %)
	-0.5π	0.22700 (- 5.70 %)	0.26705 (+11.00 %)
Real	Caso rígido	0.37642	
	0.5π	0.40916 (+8.70 %)	0.35000 (- 7.01 %)
	0.3π	0.40957 (+8.80 %)	0.35064 (- 6.85 %)
	0	0.38565 (+2.50 %)	0.36815 (- 2.20 %)
	-0.3π	0.36004 (- 4.35 %)	0.39282 (+4.35 %)
	-0.5π	0.34946 (- 7.20 %)	0.40645 (+8.00 %)

De los valores expuestos en la Tabla 6.3 se puede observar que la configuración (N1, $\beta_{bn} = 0.5 \pi$) produce la máxima fuerza de sustentación para los dos patrones de movimiento analizados (entre paréntesis se especifica la diferencia porcentual con respecto al caso de ala rígida). Se debe notar, además, que la configuración (N2, $\beta_{bn} = -0.5 \pi$) produce prácticamente el mismo resultado que (N1, $\beta_{bn} = 0.5 \pi$). Esto se debe a que especifica el mismo patrón de deformación.

6.3.4.3. Influencia de la flexión tangencial

En esta sección se analiza como afecta a las fuerzas de sustentación la imposición de una deformación por flexión tangencial del ala, la flexión tangencial ocurre en la dirección tangencial a la cuerda del ala (ver Subsección 2.5.2.1). Específicamente, se presentan dos configuraciones de deformación diferentes relacionadas a la forma en que se impone la flexión sobre el ala. Estas son clasificadas de acuerdo al signo de la deflexión de la puntera del ala relativo a la dirección de movimiento: *a*) la deflexión tiene un valor positivo en la fase descendente del ciclo de aleteo (*downstroke*) y un valor negativo en la fase ascendente (*upstroke*), denominada configuración T1 (ver figura 6.24a), y *b*) la deflexión tiene un valor negativo en la fase descendente del ciclo de aleteo y un valor positivo en la fase ascendente, denominada configuración T2 (ver figura 6.24b).

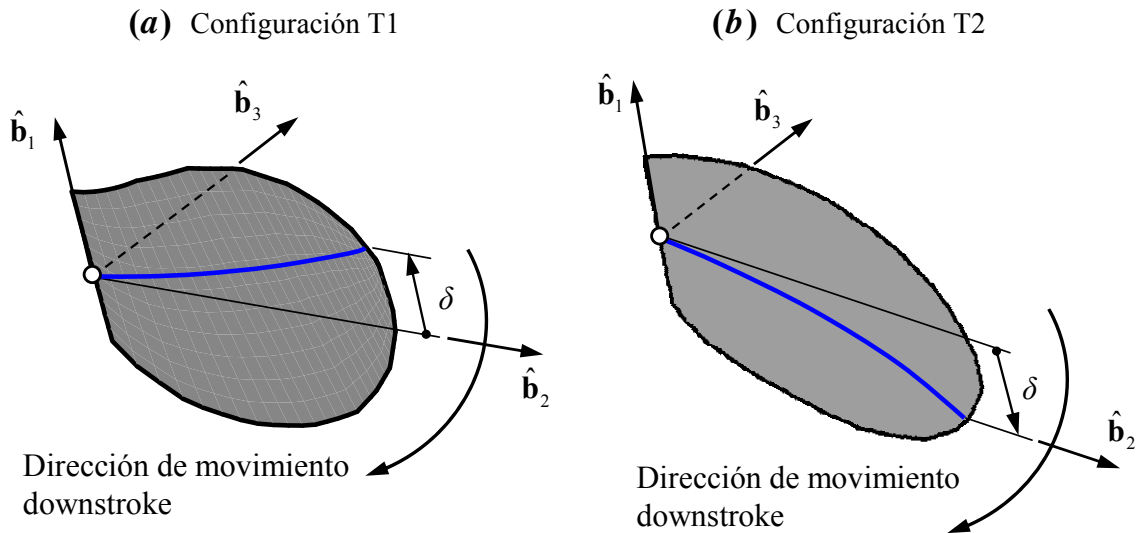


Figura 6.24: Configuraciones para estudiar la influencia de la deformación por flexión tangencial del ala.

Al igual que en el análisis de la flexión normal (Subsección 6.3.4.2), la autofunción seleccionada para prescribir la deformación por flexión del ala corresponde al modo fundamental de una viga Euler-Bernoulli con condiciones de borde empotrada-libre, $n = 1$ (ver Subsección 2.5.2.1). La coordenada temporal $p_1(t)$ que regula la amplitud de la deformación por flexión tangencial a través del ciclo de aleteo se materializó mediante una expresión armónica, similar a la utilizada para imponer la deformación por flexión normal. Esto es:

$$p_1(t) = a_{bt} \sin(\omega_{bt}t + \beta_{bt}), \quad (6.5)$$

donde a_{bt} es la amplitud del desplazamiento de la puntera del ala ($a_{bt} = 0.1 R$, el 10% de la semi envergadura del ala, R), ω_{bt} es la frecuencia circular asociada a la deformación, $\omega_{bt} = 2\pi n_f$ y β_{bt} es el ángulo de desfase entre la coordenada temporal $p_1(t)$ y el ángulo de posición.

En la figura 6.25 se presentan las curvas de sustentación para los dos patrones de movimiento considerando un desplazamiento máximo (positivo o negativo) de la puntera del ala del 10%, y diferentes relaciones de fase entre la coordenada temporal que gobierna la flexión tangencial del ala y el ángulo de posición (β_{bt} igual a 0.5π , 0.3π , 0 , -0.3π y -0.5π).

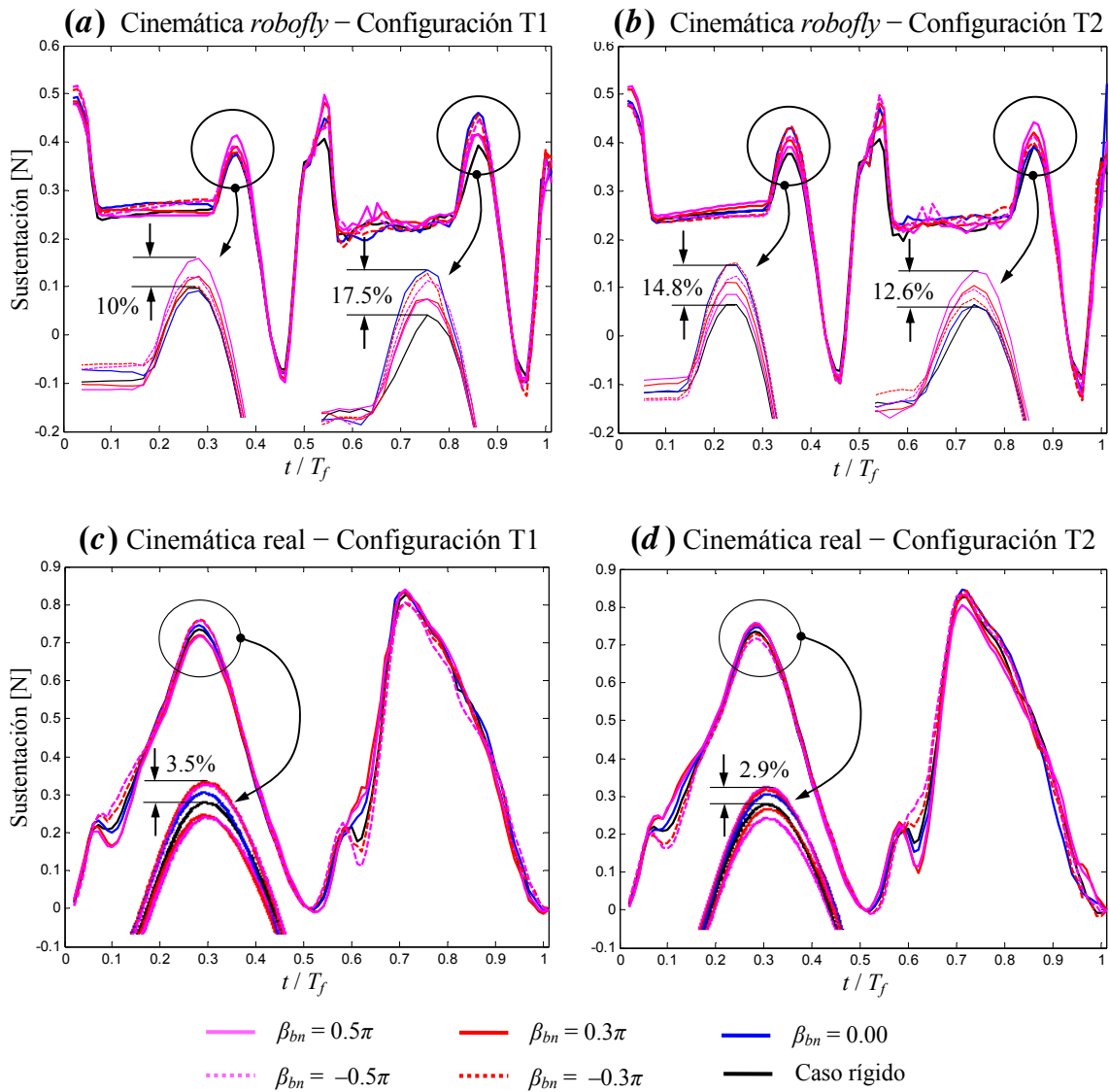


Figura 6.25: Efecto de la flexión tangencial para dos patrones cinemáticos, el real y el del *robofly*.

Como se puede observar en la figura 6.25 para los dos patrones de movimiento (cinemática del *robofly* y cinemática real), el efecto de una imposición de deformación por flexión tangencial produce resultados similares a los obtenidos por la imposición de un ángulo de torsión sobre el ala. Particularmente, cuando se utiliza la cinemática del *robofly*, la configuración (T1, $\beta_{bt} = 0.5\pi$) exhibe una leve disminución de la fuerza de sustentación en la primer fase de traslación (*downstroke*) y un ligero aumento en la primer fase de rotación, por el contrario, el efecto es un poco diferente en la segunda mitad del ciclo de batimiento, produciéndose un leve aumento tanto en la fase de traslación (*upstroke*) como en la fase de rotación. La configuración (T2, $\beta_{bt} = -0.5\pi$) produce exactamente los mismos resultados debido a que especifica el mismo patrón de deformación que la configuración (T1, $\beta_{bt} = 0.5\pi$).

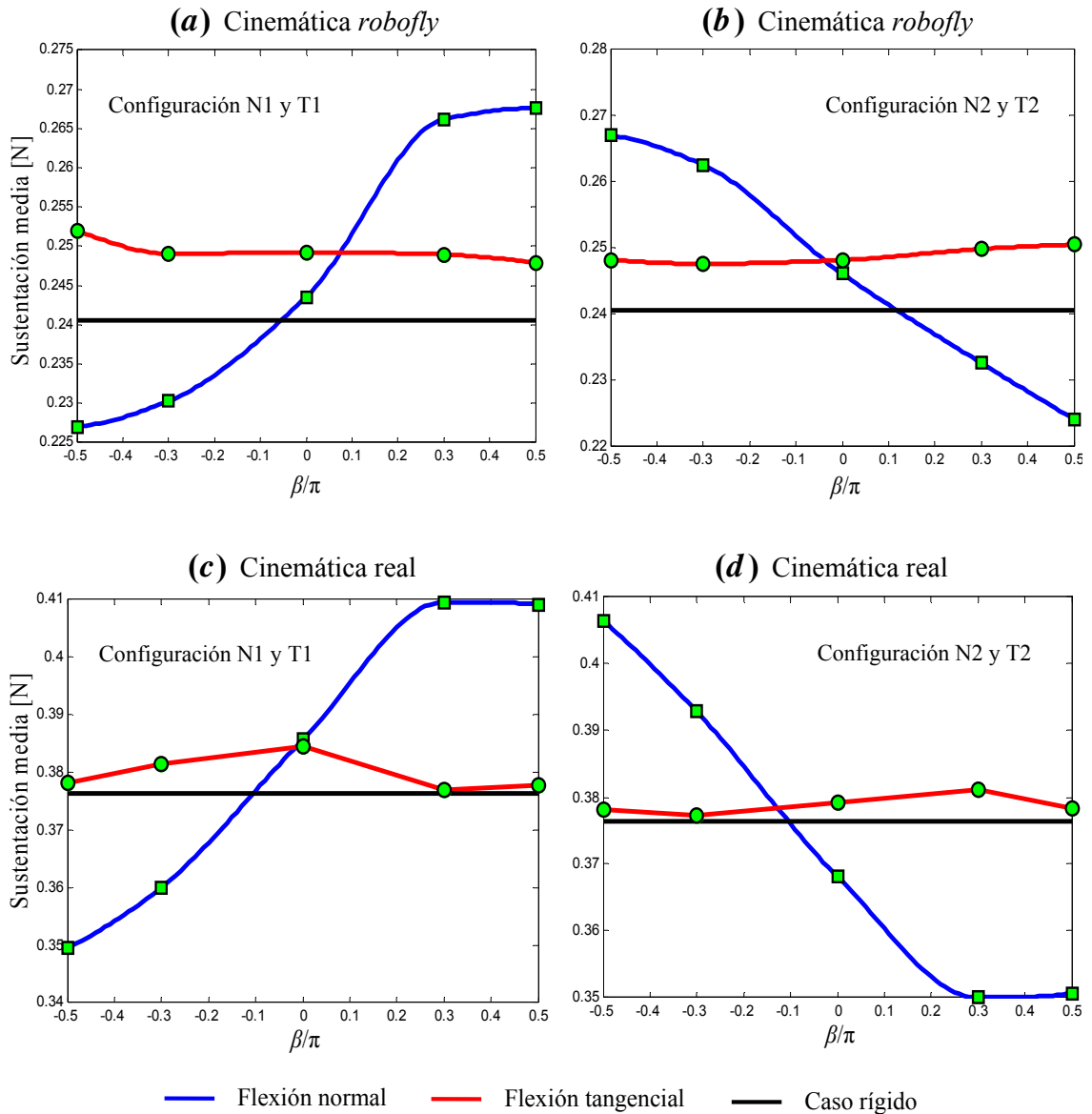


Figura 6.26: Comparación del valor medio de la sustentación en función del ángulo de desfase.

Por otro lado, cuando la cinemática analizada corresponde a un patrón de movimiento real se observa el mismo comportamiento (figura 6.25) para las dos configuraciones de deformación (T1 y T2), salvo en las fases de rotación ($t/T_f = 0.1$ y $t/T_f = 0.6$) donde la influencia de este patrón de deformación es mucho más marcado. En la figura 6.26 se presenta la variación del valor medio de la sustentación en función del ángulo de desfase para los patrones de deformación por flexión normal y tangencial.

Observando las figuras 6.23, 6.25 y 5.26 queda claro que la flexión normal tiene una mayor influencia sobre la fuerza de sustentación que la flexión tangencial. De hecho, el

valor medio de la sustentación no se ve afectado por el ángulo de desfasaje cuando se deforma el ala con un patrón de deformación por flexión tangencial (curva en color rojo en la figura 6.26). Por el contrario, este valor es afectado significativamente por el ángulo de desfasaje cuando el ala se deforma por medio de un patrón de flexión normal (curva en color azul en la figura 6.26); la máxima diferencia en el valor medio de la sustentación con respecto al caso de ala rígida es del 11.2% para la cinemática del *robofly* y del 8.8% para la cinemática real. Por último, este resultado permitiría inferir, al igual que en el caso de deformación por torsión, que los insectos utilizan la flexión tangencial para aumentar las fuerzas de sustentación en determinada etapa del ciclo de batimiento.

6.3.4.4. Influencia de la combinación de los patrones de deformación

En esta sección se estudia el efecto de la combinación de diferentes patrones de deformación sobre la fuerza de sustentación. En particular, se presentan tres casos de estudio, los cuales fueron seleccionados cuidadosamente sobre la base de los resultados obtenidos previamente para cada patrón de deformación considerado. La configuración de los tres casos que se analizan tiene el objetivo de maximizar la fuerza de sustentación tanto en las fases rotacionales como en las fases de traslación de un ciclo de batimiento.

En los tres casos se considera:

- i) un patrón avanzado de deformación por torsión ($\beta_t = 0.5\pi$) combinado con
- ii) una deformación por flexión normal (N1, $\beta_{bn} = 0.5\pi$) combinado con
 - Caso I: iii) una deformación por flexión tangencial (T1, $\beta_{bt} = 0.5\pi$);
 - Caso II: iii) una deformación por flexión tangencial (T1, $\beta_{bt} = -0.5\pi$); y
 - Caso III: iii) una deformación por flexión tangencial nula (T1, $\beta_{bt} = 0$).

Se debe destacar que en el último caso de estudio (caso III) se asume un patrón de deformación tangencial nulo durante todo el ciclo de batimiento. En la figura 6.27 se presentan curvas de sustentación para los tres casos descritos anteriormente y para cada uno de los patrones de movimiento (cinemática del *robofly* y cinemática real).

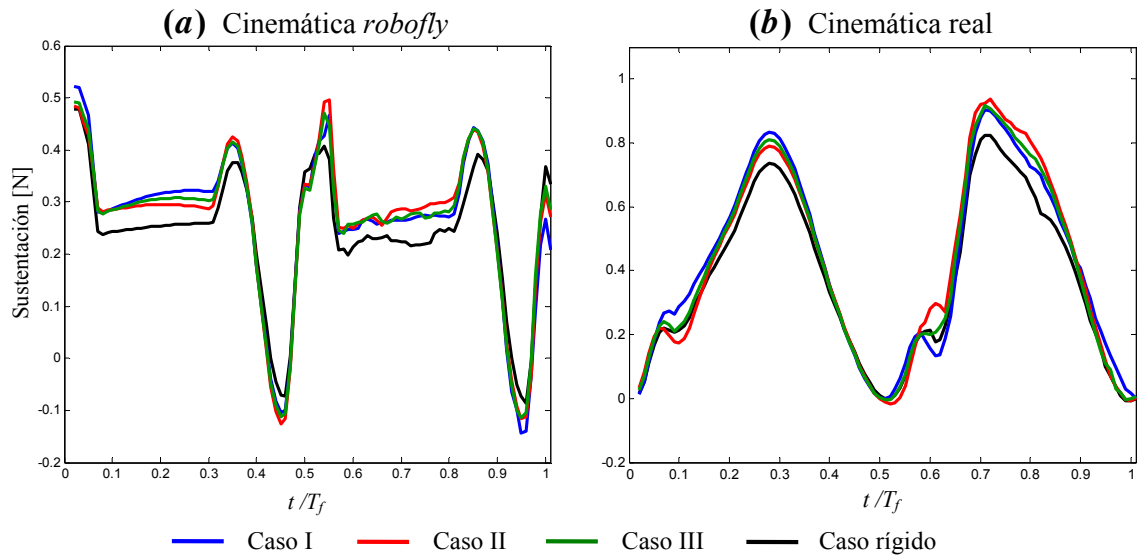


Figura 6.27: Efecto de la combinación de diferentes patrones de deformación sobre la fuerza de sustentación.

Es claro que los tres casos producen un aumento significativo durante una gran porción del ciclo de batimiento respecto del caso de ala rígida. A pesar de ello, se puede observar un pico negativo más pronunciado durante la primera fase de rotación para los tres casos cuando la cinemática utilizada es la del *robofly* ($t/T_f = 0.45$); lo mismo se observa para el caso I cuando la cinemática utilizada es la real ($t/T_f = 0.63$). Una cuantificación más exacta del aumento de sustentación producido por cada uno de los patrones de deformación combinados presentados anteriormente se obtiene comparando el valor medio de la sustentación como se muestra en la Tabla 6.4.

Tabla 6.4: Sustentación media – Combinación de flexión normal, flexión tangencial y torsión.

Cinemática	Caso	Sustentación media [N]
<i>Robofly</i>	rígido	0.24056
	I	0.26389 (+9.70%)
	II	0.26490 (+10.10%)
	III	0.26455 (+10.00%)
Real	rígido	0.37642
	I	0.42106 (+11.80%)
	II	0.42000 (+11.60%)
	III	0.41584 (+10.50%)

Si bien el valor medio de la sustentación varía muy poco entre los casos analizados, existen cambios apreciables en zonas específicas del ciclo de batimiento, produciéndose las diferencias más notables en la primera fase de traslación para la cinemática del *robofly*

y en la primera fase de traslación y primera fase de rotación para la cinemática real. En la figura 6.28 se presenta un gráfico que muestra como se deforma el ala durante un ciclo de batimiento para el patrón de deformación especificado por el caso I para la cinemática del *robofly*. Además, tales resultados se escalaron por un factor de cuatro con el objeto de visualizar el cambio de geometría en diferentes etapas del ciclo de aleteo.

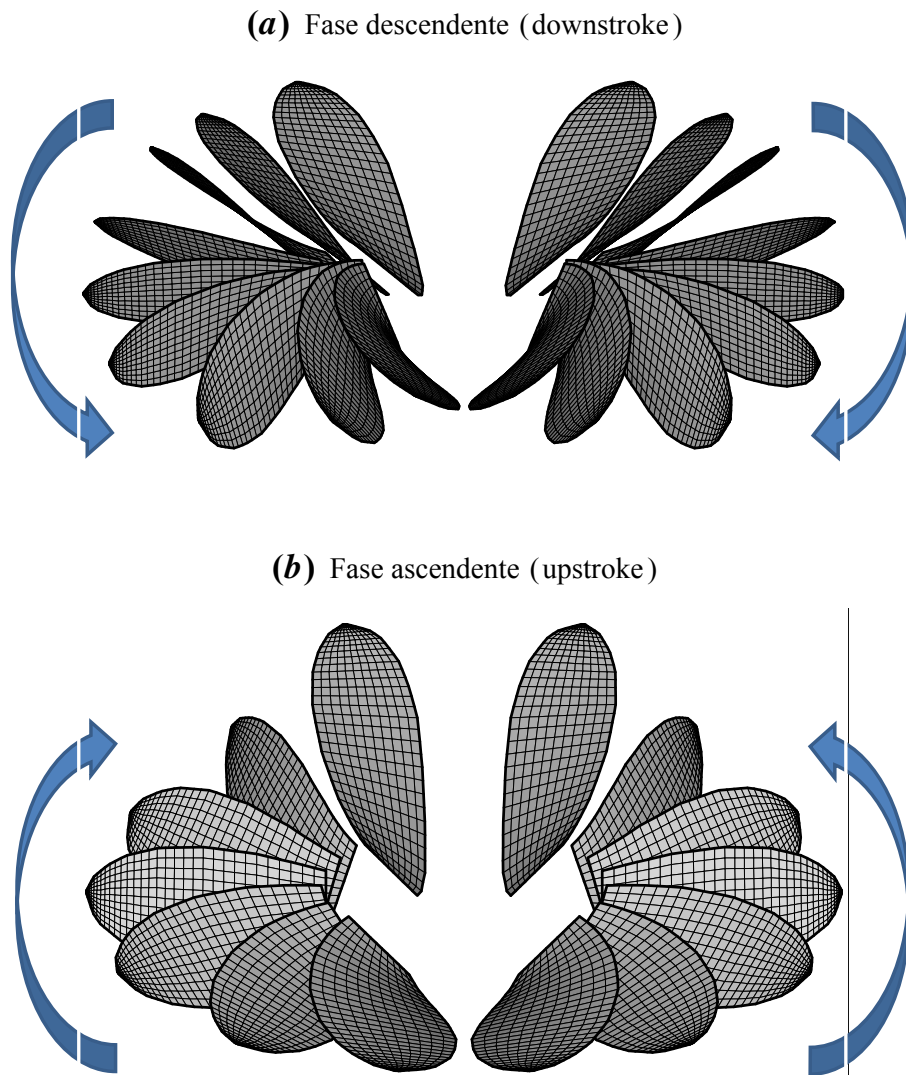


Figura 6.28: Deformación del ala durante un ciclo de aleteo escalada por un factor de cuatro.

A pesar de que los resultados expuestos en esta sección constituyen un primer intento de calificar y cuantificar la influencia de la elasticidad de las alas sobre el desempeño aerodinámico de insectos voladores, se pueden identificar dos grupos de patrones de deformación de acuerdo al efecto que producen sobre las fuerzas de sustentación. El primero es de índole global, es decir, incrementa o disminuye la fuerza de sustentación a través de

todo el ciclo de batimiento, tal como la flexión normal. Por el contrario, el segundo grupo produce efectos apreciables en determinadas zonas del ciclo de batimiento, o también, puede producir efectos antagónicos entre diferentes etapas del ciclo de aleteo. Específicamente, este comportamiento antagónico es característico de la deformación por torsión y deformación por flexión tangencial y se manifiesta generalmente como un aumento de la sustentación en la fase rotacional y una disminución en las fases correspondientes a la traslación, o viceversa (ver figuras 6.20, 6.21 y 6.25).

Otro aspecto a destacar está relacionado con la manera en que se combinan los diferentes patrones de deformación para producir un resultado particular sobre el desempeño aerodinámico del insecto. En esta sección el objetivo fue maximizar la sustentación a través de todo el ciclo de batimiento. Sin embargo se podría haber intentado obtener un patrón de deformación que mantenga constante la fuerza de sustentación en las fases de traslación (es decir, igual al caso rígido) y que la maximice en las fases rotacionales, o utilizar un patrón de deformación específico para el ala izquierda y otro diferente para el ala derecha (vuelo asimétrico) con el objeto de realizar algún tipo de maniobra o viraje.

Por último, un estudio integral de la influencia de la flexibilidad del ala sobre las fuerzas aerodinámicas debería incluir fenómenos tales como: contracción y expansión de la superficie alar y cambio e inversión de la combadura del perfil, entre otras. Otro aspecto que debería considerarse es el desarrollo de modelos elásticos que permitan remover la limitación de pequeñas deformaciones sobre el ala.

6.3.5. Influencia del cuerpo del insecto

En esta sección se analiza en que medida el cuerpo del insecto modifica o no la producción de sustentación, para ello se computa la fuerza de sustentación de dos maneras diferentes, considerando el cuerpo del insecto y sin considerarlo.

El análisis es realizado para tres configuraciones de vuelo distintas, en primer lugar se estudia el insecto en *hovering*, y posteriormente se lo estudia efectuando la misma maniobra pero inmerso en una corriente de aire contenida en el plano formado por los vectores unitarios \hat{n}_1 y \hat{n}_2 que incide a 0° y a -45° con respecto al vector unitario \hat{n}_1 (ver figura 6.29).

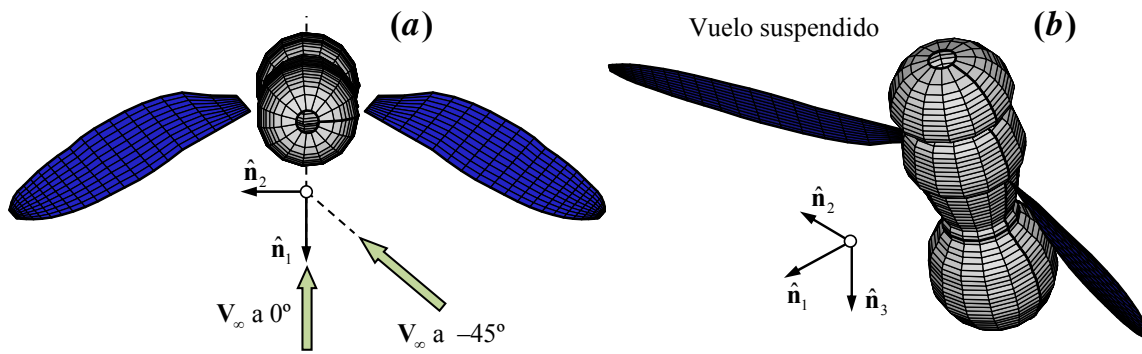


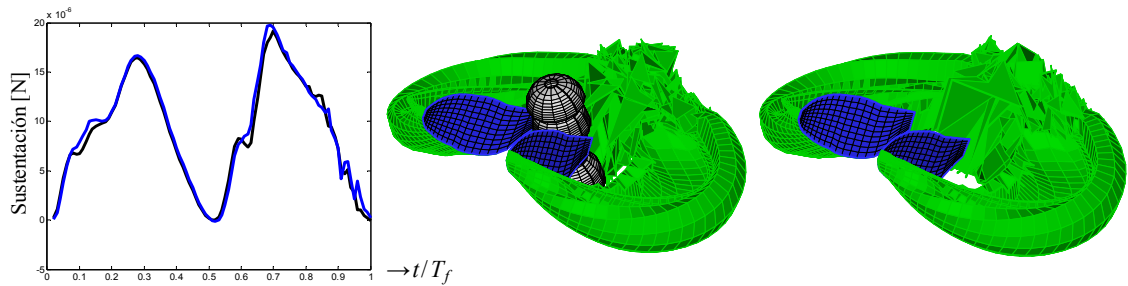
Figura 6.29: Definición de la corriente de aire libre, V_∞ , para estudiar la influencia del cuerpo del insecto.

El patrón de movimiento utilizado para mover el ala durante un ciclo de batimiento corresponde a la cinemática real de una *drosophila* en vuelo suspendido (ver figura 6.3c) (Fry *et al.*, 2005; Bos *et al.*, 2007) con una frecuencia de batimiento de 210 Hz y una densidad del aire de 1.20 Kg/m^3 . La sábana adherida del modelo aerodinámico consta de 1405 paneles aerodinámicos, de los cuales corresponden 200 a cada una de las alas y 1005 al cuerpo del insecto. El ciclo de batimiento se discretizó en 100 pasos de tiempo. La magnitud de la corriente libre se estimó en base al valor de la velocidad característica, $V_c = 2.096 \text{ m/seg}$. Particularmente, para cada una de las configuraciones presentadas en la figura 6.29 se consideraron dos velocidades para la corriente libre: $V_\infty = 1.048$ y 2.096 m/seg .

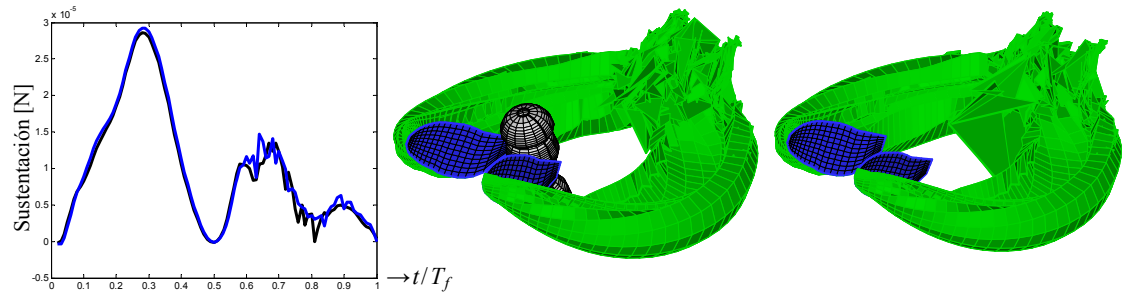
La cinemática adoptada produce un patrón de movimiento muy complejo haciendo que el ala describa la figura de un ocho ligeramente deformado. Esta particularidad causa que la estela que se desprende desde el borde de ataque y se forma detrás del ala durante el *downstroke* sea atravesada por el ala cuando revierte su dirección de movimiento; además la adición de una corriente libre inclinada agrava este fenómeno ya que ahora la estela no es sólo atravesada por las alas sino también por el cuerpo del insecto.

En este trabajo de tesis no se implementó ninguna técnica para romper la estela a medida que es atravesada por un cuerpo sólido, por este motivo el fenómeno del LEV no es incluido en este análisis. Una estrategia adecuada para tratar este problema efectivamente es incorporar el modelo de ruptura de estela desarrollado por Gebhardt *et al.* (2010) y Gebhardt (2012). Además, la presencia del cuerpo del insecto inmerso en una corriente libre inclinada nos condiciona a analizar solamente el primer ciclo de batimiento; a partir del segundo ciclo la estela desprendida previamente comienza a ser atravesada por el cuerpo del insecto, por lo cual es estrictamente necesario incorporar un mecanismo de ruptura de la estela. Para cada una de las cinco situaciones descritas anteriormente, en la figura 6.30 se presentan gráficos que muestran la evolución temporal de las estelas, como así también, gráficos de la fuerza de sustentación en función del tiempo adimensional.

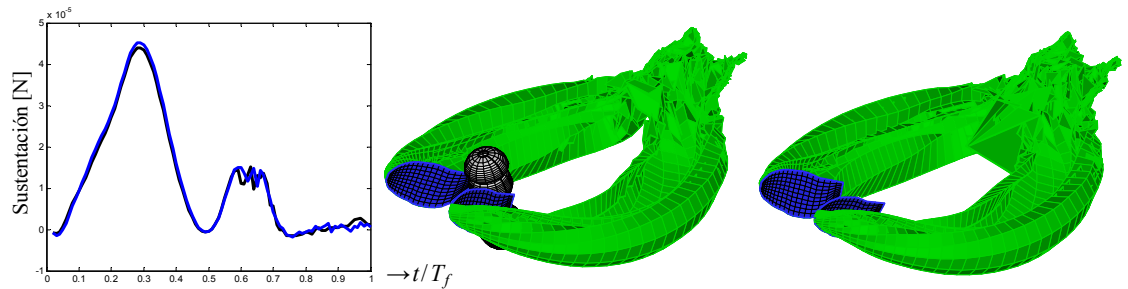
Vuelo suspendido – sin corriente de aire



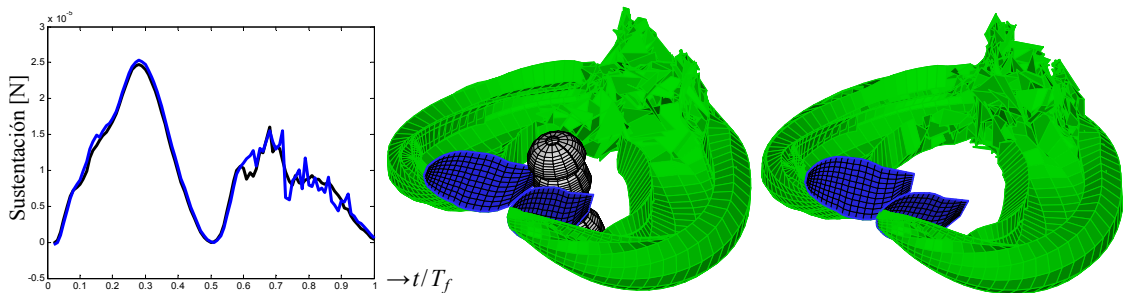
Vuelo suspendido – corriente de aire a 0° ($V_\infty = 1.048$ m/seg)



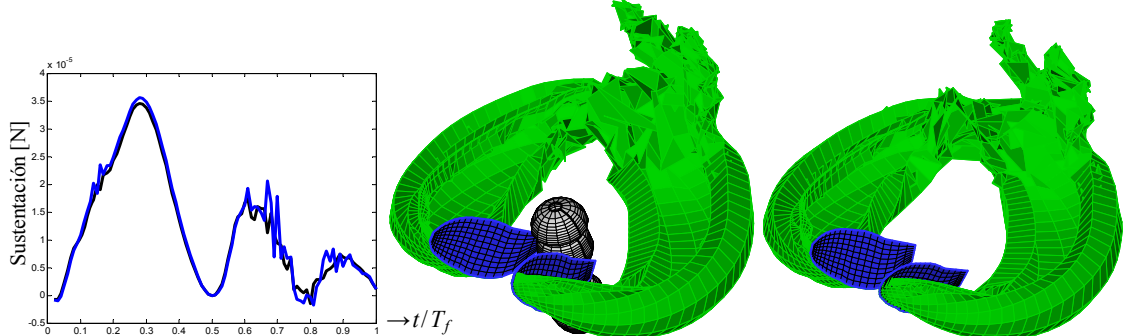
Vuelo suspendido – corriente de aire a 0° ($V_\infty = 2.096$ m/seg)



Vuelo suspendido – corriente de aire a 45° ($V_\infty = 1.048$ m/seg)



Vuelo suspendido – corriente de aire a 45° ($V_\infty = 2.096$ m/seg)



— Sin considerar el cuerpo — Considerando el cuerpo

Figura 6.30: Influencia del cuerpo del insecto sobre la fuerza de sustentación para diferentes configuraciones de vuelo.

Como se puede observar en la figura 6.30, la fuerza de sustentación no es afectada por la presencia del cuerpo del insecto. Sin embargo, este resultado no puede ser generalizado debido a las simplificaciones realizadas para llevar a cabo este análisis. Primero, la ausencia de un esquema de ruptura de la estela para tratar condiciones de vuelo en las cuales existe una corriente libre inclinada nos condiciona a estudiar sólo el periodo correspondiente al primer ciclo de aleteo. Por otro lado, cuando se incorpora una técnica que permite romper la estela a medida que esta es atravesada por un cuerpo sólido pueden observarse fluctuaciones en las fuerzas aerodinámicas (Gebhardt, 2012). Otro aspecto a destacar es la utilización de sólo dos direcciones diferentes para la corriente libre; sin duda para obtener una conclusión general sobre el tema deberían considerarse otras condiciones de vuelo como por ejemplo: vuelo hacia adelante, vuelo lateral, o maniobras en las cuales el cuerpo del insecto tenga movimientos de traslación y/o rotación prescritos, todo esto para un rango de velocidades lo más amplio posible.

Mas allá de esos detalles, el estudio llevado a cabo en esta subsección nos permite asegurar que para una configuración de vuelo simétrica, con una corriente libre cuya dirección esté contenida en el plano formado por los vectores unitarios \hat{n}_1 y \hat{n}_3 , o en ausencia de la misma, la influencia del cuerpo del insecto sobre la sustentación es mínima. Este hecho nos permite utilizar una discretización espacial burda para el cuerpo del insecto, o más aún, descartarlo por completo sin perder fidelidad en el cálculo de las fuerzas aerodinámicas.

La justificación de un análisis simplificado de esta naturaleza radica principalmente en la disminución de los tiempos de cómputo, el cual, para el método adoptado en este trabajo de tesis, se ve reflejado en una reducción significativa en el orden del sistema de ecuaciones algebraicas lineales a resolver en cada paso de tiempo.

6.3.6. Aerodinámica de una mosca de la fruta en vuelo suspendido

Para finalizar la sección 6.3, se presentan resultados numéricos de la aerodinámica de una mosca de la fruta en vuelo suspendido. El patrón de movimiento utilizado para mover el ala durante un ciclo de batimiento es el que se utilizó en la Subsección 6.3.5. Además, por el mismo motivo expuesto en la subsección previa relativo al complejo movimiento del ala y a la ausencia de un mecanismo de ruptura de la estela, el fenómeno del LEV no es incluido en este análisis.

Por otro lado, una combinación adecuada de diferentes patrones de deformación puede aumentar hasta un 11 % el valor medio de la sustentación respecto del caso de ala rígida (subsección 6.3.4) y mejorar, en general, el desempeño aerodinámico del insecto. Este hecho permite establecer que la situación más desfavorable es el caso de ala rígida y es el motivo por el cual se utilizó un modelo de ala rígida para realizar las simulaciones numéricas que se presentan a continuación.

Para el experimento numérico mostrado en esta subsección se adoptó una frecuencia de batimiento de 210 Hz, una semi envergadura $R = 2.5$ mm, un área del ala $S = 2.21$ mm², una densidad del aire de 1.2 Kg/m³ y una discretización espacial para la sábana adherida similar a la utilizada en la subsección 6.3.5. Por otro lado, las magnitudes concernientes a la morfología y a la cinemática del insecto producen un número de Reynolds de 133, el cual fue computado mediante la siguiente expresión:

$$Re_{3D} = 4 \frac{\Phi n_f R^2}{\nu_{aire} AR}, \quad (6.6)$$

donde ν_{aire} es la viscosidad cinemática del aire. El subíndice 3D en la ecuación (6.6) indica que el número de Reynolds es calculado para un ala batiente con movimiento tridimensional (Fry *et al.*, 2005; Shyy *et al.*, 2008).

En la figura 6.31 se muestra la evolución temporal de la estela de una mosca de la fruta en *hovering* (vista en planta y en perspectiva). Allí se puede apreciar, a medida que el tiempo transcurre, que las partículas de fluido son impulsadas hacia abajo evidenciando la existencia de sustentación. Se observa, además, que el método implementado capta con gran detalle las interacciones aerodinámicas estelas/estelas, alas/estelas y cuerpo/estelas.

En la figura 6.32a se graficó la fuerza de sustentación de una mosca de la fruta en *hovering* para dos ángulos de desviación diferentes: *i*) un ángulo de desviación nulo durante todo el ciclo de batimiento y *ii*) el ángulo de desviación correspondiente a la cinemática real mostrado en la figura 6.3c. Además, en la figura 6.32b se presenta un diagrama donde se muestra el patrón de movimiento del ala y la magnitud y orientación del vector de fuerza instantáneo (donde F_{usp} es la fuerza resultante durante el *upstroke*, y F_{dow} es la fuerza resultante durante el *downstroke*). Las líneas de color negro indican la posición y orientación de la cuerda media del ala en puntos separados uniformemente a través del ciclo de aleteo. Los círculos pequeños indican el borde de ataque, en color azul para el *downstroke* y en color rojo para el *upstroke*.

Vista en perspectiva

Vista en planta

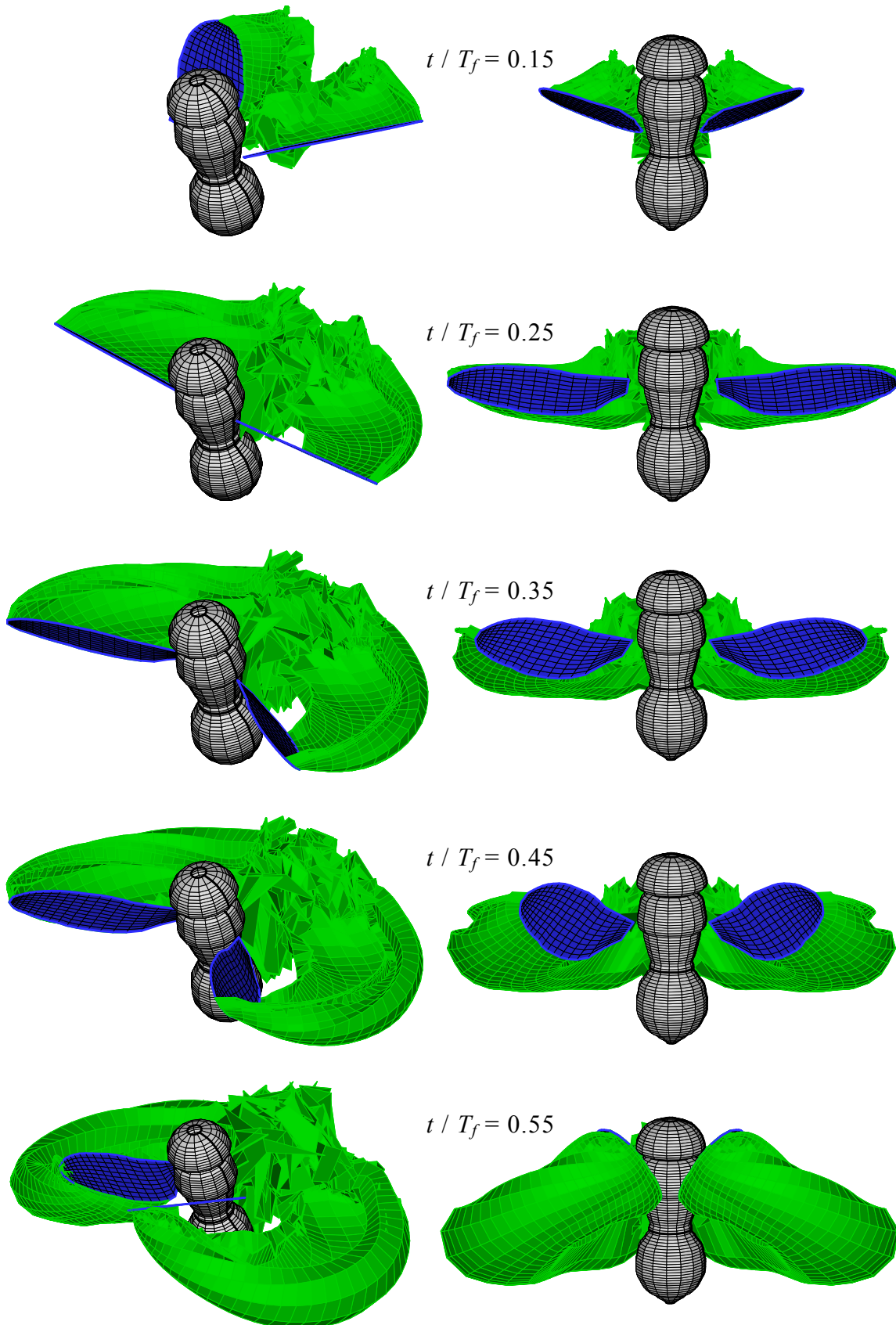
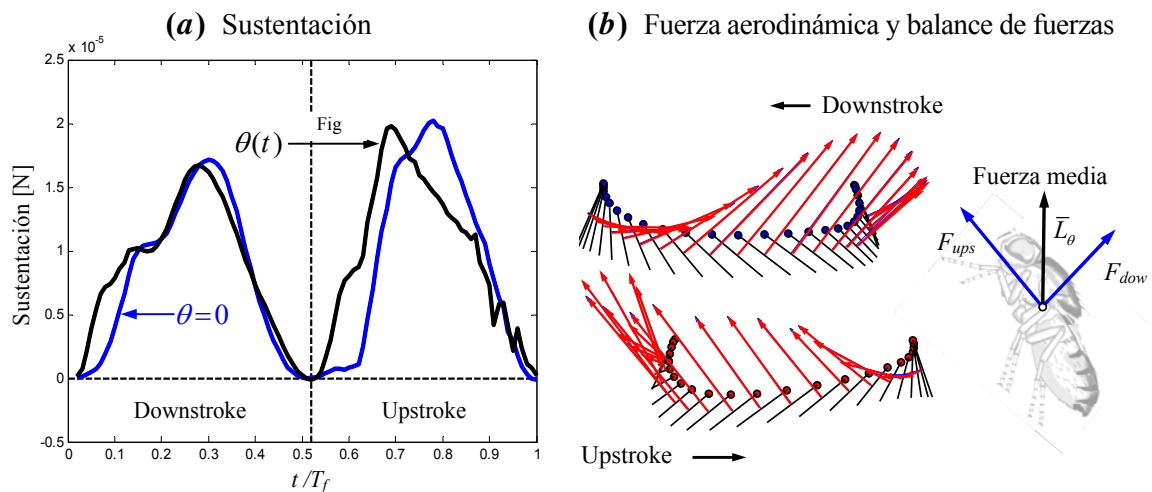


Figura 6.31: Evolución temporal de la estela para el primer medio ciclo de batimiento.



(a) Sustentación: color negro considerando desviación y color azul para un ángulo de desviación nulo.
 (b) Vector de fuerza aerodinámica superpuesto con un diagrama de movimiento del ala (izquierda), y balance de fuerzas durante el *hovering* (derecha).

Figura 6.32: Fuerza de sustentación - cinemática real de una *drosophila* en *hovering*.

Una característica especial que distingue la cinemática real utilizada en este trabajo respecto de patrones de movimiento simplificados comúnmente encontrados en la literatura es el pico relativamente grande que se desarrolla en el ángulo de rotación inmediatamente posterior a la reversión de la dirección de movimiento del ala (la cinemática del *robofly* no cuenta con esta propiedad). Este pico genera un incremento en la sustentación al comienzo de cada fase de traslación del ala (ver figura 6.32b), luego el ángulo de rotación tiene una forma similar al ángulo de rotación que caracteriza la cinemática del *robofly*, resultando en una distribución de fuerza casi constante.

Otro rasgo importante en la cinemática real de la mosca de la fruta es el referido a la desviación del ala respecto del plano de batimiento. Esta desviación produce un patrón en forma de ocho ligeramente deformado en lugar de una figura plana (figura 6.7) o la figura de un ocho perfecto (figura 6.6a).

El efecto de desviación del ala puede introducir grandes componentes de velocidad en la dirección perpendicular al plano de batimiento, lo cual se traduce en un incremento del ángulo de ataque al comienzo de cada fase de traslación. Por el contrario, al final de cada etapa de traslación, el ala se mueve nuevamente hacia arriba produciendo una disminución del ángulo de ataque. Este complejo comportamiento se ve reflejado en las fuerzas aerodinámicas por una reducción severa en la sustentación hacia el final del *downstroke* o el *upstroke* (donde la dirección del vector de fuerzas es casi horizontal,

ver figura 6.32b y por un subsecuente incremento de la fuerza de sustentación inmediatamente posterior a la reversión de movimiento del ala.

En resumen, el ángulo de desviación aumenta levemente la fuerza de sustentación durante el ciclo de batimiento mientras su valor medio permanece casi constante. Esta particularidad fue corroborada llevando a cabo simulaciones numéricas *i*) considerando el ángulo de desviación (figura 6.3c) y *ii*) considerando el mismo nulo a través de todo el ciclo de batimiento. En la figura 6.32a se puede observar un corrimiento de la curva de sustentación durante la segunda fase de traslación cuando el ángulo de desviación es nulo; por otro lado el valor medio de la sustentación considerando desviación es apenas un 7.4 % mayor que utilizando un ángulo de desviación nulo, esto es:

$$\begin{aligned}\bar{L}_{\theta(t)} &= 9.25 \times 10^{-6} \text{ N, y} \\ \bar{L}_{\theta=0} &= 8.56 \times 10^{-6} \text{ N,}\end{aligned}\tag{6.7}$$

donde los subíndices $\theta(t)$ y $\theta = 0$ indican con y sin desviación respectivamente.

Este fenómeno permite inferir que el insecto puede utilizar este mecanismo para nivelar la carga sobre las alas durante el *upstroke*, y como un posible instrumento de control para estabilizar el vuelo en diferentes configuraciones de vuelo.

Finalmente, se investiga si el valor medio de la sustentación, \bar{L}_θ , puede soportar el peso de una *drosophila melanogaster* durante un ciclo de batimiento. Para llevar a cabo dicho análisis se utilizaron datos reportados por Fry *et al.* (2005), quienes usaron una técnica basada en una relación de medida entre la longitud del ala, R , y la masa del cuerpo del insecto (número de muestras, $N_m = 53$) para estimar la masa del insecto completo. Fry *et al.* encontraron que en promedio una mosca de la fruta tiene una masa comprendida entre 0.84 y 1.40 mg, que corresponde a un rango de peso comprendido entre 8.24 y 13.70 μN . El valor medio de la sustentación considerando un ángulo de desviación no nulo para las simulaciones numéricas desarrolladas en esta subsección ($\bar{L}_{\theta(t)} = 9.25 \times 10^{-6} \text{ N}$) es en principio suficiente para soportar el peso del insecto.

Sin embargo, se debe enfatizar que en el análisis efectuado no se consideró el fenómeno de separación desde el borde de ataque y ningún patrón de deformación sobre el ala, fenómenos que indudablemente incrementan las fuerzas de sustentación durante todo el ciclo de batimiento.

6.4. Estudio de la dinámica y aerodinámica de alas batientes

En la presente sección se estudia la aerodinámica no estacionaria y la dinámica no lineal de una mosca de la fruta en vuelo suspendido. Se considera el patrón de movimiento correspondiente a la cinemática real de una *drosophila* en vuelo suspendido (Fry *et al.*, 2005). En este análisis no es incluido el fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque, y el lapso de tiempo simulado comprende solo un ciclo de batimiento.

Se consideran dos casos de estudio:

- Caso I: se utiliza un modelo de ala rígida donde las alas no experimentan ninguna deformación durante el ciclo de batimiento.
- Caso II: se impone un patrón de deformación sobre las alas caracterizado por una deformación por torsión ($\beta_t = 0.5\pi$), combinado con una deformación por flexión normal (N1, $\beta_{bn} = 0.5\pi$) y una deformación por flexión tangencial (T1, $\beta_{bt} = -0.5\pi$), similar al Caso I expuesto en la Subsección 6.3.4.4.

Para la configuración del experimento numérico llevado a cabo en esta sección se adoptó una frecuencia de batimiento de 210 Hz, una semienvergadura del ala del insecto, $R = 2.50$ mm; un área para cada ala, $S = 2.21$ mm², una masa total para el insecto, $M_{drosopil} = 0.84$ mg, una densidad del aire de 1.2 Kg/m³ y una discretización espacial para el modelo aerodinámico de 1405 paneles, de los cuales corresponden 200 a cada una de las alas y 1005 al cuerpo del insecto. Se considera una discretización temporal para el ciclo de batimiento de 100 pasos de tiempo.

Como condiciones iniciales utilizadas en el presente estudio se asignaron los siguientes valores al conjunto de coordenadas y velocidades generalizadas independientes \mathbf{q}_1 y $\dot{\mathbf{q}}_1$:

$$\begin{aligned}\mathbf{q}_1 &= \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 5\pi/12 \quad 0 \quad 0 \}^T, \text{ y} \\ \dot{\mathbf{q}}_1 &= \{ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \}^T.\end{aligned}\tag{6.8}$$

Este conjunto de condiciones iniciales ubican el centro de masa del cuerpo central del insecto en el origen del sistema de referencia inercial \mathbf{N} con un ángulo de inclinación del cuerpo de 75°; además, se asume un valor para el ángulo del plano de aleteo igual a 15° (esta configuración inicial produce un plano de aleteo horizontal). Tanto la velocidad

lineal del centro de masa del cuerpo central como así también el vector velocidad angular de dicho cuerpo son nulos en $t = t_0$. El valor del vector de coordenadas generalizadas dependiente y el vector de velocidad generalizada dependiente en $t = t_0$ se determinan mediante el procedimiento expuesto en la Sección 5.5. En la figura 6.33 se presenta un esquema que explica gráficamente los grados de libertad asociados al cuerpo central del insecto.

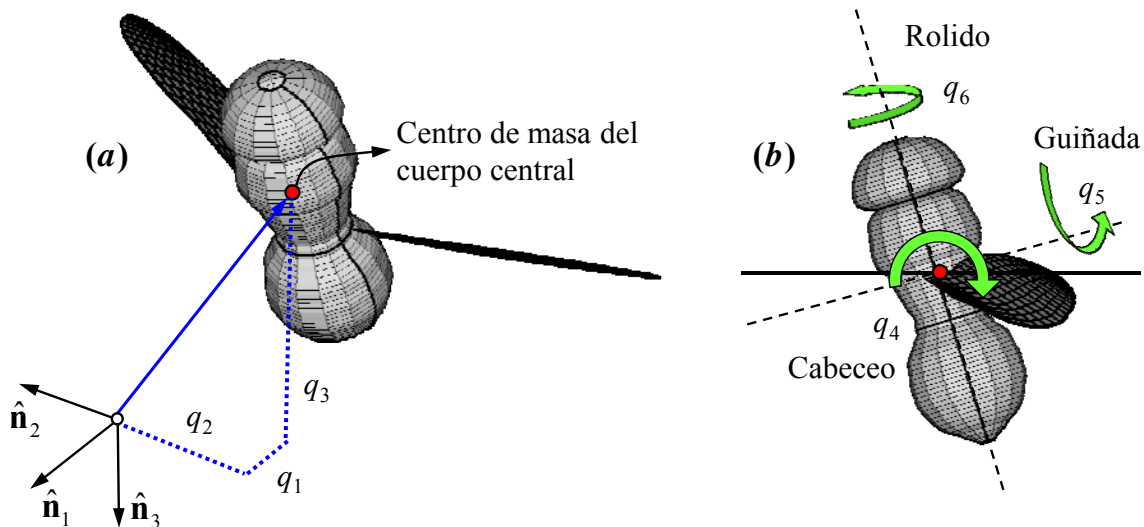


Figura 6.33: Grados de libertad del cuerpo central del insecto.

El requerimiento más importante en una configuración de vuelo suspendido es indudablemente el valor de la fuerza vertical, la cual debe compensar eficientemente el peso del insecto. En la figura 6.34a se puede observar un pico de sustentación en la mitad de cada fase de traslación, cuya contribución es considerablemente alta durante el *upstroke*. Además, durante la segunda fase de traslación se puede notar que el pico de fuerza para el caso de un ala deformable es aproximadamente un 30 % mayor que el caso de ala rígida; esto nos permite inferir que el efecto de la elasticidad de las alas juega, definitivamente, un papel crucial en la producción de fuerzas aerodinámicas. Este hecho se ve reflejado también en la figura 6.35c, en la cual se grafica el grado de libertad vertical asociado al centro de masa del cuerpo central en función del tiempo adimensional. Claramente se observa que un ala rígida apenas puede soportar el peso del insecto notándose un leve movimiento hacia abajo al final del ciclo de batimiento, por el contrario, cuando se impone un patrón de deformación adecuado (Caso II), no solo la fuerza de sustentación generada es suficiente para balancear el peso del insecto, sino que se puede apreciar una elevación casi continua del mismo.

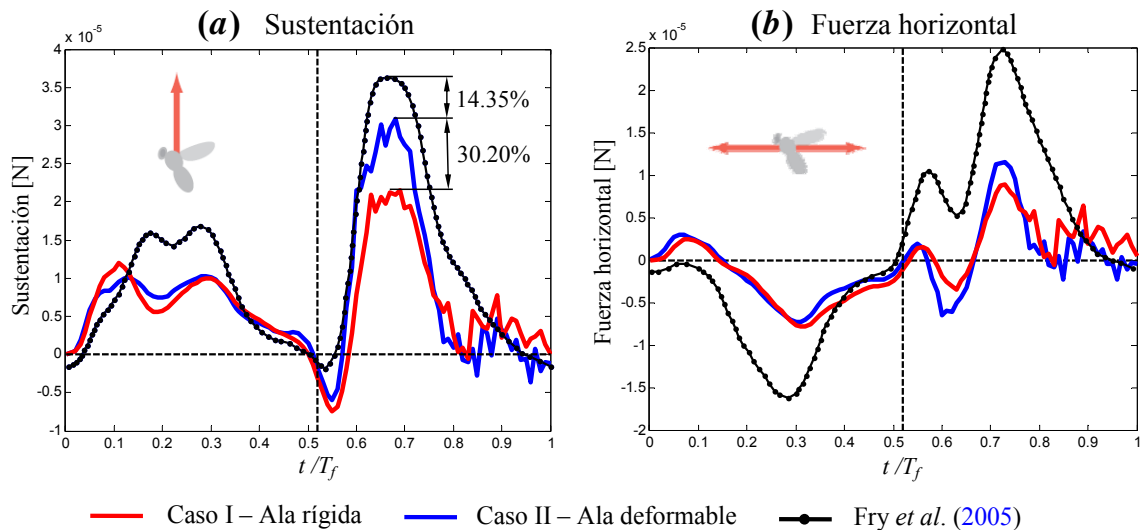


Figura 6.34: Fuerzas aerodinámicas; (a) Sustentación; (b) Fuerza horizontal.

Con el objeto de cuantificar la calidad de las simulaciones numéricas desarrolladas en esta sección, se comparan las fuerzas aerodinámicas provenientes de las simulaciones numéricas contra mediciones experimentales llevadas a cabo por Fry *et al.* (2005) sobre una *drosophila* en vuelo suspendido libre (figura 6.34). Como se puede observar en la figura 6.34a las fuerzas de sustentación obtenidas numéricamente para ambos casos, ala deformable y ala rígida, tienen una forma y tendencia similar a la curva reportada por Fry *et al.*, sin embargo los niveles de sustentación predichos por las simulaciones numéricas son inferiores a los medidos experimentalmente por Fry y colaboradores (aproximadamente un 14 % menor para el caso de ala deformable). Este hecho es debido probablemente a que el fenómeno de separación de vorticidad desde el borde de ataque no fue considerado.

Por otro lado, la comparación de la fuerza horizontal proveniente de las simulaciones numéricas contra la curva publicada por Fry *et al.* (2005) presenta diferencias mucho más marcadas que la fuerza de sustentación. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el modelo aerodinámico utilizado es inviscido y por lo tanto los efectos viscosos no son captados; la única componente que contribuye a la fuerza horizontal graficada en la figura 6.34b es claramente la resistencia inducida, la cual es consecuencia directa de la existencia de sustentación. A pesar de ello, la forma y tendencia de la curva es bien captada. Además, se puede observar que la fuerza horizontal es siempre opuesta a la dirección de movimiento del ala, lo cual produce una especie de oscilación del cuerpo del insecto en la dirección horizontal (vector unitario \hat{n}_1); fenómeno que se ve reflejado en la figura 6.35a, en la cual se grafica el grado de libertad horizontal asociado al centro de masa del cuerpo central en función del tiempo adimensional.

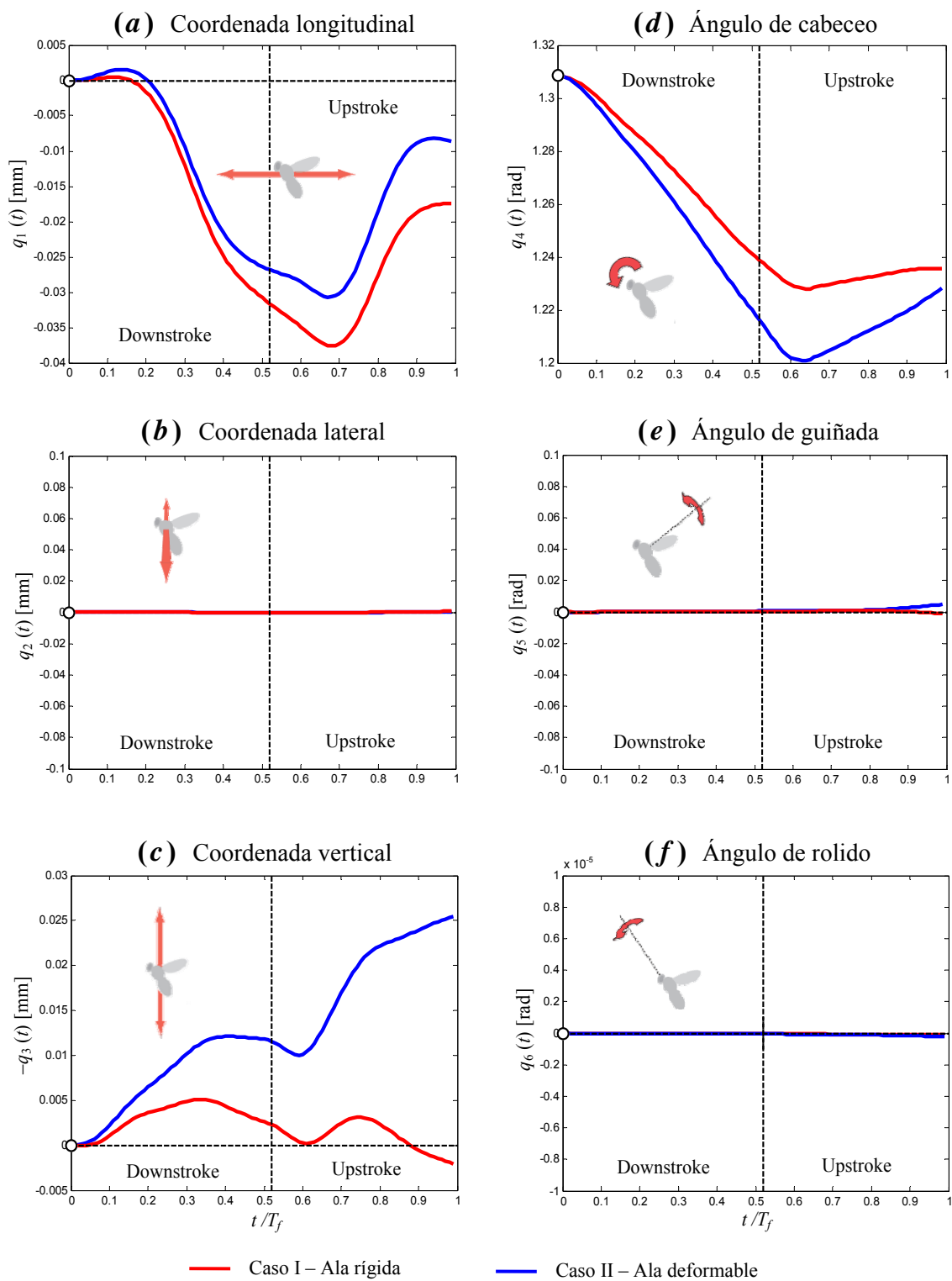


Figura 6.35: Evolución de las coordenadas generalizadas del cuerpo central durante un ciclo de aleteo.

A diferencia de la fuerza de sustentación y la fuerza horizontal, la fuerza lateral es idénticamente cero ya que el tipo de vuelo analizado es simétrico, esto se traduce en un desplazamiento lateral del insecto nulo (ver figura 6.35b). Similarmente, la contribución de cada ala a los torques de guiñada y rolido se cancelan entre sí, de manera que los momentos

resultantes suman cero en cada punto del ciclo de batimiento; este efecto se traduce en un ángulo de guiñada y un ángulo de rolido idénticamente nulos durante todo el ciclo de aleteo (figuras 6.35e y 6.35f).

Por el contrario, el signo y magnitud del momento de cabeceo producido por cada ala son iguales, lo cual produce un torque neto diferente de cero durante todo el ciclo de aleteo. Este hecho se puede observar en la figura 6.35d, en la cual se grafica el ángulo de cabeceo como función del tiempo adimensional. Fry *et al.* (2005) observaron que el momento de cabeceo tiene una media próxima a cero en cada fase de traslación del ciclo de aleteo, lo cual está caracterizado por un pico negativo y un pico positivo con magnitudes similares en cada fase traslacional. Como producto de este torque, el cuerpo del insecto experimenta una oscilación hacia adelante y hacia atrás, la cual está controlado eficientemente por la cinemática de las alas, la frecuencia de batimiento y el movimiento preciso de la cabeza y abdomen del insecto con respecto al tórax. Ese mecanismo de control impide que el momento de cabeceo haga decrecer indefinidamente el ángulo de cabeceo, produciendo al final, que el insecto se tumbe. En este trabajo de tesis no se incorporó ninguna estrategia de control, por lo cual, el ángulo de cabeceo tiene un comportamiento muy diferente al esperado: disminuye constantemente durante casi todo el ciclo de aleteo notándose un leve aumento en la fase correspondiente al *upstroke* (ver figura 6.35d); comportamiento que si se extiende a los ciclos subsiguientes el insecto indudablemente se estrellaría.

Se debe mencionar también, que como consecuencia de una configuración de vuelo simétrica, la trayectoria que describe el centro de masa del insecto está completamente confinada al plano sagital. En la figura 6.36a se puede apreciar nuevamente la importancia de un ala flexible en el vuelo con alas batientes; lo cual queda evidenciado por la trayectoria en forma de una *S* degenerada que describe el centro de masa del insecto durante el ciclo de aleteo. De hecho, a medida que el insecto se eleva se puede observar una pequeña oscilación en la dirección horizontal (fenómeno que fue discutido anteriormente). Por otro lado, cuando se considera un ala rígida, el centro de masa del insecto describe una trayectoria casi horizontal al principio, pero a medida que el tiempo transcurre el centro de masa comienza a moverse hacia abajo reflejando la insuficiencia de la fuerza de sustentación para compensar el peso del insecto. En la figura 6.36b se grafican las trayectorias del centro de masa para ambos casos, superpuesto con un diagrama que exhibe cualitativamente la variación del ángulo de cabeceo del insecto a través del ciclo de batimiento.

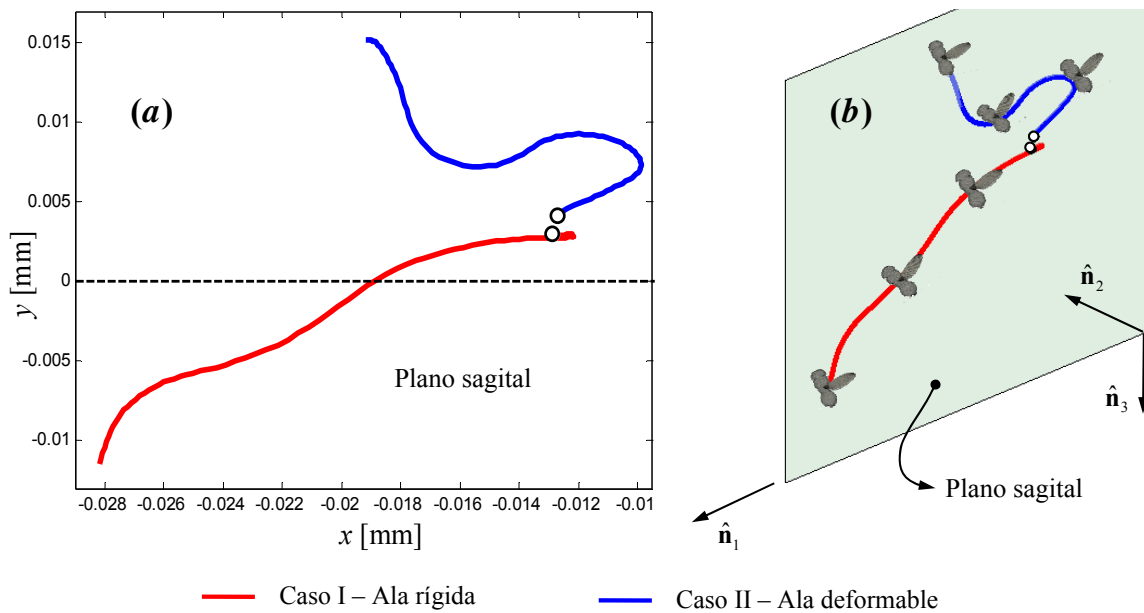


Figura 6.36: Evolución temporal del centro de masa del insecto para los dos casos analizados: ala rígida y deformable.

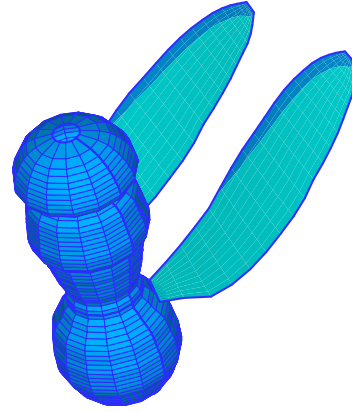
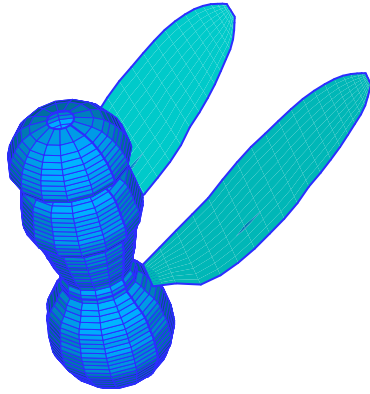
Por último, en la figura 6.37 se presenta la evolución temporal del salto de presión a través de las superficies sustentadoras para los dos casos analizados en esta sección. El valor del salto de presión asignado al cuerpo del insecto es idénticamente igual a cero, $\Delta C_p = 0$, con el objetivo de graficarlo en conjunto con las superficies sustentadoras.

- La comparación del salto de presión entre los casos de ala deformable y ala rígida revela una variación muy leve en la primera fase de traslación, lo cual está en total acuerdo con la forma y magnitud de las fuerzas aerodinámicas expuestas en la figura 6.34. Cuando el ala comienza su segunda fase de traslación, puntualmente para un tiempo adimensional $t/T_f = 0.66$, las diferencias entre los casos de ala deformable y ala rígida se hacen mucho más evidentes.
- Para el caso de ala deformable, se puede observar claramente una distribución de valores negativos para el salto de presión; fenómeno que se acrecienta hacia la puntera del ala (cabe destacar que el salto de presión se debe multiplicar por el vector unitario normal a cada panel aerodinámico para obtener el vector de fuerza aerodinámica por panel). Este hecho produce, sin duda, un aumento en las fuerzas aerodinámicas (en total concordancia con los gráficos expuestos en la figura 6.34).
- Por último, hacia el final de la segunda fase de traslación, la distribución del salto de presión para el caso de ala deformable presenta un aumento marcado, lo cual se traduce en una disminución evidente de la fuerza de sustentación con respecto al caso de ala rígida.

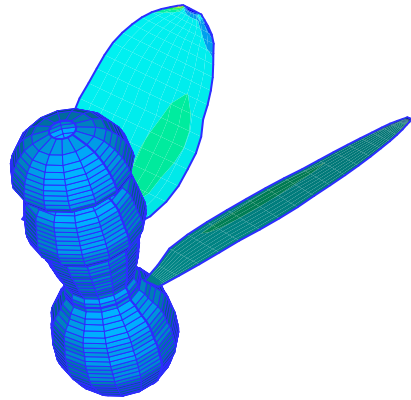
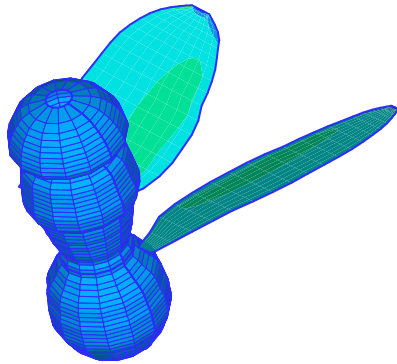
Caso I - Ala rígida

Caso II - Ala deformable

$t/T_f = 0$



$t/T_f = 0.11$



$t/T_f = 0.22$

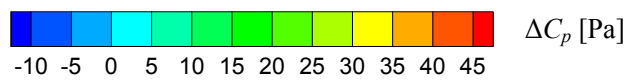
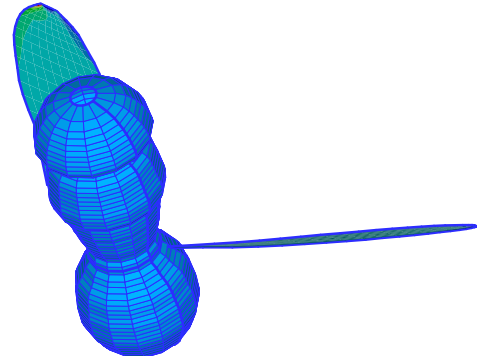
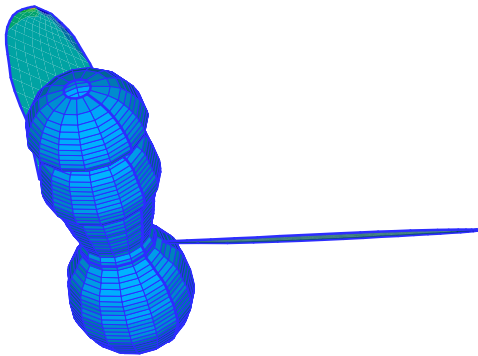
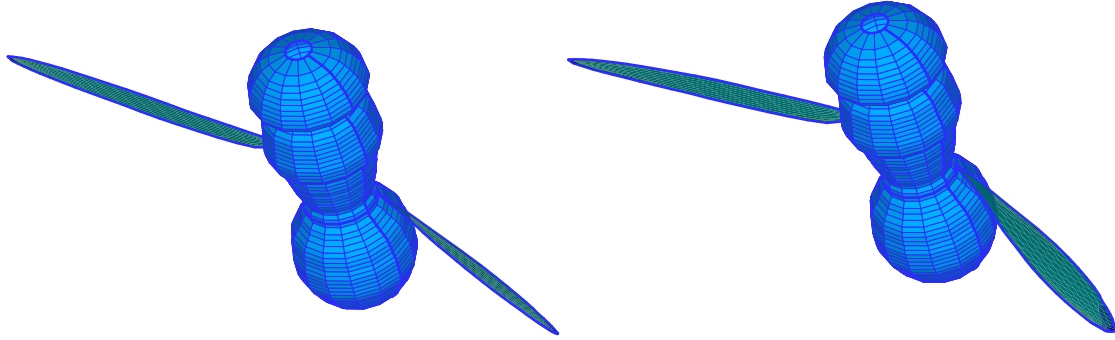


Figura 6.37a: Evolución temporal del salto de presión – Caso I: Ala rígida y Caso II: Ala deformable.

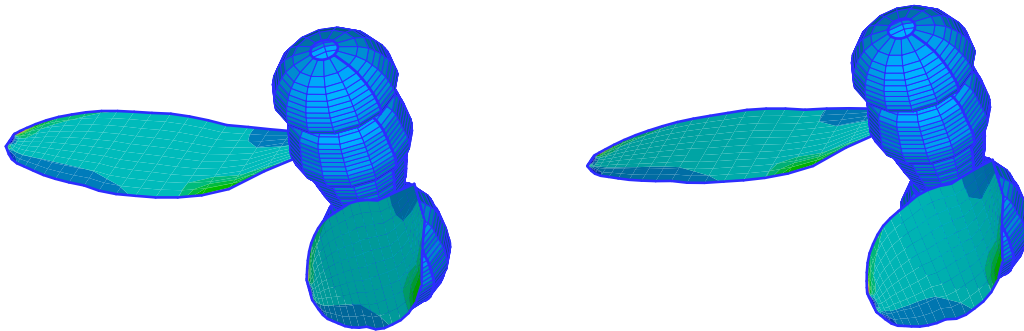
Caso I - Ala rígida

Caso II - Ala deformable

$t/T_f = 0.33$



$t/T_f = 0.44$



$t/T_f = 0.55$

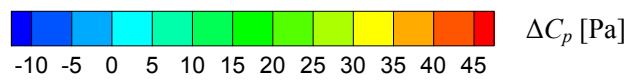
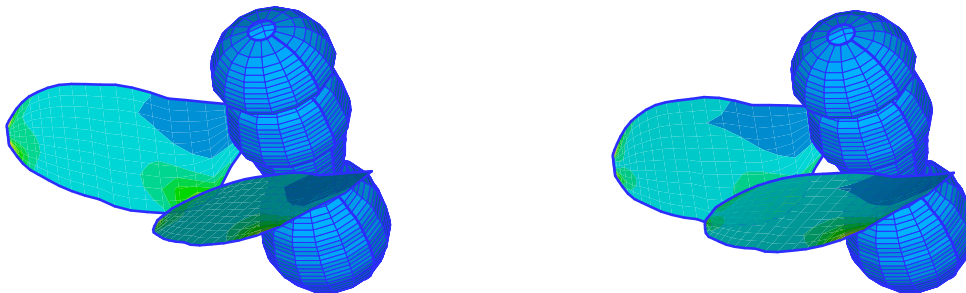
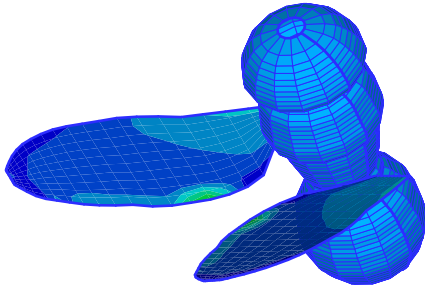
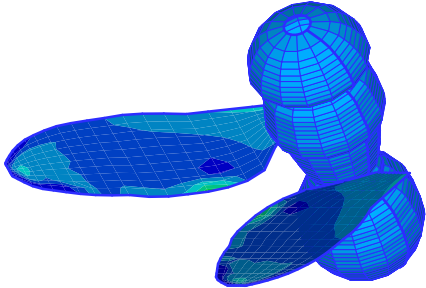


Figura 6.37b: Evolución temporal del salto de presión – Caso I: Ala rígida y Caso II: Ala deformable.

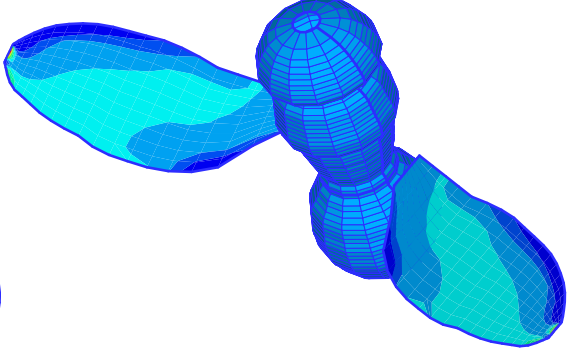
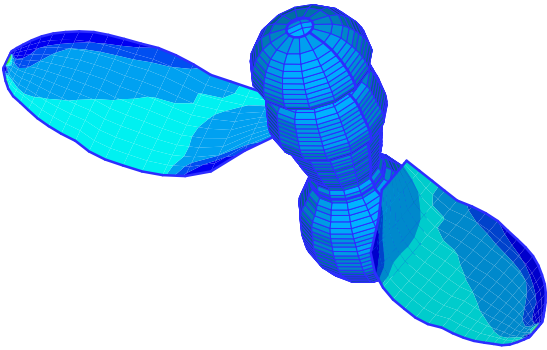
Caso I - Ala rígida

Caso II - Ala deformable

$t/T_f = 0.66$



$t/T_f = 0.77$



$t/T_f = 0.88$

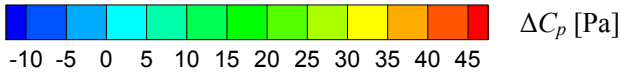
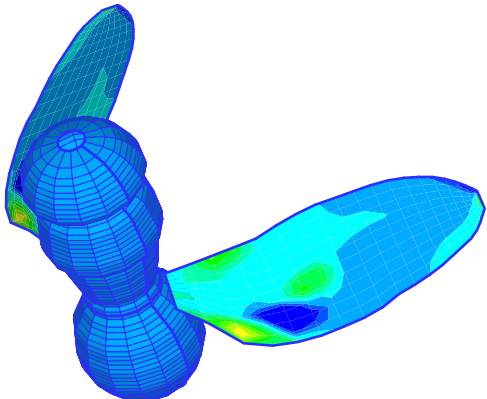
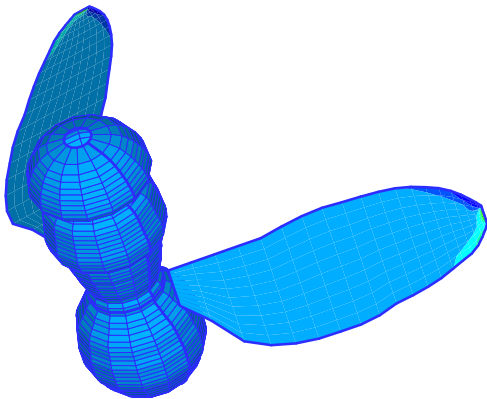


Figura 6.37c: Evolución temporal del salto de presión – Caso I: Ala rígida y Caso II: Ala deformable.

El perfil de deformación adoptado (Caso II) para llevar a cabo el análisis presentado en esta sección produce un aumento neto del perfil de velocidad del ala en las etapas de traslación del ciclo de batimiento; por el contrario el efecto de este perfil de deformación tiene muy poca influencia sobre el perfil de velocidad del ala durante las fases rotacionales. Este hecho contribuye a aumentar el ángulo de ataque efectivo durante el *downstroke* y el *upstroke* produciendo por lo tanto un aumento efectivo de la fuerza de sustentación sobre las alas (específicamente sobre la fase correspondiente a la segunda fase de traslación).

6.5. Limitaciones del modelo

Aunque el método de red de vórtices no lineal y no estacionario implementado en este trabajo de tesis ha sido verificado y validado exitosamente con mediciones experimentales y ha producido muy buenos resultados para un insecto volador en vuelo suspendido, sigue siendo un modelo inviscido, y por lo tanto está sujeto a ciertas limitaciones.

Una de estas limitaciones tiene su origen en la propia formulación del modelo aerodinámico, es decir, el método de red de vórtices no lineal y no estacionario se obtiene mediante una aproximación asintótica de las ecuaciones de Navier-Stokes cuando el número de Reynolds tiende a infinito. Esta hipótesis implica que los efectos viscosos, tales como: predicción de la zona de separación, transición y reatado del flujo entre otros no son captados por el modelo adoptado. El único fenómeno incorporado en el presente trabajo es el efecto de separación adicional del flujo desde el borde de ataque por medio de un esquema simple basado en un mecanismo “todo/nada”.

Otra limitación importante está relacionada con ciertas inestabilidades numéricas que se originan en el cómputo de las velocidades por medio de la ley de Biot-Savart. Particularmente, cuando un punto de control se encuentra muy próximo a un segmento de vorticidad, la ley de Biot-Savart predice una velocidad excesivamente alta. Este resultado se traduce en un desplazamiento desmedido de los nodos aerodinámicos (conectores) que definen cada segmento de vorticidad en la estela (puede suceder que la solución explote en tiempo finito). Estos problemas numéricos se vuelven mucho más significativos en configuraciones de vuelo donde las estelas permanecen cercanas al sólido inmerso en el fluido, en este caso el cuerpo del insecto y sus alas; tal es el caso del vuelo suspendido que es una condición de vuelo extrema caracterizado por una velocidad de corriente libre nula. De hecho, estas inestabilidades numéricas nos condicionan a

estudiar sólo un ciclo de batimiento; a partir del segundo ciclo la estela se vuelve muy desordenada induciendo mucho error en el cómputo de las cargas aerodinámicas.

Otra limitación que es producto del problema numérico antes mencionado está asociada a la inclusión del mecanismo de separación desde el borde de ataque. Específicamente, cuando la cinemática utilizada para mover las alas durante un ciclo de batimiento es muy compleja (por ejemplo la cinemática real expuesta en la figura 6.3c), la estela es atravesada por el ala cuando comienza su segunda fase de traslación luego de revertir su dirección de movimiento. En este trabajo de tesis no se implementó ninguna técnica para romper la estela a medida que es atravesada por un cuerpo sólido, por lo tanto el mecanismo de separación adicional desde el borde de ataque solo fue incluido en la Sección 6.3.3, donde la cinemática utilizada es relativamente simple.

Un procedimiento utilizado ampliamente en la actualidad para sortear eficientemente estos inconvenientes es la combinación del UVLM con el método de partículas vorticosas (Willis *et al.*, 2007; Koumoutsakos, 2005; Winckelmans y Leonard, 1993). Este método híbrido permitiría mejorar significativamente la descripción espacial de las estelas y eliminar la mayoría de los problemas citados anteriormente.

Con referencia al modelo dinámico, se puede mencionar que la única limitación importante está relacionada al mecanismo desarrollado para prescribir patrones de deformación sobre las alas del insecto; el cual es válido solo para pequeños desplazamientos y pequeñas rotaciones elásticas. Debido a la importancia de los efectos elásticos sobre la producción de sustentación se recomienda en futuros estudios utilizar un modelo no lineal para imponer deformaciones con el objeto de explorar el efecto de un rango de deformación más amplio sobre las fuerzas aerodinámicas

A pesar de todo lo expuesto previamente, los modelos aerodinámico y dinámico presentados en esta tesis constituyen una excelente alternativa para estudiar el vuelo con alas batientes. De hecho, el costo computacional es mucho menor comparado con simulaciones numéricas realizadas con CFD, enfoques basados en elementos finitos y simulaciones numéricas directas (*direct numerical simulations*, DNS). En promedio, el tiempo de cómputo de las simulaciones numéricas concernientes a la aerodinámica fue de una hora, y para el código que acopla la aerodinámica con la dinámica de una hora y cuarenta minutos. Este aumento en el tiempo de ejecución se debe al número de iteraciones necesario para lograr convergencia en cada paso de tiempo, alrededor de 10 iteraciones para los primeros pasos de tiempo y entre 5 y 7 para el resto del ciclo de batimiento.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

7.1. Conclusiones

Como producto del presente trabajo de tesis se desarrolló una herramienta computacional que permite estudiar la cinemática, la aerodinámica y la dinámica de insectos y aves pequeñas. Mediante la utilización de la herramienta numérica desarrollada se realizaron simulaciones numéricas cuyos resultados permitieron comprender, con un grado importante de profundidad, las características intrínsecas del comportamiento aerodinámico y dinámico de insectos voladores.

Con respecto a la cinemática, se formularon dos modelos cinemáticos de complejidad creciente para estudiar el movimiento tridimensional de un ala batiente. El primero consiste de un modelo de ala rígida que constituye el motor de un código interactivo (Insect-MAV) el cual permite estudiar, analizar y visualizar los principales parámetros cinemáticos que interactúan entre si en cada ciclo de batimiento para producir los complejos movimientos que realizan las alas de los insectos. Las trayectorias de puntos del ala obtenidas mediante el programa Insect-MAV se validaron exitosamente comparándolas con resultados de mediciones experimentales obtenidas utilizando un robot a escala desarrollado en la Universidad de California, Berkeley, USA. Además, el código desarrollado sirve como nexo entre el lenguaje descriptivo utilizado por los biólogos y el lenguaje predictivo usados por los ingenieros. El segundo modelo es una versión extendida del primero que permite imponer diferentes patrones de deformación sobre las alas, tales como: flexión, torsión y ambos efectos combinados; posibilitando

de esta manera, un estudio integral de la influencia de los efectos elásticos sobre el desempeño aerodinámico y dinámico del vuelo de insectos.

Con respecto a la aerodinámica, algunas conclusiones importantes pueden ser extraídas de los estudios que conforman la tesis. Los resultados obtenidos permiten mejorar el entendimiento de la física subyacente asociada al comportamiento aerodinámico inherentemente no lineal y no estacionario del vuelo a pequeña escala, cuya complejidad es bien aceptada pero al mismo tiempo poco comprendida.

La versión modificada del método de red de vórtices no lineal y no estacionario utilizada en este trabajo fue validada contra mediciones experimentales reportadas por el equipo de Dickinson. Específicamente, la fuerza de sustentación obtenida por medio de la herramienta numérica desarrollada muestra una excelente concordancia con los valores medidos en el *robotfly* para tres relaciones de fase diferentes entre la rotación del ala y el momento en que el ala revierte su dirección de movimiento. Además, el contenido en frecuencia de las señales producto de las simulaciones numéricas y las señales medidas en los experimentos concuerda notablemente, destacando de esta manera la calidad de los resultados obtenidos. Estos resultados permiten establecer que el modelo aerodinámico adoptado es realmente capaz de predecir, con bastante precisión, las fuerzas de sustentación y el campo de fluido presentes en el vuelo con alas batientes.

La extraordinaria similitud encontrada en tendencia, sincronismo y magnitud entre los resultados de las simulaciones numéricas y los provenientes de las mediciones experimentales muestra que la física del problema es bien captada por la formulación desarrollada. Mas aún, esto nos permite inferir que los efectos inerciales son mucho más importantes que los efectos viscosos en el vuelo a pequeña escala, y que la interacción entre vórtices es el fenómeno principal que permite a los insectos generar la suficiente fuerza de sustentación para mantenerse en el aire.

Como era de esperar, se encontró además, que la deformación de las superficies sustentadoras tiene una marcada influencia sobre la fuerza de sustentación. Aunque el esquema desarrollado para imponer deformaciones es válido para desplazamientos y rotaciones elásticas pequeñas, los resultados expuestos en este trabajo permiten concluir que:

- el efecto de la torsión sobre la fuerza de sustentación depende fuertemente de la cinemática utilizada y de la fase entre el ángulo de torsión y el ángulo de posición, produciendo aumentos de sustentación en las fases rotacionales y decrementos en las fases de traslación del ciclo de aleteo y viceversa. Además se observó que su influencia sobre el valor medio de la sustentación es relativamente baja, lo cual permite inferir que este mecanismo de deformación podría ser utilizado por los insectos principalmente como instrumento de control;
- la imposición de una flexión a lo largo de la envergadura en la dirección normal a la cuerda del ala actúa globalmente sobre las fuerzas aerodinámicas produciendo un mayor impacto sobre el valor medio de la sustentación. También se encontró que este mecanismo de deformación depende fuertemente de la fase con el ángulo de posición; y
- la imposición de una flexión a lo largo de la envergadura en la dirección tangencial a la cuerda del ala actúa en forma local al igual que la deformación por torsión. Mostrando una influencia mínima sobre el valor medio de la sustentación y efectos apreciables en zonas bien específicas del ciclo de aleteo.

Otro aspecto a destacar está relacionado a la presencia del cuerpo del insecto. Para una configuración de vuelo simétrica, en ausencia de una corriente libre o con una corriente de aire libre cuya dirección está contenida en el plano sagital del insecto, la influencia del cuerpo es casi nula. Este hecho nos permite justificar la utilización de una discretización espacial burda para el cuerpo del insecto, o más aún, descartarlo por completo sin perder fidelidad en el cálculo de las fuerzas aerodinámicas.

Finalmente, se encontró que el valor medio de la sustentación computado para el caso de una mosca de la fruta en vuelo suspendido es suficiente para balancear el peso del insecto durante todo el ciclo de batimiento, revalidando de esta manera la utilización del UVLM para estudiar el vuelo mediante alas batientes.

Con respecto al comportamiento dinámico y aerodinámico del vuelo de una mosca de la fruta, se observó que indudablemente la elasticidad de las alas juega un rol fundamental en el vuelo de insectos. Particularmente se encontró que la imposición de

un patrón de deformación adecuado sobre las alas produce un aumento en la fuerza de sustentación durante la segunda fase de traslación del ciclo de aleteo de aproximadamente el 30 % con respecto a un modelo de ala rígida. Este cambio es lo suficientemente significativo como para producir la fuerza de sustentación necesaria para compensar efectivamente el peso del insecto, y más aún, impartir al mismo una elevación casi continua. Se pudo observar, también, para el caso de un ala deformable que la fuerza de sustentación tiene una tendencia y sincronismo similar a datos reportados por Dickinson para una mosca de la fruta en vuelo suspendido libre. Por el contrario, la magnitud es un poco menor, lo cual se debe posiblemente a la no inclusión del fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque. Por otro lado, se encontró que la fuerza horizontal presenta diferencias mucho más marcadas que la fuerza de sustentación cuando se la compara con mediciones experimentales, lo cual se debe con seguridad a la incapacidad por parte del modelo aerodinámico adoptado de tener en cuenta los efectos viscosos. A pesar de ello, las simulaciones numéricas presentadas al final del Capítulo 6 muestran una especie de oscilación del insecto en la dirección horizontal, en concordancia con mediciones experimentales. Por último, se observó también un decremento casi constante del ángulo de cabeceo durante la mayor porción del ciclo de batimiento, lo cual difiere de la característica oscilatoria de este ángulo reportado en la literatura; hecho que destaca la gran importancia que tienen los mecanismos de control en el vuelo mediante alas batientes para lograr un vuelo sostenido y estable.

7.2. Contribuciones originales de esta tesis

Entre las contribuciones originales que se presentan en esta tesis se destacan:

- i)* formulación completa para la cinemática de un ala batiente, la cual permite prescribir diferentes patrones de deformación sobre las alas;
- ii)* desarrollo de un modelo aerodinámico general, no estacionario y no lineal, el cual incluye: el cuerpo del insecto, las alas, y un mecanismo simple basado en un esquema “*todo/nada*” para incorporar el fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque;

- iii)* desarrollo de un modelo dinámico no lineal, híbrido y multicuerpo, en el cual se consideran miembros flexibles con deformaciones impuestas, como las alas, y miembros rígidos, como el cuerpo del insecto. En este modelo se tienen en cuenta todas las no linealidades provenientes de la cinemática de grandes rotaciones y grandes desplazamientos de los cuerpos rígidos y de los cuerpos flexibles como un todo;
- iv)* presentación de una descripción dinámica unificada para insectos voladores, la cual es muy apropiada para la realización de simulaciones numéricas;
- v)* acoplamiento del método predictor correcto de cuarto orden desarrollado por Hamming con un método de post estabilización basado en la proyección de coordenadas para integrar numérica y simultáneamente todas las ecuaciones gobernantes;
- vi)* desarrollo de un procedimiento general para computar las propiedades másicas de superficies con dominio arbitrario embebidas en el espacio tridimensional; y
- vii)* implementación de un código estructurado con organización modular escrito en lenguaje Fortran 90, el cual incluye toda la formulación que se presenta en esta tesis.

7.3. Trabajos futuros

Aunque el modelo presentado constituye un excelente punto de partida en la búsqueda por lograr un entendimiento cabal sobre el vuelo natural, en el futuro será necesario extender las ideas que aquí se exponen. Se propone en el futuro considerar la inclusión de:

- i)* un modelo elástico para las alas basado en una formulación de elementos finitos que combine elementos de viga del tipo Euler-Bernoulli para simular la red de venas embebidas en el ala, y elementos de láminas para simular las membranas entre las venas;
- ii)* una técnica que permita combinar el método de red de vórtices no estacionario y no lineal con un método de partículas vorticosas con el fin de aumentar la fidelidad

en la descripción de las estelas vorticosas permitiendo de esta manera la inclusión del fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque independientemente de la cinemática utilizada y el número de ciclos de aleteos simulados;

- iii) un procedimiento basado en la técnica “*fast multipole*” con el objetivo de reducir de $O(N^2)$ a $O(N)$ y/o $O(N \log N)$ el número de operaciones necesarias para utilizar la ley de Biot-Savart; y
- iv) un sistema de control que permita suprimir respuestas dinámicas no deseadas y garantizar la estabilidad longitudinal y lateral del insecto en múltiples configuraciones de vuelo.

Una vez que se realicen las extensiones propuestas, se obtendrá un modelo aero-servo-elástico completo con el cual se podrán analizar una amplia gama de condiciones de vuelo. El estudio de los resultados que se obtengan a partir de la utilización del nuevo modelo derivará en recomendaciones de diseño que permitirán desarrollar micro vehículos aéreos con una capacidad de maniobra similar a las criaturas más ágiles que existen en la naturaleza.

Adicionalmente, se propone incluir el presente modelo aeroelástico dentro de un algoritmo de optimización que permita desarrollar patrones de deformación específicos, esto con el objetivo de maximizar las fuerzas aerodinámicas en múltiples condiciones de vuelo. Esto podrá ser realizado, sólo después de incrementar la velocidad de ejecución del código desarrollado a través de la paralelización explícita del mismo.

Anexo A

Ecuaciones de movimiento para el insecto

A.1. Generalidades

En este anexo se desarrollan las ecuaciones de movimiento para el cuerpo central (cabeza, tórax, y abdomen) y para las alas del insecto. Se consideran grandes rotaciones y grandes desplazamientos asociados al movimiento de cada cuerpo como un todo, y también se consideran pequeñas rotaciones y pequeños desplazamientos asociados a diferentes patrones de deformación impuestos sobre cada ala, tales como: torsión, flexión y ambos efectos combinados.

Para deducir las ecuaciones que gobiernan la dinámica del insecto se utilizan las ecuaciones de Lagrange, para lo cual es necesario conocer la energía cinética y potencial. Para determinar la energía cinética se debe conocer el vector absoluto de velocidad lineal de todos los puntos pertenecientes al cuerpo. La energía potencial debida al campo gravitacional terrestre es introducida como fuerzas generalizadas por medio del principio de trabajos virtuales.

Las ecuaciones de movimiento para un cuerpo bajo grandes traslaciones y grandes rotaciones sujeto a deformaciones prescriptas se derivan mediante la metodología propuesta por Shabana (1997; 2005), la cual utiliza una formulación basada en marcos de referencias flotantes (*floating frame of reference*). Este enfoque está basado en la elección de dos conjuntos de coordenadas diferentes para describir la configuración de un cuerpo deformable. Uno de estos conjuntos describe la posición y orientación del marco de referencia fijo al cuerpo, mientras que el segundo conjunto describe la deformación del cuerpo respecto del marco de referencia fijo al cuerpo.

A.2. Velocidad de un punto perteneciente al cuerpo

Los vectores posición y velocidad de un punto material perteneciente a un cuerpo que se mueve y se deforma en el espacio se pueden escribir como la combinación de un movimiento del cuerpo como un todo más un cambio en la geometría del mismo.

Debido a que el cuerpo central del insecto se modeló enteramente como un cuerpo rígido, la expresión para el vector velocidad de un punto arbitrario P sobre el mismo se define como:

$$\dot{\mathbf{R}}_p^1 = \dot{\mathbf{R}}_1 + \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^1} (\boldsymbol{\omega}_1 \times {}^1\mathbf{r}), \quad (\text{A.1})$$

donde $\dot{\mathbf{R}}_1$ es la velocidad del origen del marco de referencia \mathbf{B}^1 fijo al cuerpo central, ${}^1\mathbf{r}$ es el vector posición de un punto arbitrario P sobre el cuerpo, y $\boldsymbol{\omega}_1$ es el vector velocidad angular del marco de referencia \mathbf{B}^1 respecto del marco inercial \mathbf{N} y expresado en el marco fijo al cuerpo \mathbf{B}^1 .

Por el contrario, cada una de las alas del modelo admite la especificación de patrones de deformación, por lo tanto el vector velocidad de un punto arbitrario P perteneciente al ala derecha o izquierda se define como:

$$\dot{\mathbf{R}}_p^i = \dot{\mathbf{R}}_i + \mathbf{Q}_{\mathbf{NB}^i} \left({}^i\dot{\mathbf{r}} + {}^i\dot{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\omega}_i \times ({}^i\mathbf{r} + {}^i\mathbf{u}) \right), \quad i = 2, 3. \quad (\text{A.2})$$

Donde $\dot{\mathbf{R}}_i$ es la velocidad del origen del marco de referencia \mathbf{B}^i fijo al cuerpo i , ${}^i\mathbf{r}$ es el vector posición de un punto arbitrario P sobre el cuerpo i en la configuración indeformada, ${}^i\mathbf{u}$ es el vector desplazamiento asociado al punto P , ${}^i\dot{\mathbf{r}}$ es la derivada respecto del tiempo del vector posición ${}^i\mathbf{r}$ realizada por un observador fijo al marco \mathbf{B}^i y por lo tanto es idénticamente igual a cero, ${}^i\dot{\mathbf{u}}$ es la derivada respecto del tiempo del vector desplazamiento ${}^i\mathbf{u}$ realizada por un observador fijo al marco \mathbf{B}^i , y $\boldsymbol{\omega}_i$ es el vector velocidad angular del marco de referencia \mathbf{B}^i respecto del marco inercial \mathbf{N} y expresado en el marco fijo al cuerpo \mathbf{B}^i . Los valores “2” y “3” para la variable i hacen referencia al ala izquierda y ala derecha respectivamente.

Siguiendo la metodología utilizada en la Sección 2.5, las ecuaciones (A.1) y (A.2) se reescriben de la siguiente manera:

$$\dot{\mathbf{R}}_p^i = \dot{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{Q}_{NB^i} \left({}^1\bar{\mathbf{r}} \boldsymbol{\omega}_1 \right); \quad (\text{A.3})$$

$$\dot{\mathbf{R}}_p^i = \dot{\mathbf{R}}_i + \mathbf{Q}_{NB^i} {}^i\dot{\mathbf{u}} - \mathbf{Q}_{NB^i} \left(({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}}) \boldsymbol{\omega}_i \right), \quad i = 2, 3. \quad (\text{A.4})$$

Donde ${}^1\bar{\mathbf{r}}$, ${}^i\bar{\mathbf{r}}$ y ${}^i\bar{\mathbf{u}}$ son tensores antisimétricos asociados a los vectores ${}^1\mathbf{r}$, ${}^i\mathbf{r}$ y ${}^i\mathbf{u}$, cuya acción sobre el vector $\boldsymbol{\omega}_i$ es equivalente a la acción del producto vectorial. Los detalles de la deducción de las ecuaciones (A.3) y (A.4) se dan en las en la Subsecciones 2.5.1 y 2.5.2.

A.3. Ecuaciones de movimiento

Una vez determinado el vector absoluto de velocidad lineal de un punto arbitrario perteneciente al cuerpo, es posible obtener las ecuaciones de movimiento utilizando las ecuaciones de Lagrange. Es importante tener en cuenta que el cuerpo flexible puede estar sometido a ciertas restricciones (Nikravesh, 1988; G eradim and Cardona, 2000; Amirouche, 2005; Bauchau, 2011; Shabana, 2005), ya sea por la vinculación con otros cuerpos, si es que éste pertenece a una cadena cinemática o por la parametrización utilizada para orientar dicho cuerpo en el espacio.

Aquí sólo se consideran vínculos holonómicos, es decir, vínculos cuyas ecuaciones dependen únicamente de las coordenadas generalizadas y no de sus derivadas respecto del tiempo (ver Sección 4.3). Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores las ecuaciones de Lagrange en su forma restringida se expresan como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}_q = (\mathbf{Q}^{nc})^T + (\mathbf{Q}^c)^T, \quad (\text{A.5})$$

donde T es la energía cinética del cuerpo, $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector de multiplicadores de Lagrange asociado al conjunto de ecuaciones de restricción $\Phi(\mathbf{q}, t)$, \mathbf{B}_q es la matriz Jacobiana de restricción, y \mathbf{Q}^c y \mathbf{Q}^{nc} son los vectores de fuerzas generalizadas conservativas y no conservativas.

Estas ecuaciones son complementadas con las ecuaciones algebraicas asociadas a los vínculos, las cuales se expresan como:

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}. \quad (\text{A.6})$$

Se debe mencionar que la cantidad de ecuaciones de vínculo es menor que la dimensión del vector \mathbf{q} .

Para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema es necesario determinar la energía cinética, una vez que ésta es conocida es posible deducir explícitamente las ecuaciones para dicho cuerpo.

A.3.1. Ecuación de movimiento para las alas

Utilizando la metodología propuesta por Shabana (2005), la energía cinética T_i para cada ala del insecto se puede expresar como:

$$T_i = \frac{1}{2} \int_{V_i} \rho_i (\dot{\mathbf{R}}_p^i)^T \dot{\mathbf{R}}_p^i dV_i, \quad \text{para } i = 2, 3. \quad (\text{A.7})$$

Donde ρ_i es la densidad de masa por unidad de longitud, de área o de volumen, y $\dot{\mathbf{R}}_p^i$ es el vector velocidad expuesto en la ecuación (A.4). Esta definición para el vector posición permite imponer pequeñas deformaciones sobre las alas del insecto.

El vector velocidad angular del cuerpo i se puede expresar como el producto de una matriz, \mathbf{G}_i , que depende de la parametrización de rotación elegida y un vector, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_i$, cuyas componentes son las derivadas temporales de las coordenadas angulares utilizadas para definir la orientación de dicho cuerpo, esto es,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_i &= \mathbf{G}_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i, \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_i &= \left(\dot{q}_{4+6(i-1)}, \dot{q}_{5+6(i-1)}, \dot{q}_{6+6(i-1)} \right)^T. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Reemplazando la ecuación (A.8) en la ecuación (A.4) se obtiene,

$$\dot{\mathbf{R}}_p^i = \dot{\mathbf{R}}_i + \mathbf{Q}_{\text{NB}^i} {}^i \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{Q}_{\text{NB}^i} \left({}^i \bar{\mathbf{r}} + {}^i \bar{\mathbf{u}} \right) \mathbf{G}_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i. \quad (\text{A.9})$$

Reconociendo que el conjunto de coordenadas generalizadas que especifican la posición y orientación del marco de referencia fijo al cuerpo \mathbf{B}^i se puede expresar como,

$$\mathbf{q}_i = \left((\mathbf{R}_i)^T, (\boldsymbol{\theta}_i)^T \right)^T, \quad (\text{A.10})$$

la ecuación (A.9) se puede reordenar de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{R}}_p^i = \left[\mathbf{I}_3 \quad -\mathbf{Q}_{\text{NB}^i} \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) \mathbf{G}_i \right] \dot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{Q}_{\text{NB}^i} {}^i\dot{\mathbf{u}}, \quad (\text{A.11})$$

donde \mathbf{I}_3 es la matriz identidad de dimensión 3x3.

Introduciendo la ecuación (A.11) en la ecuación (A.7) se obtiene:

$$T_i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_i^T \left\{ \int_{V_i} \rho_i \mathbf{A}_i dV_i \right\} \dot{\mathbf{q}}_i + \left\{ \int_{V_i} \rho_i {}^i\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{C}_i dV_i \right\} \dot{\mathbf{q}}_i + \frac{1}{2} \left\{ \int_{V_i} \rho_i {}^i\dot{\mathbf{u}}^T {}^i\dot{\mathbf{u}} dV_i \right\}, \quad (\text{A.12})$$

donde:

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\mathbf{Q}_{\text{NB}^i} \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) \mathbf{G}_i \\ \left(-\mathbf{Q}_{\text{NB}^i} \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) \mathbf{G}_i \right)^T & \mathbf{G}_i^T \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right)^T \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) \mathbf{G}_i \end{bmatrix}; \text{ y} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{C}_i = \left[\mathbf{Q}_{\text{NB}^i}^T \quad -\left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) \mathbf{G}_i \right].$$

La integración de la matriz $\rho_i \mathbf{A}_i$ sobre todo el dominio del cuerpo i da lugar a la matriz de masa $\mathbf{M}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, la cual es diferenciable, simétrica y positiva definida (para algunos casos puede ser degenerada, es decir, semi positiva definida). Esta cantidad describe la masa del cuerpo para los movimientos de cuerpo rígido, y toma la siguiente forma:

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_i^{RR} & \mathbf{m}_i^{R\theta} \\ \left(\mathbf{m}_i^{R\theta} \right)^T & \mathbf{m}_i^{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_i^{RR} &= \int_{V_i} \rho_i \mathbf{I}_3 dV_i = m_i \mathbf{I}_3, \\ \mathbf{m}_i^{R\theta} &= -\mathbf{Q}_{\text{NB}^i} \left[\int_{V_i} \rho_i \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) dV_i \right] \mathbf{G}_i = -\mathbf{Q}_{\text{NB}^i} \mathbf{U}_i \mathbf{G}_i, \\ \mathbf{m}_i^{\theta\theta} &= \mathbf{G}_i^T \left[\int_{V_i} \rho_i \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right)^T \left({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}} \right) dV_i \right] \mathbf{G}_i = \mathbf{G}_i^T \mathbf{I}_i^{\theta\theta} \mathbf{G}_i. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Donde $\mathbf{U}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ antisimétrico es el primer tensor de inercia, y $\mathbf{I}_i^{\theta\theta} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ simétrico y positivo definido es el segundo tensor de inercia del cuerpo i . Ambos tensores son calculados respecto del origen del marco de referencia fijo a dicho cuerpo y expresados en el mismo sistema.

Para llevar a cabo la integración de los dos últimos términos en la ecuación (A.12) es conveniente expresar el vector ${}^i\mathbf{u}$ como el producto de una matriz $\mathbf{N}(\eta)$ que depende de la coordenada espacial η asociada al vector unitario $\hat{\mathbf{b}}_2^i$ y un vector $\mathbf{p}(t)$ que depende solamente de la coordenada temporal t (ver Subsección 2.5.2.1 para mayor detalle). Esto es,

$${}^i\mathbf{u} = \mathbf{N}_i(\eta) {}^i\mathbf{p}(t), \quad (\text{A.16})$$

cuya derivada respecto del tiempo es,

$${}^i\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{N}_i(\eta) {}^i\dot{\mathbf{p}}(t). \quad (\text{A.17})$$

Remplazando la ecuación (A.13) y (A.17) en la ecuación (A.12) y realizando la integración sobre todo el dominio del cuerpo i se obtiene:

$$\mathfrak{M}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_i^{pR} & \mathbf{m}_i^{p\theta} \end{bmatrix}; \text{ y} \quad (\text{A.18})$$

$$\mathfrak{B}_i = \mathbf{m}_i^{pp}.$$

Donde $\mathfrak{M}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ es una especie de matriz de masa que se origina por la imposición de patrones de deformación sobre el cuerpo i , y $\mathfrak{B}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ depende solamente de la derivada temporal de las coordenadas elásticas $\dot{\mathbf{p}}_i$. Estas cantidades están dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_i^{pR} &= \left[\int_{V_i} \rho_i \mathbf{N}_i^T dV_i \right] \mathbf{Q}_{\text{NB}'}^T = \mathbf{V}_i \mathbf{Q}_{\text{NB}'}^T, \\ \mathbf{m}_i^{p\theta} &= - \left[\int_{V_i} \rho_i \mathbf{N}_i^T ({}^i\bar{\mathbf{r}} + {}^i\bar{\mathbf{u}}) dV_i \right] \mathbf{G}_i = -\mathbf{W}_i(t) \mathbf{G}_i, \\ \mathbf{m}_i^{pp} &= \left[\int_{V_i} \rho_i \mathbf{N}_i^T \mathbf{N}_i dV_i \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Finalmente, la energía cinética del cuerpo i es:

$$T_i = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_i^T \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{q}}_i + \dot{\mathbf{p}}_i^T \mathfrak{M}_i \dot{\mathbf{q}}_i + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{p}}_i^T \mathfrak{B}_i \dot{\mathbf{p}}_i. \quad (\text{A.20})$$

Introduciendo la ecuación (A.20) en las ecuaciones de Lagrange se obtienen las ecuaciones de movimiento para el cuerpo i , las cuales tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathfrak{M}_i^T \ddot{\mathbf{p}}_i + \lambda_i^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_i} = \mathbf{Q}_i^h + \mathbf{Q}_i^v + (\mathbf{Q}_i^{nc})^T + (\mathbf{Q}_i^c)^T, \quad (\text{A.21})$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_i^v &= -\dot{\mathbf{M}}_i \dot{\mathbf{q}}_i + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_i} (\dot{\mathbf{q}}_i^T \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{q}}_i); \quad \text{y} \\ \mathbf{Q}_i^h &= -\dot{\mathfrak{M}}_i^T \dot{\mathbf{p}}_i + \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_i} (\dot{\mathbf{p}}_i^T \mathfrak{M}_i \dot{\mathbf{q}}_i). \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

El vector \mathbf{Q}_i^v es un vector cuadrático en las velocidades y se origina debido al hecho que la matriz de masa no es constante y \mathbf{Q}_i^h surge de la imposición de deformaciones sobre las alas del insecto. Se debe destacar que el último término en la energía cinética, ecuación (A.20), se anula debido a que su derivada con respecto a las coordenadas generalizadas \mathbf{q}_i y a las velocidades generalizadas $\dot{\mathbf{q}}_i$ es idénticamente nula.

Finalmente, la ecuación (A.21) es complementada por el conjunto de ecuaciones de vínculo $\Phi_i(\mathbf{q}; t)$, esto es:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathfrak{M}_i^T \ddot{\mathbf{p}}_i + \lambda_i^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_i} &= \mathbf{Q}_i^h + \mathbf{Q}_i^v + (\mathbf{Q}_i^{nc})^T + (\mathbf{Q}_i^c)^T, \\ \Phi_i(\mathbf{q}; t) &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

A.3.2. Ecuación de movimiento para el cuerpo central

Para la derivación de las ecuaciones de movimiento del cuerpo central se utiliza la metodología expuesta anteriormente, con lo cual se omitirán ciertos pasos de manipulación algebraica. La diferencia con las ecuaciones de movimiento derivadas en la Sección A.3.1 para las alas del insecto radica fundamentalmente en la definición del vector de velocidad lineal para un punto arbitrario P .

La energía cinética T_1 para el cuerpo central se expresa como:

$$T_1 = \frac{1}{2} \int_{V_1} \rho_1 (\dot{\mathbf{R}}_p^1)^T \dot{\mathbf{R}}_p^1 dV_1, \quad (\text{A.24})$$

donde $\dot{\mathbf{R}}_p^1$ es el vector velocidad dado por la ecuación (A.3).

Siguiendo el mismo procedimiento establecido en la Sección A.3.1 el vector velocidad expuesto en la ecuación (A.3) se reordena como:

$$\dot{\mathbf{R}}_p^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & -\mathbf{Q}_{\text{NB}^1} {}^1\bar{\mathbf{r}} \mathbf{G}_1 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1. \quad (\text{A.25})$$

donde ${}^1\bar{\mathbf{r}}$ es un tensor antisimétrico asociado al vector ${}^1\mathbf{r}$, y

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = \left((\dot{\mathbf{R}}_1)^T, (\dot{\boldsymbol{\theta}}_1)^T \right)^T, \quad (\text{A.26})$$

donde $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 = (\dot{q}_4, \dot{q}_5, \dot{q}_6)^T$.

Introduciendo la ecuación (A.25) en la ecuación (A.24) e integrando sobre todo el dominio del cuerpo se obtiene:

$$T_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_1^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{q}}_1. \quad (\text{A.27})$$

La matriz de masa $\mathbf{M}_1 \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ es diferenciable, simétrica y positiva definida. Esta cantidad describe la masa del cuerpo central, y toma la siguiente forma:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1^{RR} & \mathbf{m}_1^{R\theta} \\ (\mathbf{m}_1^{R\theta})^T & \mathbf{m}_1^{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.28})$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_1^{RR} &= \int_{V_1} \rho_1 \mathbf{I}_3 dV_1 = m_1 \mathbf{I}_3, \\ \mathbf{m}_1^{R\theta} &= -\mathbf{Q}_{\text{NB}^1} \left[\int_{V_1} \rho_1 {}^1\bar{\mathbf{r}} dV_1 \right] \mathbf{G}_1 = -\mathbf{Q}_{\text{NB}^1} \mathbf{U}_1 \mathbf{G}_1, \\ \mathbf{m}_1^{\theta\theta} &= \mathbf{G}_1^T \left[\int_{V_1} \rho_1 {}^1\bar{\mathbf{r}}^T {}^1\bar{\mathbf{r}} dV_1 \right] \mathbf{G}_1 = \mathbf{G}_1^T \mathbf{I}_1^{\theta\theta} \mathbf{G}_1. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Introduciendo la ecuación (A.27) en las ecuaciones de Lagrange se obtienen las ecuaciones de movimiento para el cuerpo central, esto es:

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{q}}_1 + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_1} = \mathbf{Q}_1^v + (\mathbf{Q}_1^c)^T, \quad (\text{A.30})$$

donde:

$$\mathbf{Q}_1^v = -\dot{\mathbf{M}}_1 \dot{\mathbf{q}}_1 + \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{q}}_1} (\dot{\mathbf{q}}_1^T \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{q}}_1). \quad (\text{A.31})$$

Finalmente, la ecuación (A.31) es complementada por el conjunto de ecuaciones de vínculo $\Phi(\mathbf{q}; t)$, esto es:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{q}}_1 + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{B}_{\mathbf{q}_1} &= \mathbf{Q}_1^v + (\mathbf{Q}_1^c)^T, \\ \Phi(\mathbf{q}; t) &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Donde $\boldsymbol{\lambda} = \{ \boldsymbol{\lambda}_2^T, \boldsymbol{\lambda}_3^T \}^T$ y $\Phi = \{ \Phi_2^T, \Phi_3^T \}^T$.

Anexo B

Cálculo de las propiedades másicas de superficies con forma arbitraria

B.1. Generalidades

Una descripción detallada y eficaz del comportamiento de sistemas dinámicos compuestos por cuerpos rígidos y deformables interconectados requiere del cómputo preciso de las propiedades másicas asociadas a cada uno de los cuerpos que componen dicho sistema.

En este anexo se propone un método para evaluar la masa, la posición del centro de masa, primer momento de masa y el segundo momento de masa de una superficie con forma arbitraria embebida en el espacio tridimensional. El mismo consiste en dividir el dominio de integración en un número finito de subdominios de geometría simple. Por la similitud que existe con el método de elementos finitos, estos subdominios se denominan “elementos”. El procedimiento para llevar a cabo dicho cálculo se puede resumir en tres pasos fundamentales. Estos son:

- i)* discretización de la superficie material;
- ii)* evaluación de las integrales a nivel del elemento maestro; y
- iii)* cómputo del valor de las magnitudes de interés para “*toda la superficie*”.

B.2. Desarrollo del método

El enfoque tradicional consiste en discretizar el cuerpo en estudio como la unión finita de elementos geométricos simples tales como triángulos y cuadrados, evaluar las propie-

dades másicas mediante fórmulas estándares a nivel del elemento y luego “recuperar” la propiedad para el cuerpo completo. O’Leary (1979) desarrolló un procedimiento basado en esta filosofía el cual utiliza un análisis mediante elementos finitos para realizar los cálculos a nivel de cada elemento. Si bien su estrategia funciona correctamente para tratar cuerpos unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales, no puede utilizarse directamente para computar las propiedades másicas de superficies arbitrarias embebidas en el espacio. Este problema es particularmente importante debido a la gran cantidad de cuerpos que son modelados como superficies arbitrarias sin espesor contenidas en el espacio, particularmente en análisis dinámicos, aeroelásticos y aeroservoelásticos que involucran el modelado de superficies sustentadoras de aviones, rotores de helicópteros, palas de turbinas eólicas y alas batientes entre otros.

En este trabajo se extendió el procedimiento publicado por O’Leary (1979) mediante la utilización de:

- i) una técnica estándar de parametrización de superficies; y
- ii) elementos finitos isoparamétricos para evaluar las integrales resultantes.

Los elementos isoparamétricos son ampliamente utilizados para aproximar soluciones a problemas de valores en la frontera con dominios irregulares. El método detallado en este trabajo permite calcular rápidamente la masa, la posición del centro de masa, el primer momento de masa y el segundo momento de masa de superficies con dominios complejos embebidas en el espacio tridimensional.

La masa, la posición del centro de masa, el primer tensor de inercia y el segundo tensor de inercia de un cuerpo arbitrario están dados por:

$$\begin{aligned}
 m &= \int_{\Omega} \rho \, d\Omega, \\
 \mathbf{P} &= \frac{1}{m} \int_{\Omega} \rho \mathbf{r} \, d\Omega, \\
 \mathbf{U} &= \int_{\Omega} \rho \bar{\mathbf{r}} \, d\Omega, \text{ y} \\
 \mathbf{I} &= \int_{\Omega} \rho \bar{\mathbf{r}}^T \bar{\mathbf{r}} \, d\Omega.
 \end{aligned}
 \tag{B.1}$$

donde m es la masa, \mathbf{P} es el vector posición del centro de masa, \mathbf{U} es el primer tensor de inercia, \mathbf{I} es el segundo tensor de inercia, ρ es la densidad por unidad de superficie, \mathbf{r} es

el vector posición de un punto arbitrario contenido en S , $\bar{\mathbf{r}}$ es un tensor antisimétrico asociado al vector \mathbf{r} , y Ω es el dominio de integración.

Sea una superficie S arbitraria embebida en el espacio, y una parametrización de S dada por la función $\Upsilon: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, donde D es algún dominio en \mathbb{R}^2 . La superficie S correspondiente a la función Υ es su imagen, es decir, $S = \Upsilon(D)$. Entonces:

$$\Upsilon(u, v) = (x[u, v], y[u, v], z[u, v]). \quad (\text{B.2})$$

donde x , y , y z son coordenadas cartesianas ortogonales asociadas a un sistema de referencia global y son diferenciables o funciones C^1 de (u, v) . La función Υ tuerce o dobla la región D para producir la superficie S (ver figura B.1).

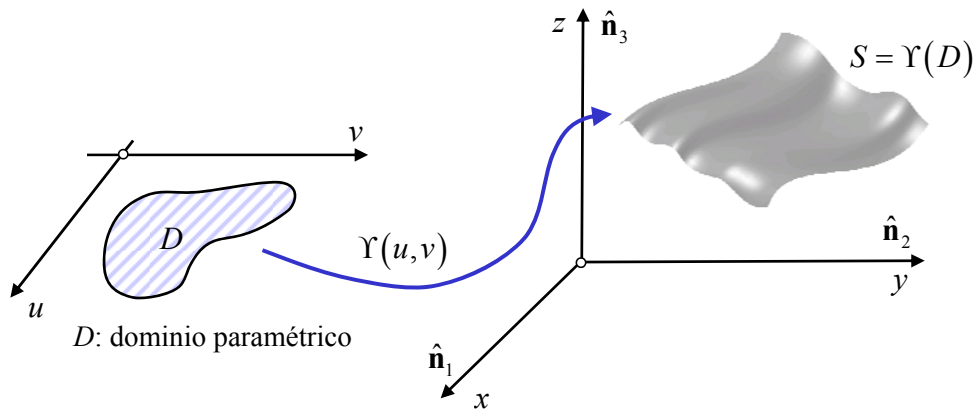


Figura B.1: Parametrización de una superficie arbitraria S .

Para calcular las integrales expuestas en la ecuación B.1 se discretiza el dominio del cuerpo en un número finito, E , de subdominios. En general,

$$\Omega \approx \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_E = \bigcup_{e=1}^E \Omega_e. \quad (\text{B.3})$$

De esta manera el dominio de integración, Ω , se puede aproximar como la unión de un número finito de subdominios. En el resto del anexo se utiliza la palabra “*elementos*” para hacer referencia a los subdominios.

Cada elemento tiene un número de nodos igual a N_e . Luego, la posición de un punto arbitrario dentro del dominio del elemento Ω_e se obtiene por medio de un proceso de interpolación con respecto a las posiciones conocidas de los nodos de dicho elemento, denotados por x_i , y_i , y z_i , para $i = 1, \dots, N_e$. Esto es:

$$x = \sum_{i=1}^{N_e} N_i(\zeta) x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{N_e} N_i(\zeta) y_i, \quad z = \sum_{i=1}^{N_e} N_i(\zeta) z_i. \quad (\text{B.4})$$

donde $N_i(\zeta)$ son funciones bases de interpolación (funciones de forma) definidas mediante coordenadas naturales ζ (Zienkiewicz *et al.*, 2005; Zienkiewicz y Taylor, 2005). Estas coordenadas naturales tienen la propiedad de que cuando $x = x_i$ ($y = y_i$ o $z = z_i$) entonces $\zeta = \zeta_i$ donde $-1 \leq \zeta_i \leq 1$. Adicionalmente:

$$N_i(\zeta_j) = \delta_{ij}. \quad (\text{B.5})$$

Si consideramos un elemento cuadrilátero de cuatro nodos, las funciones de interpolación toman la siguiente forma (Zienkiewicz y Taylor, 2005):

$$\begin{aligned} N_1(\zeta_1, \zeta_2) &= \frac{1}{4}(\zeta_1 - 1)(\zeta_2 - 1), \\ N_2(\zeta_1, \zeta_2) &= \frac{1}{4}(\zeta_1 + 1)(\zeta_2 - 1), \\ N_3(\zeta_1, \zeta_2) &= \frac{1}{4}(\zeta_1 + 1)(\zeta_2 + 1), \\ N_4(\zeta_1, \zeta_2) &= \frac{1}{4}(\zeta_1 - 1)(\zeta_2 + 1). \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

En la figura B.2 se presenta un esquema que aclara el procedimiento de mapeo de un elemento maestro definido en la región D (en lo que sigue la región D se denomina Ω_M) en un elemento material perteneciente a la superficie discretizada \hat{S} , considerando elementos cuadriláteros de cuatro nodos.

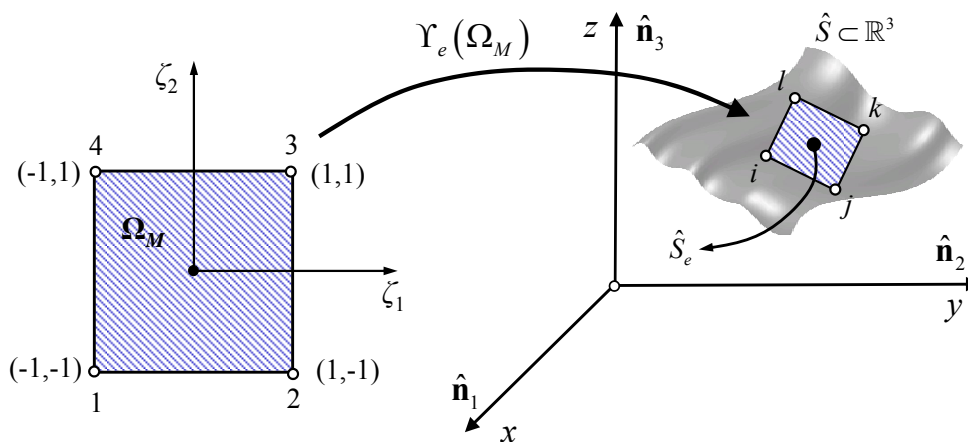


Figura B.2: Mapeo de un elemento maestro en un elemento material considerando elementos cuadriláteros de cuatro nodos.

A continuación se expresa la función de parametrización Υ en término de las funciones de interpolación expuestas en la ecuación B.4, esto es:

$$\Upsilon(\zeta) = (x[\zeta_1, \zeta_2], \quad y[\zeta_1, \zeta_2], \quad z[\zeta_1, \zeta_2]). \quad (\text{B.7})$$

Luego, la superficie continua S se discretiza en un numero finito de elementos y se obtiene una superficie discreta \hat{S} (en general $S \neq \hat{S}$). Este proceso de discretización permite calcular las propiedades másicas expuestas en B.1 sobre cada elemento perteneciente a \hat{S} como:

$$\begin{aligned} m_e(\hat{S}_e) &= \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta, \\ \mathbf{P}_e(\hat{S}_e) &= \frac{1}{m} \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \mathbf{r}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta, \\ \mathbf{U}_e(\hat{S}_e) &= \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta, \text{ y} \\ \mathbf{I}_e(\hat{S}_e) &= \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e^T [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta. \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

donde J_e es el determinante del tensor jacobiano de la transformación expresada en la ecuación B.7 para el elemento e (Marsden y Tromba, 2004), el cua está dado por:

$$J_e = \left\| \mathbf{T}_{\zeta_1}^e \times \mathbf{T}_{\zeta_2}^e \right\|_2, \quad (\text{B.9})$$

donde $\|\cdot\|_2$ es la norma vectorial euclidea, \times indica producto vectorial y los vectores $\mathbf{T}_{\zeta_1}^e$ y $\mathbf{T}_{\zeta_2}^e$ están dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{\zeta_1}^e &= \frac{\partial}{\partial \zeta_1} \Upsilon_e(\zeta_1, \zeta_2), \text{ y} \\ \mathbf{T}_{\zeta_2}^e &= \frac{\partial}{\partial \zeta_2} \Upsilon_e(\zeta_1, \zeta_2), \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

de manera que la medida en los dos espacios está relacionada por:

$$d\Omega_e = J_e d\zeta_1 d\zeta_2 = J_e d\zeta. \quad (\text{B.11})$$

Por último, este procedimiento se realiza para cada elemento que compone la superficie discretizada \hat{S} y posteriormente se recupera el valor de la masa, posición del centro de masa, y primer y segundo tensor de inercia de la superficie \hat{S} como un todo, esto es:

$$\begin{aligned} m(\hat{S}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta, \\ \mathbf{P}(\hat{S}) &= \frac{1}{m} \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \mathbf{r}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta, \\ \mathbf{U}(\hat{S}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta, \text{ y} \\ \mathbf{I}(\hat{S}) &= \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_M} \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e^T [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e d\zeta. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Debido a la complejidad y a la alta no linealidad del término $\|\mathbf{T}_{\zeta_1}^e \times \mathbf{T}_{\zeta_2}^e\|_2$, las integrales expuestas en la ecuación B.12 se computan mediante integración numérica, utilizando para ello cuadratura de Gauss. Finalmente, dichas ecuaciones toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} m(\hat{S}) &= \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i^1 W_j^2 \rho_e [\Upsilon(\zeta)] J_e, \\ \mathbf{P}(\hat{S}) &= \frac{1}{m} \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i^1 W_j^2 \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \mathbf{r}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e, \\ \mathbf{U}(\hat{S}) &= \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i^1 W_j^2 \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e, \text{ y} \\ \mathbf{I}(\hat{S}) &= \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m W_i^1 W_j^2 \rho_e [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e^T [\Upsilon(\zeta)] \bar{\mathbf{r}}_e [\Upsilon(\zeta)] J_e. \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

donde n es el número de puntos de cuadratura asociado a la coordenada natural ζ_1 ,
 m es el número de puntos de cuadratura asociado a la coordenada natural ζ_2 ,
 W_i^1 y W_j^2 son los pesos correspondientes.

B.3. Validación del método

Con el objeto de validar el procedimiento desarrollado en la Sección B.2, se evalúan las propiedades másicas de dos superficies geométricas tridimensionales: una “esfera” y un “cono”; y luego se comparan los valores obtenidos mediante el método desarrollado contra los valores analíticos calculados para dichas figuras. Para ambos casos se computa la masa, posición del centro de masa y segundo tensor de inercia considerando una densidad constante igual a la unidad.

Se considera una esfera centrada en el origen del sistema de referencia global con un radio igual a la unidad. El cono está caracterizado por un radio $r = 1$, y una altura $h = 1$, cuyo origen se encuentra también en el origen del sistema de referencia global. La discretización tanto para la esfera como para el cono consiste de elementos cuadriláteros de cuatro nodos; un total de 18912 elementos para la esfera (ver figura B.3a) y un total de 1728 elementos para el cono (ver figura B.3b).

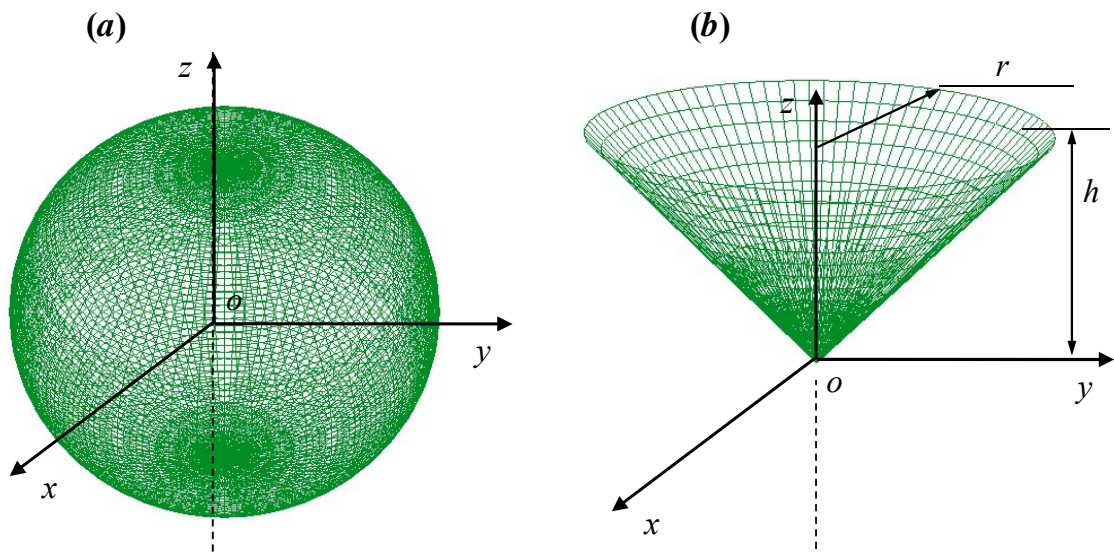


Figura B.3: Mallado de las figuras geométricas adoptadas para el estudio; (a) Esfera; y (b) Cono.

Los valores de las propiedades másicas computadas analíticamente (fórmula exacta) y mediante el procedimiento presentado en este anexo se presentan en la tabla B.1.

El error relativo porcentual mas alto se produce para la componente I_{33} del tensor de inercia asociado a la esfera y tiene un valor de 0.5 %. Para el resto de las propiedades másicas presentadas en la Tabla B.2 dicho error oscila entre 0.15 % y 0.20 %. Estos

resultados permiten inferir que el procedimiento numérico desarrollado para computar las propiedades másicas de superficies con dominio arbitrario embebidas en el espacio trabaja adecuadamente.

Tabla B.1: Propiedades másicas del cono y la esfera.

Figura	Propiedad	Procedimiento numérico	Procedimiento Analítico
Esfera	masa	12.542	12.566
	Centro de masa	$\begin{Bmatrix} 0.837 \times 10^{-10} \\ 1.373 \times 10^{-10} \\ -2.105 \times 10^{-10} \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$
	Segundo tensor de inercia	$I_{11} = 8.34207$ $I_{22} = 8.34207$ $I_{33} = 8.33373$	$I_{11} = 8.37758$ $I_{22} = 8.37758$ $I_{33} = 8.37758$
Cono	masa	4.4350	4.4429
	Centro de masa	$\begin{Bmatrix} 0.000000018 \\ 0.000000036 \\ 0.666666667 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.666666667 \end{Bmatrix}$
	Segundo tensor de inercia	$I_{11} = 3.32306$ $I_{22} = 3.32306$ $I_{33} = 2.21116$	$I_{11} = 3.33216$ $I_{22} = 3.33216$ $I_{33} = 2.22144$

Anexo C

Publicaciones relacionadas con la tesis

C.1. Publicaciones en revistas

1. Roccia B. A., Preidikman S., Massa J. C., and Mook D. T., “Development of a kinematical model to study the aerodynamics of flapping-wings,” *International Journal of Micro Air Vehicles*, vol. 3, no. 2, pp. 61-88, 2011.
2. Roccia B. A., Preidikman S., and Massa J. C., “Unsteady and nonlinear aerodynamics of flapping-wings micro-air-vehicles inspired by biology,” *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, vol. 16, no. 2, pp. 3-18, 2012.
3. Roccia B. A., Preidikman S., Gebhardt C. G., and Massa J. C., “Dynamics of micro-air-vehicles with flapping wings: A multibody system approach,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 11, no. 1, pp. 189-195, 2013.
4. Roccia B. A., Preidikman S., Massa J. C., and Mook D. T., “A modified 3-D unsteady vortex-lattice method to model the aerodynamics of flapping wings in hover flight,” *AIAA Journal*, Aceptado, En prensa, 2013.

C.2. Capítulos de libros

1. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Una herramienta numérica para simular y analizar la cinemática de alas batientes,” Capítulo del libro: “Desarrollo y Avances en Métodos Numéricos para Ingeniería y Ciencias Aplicadas” ISBN: 978-980-7161-00-8. Editores: L. Martino, V. Carrera, G. Larrázabal, M. Cerrolaza, Editorial: Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos en Ingeniería, Lugar de impresión: Caracas, Venezuela, pp. AD 41-46, Marzo de 2008.

C.3. Publicaciones en congresos

C.3.1. Internacionales

1. Roccia B. A., Preidikman S., y Ceballos L. R., “De la Biología a la Ingeniería: una herramienta numérica interactiva para estudiar la cinemática de alas batientes,” COCIM 2008, *XIII Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica, energía Agua y Minería*, Arica, Chile, 5 al 7 de noviembre, 2008.
2. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Una Herramienta Numérica para Simular y Analizar la Cinemática de Alas Batientes,” CIMENICS 2008, *IX Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas*, Isla Margarita, Venezuela, 2008.
3. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Aerodinámica de alas batientes: influencia del desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque,” XXXI Congreso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionales en la Ingeniería – CILAMCE 2010, Buenos Aires, 15 al 18 de noviembre, 2010.

C.3.2. Nacionales

1. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Desarrollo de un código computacional para simular y analizar la cinemática de alas batientes,” *XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones*, ENIEF 2007, Córdoba, Argentina, 2 al 5 de octubre, 2007.
2. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Cinemática de alas batientes para micro vehículos aéreos,” *I Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica*, CAIM 2008, Bahía Blanca, Argentina, 1 al 3 de octubre, 2008.
3. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “De la biología a los insectos robots: Desarrollo de un código computacional interactivo para estudiar la cinemática de alas batientes,” *XVII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones*, ENIEF 2008, San Luis, Argentina, 10 al 14 de noviembre, 2008.
4. Roccia B. A., Preidikman S., y Gebhardt C. G., “Biomimética del vuelo: Simulaciones numéricas de la cinemática de alas batientes,” *Ier Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica*, CAIA 2008, La Plata, Argentina, 3 al 5 de diciembre, 2008.

5. Roccia B. A., Preidikman S., Ceballos L. R., y Massa J. C., “Implementación del método de red de vórtices no-lineal e inestacionario para estudiar la aerodinámica de micro-vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología,” *Quinto Congreso Argentino de Tecnología Espacial*, CATE 2009 Mar de Plata, 13 al 15 de mayo, 2009.
6. Roccia B. A., Preidikman S., Ceballos L. R., y Massa J. C., “Desarrollo de un software para estudiar la cinemática del vuelo con alas batientes,” *Congreso de Información y Comunicación para la Sociedad del Conocimiento*, CNIT 2009, Córdoba, Argentina, 16 al 18 de junio, 2009.
7. Roccia B. A., Preidikman S., Ceballos L. R., y Massa J. C., “Implementación del método de red de vórtices no-lineal e inestacionario para estudiar la aerodinámica de las alas batientes,” *XVIII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones*, ENIEF 2009, Tandil, Argentina, 2 al 6 de noviembre, 2009.
8. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Biomimética del vuelo: Cinemática de alas batientes,” *II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, MACI 2009, Rosario, Argentina, 14 al 16 de diciembre, 2009.
9. Preidikman S., Roccia B. A., y Giordano M., “Implementación de un modelo no-lineal e inestacionario para estudiar la aerodinámica de alas batientes,” *II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, MACI 2009, Rosario, Argentina, 14 al 16 de diciembre, 2009.
10. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Implementación de un modelo no-lineal e inestacionario para estudiar la aerodinámica de un micro-vehículo aéreo en “hover”,” *II Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica*, CAIM 2010, San Juan, Argentina, 16 al 19 de noviembre, 2010.
11. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Aerodinámica asociada al flujo inestacionario generado por el batimiento de alas en “hover”,” *2do Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica*, CAIA 2010, Córdoba, Argentina, 24 al 26 de noviembre, 2010.
12. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Aerodinámica de insectos voladores – Estudio 3D del desprendimiento de vorticidad desde el borde de ataque,” *III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, MACI 2011, Bahía Blanca, Argentina, 9 al 11 de mayo, 2011.

13. Roccia B. A., Preidikman S., y Massa J. C., “Un modelo multicuerpo para estudiar la dinámica de micro vehículos aéreos de alas batientes,” *XIX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones*, ENIEF 2011, Rosario, Argentina, 1 al 4 de noviembre, 2011.
14. Roccia B. A., Preidikman S., Gebhardt C. G., y Massa J. C., “Dynamics of micro-air-vehicles with flapping wings: A multibody system approach,” *Argencon 2012 – IEEE*, Córdoba, Argentina, 13 al 15 de junio, 2012.
15. Roccia B. A., Preidikman S., Brewer T. A., Massa J. C., y Mook D. T., “Micro vehículos aéreos de alas batientes: influencia de la mecánica estructural en la aerodinámica del sistema,” *III Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica*, CAIM 2012, Buenos Aires, Argentina, 2 al 5 de octubre, 2012.
16. Roccia B. A., Preidikman S., Brewer T. A., y Massa J. C., “Aerodinámica no estacionaria y dinámica no lineal del vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología,” *X Congreso Argentino de Mecánica Computacional*, MECOM 2012, Salta, Argentina, 13 al 16 de noviembre, 2012.
17. Roccia B. A., Preidikman S., Massa J. C., y Mook D. T., “Aerodinámica y dinámica del vuelo de alas batientes,” *IV Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, IV MACI 2013, Buenos Aires, Argentina, 15 al 17 de mayo, 2013.
18. Roccia B. A., Preidikman S., Bossio G. R., y Massa J. C., “Cálculo de propiedades máxicas de superficies de forma arbitraria mediante elementos finitos isoparamétricos,” *IV Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, IV MACI 2013, Buenos Aires, Argentina, 15 al 17 de mayo, 2013.

Bibliografía

- Aguayo D. D., Santoyo F. M., De la Torre-I M. H., Salas-Araiza M. D., Caloca-Mendez C., and Gutierrez Hernandez D. A., “Insect wing deformation measurements using high speed digital holographic interferometry,” *Optics Express*, vol. 18, no. 6, pp. 5661-5667, 2010.
- Amiet R. K., “Gust response for _at-plate airfoils and the Kutta condition,” *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 28, pp. 1718-1727, 1989.
- Amirouche F. M. L., *Fundamentals of Multibody Dynamics*, First Edition, Birkhäuser, Boston, 2005.
- Ansari S. A., Żbikowski R., and Knowles K., “Non-linear unsteady aerodynamics model for insect-like flapping wings in the hover. Part 1: methodology and analysis,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 220, pp. 61-83, 2006a.
- Ansari S. A., Żbikowski R., and Knowles K., “Non-linear unsteady aerodynamics model for insect-like flapping wings in the hover. Part 2: implementation and validation,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 220, pp. 169-186, 2006b.
- Ascher U. M., and Petzold L. R., “Stability of computational methods for constrained dynamics systems,” *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 14, no. 1, pp. 95-120, 1993.
- Ascher U. M., Chin H., and Reich S., “Stabilization of DAEs and invariant Manifolds,” *Numer. Math.*, vol. 67, pp. 131-149, 1994.
- Ascher U. M., Chin H., Petzold L. R., and Reich S., “Stabilization of constrained mechanical systems with DAEs and invariant manifolds,” *Journal of Mech. Struct. Machines*, vol. 23, pp. 135-158, 1995.
- Ascher U. M., and Petzold L. R., *Computer Methods for Ordinary Differential Equations ans Differential-Algebraic Equations*, SIAM, Philadelphia, 1997.
- Azuma A., “*Biokinetics of Flying and Swimming*,” Published by American Institute of Aeronautics and Aerospace, 2006.

- Balachandran B., Preidikman S., and Balaras E., “Super Maneuverable, Flapping Wing Micro-Air-Vehicles,” AFOSR - U. S. Air Force Office of Scientific Research. Department of Mechanical Engineering, University of Maryland, College Park, MD 20742-3035, 2006 – 2008.
- Bar-Cohen Y., *Biomimetics – Biologically Inspired Technologies*, Boca Raton, FL, CRC Press, 2006.
- Baruh H., *Analytical dynamics*, McGraw Hill, 1999.
- Barut A., Das M., and Madenci E., “Nonlinear deformations of flapping wings on a micro air vehicle,” 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC *Structures, Structural Dynamics, and Material Conference*, May 1-4, Newport, Rhode Island, AIAA 2006-1662, 2006.
- Basu B. C., and Hancock G. J., “The unsteady motion of a two-dimensional airfoil in incompressible inviscid flow,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 87, pp. 159-178, 1978.
- Batchelor G. K., *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1967.
- Bauchau O. A., *Flexible multibody dynamics*, Springer, New York, 2011.
- Baumgarte J., “Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 1, pp. 1-16, 1972.
- Bennett L., “Clap and fling aerodynamics – an experimental evaluation,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 69, pp. 261-272, 1977.
- Berman G., and Wang Z., “Energy-minimizing kinematics in hovering insect flight,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 582, pp. 153-168, 2007.
- Birch J. M., and Dickinson M. H., “Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings,” *Nature*, vol. 412, pp. 729-733, 2001.
- Blajer W., “Elimination of constraint violation and accuracy aspects in numerical simulation of multibody systems,” *Multibody System Dynamics*, vol. 7, pp. 265-284, 2002.
- Blajer W., “Methods for constraint violation suppression in the numerical simulation of constrained multibody systems – A comparative study,” *Computational Methods Appl. Mechanics Engrg.*, vol. 200, pp. 1568-1576, 2011.

- Bolender M. A., "Rigid multi-body equations-of-motion for flapping wing MAVs using Kane's equations," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA Paper 2009-6158, Chicago, IL, 2009.
- Bos F. M., Lentink D., van Oudheusden B. W., and Bijl H., "Numerical simulations of moving mesh problems (influence of wing kinematics on performance in hovering insect flight)," *Proceedings of the Workshop Computational Life Sciences*, Innsbruck, Austria, 2005.
- Bos F. M., Lentink D., van Oudheusden B. W., and Bijl H., "Numerical study of kinematic wing models of hovering insect flight," *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, pp. 1-18, 2007.
- Braun D. J., and Goldfarb M., "Eliminating constraint drift in the numerical simulation of constrained dynamical systems," *Computational Methods Appl. Mechanics Engrg.*, vol. 198, pp. 3151-3160, 2009.
- Brodsky A. K., *The evolution of insect flight*, Oxford University Press, Oxford, 1994.
- Brown R. H. J., "Flapping flight," *Ibis*, 93, pp. 333-359, 1951.
- Brunton S. L., Rowley C. W., Taira K., Colonius T., Collins J., and Williams D. R., "Unsteady aerodynamic forces on small-scale wings: experiments, simulations, and models," *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2008-520, 2008.
- Buler W., Lorocho L., Sibilski K., and Zyluk A., "Modeling and simulation of nonlinear dynamic behavior of a flapping wings micro-air-vehicle," *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2004-541, Reno, NV, 2004.
- Caflish R., and Orellana O., "Singular solutions and ill-posedness of the evolution of vortex sheets," *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, vol. 20, pp. 417-430, 1989.
- Cardona A., and Géradin M., "Time integration of the equations of motion in mechanism analysis," *Computers & Structures*, vol. 33, no. 3, pp. 801-820, 1998.
- Carnahan B., Luther H. A., and Wilkes J. O., *Applied Numerical Methods*, John Wiley and Sons, 1969.
- Chadwick L. E., "Stroke amplitude as function of air density in the flight of *Drosophila*," *Biol. Bull.*, Woods Hole, vol. 100, pp. 15-27, 1951.

- Chadwick L. E., *"Insect Physiology,"* New York: John Wiley and Sons, Inc.; London: Chapman and Hall, Ltd., 1953.
- Challis J.H, and Kerwin D.G., "Accuracy assessment and control point configuration when using the DLT for photogrammetry," *Journal of Biomechanics*, vol. 25, pp. 1053-1058, 1992.
- Chen L., Armstrong C. W., and Raftopoulos D. D., "An investigation on the accuracy of 3-dimensional space reconstruction using the direct linear transformation technique," *Journal of Biomechanics*, vol. 27, pp. 493-500, 1994.
- Chorin A. J., *Vorticity and Turbulence*, Springer-Verlag, New York Inc., 1994.
- Combes S. A., and Daniel T. L., "Flexural stiffness in insect wings: I. Scaling and the influence of wing venation," *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 2979-2987, 2003a.
- Combes S. A., and Daniel T. L., "Flexural stiffness in insect wings: II. Spatial distribution and dynamic wing bending," *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 2989-2997, 2003b.
- Crighton D. G., "The Kutta condition in unsteady flow," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 17, pp. 411-445, 1985.
- David C. T., "The relationship between body angle and flight speed in free flying *Drosophila*," *Physiol. Ent.* 3, pp. 191-195, 1978.
- David C. T., "Optomotor control of speed and height by free flying *Drosophila*," *Journal of Experimental Biology*, vol. 82, pp. 389-392, 1979.
- David C. T., "Compensation for height in the control of groundspeed by *Drosophila* in a new, 'Barber's Pole' wind tunnel," *Journal Comp. Physiol.* 147, pp. 485-493, 1982.
- Deng X., Schenato L., and Sastry S., "Hovering flight control of a micromechanical flying insect," *40th IEEE Conference on Decision and Control*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Paper TuA08-5, Orlando, FL, 2001.
- Deng X., Schenato L., Wu W., and Sastry S., "Flapping flight for biomimetic robot insects: Part 1: System modeling," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 22, no. 4, pp. 776-788, 2006a.
- Deng X., Schenato L., and Sastry S., "Flapping flight for biomimetic robot insects: Part 2: Flight control design," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 22, no. 4, pp. 789-803, 2006b.

- Dickson W. B., Straw A. D., Poelma C., and Dickinson M. H., “An integrative model of insect flight control,” *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2006-34, Reno, NV, 2006.
- Dickinson M. H., and Götz K., “Unsteady aerodynamic performance of model wings at low Reynolds numbers,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 174, pp. 45-64, 1993.
- Dickinson M. H., “The effects of wing rotation on unsteady aerodynamic performance at low Reynolds numbers,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 192, 179-206, 1994.
- Dickinson M. H., Lehmann F-O, Sane S. P., “Wing Rotation and the Aerodynamic Basis of Insect Flight,” *Science*, vol. 284, pp. 1954-1960, 1999.
- Dickinson M. H., “Solving the Mystery of Insect Flight,” *Scientific American*, June, vol. 284, no. 6, pp. 48-57, 2001.
- Dickinson M. H., “Insect flight,” *Current Biology*, vol. 16, no. 9, pp. 309-314, 2006.
- Dietl J., and Garcia E., “Stability in ornithopter longitudinal flight dynamics,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 31, no. 4, pp. 1157-1162, 2008.
- Doman D., Oppenheimer M., and Sigthorrson D., “Dynamics and control of a minimally actuated biomimetic vehicle: Part 1: Aerodynamic Model,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA Paper 2009-6160, Chicago, IL, 2009a.
- Doman D., Oppenheimer M., and Sigthorrson D., “Dynamics and control of a minimally actuated biomimetic Vehicle: Part 2: Control,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, AIAA Paper 2009-6161, Chicago, IL, 2009b.
- Dudley R., and Ellington C. P., “Mechanics of forward flight in bumblebees II. Quasi steady lift and power requirements,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 148, pp. 53-88, 1990.
- Ellington C. P., “The aerodynamics of hovering insect flight. I. The quasi-steady analysis,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 305, no. 1122, pp. 1-16, 1984a.

- Ellington C. P., “The aerodynamics of hovering insect flight. II. Morphological parameters,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 305, no. 1122, pp. 17-40, 1984b.
- Ellington C. P., “The aerodynamics of hovering insect flight. III. Kinematics,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 305, no. 1122, pp. 41-78, 1984c.
- Ellington C. P., “The aerodynamics of hovering insect flight: IV. Aerodynamics mechanisms,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 305, no. 1122, pp. 79–113, 1984d.
- Ellington C. P., Van den Berg C., Willmott A. P., and Thomas A. L. R., “Leading-edge vortices in insect flight,” *Nature*, vol. 384, pp. 626-630, 1996.
- Ellington C. P., “The novel aerodynamics of insect flight: Applications to micro-air vehicles,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 202, pp. 3439-3448, 1999.
- Ennos A. R., “The kinematics and aerodynamics of the free flight of some diptera,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 142, pp. 49-85, 1989.
- Ertas A., Krafcik J. T., and Ekwaro-Osire S., “Performance of an anisotropic allman/DKT 3-node thin triangular flat shell element,” *Composites Engineering*, vol 2, pp. 269-280, 1992.
- Etkin B., and Reid L., *Dynamics of Flight*, Wiley, New York, 1996.
- Finio B. M., Shang J. K., and Wood R. J., “Body torque modulation for a microrobotic fly,” *Robotics and Automation, IEEE Int. Conf. on*, Kobe, 12 – 17 May 2009, pp 3449–3456, 2009.
- Fisette P., and Vaneghem B., “Numerical integration of multibody system dynamic equations using the coordinate partitioning method in an implicit Newmark scheme,” *Computational Methods Appl. Mech. Engineering*, vol. 135, pp. 85-105, 1996.
- Flores P., Machado M., and da Silva M. T., “A parametric study on the Baumgarte stabilization method for forward dynamics of constrained multibody systems,” *Journal Comp. Nonlinear Dynamics*, vol. 6, pp. 1-9, 2011.
- Fritz T. E., and Long L. N., “Object-oriented unsteady vortex lattice method for flapping flight,” *Journal of Aircraft*, vol. 41, pp. 1275-1290, 2004.

- Fry S. N., Sayaman R., and Dickinson M. H., “The aerodynamics of hovering flight in *Drosophila*,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 208, pp. 2303-2318, 2005.
- Galiński C., and Żbikowski R., “Some problems of micro air vehicles development,” *Bulletin of the polish Academy of Sciences Technical Sciences*, vol. 55, no. 1, pp. 91-98, 2007.
- Gebert G., Gallmeier P., and Evers J., “Equations of motion for flapping flight,” *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, AIAA Paper 2002-4872, Monterrey, CA, 2002.
- Gerbhardt C. G., Preidikman S., and Massa J. C., “Numerical simulations of the aerodynamic behavior of large horizontal-axis wind turbines,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 35, pp. 6005-6011, 2010.
- Gebhardt C. G., “Desarrollo de simulaciones numéricas del comportamiento aeroelástico de grandes turbinas eólicas de eje horizontal,” Tesis de doctorado, Universidad Nacional de Córdoba, 2012.
- Géradin M., and Cardona A., “Numerical integration of second-order differential-algebraic systems in flexible mechanism dynamics,” in: M. Pereira and J. Ambrosio, eds. *Computer-Aided Analysis of Rigid and Flexible Mechanical Systems*, NATO ASI Series, *Applied Sciences*, vol. 268, pp. 233-284, 1993.
- Géradin M., and Cardona A., *Flexible Multibody Dynamics - A Finite Element Approach*, John Wiley and Sons, 2000.
- Grauer J., and Hubbard J., “Multibody model of an ornithopter,” *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 32, no. 5, pp. 1675-1679, 2009.
- Greenwalt C. H., *Hummingbirds*, Doubleday & Co., Garden City, 1960.
- Hairer E., and Wanner G., *Solving Ordinary Differential Equations II – Stiff and Differential-Algebraic Problems*, 2nd Ed., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2002.
- Hairer E., Lubich C., and Wanner G., *Geometric Numerical Integration – Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations*, 2nd Ed., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2002.
- Harmon R., Grauer J., Hubbard J., and Humbert S., “Experimental determination of ornithopter membrane wing shapes used for simple aerodynamic modeling,” AIAA Paper No. 2008-6397, 2008.

- Heard W. B., *Rigid Body Mechanics*, Wiley – VCH Verlag GmbH & Co., 2006.
- Hedrick T., “Software techniques for two and three-dimensional kinematic measurements of biological and biomimetic system,” *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 3, pp. 1-6, 2008.
- Hollick F. S. J., “The Flight of the dipterous fly (*Muscina Stabulans*) Fallén,” *Philosophical Transactions Series B, Biological Sciences*, vol. 230, pp. 357-390, 1940.
- Holst E. V., and Küchemann D., “Biologische und aerodynamische probleme des tierfluges,” *Naturwissenschaften*, 29, pp. 348-362, 1941.
- Ishihara D., Hoire T., and Denda M., “A two-dimensional computational study on the fluid-structure interaction cause of wing pitch changes in dipteran flapping flight,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 212, pp. 1-10, 2009.
- Jackson J., Bhattacharya R., and Strganac T., “Modeling and suboptimal trajectory generation for a symmetric flapping wing vehicle,” *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2008-6465, Honolulu, HI, 2008.
- Jensen M., “Biology and physics of locust flight. III. The aerodynamics of locust flight,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 239, pp. 511-552, 1956.
- Jones W. P., “Research on unsteady flow,” *Journal of the Aerospace Sciences*, vol. 29, pp. 249-263, 1962.
- Kandil O. A., Mook D. T., and Nayfeh A. H., “Nonlinear prediction of the aerodynamic loads on lifting surfaces,” *Journal of Aircraft*, vol. 13, pp. 365-388, 1976.
- Kandil O. A., Mook D. T., and Nayfeh A. H., “New convergence criteria for the vortex-lattice model of the leading-edge separation,” NASA-SP-405, 1976.
- Kane T. R., *Dynamics*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1968.
- Karamchetti K., *Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics*, Second Edition, Krieger Publishing Company, 1980.
- Karnovsky I. A., and Lebed O. I., *Formulas for Structural Dynamics: Tables, Graphs and Solutions*, McGraw Hill, 1st edition, New York, 2000.

- Katz J., and Plotkin A., *Low-Speed Aerodynamics*. Second Edition, Cambridge University Press, 2001.
- Khan Z., and Agrawal S., “Modeling and simulation of flapping wing micro air vehicles,” *ASME International Design Engineering Technical Conference*, American Society of Mechanical Engineers, Long Beach, CA, pp. 2607-2626, 2005.
- Kim J. K., Chung I. S., Lee B. H., “Determination of the feedback coefficients for the constraint violation stabilization,” *Proc. Inst. Mech. Engr., Part C: J. Mech. Engrg.*, vol. 204, pp. 233-242, 1990.
- Knowles K., “Micro air vehicles design studies,” Department of Aerospace, Power and Sensors, Cranfield University, Defence Academy of the UK Shrivenham, England, 2005.
- Konstandinopoulos P., Mook D. T., and Nayfeh A. H., “A numerical method for general, unsteady aerodynamics,” *American Institute of Aeronautics and Astronautics: Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 1981.
- Konstandinopoulos P., Trasher D. F., Mook D. T., and Nayfeh A. H., “A vortex-lattice method for general, unsteady aerodynamics,” *Journal of Aircraft*, vol. 22, pp. 43-49, 1985.
- Koumoutsakos P., “Multiscale flow simulations using particles,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 37, pp. 457-487, 2005.
- Krasny R., “A study of singularity formation in a vortex sheet by the point-vortex approximation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 167, pp. 65-93, 1986.
- Lasek M., and Sibilski K., “Modeling and simulation of flapping wing control for a micromechanical flying insect (Entomopter),” *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit*, AIAA Paper 2002-4973, Monterrey, CA, 2002.
- Lehmann F. –O., “Aerodynamische, kinematische und electrophysioloische aspekte der flugkrafterzeugung und flugkraftsteuerung bei der taufliege drosophila melanogaster,” PhD thesis, University of Tübingen, Germany, 1994.
- Lehmann F. –O., “Flattern für Flugkräfte,” *Naturwiss Rundschau*, vol. 623, pp. 223-30, 2000.

- Lehmann F. –O., “The mechanisms of lift enhancement in insect flight,” *Naturwissenschaften*, vol. 91, pp. 101-122, 2004.
- Lehmann F. –O., Sane S. P., and Dickinson M. H., “The aerodynamic effects of wing–wing interaction in flapping insect wings,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 208, pp. 3075-3092, 2005.
- Lehmann F. –O. and Pick S., “The aerodynamic benefit of wing–wing interaction depends on stroke trajectory in flapping insect wings,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 210, pp. 1362-1377, 2007.
- Lentink D., and Biewener A. A., “Nature-inspired flight – beyond the leap,” *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 5, 040201, 2010.
- Leroy A., Bruon F., and Devinant P., “Unsteady aerodynamic model for thin wings with evolutive vortex sheets,” *RTO AVT Symposium on Advanced Flow Management*, Loen, Norway, 7–11 May 2001, RTO-MP-069(I), 2001.
- Liu H., and Kawachi K., “A numerical study of insect flight,” *Journal of Computational Physics*, vol. 146, pp. 124-156, 1998.
- Liu H., Ellington C. P., Kawachi K., Van den Berg C., and Willmott A. P., “A computational fluid dynamics study of hawkmoth hovering,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 201, pp. 461-477, 1998.
- Liu H., “Integrated modeling of insect flight: from morphology, kinematics to aerodynamics,” *Journal of Computational Physics*, vol. 228, pp. 439-459, 2009.
- Loh K. H., Cook M., and Thomasson P., “An investigation into the longitudinal dynamics and control of a flapping wing micro air vehicle at hovering flight,” *The Aeronautical Journal*, Paper no. 2817, pp. 743-753, 2003.
- Loh K. H., “An investigation into the hovering flight dynamics and control of a flapping wing micro air vehicle,” PhD thesis, College of Aeronautics, Cranfield University, 2003.
- Lugt H., *Vortex Flow in Nature and Technology*, John Wiley and Sons, 1983.
- Majda A. J., and Bertozzi A. L., *Vorticity and incompressible flow*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2002.
- Magnan A., “La Locomotion Chez les Animaux, I.”, *Le vol des insectes*. Paris: Hermann et. 1934.

- Marey C., “Mémoire sur le vol des insectes et des oiseaux,” *Ann. Sci. Nat. Zool.*, vol. 5, no. 12, pp. 49-150, 1969.
- Marsden J. E., and Tromba A. J., *Vector Calculus*, Fifth edition, W. H. Freeman and CO., New York, 2004.
- MathWorks, *MATLAB® Creating Graphical User Interfaces*, The MathWorks, Inc., 2007.
- McMasters, J. H., “The flight of the bumblebee and related myths of entomological engineering,” *American Scientist*, vol. 77, pp. 164-169, 1989.
- Michelson R. C., and Naqvi M. A., “Beyond biologically-inspired insect flight Low RE Aerodynamics on Aircraft Including applications in Emerging UAV Technology,” RTO-AVT von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series, 24–25 November, 2003.
- Michelson R. C., *Encyclopedia of Aerospace Engineering - Overview of micro air vehicle system design and integration issues*, Vehicle Design, Part 34 Micro Air Vehicles vol. 7, John Wiley & Sons, 2010.
- Mook D. T., and Maddox S. A., “Extension of a vortex-lattice method to include the effects of leading-edge separation,” *Journal of Aircraft*, vol. 11, pp. 127-128, 1974.
- Moore D. W., “The rolling up of a semi-infinite vortex sheet,” *Proceedings of the Royal Society. Series A*, vol. 345, pp. 417-430, 1975.
- Mueller T. J., and Delaurier J. D., “An overview of micro air vehicle aerodynamics,” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 195, pp. 1-10, 2001.
- Nachtigall W., and Roth W., “Correlations between stationary measurable parameters of wing movement and aerodynamic force production in the Blowfly,” *Journal of Comp. Physiology*, A150(2), pp. 251-260, 1983.
- Nakata T., and Liu H., “A fluid-structure interaction model of insect flight with flexible wings,” *Journal of Computational Physics*, vol. 231, pp. 1822-1847, 2012.
- Neef M., and Hummel D., “Euler solution for a finite-span flapping wing Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications,” *Progress in Astronautics and Aeronautics*, Reston VA: AIAA, vol. 195, chapter 19, pp. 429-449, 2001.

- Nikravesh P. E., *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*, Prentice Hall, 1988.
- Nikravesh P.E., “Initial condition correction in multibody dynamics,” *Multibody Syst. Dynamics*, vol. 18, pp. 107-115, 2007.
- O’Leary J. R., “Evaluation of mass properties by finite elements,” *Journal of Guidance and Control*, vol. 3, no. 2, pp. 188-190, 1979.
- Orlowski C. T., Girard A., and Shyy W., “Derivation and simulation of the nonlinear dynamics of a flapping wing micro-air vehicle,” *2009 European Micro-Air Vehicle Conference and Competition*, Delft, The Netherlands, 2009.
- Orlowski C. T., and Girard A. R., “Modeling and simulation of nonlinear dynamics of flapping wing micro air vehicles,” *AIAA Journal*, vol. 49, no. 5, pp. 969-981, 2011.
- Osborne M. F. M., “Aerodynamics of flapping flight with application to insects,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 28, pp. 221-245, 1951.
- Peterson K., Birkmeyer P., Dudley R., and Fearing R. S., “A wing-assisted running robot and implications for avian flight evolution,” *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 6, 046008, 2011a.
- Peterson K., and Fearing R. S., “Experimental dynamics of wing assisted running for a bipedal ornithopter,” *IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco CA, 25–30 September 2011, 2011b.
- Prandtl L., and Tietjens O. G., *Applied Hydro- and Aeromechanics*, Dover Publications, Inc., New York, 1957.
- Preidikman S., “Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems,” Ph.D. Dissertation, Dep. of Eng. Science and Mechanics, Virginia Tech, 1998.
- Preidikman S., and Mook D. T., “Time-Domain Simulations of Linear and Nonlinear Aeroelastic Behavior,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 6, no. 8, pp. 1135-1175, 2000.
- Preidikman S., “Desarrollo de herramientas numéricas para estudiar problemas aeroservoelásticos inestacionarios fuertemente no-lineales,” Secretaria de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de Córdoba. Res. Secyt 214/10, 2010.

- Preidikman S., y Brewer T. A., “Desarrollo de herramientas numéricas para estudiar problemas aeroservoelásticos inestacionarios fuertemente no-lineales,” Secretaria de Ciencia y Tecnología, Universidad Nacional de Córdoba, 2012.
- Ramamurti R., and Sandberg W. C., “A Three-dimensional computational study of the aerodynamic mechanisms of insect flight,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 205, pp. 1507-1518, 2002.
- Raney D. L., and Slominski E. C., “Mechanization and control concepts for biologically inspired micro air vehicles,” *Journal of Aircraft*, vol. 41, pp. 1257-1265, 2004.
- Roget B., Sitaraman J., Harmon R., Grauer J., Conory J., Hubbard J., and Humbert S., “A Computational Study of Flexible Wing Ornithopter Flight,” AIAA Paper No. 2008-6397, 2008.
- Rusak Z., Wasserstrom E., and Seginer A., “Convergence characteristics of a vortex lattice method for nonlinear configuration aerodynamics,” *Journal of Aircraft*, vol. 22, no. 9, pp. 743-749, 1985.
- Sakurai A., and Uchihori H., “Unsteady vortex lattice calculation of the flow around a slender delta wing,” *Japan Aerospace Exploration Agency*, pp. 53-59, 1990.
- Sane S. P., and Dickinson M. H., “The control of flight force by a flapping wing: Lift and drag production,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 204, pp. 2607-2626, 2001.
- Sane S. P., and Dickinson M. H., “The aerodynamic effects of wing rotation and a revised quasi-steady model of flapping flight,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 205, pp. 1087-1096, 2002.
- Sane S. P., “The aerodynamics of insect flight,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 4191-4208, 2003.
- Schenato L., Campolo D., and Sastry S., “Controllability issues in flapping flight for biomimetic micro air vehicles (MAVS),” *42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Paper FrE10-5, Maui, HI, 2003.
- Schwenne T., and Zarnack W., “Movements of the hind wings of locusta migratoria, measured with miniature coils,” *Journal Comp. Physiol. A*. 160, pp. 657-666, 1987.

- Seginer A., Rusak Z., Wasserstrom, W., “Convergence characteristics of nonlinear vortex-lattice methods for configuration aerodynamics,” *Technical Report AIAA 83-1882*, AIAA, 1982.
- Shabana A. A., “Flexible multibody dynamics: A review of past and recent developments,” *Multibody Systems Dynamics*, vol. 1, pp. 189-222, 1997.
- Shabana A. A., *Dynamics of multibody systems*, Cambridge, New York, 2005.
- Shabana A. A., *Computational Dynamics*, John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom, 2010.
- Shelley M. J., “A study of singularity formation in vortex sheet motion by a spectrally accurate vortex method,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 244, pp. 493-526, 1992.
- Shuster M. D., “A survey of attitude representations,” *Journal of the Astronautical Sciences*, vol. 41, no. 4, pp. 439-517, 1993.
- Shvets A. I., Zakharenkov M. N., and Osminin P. K., Otchet Instituta Mekhaniki MGU, Report of the Moscow University Institute of Mechanics, 1979.
- Shyy W., Berg M., and Ljungqvist D., “Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 35, pp. 455-505, 1999.
- Shyy W., Lian Y., and Tang J., *Aerodynamics of low Reynolds number flyers*, Cambridge University Press, 2008.
- Singh B., Ramasamy M., Chopra I., and Leishman J. G., “Experimental studies on insect-based flapping wings for micro hovering air vehicles,” Alfred Gessow Rotorcraft Center, Department of Aerospace Engineering, University of Maryland at College Park, MD 20742, 2004.
- Singh B., and Chopra I., “Airloads prediction for flapping and rotary wing MAVs,” *10th International workshop on aerolasticity of rotorcraft systems*, 2006.
- Smith M. J. C., “The effect of the flexibility on the aerodynamics of moth wing: towards the development of flapping-wing technology,” *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, January 9-12, Reno, USA, AIAA 95-0743, 1995.
- Snodgrass R. E., “How insects fly,” Rep. Smithson. Instn, 1929, pp. 383-421, 1930.
- Song D., Wang H., Zeng L., and Yin C., “Measuring the camber deformation of a dragonfly wing using projected comb fringe,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 72, no. 5, pp. 2450-2454, 2001.

- Sotavalta O., "The flight tone (wing stroke frequency) of insects," *Acta ent. Fnn.* 4, pp. 1-117, 1947.
- Sotavalta O., "The essential factor regulating the wing stroke frequency of insects in wing mutilation and loading experiments and in experiments at subatmospheric pressure," *Ann. (bot.-zool.) Soc. Zool.-Bot. fenn. Vanamo (Zool.)* vol. 15, pp. 1-67, 1952.
- Sotavalta O., "Recordings of high wing stroke and thoracic vibration frequency in some midges," *Biol. Bull., Woods Hole*, vol. 104, pp. 439-444, 1953.
- Spüler M., and Heide G., "Simultaneous recordings of torque, thrust and muscle spikes from the fly *Musca domestica* during optomotor responses," *Z. Naturforsch.*, vol. 3, no. 5-6, pp. 455-457, 1978.
- Stanford B. K., and Beran P. S., "Analytical sensitivity analysis of an unsteady vortex-lattice method for flapping-wing optimization," *Journal of Aircraft*, vol. 47, pp. 647-662, 2010.
- Sun M., and Tang J., "Unsteady aerodynamic force generation by a model fruit fly wing in flapping motion," *Journal of Experimental Biology*, vol. 205, pp. 55-70, 2002.
- Sun M., and Xiong Y., "Dynamic flight stability of a hovering bumblebee," *Journal of Experimental Biology*, vol. 208, no. 3, pp. 447-549, 2005.
- Sun M., Wang J., and Xiong Y., "Dynamic flight stability of hovering insects," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 23, no. 3, pp. 231-246, 2007.
- Taira K., Dickson W. B., Colonius T., Dickinson M. H., and Rowley C. W., "Unsteadiness in flow over a flat plate at angle-of-attack at low Reynolds numbers," *AIAA Paper 2007-710*, 2007.
- Taira K., and Colonius T., "Three-dimensional flows around low-aspect-ratio flat-plate wings at low Reynolds numbers," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 623, pp. 187-207, 2009.
- Tang J., Viieru D., and Shyy W., "Effects of Reynolds number, reduced frequency and flapping kinematics on hovering aerodynamics," *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, 8–11 January, 2007.

- Tarvirdizadeh B., Yousefi-Koma A., Khanmirza E., and Maleki H., “A mathematical model for a flapping wing micro aerial vehicle,” *Proceedings of the 17th IASTED International Conference, Modeling and Simulation*, Montreal, Canada, 24-26 May 2006, pp. 326-333, 2006.
- Taylor G., and Thomas A., “Dynamic flight stability in the Desert Locust *Schistocera Gregaria*,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, no. 16, pp. 2803-2829, 2003.
- Taylor G., Bomphrey R., and Hoen J., “Insect flight dynamics and control,” *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA Paper 2006-32, Reno, NV, 2006.
- Terze Z., and Naudet J., “Projective constraint violation stabilization method for multibody systems on manifolds,” *5th International Congress of Croatian Society of Mechanics*, September 21-23, Troger/Split, Croatia, 2006.
- Trizilia P., Kang C. K., Visbal M., Shyy W., “A surrogate model approach in 2D versus 3D flapping wing aerodynamic analysis,” In: *Proceedings of the 12th AIAA/ISSMO multidisciplinary analysis and optimization conference*. Victoria, British Columbia, Canada: AIAA; 10–12 September 2008.
- Valdez M., Preidikman S., y Massa J. C., “Aerodinámica de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad,” *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, vol. 25, pp. 2333-2357, 2006.
- van den Berg C., and Ellington C. P., “The three-dimensional leading-edge vortex of a ‘hovering’ model hawkmoth,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 352, pp. 329-340, 1997.
- van Garrel A., “The development of a wind turbine aerodynamics simulation module,” ECN C-03-079, Delft University of Technology, 2003.
- Vanella M., Fitzgerald T., Preidikman S., Balaras E., and Balachandran B., “Influence of flexibility on the aerodynamic performance of a hovering wing,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 212, pp. 95-105, 2009.
- Vest M., and Katz J., “Unsteady aerodynamic model of flapping wings,” *AIAA Journal*, vol. 34, pp. 1435-1440, 1996.
- Vogel S., “Flight in *Drosophila* III. Aerodynamic characteristics of fly wings and wing models,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 46, pp. 431-443, 1967.

- Wakeling J. M., and Ellington C. P., "Dragonfly flight III. Lift and power requirements," *Journal of Experimental Biology*, vol. 200, pp. 583-600, 1997.
- Walker S. M., Thomas A. L. R., and Taylor G. K., "Deformable wing kinematics in the desert locust: how and why do camber, twist and topography vary through the stroke?," *Journal of the Royal Society of London, Interface*, vol. 6, no. 38, pp. 735-747, 2009a.
- Walker S. M., Thomas A. L. R., and Taylor G. K., "Photogrammetric reconstruction of high-resolution surface topographies and deformable wing kinematics of tethered locusts and free-flying hoverflies," *Journal of the Royal Society of London, Interface*, vol. 6, no. 33, pp. 351-366, 2009b.
- Walker S. M., Thomas A. L. R., and Taylor G. K., "Deformable wing kinematics in free-flying hoverflies," *Journal of the Royal Society of London, Interface*, vol. 7, no. 42, pp. 131-142, 2010.
- Wang Z. J., "Vortex shedding and frequency selection in flapping flight," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 410, pp. 323-341, 2000.
- Wang Z. J., Birch M. B., and Dickinson M. H., "Unsteady forces and flows in low Reynolds number hovering flight: two-dimensional computations vs robotic wing experiments," *Journal of Experimental Biology*, vol. 207, pp. 461-474, 2004.
- Wang H., Zeng L., Liu H., and Yin C., "Measuring wing kinematics, flight trajectory and body attitude during forward flight and turning maneuvers in dragonflies," *Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 745-757, 2003.
- Weis-Fogh T., and Jensen M., "Biology and Physics of locust flight I. Basic principles in insect flight. A critical review," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 239, no. 667, pp. 415-458, 1956.
- Weis-Fogh T., "Energetics of hovering flight in hummingbirds and in *Drosophila*," *Journal of Experimental Biology*, vol. 56, pp. 79-104, 1972.
- Weis-Fogh T., "Quick estimates of flight fitness in hovering animals, including novel mechanisms for lift production," *Journal of Experimental Biology*, vol. 59, pp. 169-230, 1973.
- Willis D. J., Peraire J., and White J. K., "A combined pFFT-multipole tree code, unsteady panel method with vortex particle wakes," *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, vol. 53, No. 8, pp. 1399-1422, 2007.

- Willmott A. P., and Ellington, C. P., “The Mechanics of Flight in the Hawkmoth *Manduca Sexta*. I. Kinematics of hovering and forward flight,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 200, no. 21, pp. 2705-2745, 1997.
- Willmott A. P., Ellington C. P., and Thomas L. R., “Flow visualization and unsteady aerodynamics in the flight of the hawkmoth, *Manduca Sexta*,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 352, pp. 303-316, 1997.
- Winckelmans G. S., and Leonard A., “Contributions to vortex particle methods for the computation of three-dimensional incompressible unsteady flows,” *Journal of Computational Physics*, vol. 109, No. 2, pp. 247-273, 1993.
- Wootton R. J., “Support and deformability in insect wings,” *Journal of Zoology*, vol. 193, pp. 447-468, 1981.
- Wootton R. J., “Functional morphology of insect wings,” *Annu. Rev. Entomology*, vol. 37, pp. 113-140, 1992.
- Wu J., Zhang Y. L., and Sun M., “Hovering of model insects: simulation by coupling equations of motion with Navier-Stokes equations,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 212, no. 20, pp. 3313-3329, 2009.
- Yoon S., Howe R. M., Greenwood D. T., “Stability and accuracy analysis of Baumgarte’s constrained violation stabilization method,” *Journal of Mechanic Design*, vol. 117, pp. 446-453, 1995.
- Zanker J. M., “The wing beat of *Drosophila melanogaster* I. Kinematics,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 327, pp. 1-18, 1990a.
- Zanker J. M., “The wing beat of *Drosophila melanogaster* II. Dynamics,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 327, pp. 19-44, 1990b.
- Zanker J. M., “The wing beat of *Drosophila melanogaster* III. Control,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, vol. 327, pp. 45-64, 1990c.
- Zarnack W., “Kinematische, aerodynamische und neurophysiologisch-morphologische Untersuchungen des Heuschreckenflugs,” Habilitationsschrift, Universität Göttingen, 1982.

- Zarnack W., "The effect of forewing depressor activity on wing movement during locust flight," *Biol. Cybernetics*, vol. 59, pp. 55-70, 1988.
- Żbikowski R., Ansari A. A., and Knowles K., "On mathematical modeling of insect flight dynamics in the context of micro air vehicles," *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 1, pp. R26-R37, 2006.
- Zeng L., Matsumoto H., and Kawachi K., "A fringe shadow method for measuring flapping angle and torsional angle of a dragonfly wing," *Measure. Sci. Technol.*, vol. 7, pp. 786-791, 1996.
- Zeng L., Hao Q., and Kawachi K., "A scanning projected line method for measuring a beating bumblebee wing," *Optics Commun.*, vol. 183, pp. 19-44, 2000.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., and Zhu J. Z., *The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals*, Sixth edition, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.
- Zienkiewicz O. C., and Taylor R. L., *The Finite Element Method*, Sixth edition, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.
- Zufferey J.C., *Bio-inspired flying robots: Experimental synthesis of autonomous indoor flyers*, Taylor & Francis Group, CRC Press, 2008.

Desarrollo de simulaciones numéricas para el estudio del vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología

Bruno Antonio Roccia

En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo computacional completo para estudiar el vuelo de insectos y aves pequeñas. Este modelo fue construido acoplando: *i*) un modelo cinemático, *ii*) un modelo aerodinámico no estacionario, *iii*) un modelo dinámico no lineal, y *iv*) una técnica para combinar dichos modelos. En el presente enfoque se considera que la corriente de aire y la estructura son elementos de un único sistema dinámico. Los modelos desarrollados como parte de este trabajo de tesis se implementaron en un código computacional que permite realizar simulaciones numéricas del comportamiento dinámico no estacionario y no lineal de insectos voladores e investigar la influencia de diversos factores sobre la fuerza de sustentación, tales como: diferentes cinemáticas para las alas, diferentes patrones de deformación sobre las alas, y la presencia o no del cuerpo del insecto.

El modelo cinemático desarrollado para describir el movimiento de las alas durante un ciclo de batimiento permite incluir diferentes patrones de deformación sobre las alas tales como: torsión, flexión y ambos efectos combinados.

El modelo aerodinámico utilizado es una extensión de la versión 3D del “*unsteady vortex lattice method*”, una generalización del conocido “*vortex lattice method*”, ampliamente utilizado en flujos incompresibles y estacionarios. Este modelo fue modificado con el objetivo de incluir el fenómeno de separación adicional desde el borde de ataque; además, contempla las múltiples interacciones entre el cuerpo del insecto, las alas, y las estelas.

La dinámica asociada al insecto se modela mediante un modelo estructural multicuerpo híbrido que incluye la cabeza, el tórax, el abdomen y las alas. El desarrollo del modelo está basado en la formulación de Lagrange con coordenadas generalizadas redundantes, una técnica ampliamente utilizada en el estudio de la dinámica de sistemas multi cuerpos con restricciones. La cabeza, el tórax y el abdomen del insecto no tienen movimiento relativo entre sí, y las alas tienen un movimiento prescrito respecto del cuerpo del insecto (cinemáticamente conducidas). Las ecuaciones de restricción son incluidas directamente en la formulación de las ecuaciones de movimiento por medio de los multiplicadores de Lagrange. Las ecuaciones de movimiento obtenidas mediante este enfoque son del tipo diferenciales algebraicas de índice 3, las cuales son transformadas en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias derivando dos veces las ecuaciones de restricción respecto del tiempo.

La conexión entre modelos acopla la estructura y el fluido por medio de un esquema de interacción fuerte. La integración de todas las ecuaciones gobernantes resultantes se realiza en forma numérica, simultánea e interactiva en el dominio del tiempo mediante un esquema de integración que acopla un método predictor corrector de cuarto orden, el método de Hamming modificado, con un procedimiento de post estabilización basado en la técnica de proyección de coordenadas.

Finalmente, se presentan resultados numéricos que ayudan a entender mejor el comportamiento aerodinámico y dinámico de insectos voladores, considerando: cargas aerodinámicas no estacionarias y no lineales, fuerzas gravitacionales, y las múltiples interacciones aerodinámicas estructurales que caracterizan el vuelo mediante alas batientes.

