

Tesis para el Grado de  
Doctor en Ciencias de la Ingeniería

# Técnicas de Preprocesamiento Espectral para la Reducción de Potencia Fuera de Banda en Señales OFDM

Autor  
Enrique Mariano Lizárraga

Director  
Dr. Víctor Hugo Sauchelli

Agosto 2013



Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.  
Universidad Nacional de Córdoba.  
Argentina.

Thesis for the Degree of  
Doctor of Science

# Spectral Preprocessing Techniques for Out-of-Band Power Reduction in OFDM Signals

Author  
Enrique Mariano Lizárraga

Supervisor  
Prof. Víctor Hugo Sauchelli

August 2013



Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.  
Universidad Nacional de Córdoba.  
Argentina.

**Comisión Asesora**

Dr. Mario Rafael Hueda  
Dra. Elizabeth Vera de Payer

**Tribunal Evaluador**

Dr. Carlos Horacio Muravchik  
Dra. Cecilia Galarza  
Dr. Oscar Humberto Bustos  
Dra. Graciela Corral Briones (suplente)  
Dr. Jorge Manuel Finochietto (suplente)



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA  
Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales

**ACTA DE EXAMENES**

Libro: 00001 Acta: 02027 Hoja 01/01  
LLAMADO: 1 22/08/2013  
CATEDRA - MESA:

DI002 TESIS DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA

NUMERO	APELLIDO Y NOMBRE	DOCUMENTO	INGRESO COND.	NOTA	FIRMA
29338545	LIZÁRRAGA, Enrique Mariano	DNI: 29338545	2007 T	<b>APROBADO</b>	

*[Handwritten signatures]*  
IRI, Carlos - GALARZA, cECILIA - BUSTOS, Oscar - CORRAL BRIONES, gRACIELA - FINOCCHIETTO, JORGE I

Observaciones:

Córdoba, 22 / 08 / 2013.

Certifico que la/s firma/s que ha/n sido puesta/s en la presente Acta pertenece/n a: \_\_\_\_\_

1	—	^	—	^		
Inscriptos	Ausentes	Examinados	Reprobados	Aprobados		
02/08/2013	17:36:40		(0-3)	(4-10)	Libro/Acta: 0000102027	Hoja: 01/ 01

---

## Resumen

La *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency-division multiplexing*) representa una técnica eficiente para implementar comunicaciones a alta velocidad sobre canales inalámbricos con desvanecimiento selectivo en frecuencia. La relativa sencillez con la que se pueden manejar los efectos de dispersión temporal del canal es una característica que ha ganado la atención de muchas investigaciones, y ha sido también bien vista en la industria. Esto en gran medida se debe a la facilidad de implementar el procesamiento necesario por medio de los eficientes algoritmos de la *transformada rápida de Fourier* (FFT, *fast Fourier transform*). No obstante, estas dos características de robustez frente a la dispersión y fácil implementación se relacionan con la utilización de ventanas rectangulares en la conformación de los pulsos de cada una de las subportadoras del sistema. Este efecto se debe al ventaneo implícito en la FFT. Por lo tanto, surge un inconveniente con respecto a la emisión de potencia fuera de la banda asignada, debido a la frecuente ocurrencia de discontinuidades en el instante de concatenación que corresponde a cada par de símbolos OFDM sucesivos. La solución tradicional para esta dificultad se basa en el filtrado; sin embargo, una desventaja considerable es que se reduce la eficiencia del *prefijo cíclico* del sistema, afectando tanto la eficiencia espectral como la robustez frente a la dispersión multirrayecto. Alternativamente, existen técnicas de conformación de pulso, pero estas implican la dificultad de generar la señal de salida de una manera computacionalmente eficiente pues la FFT no se emplea. Para subsanar estas dificultades, en este trabajo se considera un método de correlación entre símbolos OFDM en el dominio de la frecuencia que permite aplicar una interpolación óptima basada en la FFT. El período del símbolo generado es más largo que el que produce una transmisión OFDM convencional, no obstante se muestra que no se afecta la eficiencia espectral dado que conjuntamente se transmiten más símbolos de información. El efecto observado es una reducción en la potencia fuera de banda y una mayor cantidad de grados de libertad que permiten aumentar la eficiencia de otras técnicas de optimización de sistemas OFDM disponibles en la literatura. En este contexto se ha investigado la utilización de precodificación espectral con el objeto reducir aún más la emisión de potencia fuera de banda. El método desarrollado muestra una reducción superior que, no obstante, es conseguida por medio de una menor distorsión. Por esto, el esquema propuesto representa una alternativa a los métodos conocidos de filtrado y conformación de pulso. La complejidad agregada al sistema se mantiene en niveles reducidos y se concentra en el extremo transmisor. Asimismo, esta técnica presenta características atractivas con respecto a una reconfiguración dinámica que es necesaria en sistemas bajo el principio de *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*) y *radio definida por software* (SDR, *software-defined radio*).

**Palabras clave:** OFDM, precodificación, espectral, potencia, emisión, fuera de banda.

---

## Abstract

*Orthogonal frequency division multiplexing* (OFDM) represents an efficient technique for implementing high-speed communications over wireless channels with frequency selective fading. The relative simplicity in which the effects of temporal dispersion of the channel can be handled is a feature that has gained the attention of many investigations, and was also well appreciated by the industry. This is mainly justified by the simplicity of implementing the required signal processing by the efficient *fast Fourier transform* (FFT) algorithms. However, these two characteristics of dispersion robustness and implementation simplicity are related to the use of rectangular windows in the conformation of pulses from each of the subcarriers of the system. This effect is due to the windowing that is implicit in the FFT. Therefore, a disadvantage arises with regard to the power emissions outside the allocated band. This is due to the frequent presence of discontinuities in the concatenation instant corresponding to each pair of successive OFDM symbols. The traditional solution to this problem is based on filtering; however, a significant disadvantage is that it reduces the efficiency of the *cyclic prefix* of the system, affecting the spectral efficiency and robustness against multipath propagation. Alternatively, there exist pulse shaping techniques, but these involve the difficulty of generating the output signal in a computationally efficient manner since FFT is not used. To overcome these difficulties, in this work a method of correlation between OFDM symbols in the frequency domain is considered. This approach allows applying an optimum interpolation based on FFT. The generated symbol period is longer than that observed in a conventional OFDM transmission. However, it is shown that this does not affect spectral efficiency since more information symbols are simultaneously transmitted. The observed effect is a reduction in out-of-band power emission, and a larger number of degrees of freedom that allows to increase the efficiency of other optimization techniques for OFDM systems in the literature. In this context, the use of spectral precoding has been investigated to further reduce the out-of-band power emissions. The developed method shows a higher reduction, however, it is achieved by means of a lower distortion. Therefore, the proposed scheme is an alternative to known methods of filtering and pulse shaping. The added complexity to the system remains low and is concentrated in the transmitting side. Furthermore, this technique has attractive features regarding dynamic reconfiguration as needed in systems based on the principle of *cognitive radio* (CR) and *software defined radio* (SDR).

**Keywords.** OFDM, precoding, spectral, power, emission, out-of-band.

---

## Sommario

La *multiplazione a divisione di frequenza ortogonale* (OFDM, *orthogonal frequency-division multiplexing*) rappresenta una tecnica efficiente per attuare comunicazioni ad alta velocità su canali senza fili con dissolvenza selettivo in frequenza. La relativa facilità con cui è possibile gestire gli effetti della dispersione temporale del canale è una caratteristica che si è guadagnato l'attenzione di numerose ricerche, ed è stato anche ben considerato nel settore. Ciò è dovuto alla facilità di esecuzione del trattamento richiesto dagli algoritmi efficienti *trasformazione rapida di Fourier* (FFT, *fast Fourier transform*). Tuttavia, queste due caratteristiche della robustezza dispersione e facilità di implementazione sono correlati all'uso di finestre rettangolari nella conformazione di impulsi da ciascuna delle sottoportanti del sistema. Questo effetto è dovuto al finestramento (*windowing*) implicita nel FFT. Pertanto, uno svantaggio pone relativamente alla potenza di fuori della banda allocata, a causa della frequente presenza di discontinuità nella concatenazione istante corrispondenti a ciascuna coppia di simboli OFDM successivi. La soluzione tradizionale a questo problema si basa sul filtrato, tuttavia, uno svantaggio significativo è che riduce l'efficienza del prefisso ciclico del sistema, interessando l'efficienza spettrale e robustezza contro dispersione multipercorso. In alternativa, esistono tecniche impulsi formano, ma questi riguardano la difficoltà di generare il segnale di uscita in modo computazionalmente efficiente poiché la FFT non viene utilizzato. Per superare queste difficoltà, in questo articolo considereremo un metodo di correlazione tra simboli OFDM nel dominio della frequenza che consente di applicare una interpolazione ottimale in base FFT. Il periodo di simbolo generato supera convenzionale trasmissione OFDM si verifica tuttavia mostrato che l'efficienza spettrale è influenzato da altri simboli sono trasmessi insieme di informazioni. L'effetto osservato è una riduzione della potenza di banda e un maggior numero di gradi di libertà che aumentano l'efficienza di altre tecniche di ottimizzazione sistemi OFDM in letteratura. In questo contesto abbiamo studiato l'uso di precoding spettrale per ridurre l'emissione di potenza ancora più fuori banda. Il metodo sviluppato che mostra una riduzione maggiore, tuttavia, è ottenuto per mezzo di una distorsione inferiore. Pertanto, il regime proposto è una alternativa ai metodi noti di filtraggio e di conformazione del polso. La complessità del sistema rimane basso e si concentra nella estremità trasmittente. Inoltre, questa tecnica ha caratteristiche interessanti riguardanti riconfigurazione dinamica è necessaria nei sistemi basati sul principio della *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*) e *raggio definito da software* (SDR, *software-defined radio*).

**Parole chiave:** OFDM, precoding, spettrale, potenza, emissione, fuori banda.



*Salmo 24*

*Muéstrame, Señor, tus caminos, enséñame tus senderos.  
Guíame por el camino de tu fidelidad;  
enséñame, porque eres mi Dios y mi Salvador.*

*Al angelito que llevo en mi corazón. A toda mi familia.*

---

## Prefacio

El trabajo de investigación de esta Tesis se realizó en el Laboratorio de Comunicaciones Digitales (LCD) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC), a partir del aporte de la Universidad Nacional de Catamarca (UNCa) y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de la República Argentina.

Me resulta necesario agradecer al Director de este proyecto doctoral, el Dr. Víctor Hugo Sauchelli, como así también a la Comisión Asesora que integraron el Dr. Mario Rafael Hueda y la Dra. Elizabeth Vera de Payer; quienes aportaron directivas útiles acerca del desenvolvimiento de este trabajo. Por su parte, el grupo directivo del LCD se mostró siempre atento a mis necesidades y comprometido con el éxito de mi investigación, y por esto reconozco ese sentimiento a la Inga. Carmen Rodríguez, al Dr. Jorge Finochietto y a la Dra. Graciela Corral Briones, como así también al Dr. Hueda.

Acerca del compañerismo, me alegro de poder decir que todo el grupo humano del LCD me ha brindado momentos que quedan en mi memoria y ha tenido hermosos gestos en numerosas oportunidades. Y de entre todos ellos me alegro especialmente de haber encontrado a Gabriel Maggio y Alexis Dowhuszko, quienes más allá de su (para mí imprescindible) ayuda en cuanto al trabajo técnico, me han ofrecido también su amistad.

Por su parte, tanto el Ing. Sergio Gallina como el Ing. Flavio Fama han sido quienes en la primera instancia de este proyecto, propiciaron que exista y se desarrolle.

Finalmente, más allá de mi mensaje en las páginas anteriores, me parece necesario agregar unas palabras acerca del acompañamiento de mi familia en toda esta etapa. Es curiosa y difusa la conjunción entre trabajo y estudio que estos años han traído consigo, y a partir de esto han sido muchos los momentos en los que una reflexión paciente se me hizo necesaria. Y era en esos momentos donde la compañía de Marcela y el oído atento de mis padres y hermanos era lo que más me reconfortaba. Sobre el final de esta etapa, María Agustina se unió con su ternura para endulzar mis esfuerzos y ser la depositaria principal de mis anhelos.

Termino este apartado entendiendo lo ínfimo de la contribución en este trabajo. Sin embargo, deseando que pueda servirme como el punto de partida para poder de alguna manera (técnica o quién sabe de qué índole) contribuir a un mejor camino por la vida de las personas, me sean cercanas o no.

Córdoba,  
17 de octubre de 2012.

*Enrique Mariano Lizárraga*

---

# Contenido

---

## Parte I Motivación y Estado del Arte

---

<b>1</b>	<b>Introducción</b> .....	2
1.1	Motivación .....	2
1.2	Problema de Investigación .....	3
1.3	Metodología de la Investigación .....	4
1.4	Alcance de esta Tesis .....	5
1.5	Estructura de la Tesis .....	5
1.6	Resumen de Publicaciones Originales .....	6
<b>2</b>	<b>Fundamentos de la OFDM</b> .....	8
2.1	Introducción .....	8
2.1.1	Nomenclatura .....	10
2.2	Modelo del Sistema .....	10
2.2.1	Representación de Tiempo Discreto .....	13
2.2.2	Parametrización en Algunos Estándares .....	16
2.3	Operación del Receptor .....	16
2.4	Efecto de los Canales Variantes en el Tiempo .....	19
2.5	Análisis del Intervalo de Guarda .....	19
2.6	Potencia de la Señal OFDM .....	21
2.6.1	Definición de la PAPR .....	21
2.7	Aplicación de Técnicas MIMO en OFDM .....	23
2.7.1	Modelo General .....	24
2.8	Optimización de la PAPR en MIMO-OFDM .....	27
2.9	Conclusiones .....	29
<b>3</b>	<b>Precodificación Espectral</b> .....	30
3.1	Introducción .....	30
3.2	Precodificación $N$ -Continua .....	31
3.2.1	Implementación VLSI .....	34
3.3	Precodificación $N$ -Continua sin Memoria .....	35

3.4 Otros Modelos de Precodificación ..... 37  
 3.5 Conclusiones ..... 38

**Parte II Contribuciones Principales**

**4 Señal OFDM con Doble Longitud** ..... 40  
 4.1 Primer Método de Correlación de Símbolos ..... 40  
 4.2 Composición de la Señal Sobremuestreada ..... 44  
 4.3 Precodificación Espectral ..... 47  
     4.3.1 Condiciones adicionales para altos órdenes de continuidad ..... 49  
 4.4 Análisis de la distorsión ..... 50  
 4.5 Modelo de Canal y Especificación del Receptor ..... 51  
 4.6 Resultados y Discusión ..... 52  
 4.7 Conclusiones ..... 55

**5 Método de Fusión de Símbolos en OFDM** ..... 56  
 5.1 Segundo Método de Correlación de Símbolos ..... 56  
     5.1.1 Extensión en los Símbolos ..... 59  
     5.1.2 Extensión Multi-símbolo ..... 60  
 5.2 Precodificación Espectral para Fusión de Símbolos ..... 61  
     5.2.1 Restricciones para Continuidad de Mínimo Orden ..... 61  
     5.2.2 Restricciones para Continuidad de Alto Orden ..... 62  
     5.2.3 Magnitud del Vector de Error para el Esquema de Fusión de Símbolos ..... 63  
 5.3 Modelado del Canal y Operación del Receptor ..... 64  
     5.3.1 Receptor para el Esquema de Fusión de Símbolos con Extensión Multi-símbolo (ME) ..... 65  
 5.4 Resultados de Simulación ..... 67  
     5.4.1 Espectros de Potencia ..... 67  
     5.4.2 Tasa de Error de Bits ..... 68  
 5.5 Conclusiones ..... 68

**6 Señal OFDM con Interpolación Correlacionada** ..... 71  
 6.1 Tercer Método de Correlación de Símbolos ..... 71  
     6.1.1 Interpolación en los Símbolos OFDM ..... 72  
 6.2 Precodificación Espectral ..... 75  
     6.2.1 Restricciones de Continuidad de Alto Orden ..... 76  
     6.2.2 Evaluación de la Distorsión ..... 77  
 6.3 Operación del Receptor ..... 78  
 6.4 Resultados de Simulación ..... 79  
 6.5 Conclusiones ..... 82

<b>7 Conclusiones</b> .....	84
7.1 Introducción .....	84
7.2 Conclusiones sobre las Preguntas de Investigación .....	84
7.3 Comparación de los Métodos de Preprocesamiento Propuestos .....	86
7.4 Conclusiones Finales .....	87
7.5 Líneas de Investigación Posteriores .....	87
<b>Bibliografía</b> .....	89
<b>Índice</b> .....	93

---

## Lista de Figuras

2.1	Secuencia de símbolos OFDM en una transmisión sobre un canal selectivo en frecuencia; dado un tiempo de símbolo $T_s$ y un intervalo de guarda $T_g$ . .	11
2.2	Relación entre el período y el ancho de banda utilizado por cada símbolo transmitido para el caso de portadora única y el caso de múltiples portadoras, suponiendo una tasa de transferencia equivalente en ambos sistemas. . . . .	12
2.3	Diagrama de bloques de un sistema OFDM básico. En algunos casos, sobre este esquema se agrega una etapa de codificación/decodificación de canal y múltiples antenas para generar un sistema MIMO. . . . .	15
2.4	Diagrama de un sistema MIMO-OFDM con $N_t$ antenas para transmisión y $N_r$ antenas en el receptor. . . . .	24
2.5	Diagrama de bloques un sistema MIMO-OFDM con STC por bloques y capacidad de reducción de la PAPR [P07]. . . . .	29
3.1	Trayectoria deseada en el punto de concatenación de dos símbolos OFDM sucesivos para la precodificación espectral de N-continuidad. . . . .	31
3.2	Distorsión en uno de los $K$ símbolos que entrega el modulador complejo. La componente de corrección se aplica a un símbolo de una constelación 16-QAM que fue tomada como ejemplo. . . . .	32
3.3	Representación gráfica de la proyección de cada componente de distorsión a partir de los símbolos $\mathbf{d}_i$ y $\bar{\mathbf{d}}_{i-1}$ . El plano graficado representa el espacio nulo de $\mathbf{A}\Phi^H$ . . . . .	33
3.4	Diagrama de bloques del transmisor OFDM con capacidad de implementar una precodificación espectral para N-continuidad en un circuito digital VLSI. . . . .	34
3.5	Planificación de las tareas para la generación de una señal OFDM con N-continuidad. La operación U indica escritura (o carga) de datos, mientras que la operación D indica lectura de información, la operación de procesamiento se indica con P. . . . .	35
3.6	Trayectoria deseada en el punto de concatenación de dos símbolos OFDM sucesivos para la precodificación espectral de N-continuidad sin memoria. .	35

3.7 Representación gráfica de la proyección de cada componente de distorsión a partir de los símbolos  $\mathbf{d}_i$  para lograr la N-continuidad sin memoria [vdBB09a]. El plano graficado representa el espacio nulo de  $\mathbf{B}$  .. 36

3.8 Diagrama de un sistema OFDM con precodificación espectral para N-Continuidad con memoria [vdBB09b] o sin ella [vdBB09a]. . . . . 37

4.1 Trazado de la amplitud de un símbolo OFDM con respecto al tiempo. Se observa que existe una continuidad en todo el intervalo de duración  $T_s$  y además una continuidad entre el primer y el último punto de la representación. . . . . 40

4.2 Relación entre la IFFT de longitud convencional empleada en las transmisiones OFDM, y el método considerado, que se basa en un cálculo con una cantidad de puntos duplicada. . . . . 41

4.3 Diagramas de bloques de los transmisores OFDM con precodificación espectral. . . . . 42

4.4 Selección de fracciones de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$ ,  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2}$  para conformar el símbolo OFDM de doble longitud en el dominio del tiempo. . . . . 46

4.5 Correspondencia entre los vectores de longitud simple y longitud doble. Se muestran también las señales de tiempo continuo con su continuidad circular sobre los periodo de longitud simple y doble. . . . . 46

4.6 Evaluación de la diferencia de interpolación para la composición de la señal de doble longitud a partir de la concatenación de las secuencias de longitud simple. Para aumentar su visibilidad, los fenómenos observados se muestran para una configuración con una baja cantidad de subportadoras (i.e.  $K = 10$ ). . . . . 47

4.7 Magnitud del vector de error para varios órdenes de continuidad. Las líneas continuas con marcadores rellenos indican la distorsión obtenida utilizando símbolos con doble longitud, mientras que las líneas discontinuas con marcadores sin relleno muestran el desempeño para la precodificación aplicada sobre símbolos de simple longitud (longitud convencional). . . . . 51

4.8 Densidad espectral de potencia para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple y para una transmisión con símbolos de longitud doble. La emisión de potencia fuera de banda se reduce de acuerdo a una brecha que mantiene un nivel constante fuera de la banda asignada. . . . . 53

4.9 Tasa de error de símbolos para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple y para una transmisión con símbolos de longitud doble. Simulaciones numéricas muestran el comportamiento para canales AWGN y canales con desvanecimiento (*Rayleigh*). . . . . 54

5.1 Selección de fracciones de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$ ,  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  para conformar el símbolo OFDM de doble longitud en el dominio del tiempo según el esquema de fusión de símbolos. . . . . 59

5.2 Selección de fracciones de  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  para conformar el símbolo OFDM de doble longitud en el dominio del tiempo según el esquema de fusión de símbolos con extensión multisímbolo. . . . . 60

5.3 Densidad espectral de potencia para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple y para una transmisión con fusión de símbolos. Los marcadores rellenos indican el desempeño de la técnica de fusión de símbolos, mientras que los marcadores sin relleno muestran el rendimiento de los esquemas previos en [vdBB09a]. . . . . 66

5.4 Tasa de error de bits para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple (línea entrecortada) y para una transmisión con fusión de símbolos (línea continua). Se considera un canal AWGN y un canal Rayleigh con desvanecimiento cuasi-estacionario en una parametrización de alta distorsión por precodificación dada por  $N = 3$ . . . . . 69

5.5 Tasa de error de bits para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple (línea entrecortada) y para una transmisión con fusión de símbolos y ME (línea continua). Se consideran modulaciones complejas QPSK y 16-QAM para un valor de distorsión apropiado,  $N = 0$ , y un canal que sigue el modelo de Jakes. . . . . 69

6.1 Diagrama de bloques del transmisor OFDM propuesto. El bloque de correlación realiza el procesamiento de símbolos en pares. La precodificación espectral se aplica para obtener una mejora adicional en el desempeño de la conformación espectral. . . . . 74

6.2 Densidad espectral de potencia. Los marcadores con relleno indican el desempeño para un sistema con interpolación correlacionada, mientras que los marcadores sin relleno muestran el comportamiento de los esquemas previamente presentados en [vdBB09a]. . . . . 80

6.3 Valor medio de la franja de reducción observada para diferentes configuraciones con respecto a la cantidad de subportadoras y el orden del precodificador (i.e.,  $N$ ). . . . . 80

6.4 Tasa de error de símbolos para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple (línea entrecortada) y para la transmisión con interpolación correlacionada que se describe en este capítulo (línea continua). Ambos canales: AWGN y con desvanecimiento Rayleigh cuasi-estacionario se consideran para varias configuraciones de distorsión (dependientes del orden del precodificador). . . . . 81

---

## Acrónimos

- ADC conversor analógico a digital (*analog-to-digital converter*). 59
- ADSL bucle de abonado digital asimétrico (*asymmetric digital subscriber line*). 9
- AWGN ruido blanco Gaussiano aditivo (*additive white Gaussian noise*). 17, 18, 51, 53, 54, 64, 68, 82
- BER tasa de error de bits (*bit error rate*). 68
- CDMA acceso múltiple mediante división de código (*code-division multiple-access*). 25
- CFO desviación de la frecuencia portadora (*carrier frequency offset*). 19
- CP prefijo cíclico (*cyclic prefix*). 3, 7, 11, 13, 15–20, 24, 30, 41, 43, 51, 52, 59, 60, 64–66, 71, 73, 78, 79, 82, 85
- CR radio cognitiva (*cognitive radio*). 2, 3, 14, 30, 67, 84
- CS sufijo cíclico (*cyclic suffix*). 43, 51, 59, 60, 68, 73, 78, 79, 85
- CSI información de estado del canal (*channel-state information*). 19, 25
- DAC conversor digital a analógico (*digital-to-analog converter*). 22
- DFT transformada discreta de Fourier (*discrete Fourier transform*). 4, 13, 17, 44, 57, 72, 84
- DMT multi-tono discreto (*discrete multi-tone*). 9
- DSA acceso dinámico al espectro (*dynamic spectrum access*). 2
- EVM magnitud del vector de error (*error-vector magnitude*). 37, 50, 53, 63, 64, 78
- FFR reutilización de frecuencia fraccional (*fractional frequency reuse*). 3
- FFT transformada rápida de Fourier (*fast Fourier transform*). 3, 4, 17, 20, 29, 52, 65, 84–86
- FIR respuesta finita al impulso (*finite impulse-response*). 51, 64
- i.i.d. independiente e idénticamente distribuida. 18, 21
- IBI interferencia entre bloques (*inter-block interference*). 15, 17, 19, 20
- ICI interferencia entre subportadoras (*inter-carrier interference*). 20, 25
- ICIC coordinación de interferencia entre celdas (*inter-cell interference coordination*). 3

- IDFT transformada discreta de Fourier inversa (*inverse discrete Fourier transform*). 5, 13, 40, 41, 43, 44
- IFFT transformada rápida de Fourier inversa (*inverse fast Fourier transform*). 13, 20, 22, 40–43, 55, 57, 67–69, 71, 72, 82, 85
- ISI interferencia inter-símbolos (*inter-symbol interference*). 8, 19, 23, 73
- LS mínimos cuadrados (*least-squared*). 68
- LTE *Long Term Evolution*. 5
- ME extensión multisímbolo (*multisymbol extension*). 60, 63–68, 86
- MIMO múltiple entrada múltiple salida (*multiple-input multiple-output*). 9, 10, 14, 23–26, 37
- MISO múltiple entrada salida única (*multiple-input single-output*). 26
- ML máxima verosimilitud (*maximum likelihood*). 34, 52, 65, 66
- MSE error medio cuadrático (mean squared error). 26, 46
- OFDM multiplexación por división en frecuencias ortogonales (*orthogonal frequency division multiplexing*). 2–6, 8–11, 13–19, 21–38, 40–44, 47, 52, 54–59, 61, 62, 64, 65, 67, 68, 71–79, 81, 82, 84–88
- OFDMA acceso múltiple mediante división en frecuencias ortogonales (*orthogonal frequency-division multiple-access*). 25
- PAPR relación de potencia pico a potencia promedio (*peak-to-average power ratio*). 5, 6, 20–23, 26, 28, 37, 55, 56, 67–69, 82, 86
- PDF función de densidad de probabilidad (*probability density function*). 21
- PSD densidad espectral de potencia (*power spectral density*). 5, 22, 37, 67, 80
- SDMA acceso múltiple mediante división en el espacio (*space-division multiple-access*). 25
- SDR radio definida por software (*software-defined radio*). 3, 14, 30, 84
- SER tasa de error de símbolos (*symbol error rate*). 53, 82
- SISO entrada única salida única (*single-input single-output*). 9, 25, 27
- SNR relación señal a ruido (*signal-to-noise ratio*). 9, 54
- STC codificación espacio-temporal (*space-time coding*). 9, 24, 27, 28
- TDMA acceso múltiple mediante división en el tiempo (*time-division multiple-access*). 25
- VLSI integración a muy alta escala (*very-large-scale integration*). 6, 34, 37
- ZP relleno de ceros (*zero-padding*). 15, 20, 45, 58, 71, 73

---

## Lista de Publicaciones Originales

- P01.** Lizárraga, E. M.; Dowhuszko, A. A.; Sauchelli, V. H.; Gallina, S.H. “An Efficient Spectral Shaping Method for OFDM Systems using Correlated Interpolation of Symbols”; *Latin American Applied Research*, vol. 43, no. 3, Julio 2013. 6, 7, 71
- P02.** Lizárraga, E. M.; Dowhuszko, A. A.; Sauchelli, V. H. “Symbol Merging Approach for Intercell Interference Mitigation in Wireless OFDM Systems”; *IEEE GLOBECOM*. Anaheim, California, Estados Unidos, 3 de diciembre de 2012. 7, 30, 56, 62, 72
- P03.** Lizárraga, E. M.; Dowhuszko, A. A.; Sauchelli, V. H. “Improving Out-of-Band Power Emissions in OFDM Systems using Double-length Symbols”; *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 3, pp. 1710-1718, Abril 2012. 7, 40, 46, 72
- P04.** Lizárraga, E. M.; Dowhuszko, A. A.; Sauchelli, V. H. “Out-of-Band Power Reduction in OFDM Systems using Double-length Symbols”; *IEEE Latin-American Conference on Communications (LATINCOM)*. Belém, Pará, Brasil, 24 de octubre de 2011. 5–7, 40, 41, 47, 73
- P05.** Lizárraga, E. M.; Sauchelli, V. H.; Gallina, S.H. “Efficient Implementation of Subcarrier Allocation Schemes in N-Continuous OFDM Transmissions”; *Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (RPIC)*. Entre Ríos, Argentina, 16 de noviembre 2011. 6, 10, 14, 34
- P06.** Lizárraga, E. M.; Sauchelli, V. H.; Maggio, G.N. “N-Continuous OFDM Signal Analysis of FPGA-Based Transmissions”; *IEEE Southern Conference on Programmable Logic 2011 (SPL)*. Córdoba, Argentina. Abril 2011. 6, 34, 37, 38
- P07.** Lizárraga, E. M.; Sauchelli, V. H. “Reducción de complejidad en un Codificador Espacio-Temporal con capacidad de disminuir la PAPR en OFDM”; *Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control (RPIC)*. Rosario, Argentina. Septiembre 2009. 6, 9, 26, 28
- P08.** Lizárraga, E. M.; Sauchelli, V. H. “Evaluación Numérica de la Aritmética de Punto Fijo en Transmisores OFDM con N-Continuidad”; *Congreso de Microelectrónica Aplicada (UEA)*. Rosario, Santa Fe, Argentina, 27 de setiembre de 2012. 6, 31, 37
- P09.** Lizárraga, E. M.; Sauchelli, V. H. “Análisis de Esquemas de Distribución de Subportadoras para Sistemas OFDM con Precodificación Espectral N-Continua”;

*Jornadas de Ciencia y Tecnología de las Facultades de Ingeniería del NOA (JCTFI-NOA)*. Catamarca, Argentina, 13 de octubre de 2011. 6

- P10. Lizárraga, E. M.;** Sauchelli, V. H. “Systolic Matrix-Vector Multiplier for a High-Throughput N-Continuous OFDM Transmitter”; *IEEE Southern Conference on Programmable Logic 2011 (SPL) - Designer Forum*. Córdoba, Argentina. Abril 2011. 6
- P11. Lizárraga, E. M.;** Sauchelli, V. H. “Mitigación de la PAPR en un escenario MIMO-OFDM  $4 \times 1$  generando una familia de códigos espacio-temporales”. *Congreso Información y Comunicación para la Sociedad del Conocimiento*. Córdoba, Argentina. Junio 2.009. 6, 9, 26, 28

Motivación y Estado del Arte

## Introducción

### 1.1 Motivación

El tráfico de información por cada usuario de los sistemas de comunicaciones inalámbricos [LWKL11] y la cantidad de dispositivos con conectividad inalámbrica [Eri11] ha aumentado de forma continua en las últimas décadas. Para los próximos años se espera que esta tendencia se mantenga, o que incluso se acentúe [ITU11]. Por esto será necesario mejorar varios aspectos de los futuros sistemas de comunicación, de una forma tal que sean capaces de hacer frente esta creciente demanda. Dicho de otro modo, los sistemas de comunicación inalámbricos de la próxima generación deberán no sólo mejorar su eficiencia espectral, sino que también requerirán una más alta *densidad de estaciones base por unidad de superficie* y mayores porciones de espectro electromagnético [AHT11]. Las porciones de espectro electromagnético adicionales deberán ser convenientemente autorizadas por organismos nacionales e internacionales. El despliegue más denso de pequeñas estaciones base será necesario para abastecer áreas de alto tráfico (o *hotspots*) para habilitar de esta forma patrones de reutilización de frecuencias más eficientes. En este contexto, es importante tomar en cuenta que los beneficios de estos tres enfoques (*i.e.*, eficiencia espectral, ancho de banda y reutilización de frecuencias) están conjuntamente relacionados entre sí. Por esto, se prevé que una cuidadosa combinación de los mismos, en el ámbito de una interfaz de aire basada en la *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*), sea la principal alternativa para cumplir con estos requerimientos. Se espera que el factor limitante en el desempeño de todos estos esquemas sea el nivel de interferencia *co-canal* que experimenten los usuarios en recepción [LPGdlR<sup>+</sup>11]. Por estos motivos, un parámetro clave que se debe mantener bajo control es la *emisión de potencia que un sistema OFDM genera fuera de la banda asignada*.

El concepto de *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*) habilita el uso de porciones de espectro electromagnético adicionales a los denominados *usuarios secundarios*, por medio de un *acceso dinámico al espectro* (DSA, *dynamic spectrum access*) sobre bandas reservadas para *usuarios primarios* con licencia. En este contexto, los usuarios secundarios están autorizados a usar la banda licenciada siempre y cuando no se afecte de forma apreciable la calidad de servicio que experimenta el usuario primario [PND<sup>+</sup>11].

Se espera que el uso de CR permita aprovechar de manera más eficiente el espectro electromagnético. En particular, se han tenido en cuenta en el último tiempo a los espacios de televisión en blanco (*TV white spaces*) en VHF/UHF. La razón es que estas bandas comienzan a estar disponibles alrededor del mundo a medida que los sistemas de televisión analógicos van siendo reemplazados por sistemas de televisión digital más eficientes. La idea básica en este caso es simplemente permitir a los dispositivos secundarios operar en los canales de TV liberados, siempre y cuando se garantice que no exista una interferencia apreciable en los canales de TV adyacentes utilizados por usuarios primarios [Nek10]. En este punto vale la pena destacar que los receptores de TV comerciales no están diseñados para operar de forma robusta frente a altos niveles de interferencia en los canales adyacentes. Por esto, la emisión fuera de banda de un transmisor secundario se vuelve un parámetro crítico, cuando el objetivo es capitalizar la ganancia de desempeño que promete la CR a nivel de sistema.

De una manera similar, un despliegue denso de estaciones base hace necesario recurrir a una *reutilización de frecuencia fraccional* (FFR, *fractional frequency reuse*) para mantener bajo control la interferencia co-canal no sólo en redes macrocelulares, sino también en redes heterogéneas [NGGA11]. La efectividad de un esquema FFR depende de la capacidad del transmisor de mantener la señal OFDM confinada dentro de una partición espectral específica. Por esto, la reducción de la emisión de potencia fuera de banda juega una vez más un papel fundamental en el desempeño de un patrón FFR que se proponga como estrategia de *coordinación de interferencia entre celdas* (ICIC, *inter-cell interference coordination*) en redes inalámbricas futuras.

## 1.2 Problema de Investigación

El uso de OFDM muestra la capacidad de compensar la dispersión del canal en el dominio del tiempo por medio de un ecualizador con un único coeficiente (para cada subportadora), a partir del empleo de un *prefijo cíclico* (CP, *cyclic prefix*) [HYW<sup>+</sup>09a]. Otra propiedad importante es la posibilidad de implementar el procesamiento de señal necesario utilizando los algoritmos de la *transformada rápida de Fourier* (FFT, *fast Fourier transform*) ampliamente estudiados en la literatura.

Una señal OFDM consiste en una secuencia de símbolos OFDM, cada uno conformado por una conjunción de subportadoras ortogonales moduladas. Dado que la amplitud y la fase de las subportadoras suelen ser estadísticamente independientes, los símbolos OFDM son por lo general considerados independientes [JGC<sup>+</sup>08]. Por esto, la concatenación de estos símbolos genera discontinuidades en la señal en el dominio del tiempo, originando una alta emisión de energía fuera de banda [vdBB09b]. Los estándares actuales utilizan técnicas de filtrado para limitar el nivel de potencia de estas emisiones indeseadas; sin embargo, la principal desventaja de este enfoque es no sólo la reducción en la efectividad del CP [vdBB09b], sino también la dificultad de obtener un transceptor fácilmente (o numéricamente) reconfigurable. La reconfiguración es una característica beneficiosa con respecto al concepto de *radio definida por software* (SDR, *software-defined radio*). Otra opción para controlar este problema es implementar una *transición de símbolos*

*adaptiva* [MA08]. Sin embargo, el inconveniente en este caso radica en la necesidad de actualizar el procesamiento en el transmisor en cada símbolo, incrementando la complejidad del sistema. Vale la pena destacar que una precodificación similar a la propuesta en [CCC11] permite obtener un buen desempeño en términos de *conformación espectral* (*spectral shaping*); sin embargo, como contrapartida se muestra una tasa de código no unitaria que reduce la eficiencia de ancho de banda del sistema.

A través de la identificación del problema de las discontinuidades mencionadas, las cuales aparecen en señales (OFDM) que por su naturaleza se obtienen algorítmicamente a través de la FFT, surge la siguiente pregunta de investigación:

*¿Cómo diseñar esquemas de generación de la señal de transmisión que presenten un menor contenido de energía fuera de la banda espectral deseada para la comunicación?*

De esta manera, con base en la idea de explotar la dimensionalidad en el procesamiento involucrado para la generación de la señal de salida surge la siguiente pregunta: *¿Cuál sería la efectividad de un incremento en los grados de libertad del sistema para lograr una mejora en la interpolación de la señal de salida del transmisor?*

Es importante tener en cuenta que se busca que la señal obtenida mantenga la robustez de las transmisiones paralelizadas mediante el concepto OFDM respecto a la dispersión de los canales selectivos en frecuencia. No se debe perder de vista que esta característica conduce a que, en el caso de comunicaciones OFDM convencionales, se tenga un receptor atractivo por su sencillez. Por esto la siguiente pregunta indaga acerca de la complejidad involucrada en el procesamiento que se prevé: *¿Cuál es el intercambio que puede existir entre complejidad en el procesamiento y efectividad en el control de la potencia fuera de banda?*

### 1.3 Metodología de la Investigación

Dentro del marco planteado por el estado del arte y los cuestionamientos de partida surge la motivación de establecer formas de interpolación basadas en la FFT para reducir la frecuencia con la que se observan las discontinuidades en el dominio del tiempo. Con este objetivo, se plantea una interpolación a partir del procesamiento conjunto de más de un símbolo OFDM. Esto provoca una interpolación de más largo alcance, que se espera que permita la aplicación de técnicas de precodificación con tasa de codificación unitaria de una forma más eficiente. En general, se espera que se incrementen los grados de libertad disponibles y que, consecuentemente, numerosas técnicas de optimización de señales OFDM disponibles en la literatura mejoren su desempeño. Esto es, se prevé que este tratamiento conjunto de varios símbolos OFDM permita la introducción de *subportadoras virtuales* en el espacio de diseño, integrando un espacio de mayor dimensión que el de las portadoras reales. Luego existirán cálculos de la *transformada discreta de Fourier* (DFT, *discrete Fourier transform*) con mayor cantidad de puntos los cuales serán la causa del aumento los grados de libertad disponibles para diseño.

## 1.4 Alcance de esta Tesis

Este trabajo se focaliza en la generación de señales OFDM que cumplan con requerimientos de calidad especificados en términos de su *densidad espectral de potencia* (PSD, *power spectral density*). Frecuentemente, estas especificaciones se dan mediante *máscaras de emisión*, tales como las que se presentan en la documentación del estándar de telecomunicaciones *Long Term Evolution* (LTE) [LTE11]. En otras palabras, se apunta a la generación de una señal digital sobremuestreada que mejora la distribución de potencia no sólo en la banda asignada, sino también fuera de ella. La idea clave detrás del esquema propuesto se basa en implementar una operación de correlación determinística entre dos símbolos OFDM en el dominio de la frecuencia, la cual permite obtener un comportamiento continuo equivalente en el dominio del tiempo. Esto se logra esencialmente por medio de una *transformada discreta de Fourier inversa* (IDFT, *inverse discrete Fourier transform*) de doble longitud, en comparación con el método de simple longitud que se utiliza en la generación convencional de señales OFDM. Luego de este procesamiento, el punto de concatenación de los símbolos OFDM muestra un comportamiento continuo en la mitad del número total de puntos de concatenación que existen en una secuencia de símbolos determinada (para una transmisión particular). Gracias a esto se puede apreciar una reducción en el nivel de emisión de potencia fuera de banda. Las técnicas que se presentan en este trabajo fueron concebidas originalmente como un conjunto de técnicas complementarias a otras que fueron previamente diseñadas para mejorar el desempeño de sistemas OFDM [P04]. El enfoque propuesto es un incremento en los grados de libertad, según se mencionó antes. Para fortalecer este concepto, se explora el uso adicional de *precodificación espectral* [vdBB09b, CCC11]. Se observa que este recurso puede ser aplicado eficientemente para reducir aún más la emisión de potencia fuera de banda. No obstante, se alcanza una menor distorsión en los símbolos transmitidos, respecto de propuestas previas [vdBB09a]. Consecuentemente, es posible utilizar órdenes de modulación más elevados en las constelaciones complejas de cada subportadora (*e.g.*, *M-QAM*, *M-PSK*, *etc.*), incrementando la eficiencia global.

## 1.5 Estructura de la Tesis

Los sistemas de comunicaciones basados en OFDM tienen una amplia utilización en este momento [HYW<sup>+</sup>09a], y además esta técnica se muestra promisoría para ser aplicada en sistemas futuros que ya se encuentran en estudio. En la primera parte de esta Tesis se trata de brindar un detalle suficiente acerca de las comunicaciones OFDM. Con este criterio se citan algunas ventajas y desventajas de este enfoque de multiplexación y modulación. Entre los inconvenientes que se encuentran, el problema de presentar altos valores en métricas como la *relación de potencia pico a potencia promedio* (PAPR, *peak-to-average power ratio*) deja en evidencia la necesidad de tratar de mitigar este problema. Estos temas son cubiertos en el Capítulo 2.

Por su parte, un abordaje a las causas de la emisión de potencia fuera de banda se presenta en el Capítulo 3, donde se parte de un modelo analítico de la señal de tiempo

continuo para proponer un método de cálculo de un precodificador matricial para lograr una reducción en la potencia indeseada. De esta manera se concluye la Parte I de este trabajo, que reúne la presentación del tema de trabajo con los conceptos introductorios.

La Parte II de este texto se inicia con el Capítulo 4. En este capítulo se presenta un método de correlación entre un par de símbolos OFDM sucesivos que se utiliza para establecer el esquema de *generación de la señal OFDM con símbolos de doble longitud*. La organización de la presentación en este capítulo abarca el establecimiento del método de correlación entre símbolos, incluyendo posteriormente un análisis de los efectos del canal y se presenta el procesamiento propuesto para el receptor; a continuación se presentan un conjunto de simulaciones exhaustivas que se utilizan para plasmar los beneficios de la técnica. Siguiendo la misma estructura de presentación, el Capítulo 5 presenta el *método de fusión de símbolos*, como un segundo método de correlación que constituye una versión mejorada de los resultados en el capítulo anterior y está dedicado a facilitar la decodificación, como así también aumentar la eficiencia de ancho de banda. Luego, en el Capítulo 6 se incluye un desarrollo que describe el esquema propuesto para la *generación de la señal OFDM con interpolación basada en correlación*. Esta tercera forma de correlación en el dominio de la frecuencia permite una operación del receptor totalmente compatible con el esquema de transmisión convencional. No obstante, se muestra una importante reducción en la emisión de potencia fuera de banda, al tiempo que se reduce la distorsión inducida por un eventual precodificador espectral, en el caso de que sea utilizado.

Los comentarios finales sobre los resultados hallados se presentan en el Capítulo 7, donde se incluye una comparación entre los tres métodos de correlación desarrollados y se detallan conclusiones acerca de los planteos que motivaron el proyecto de investigación Doctoral que dió origen a esta Tesis. Para finalizar se lista la bibliografía de referencia.

## 1.6 Resumen de Publicaciones Originales

Según se mencionó en la Sección 1.5, esta Tesis consta de dos partes. En la primera se da una introducción acerca del tema de estudio y se presenta el modelado del sistema. En esta parte se detallan siete publicaciones generadas en el contexto de este trabajo de investigación (ver [P05]-[P11]). En la segunda parte, se presentan las publicaciones y resultados principales del trabajo en esta Tesis (ver [P01]-[P04]).

Con respecto a la Parte I, el tema de la PAPR ha dado lugar a las contribuciones originales en [P07] y [P11], que iniciaron este trabajo de investigación. Luego, los planteos de precodificación espectral en [vdBB09b] y [vdBB09a] indudablemente marcaron el rumbo de los trabajos subsiguientes. El asunto de implementaciones eficientes con circuitos atendiendo al concepto de *integración a muy alta escala* (VLSI, *very-large-scale integration*) fue abordado en [P06] y [P10]. Luego, aspectos relacionados con el model analítico de la implementación se tomaron en cuenta en [P05],[P08] y [P09].

No obstante, el principal aporte de este trabajo presenta en la Parte II de este texto. Allí el detalle se centra en mostrar que la correlación de símbolos OFDM permite reducir la emisión de potencia fuera de banda y aumentar los grados de libertad disponibles para

optimizar el sistema de comunicaciones. Para lograr esto, se ha desarrollado un cuidadoso esquema de conformación de la señal de salida del transmisor, el cual constituye un preprocesamiento en el dominio de la frecuencia. Este método permite mantener la funcionalidad de una extensión cíclica (cumpliendo la función del CP), como recurso para luchar contra la distorsión que induce un canal inalámbrico. La primera aproximación hacia este enfoque se mostró en [P04]. Luego esta fue refinada y ampliada en [P03]. Con el objetivo de simplificar la operación del receptor, un segundo método de correlación entre símbolos se introdujo en [P02], el cual además presenta una innovadora ventaja frente a canales variantes en el tiempo. El resultado es una importante ganancia en términos de tasas de error. El tercer método de correlación se destina a obtener una señal de salida que pueda ser decodificada en un receptor estándar, y en la que además se hagan evidentes las ventajas de la menor distorsión introducida. Este desarrollo se incluye para finalizar, a partir de su publicación en [P01].

## Fundamentos de la OFDM

### 2.1 Introducción

Las comunicaciones de alta velocidad han presentado un interés importante desde varios años atrás. No obstante se puede decir que en este momento se trata de una necesidad imperiosa, si se tienen en cuenta muchas aplicaciones propiciadas por los últimos avances en la tecnología, tanto de circuitos integrados como de computación e infraestructura de redes, entre otras áreas.

El incremento en la tasa de transferencia implica una reducción de la duración del símbolo. Con esto se potencia la severidad de la *interferencia inter-símbolo* (ISI, *inter-symbol interference*) que provoca la dispersión temporal de un canal con desvanecimiento selectivo en frecuencia, especialmente en el caso de modulaciones con *portadora única*. A partir de [vNP00], se puede establecer que en el caso de encontrarnos con dispersión en el dominio del tiempo, la duración del símbolo debe ser mayor que la dispersión temporal del canal inalámbrico para reducir el efecto de la ISI. En la *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*), el canal de comunicaciones (inalámbrico) se divide en varias sub-porciones de banda angosta, y cada porción se ocupa por una *subportadora*. Los sistemas OFDM representan un subconjunto de los sistemas multiportadora ya que presentan ortogonalidad entre cada una de las subportadoras como una característica particular. De esta manera, muchas subportadoras se utilizan simultáneamente para permitir una alta tasa de transmisión para el sistema conjunto. Este concepto es el que se conoce como sistema de comunicaciones *multiportadora*. Bajo este principio la duración del símbolo en cada subportadora se hace varias veces mayor que la duración que requeriría un sistema de portadora única de igual velocidad. Por consiguiente, la robustez frente a la ISI es mayor.

La técnica OFDM representa un caso particular de modulación multiportadora y su origen proviene de los años 60'. El concepto de transmisión multiportadora fue introducido por Chang en 1966 [Cha66]. Una descripción más detallada sobre los primeros planteos de comunicaciones multiportadora se puede hallar también en [Cha] y [Sal67]. Por su parte, Doelz *et al.* [DHM57] habían implementado una transmisión multiportadora para un único canal de voz en 1957, antes de la propuesta de Chang. Asimismo, Holsinger [Hol64] había introducido implícitamente el concepto de modulación multipor-

tadora en su disertación de tesis de 1964. Luego, en 1971 la transmisión multiportadora mediante bloques de duración limitada en el tiempo fue introducida por Weinstein y Ebert [WE71], dando lugar a lo que hoy se conoce como OFDM [HYW<sup>+</sup>09a]. Un tiempo después, Hirosaki *et al.* [Hir80],[HHS86], y también Peled y Ruiz [PR80], presentaron algunos de los primeros trabajos sobre implementación de sistemas multiportadora con ecualización. Por su parte, con respecto a la aplicación de OFDM en comunicaciones para bandas de HF, los logros de Zimmerman y Kirsch en 1967 [ZK67] fueron unos de los primeros. La capacidad de sistemas OFDM fue estudiada en [Kal89] y [WW97]. La aplicación de OFDM sobre canales inalámbricos para móviles fue investigada primeramente por Cimini [Cim85] en 1985. Luego, la aplicación de sistemas multiportadora en canales de radio FM fue analizada por Casas y Leung [CL91]. Hacia 1990, Bingham concluyó acertadamente que el tiempo de la modulación multiportadora había comenzado, luego de su análisis sobre el desempeño y la complejidad de estos sistemas [Bin90].

La técnica OFDM presenta buenas posibilidades de adaptación con respecto a la utilización de técnicas avanzadas para mejorar la eficiencia de la transmisión. Entre estas técnicas complementarias podemos citar las de carga adaptiva en cada subportadora, diversidad en transmisión, diversidad en recepción, *etc.* De acuerdo con la propuesta de Shannon de 1948 [Sha48], la más alta tasa de transferencia en un canal selectivo en frecuencia se puede obtener por medio de un sistema multiportadora con separación infinitesimal entre las subportadoras, adaptando la potencia y la tasa de transferencia en cada una de ellas de acuerdo a la *relación señal a ruido* (SNR, *signal-to-noise ratio*) en cada uno de los sub-canales. Con este principio, la aplicación de técnicas de adaptación de potencia como las de relleno por inundación (*water-filling*) también fue analizado, por ejemplo en [Gal68]. Es importante tener como referencia el amplio trabajo de Cioffi *et al.* con respecto a la optimización de la OFDM para ser aplicada en el *bucle de abonado digital asimétrico* (ADSL, *asymmetric digital subscriber line*). En este esquema, el sistema OFDM es frecuentemente denominado modulación *multi-tono discreto* (DMT, *discrete multi-tone*). Algunos resultados en este campo fueron dados en [CCB95], [HTC98] y [KRJ00].

Con el actual estado del arte, es común indicar que la capacidad de un sistema inalámbrico se puede incrementar notablemente por medio de la instalación de antenas múltiples tanto en transmisión como en recepción, generando un sistema *múltiple entrada múltiple salida* (MIMO, *multiple-input multiple-output*). Sin embargo, los primeros resultados en esta área se dieron en [Fos96, TSC98, Ala98], con una antigüedad no tan marcada. En particular, en [Fos96] se muestra que un sistema MIMO puede aumentar la capacidad de un canal con desvanecimiento plano (o de banda angosta) mediante un factor igual a la mínima cantidad de antenas entre las que se hallan para transmisión y las que se encuentran para recepción. Este factor permite una comparación con el sistema *entrada única salida única* (SISO, *single-input single-output*) original. De esta manera, resulta interesante la utilización de la OFDM en comunicaciones de banda ancha, en conjunción con técnicas de *codificación espacio-temporal* (STC, *space-time coding*) [P07], [P11] para combatir el desvanecimiento selectivo en frecuencia de los canales, permitiendo la aparición de subcanales de banda angosta para los cuales

son válidos varios principios de las comunicaciones MIMO. En estos esquemas se busca obtener una ganancia, ya sea por medio de un incremento en la capacidad, o por medio de un aumento en el orden de *diversidad* que se experimenta. Esto ha resultado en sistemas comúnmente denominados MIMO-OFDM en la literatura en general.

A continuación se presenta una descripción de la nomenclatura utilizada, y a partir de estas definiciones se describe el modelo analítico que es utilizado a lo largo de este texto.

### 2.1.1 Nomenclatura

Los vectores se indican en letra minúscula remarcada, a diferencia de variables escalares reales o complejas; las matrices se identifican mediante letras en mayúscula remarcada; los superíndices en  $\{\}^*$ ,  $\{\}^T$ ,  $\{\}^H$ ,  $\{\}^{-1}$  representan trasposición, transformación Hermitiana e inversión, respectivamente (los restantes superíndices son parte del nombre de las variables); el símbolo  $\mathbf{0}_{M \times N}$  indica la matriz de dimensión  $M \times N$  con elementos nulos, mientras que  $\mathbf{I}_M$  simboliza una matriz identidad de dimensión  $M \times M$ ; la convolución se denota con el operador  $*$ . La construcción  $E[x]$  indica el valor esperado de la variable  $x$ .

## 2.2 Modelo del Sistema

La señal OFDM de tiempo continuo en banda base  $s(t)$  surge de la concatenación de símbolos OFDM y viene dada por la expresión

$$s(t) = \sum_i s_i(t - iT), \quad (2.1)$$

donde  $s_i(t)$  representa el  $i$ -ésimo símbolo en el  $i$ -ésimo intervalo de longitud  $T$  [segundos]. En la Fig. 2.1 se representa esta concatenación.

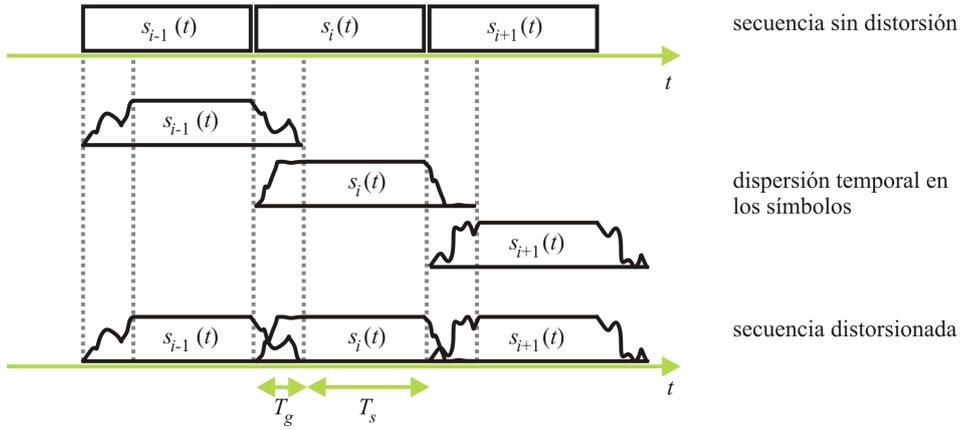
Teniendo en cuenta el modelo de tiempo continuo se puede establecer que cada símbolo OFDM se obtiene a través de la suma de  $K$  subportadoras ortogonales que pertenecen a un determinado *esquema de asignación de subportadoras*  $\mathcal{K}$  [P05], esta suma se define por medio de

$$\begin{aligned} s_i(t) &= \sum_{k=0}^{K-1} d_{i,k} p_k(t) \\ &= \mathbf{p}^T(t) \mathbf{d}_i \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde se indica que cada subportadora tiene una amplitud y fase determinada por el  $k$ -ésimo símbolo complejo  $d_{i,k}$  que se obtiene de un modulador complejo previo<sup>1</sup>. Los símbolos complejos se agrupan en el vector columna  $\mathbf{d}_i$  con  $K$  elementos

$$\mathbf{d}_i = \{d_{i,0}, d_{i,1}, \dots, d_{i,K-1}\}. \quad (2.3)$$

<sup>1</sup> Sin pérdida de generalidad, se asume que puede ser de tipo  $M$ -QAM, QPSK, etc.



**Fig. 2.1.** Secuencia de símbolos OFDM en una transmisión sobre un canal selectivo en frecuencia; dado un tiempo de símbolo  $T_s$  y un intervalo de guarda  $T_g$ .

Luego, el vector columna  $\mathbf{p}(t)$  con  $K$  elementos contiene en cada entrada la señal subportadora  $p_k(t)$  correspondiente, dada por

$$p_k(t) = e^{j2\pi \frac{k}{T_s} t} \quad t \in \mathcal{T}. \tag{2.4}$$

De esta manera se asume que cada subportadora tiene una duración limitada en el tiempo, y que está confinada a los límites de una ventana rectangular. Este caso, donde los símbolos sin distorsión se agrupan en una secuencia que representa la transmisión OFDM, se representa en la parte superior de la Fig. 2.1. Para que el receptor pueda demodular adecuadamente la señal, la duración del símbolo OFDM debe ser suficientemente largo, de acuerdo con la expresión

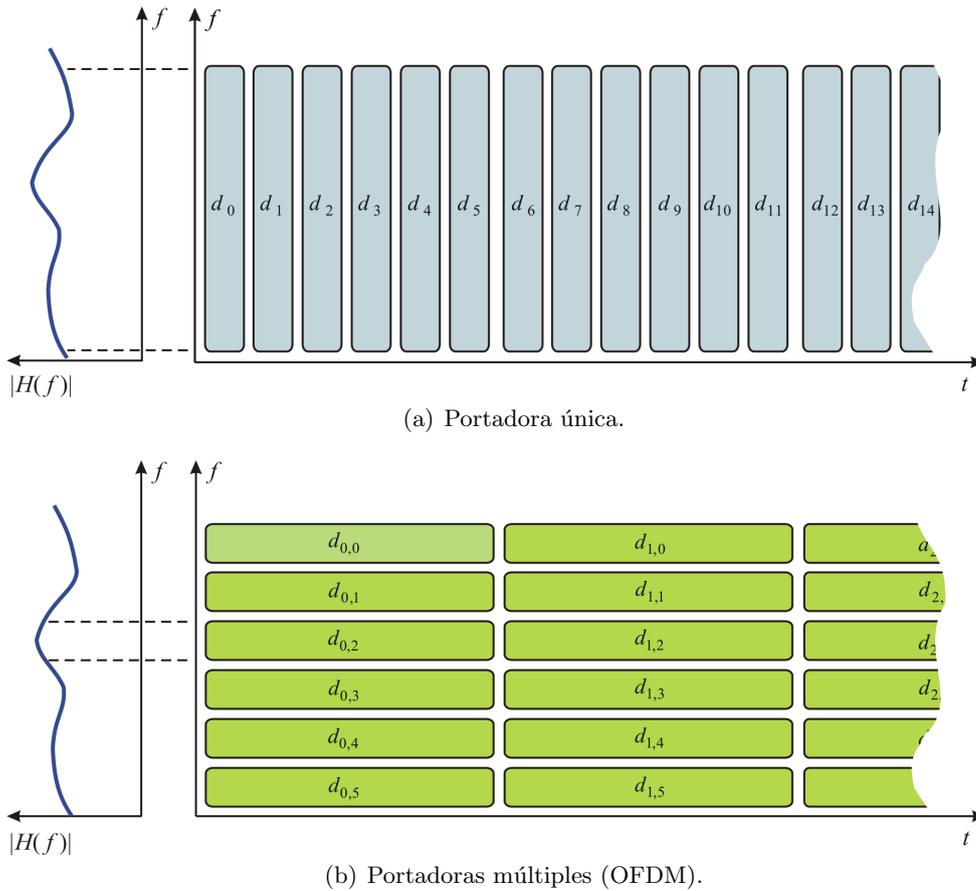
$$T_s \Delta f = 1. \tag{2.5}$$

Este requerimiento se denomina *condición de ortogonalidad* [HYW<sup>+</sup>09b], dado que propicia que cada subportadora  $p_k(t)$  sea independiente de otra con un subíndice  $k$  diferente. Mediante la condición en (2.5) también garantiza que todas las subportadoras desarrollen al menos un ciclo completo de oscilación durante el intervalo  $T_s$ . Notar que la frecuencia relativa de cada subportadora está determinada por el valor de  $k$ , y el espaciamiento entre subportadoras es  $\Delta f = \frac{1}{T_s}$ . En la Sección 2.3 se explica la forma en que el método de inserción de un CP permite tratar la dispersión temporal del canal. Para lograr este objetivo la duración  $T_g$  del CP debe ser especificada con cuidado. Con esta parametrización, el intervalo de duración del símbolo OFDM con CP  $\mathcal{T}$  se define como  $[-T_g, T_s)$ . La tasa de símbolos total del sistema se relaciona con  $T_s$  mediante la expresión  $K/T$ . En este contexto se verifica que

$$T = T_g + T_s. \tag{2.6}$$

*Relación entre tiempo y frecuencia*

La condición de ortogonalidad expresada en (2.5) permite un análisis interesante con el objetivo de comparar el ancho de banda ocupado y el periodo de tiempo empleado para



**Fig. 2.2.** Relación entre el período y el ancho de banda utilizado por cada símbolo transmitido para el caso de portadora única y el caso de múltiples portadoras, suponiendo una tasa de transferencia equivalente en ambos sistemas.

la transmisión de cada uno de los símbolos de información. Para esto se comparan una transmisión de portadora única con que emplea múltiples portadoras (subportadoras). El concepto subyacente es que, si ambos sistemas pretenden una tasa de transferencia determinada utilizando el mismo ancho de banda surgen las siguientes relaciones. Por un lado, la técnica con múltiples portadoras recurre a una transmisión en paralelo de un conjunto de símbolos (*i.e.*,  $K$  símbolos según (2.2)). Mientras tanto, la transmisión de portadora única utiliza una transmisión en serie de cada símbolo. Esto deriva en que el período empleado para la transmisión de un conjunto (bloque) de símbolos del sistema multiportadora es un múltiplo del período que transcurre para la transmisión de un símbolo en el sistema de portadora única. Esto puede verse en la Fig. 2.2 para un caso dado como ejemplo donde se utilizan seis subportadoras simultáneamente. Por su parte, dada la relación entre la extensión temporal y el ancho de banda [OWS97], se observa que cada símbolo de la transmisión multiportadora (cada subcanal) se enfrenta con un canal con desvanecimiento plano. Este fenómeno es el que posibilita la ecuali-

zación mediante un único coeficiente para cada subportadora según se mencionó antes. Es importante notar que para facilitar la representación gráfica en la Fig. 2.2, se ha omitido la consideración del CP y de la existencia de portadoras nulas, según especifican algunos estándares [vNP00].

### 2.2.1 Representación de Tiempo Discreto

La amplia aceptación que tiene la OFDM se sustentó fuertemente en la década de los 90' por la posibilidad de generar la señal de salida en el dominio *digital*. Esto es, recurriendo a la IDFT<sup>2</sup> en lugar de utilizar  $K$  osciladores sincronizados, uno para cada subportadora. En este caso, una versión muestreada de la señal de salida sin *prefijo cíclico* (CP, *cyclic prefix*) se puede establecer como

$$\mathbf{s}_i = \frac{1}{K} \mathbf{F}^H \mathbf{d}_i, \quad (2.7)$$

donde  $\mathbf{F} = \{F_{q,k}\}$  representa la DFT con  $K$  puntos por medio de una matriz con elementos

$$F_{q,k} = \exp\left(-\frac{j2\pi qk}{K}\right) \quad \text{para } q, k = 0, \dots, K-1. \quad (2.8)$$

Posteriormente, el vector columna  $\mathbf{s}_i$  en (2.7) representa un símbolo OFDM de tiempo discreto equivalente a (2.2)<sup>3</sup>, con tasa de muestreo mínima. La multiplicación matriz-vector indicada en (2.7) se puede reemplazar por el cálculo de la *transformada rápida de Fourier inversa* (IFFT, *inverse fast Fourier transform*), para aprovechar los eficientes algoritmos ya existentes; es decir,

$$\mathbf{s}_i = \text{IFFT}(\mathbf{d}_i, K) \quad \text{para } \mathcal{K} = \{0, 1, \dots, K-1\}, \quad (2.9)$$

donde  $\text{IFFT}(\mathbf{a}, b)$  representa el cálculo de la IFFT con  $b$  puntos sobre el vector  $\mathbf{a}$ . No obstante, numerosos estándares proveen esquemas de asignación de subportadoras *balanceados* con respecto a la frecuencia relativa de cada subportadora. Por esto, a continuación consideramos el caso

$$\mathcal{K} = \{-K/2, \dots, -1, 1, \dots, K/2\}, \quad (2.10)$$

el cual se encuentra incluido en las especificaciones de [LTE12]. En esta situación, el símbolo de salida se puede reformular como

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}} = \frac{1}{K+1} \mathbf{Q}^H \mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}, \quad (2.11)$$

donde

<sup>2</sup> Claramente, la implementación práctica puede utilizar la *transformada rápida de Fourier inversa* (IFFT, *inverse fast Fourier transform*) [Bin90].

<sup>3</sup> Notar que la equivalencia que se plantea entre (2.7) y (2.2) proviene de identificar el modelo de tiempo continuo subyacente. No obstante, es posible aceptar que las comunicaciones OFDM se basan en la IFFT, y que por tanto sólo responden a un modelo de tiempo discreto. En este contexto, el modelado en tiempo continuo puede suponerse arbitrario, y debe tenerse en cuenta que la señal de tiempo discreto acotada en el tiempo, llevaría a una definición de una señal que tiene ancho de banda infinito.

$$\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}} = (d_{i,0}, \dots, d_{i,K/2-1}, 0, d_{i,K/2}, \dots, d_{i,K-1})^T \quad (2.12)$$

se obtiene sencillamente insertando un cero entre los elementos de  $\mathbf{d}_i$ , y  $\mathbf{Q} = \{Q_{q,k}\}$  es una matriz  $(K+1) \times (K+1)$  con elementos

$$Q_{q,k} = \exp\left(-\frac{j2\pi\rho_q k}{K+1}\right) \quad \text{para } q, k = 0, \dots, K. \quad (2.13)$$

Por su parte,  $\boldsymbol{\rho} = \{\rho_q\}$  representa un vector fila con entradas tales que

$$\boldsymbol{\rho} = (-K/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, K/2). \quad (2.14)$$

Desafortunadamente, para el conjunto de subportadoras  $\mathcal{K}$  en (2.10), la operación en (2.9) no se puede aplicar directamente. Entonces para permitir una implementación eficiente resulta beneficiosa la utilización de la operación de desplazamiento [P05]

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}} = \text{CSH}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}, \frac{K}{2}), \quad (2.15)$$

donde  $\text{CSH}(\mathbf{a}, b)$  representa la aplicación de un desplazamiento circular de  $b$  posiciones hacia arriba en el vector columna  $\mathbf{a}$ ; a partir de este vector es posible expresar la señal de salida

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}} = \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}}, K+1), \quad (2.16)$$

con respecto al  $i$ -ésimo símbolo. En otras palabras, (2.16) constituye una expresión equivalente a (2.9), pero teniendo en cuenta el esquema de asignación de subportadoras  $\mathcal{K}$  indicado en (2.10).

En este punto parece conveniente introducir un diagrama de bloques del sistema OFDM que se estudia en este trabajo. En la Fig. 2.3 se presenta un sistema básico. De acuerdo con las implementaciones comunes, en el esquema dado se han omitido el codificador de canal y algunos bloques para operación MIMO con el objetivo de presentar los componentes fundamentales.

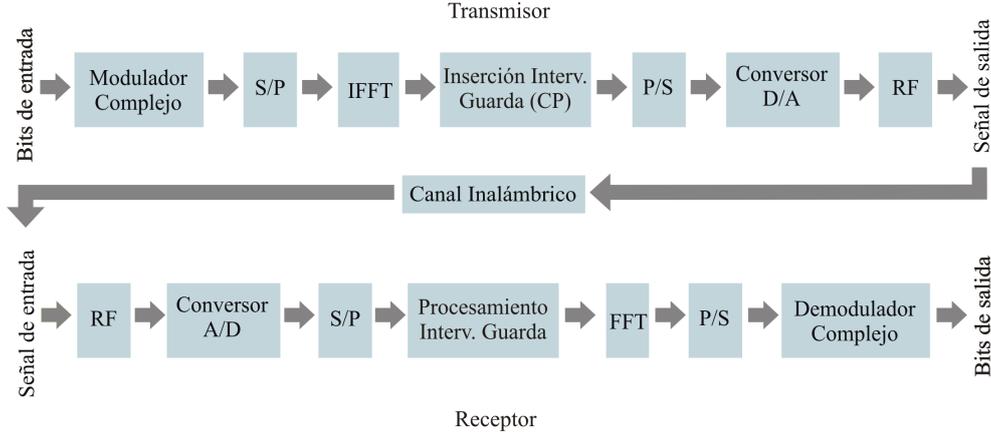
### Sobremuestreo y Ancho de Banda

En aplicaciones de tipo SDR o CR, es frecuente que el ancho de banda considerado para la generación de la señal de salida sea mayor que el ancho de banda que determina directamente la tasa de símbolos compleja del sistema OFDM (*i.e.*,  $K/T_s$ ). Esto se hace para representar adecuadamente la señal, de acuerdo con una máscara de emisión específica que haya sido dada. En este caso, una señal de tiempo discreto sobremuestreada se vuelve necesaria en la salida. El sobremuestreo se relaciona con la interpolación pero no implica el uso de ancho de banda adicional para la comunicación.

A continuación se define  $\eta$  en el modelo para indicar el factor de sobremuestreo. Luego, la señal sobremuestreada de tiempo discreto en la salida se puede expresar como

$$\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}} = \frac{1}{K+1} \mathbf{Q}_\eta^H \mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}, \quad (2.17)$$

donde  $\mathbf{Q}_\eta = \{Q_{\eta q,k}\}$  es una matriz  $(K+1) \times (K+1)\eta$  con elementos  $Q_{\eta q,k} = \exp\left(-\frac{j2\pi\rho_q k}{K+1}\right)$  para  $q = 0, \dots, K$  y  $k = 0, \dots, (K+1)\eta - 1$ . Posteriormente, siguiendo el mismo criterio



**Fig. 2.3.** Diagrama de bloques de un sistema OFDM básico. En algunos casos, sobre este esquema se agrega una etapa de codificación/decodificación de canal y múltiples antenas para generar un sistema MIMO.

que se propuso en (2.16), es posible obtener la señal de salida sobremuestreada por medio de la siguiente expresión de mejor eficiencia computacional:

$$\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}} = \eta \text{IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}}, (K+1)\eta \right); \quad (2.18)$$

para esta expresión  $\mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}}$  se puede tratar como una versión de  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}}$  con *relleno de ceros* (ZP, *zero-padding*) convencional, esta operación se aplica siguiendo la expresión

$$\mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}} = \begin{pmatrix} u_{i,0}^{\mathcal{K}}, \dots, u_{i,\frac{\mathcal{K}}{2}}^{\mathcal{K}}, \\ \mathbf{0}_{1 \times (K+1)(\eta-1)}, \\ u_{i,\frac{\mathcal{K}}{2}+1}^{\mathcal{K}}, \dots, u_{i,K}^{\mathcal{K}} \end{pmatrix}^T. \quad (2.19)$$

Por tanto,  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$  es ahora un vector con  $(K+1)\eta$  elementos en los cuales se contiene la señal de salida sobremuestreada  $\eta$  veces.

La inserción del CP cumple una función que se analiza en la Sección 2.3 y en la Sección 2.5, para combatir la interferencia entre símbolos OFDM sucesivos. Esta interferencia es más específicamente denominada en ciertas referencias como *interferencia entre bloques* (IBI, *inter-block interference*). Desde el punto de vista de la generación de la señal en este punto nos concentramos en identificar que se puede implementar esta inserción por medio de una sencilla extensión en los vectores, realizada con algunos de sus propios elementos. En este trabajo representamos esta extensión como

$$\mathbf{s}_i^{v\eta\mathcal{K}} = \left( s_{i,0}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i,v(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}} \right)^T \quad (2.20)$$

donde  $v = \frac{T_g}{T_s}$  denota la fracción de CP (es decir, la fracción de símbolo que se toma como *intervalo de guarda*). El símbolo OFDM con CP se consigue luego por concatenación de

acuerdo a

$$\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K},\text{CP}} = \left( \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}, \mathbf{s}_i^{v\eta\mathcal{K}} \right)^T. \quad (2.21)$$

Se observa que la expresión para el caso sin sobremuestreo se obtiene al elegir  $\eta = 1$ .

### 2.2.2 Parametrización en Algunos Estándares

Se considera interesante presentar un extracto de los parámetros más importantes en la capa física de sistemas de comunicaciones basados en OFDM que se utilizan en la actualidad. De esta manera es posible tener una noción de las magnitudes típicas en ellos. Estos resultados se muestran en la Tabla 2.1. De izquierda a derecha, los parámetros

**Tabla 2.1.** Parametrización OFDM en algunos estándares

Estándar	Cantidad de Subportadoras, $K$	Tiempo de símbolo, $T_s$ [ $\mu\text{s}$ ]	Intervalo de guarda, $T_g$ [ $\mu\text{s}$ ]	Ancho de Banda [MHz]	Modulación Compleja	Tasa de Codificación	Velocidad [Mbps]
IEEE 802.11a	64 (48)	$\sim 4$	0,8	20	BPSK ; 64-QAM	3/4	54
IEEE 802.11n	64 (52)	$\sim 3,2$	0,4	40	BPSK ; 64-QAM	5/6	600
IEEE 802.16	256 ; 1024	115,2	$1/8 T_s$	3,5 ; 10	BPSK ; 64-QAM	1/2 ; 3/4	$\sim 6$
DVB-T/H	2048	224	14	8	QPSK	1/2	5,85
LTE	1024	500	16,67	3,84	QPSK ; 64-QAM	1/3	$\sim 50$

considerados son: la cantidad de subportadoras del sistema  $K$ , de acuerdo con el modelo en (2.2); la duración del símbolo sin CP  $T_s$  y la duración del CP  $T_g$  de acuerdo con (2.6); el ancho de banda asignado por cada estándar, la modulación compleja (o mapeo complejo) que se emplea en cada una de las subportadoras; la tasa de codificación en el codificador de canal; y finalmente la tasa de transferencia expresada en bits por segundo.

Se debe tener en cuenta que los valores presentados en la Tabla 2.1 han sido seleccionados para referencia, y existen otras alternativas en la parametrización que no han sido listadas.

## 2.3 Operación del Receptor

Si se supone un canal ideal sin ruido ni distorsión, apoyados por la condición de ortogonalidad en (2.5) es posible establecer que los símbolos transmitidos se pueden recuperar de acuerdo con la siguiente operación

$$d_{i,k} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} s_i(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t} dt. \quad (2.22)$$

La señal equivalente de tiempo discreto<sup>4</sup> obtenida desde  $s(t)$  (o más específicamente  $s_i(t)$ , teniendo en cuenta el procesamiento por bloques en el receptor) se puede expresar como

$$s\left(m \frac{T_s}{K}\right) = \sum_{k=0}^{K-1} d_{i,k} e^{j \frac{2\pi}{K} mk}. \quad (2.23)$$

Notar que esta expresión se corresponde directamente con la DFT del símbolo OFDM transmitido  $s_i$ , de esta manera la operación de integración en (2.22) se descarta. En su lugar, la demodulación en el receptor se puede realizar sencillamente por medio de la FFT.

En el caso de canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia, el efecto se presenta en el dominio del tiempo como una dispersión temporal. Para mitigar esta dificultad, se utiliza el CP cuyo efecto es permitir una interpretación de la distorsión mediante una *convolución circular* [Liz09]. No se debe perder de vista que esta técnica implica la introducción de redundancia y por esto se disminuye la tasa de transferencia de información global del sistema.

Por su parte, la respuesta al impulso del canal inalámbrico [HYW<sup>+</sup>09a] se puede expresar mediante

$$h(t) = \sum_l \gamma_l \delta(t - \tau_l) \quad (2.24)$$

donde  $\gamma_l$  y  $\tau_l$  representan la amplitud y el retardo del  $l$ -ésimo camino de propagación, respectivamente. Claramente, se hace referencia referimos al fenómeno de multicamino, que se presenta típicamente como modelo de interpretación del desvanecimiento en las comunicaciones inalámbricas. Asimismo se debe tener en cuenta que cuando el canal experimenta dispersión Doppler,  $\tau_l$  no es constante durante el período de transmisión de un símbolo (*i.e.*,  $T$ ); no obstante se puede modelar como una proceso estocástico de banda angosta. Luego, se puede expresar la señal recibida de acuerdo con

$$r_i(t) = \sum_l \gamma_l \bar{s}_i(t - \tau_l) + n(t), \quad (2.25)$$

donde  $n(t)$  representa *ruido blanco Gaussiano aditivo* (AWGN, *additive white Gaussian noise*) en el receptor. De esta manera, la señal en  $r_i(t)$  está originada únicamente por el  $i$ -ésimo símbolo OFDM  $s_i(t)$ , lo que implica que no presenta IBI, si se cumple

$$\tau_L \leq t \leq \tau_u \quad (2.26)$$

donde

$$\tau_L = -T_g + \tau_M, \quad (2.27)$$

<sup>4</sup> Esto es válido si se asume una correcta sincronización entre el transmisor y el receptor.

$$\tau_u = T_s + \tau_m, \quad (2.28)$$

y por su parte,

$$\tau_m = \min_l \{\tau_l\}, \quad (2.29)$$

$$\tau_M = \max_l \{\tau_l\}. \quad (2.30)$$

Notar que para la definición en (2.28) se debe considerar que  $\tau_m$  puede variar durante el período  $(i+1)$ -ésimo con respecto al anterior, no obstante es válida esta definición. Fuera del intervalo en (2.26), se encuentra que  $r_i(t)$  presenta una contribución tanto de  $s_i(t)$  como del símbolo previo (*i.e.*, el símbolo  $s_{i-1}(t)$ ). Es necesario recordar que, de acuerdo con las definiciones previas, se requiere que la longitud del CP (*i.e.*,  $T_g$ ) sea mayor que el máximo retardo encontrado

$$T_g \geq \tau_M. \quad (2.31)$$

Luego, si  $\tau_L \leq 0$  y  $\tau_u \geq T_s$ , entonces

$$\begin{aligned} r_{i,k} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} r_i(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t} dt \\ &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \sum_l \{\gamma_l \bar{s}_i(t - \tau_l)\} e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t} dt \\ &= H_k d_{i,k} + n_k \end{aligned} \quad (2.32)$$

para  $0 \leq k \leq K - 1$  y para todo  $i$ . Entonces  $H_k$  representa la *respuesta en frecuencia* del canal inalámbrico en el  $k$ -ésimo subcanal y se define como

$$H_k = \sum_l \gamma_l e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} \tau_l}, \quad (2.33)$$

mientras que  $n_k$  contiene la contribución AWGN definida como

$$n_k = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} n(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t} dt. \quad (2.34)$$

A partir de los valores típicos en la cantidad de subportadoras  $K$  (ver Tabla 2.1) y de algunas otras consideraciones, se puede probar que es razonable considerar los elementos  $n_k$  como realizaciones de una variable aleatoria *independiente e idénticamente distribuida* (*i.i.d.*) compleja circular Gaussiana con media cero y varianza  $\sigma_n^2$ .

Si en el receptor se conoce  $H_k$  para cada valor en  $k$  mediante algún mecanismo, entonces es posible estimar los símbolos transmitidos. Por lo tanto, es interesante recordar que en sistemas de portadora única la señal recibida se deriva de la convolución de la secuencia transmitida de símbolos con la respuesta al impulso del canal inalámbrico, sumada al AWGN [HYW<sup>+</sup>09a]. Por su parte, el impacto del canal en una comunicación OFDM se manifiesta simplemente por medio de una distorsión multiplicativa en cada uno de los subcanales. Este tratamiento se deriva de la dualidad entre la convolución en el dominio del tiempo y la multiplicación en el dominio de la frecuencia [OWS97]. De esta forma, la detección en sistemas OFDM implica una complejidad sumamente reducida. No se debe perder de vista, sin embargo, que estos postulados asumen que el canal real

presenta una variación despreciable durante el intervalo de transmisión. En el caso de que esto no ocurra, algún procesamiento adicional puede ser necesario. La restricción exacta para que el modelado previo sea válido consiste en que el canal  $H_k$  puede variar entre dos períodos  $T$  sucesivos<sup>5</sup>, sin embargo debe mantenerse constante durante cada uno de estos intervalos de tiempo. Este es un comportamiento que en la literatura se ha denominado *cuasi-estacionario*<sup>6</sup>.

Tomando los comentarios previos como fundamento, se resalta que el conocimiento de  $H_k$  implica la obtención de *información de estado del canal* (CSI, *channel-state information*) si se desea realizar una detección coherente. Algunos métodos de estimación del canal han sido cuidadosamente analizados y recopilados en [OA07]. No obstante, la *decodificación diferencial* es también posible [vNP00].

## 2.4 Efecto de los Canales Variantes en el Tiempo

Los canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia, que a su vez es variante en el tiempo, afectan negativamente el desempeño de los sistemas de comunicaciones inalámbricos, sean de portadora única o multiportadora. Los inconvenientes que provocan los canales variantes en el tiempo se reflejan en una *desviación de la frecuencia portadora* (CFO, *carrier frequency offset*). En general, la CFO es causada por el desajuste entre los osciladores del transmisor y el receptor, o por la dispersión Doppler derivada del movimiento relativo entre el transmisor y el receptor. Mientras tanto, los inconvenientes que provocan los canales variantes en frecuencia se reflejan en un desajuste en la temporización (fase) de cada subportadora.

Se resalta que los sistemas OFDM tienen una duración de símbolo mayor que la que presenta un sistema de portadora única, aunque en comparación presentan subcanales de menor ancho de banda (ver Fig. 2.2). Entonces se concluye que los sistemas OFDM presentan una mayor robustez frente a los canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia (canales variantes en frecuencia); no obstante, son más vulnerables a los efectos de los canales variantes en el tiempo.

En el Capítulo 5 se presenta un resultado sumamente interesante acerca de la utilización de una de las técnicas desarrolladas en este trabajo para mitigar los efectos de los canales variantes en el tiempo sobre comunicaciones basadas en OFDM. De esta manera se combate una de las debilidades del enfoque OFDM .

## 2.5 Análisis del Intervalo de Guarda

Hasta aquí se ha introducido el concepto de que el CP permite reducir la IBI. Sin embargo, es importante tener en cuenta algunas opciones que existen para superar el escollo de la ISI (o IBI), al tiempo que es necesario detallar la función del CP. Algunas

<sup>5</sup> La nomenclatura utilizada para este caso es  $H_{i,k}$ , donde el subíndice  $i$  indica el periodo de longitud  $T$  correspondiente al  $i$ -ésimo símbolos OFDM .

<sup>6</sup> En buena parte de la literatura se usa también la denominación *block fading* para este escenario.

de las técnicas descritas en esta sección son aprovechadas en el esquema que se propone en el Capítulo 5 <sup>7</sup>.

Dado que se observa que durante el intervalo de guarda la dispersión temporal provoca que algunas muestras de la señal correspondiente al símbolo anterior (es decir el símbolo  $s_{i-1}(t)$ ) lleguen al receptor con un retraso  $\tau_l$ , es posible considerar la opción de que el transmisor no inserte un CP sino que se anule la señal transmitida durante en ese período de largo  $T_g$ . Se remarca que esta técnica es ampliamente conocida como ZP. Sin embargo, se aclara que al referirnos a este acrónimo en el resto del texto, se tomará en cuenta exclusivamente el propósito de rellenar con ceros para lograr una interpolación mediante la IFFT. Mediante la aproximación de transmisión nula durante el intervalo de guarda, tanto la IBI como la *interferencia entre subportadoras* (ICI, *inter-carrier interference*) se pueden reducir con resultados prácticamente equivalentes a los que permite el CP. Enfocándonos en el receptor, se puede establecer que la señal que alimenta el bloque FFT puede obtenerse de

$$\tilde{r}_i(t) = \begin{cases} r_i(t + T_s), & \text{si } 0 \leq t \leq \tau_m \\ r_i(t) + r_i(t + T_s), & \text{si } \tau_m \leq t \leq \tau_M \\ r_i(t), & \text{si } \tau_M \leq t \leq T_s \end{cases} \quad (2.35)$$

(c.f. (2.25)). Consecuentemente, si  $\tilde{r}_i(t)$  se utiliza en (2.32) en lugar de  $r_i(t)$ , la señal demodulada se puede expresar de una forma equivalente como

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{i,k} &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} \tilde{r}_i(t) e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t} dt \\ &= H_k d_{i,k} + \tilde{n}_k \end{aligned} \quad (2.36)$$

si  $\tau_L \leq 0$  y  $\tau_u \geq T_s$ . En esta situación se pueden hacer las siguientes observaciones.

1. La potencia del ruido demodulado  $\tilde{n}_k$  es algo mayor que el ruido que aparece en (2.32) debido a que la potencia de ruido en  $\tilde{r}_i(t)$  se duplica para  $\tau_m \leq t \leq \tau_M$ .
2. En el caso de transmisión nula durante el intervalo de guarda, el efecto del canal se representa mediante una *convolución lineal*, mientras que en el caso de inserción de CP el objetivo es establecer una convolución circular.
3. Desde el punto de vista de la PAPR podemos analizar que la señal con intervalo de guarda sin CP presenta un valor ligeramente mayor [Liz09].
4. Además es interesante tener en cuenta que la condición  $\tau_L \leq 0$  y  $\tau_u \geq T_s$  no son imprescindibles para que se cumpla (2.36). Seleccionando un instante adecuado para el inicio de la integración, la condición se puede relajar de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \tau_M - \tau_m &\leq T_g \\ \tau_u - \tau_L &\geq T_s \end{aligned} \quad (2.37)$$

<sup>7</sup> El resultado es un nuevo esquema de mitigación de la ISI que se implementa en el contexto de sistemas OFDM con símbolos correlacionados según la propuesta descrito en esta Tesis

La diferencia de tiempo entre el mayor retraso y el menor de ellos entre todos caminos del canal inalámbrico  $\tau_d = \tau_M - \tau_m$  es también llamado alcance (*span*) del canal, el cual es diferente de la dispersión de retardo del canal, que frecuentemente se utiliza<sup>8</sup>.

## 2.6 Potencia de la Señal OFDM

Se supone que el flujo de información de entrada (a la salida del modulador complejo, ver Fig. 2.3) es i.i.d. Esto implica que la parte real  $\Re\{s(t)\}$  y la parte imaginaria  $\Im\{s(t)\}$  de la señal generada no están correlacionadas y son ortogonales [JW08],[vNP00]. En consecuencia, basados en el *teorema del límite central*, aplicado para casos donde  $K$  es significativamente alta, la distribución de ambas partes,  $\Re\{s(t)\}$  y  $\Im\{s(t)\}$ , se aproxima a una distribución Gaussiana con media cero y varianza dada por

$$\sigma^2 = \frac{E[|\Re\{s(t)\}|^2 + |\Im\{s(t)\}|^2]}{2}. \quad (2.38)$$

Este resultado se resume en que las señales OFDM obtenidas de un modulador con una cantidad de subportadoras elevada se transforman en señales con distribución Gaussiana, cuya *función de densidad de probabilidad* (PDF, *probability density function*) es

$$Pr\{s(t)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{[s(t)]^2}{2\sigma^2}} \quad (2.39)$$

donde  $\sigma$  representa la varianza de  $s(t)$ . De esta manera, la amplitud de la señal OFDM responde a una estadística Rayleigh, con una PDF descrita por

$$Pr\{r\} = 2re^{-r^2}, \quad (2.40)$$

para  $r$  indicando la amplitud de la señal OFDM. Mediante este enfoque [vNP00], se tiene un importante indicio acerca de que las señales OFDM presentan picos de magnitud considerable con una probabilidad bastante alta. Esto constituye una característica desventajosa que debe tratar de mitigarse.

### 2.6.1 Definición de la PAPR

A continuación se presentan algunas definiciones detalladas de la *relación de potencia pico a potencia promedio* (PAPR, *peak-to-average power ratio*).

---

<sup>8</sup> La dispersión de retardo de un canal inalámbrico es generalmente definida como  $\sigma_s = \sqrt{\frac{\sum_l \sigma_l^2 (\tau_l - \bar{\tau})^2}{\sum_l \sigma_l^2}}$  donde  $\sigma_l^2 = E[|\gamma_l|^2]$  y  $\bar{\tau} = \frac{\sum_l \sigma_l^2 \tau_l}{\sum_l \sigma_l^2}$ .

*PAPR en Banda Base*1. *PAPR de tiempo continuo*

La definición general de la PAPR de una señal OFDM se especifica por medio de un análisis de cada uno de los símbolos  $s_i(t)$ , y está dada por el cociente entre la máxima potencia instantánea y la potencia promedio

$$PAPR\{s_i(t)\} = \frac{\max |s_i(t)|^2}{P_{med}} \quad (2.41)$$

donde  $P_{med}$  es la potencia media de  $s_i(t)$

$$P_{med} = E[|s_i(t)|^2]. \quad (2.42)$$

Este valor se puede calcular en el dominio de la frecuencia si se utiliza una transformada de Fourier inversa con ganancia unitaria.

2. *PAPR de tiempo discreto*

Es importante notar que la PAPR de tiempo discreto tiene implicaciones sobre la complejidad que reviste el circuito digital del transmisor [JW08]. Esto es, conociendo la PAPR es posible determinar la cantidad de bits necesarios para alcanzar un *ruido de cuantización* adecuado. Este ruido se puede valorar tanto en el análisis de la operación global del sistema, como en la operación de *convertor digital a analógico* (DAC, *digital-to-analog converter*) del transmisor. Sin embargo, la mayor motivación suele ser reducir la PAPR de tiempo continuo debido a que en un sistema comercial, los componentes analógicos suelen dominar el costo total. Desde un punto de vista técnico además se puede establecer que altos valores de PAPR conllevan que el punto de operación de los amplificadores de potencia se fije en niveles con una banda de resguardo (*backoff*) importante. A su vez, esta calibración reduce la eficiencia energética del transmisor.

Para obtener una buena aproximación de la PAPR de tiempo continuo, a partir de la PAPR de tiempo discreto, es necesario que los símbolos OFDM de tiempo continuo se analicen mediante una buena cantidad de muestras. Estas muestras conforman el símbolo OFDM de tiempo discreto equivalente. Para cumplir con este objetivo, se requiere una generación del símbolo OFDM que sea sobremuestreada  $L$  veces. El sobremuestreo de factor  $L$  se puede implementar a través de una IFFT de  $L(K+1)$  puntos<sup>9</sup>. Con respecto a la valuación para  $L$ , en [Tel00] se mostró que un factor de cuatro es suficiente para asegurar una buena estimación de la PAPR.

De acuerdo con las ideas en este apartado, es posible presentar una definición para la PAPR de tiempo discreto, la cual se establece como

<sup>9</sup> Notar que la definición de  $L$  apunta al mismo significado que la variable  $\eta$  dada previamente. No obstante, ambas variables se diferencian nominalmente para respetar el objetivo de aplicación de cada una, y seguir la nomenclatura en la literatura en general

$$PAPR \left\{ \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}} \right\} = \frac{\max \left\{ \left| \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}} \right|^2 \right\}}{E \left[ \left| \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}} \right|^2 \right]} \quad (2.43)$$

para

$$\eta \equiv L. \quad (2.44)$$

### *PAPR en Banda de Paso*

En el caso de que el sistema OFDM emplee una cantidad de subportadoras ( $K$ ) elevada, es probable que no se utilice conformación de pulsos para cada subportadora, dado que puede llegarse a un caso donde la PSD de la señal OFDM de tiempo limitado se muestra con una geometría cercana a la rectangular. Bajo esta simplificación<sup>10</sup>, la amplitud de la señal OFDM en banda de paso responde al modelo

$$\begin{aligned} s_{BP_i}(t) &= \Re \{ s_i(t) e^{j2\pi f_c t} \} \\ &= \Re \{ s_i(t) \} \cos(2\pi f_c t) - \Im \{ s_i(t) \} \sin(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde  $f_c$  representa la frecuencia portadora y se supone  $f_c \gg \Delta f$ . De este modo se puede interpretar que los picos en la señal real de RF (banda de paso) son equivalentes a los que se encuentran en la señal compleja de banda base [JW08]. Por su parte, la potencia media de la señal en banda de paso es

$$\begin{aligned} E \left[ |s_{BP_i}(t)|^2 \right] &= E \left[ \left| \Re \{ s_i(t) e^{j2\pi f_c t} \} \right|^2 \right] \\ &= E \left[ \left| \Re \{ s_i(t) \} \cos(2\pi f_c t) - \Im \{ s_i(t) \} \sin(2\pi f_c t) \right|^2 \right]. \\ &= \frac{1}{2} E \left[ |s_i(t)|^2 \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

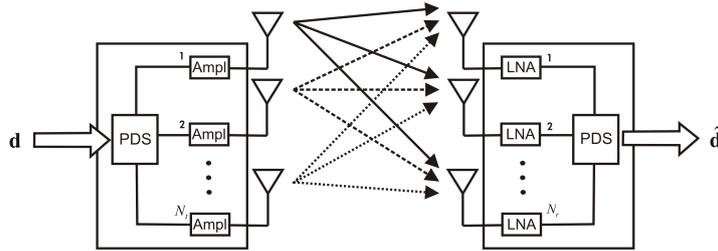
Finalmente, estos resultados permiten aproximar la PAPR de la señal en banda de paso como el doble de que se obtiene para la señal en banda base, esto es:

$$PAPR \{ s_{BP_i}(t) \} = 2 \text{ PAPR} \{ s_i(t) \}. \quad (2.47)$$

## 2.7 Aplicación de Técnicas MIMO en OFDM

Las técnicas *múltiple entrada múltiple salida* (MIMO, *multiple-input multiple-output*) constituyen métodos de procesamiento que consideran conjuntamente los dominios de espacio y tiempo, y en sistemas inalámbricos se aplican principalmente en escenarios con múltiples antenas. El objetivo de aplicar este recurso es incrementar la ganancia de diversidad y la capacidad [Fos96, TSC98, Ala98, LS03, PNG03, BCC<sup>+</sup>07, TV05].

<sup>10</sup> Tener en cuenta que esta simplificación es justamente la que se discute en esta Tesis. No obstante, los resultados en este apartado son independientes de los que se obtienen en el trabajo de investigación desarrollado.



**Fig. 2.4.** Diagrama de un sistema MIMO-OFDM con  $N_t$  antenas para transmisión y  $N_r$  antenas en el receptor.

Aunque este enfoque se puede aplicar sobre cualquier modulación subyacente, en esta sección nos enfocamos en las técnicas MIMO aplicadas sobre sistemas OFDM. La mayoría de las técnicas MIMO se plantearon para canales donde el desvanecimiento es plano; es decir, no selectivo en frecuencia, o constante para todo el rango de frecuencias del canal. No obstante, la presencia de múltiples trayectos de propagación para la señal transmitida [TV05], lo transforman en un canal con desvanecimiento selectivo en frecuencia, frecuentemente denominado canal de *banda ancha*. El fenómeno del multicamino es muy común en sistemas actuales. Por lo tanto, el incremento del ancho de banda para llegar a valores suficientes para una transmisión de alta velocidad, se opone contra el postulado necesario en muchas técnicas MIMO acerca de la planitud del desvanecimiento. A causa de esto, los sistemas MIMO-OFDM que fueron originalmente propuestos para mitigar la ISI en escenarios MIMO, se volvieron una alternativa muy promisoría para transmisión de datos a alta velocidad sobre canales de banda ancha. Esto se debe a la característica de que cada subcanal de la señal OFDM puede presentar una banda lo suficientemente angosta como para satisfacer el requerimiento mencionado.

### 2.7.1 Modelo General

En la Fig. 2.4 se muestra un sistema MIMO con  $N_t$  antenas transmisoras y  $N_r$  antenas para recepción. El bloque de procesamiento de señales (PDS) se puede utilizar para aprovechar cualquier técnica de procesamiento espacio-tiempo desarrollada para canales con desvanecimiento plano. Aunque buena parte de los planteos en este campo se refieren al procesamiento espacio-tiempo, debemos tener en cuenta que muchas veces es posible realizar un procesamiento *espacio-frecuencia*. Esto se hace por medio de la utilización de sistemas MIMO-OFDM, con su consiguiente aumento en los grados de libertad debido al espacio de subportadoras disponible. Esta variación puede presentar ciertos beneficios como reducción de latencia. La latencia suele deberse a la necesidad de agrupar múltiples símbolos sin codificación para el cálculo de la palabra código.

De acuerdo con la Fig. 2.4, el procesamiento espacio-temporal convierte los símbolos transmitidos  $\{s_i(t)\}$  en  $N_t$  flujos de información independientes  $\{s_i^{(m)}\}$  por medio de una multiplexación de STC. Según el esquema que de interés en esta Tesis, luego se realiza la modulación de tipo OFDM y finalmente se envía cada flujo a una antena de transmisión diferente para paralelizar la transmisión a través del canal inalámbrico. Es importante

advertir que de esta manera la señal se encuentra paralelizada en dos modos. Por un lado, las diferentes subportadoras paralelizan el flujo en el dominio de la frecuencia. Por otro lado, cada antena paraleliza un flujo diferente, a condición de encontrarse en el canal un fenómeno de multicamino suficientemente rico.

Si se supone que el canal inalámbrico presenta un solo trayecto de propagación entre cada par de antenas (por el supuesto de desvanecimiento plano), y que el CP es suficientemente largo, entonces la señal demodulada en cada antena receptora es una superposición de las contribuciones de cada antena transmisora y se puede expresar por medio de [LSA99, LS06]

$$r_{i,k}^{(m')} = \sum_{m=1}^{N_t} H_k^{(m,m')} d_{i,k}^{(m)} + n_k^{(m')} \quad (2.48)$$

para  $m' = 1, \dots, N_r$ , donde  $H_k^{(m,m')}$  representa la respuesta en frecuencia del  $k$ -ésimo subcanal entre la  $m$ -ésima antena transmisora y la  $m'$ -ésima antena receptora, luego  $n_k^{(m')}$  es la contribución de ruido en el  $k$ -ésimo subcanal de la  $m'$ -ésima antena receptora. En un caso general, este ruido es diferente para cada par de valores en  $m'$  y  $k$ . Por su parte, la distribución para este término se considera Gaussiana con media cero. Para compactar la notación, se puede escribir (2.48) en forma matricial de la forma

$$\mathbf{r}_{i,k} = \mathbf{H}_k \mathbf{d}_{i,k} + \mathbf{n}_{i,k} \quad (2.49)$$

donde  $\mathbf{r}_{i,k}$ ,  $\mathbf{H}_k$ ,  $\mathbf{d}_{i,k}$  y  $\mathbf{n}_{i,k}$  representan el vector de señal recibido para el  $k$ -ésimo subcanal, la matriz del canal, el vector de señal transmitido para el  $k$ -ésimo subcanal, y el vector de ruido, respectivamente. Desarrollando estos vectores es posible escribir

$$\mathbf{r}_{i,k} = \left( r_{i,k}^{(1)}, r_{i,k}^{(2)}, \dots, r_{i,k}^{(N_r)} \right)^T \quad (2.50)$$

$$\mathbf{d}_{i,k} = \left( d_{i,k}^{(1)}, d_{i,k}^{(2)}, \dots, d_{i,k}^{(N_t)} \right)^T \quad (2.51)$$

$$\mathbf{n}_{i,k} = \left( n_{i,k}^{(1)}, n_{i,k}^{(2)}, \dots, n_{i,k}^{(N_r)} \right)^T \quad (2.52)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{pmatrix} H_k^{(1,1)} & \dots & H_k^{(1,N_t)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_k^{(N_r,1)} & \dots & H_k^{(N_r,N_t)} \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

El sistema MIMO-OFDM expresado se puede generalizar de una forma sencilla para representar un sistema MIMO-OFDM *multiusuario* [HYW<sup>+</sup>09b]. Para esto sería requerido definir una técnica de acceso múltiple tal como el *acceso múltiple mediante división en frecuencias ortogonales* (OFDMA, *orthogonal frequency-division multiple-access*), *acceso múltiple mediante división de código* (CDMA, *code-division multiple-access*), *acceso múltiple mediante división en el tiempo* (TDMA, *time-division multiple-access*) ó,

según se anticipaba, existe la posibilidad de plantear una estrategia de *acceso múltiple mediante división en el espacio* (SDMA, *space-division multiple-access*) [JH07].

Parece conveniente en este punto tomar en consideración la ICI que provoca el desajuste en frecuencia inducido por la dispersión Doppler en sistemas de tipo MIMO. Los sistemas MIMO-OFDM son afectados por la ICI de una forma similar a la que ocurre en sistemas SISO-OFDM. Uno de los primeros trabajos acerca del efecto de la ICI sobre sistemas MIMO-OFDM se presentó en [SDAD02], donde se analiza una técnica de filtrado en el dominio del tiempo para reducirla. En este trabajo se considera el caso de canales inalámbricos con coeficientes que no se mantienen constantes durante la transmisión entera del símbolo OFDM. Una referencia diferente se encuentra en la investigación en [DT05] acerca de la ICI debida a los desajustes en la frecuencia. Por su parte, la *interferencia multiusuario* como causa de ICI fue tenida en cuenta en trabajos como [FKT07] para buscar su mitigación, en este enfoque se explotan técnicas de precodificación y ecualización iterativa.

Al igual que en el caso de sistemas SISO, la CSI se vuelve necesaria en la mayoría de los sistemas MIMO-OFDM propuestos en la literatura. Por esto la exactitud de la estimación de canal impacta fuertemente sobre el desempeño global del sistema [MKP07, GS08]. El estudio de las comunicaciones inalámbricas con base MIMO-OFDM reviste un tema importante entonces con respecto a la estimación de canal. Esta estimación en el escenario MIMO presenta un desafío mayor, ya que se deben obtener varios parámetros del canal al mismo tiempo. Así es que una forma frecuentemente analizada se soporta en el recurso de introducir señales *piloto* entre las subportadoras disponibles. Esta alternativa reduce la eficiencia espectral, dado que algunas subportadoras pierden la posibilidad de transportar información y sólo llevan señales determinísticas conocidas. No obstante, la simplificación y exactitud que permiten en la estimación del canal justifican su utilización. Este criterio ha sido el empleado en numerosos estándares. Las características de la correlación entre los parámetros del canal para diferentes subcanales (es decir, para distintas subportadoras) y para diferentes símbolos<sup>11</sup>, se ha investigado en trabajos como el de [LSA99]. Estos resultados permiten esbozar una alternativa algo similar que consiste en utilizar señales de *entrenamiento*, que también se utilizan para optimizar la estimación. En este caso, la transferencia de información es directamente nula en aquellos símbolos. En ciertos sistemas, la estimación de canal y la *sincronización* se realiza en dos etapas. En la primera se realiza un ajuste grueso que busca una rápida convergencia a un valor cercano al deseado aunque con un error que tal vez no sea suficiente para satisfacer el rendimiento deseado en régimen. Es común recurrir a señales de entrenamiento en esta instancia para mejorar el tiempo de convergencia. En la segunda etapa se practica un ajuste fino, en el que la utilización de señales piloto son suficientes para mantener el error acotado a niveles menores que los de la primera etapa. El estado siguiente consiste en realizar un proceso frecuentemente denominado *seguimiento*. La segunda etapa suele tener una extensión temporal, o alcance, predeterminado. Luego de esto, se puede reiniciar la etapa de ajuste grueso. De esta manera, el diseño de las señales de entrenamiento y de los patrones de señales piloto es de gran importancia. Como un

<sup>11</sup> Generalmente cercanos en el tiempo.

criterio de diseño adecuado se conoce que el *error medio cuadrático* (MSE, *mean squared error*) de la estimación del canal se puede minimizar si la secuencia de entrenamiento cumple la condición

$$\sum_{k=0}^{K-1} d_k^{(m_1)} (d_k^{(m_2)})^* e^{j2\pi \frac{qk}{K+1}} = 0 \quad (2.54)$$

dado  $1 \leq m_1 \neq m_2 \leq N_t$  y  $0 \leq q \leq K$  [LS06]. Por su parte, la complejidad del procesamiento de estimación también se minimiza en el caso de que se cumpla la condición en (2.54) [Li02].

## 2.8 Optimización de la PAPR en MIMO-OFDM

Esta sección describe principalmente una técnica particular de reducción de la PAPR para sistemas MIMO-OFDM que fue introducida en [P11] y ampliada en [P07].

El objetivo del análisis se centra sobre un escenario *múltiple entrada salida única* (MISO, *multiple-input single-output*) con cuatro antenas transmisoras y una antena receptora:

$$N_t \times N_r = 4 \times 1; \quad (2.55)$$

no obstante, se podría generalizar a un mayor número de antenas receptoras con relativa sencillez algorítmica. Sin embargo este caso presentaría un mayor requerimiento de potencia de cálculo en el receptor.

Según se mencionaba en la Sección 2.7, se ha demostrado que la ganancia de diversidad en un sistema puede mejorar notablemente las tasas de error entregadas para una condición de potencia de ruido predeterminada. Aunque este incremento en la ganancia tradicionalmente se aplicaba por medio de técnicas de *diversidad en recepción*, en trabajos como [Ala98, YGT05, GS01, MCCJ08, TV05] y otros, se presentan conclusiones acerca de que es posible obtener ganancia de diversidad utilizando solamente múltiples antenas en transmisión. Es decir que se considera que eventualmente podría existir una única antena en recepción, tal como se indica en (2.55). El beneficio que estos escenarios implican es evidente, al ser adecuados para modelar estaciones base de redes inalámbricas donde una sola antena en un equipo móvil está relacionada con la simplicidad, costo y tamaño del equipamiento móvil. Asimismo, en el transmisor se pueden agregar numerosas antenas, y también procesamiento, sin revestir demasiada dificultad; todo esto, teniendo en cuenta el enlace de bajada (*downlink*).

Para lograr *diversidad en transmisión*, en [MCCJ08] se propuso una STC por bloques<sup>12</sup> que conlleva una palabra código dada por

$$\mathbf{s}_{\text{Bl}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_i & \mathbf{d}_{i+1} & \alpha_1 \mathbf{d}_i + \alpha_2 \mathbf{d}_{i+2} & \alpha_1 \mathbf{d}_{i+1} + \alpha_2 \mathbf{d}_{i+3} \\ -\mathbf{d}_{i+1}^* & \mathbf{d}_i^* & -\alpha_1 \mathbf{d}_{i+1}^* - \alpha_2 \mathbf{d}_{i+3}^* & \alpha_1 \mathbf{d}_i^* + \alpha_2 \mathbf{d}_{i+2}^* \\ \mathbf{d}_{i+2} & \mathbf{d}_{i+3} & \alpha_2 \mathbf{d}_i - \alpha_1 \mathbf{d}_{i+2} & \alpha_2 \mathbf{d}_{i+2} - \alpha_1 \mathbf{d}_{i+3} \\ -\mathbf{d}_{i+3}^* & \mathbf{d}_{i+2}^* & \alpha_2 \mathbf{d}_{i+1}^* + \alpha_1 \mathbf{d}_{i+3}^* & \alpha_2 \mathbf{d}_i^* + \alpha_1 \mathbf{d}_{i+2}^* \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

<sup>12</sup> En la literatura es común encontrar referencias a la expresión *codificación espacio temporal por bloques* por medio del acrónimo STBC (del inglés: *space-time block coding*).

donde para  $i$  se deben considerar incrementos de a cuatro unidades. Claramente, este procesamiento introduce una latencia importante; sin embargo, su principal beneficio consiste en la mejora en la tasa de error, con lo cual se muestra muy promisorio. Se remarca que las diferentes filas en (2.56) indican cuatro períodos de tiempo diferentes, cada uno de longitud  $T$ . La condición para que esta codificación sea válida es que el canal se mantenga constante durante la transmisión de los cuatro símbolos. Este comportamiento presenta una nueva modalidad de canal cuasi-estacionario, según se ha mencionado antes, ya que requiere un período de estacionariedad mayor que el que se necesita en un sistema SISO-OFDM. Por su parte, las diferentes columnas identifican los símbolos transmitidos en cada una de las cuatro antenas.

Es interesante notar que la tasa de código de la propuesta en (2.56) es unitaria, esto se manifiesta como una importante ventaja ya que no se afecta la eficiencia espectral. Otro beneficio surge de analizar que si se suprime la transmisión en las antenas tercera y cuarta (es decir, las columnas tres y cuatro) y se independiza la transmisión de la primera mitad de la palabra código con respecto a la segunda (es decir que  $i$  solo toma incrementos de a dos), se observa que el código en (2.56) se reduce a la codificación ortogonal dada por Alamouti en [Ala98] como

$$\mathbf{s}_{\text{Alamouti}} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_i & \mathbf{d}_{i+1} \\ -\mathbf{d}_{i+1}^* & \mathbf{d}_i^* \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

Este código también presenta tasa unitaria y representó un hito en el estudio de las comunicaciones inalámbricas, pues introdujo el concepto de STC por bloques.

Con estos resultados como elementos de partida, en [P11] se propuso generar una familia de códigos compuesta por  $M_c$  códigos elementales con una palabra código definida como

$$\mathbf{C}^r = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c_{1,1}^r & c_{1,2}^r & c_{1,3}^r & c_{1,4}^r \\ c_{2,1}^r & c_{2,2}^r & c_{2,3}^r & c_{2,4}^r \\ c_{3,1}^r & c_{3,2}^r & c_{3,3}^r & c_{3,4}^r \\ c_{4,1}^r & c_{4,2}^r & c_{4,3}^r & c_{4,4}^r \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

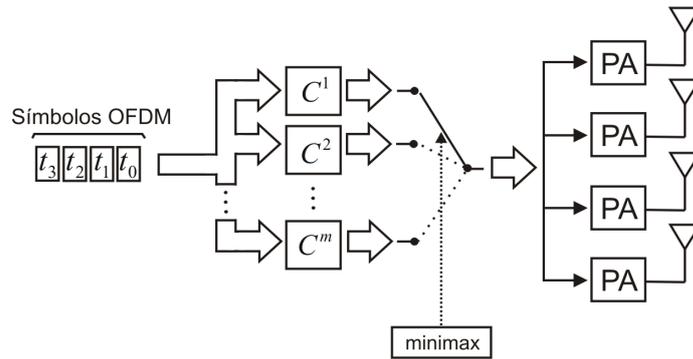
para  $r = 1, \dots, M_c$ . Se aclara que una vez más el superíndice  $r$  no indica la operación de potenciación, sino que sólo se utiliza para identificar cada miembro de la familia. Entonces se define el primer *código generador* como

$$\mathbf{s}_{\text{Bl}(1)} = \mathbf{s}_{\text{Bl}}. \quad (2.59)$$

Asimismo se define el segundo código generador por medio de la expresión

$$\mathbf{s}_{\text{Bl}(2)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{i+2} & \mathbf{d}_{i+3} & \alpha_2 \mathbf{d}_i & -\alpha_1 \mathbf{d}_{i+2} & \alpha_2 \mathbf{d}_{i+2} - \alpha_1 \mathbf{d}_{i+3} \\ -\mathbf{d}_{i+3}^* & \mathbf{d}_{i+2}^* & \alpha_2 \mathbf{d}_{i+1}^* + \alpha_1 \mathbf{d}_{i+3}^* & \alpha_2 \mathbf{d}_i^* + \alpha_1 \mathbf{d}_{i+2}^* \\ \mathbf{d}_i & \mathbf{d}_{i+1} & \alpha_1 \mathbf{d}_i + \alpha_2 \mathbf{d}_{i+2} & \alpha_1 \mathbf{d}_{i+1} + \alpha_2 \mathbf{d}_{i+3} \\ -\mathbf{d}_{i+1}^* & \mathbf{d}_i^* & -\alpha_1 \mathbf{d}_{i+1}^* - \alpha_2 \mathbf{d}_{i+3}^* & \alpha_1 \mathbf{d}_i^* + \alpha_2 \mathbf{d}_{i+2}^* \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

La definición en (2.60) es similar a (2.56); sin embargo, se intercambiaron las filas 1 con 3, y 2 con 4. A partir de estos dos códigos,  $\mathbf{s}_{\text{Bl}(1)}$  y  $\mathbf{s}_{\text{Bl}(2)}$ , en [P11] se propuso una forma de



**Fig. 2.5.** Diagrama de bloques un sistema MIMO-OFDM con STC por bloques y capacidad de reducción de la PAPR [P07].

generar los miembros  $\mathbf{C}^r$  teniendo en cuenta que el código se aplica sobre vectores de una dimensión  $K \times 1$  (*i.e.*, los símbolos OFDM en el dominio de la frecuencia). Por su parte, la implementación eficiente de este procesamiento fue analizada en [P07] para llegar a un transmisor tal como el mostrado en la Fig. 2.5. En este esquema se utiliza una selección dinámica del código  $\mathbf{C}^r$  por medio del criterio *minimax* dado en [BSA07]. Claramente, el criterio busca reducir la PAPR de las señales introducidas en el amplificador de potencia del transmisor.

## 2.9 Conclusiones

Las comunicaciones basadas en OFDM recurren a un principio de simultaneidad que resulta muy interesante desde el punto de vista del comportamiento físico de un canal de comunicaciones. No obstante, no puede perderse de vista que esta característica es fuertemente sostenida por la factibilidad de implementación que se propuso a partir de la FFT. Todo esto transforma a la técnica OFDM en una aproximación rica en posibilidades de optimización, gracias a un modelo matemático sumamente atractivo. Aunque ciertas desventajas de OFDM, como su vulnerabilidad frente a los desajustes de frecuencia y sus altas exigencias sobre la etapa analógica de potencia en el transmisor, han recibido una importante atención, la optimización de la emisión espectral en un plano íntegramente digital aún presenta posibilidades sin explorar. No obstante, se debe tener en cuenta que existen ciertos avances que se exponen en los capítulos siguientes.

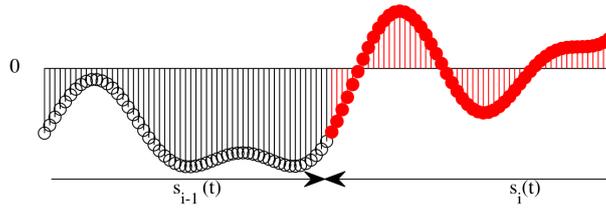
## Precodificación Espectral

En este capítulo el foco del análisis se centra en la precodificación espectral que fue introducida en [vdBB09b] para alcanzar un comportamiento denominado *N-continuidad*. Esta técnica fue mejorada en un trabajo siguiente dado en [vdBB09a] para permitir una decodificación más sencilla.

El detalle de este tema constituye un paso importante para facilitar la valoración de los resultados presentados en los Capítulos 4, 5 y 6; ya que han motivado buena parte de los desarrollos obtenidos para esta Tesis.

### 3.1 Introducción

La forma en que decae potencia espectral en los límites de la banda asignada para una señal OFDM presenta una emisión de potencia que en muchas situaciones prácticas debe ser mejorada. Esta necesidad abarca tanto las aplicaciones en comunicaciones inalámbricas como aquellas para canales cableados. Previamente se han propuesto numerosas técnicas para mitigar este inconveniente y algunas han sido citadas en [Chu06] y [P02]. No obstante, aún hoy los estándares delegan el tratamiento de esta emisión fuera de banda a técnicas de filtrado tradicional [Fau00], a veces recurriendo a la utilización de algún método de *ventaneo* (*windowing*) según la antigua propuesta en [WE71]. En todos estos modelos, el objetivo es suavizar las transiciones que aparecen en el dominio del tiempo entre símbolos OFDM sucesivos. Esto se fundamenta en que se conoce que estas transiciones frecuentemente se presentan en forma de discontinuidades y por lo tanto son la causa de la emisión de potencia fuera de banda. Es evidente que la simplicidad del filtrado presenta una ventaja sumamente seductora. Al mismo tiempo, la desventaja de este método reside en una reducción del *largo efectivo* del CP, lo cual deriva en una pérdida de eficiencia espectral. A esto se agrega la (considerable) dificultad de optimizar dinámicamente una operación de filtrado, por ejemplo si el transmisor varía el ancho de banda dinámicamente. Este inconveniente se puede tener en cuenta tanto desde el punto de vista de la emisión espectral, como desde el punto de vista de la operación (numérica) de los procesadores digitales, para el caso de sistemas de comunicaciones de alta velocidad atendiendo a las ideas de SDR o CR. De una manera diferente, en el



**Fig. 3.1.** Trayectoria deseada en el punto de concatenación de dos símbolos OFDM sucesivos para la precodificación espectral de  $N$ -continuidad.

procesamiento para  $N$ -continuidad se tiene en cuenta la trayectoria de la señal OFDM en busca de una continuidad que elimine las abruptas transiciones [P08]. El enfoque empleado es introducir un precodificador de tasa unitaria y baja distorsión.

### 3.2 Precodificación $N$ -Continua

Con el fin de reducir la emisión de potencia fuera de banda, es interesante notar que las discontinuidades en la transición de un símbolo OFDM  $i$ -ésimo luego del anterior serán mitigadas si se cumple la condición

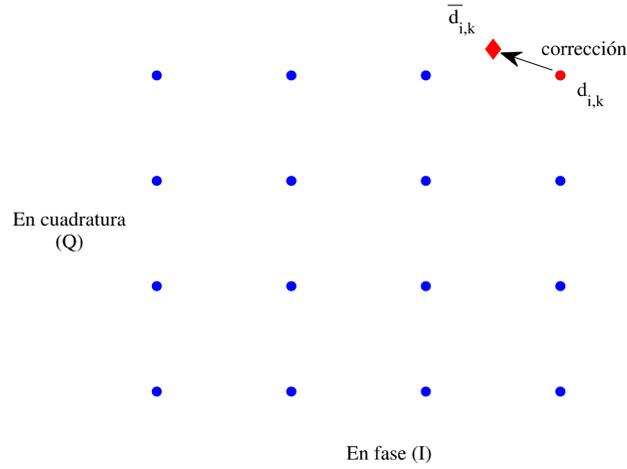
$$\left. \frac{d^n}{dt^n} s_i(t) \right|_{t=-T_g} = \left. \frac{d^n}{dt^n} s_{i-1}(t) \right|_{t=T_s}, \quad (3.1)$$

al menos para

$$n = 0, \dots, N \quad (3.2)$$

dado  $i \geq 1$  [vdBB09b]. En la Fig. 3.1 se muestra un ejemplo de trayectoria deseada, considerando la concatenación de dos símbolos sucesivos  $s_i(t)$  y  $s_{i-1}(t)$ . Con esta restricción se pretenden evitar las discontinuidades en el punto de concatenación entre símbolos sucesivos. Para esto se establece una continuidad de orden  $N$  en el instante de concatenación. En consecuencia, en [vdBB09b] se ha introdujo el término  $N$ -continuidad para referirse a la característica obtenida en la señal.

Luego se advierte que los símbolos  $\mathbf{d}_i$  se obtienen de la salida de un modulador complejo de tipo  $M$ -QAM, QPSK, o algún otro similar, el cual se define por un cierto alfabeto  $\mathcal{C}$  (en la Fig. 2.3 se muestra la interconexión del modulador complejo dentro del diagrama de bloques del transmisor). Entonces es posible lograr la condición de  $N$ -continuidad en (3.1) mediante una precodificación en el dominio de la frecuencia. Esta precodificación consiste en la adición de un valor de corrección que producirá un desplazamiento desde el punto asignado por el mapeo complejo a la combinación de bits en el símbolo  $d_{i,k}$ , para ubicarlo en el punto  $\bar{d}_{i,k}$ . Se puede comprobar que en muchas parametrizaciones prácticas de este esquema, la alteración inducida por el desplazamiento mantiene una magnitud reducida. En la literatura en general, este método se ha denominado *precodificación espectral*. La Fig. 3.2 muestra la forma en la que un cierto



**Fig. 3.2.** Distorsión en uno de los  $K$  símbolos que entrega el modulador complejo. La componente de corrección se aplica a un símbolo de una constelación 16-QAM que fue tomada como ejemplo.

símbolo complejo que pertenece a una constelación 16-QAM tomada como ejemplo, se distorsiona por medio de una componente de corrección que se introduce para lograr la precodificación.

Dado un sistema OFDM relacionado a una transmisión multiportadora tal como la indicada en (2.2), la especificación de condiciones de continuidad dada en (3.1) puede ser escrita como

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} k^n e^{j\phi k} \bar{d}_{k,i} = \sum_{k \in \mathcal{K}} k^n \bar{d}_{k,i-1} \quad \text{para } i \geq 1 \text{ y } n = 0, \dots, N, \quad (3.3)$$

donde  $\phi = -2\pi \frac{T_g}{T_s}$ . La definición de  $\phi$  se corresponde con la definición del intervalo  $T$  según se indicó en la Sección 2.2. Entonces (3.3) se obtiene a partir de un sencillo desarrollo de las expresiones de las derivadas que se establecen en (2.2) aplicadas sobre el modelo de tiempo continuo. Con este resultado es posible dar un paso más, para llegar a una representación matricial tal como

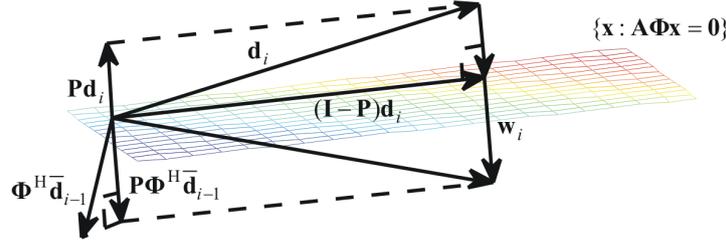
$$\mathbf{A} \Phi \bar{\mathbf{d}}_i = \mathbf{A} \bar{\mathbf{d}}_{i-1} \quad (3.4)$$

donde se halla implícita la definición  $\bar{\mathbf{d}}_i = (\bar{d}_{0,i}, \bar{d}_{1,i}, \dots, \bar{d}_{K,i})^T \in \mathbb{C}^{(K+1)}$ , luego

$$\Phi = \text{diag}(e^{j\phi k_0}, e^{j\phi k_1}, \dots, e^{j\phi k_K}) \quad (3.5)$$

y

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ k_0 & k_1 & \dots & k_K \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_0^N & k_1^N & \dots & k_K^N \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$



**Fig. 3.3.** Representación gráfica de la proyección de cada componente de distorsión a partir de los símbolos  $\mathbf{d}_i$  y  $\bar{\mathbf{d}}_{i-1}$ . El plano graficado representa el espacio nulo de  $\mathbf{A}\Phi^H$

A continuación el análisis se traslada hacia encontrar un mapeo adecuado de los vectores  $\mathbf{d}_i$  hacia  $\bar{\mathbf{d}}_i$ . Identificando un vector de corrección  $\mathbf{w}_i$  de forma tal que se pueda establecer la relación

$$\bar{\mathbf{d}}_i = \mathbf{d}_i + \mathbf{w}_i \quad (3.7)$$

para satisfacer (3.4). Es deseable un vector distorsionado  $\bar{\mathbf{d}}_i$  que, en un sentido Euclideo, se encuentre tan cerca como sea posible del vector  $\mathbf{d}_i$  que a su vez pertenece al subespacio  $\mathbb{C}^{(K+1)}$ . Este objetivo se espera que reduzca la distorsión introducida por la precodificación. Si se advierte que  $\mathbf{A}\Phi$  no es una matriz cuadrada para parametrizaciones prácticas del sistema OFDM, surge como alternativa la utilización de la *pseudo-inversa* Moore-Penrose [Str76] dada por

$$(\mathbf{A}\Phi)^\dagger = \Phi^H \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1}. \quad (3.8)$$

Para dar claridad a la notación, se define una matriz  $\mathbf{P}$  dada por

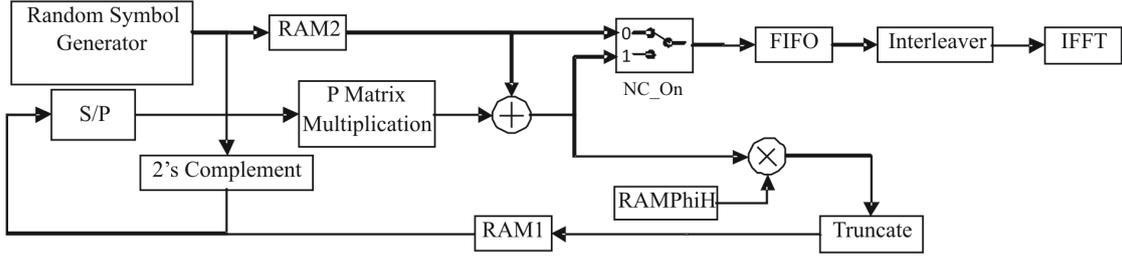
$$\mathbf{P} = \Phi^H \mathbf{A}^H (\mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1} \mathbf{A}\Phi. \quad (3.9)$$

De esta manera, la combinación de (3.7) y (3.9) permite establecer la expresión de cálculo del símbolo OFDM con precodificación espectral, por medio de la operación

$$\bar{\mathbf{d}}_i = (\mathbf{I}_{(K+1)} - \mathbf{P})\mathbf{d}_i + \mathbf{P}\Phi^H \bar{\mathbf{d}}_{i-1}, \quad (3.10)$$

y de esta forma la igualdad para  $N$ -continuidad establecida en (3.1) se satisface. El cálculo de  $\bar{\mathbf{d}}_i$  se relaciona con el cálculo del vector de distorsión  $\mathbf{w}_i$  como un vector ortogonal al plano  $\mathbf{A}\Phi\mathbf{x} = 0$ . En la Fig. 3.3 se muestra la geometría de la proyección planteada, de acuerdo con la interpretación en [vdBB09b].

Es importante tener en cuenta que el procesamiento introducido en (3.10) logra que el símbolo en el intervalo  $i$ -ésimo presente una amplitud en el dominio del tiempo que se inicia (para  $t = -T_g$ ) de acuerdo con la amplitud en el último punto del símbolo en el intervalo anterior (*i.e.* el que corresponde al intervalo indexado por  $i-1$ ). Este comportamiento se soporta por medio de una contribución  $\mathbf{w}_i$  que depende del símbolo  $\bar{\mathbf{d}}_{i-1}$ . Luego, el receptor necesita eliminar esta contribución para obtener una decodificación adecuada (ver Fig 3.2). El método de decodificación propuesto en [vdBB09b] utiliza un procesamiento iterativo que reviste una importante complejidad. Se propone una ejecución de aproximadamente ocho ciclos de iteración para obtener buenas estimaciones



**Fig. 3.4.** Diagrama de bloques del transmisor OFDM con capacidad de implementar una precodificación espectral para  $N$ -continuidad en un circuito digital VLSI.

de los símbolos transmitidos. A su vez, cada ciclo incluye una operación de detección de *máxima verosimilitud* (ML, *maximum likelihood*) de acuerdo con

$$\hat{d}_{i,k} = \arg \min_{d \in \mathcal{C}} \{ |\bar{r}_{i,k} - d|^2 \}. \quad (3.11)$$

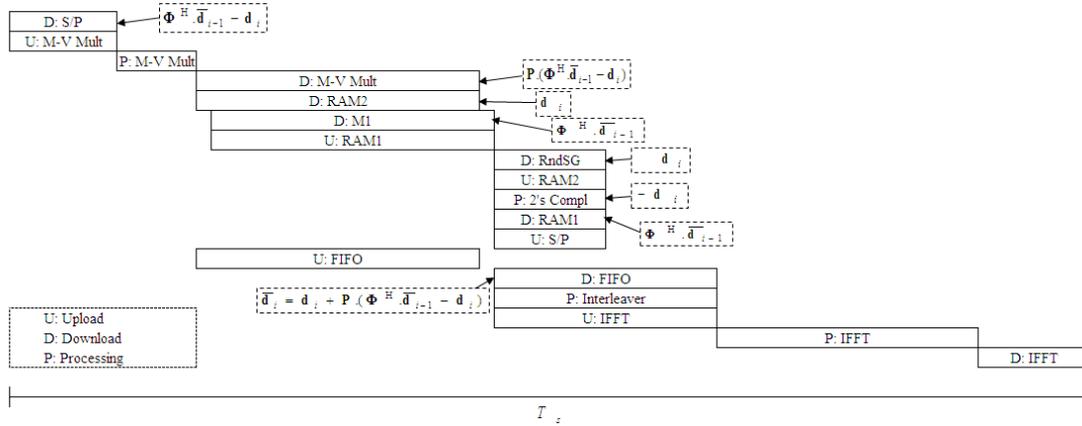
Notar que el subíndice  $k$  indica que esta búsqueda se realiza  $K$  veces: una para cada portadora (para cada ciclo). En el caso de una comunicación MIMO, este modelo presenta algunas dificultades y una alta complejidad, de acuerdo con [LXHL10].

### 3.2.1 Implementación VLSI

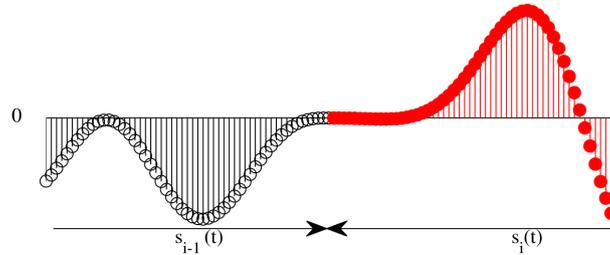
En este contexto de complejidad, una implementación exitosa de un transmisor digital apto para VLSI se propuso en [P06]. El método de implementación resulta beneficioso al tratarse adecuadamente el error de cuantización en cada uno de los cálculos intermedios que implica la expresión (3.11). La optimización, a nivel analítico, surge de manipular la operación en (3.10) para llevarla a la forma

$$\bar{\mathbf{d}}_i = \mathbf{d}_i + \mathbf{P}(\Phi^H \bar{\mathbf{d}}_{i-1} - \mathbf{d}_i), \quad (3.12)$$

de acuerdo con [P06]. De esta manera, un conveniente registro en una memoria interna de algunos cálculos parciales reducen efectivamente la operación algebraica que en (3.10) se expresa mediante varios términos de una suma, a una sola operación de multiplicación matriz-vector. A su vez, en [P05] se aborda el tema de la selección de un esquema de asignación de subportadoras  $\mathcal{K}$  conveniente, el cual representa una ligera complejidad adicional. En la Fig. 3.4 se presenta un diagrama de bloques del transmisor OFDM con capacidad de precodificación espectral para  $N$ -continuidad que fue propuesto en [P06]. Esta arquitectura de procesamiento representó la primera propuesta para implementación VLSI de esta técnica. La operación de los bloques se realiza de acuerdo con la planificación de tareas que se muestra en la Fig. 3.5. Según se anticipaba, el bloque de mayor intensidad de cómputo lo representa el que realiza la multiplicación matriz-vector. Por su parte, el bloque de generación aleatoria de símbolos puede reemplazarse por una entrada externa al circuito para formar un modulador estándar. Asimismo, es sencilla la desactivación de la precodificación por medio de una llave de conmutación.



**Fig. 3.5.** Planificación de las tareas para la generación de una señal OFDM con  $N$ -continuidad. La operación  $U$  indica escritura (o carga) de datos, mientras que la operación  $D$  indica lectura de información, la operación de procesamiento se indica con  $P$ .



**Fig. 3.6.** Trayectoria deseada en el punto de concatenación de dos símbolos OFDM sucesivos para la precodificación espectral de  $N$ -continuidad sin memoria.

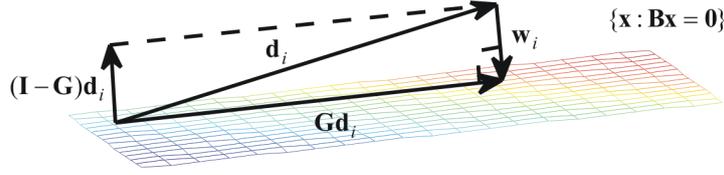
### 3.3 Precodificación $N$ -Continua sin Memoria

Con respecto a la precodificación planteada en la Sección 3.2, se puede ver que la dificultad que implica la correlación de cada símbolo OFDM con el que le precedió en la secuencia de transmisión se traduce en la necesidad de un complejo decodificador. Las propuestas tomadas de la literatura recurren a un decodificador iterativo [vdBB09b, LXHL10].

Sin embargo, este inconveniente fue analizado en el trabajo dado en [vdBB09a], donde se presenta un esquema de precodificación similar al que se describe en la Sección 3.2. En este caso, la condición de continuidad establecida en (3.1) se satisface de una manera indirecta. Esto es, se fija la condición

$$\left. \frac{d^n}{dt^n} s_i(t) \right|_{t=-T_g} = \left. \frac{d^n}{dt^n} s_i(t) \right|_{t=T_s} = 0, \quad (3.13)$$

para  $n = 0, 1, \dots, N$ . De esta manera puede verse que se logra una independencia con respecto al símbolo anterior (*i.e.*, el símbolo  $s_{i-1}(t)$ ). En la Fig. 3.6 se muestra un ejemplo de trayectoria deseada de acuerdo con la condición de continuidad que se plantea



**Fig. 3.7.** Representación gráfica de la proyección de cada componente de distorsión a partir de los símbolos  $\mathbf{d}_i$  para lograr la  $N$ -continuidad sin memoria [vdBB09a]. El plano graficado representa el espacio nulo de  $\mathbf{B}$

en (3.13). Es instructivo comparar esta trayectoria con la que se obtiene por medio de la codificación de la sección anterior, la cual se mostraba en la Fig. 3.1. Se advierte que la condición adicional de que las derivadas sean nulas introduce un cambio en la geometría de la continuidad, según se puede comparar con la Fig. 3.1 teniendo en cuenta el cero en amplitud.

Si se sigue un razonamiento similar al presentado previamente, se encuentra que el desarrollo de las derivadas lleva a una similitud algebraica que propicia un tratamiento vectorial como antes. Entonces es posible indicar la condición de continuidad que reemplaza a (3.4) de la siguiente forma:

$$\mathbf{B}\bar{\mathbf{d}}_i = \mathbf{0}_{2(N+1) \times (K+1)}, \quad (3.14)$$

para esto se define

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}\Phi \\ \mathbf{A} \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

De acuerdo con el trabajo en [vdBB09a], el precodificador se obtiene de

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{K+1} - \mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H)^{-1}\mathbf{B}, \quad (3.16)$$

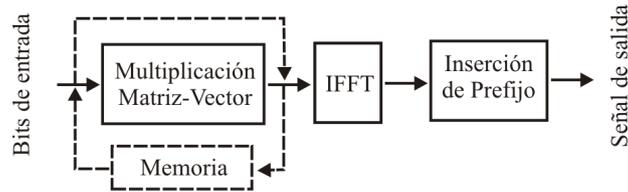
para lograr

$$\bar{\mathbf{d}}_i = \mathbf{G}\mathbf{d}_i. \quad (3.17)$$

En este caso, la proyección aplicada transforma los símbolos OFDM en el dominio del tiempo  $\mathbf{d}_i$  en el vector codificado que se encuentra más próximo sobre el plano  $\mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . Por esto el plano indicado se denomina el espacio nulo de  $\mathbf{B}$ . Una representación geométrica de estas contribuciones se presenta en la Fig. 3.7.

El esquema de procesamiento en (3.17) es claramente más simple que el que se indica en (3.10). No obstante, la principal ventaja en el desarrollo para  $N$ -Continuidad sin memoria radica en que el receptor puede interpretar la contribución  $\mathbf{w}_i$  como ruido, dado que no contiene información del símbolo anterior. De esta manera, la estructura del receptor puede llevarse directamente a la de un receptor convencional. Consecuentemente, la precodificación espectral para  $N$ -continuidad alcanza su objetivo de presentarse como una alternativa a los sistemas de filtrado o conformación de pulsos destinados a controlar la emisión de potencia fuera de banda.

Es importante tener en cuenta que el aporte del vector de corrección  $\mathbf{w}_i$  se puede interpretar como una distorsión en el dominio de la frecuencia. La distorsión introducida



**Fig. 3.8.** Diagrama de un sistema OFDM con precodificación espectral para N-Continuidad con memoria [vdBB09b] o sin ella [vdBB09a].

se puede cuantificar por medio de una métrica tal como la *magnitud del vector de error* (EVM, *error-vector magnitude*), según se verá en capítulos posteriores. No obstante, hasta aquí podemos decir que la distorsión introducida en el procesamiento de (3.17) presenta una perturbación significativamente mayor que la que se alcanza en (3.10).

Se indica que una implementación para VLSI del procesamiento en (3.17) [vdBB09a] puede obtenerse de una modificación de la arquitectura dada en [P06]. Este fue el enfoque considerado en [P08], donde se propone una arquitectura reconfigurable para soportar precodificación con memoria o sin ella. Un diagrama de bloques que se considera apropiado se presenta en la Fig. 3.8, de acuerdo con [P08]. Un resultado interesante en aquella contribución es que la precodificación espectral sin memoria, aunque presenta la posibilidad de ser decodificada en un receptor convencional, parece ser más susceptible a los errores de cuantización en el procesamiento de precodificación [P08].

Finalmente, se remarca que aunque los desarrollos en las secciones anteriores se han realizado considerando el símbolo OFDM en el dominio de la frecuencia  $\mathbf{d}_i$ , de acuerdo con la expresión en (2.3). Sin embargo, es trivial el desarrollo en términos de  $\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}$  a partir de su definición en (2.12).

### 3.4 Otros Modelos de Precodificación

Algunos otros estudios encontrados en la literatura complementan los resultados citados hasta aquí, como así también los resultados originales que se presentan en esta Tesis.

En [vdBB08] se presentaron algunos métodos preliminares de precodificación espectral siguiendo la idea de continuidad en la señal propiamente dicha y en sus derivadas.

Por su parte, en [LXHL10] se abordó el tema de la decodificación de un sistema tal como el de la precodificación con memoria [vdBB09b], en el contexto de un escenario MIMO. La decodificación iterativa se mantiene como el método de decodificación en este trabajo. El mismo grupo de investigación abordó la integración de características de reducción de la PAPR a sistemas OFDM precodificados para N-continuidad en [XLHL10].

En [vdB09] se muestra una aplicación más específica de la precodificación espectral con el objeto de controlar la PSD de una forma dependiente de la situación particular en que se encuentre un canal de comunicaciones inalámbrico. Este enfoque persigue el objetivo de crear profundas caídas (*notch*) en la PSD dentro de bandas de frecuencia determinada. De este manera, se propone un mecanismo de “esculpido” del espectro.

Tanto esta técnica como la que se presenta en [vdBB09a] se han tomado en consideración para proponer una estrategia de adecuación dinámica que considera algunos protocolos de red en [SvdB10].

Paralelamente, otros enfoques de precodificación espectral, tales como los indicados en [CCC11] y [Chu08] consiguen importantes mejoras en la reducción de emisión de potencia fuera de banda. Sin embargo, son contrarias a una de las motivaciones del trabajo de investigación expuesto en esta Tesis, que consiste en no afectar el ancho de banda disponible; es decir, no reducir la tasa de codificación. Obviamente, más allá de la eficiencia, una desventaja adicional radica en la imposibilidad de aplicar las técnicas de [CCC11] y [Chu08] si se emplea un receptor convencional. La dificultad en ese caso surge de instalar un decodificador específico para operar sobre la codificación espectral.

### 3.5 Conclusiones

La precodificación espectral presenta un recurso interesante para optimizar sistemas de tipo OFDM . En este capítulo el tema central es utilizarla para reducir la emisión de potencia fuera de banda. Dado que una señal limitada en el tiempo, como es el caso del símbolo OFDM , tiene un ancho de banda infinito, la emisión de potencia fuera de banda debe ser tenida en cuenta en una aplicación práctica. La idea de buscar una precodificación de tasa unitaria es muy interesante según los planteos en [vdBB09b]. No obstante, es evidente que la complejidad en el receptor es un aspecto que no puede perderse de vista y la distorsión que se introduce en el dominio de la frecuencia es importante. Tanto es así que en [vdBB09a] se indican una serie de configuraciones en la transmisión OFDM que no se pueden utilizar sin superar los límites de distorsión que determinan estándares como [LTE12]. A partir de estos postulados se pueden valorar los aportes en la segunda parte de este texto. También es importante tener en cuenta que la precodificación espectral para N-continuidad fue introducida en [vdBB09b] a partir un desarrollo basado en la señal de tiempo discreto. Esto es evidentemente válido, sin embargo, en [P06] se indicó explícitamente que para que la precodificación cumpla su objetivo, es indispensable la aplicación de sobremuestreo en la generación de la señal. Si bien esta es una necesidad en cualquier sistema que pretenda controlar la emisión de potencia fuera de banda en el plano digital, el hecho de no tenerla en cuenta puede afectar algunas comparaciones con respecto a la complejidad.

Contribuciones Principales

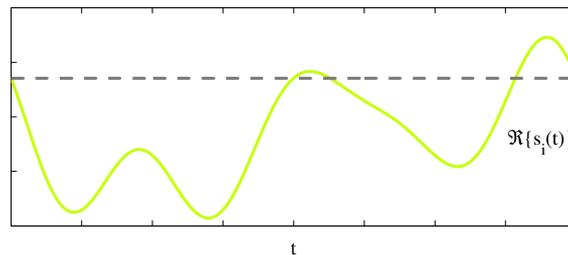
---

## Señal OFDM con Doble Longitud

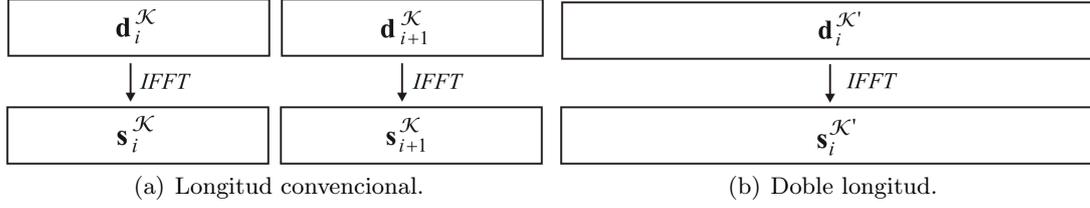
En este capítulo se presenta el recurso de la duplicación de la cantidad de puntos en el cálculo de la IFFT de un sistema OFDM [P03], [P04]. El objetivo es mejorar la continuidad, y de esa manera reducir la emisión de potencia fuera de banda, en comparación con un sistema convencional. Además se muestra que esta aproximación permite optimizar otras técnicas planteadas en la literatura para sistemas OFDM .

### 4.1 Primer Método de Correlación de Símbolos

Los cálculos de la IDFT sobremuestreada que fueron previamente introducidos, producen un vector que es representativo de una señal de tiempo discreto interpolada de manera óptima. En particular podemos referenciar (2.17) para indicar el procesamiento con sobremuestreo. Entonces, la señal que se obtiene corresponde a un muestreo de una señal de tiempo continuo, es decir, el símbolo OFDM de tiempo continuo. En este símbolo se puede advertir que existe una continuidad entre el último punto y el primer punto de cada uno de los símbolos OFDM (debido al comportamiento *ciclo-estacionario* de la IDFT). Esta característica se presenta en la Fig. 4.1 para un caso particular tomado como ejemplo. Como consecuencia, el punto de unión entre el símbolo OFDM interpo-



**Fig. 4.1.** Trazado de la amplitud de un símbolo OFDM con respecto al tiempo. Se observa que existe una continuidad en todo el intervalo de duración  $T_s$  y además una continuidad entre el primer y el último punto de la representación.



**Fig. 4.2.** Relación entre la IFFT de longitud convencional empleada en las transmisiones OFDM, y el método considerado, que se basa en un cálculo con una cantidad de puntos duplicada.

lado  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$ , y su extensión de CP  $\mathbf{s}_i^{v\eta\mathcal{K}}$ , no introduce discontinuidades en la señal. Esto es consecuencia de que se trata de una extensión obtenida del mismo símbolo. Mas adelante se hace referencia a este concepto como *extensión cíclica* dado que, a partir de la condición de ortogonalidad en (2.5), cada subportadora desarrolla ciclos de oscilación enteros (al menos uno) y por esto se obtiene la continuidad que se cita. Sin embargo, este procesamiento de concatenación no es suficiente para evitar la existencia de discontinuidades en los puntos de unión entre los sucesivos símbolos OFDM de un transmisor convencional (esto es, entre  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K},\text{CP}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K},\text{CP}}$  siguiendo (2.21)). Estas ideas son exploradas en este capítulo.

Para reducir la energía fuera de banda de las señales OFDM, este análisis considera primeramente la concatenación de símbolos en el caso especial donde la fracción de CP es nula (*i.e.*,  $v = 0$ ). En esta situación, se trata de establecer una señal con continuidad en el instante de tiempo que corresponde al final de los símbolos OFDM, identificados por índices pares. Es decir, si una comunicación requiere la transmisión de  $L_{sim}$  símbolos OFDM, en esta instancia se toma en cuenta sólo el final de los símbolos  $i$ -ésimos donde  $i = 0, 2, \dots, L_{sim} - 1$  (o equivalentemente, el comienzo de los  $i$ -ésimos símbolos donde  $i = 1, 3, \dots, L_{sim}$ ). Esta definición se hace suponiendo que  $L_{sim}$  tiene un valor par aunque la generalización es trivial.

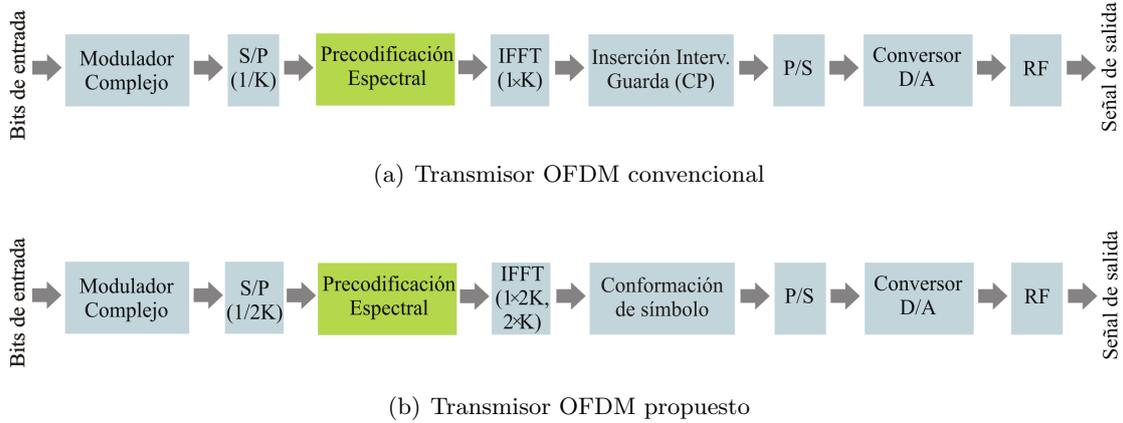
El método de correlación en este capítulo considera una interpolación óptima obtenida del cálculo de una IDFT con doble longitud, en comparación con el caso convencional (por ejemplo, en (2.18)). En la Fig. 4.2 se presenta un esquema comparando la utilización del algoritmo de la IFFT en el caso convencional y en el caso que se estudia en este capítulo. En el caso de doble longitud, se puede interpretar que se utilizan  $2K$  subportadoras conjuntamente. Esto se interpreta como un conjunto de subportadoras *virtuales*. Por lo tanto, se selecciona el esquema de asignación de subportadoras definido por

$$\mathcal{K}' = \{-(K+1), \dots, -2, 1, \dots, K\}, \quad (4.1)$$

dado que se ha encontrado equivalente al definido en (2.10), si se considera la densidad espectral de potencia [P04]. Luego, podemos definir

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'} = \frac{1}{2(K+1)} \mathbf{Q}^H \mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}, \quad (4.2)$$

para  $i$  par, donde  $\mathbf{Q} = \{Q_{q,k}\}$  es una matriz  $2(K+1) \times 2(K+1)\eta$  con elementos  $Q_{q,k} = \exp\left(-\frac{j2\pi\rho_q k}{2(K+1)}\right)$  para  $q = 0, \dots, 2(K+1)$  y  $k = 0, \dots, 2(K+1)\eta$ , mientras que



**Fig. 4.3.** Diagramas de bloques de los transmisores OFDM con precodificación espectral.

$\rho = \{\rho_q\}$  se define como un vector con elementos  $\{-(K + 1), \dots, K\}$ . En la Fig. 4.3(a) se considera el diagrama de bloques de un transmisor OFDM convencional. Notar que este diagrama es similar al del transmisor presentado en la Fig. 2.3, no obstante se advierte la incorporación del bloque de precodificación espectral. Es importante indicar que la operación del bloque que convierte el flujo secuencial de los símbolos complejos  $d_{i,k}$  en otro flujo con  $K$  símbolos en paralelo (o  $K + 1$  símbolos de acuerdo con (2.12)), se puede reemplazar por otro bloque equivalente. Entonces para el esquema propuesto los símbolos complejos del transmisor se ordenan en el vector con dimensión  $2(K + 1) \times 1$  dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'} &= (d_{i,0}, \dots, d_{i,K-1}, \mathbf{0}_{1 \times 2}, d_{i+1,0}, \dots, d_{i+1,K-1})^T \\ &= (\mathbf{d}_i, \mathbf{0}_{1 \times 2}, \mathbf{d}_{i+1})^T \end{aligned} \quad (4.3)$$

definido en base a valores pares en  $i$ . Esta operación se indica en el bloque incluido en la Fig. 4.3(b) antes de la operación de precodificación. De esta manera, ignorando la operación de precodificación espectral por ahora, ya que no es imprescindible para el funcionamiento del transmisor de doble longitud, se llega a una representación IFFT con una cantidad de puntos duplicada, que se basa en el vector con dimensión  $2(K + 1) \times 1$  dado por

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'} = \text{CSH}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}, K + 1) \quad (4.4)$$

y se define por

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'} = \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'}, 2(K + 1)). \quad (4.5)$$

De acuerdo a esta expresión surge el concepto de IFFT de *doble longitud*. La señal sobremuestreada correspondiente se obtiene a partir del vector

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i^{\eta \mathcal{K}'} &= \left( u_{i,0}^{\mathcal{K}'}, \dots, u_{i,K}^{\mathcal{K}'}, \right. \\ &\quad \mathbf{0}_{1 \times 2(K+1)(\eta-1)}, \\ &\quad \left. u_{i,K+1}^{\mathcal{K}'}, \dots, u_{i,2K+1}^{\mathcal{K}'} \right)^T \end{aligned} \quad (4.6)$$

como

$$\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'} = \eta \text{IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}'}, 2(K+1)\eta \right). \quad (4.7)$$

En este esquema, la cantidad de símbolos OFDM independientes se redujo por un factor dos, dado que  $\mathbf{d}_i$  y  $\mathbf{d}_{i+1}$  son ahora tratados conjuntamente según (4.3). De este modo, se comprueba que las discontinuidades sólo pueden tener lugar en la mitad de los instantes de concatenación donde originalmente podían ocurrir.

Dado que el muestreo en el receptor se desea mantener invariable con respecto al sistema convencional, el vector IFFT con doble longitud se asigna a un intervalo con extensión duplicada (*i.e.*,  $2T$ ). Tomando de a pares los símbolos OFDM en el dominio de la frecuencia de acuerdo a  $\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}$  en (4.3), la secuencia correspondiente a sus muestras de tiempo discreto se obtiene a partir de un único cálculo IFFT con doble longitud.

En un sistema convencional con cálculos de la IFFT de longitud simple, la duración del símbolo OFDM se fija de acuerdo con las características de estacionariedad del canal (ver Sección 2.3). Consecuentemente, el método basado en la doble longitud implica una transmisión que podría abarcar dos estados diferentes del canal<sup>1</sup>. Para hacer frente a esta dificultad en el receptor, la señal de doble longitud se parte en dos secuencias sucesivas de igual tamaño:

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'} = (\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1}, \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2})^T, \quad (4.8)$$

con

$$\begin{cases} \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1} = (s_{i,0}^{\mathcal{K}'}, \dots, s_{i,K}^{\mathcal{K}'})^T \\ \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2} = (s_{i,K+1}^{\mathcal{K}'}, \dots, s_{i,2K+1}^{\mathcal{K}'})^T \end{cases} \quad (4.9)$$

Un estudio acerca de la operación del receptor se presenta posteriormente en este capítulo. Mientras tanto, podemos analizar una técnica que permite tratar el efecto de un canal con desvanecimiento selectivo en frecuencia, para buscar una aplicación eficiente del método de los símbolos de doble longitud en sistemas inalámbricos reales. Dado que nuestro enfoque se basa en unir dos secuencias por medio del cálculo de una única IDFT, no es útil la técnica de inserción de un CP a cada secuencia de un estado determinado del canal (esto es, un CP para  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1}$  y otro para  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2}$ ) pues se alteraría la continuidad lograda con  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'}$ . Alternativamente, el CP puede ser insertado delante de  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1}$ , como en

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1,\text{CP}} = (\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1}, s_{i,0}^{\mathcal{K}',1}, \dots, s_{i,v(K+1)-1}^{\mathcal{K}',1})^T, \quad (4.10)$$

mientras que un *sufijo cíclico* (CS, *cyclic suffix*) puede ser anexado a  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2}$  de la forma

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2,\text{CS}} = (s_{i,(1-v)(K+1)}^{\mathcal{K}',2}, \dots, s_{i,K}^{\mathcal{K}',2}, \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2})^T, \quad (4.11)$$

No obstante, una composición mejorada para la señal de salida se puede plantear.

<sup>1</sup> Esto bajo el principio de no afectar el ancho de banda de la comunicación ni la tasa de muestreo.

## 4.2 Composición de la Señal Sobremuestreada

Tomando en cuenta la señal de salida del transmisor, notar que las extensiones de prefijo y sufijo en (4.10) y (4.11) no son extensiones cíclicas si se considera una IDFT con doble longitud. Esto significa que los puntos de union entre el símbolo de doble longitud y las fracciones de prefijo y sufijo podrían exhibir discontinuidades si las extensiones se toman desde la señal en (4.7). Por esto, podemos concluir que aunque la continuidad se alcanza en la parte central de  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'}$ , aún pueden aparecer discontinuidades no sólo entre sucesivos símbolos OFDM de doble longitud, sino también en los puntos de concatenación que definen las extensiones de sufijo y prefijo según (4.10) y (4.11).

Para salvar esta dificultad, se comienza por considerar  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1,\text{CP}}$  y  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2,\text{CS}}$  como resultados de cálculos independientes de la IDFT, cada uno con longitud simple. Entonces se encontraron útiles las siguientes igualdades:

$$\begin{cases} \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1} = \frac{1}{2(K+1)} \mathbf{F}^H (\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} + \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi}) \\ \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2} = \frac{1}{2(K+1)} \mathbf{F}^H (\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} - \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi}) \end{cases}, \quad (4.12)$$

donde

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} = (u_{i,0}^{\mathcal{K}'}, u_{i,2}^{\mathcal{K}'}, \dots, u_{i,2K}^{\mathcal{K}'})^T \\ \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}} = (u_{i,1}^{\mathcal{K}'}, u_{i,3}^{\mathcal{K}'}, \dots, u_{i,2K+1}^{\mathcal{K}'})^T \end{cases}, \quad (4.13)$$

y se establece

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi} = \frac{1}{K+1} \mathbf{F} \Psi^H \mathbf{F}^H \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}}, \quad (4.14)$$

dada  $\mathbf{F} = \{F_{q,k}\}$  la matriz DFT definida mediante

$$F_{q,k} = \exp\left(-\frac{j2\pi qk}{K+1}\right) \quad \text{para } q, k = 0, \dots, K; \quad (4.15)$$

al tiempo que se define

$$\Psi = \text{diag}\left(e^{-j\frac{\pi}{(K+1)}0}, e^{-j\frac{\pi}{(K+1)}1}, \dots, e^{-j\frac{\pi}{(K+1)}K}\right), \quad (4.16)$$

una matriz diagonal de dimensión  $(K+1) \times (K+1)$ . Para simplificar la notación, se introducen a continuación los siguientes vectores:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',+} = \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} + \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi} \\ \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',-} = \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} - \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi} \end{cases} \quad (4.17)$$

Luego, un cálculo computacionalmente eficiente se puede realizar por medio de

$$\begin{cases} \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1} = \frac{1}{2} \text{IFFT}\left(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',+}, K+1\right) \\ \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2} = \frac{1}{2} \text{IFFT}\left(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',-}, K+1\right) \end{cases} \quad (4.18)$$

y

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi} = \text{FFT}\left(\Psi^H \cdot \text{IFFT}\left(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}}, K+1\right), K+1\right). \quad (4.19)$$

Adicionalmente, dos vectores con ZP son dados:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}',+} = \left( u_{i,0}^{\mathcal{K}',+}, \dots, u_{i,K/2}^{2\mathcal{K},+}, \right. \\ \quad \mathbf{0}_{1 \times K(\eta-1)}, \\ \quad \left. u_{i,K/2+1}^{\mathcal{K}',+}, \dots, u_{i,K}^{\mathcal{K}',+} \right)^T \\ \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}',-} = \left( u_{i,0}^{\mathcal{K}',-}, \dots, u_{i,K/2}^{\mathcal{K}',-}, \right. \\ \quad \mathbf{0}_{1 \times K(\eta-1)}, \\ \quad \left. u_{i,K/2+1}^{\mathcal{K}',-}, \dots, u_{i,K}^{\mathcal{K}',-} \right)^T \end{array} \right. . \quad (4.20)$$

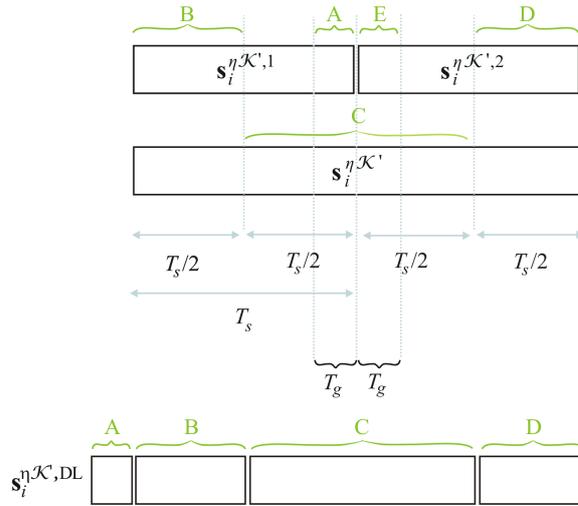
A partir de ellos podemos obtener versiones interpoladas de  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',2}$  que se denominan  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2}$ , respectivamente. Estas representan una señal con continuidad circular en sus periodos equivalentes de longitud simple, de acuerdo con

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1} = \frac{\eta}{2} \text{IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}',+}, \eta(K+1) \right) \\ \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2} = \frac{\eta}{2} \text{IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}',-}, \eta(K+1) \right) \end{array} \right. . \quad (4.21)$$

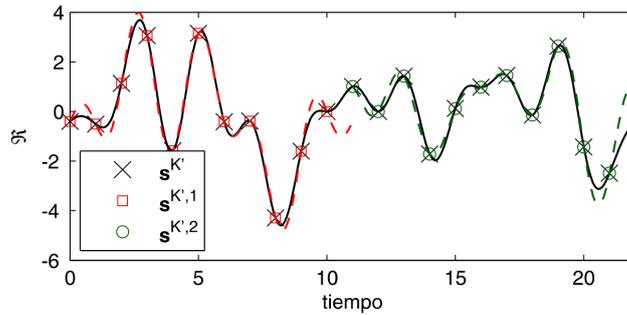
Finalmente es posible obtener una señal de salida de tiempo discreto, que representa una señal de tiempo continuo con propiedades de continuidad mejoradas. Esta señal se representa por medio de la composición

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',\text{DL}} &= (s_{i,(1-v)(K+1)\eta}^{\eta\mathcal{K}',2}, s_{i,(1-v)(K+1)\eta+1}^{\eta\mathcal{K}',2}, \dots, s_{i,(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}',2}, \\ & s_{i,0}^{\eta\mathcal{K}',2}, s_{i,1}^{\eta\mathcal{K}',2}, \dots, s_{i,(K/2)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}',2}, \\ & s_{i,(K/2)\eta}^{\eta\mathcal{K}',1}, s_{i,(K/2)\eta+1}^{\eta\mathcal{K}',1}, \dots, s_{i,3/2(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}',1}, \\ & s_{i,1/2K\eta}^{\eta\mathcal{K}',1}, s_{i,1/2K\eta+1}^{\eta\mathcal{K}',1}, \dots, s_{i,(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}',1}, \\ & s_{i,0}^{\eta\mathcal{K}',1}, s_{i,1}^{\eta\mathcal{K}',1}, \dots, s_{i,v(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}',1})^T \end{aligned} \quad (4.22)$$

definida en términos de valores pares en  $i$ . El acrónimo en el superíndice hace referencia a la denominación de *símbolo OFDM de doble longitud*. La selección de cada fracción de los vectores  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$ ,  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2}$  se presenta en la Fig. 4.4 de una forma gráfica. Por su parte, en la Fig. 4.5, se grafica  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'}$ ; se incluye también su señal equivalente de tiempo continuo, la cual se identifica por una línea continua. Según es esperable, un comportamiento continuo se puede observar en la parte central de la señal. Además, tanto  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  como  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2}$  se agregan a la Fig. 4.5 para mostrar su equivalencia con las fracciones correspondientes de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$ . Los resultados en (4.21) se presentan también por medio de la continuidad observada sobre los periodos de longitud simple de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2}$ , cuyas señales equivalentes de tiempo continuo son indicadas mediante líneas discontinuas.



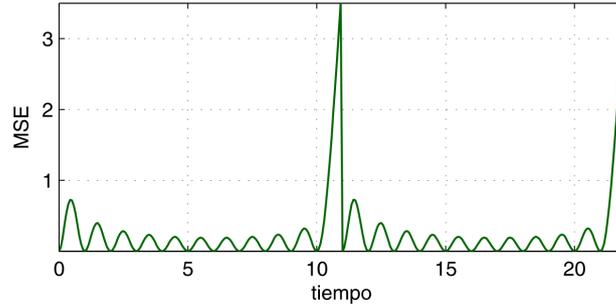
**Fig. 4.4.** Selección de fracciones de  $s_i^{\eta\mathcal{K}'}$ ,  $s_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $s_i^{\eta\mathcal{K}',2}$  para conformar el símbolo OFDM de doble longitud en el dominio del tiempo.



**Fig. 4.5.** Correspondencia entre los vectores de longitud simple y longitud doble. Se muestran también las señales de tiempo continuo con su continuidad circular sobre los periodo de longitud simple y doble.

El vector que contiene la diferencia entre  $s_i^{\eta\mathcal{K}'}$  y  $(s_i^{\eta\mathcal{K}',1}, s_i^{\eta\mathcal{K}',2})^T$  se denomina *diferencia de interpolación* [P03]; el mismo se toma para una simulación que abarca  $i = 0, 1, \dots, 9$  y sus valores de media cuadrática (es decir el MSE) se encuentran plasmados en la Fig. 4.6. En ella se puede observar que la diferencia de interpolación muestra un incremento en los intervalos que definen las sucesivas muestras de mínima tasa (esto es, las muestras que se obtienen al fijar  $\eta = 1$ ). Además, se puede ver que los valores correspondientes a los instantes de tiempo cercanos al primer y tercer cuarto del periodo de doble longitud presentan la menor diferencia de interpolación. Basados en esta consideración es que se ha propuesto (4.22). El vector  $s_i^{\eta\mathcal{K}',DL}$  reemplaza el primero y el último cuarto de  $s_i^{\eta\mathcal{K}'}$  por las correspondientes fracciones de  $s_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $s_i^{\eta\mathcal{K}',2}$ . Un aspecto importante es que los puntos de unión en la concatenación de las fracciones seleccionadas de  $s_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $s_i^{\eta\mathcal{K}',2}$ , con la fracción tomada de  $s_i^{\eta\mathcal{K}'}$ , no presentan continuidad estrictamente; sin embargo, resultados de simulación muestran que esta concatenación no introduce una

discontinuidad significativa si  $K$  es suficientemente grande. La Fig. 4.5 muestra también que ambas interpolaciones son aproximadamente iguales en esta región. Observamos así que las extensiones de prefijo y sufijo sólo pueden ser extraídas de las señales de longitud simple, pues de otro modo una discontinuidad se introduce con alta probabilidad de acuerdo con el caso que se muestra en la Fig. 4.5. Con esta composición, la continuidad lograda en la parte central del periodo de doble longitud se mantiene.



**Fig. 4.6.** Evaluación de la diferencia de interpolación para la composición de la señal de doble longitud a partir de la concatenación de las secuencias de longitud simple. Para aumentar su visibilidad, los fenómenos observados se muestran para una configuración con una baja cantidad de subportadoras (i.e.  $K = 10$ ).

### 4.3 Precodificación Espectral

En esta sección se considera la implementación de una transmisión basada en símbolos de doble longitud, en la que además se incluye precodificación espectral. El objetivo es analizar de manera efectiva el desempeño de los sistemas con símbolos de doble longitud cuando se utiliza este recurso como complemento de otros métodos de optimización. En particular, se toman como referencia los resultados previamente publicados en [P04] y [vdBB09a].

Se considera la concatenación de dos símbolos OFDM de doble longitud, donde se espera que las discontinuidades aparezcan frecuentemente (introduciendo alta emisión de energía fuera de banda). Entonces se advierte que si, de una forma similar a (3.1), se establece la condición

$$\left. \frac{d^n}{dt^n} s_i(t) \right|_{t=-T_g} = \left. \frac{d^n}{dt^n} s_{i+1}(t) \right|_{t=T_g}, \quad (4.23)$$

para  $i$  par, se tiene que la señal de salida  $s_i(t)$  y sus  $N$  primeras derivadas son continuas en el punto de concatenación de los sucesivos símbolos OFDM de doble longitud. De acuerdo con el procedimiento indicado en [vdBB09a], una transformación *no inyectiva* (pero que permite una decodificación aceptable) se puede establecer si se define  $\boldsymbol{\rho}' = \{\rho'_q\}$ , un vector fila con entradas

$$\boldsymbol{\rho}' = (0, \dots, K); \quad (4.24)$$

y una matriz

$$\mathbf{A} = \left( \boldsymbol{\rho}'^0, \boldsymbol{\rho}'^1, \dots, \boldsymbol{\rho}'^N \right)^T, \quad (4.25)$$

con dimensión  $(N+1) \times (K+1)$ , donde los superíndices  $\{0, 1, \dots, N\}$  indican la operación potencia aplicada a cada elemento de manera individual. Luego, una vez definidos los dos ángulos  $\phi_1 = 2\pi(1-\nu)$  y  $\phi_2 = 2\pi\nu$ , se pueden establecer las matrices diagonales

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi}_1 = \text{diag}(e^{j\phi_1\rho_0}, e^{j\phi_1\rho_1}, \dots, e^{j\phi_1\rho_K}) \\ \boldsymbol{\Phi}_2 = \text{diag}(e^{j\phi_2\rho_0}, e^{j\phi_2\rho_1}, \dots, e^{j\phi_2\rho_K}) \end{cases}, \quad (4.26)$$

con dimensión  $(K+1) \times (K+1)$ . Para completar la definición, se propone un nuevo desarrollo matricial que permite considerar la correlación determinística que se introduce por el procesamiento para símbolos de doble longitud. Se definen las matrices

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \text{CSH}(\mathbf{I}_{K+1}, -K/2) & \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} \\ \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} & \text{CSH}(\mathbf{I}_{K+1}, -K/2) \end{pmatrix}, \quad (4.27)$$

$$\mathbf{C}' = \text{CSH}(\mathbf{I}_{2(K+1)}, -(K+1)), \quad (4.28)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K+1} & \mathbf{I}_{K+1} \\ \mathbf{I}_{K+1} & -\mathbf{I}_{K+1} \end{pmatrix}, \quad (4.29)$$

$$\mathbf{D}' = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{K+1} & \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} \\ \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} & \mathbf{F}\boldsymbol{\Psi}_{\frac{1}{K+1}}\mathbf{F}^H \end{pmatrix}, \quad (4.30)$$

la matriz de entrelazado por columnas

$$\mathbf{E} = \{E_{q,k}\} = \begin{cases} (\mathbf{I}_{K+1}, \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)})^T \\ \text{para } q = 0, 1, \dots, 2K+1 \text{ y } k = 0, 2, \dots, 2K \\ (\mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)}, \mathbf{I}_{K+1})^T \\ \text{para } q = 0, 1, \dots, 2K+1 \text{ y } k = 1, 3, \dots, 2K+1 \end{cases}. \quad (4.31)$$

y es finalmente posible establecer la condición en (4.23) por medio de la matriz de restricciones

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} \\ \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} & \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{D}' \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{C}' \quad (4.32)$$

y la expresión

$$\mathbf{B} \cdot \bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{0}_{2(N+1) \times 1}. \quad (4.33)$$

Esta igualdad se cumple para símbolos OFDM ligeramente distorsionados en el dominio de la frecuencia. Sea  $\mathbf{w}_i$  con dimensión  $2(K+1)$  la distorsión que se introduce; entonces, es posible establecer

$$\bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'} + \mathbf{w}_i \quad (4.34)$$

(c.f. (3.7)) En este caso, la matriz de precodificación se puede obtener por medio de

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{2(K+1)} - \mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H)^{-1}\mathbf{B}, \quad (4.35)$$

para proyectar el vector sin distorsión  $\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}$  sobre el espacio nulo de  $\mathbf{B}$ ; es decir,  $\{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{2(K+1)} | \mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{0}_{2(N+1) \times 1}\}$ , produciendo el vector distorsionado

$$\bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{G}\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}. \quad (4.36)$$

La interpretación geométrica de estas relaciones es similar a la que se muestra en la Fig. 3.7.

### 4.3.1 Condiciones adicionales para altos órdenes de continuidad

El análisis en la Sección 4.2 considera los puntos de unión en la concatenación entre  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}',2}$  con  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  e indica que, dada la similitud de ambas interpolaciones en la región cercana a  $t = \frac{1}{2}T_s$  y  $t = \frac{3}{2}T_s$ , las discontinuidades encontradas no presentan una gran magnitud. No obstante, se puede observar que este comportamiento necesita ser efectivamente controlado en el precodificador si se desea alcanzar una formación espectral con valores de continuidad de alto orden (*i.e.*,  $N > 0$ ).

Debido a la mencionada similitud, una especificación similar a (4.23) para  $t = \frac{1}{2}T_s$  y  $t = \frac{3}{2}T_s$  puede prescindir de la especificación para  $n = 0$ , gracias a que se puede aprovechar (4.8). Luego, una simplificación adicional se puede alcanzar, dado que se ha encontrado que, independientemente del valor en  $N$ , una especificación dada para  $n = 1$  es suficiente (en lugar de una definición para  $n = 1, \dots, N$ ). Esto beneficia al sistema por medio de una menor distorsión en los símbolos en el dominio de la frecuencia, y una menor complejidad en el cálculo del precodificador<sup>2</sup>.

Con todo esto, es posible establecer matrices de restricciones adicionales como en

$$\begin{cases} \mathbf{B}' = \boldsymbol{\rho}'\boldsymbol{\Phi}_3\mathbf{C}''\mathbf{D}\mathbf{D}'\mathbf{E}\mathbf{C}' \\ \mathbf{B}'' = \boldsymbol{\rho}''\boldsymbol{\Phi}_4 \end{cases}, \quad (4.37)$$

dados  $\boldsymbol{\rho}'' = \{\rho_q''\}$  un vector fila con entradas

$$\boldsymbol{\rho}'' = (0, \dots, 2K + 1); \quad (4.38)$$

la matriz

$$\mathbf{C}'' = \text{CSH}(\mathbf{I}_{K+1}, -K/2); \quad (4.39)$$

y dos matrices diagonales

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi}_3 = \text{diag}(e^{j\phi_3\rho_0}, e^{j\phi_3\rho_1}, \dots, e^{j\phi_3\rho_K}) \\ \boldsymbol{\Phi}_4 = \text{diag}(e^{j\phi_4\rho_0}, e^{j\phi_4\rho_1}, \dots, e^{j\phi_4\rho_{2K}}) \end{cases} \quad (4.40)$$

<sup>2</sup> Por su parte, vale destacar que se prevé que la última operación se puede practicar fuera de línea (*offline*).

con dimensión  $(K+1) \times (K+1)$  y  $2(K+1) \times 2(K+1)$ , respectivamente. Asimismo, se establece  $\phi_3 = 2\pi \frac{K/2}{K+1}$  y  $\phi_4 = 2\pi \frac{K/4}{K+1}$ . Luego el precodificador se puede obtener de

$$\bar{\mathbf{B}} = (\mathbf{B}, \mathbf{B}', \mathbf{B}'')^T \quad (4.41)$$

como

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{2(K+1)} - \bar{\mathbf{B}}^H (\bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^H)^{-1} \bar{\mathbf{B}}. \quad (4.42)$$

#### 4.4 Análisis de la distorsión

La métrica denominada *magnitud del vector de error* (EVM, *error-vector magnitude*) se toma en cuenta para analizar la distorsión en los símbolos OFDM en el dominio de la frecuencia. De acuerdo con [LTE12] y [vdBB09a], se utiliza la siguiente definición,

$$\text{EVM} = \sqrt{\frac{E \left\{ \|\bar{\mathbf{d}}_i^{K'} - \mathbf{d}_i^{K'}\|^2 \right\}}{E \left\{ \|\mathbf{d}_i^{K'}\|^2 \right\}}}. \quad (4.43)$$

De esta manera, el precodificador en (4.35) presenta un valor

$$\text{EVM}_{(N=0)} = \sqrt{\frac{N+1}{K+1}}, \quad (4.44)$$

que se obtiene de un análisis estadístico de los símbolos similar al dado en [vdBB09a]. Este resultado demuestra una distorsión sustancialmente menor a la provocada por la precodificación en [vdBB09a], dado que la cantidad de restricciones incluidas en el precodificador se ha reducido a la mitad<sup>3</sup>. Este beneficio permite la utilización de mayores órdenes de modulación en las subportadoras<sup>4</sup>.

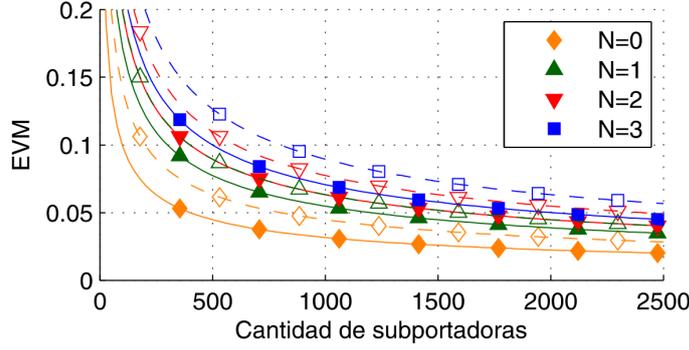
Por su parte, para las dos nuevas restricciones que se indican en (4.42), la distorsión produce el valor

$$\text{EVM}_{(N>0)} = \sqrt{\frac{N+2}{K+1}}, \quad (4.45)$$

el cual indica un ligero incremento con respecto a (4.44); sin embargo, el mismo aún logra una magnitud significativamente menor a la reportada en [vdBB09a]. Estos resultados se resumen en la Fig. 4.7.

<sup>3</sup> Es interesante mencionar que la cantidad de restricciones utilizadas en el sistema con símbolos de doble longitud puede interpretarse como equivalente a la cantidad de restricciones en [vdBB09b]. No obstante, en [vdBB09b] se introduce una relación entre cada par de símbolos OFDM contiguos en el tiempo (independientemente de que  $i$  sea par, o no) de una forma tal que el receptor requerido es altamente complejo y se implementa iterativamente.

<sup>4</sup> Con respecto a  $M$ , el orden del modulador complejo, por ejemplo  $M$ -QAM,  $M$ -PSK, etc.



**Fig. 4.7.** Magnitud del vector de error para varios órdenes de continuidad. Las líneas continuas con marcadores rellenos indican la distorsión obtenida utilizando símbolos con doble longitud, mientras que las líneas discontinuas con marcadores sin relleno muestran el desempeño para la precodificación aplicada sobre símbolos de simple longitud (longitud convencional).

## 4.5 Modelo de Canal y Especificación del Receptor

Para considerar la operación del receptor, se define la señal sin sobremuestreo mediante la expresión

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL}} = (s_{i,0}^{\eta \mathcal{K}', \text{DL}}, s_{i,\eta-1}^{\eta \mathcal{K}', \text{DL}}, \dots, s_{i,2(1+v)(K+1)\eta-\eta}^{\eta \mathcal{K}', \text{DL}})^T \quad (4.46)$$

(c.f. (4.22)). Luego, esta se puede dividir en dos secuencias de igual largo

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL}} = (\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},1}, \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},2})^T. \quad (4.47)$$

En este punto se tiene en cuenta que  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},2}$  se reducen a (4.12) mediante eliminación del CP y el CS. Sin embargo, si solamente se aplica extracción de CP en ambas secuencias, se observa que  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},1}$  se transforma en  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}',1}$  (ver (4.12)), mientras que  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},2}$  deriva en

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \Upsilon} = \frac{1}{2(K+1)} \mathbf{F}^H(\Upsilon^{-1} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}', -}), \quad (4.48)$$

donde

$$\Upsilon = \text{diag}(e^{-j2\pi v0}, e^{-j2\pi v1}, \dots, e^{-j2\pi vK}). \quad (4.49)$$

A partir de esto, cuando el canal se modela como un filtro de tipo *respuesta finita al impulso* (FIR, *finite impulse-response*), la señal que se recibe viene dada por

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i^{\text{DL}} = \mathbf{h}_i * \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},1} + \mathbf{n}_i \\ \mathbf{r}_{i+1}^{\text{DL}} = \mathbf{h}_{i+1} * \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}', \text{DL},2} + \mathbf{n}_{i+1} \end{cases} \quad (4.50)$$

para  $i$  par, donde los coeficientes del canal para cada estado se introducen en los  $v(K+1)+1$  elementos de los vectores  $\mathbf{h}_i$  y  $\mathbf{h}_{i+1}$ . Esta representación constituye un modelo cuasi-estacionario (*block fading*). Por su parte,  $(1+v)(K+1)$  elementos se encuentran en el resto de los vectores. La contribución AWGN que considera este trabajo

se representa mediante los vectores  $\mathbf{n}_i$  y  $\mathbf{n}_{i+1}$ . Analizando cada subportadora individualmente y considerando que sólo se aplica extracción de CP en el receptor, los vectores recibidos en el dominio de la frecuencia se pueden escribir como

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',+} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_i \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',+} + \mathbf{n}_i^\omega \\ \tilde{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',-} = \frac{1}{2} \mathbf{H}_{i+1} \boldsymbol{\Upsilon}^{-1} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',-} + \mathbf{n}_{i+1}^\omega \end{cases} \quad (4.51)$$

para  $i$  par, donde  $\mathbf{H}_i$  y  $\mathbf{H}_{i+1}$  son matrices diagonales con dimensión  $(K+1) \times (K+1)$  que contienen la respuesta del canal en el dominio de la frecuencia, mientras que  $\mathbf{n}_i^\omega$  y  $\mathbf{n}_{i+1}^\omega$  representan el ruido en el dominio de la frecuencia según el desarrollo dado en (2.34). En este contexto, se resuelve que una estimación de canal convencional en el dominio de la frecuencia es posible.

Si se supone que se aplica extracción del CP sobre  $\mathbf{r}_i^{\text{DL}}$  y  $\mathbf{r}_{i+1}^{\text{DL}}$  en un receptor convencional, luego los vectores que se obtienen se denominan  $\mathbf{r}_i$  y  $\mathbf{r}_{i+1}$  para  $i$  par. Entonces, en forma posterior al procesamiento de la FFT y la ecualización, se tiene

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',+} = (\mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{F} \mathbf{r}_i \approx \frac{1}{2} (\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} + \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi}) \\ \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',-} = \boldsymbol{\Upsilon} (\mathbf{H}_{i+1})^{-1} \mathbf{F} \mathbf{r}_{i+1} \approx \frac{1}{2} (\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} - \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\Psi}) \end{cases} \quad (4.52)$$

Notar que la aproximación del lado derecho de las ecuaciones es válida cuando el ruido presenta niveles despreciables. Luego, partir de aquellos vectores es posible calcular

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} = \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',+} + \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',-} \\ \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',\Psi} = \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',+} - \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',-} \end{cases} \quad (4.53)$$

donde  $\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',\text{even}}$  se puede utilizar para practicar una estimación de ML de  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}}$  tratando cada subportadora de manera independiente. A su vez,  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}}$  se puede también estimar tratando cada subportadora independientemente, por medio de un detector ML aplicado sobre el vector

$$\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}} = \frac{1}{K+1} \mathbf{F} \boldsymbol{\Psi} \mathbf{F}^H \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K}',\Psi}. \quad (4.54)$$

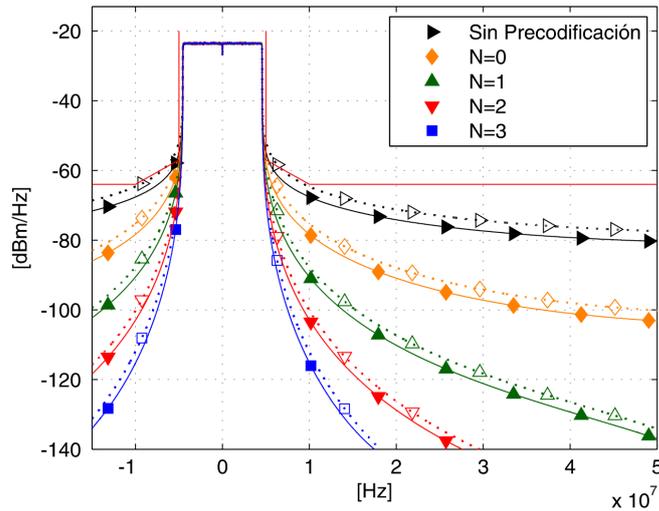
Notar que en (4.54) se plantea la transformación recíproca a la que se muestra en (4.14), la cual se puede implementar también por medio de la FFT. Para concluir,  $\mathbf{d}_i$  y  $\mathbf{d}_{i+1}$  se pueden estimar por medio de un ordenamiento conjunto de  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}}$  y  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}}$  para  $i$  par. Este ordenamiento implica aplicar las operaciones recíprocas a (4.4) y (4.3).

## 4.6 Resultados y Discusión

Se realizaron simulaciones numéricas para un sistema OFDM con  $K = 600$  subportadoras y modulación 16-QAM de acuerdo a un esquema de asignación de subportadoras balanceado, tal como el mostrado en (2.10). La potencia de transmisión total se fijó en 46 [dBm] y fue distribuida uniformemente entre todas las subportadoras. La señal fue generada de acuerdo a una temporización definida por  $T_s = \frac{1}{15}$  [ms] y  $T_g = \frac{9}{128} T_s$ . Estos parámetros se seleccionaron de acuerdo a las especificaciones de un sistema OFDM

convencional, dado en 3GPP UTRA/LTE [LTE12]. Su desempeño se comparó con el método equivalente de doble longitud propuesto.

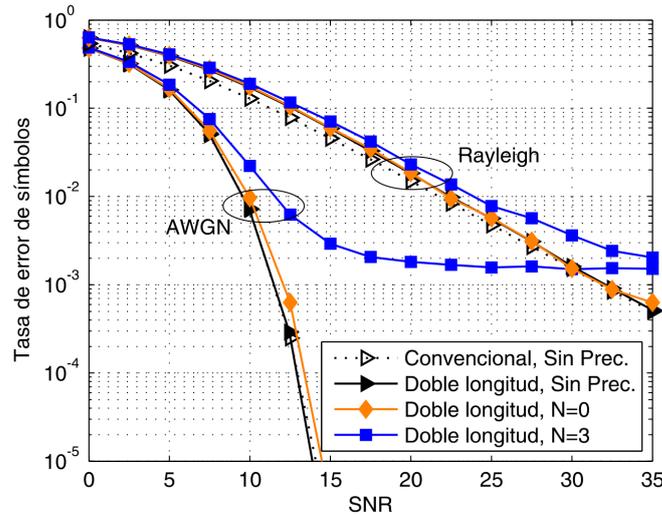
Los espectros de potencia se estimaron por el método de los periodogramas promediados de Welch, con una ventana Hanning de 8192 muestras y una superposición de 1024 muestras, para un tiempo de observación de 1 [s]. Los resultados son dados en la Fig. 4.8, donde se observa una brecha constante en la emisión de potencia fuera de banda cercana a los 3 [dB]. Se destaca que esto se cumple tanto para el caso en que no se aplica precodificación espectral, como para los casos analizados con  $N = \{0, 1, 2, 3\}$ . Se observa que a 5 [MHz] de la frecuencia central, la máscara impone restricciones que con una transmisión convencional se obtienen por medio de una precodificación de orden  $N = 2$ , según el enfoque dado en [vdBB09a]. El método aquí propuesto, por su parte, alcanza el requerimiento con  $N = 1$ . Gracias a esto, se consigue una menor distorsión en cada subportadora. El índice  $N = 1$  implica una menor EVM en esta propuesta si se compara con [vdBB09a], según se puede ver en la Fig. 4.7 para el número de subportadoras analizado (*i.e.*,  $K = 600$ ).



**Fig. 4.8.** Densidad espectral de potencia para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple y para una transmisión con símbolos de longitud doble. La emisión de potencia fuera de banda se reduce de acuerdo a una brecha que mantiene un nivel constante fuera de la banda asignada.

De la misma manera, la *tasa de error de símbolos* (SER, *symbol error rate*) se considera también en esta evaluación. Un canal AWGN se tiene en cuenta, suponiendo que tanto  $\mathbf{n}_i$  como  $\mathbf{n}_{i+1}$  para  $i$  par son vectores de ruido Gaussiano de valores complejos y media cero, con matriz de covarianza  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{K+1}$  y respuesta en frecuencia dada por  $\mathbf{H}_i = \mathbf{I}_{K+1}$ . Asimismo, un canal con desvanecimiento selectivo en frecuencia se representó por medio de una matriz diagonal  $\mathbf{H}_i$  de valores complejos que corresponde al vector  $\mathbf{h}_i$  con  $v(K+1) + 1$  elementos (esto es, un vector estocástico con elementos Gaussianos complejos de media cero y varianza unitaria). Para el caso en que no se aplica preco-

dificación espectral, la Fig. 4.9 muestra un rendimiento equivalente en canales AWGN para los dos esquemas, el convencional y el de doble longitud. En el caso de canales con desvanecimiento, una ligera penalización se puede observar en condiciones de baja relación señal a ruido (SNR, *signal-to-noise ratio*). Sin embargo, es posible ver que este efecto (no deseado) desaparece gradualmente a medida que la SNR en el sistema se incrementa. La precodificación induce errores en la detección, originados por la utilización de un receptor que no realiza una transformación inversa con respecto a la precodificación  $\mathbf{G}$ , tal como se requiere para simplificar la estructura de los receptores. Sin embargo, esto provoca una penalización en SNR y la aparición de pisos de error que, no obstante,



**Fig. 4.9.** Tasa de error de símbolos para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple y para una transmisión con símbolos de longitud doble. Simulaciones numéricas muestran el comportamiento para canales AWGN y canales con desvanecimiento (*Rayleigh*).

se pueden evitar gracias al reducido orden de continuidad con que se pueden alcanzar los requerimientos de una máscara determinada, utilizando una configuración de doble longitud.

Notar que la complejidad del esquema propuesto se incrementa, en comparación con el esquema convencional de longitud simple. En el transmisor, la principal contribución a este crecimiento se debe al cálculo en (4.7) y (4.21). Por su parte, esta propuesta se apoya en el hecho de que mejora el desempeño espectral de un sistema OFDM por sí misma, sin requerir ancho de banda adicional. Este resultado es especialmente útil si se considera la zona del espectro cercano a los límites de la banda asignada a la comunicación OFDM pero exterior a ella, donde es difícil obtener un buen desempeño mediante un filtro convencional. Sin embargo, una ventaja adicional es que se puede emplear como complemento para mejorar otras estrategias de reducción de potencia fuera de banda disponibles en la literatura. Esto es debido al mayor número de grados

de libertad que se incorporan. Además, este método propone un nuevo enfoque a la transmisión de símbolos OFDM a través de canales variantes en el tiempo.

## 4.7 Conclusiones

Este capítulo plantea la utilización de una IFFT de doble longitud como un recurso válido para obtener una señal continua en ciertos puntos de concatenación entre símbolos, que representan un inconveniente característico en las transmisiones OFDM. Es interesante la forma en que se ha abordado el tema de la inclusión de fracciones de extensión en el símbolo obtenido en el dominio del tiempo. Estas permiten un tratamiento mediante el método del prefijo cíclico a la distorsión temporal que presentan los canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia.

Entre los pasos pendientes hasta este punto se cita el estudio de un método que produzca una señal de salida compatible con el procesamiento de decodificación de un receptor convencional. Por su parte, se puede esperar que la duplicación en la cantidad de puntos que se tratan mediante la IFFT afecte la PAPR del sistema. Todo esto motiva el desarrollo de otros modelos de correlación basados en la idea original de este capítulo.

---

## Método de Fusión de Símbolos en OFDM

Este método constituye una versión más desarrollada con respecto a la alternativa en el Capítulo 4. El resultado de este refinamiento se ve en un mejor desempeño con respecto a la *relación de potencia pico a potencia promedio* (PAPR, *peak-to-average power ratio*) y a la complejidad en el sistema. Además se obtiene un comportamiento interesante en cuanto al funcionamiento en canales variantes en el tiempo, con dispersión en frecuencia [P02].

### 5.1 Segundo Método de Correlación de Símbolos

Una vez más partimos desde la definición de que el transmisor se alimenta mediante un flujo de de información binaria (en inglés, *bitstream*), según el esquema en la Fig. 2.3. Esta secuencia de bits es mapeada mediante un modulador complejo convencional (*e.g.*, *M-QAM*, *M-PSK*, *etc.*) y su salida es recogida mediante un bloque convertidor *serie a paralelo* en un vector con  $K$  elementos para conformar el  $i$ -ésimo símbolo OFDM en el dominio de la frecuencia,  $\mathbf{d}_i$ . El símbolo OFDM en el dominio del tiempo se obtiene de  $\mathbf{s}_i = \text{IFFT}(\mathbf{d}_i, K)$ . En resumen, el modelo de sistema inicial se mantiene de acuerdo a las especificaciones en la Sección 2.2.

No obstante, en el esquema de fusión de símbolos dado en [P02],  $\mathbf{d}_i$  y  $\mathbf{d}_{i+1}$  se correlacionan para  $i$  par. Al igual que en el caso presentado en el Capítulo 4, un costo a pagar por esta correlación es cierta latencia que se asume que no es crítica. Teniendo en cuenta un transmisor con un esquema de asignación de subportadoras  $\mathcal{K}$  tal como el dado en (2.10), se define

$$\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}} = (d_{i,0}, \dots, d_{i,K/2-1}, 0, d_{i,K/2}, \dots, d_{i,K-1})^T \quad (5.1)$$

de una forma similar a (2.12) y luego se plantea una correlación introducida de una forma determinística por medio de la relación

$$\begin{cases} \mathbf{d}_i^{\mathcal{K},+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}} + \mathbf{d}_{i+1}^{\mathcal{K}}) \\ \mathbf{d}_i^{\mathcal{K},-} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}} - \mathbf{d}_{i+1}^{\mathcal{K}}) \end{cases} \quad (5.2)$$

expresada para  $i$  par. Se definen también sus versiones con desplazamiento

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},+} = \text{CSH}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K},+}, \frac{K}{2}) \\ \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},-} = \text{CSH}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K},-}, \frac{K}{2}) \end{cases} \quad (5.3)$$

para atender a los sistemas OFDM con esquemas de asignación de subportadoras balanceados<sup>1</sup>. Luego, los símbolos OFDM en el dominio del tiempo se obtienen a partir de

$$\begin{cases} \mathbf{s}_i^{\mathcal{K}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K},+}, K+1) \\ \mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K},-}, K+1) \end{cases} \quad (5.4)$$

Esta operación representa una alternativa simplificada, con respecto a la que fue presentada en el Capítulo 4 (ver (4.18)). Además, este nuevo enfoque permite una operación del receptor que muestra pocas diferencias con la operación de un receptor convencional. No obstante, es importante tener en cuenta que las definiciones en (5.4) no son equivalentes a las que se hacen para un sistema OFDM convencional, según se describió en (2.16). Mientras tanto, en concordancia con los resultados previos, es posible comprobar que la concatenación de  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  con  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  se puede relacionar por medio del cálculo de una IFFT de doble longitud de la forma

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'} = (\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}, \mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}})^T = \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'}, 2(K+1)) \quad (5.5)$$

de una manera análoga a (4.8). Para sustentar esta igualdad se define

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}}, \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}})^T, \quad (5.6)$$

donde

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{even}} = \{u_{i,0}^{\mathcal{K}'}, u_{i,2}^{\mathcal{K}'}, \dots, u_{i,2K}^{\mathcal{K}'}\} = \text{CSH}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}, -\frac{K}{2}) \\ \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',\text{odd}} = \{u_{i,1}^{\mathcal{K}'}, u_{i,3}^{\mathcal{K}'}, \dots, u_{i,2K+1}^{\mathcal{K}'}\} = \text{CSH}(\mathbf{d}_{i+1}^{\mathcal{K},\Psi}, -\frac{K}{2}) \end{cases} \quad (5.7)$$

La correlación introducida en (5.2) se traslada al dominio de doble longitud en frecuencia por medio de la operación

$$\mathbf{d}_{i+1}^{\mathcal{K},\Psi} = \mathbf{F}\Psi \frac{1}{K+1} \mathbf{F}^H \mathbf{d}_{i+1}^{\mathcal{K}}, \quad (5.8)$$

utilizando la matriz  $\Psi$  definida previamente en (4.16), la matriz DFT de  $K+1$  puntos  $\mathbf{F}$  definida de una forma similar a (2.13), y una matriz de entrelazado por filas definida como

$$\mathbf{E} = \{E_{q,k}\} = \begin{cases} (\mathbf{I}_{K+1}, \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)}) \\ \text{para } q = 0, 2, \dots, 2K \text{ y } k = 0, \dots, 2K+1 \\ (\mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)}, \mathbf{I}_{K+1}) \\ \text{para } q = 1, 3, \dots, 2K+1 \text{ y } k = 0, \dots, 2K+1 \end{cases} \quad (5.9)$$

(*c.f.* (4.31), la matriz de entrelazado por columnas). Las secuencias con sobremuestreo que representan cada par de símbolos OFDM  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  están dadas por

<sup>1</sup> Se puede ver que la definición en (5.3) es diferente de la que se encuentra en (4.17).

$$\begin{cases} \mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K},+}, (K+1)\eta \right) \\ \mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K},-}, (K+1)\eta \right) \end{cases}, \quad (5.10)$$

para

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K},+} = \left( u_{i,0}^{\mathcal{K},+}, \dots, u_{i,K/2}^{\mathcal{K},+}, \right. \\ \quad \mathbf{0}_{1 \times (\eta-1)(K+1)}, \\ \quad \left. u_{i,K/2+1}^{\mathcal{K},+}, \dots, u_{i,K}^{\mathcal{K},+} \right)^T \\ \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K},-} = \left( u_{i,0}^{\mathcal{K},-}, \dots, u_{i,K/2}^{\mathcal{K},-}, \right. \\ \quad \mathbf{0}_{1 \times (\eta-1)(K+1)}, \\ \quad \left. u_{i,K/2+1}^{\mathcal{K},-}, \dots, u_{i,K}^{\mathcal{K},-} \right)^T \end{cases}. \quad (5.11)$$

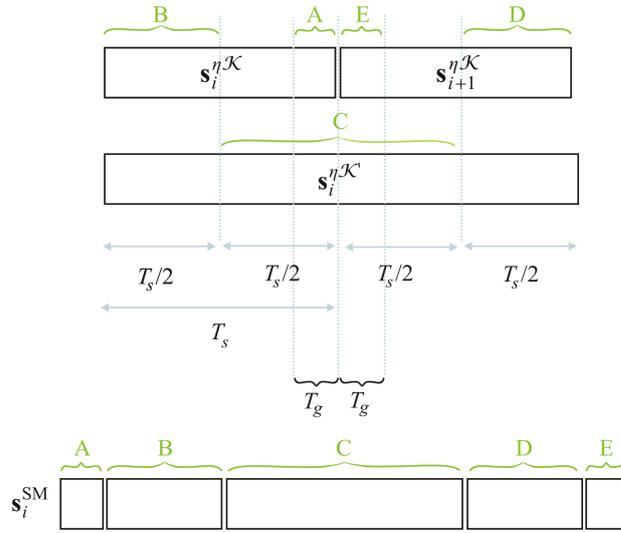
La representación interpolada del símbolo OFDM de doble longitud se define mediante

$$\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'} = \eta \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}'}, 2(K+1)\eta), \quad (5.12)$$

dado un vector con ZP  $\mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  obtenido desde  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'}$  como en (4.6). Con estos resultados, es posible obtener una señal de salida de tiempo discreto que respresenta una señal de tiempo continuo con propiedades de continuidad mejoradas por medio de la técnica de fusión de símbolos, a saber,

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_i^{\text{SM}} = & \left( s_{i+1,(1-\nu)(K+1)\eta}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i+1,(1-\nu)(K+1)\eta+1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i+1,(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}}, \right. \\ & s_{i+1,0}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i+1,1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i+1,1/2K\eta-1}^{\eta\mathcal{K}}, \\ & s_{i,1/2K\eta}^{\eta\mathcal{K}'}, s_{i,1/2K\eta+1}^{\eta\mathcal{K}'}, \dots, s_{i,3/2(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}'}, \\ & s_{i,1/2K\eta}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i,1/2K\eta+1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i,(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}}, \\ & \left. s_{i,0}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i,1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i,\nu(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}} \right)^T, \quad (5.13) \end{aligned}$$

la cual se ha definido en términos de valores pares para  $i$ . El acrónimo en el superíndice hace referencia a la denominación de *símbolo OFDM de doble longitud con fusión de símbolos*. Si consideramos un par de símbolos  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$ , se advierte que el instante de tiempo que corresponde a la concatenación de este par, es ahora representado por una secuencia de tiempo discreto que sigue una señal continua en este instante ya que proviene del símbolo de doble longitud  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$ . Esto está de acuerdo con una interpretación de la tercera fila de (5.13). Como consecuencia, la mitad de la cantidad de puntos de discontinuidad encontrados originalmente en una determinada transmisión OFDM se evitan en esta etapa, lo que a su vez posibilida una reducción en los niveles de potencia que son emitidos fuera de banda. En la Fig. 5.1 se muestra la composición de la señal de



**Fig. 5.1.** Selección de fracciones de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$ ,  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  para conformar el símbolo OFDM de doble longitud en el dominio del tiempo según el esquema de fusión de símbolos.

salida que se ha establecido en (5.13). Los vectores de partida se pueden comparar con los que se utilizan en el Capítulo 4, mostrados antes en la Fig. 4.4. Se debe tener en cuenta que cierta latencia ha sido agregada al sistema, dado que se requiere un procesamiento conjunto de dos símbolos OFDM antes de calcular la señal de salida. Sin embargo, este procedimiento no afecta el ancho de banda asignado para la comunicación (ni requiere un incremento en la frecuencia de muestreo del receptor).

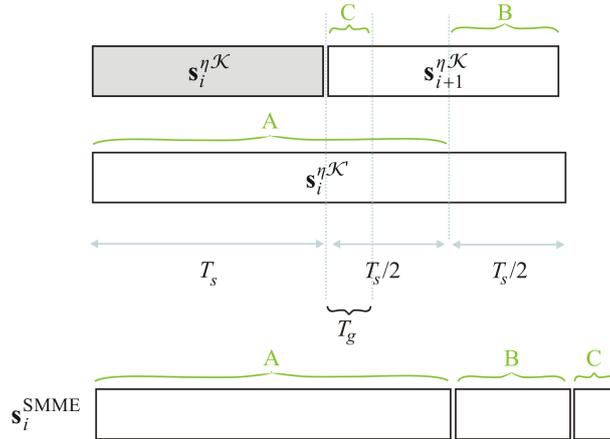
### 5.1.1 Extensión en los Símbolos

Para simplificar la estructura del receptor, un ecualizador de coeficiente único es deseable<sup>2</sup>. En este contexto, ciertas extensiones cíclicas se necesitan para facilitar el tratamiento de la dispersión temporal que introduce el canal por medio de una convolución circular. En la composición establecida para  $\mathbf{s}_i^{\text{SM}}$  en (5.13) podemos interpretar que ciertas extensiones cíclicas han sido agregadas de una forma tal que  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  se mantienen unidas para permitir la validez de (5.5). Entonces se puede interpretar que un CP se ha insertado antes de  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  para obtener  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K},\text{CP}}$ , mientras que un CS se ha agregado después de  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  para producir  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K},\text{CS}}$ .

Al mismo tiempo, si se considera la operación de un receptor convencional con una tasa de muestreo estándar en su *conversor analógico a digital* (ADC, *analog-to-digital converter*), se supone que una extracción de CP es realizada sobre la secuencia  $\mathbf{s}_i^{\text{SM}}$  tratándola como dos secuencias individuales (es decir, dos símbolos OFDM individuales). Una vez más,  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  se puede obtener de  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K},\text{CP}}$  mientras que  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K},\Upsilon}$  se deriva de  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K},\text{CS}}$ ,

$$\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K},\Upsilon} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{(K+1)} \mathbf{F}^H \mathbf{\Upsilon}^{-1} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},-}, \quad (5.14)$$

<sup>2</sup> Un coeficiente para cada subportadora.



**Fig. 5.2.** Selección de fracciones de  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta \mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_i^{\eta \mathcal{K}'}$  para conformar el símbolo OFDM de doble longitud en el dominio del tiempo según el esquema de fusión de símbolos con extensión multisímbolo.

donde la definición para  $\Upsilon$  dada en (4.49) se mantiene.

### 5.1.2 Extensión Multi-símbolo

Se mostró que la señal de tiempo discreto presentada sigue un patrón de extensión que es equivalente a la inserción de CP (ver (5.14)). A partir de este resultado, se considera ahora el caso donde una extensión única es agregada a un par de símbolos, con el objeto de incrementar la eficiencia del ancho de banda disponible.

Si solamente un CS se agrega a la secuencia, se genera una nueva secuencia con la denominada *extensión multisímbolo* (ME, *multisymbol extension*). La obtención de una señal de salida con fusión de símbolos y ME se expresa como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_i^{\text{SMME}} = & \left( s_{i+1, (1-\nu)(K+1)\eta}^{\eta \mathcal{K}}, s_{i+1, (1-\nu)(K+1)\eta+1}^{\eta \mathcal{K}}, \dots, s_{i+1, (K+1)\eta-1}^{\eta \mathcal{K}}, \right. \\ & s_{i+1, 0}^{\eta \mathcal{K}}, s_{i+1, 1}^{\eta \mathcal{K}}, \dots, s_{i+1, 1/2K\eta-1}^{\eta \mathcal{K}}, \\ & \left. s_{i, 1/2K\eta}^{\eta \mathcal{K}'}, s_{i, 1/2K\eta+1}^{\eta \mathcal{K}'}, \dots, s_{i, 2(K+1)\eta-1}^{\eta \mathcal{K}'} \right)^T. \end{aligned} \quad (5.15)$$

En la Fig. 5.2 se presenta el esquema de selección de las fracciones de cada vector interpolado para formar la señal  $\mathbf{s}_i^{\text{SMME}}$  en el dominio del tiempo.

La operación del receptor se estudia en secciones subsiguientes. Notar que el diagrama de bloques del transmisor en la Fig. 4.3(b) es válido para identificar el procesamiento de un transmisor con fusión de símbolos, ya sea que este aplique la técnica dada para ME o no. La latencia es también la misma en todos los casos: el que se presenta en el Capítulo 4, y el que se estudia en este capítulo.

## 5.2 Precodificación Espectral para Fusión de Símbolos

### 5.2.1 Restricciones para Continuidad de Mínimo Orden

Aunque la técnica de fusión de símbolos por sí misma permite propiedades de comportamiento espectral mejoradas en la señal de salida (con respecto a una transmisión OFDM convencional), en esta sección se presenta una técnica de precodificación espectral que puede ser complementariamente utilizada para obtener mejoras adicionales en el desempeño del sistema.

Teniendo en cuenta la expresión para  $\mathbf{s}_i^{\text{SM}}$  en (5.13), se resalta que la técnica de fusión de símbolos ya provee una señal de salida que evita la mitad de los puntos de discontinuidades (observados en la concatenación de una secuencia de símbolos OFDM convencional). No obstante, un comportamiento con mejores prestaciones se obtiene si se introduce una restricción equivalente a la indicada en (3.1) para alcanzar continuidad en la señal y sus primeras  $N$  derivadas en los puntos de unión que corresponden a las sucesivas secuencias  $\mathbf{s}_i^{\text{SM}}$  (para  $i = 0, 2, \dots$ ). Una vez más la parametrización exacta de los instantes de interés nos lleva a la ecuación

$$\left. \frac{d^n}{dt^n} s_i(t) \right|_{t=-T_g} = \left. \frac{d^n}{dt^n} s_{i-1}(t) \right|_{t=T_g}, \quad (5.16)$$

(c.f. (4.23)). No obstante, el desarrollo del precodificador es totalmente distinto debido a la diferente estructura en el símbolo OFDM de doble longitud que se trabaja en este capítulo. Teniendo como referencia el procedimiento introducido en [vdBB09a], se comienza por utilizar el vector fila  $\boldsymbol{\rho}$  en (2.14) para definir la matriz

$$\mathbf{A} = (\boldsymbol{\rho}^0, \boldsymbol{\rho}^1, \dots, \boldsymbol{\rho}^N)^{\text{T}}, \quad (5.17)$$

con dimensión  $(N+1) \times (K+1)$ , donde los superíndices  $\{0, 1, \dots, N\}$  en cada elemento indican la operación de potencia aplicada individualmente en cada elemento de cada vector. Para continuar, se definen dos matrices diagonales  $(K+1) \times (K+1)$  como

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi}_1 = \text{diag}(e^{j\phi_1\rho_0}, e^{j\phi_1\rho_1}, \dots, e^{j\phi_1\rho_K}) \\ \boldsymbol{\Phi}_2 = \text{diag}(e^{j\phi_2\rho_0}, e^{j\phi_2\rho_1}, \dots, e^{j\phi_2\rho_K}) \end{cases}, \quad (5.18)$$

para  $\phi_1 = 2\pi(1-\nu)$  y  $\phi_2 = 2\pi\nu$  como en (4.26). Luego, el vector

$$\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'} = (\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}, \mathbf{d}_{i+1}^{\mathcal{K}})^{\text{T}} \quad (5.19)$$

se redefine de una forma diferente a (4.3) tal que contiene los dos símbolos OFDM que son fusionados en el dominio de la frecuencia. Consecuentemente, si se hace uso de la matriz  $\mathbf{D}$  definida en (4.29) luego la matriz  $2(N+1) \times 2(K+1)$  definida por

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_1 & \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} \\ \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} & \mathbf{A}\boldsymbol{\Phi}_2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{D} \quad (5.20)$$

sirve para expresar la restricción en (5.16) por medio de la expresión matricial

$$\mathbf{B} \cdot \bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{0}_{2(N+1) \times 1} \quad (5.21)$$

con una expresión algebraica similar a (4.33). Esta restricción es válida para símbolos OFDM ligeramente distortionados en el dominio de la frecuencia. Un símbolo distorsionado se representa como en (4.34), donde el vector  $\mathbf{w}_i$  con  $2(K+1)$  elementos identifica el término de distorsión. A partir de esto, la matriz de precodificación se puede escribir ahora como

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{2(K+1)} - \mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H)^{-1}\mathbf{B}, \quad (5.22)$$

para proyectar el vector no distorsionado  $\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}$  sobre el espacio nulo de  $\mathbf{B}$  (*i.e.*,  $\{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{2(K+1)} | \mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{0}_{2(N+1) \times 1}\}$ ), produciendo el vector distorsionado  $\bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{G}\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}'}$ .

### 5.2.2 Restricciones para Continuidad de Alto Orden

Una discusión considerando la concatenación de puntos para los instantes  $t = \frac{1}{2}T_s$  y  $t = \frac{3}{2}T_s$ , implícitamente introducida en (5.15) se presentó en el Capítulo 4. Aquellos resultados muestran que la continuidad no es estrictamente garantizada en los puntos citados, aunque resultados de simulación indicaron un buen rendimiento en términos de densidad espectral de potencia (debido a la similitud de las interpolaciones en (5.10) y su contraparte de doble longitud en (5.12)). Sin embargo, se reportó en [P02] que para restricciones de continuidad considerando las derivadas de  $s_i(t)$  (es decir, restricciones de continuidad no-mínimas de acuerdo con valores  $N > 0$ ) el precodificador en la Subsección 5.2.1 no produce las reducciones en la emisión de potencia que son deseadas. Este comportamiento se debe al hecho de que, aunque (5.5) se cumple para  $\eta = 1$ , las interpolaciones de longitud simple y doble son similares en el dominio del tiempo, pero sus diferencias son altamente significativas cuando se analizan sus derivadas. Por lo tanto, la robustez del sistema se mejora si se definen adecuadamente algunas restricciones adicionales, teniendo en cuenta las derivadas de la señal. En una forma similar al desarrollo en el Capítulo 4, se ha encontrado que la consideración de la primera derivada es suficiente para proveer un buen desempeño desde el punto de vista de la emisión de potencia fuera de banda, independientemente de la especificación  $N$  establecida. Este resultado nos permite mantener la ventaja de una baja distorsión según se argumentó previamente. En este contexto, la siguiente matriz de restricciones con dimensión  $2 \times 2(K+1)$  se define:

$$\mathbf{B}' = \begin{pmatrix} \mathbf{A}'\Phi_3^{\mathcal{K}'}(\mathbf{I}_{K+1}, \mathbf{I}_{K+1}) \\ \mathbf{A}''\Phi_3^{\mathcal{K}'}\mathbf{C}'\mathbf{E}\mathbf{C}\mathbf{D}' \end{pmatrix}, \quad (5.23)$$

donde

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \text{CSH}(\mathbf{I}_{K+1}, \frac{K}{2}) & \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} \\ \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} & \text{CSH}(\mathbf{I}_{K+1}, \frac{K}{2}) \end{pmatrix}, \quad (5.24)$$

mientras que  $\mathbf{C}'$  y  $\mathbf{D}'$  se hallan definidas en (4.28) y (4.30), respectivamente. Para completar la definición se fija  $\mathbf{A}' = \boldsymbol{\rho}$  y  $\mathbf{A}'' = (-(K+1), \dots, K)$ , y se definen dos matrices diagonales:

$$\begin{cases} \Phi_3^{\mathcal{K}} = \text{diag}(e^{j\phi_3 k_0}, e^{j\phi_3 k_1}, \dots, e^{j\phi_3 k_K}) \text{ para } \phi_3 = \frac{\pi K}{K+1} \\ \Phi_3^{\mathcal{K}'} = \text{diag}(e^{j\phi_3' k_0}, e^{j\phi_3' k_1}, \dots, e^{j\phi_3' k_{2K+1}}) \text{ para } \phi_3' = \frac{\pi K}{2(K+1)} \end{cases}, \quad (5.25)$$

con dimensiones  $(K+1) \times (K+1)$  y  $2(K+1) \times 2(K+1)$ , respectivamente. Finalmente, todas las restricciones se pueden agrupar en

$$\mathbf{B}'' = \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B}' \end{pmatrix}, \quad (5.26)$$

lo cual permite establecer el precodificador por medio de la expresión

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{2(K+1)} - (\mathbf{B}'')^H (\mathbf{B}'' (\mathbf{B}'')^H)^{-1} \mathbf{B}'' . \quad (5.27)$$

Una vez que se consigue el vector con precodificación  $\bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'}$ . Tanto para el precodificador en (5.27), como para el que se presenta en (5.22), este símbolo de doble longitud debe ser partido para alimentar el esquema de fusión de símbolos (ver (5.2)).

El precodificador puede ser reformulado para el esquema de fusión de símbolos con ME de una manera similar.

### Restricciones de Precodificación Espectral para SMME

Primeramente, es necesario redefinir algunas matrices. Se comienza por (5.20), esto es,

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \Phi_2 \cdot (\mathbf{I}_{K+1}, -\mathbf{I}_{K+1}). \quad (5.28)$$

Luego, si  $\boldsymbol{\rho}' = \{\rho'_n\}$  tiene entradas  $\{- (K+1), \dots, -1, 0, 1, \dots, K\}$ , es posible definir una matriz  $(N+1) \times 2(K+1)$  dada por

$$\mathbf{A}''' = \left( \boldsymbol{\rho}'^0, \boldsymbol{\rho}'^1, \dots, \boldsymbol{\rho}'^N \right)^T, \quad (5.29)$$

que constituye una versión extendida por filas de  $\mathbf{A}''$ . Por último, para permitir la matriz de precodificación  $\mathbf{G}$  dada en (5.27) y basada en  $\mathbf{B}''$ , se reformula (5.23) como

$$\mathbf{B}' = \begin{pmatrix} \mathbf{A}' \Phi_3^{\mathcal{K}} (\mathbf{I}_{K+1}, \mathbf{I}_{K+1}) \\ \mathbf{A}'' \Phi_3^{\mathcal{K}'} \mathbf{C}' \mathbf{E} \mathbf{C} \mathbf{D}' \\ \mathbf{A}''' \mathbf{C}' \mathbf{E} \mathbf{C} \mathbf{D}' \end{pmatrix}.$$

### 5.2.3 Magnitud del Vector de Error para el Esquema de Fusión de Símbolos

De acuerdo con la expresión en (4.43), los niveles de distorsión se evalúan por medio de la EVM. Entonces surge el resultado de que para el precodificador en (5.22) se obtiene

$$\text{EVM}_{(N=0)} = \sqrt{\frac{N+1}{K+1}}. \quad (5.30)$$

Esta fórmula representa una distorsión que es significativamente menor que la alcanzada en [vdBB09a], dado que la cantidad de restricciones equivalentes que se han incluido en el esquema de fusión de símbolos es la mitad de las introducidas en aquella alternativa. A partir de esta mejora es posible utilizar órdenes de modulación más elevados en la etapa de modulación compleja.

Al mismo tiempo, dado que dos nuevas restricciones se agregan para el caso  $N > 0$  que resulta en la matriz de precodificación dada en (5.27), la EVM resultante es

$$\text{EVM}_{(N>0)} = \sqrt{\frac{N+2}{K+1}}. \quad (5.31)$$

Este resultado indica que la distorsión en el dominio de la frecuencia se incrementó; no obstante, aún así se observa un valor significativamente menor que el reportado en [vdBB09a].

Dado que los resultados en (5.30) y (5.31) son similares a los encontrados en (4.44) y (4.45), respectivamente, los niveles de distorsión para cada subportadora se pueden identificar correctamente mediante la Fig. 4.7. Se debe tener en cuenta que, aunque los resultados en términos de EVM son similares en el Capítulo 4 y en este capítulo, la estructura de la señal compuesta en el transmisor es esencialmente diferente y presenta propiedades diferentes, así como un receptor con importantes diferencias.

Notar también que los resultados indicados en este capítulo con respecto a la EVM son también válidos para la configuración de fusión de símbolos con ME.

### 5.3 Modelado del Canal y Operación del Receptor

Primeramente, el canal es modelado por medio de un filtro FIR, el cual permanece constante durante el periodo que abarca la transmisión de un símbolo OFDM de extensión convencional. Teniendo en mente que el sistema de fusión de símbolos no debe afectar el ancho de banda asignado al canal de comunicaciones, la representación de doble longitud que implica el esquema de fusión de símbolos abarca dos estados (posiblemente) distintos del canal. Luego, la siguiente representación es válida para  $i$  par:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i^{\text{CP}} = \mathbf{h}_i * \mathbf{s}_i^{\mathcal{K},\text{CP}} + \mathbf{n}_i \\ \mathbf{r}_{i+1}^{\text{CP}} = \mathbf{h}_{i+1} * \mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K},\text{CS}} + \mathbf{n}_{i+1} \end{cases}, \quad (5.32)$$

donde los coeficientes del canal (en el dominio del tiempo) para cada estado se agrupan en los vectores  $\mathbf{h}_i$  y  $\mathbf{h}_{i+1}$ , cada uno con  $v(K+1)+1$  elementos. Una contribución AWGN es considerada, y representada por  $\mathbf{n}_i$  y  $\mathbf{n}_{i+1}$ , respectivamente. Luego de que una extracción del CP es realizada de la forma estándar en el receptor, los vectores  $\mathbf{r}_i$  y  $\mathbf{r}_{i+1}$  son producidos.

Si se hace un tratamiento del canal de una forma independiente para cada subportadora, podemos establecer que los vectores recibidos, ahora en el dominio de la frecuencia, se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{H}_i \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},+} + \mathbf{n}_i^\omega \\ \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{H}_{i+1} \mathbf{\Upsilon}^{-1} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},-} + \mathbf{n}_{i+1}^\omega \end{cases} \quad (5.33)$$

para  $i$  par, donde  $\mathbf{H}_i$  y  $\mathbf{H}_{i+1}$  son matrices diagonales  $(K+1) \times (K+1)$  que contienen la respuesta del canal en el dominio de la frecuencia, mientras que  $\mathbf{n}_i^\omega$  y  $\mathbf{n}_{i+1}^\omega$  son representaciones en el dominio de la frecuencia para los vectores de ruido. Con estos resultados se puede esperar que la aplicación de técnicas de estimación de canal convencionales presenten buenos resultados. En un paso siguiente, luego de la extracción del CP, el procesamiento de transformada rápida de Fourier (FFT), y la ecualización en el dominio de la frecuencia se realizan de la forma convencional. De esta manera el receptor obtiene las variables

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+} = (\mathbf{H}_i)^{-1} \mathbf{F} \mathbf{r}_i \approx \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},+} \\ \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-} = \mathbf{\Upsilon} (\mathbf{H}_{i+1})^{-1} \mathbf{F} \mathbf{r}_{i+1} \approx \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},-} \end{cases} \quad (5.34)$$

Una vez más se observa que la aproximación en el lado derecho de las ecuaciones es válida para casos donde el ruido puede ser despreciado. Es muy importante resaltar que el efecto indicado por  $\mathbf{\Upsilon}$  se puede compensar transparentemente mediante un bloque de estimación de canal basado en pilotos que es usual en un sistema de comunicaciones OFDM. A partir de estas variables, una estimación ML se puede aplicar tratando individualmente cada una de las  $2K$  subportadoras<sup>3</sup> de

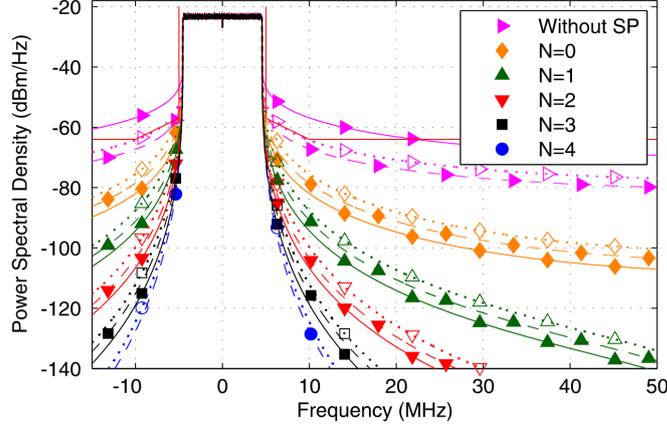
$$\begin{cases} \hat{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}} = \text{CSH} \left( \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+} + \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-}, -\frac{K}{2} \right) \\ \hat{\mathbf{d}}_{i+1}^{\mathcal{K}} = \text{CSH} \left( \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+} - \hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-}, -\frac{K}{2} \right) \end{cases} \quad (5.35)$$

En este punto se observa que la única operación no-convencional en el receptor es aquella indicada en (5.35). Por esto, es posible decir que la complejidad adicional que se maneja en la estructura de fusión de símbolos es principalmente incluida en el transmisor. Este detalle nos orienta a suponer que en una estación base de un sistema inalámbrico la aplicación de esta técnica presentaría una buena opción.

### 5.3.1 Receptor para el Esquema de Fusión de Símbolos con Extensión Multi-símbolo (ME)

En el caso del esquema de fusión de símbolos con ME, se puede considerar que para el modelo en (5.32) sólo la segunda fila es válida, la cual expresa  $\mathbf{r}_{i+1}^{\text{CP}}$ . La secuencia recibida se completa con un vector denominado  $\tilde{\mathbf{r}}_i$ , y dado para  $i$  par. Entonces la operación en el receptor se propone de la siguiente manera. Una vez que  $\mathbf{r}_{i+1}$  es obtenida de  $\mathbf{r}_{i+1}^{\text{CP}}$  por medio de la extracción del prefijo cíclico, se puede estimar el canal en  $\hat{\mathbf{H}}_{i+1} \approx \mathbf{H}_{i+1}$ . Para esto es posible aprovechar  $\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-} = \mathbf{\Upsilon} \mathbf{F} \mathbf{r}_{i+1}$ , y luego calcular  $\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-}$  (ver (5.34)), asumiendo que un patrón de pilotos adecuado se utilizó para la estimación del canal. Con esta estimación se pueden hallar dos nuevos vectores que contienen la dispersión en el dominio del tiempo. El primero de ellos es uno tal que contiene la dispersión de los

<sup>3</sup> Recordar que en (5.1) se indica la relación entre  $\mathbf{d}_i = \{d_{i,k}\}$  y  $\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}$ .



**Fig. 5.3.** Densidad espectral de potencia para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple y para una transmisión con fusión de símbolos. Los marcadores rellenos indican el desempeño de la técnica de fusión de símbolos, mientras que los marcadores sin relleno muestran el rendimiento de los esquemas previos en [vdBB09a].

últimos elementos de  $\mathbf{s}_i$  hacia  $\mathbf{s}_{i+1}^{\text{CS}}$ , y es llamado  $\mathbf{z}_i^{\text{post}}$ . El segundo vector representa la dispersión de  $\mathbf{s}_{i-1}^{\text{CS}}$  hacia  $\mathbf{s}_i$ , y es llamado  $\mathbf{z}_i^{\text{pre}}$ . Con estas definiciones, se puede pensar que el receptor realiza el cálculo de  $\hat{\mathbf{s}}_{i+1}^{\mathcal{K}} = \text{IFFT}(\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},-}, K+1)$ , y a continuación se conforma  $\hat{\mathbf{s}}_i^{\mathcal{K},\text{CP}}$  por medio de una inserción de CP. Por su parte, la respuesta al impulso del canal  $\mathbf{h}_{i+1}$  se puede obtener a partir de su respuesta en frecuencia,  $\hat{\mathbf{H}}_{i+1}$  antes conseguida. Luego el vector de convolución con  $(1+2\nu)(K+1)$  elementos identificado por

$$\mathbf{y}_i = \hat{\mathbf{h}}_{i+1} * \hat{\mathbf{s}}_i^{\mathcal{K},\text{CP}} \quad (5.36)$$

se utiliza para conformar los vectores

$$\begin{cases} \mathbf{z}_i^{\text{pre}} = (y_{i,(1+\nu)(K+1)+1}, y_{i,(1+\nu)(K+1)+2}, \dots, y_{i,(1+2\nu)(K+1)}) \\ \quad \mathbf{0}_{(1-\nu)(K+1) \times 1} \\ \mathbf{z}_i^{\text{post}} = (r_{i,0}y_{i,0}, r_{i,1}y_{i,1}, \dots, r_{i,\nu(K+1)-1}y_{i,\nu(K+1)-1}) \\ \quad \mathbf{0}_{(1-\nu)(K+1) \times 1}. \end{cases} \quad (5.37)$$

Después de esto,  $\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+}$  se puede estimar por medio de las las contribuciones dadas en

$$\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+} = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{r}}_i - \mathbf{z}_i^{\text{pre}} + \mathbf{z}_i^{\text{post}}). \quad (5.38)$$

Una vez que  $\hat{\mathbf{H}}_i \approx \mathbf{H}_i$  es estimado a partir de los pilotos en  $\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+}$ , se puede utilizar el vector obtenido  $\hat{\mathbf{u}}_i^{\mathcal{K},+}$  para alimentar una detección ML de la forma indicada en (5.35).

Claramente, el esquema de fusión de símbolos con ME apunta a reducir la redundancia en la señal transmitida. Sin embargo, luego se muestra que esta alternativa presenta un comportamiento prometedor si es usada en canales variantes en el tiempo, donde el concepto de cuasi-estacionariedad del canal no se aplica.

## 5.4 Resultados de Simulación

En primer lugar, es importante hacer algunos comentarios acerca de la PAPR. Resultados de simulación confirmaron que el comportamiento de la técnica de fusión de símbolos no amplifica la PAPR de una transmisión dada, aunque se haya incrementado el largo de la IFFT calculada por medio del esquema en análisis. Estas curvas se han omitido dado que ellas no aportan nuevas conclusiones; no obstante, describe una de las principales diferencias entre el esquema de símbolos de doble longitud introducido en el Capítulo 4, y el esquema de fusión de símbolos dado en este capítulo.

### 5.4.1 Espectros de Potencia

La técnica de fusión de símbolos se testeó a través de simulaciones numéricas intensivas, que fueron realizadas para un sistema OFDM con  $K = 600$  subportadoras que emplean una modulación 16-QAM en cada una de ellas. El resto de los parámetros de configuración y el método de estimación de la PSD siguen los valores fijados en [vdBB09b]. En la Fig. 5.3, el desempeño de este sistema OFDM convencional que es compatible con el esquema de asignación de subportadoras en (2.10) (y está precodificado siguiendo el procedimiento indicado en [vdBB09a]) se representa mediante líneas de puntos. Adicionalmente, se compara el esquema de fusión de símbolos para mostrar su equivalencia y se representa mediante líneas entrecortadas. También se presenta el desempeño del esquema de fusión de símbolos con ME por medio de líneas continuas.

Una brecha de reducción de ancho constante y aproximadamente igual a 3 [dB] se observa cuando se analiza el nivel de reducción de potencia fuera de banda para el esquema de fusión de símbolos. Esta franja se incrementa hasta valores cercanos a los 6 [dB] para una configuración de fusión de símbolos con ME cuando se utiliza precodificación espectral. Puede notarse también que se incluyó una máscara LTE como referencia en la Fig. 5.3. La franja de reducción que el esquema de fusión de símbolos porvée (cuando se compara en el sistema presentado en [vdBB09a]) permite alcanzar los requerimientos de emisión fuera de banda para un ajuste  $N = 1$ , mientras que el procedimiento indicado en [vdBB09a] requiere  $N = 2$ . Este caso ilustrativo muestra la forma en la cual el esquema de fusión de símbolos reduce las emisiones indeseadas, brindando al mismo tiempo una señal de salida con menor distorsión (en comparación con otras alternativas). En otras palabras, dada una máscara deseada, los esquemas de fusión de símbolos permiten mitigar la emisión de potencia fuera de banda; esto permite al precodificador fijar menores órdenes de continuidad, lo cual resulta en niveles de distorsión mejorados. Los patrones de reducción que se observaron tienen una característica novedosa de alcanzar una brecha de ancho constante. Este efecto reduce considerablemente la potencia de interferencia que es inducida en el canal adyacente (ocupado por un sistema vecino), con una importante disminución en la región cercana (pero externa) a los límites de frecuencia de la banda asignada a la señal del sistema en análisis. Notar que esta característica es difícil de implementar en la práctica utilizando técnicas de filtrado convencional. La importancia de este efecto cobra importancia al considerar que el canal adyacente podría tener una mayor jerarquía en el contexto de un sistema CR.

### 5.4.2 Tasa de Error de Bits

En esta sección, primero se considera un canal AWGN, sumiendo que  $\mathbf{n}_i$  es un vector de ruido Gaussiano con valores complejos, media cero, y matriz de covarianza  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{K+1}$ , al tiempo que el la respuesta en frecuencia del canal se representa mediante  $\mathbf{H}_i = \mathbf{I}_{K+1}$ . Seguidamente, un canal selectivo en frecuencia se analiza mediante una representación dada por una matriz diagonal  $\mathbf{H}_i$ , que corresponde a un vector  $\mathbf{h}_i$  con  $v(K+1)+1$  elementos (*i.e.*, un vector estocástico con media cero y varianza unidad en sus entradas Gaussianas). De esta manera se simula un canal cuasi-estacionario. La Fig. 5.4 muestra el desempeño observado en ambos casos. Un rendimiento equivalente se encuentra, desde el punto de vista de la *tasa de error de bits* (BER, *bit error rate*), en presencia de un canal AWGN en condiciones de baja  $E_b/N_0$ , cuando se compara el esquema de fusión de símbolos con un esquema tradicional.

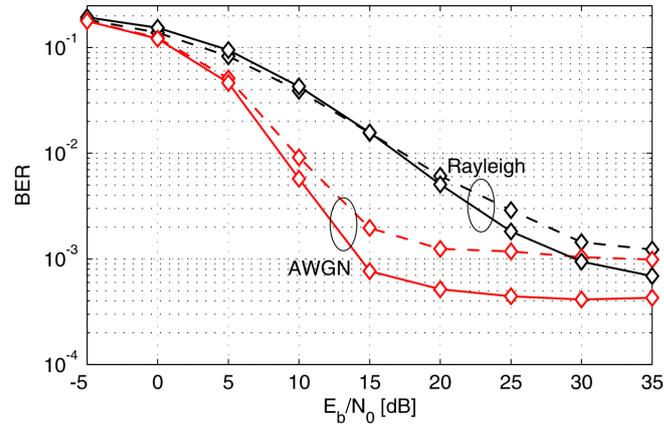
En el caso del canal con desvanecimiento Rayleigh, una ligera penalización se observa cuando el sistema trabaja en régimen limitado por ruido. Sin embargo, se observa que este efecto indeseable desaparece gradualmente a medida que la  $E_b/N_0$  se incrementa en la comunicación.

El aspecto sobresaliente en estas comparaciones es que en ambos canales, es decir, AWGN y Rayleigh, el esquema de fusión de símbolos provee menores pisos de error, a pesar de que esta comparación se realizó para condiciones de alta distorsión (dadas por altos valores en  $N$ ).

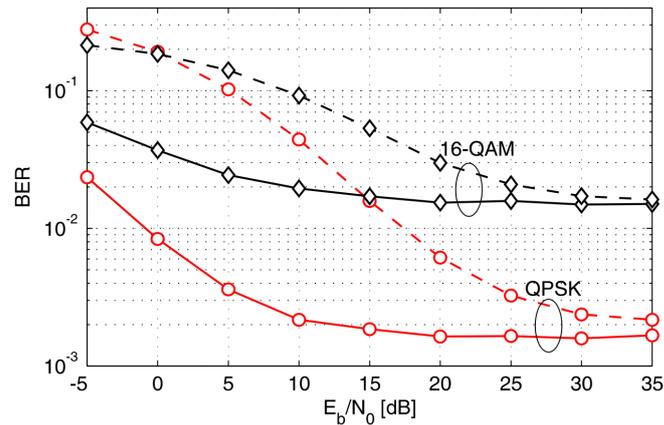
La configuración de fusión de símbolos con ME se examinó en un canal con desvanecimiento Rayleigh que sigue el modelo de Jakes, con una frecuencia Doppler de 50 Hz (*i.e.*, una velocidad relativa entre transmisor y receptor cercana a los 40 km/h si se tiene una frecuencia portadora de 2.6 GHz). Para lograr las curvas presentadas en la Fig. 5.5, la duración del CS se fijó en  $1.77 \mu\text{s}$ , y un perfil de canal constante con 16 coeficientes se utilizó. La tasa de inserción de pilotos se fijó en ocho, y el método de estimación de canal empleado fue el de *mínimos cuadrados* (LS, *least-squared*). Las líneas entrecortadas indican el rendimiento del sistema convencional con precodificación espectral de acuerdo a la propuesta en [vdBB09a]. Las líneas continuas muestran la robustez fuertemente mejorada que el esquema de fusión de símbolos con ME obtiene, alcanzando ganancias de hasta 17 [dB] para un valor BER =  $6 \cdot 10^{-3}$  y modulación QPSK. Se espera que los pisos de error encontrados se puedan mejorar mediante técnicas de estimación de canal más avanzadas, y especialmente mediante la utilización de un codificador de canal que es típico en cualquier sistema de comunicaciones y que no ha sido introducido en estas simulaciones para reflejar con más claridad el rendimiento de las técnicas propuestas.

## 5.5 Conclusiones

El esquema de correlación entre pares de símbolos OFDM con índices  $i$  e  $i+1$ , para  $i$  par, que se ha introducido en el Capítulo 4 ha mostrado un avance importante hacia la reducción de la emisión fuera de banda. No obstante, presenta un deterioro de la PAPR que es debido al incremento en la cantidad de puntos de la IFFT. Esto a su vez



**Fig. 5.4.** Tasa de error de bits para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple (línea entrecortada) y para una transmisión con fusión de símbolos (línea continua). Se considera un canal AWGN y un canal Rayleigh con desvanecimiento cuasi-estacionario en una parametrización de alta distorsión por precodificación dada por  $N = 3$ .



**Fig. 5.5.** Tasa de error de bits para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple (línea entrecortada) y para una transmisión con fusión de símbolos y ME (línea continua). Se consideran modulaciones complejas QPSK y 16-QAM para un valor de distorsión apropiado,  $N = 0$ , y un canal que sigue el modelo de Jakes.

puede interpretarse como una duplicación de las subportadoras (virtuales) que pueden lograr un determinado pico en la señal ante una determinada combinación de sus fases. En este capítulo, la IFFT de doble longitud se aplica sobre un vector cuyos elementos han sido llevados a un dominio tal que el resultado es equivalente al que producen dos cálculos IFFT independientes. Por esto el deterioro en la PAPR no aparece y la operación en el receptor se simplifica al encontrarse con una operación de suma y resta como únicos cálculos adicionales. Ante este avance, sería deseable llegar a una señal recibida totalmente compatible con la que se presenta en un transmisor estandar. Por

su parte, no debe perderse de vista que el esquema presentado en este capítulo presenta un comportamiento muy interesante al utilizarse en canales variantes en el tiempo.

---

## Señal OFDM con Interpolación Correlacionada

La generación de una señal de salida totalmente compatible con la que genera un transmisor OFDM convencional es considerada en este capítulo [P01]. De esta manera, la correlación que se introduce en los símbolos queda restringida a ciertos vectores que se utilizan para la generación de la señal interpolada. Así el receptor se independiza del procesamiento desarrollado en este capítulo, el cual queda efectivamente concentrado en el lado transmisor.

### 6.1 Tercer Método de Correlación de Símbolos

En esta sección se describe un tercer método de correlación entre pares de símbolos OFDM sucesivos que presenta, con respecto al método de símbolos de doble longitud dado en el Capítulos 4 y el método de fusión de símbolos dado en el Capítulo 5, la importante ventaja de poder ser decodificado mediante un receptor convencional.

El cálculo de una IFFT convenientemente rellena con ceros (ZP) produce una señal interpolada que se corresponde con una señal continua durante el periodo de análisis, y que además presenta una continuidad circular que es producto del comportamiento ciclo-estacionario de la transformada inversa de Fourier. A partir de esta observación, el recurso de evitar las discontinuidades utilizando un procesamiento de IFFT conveniente, cuando se genera la secuencia de símbolos OFDM, surgió de acuerdo a los desarrollos en los Capítulos 4 y 5. Como se indicó previamente, el objetivo es aprovechar esta propiedad para reducir la emisión de potencia fuera de banda en los sistemas basados en OFDM [P01].

En la primera instancia de este desarrollo, se considera una señal OFDM que no contiene CP, esto se hace fijando el valor  $v = 0$ , de acuerdo con el modelo en el Capítulo 2. En esta situación, es válido tomar en consideración el punto de concatenación de entre símbolos sucesivos con índices  $i$  e  $i+1$ , para valores pares en  $i$ . Luego, este análisis se basa en obtener una señal de tiempo discreto equivalente a la presentada en (2.9) para  $s_i$  y  $s_{i+1}$ . Sin embargo, este par de símbolos es conjuntamente obtenido desde un cálculo IFFT único que utiliza una cantidad superior de puntos, más precisamente, el doble de la cantidad convencional. Hasta aquí, los conceptos son similares a los presentados en los

dos últimos capítulos. Sin embargo, las diferencias en los vectores que alimentan cada cálculo IFFT provocan grandes diferencias en la operación del receptor. Para expresar la señal generada en el transmisor con interpolación correlacionada, se comienza por reescribir (2.12) de la forma

$$\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}} = (d_{i,0}, \dots, d_{i,K/2-1}, 0, d_{i,K/2}, \dots, d_{i,K-1})^T, \quad (6.1)$$

y (2.15) como en la expresión

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}} = \text{CSH}(\mathbf{d}_i^{\mathcal{K}}, \frac{K}{2}). \quad (6.2)$$

Entonces es posible definir la correlación que es determinísticamente introducida por medio de la expresión

$$\begin{cases} \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}} + \mathbf{u}_{i+1}^{\mathcal{K}}) \\ \mathbf{u}_i^{\mathcal{K},-} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{K+1}\mathbf{F}\Psi\mathbf{F}^H(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}} - \mathbf{u}_{i+1}^{\mathcal{K}}) \end{cases}, \quad (6.3)$$

donde  $\Psi$  se ajusta a la definición dada en (4.16) y  $\mathbf{F}$  representa la matriz DFT con  $(K+1)$  puntos según (2.13). Además se recurre a la matriz de entrelazado por filas  $\mathbf{E}$  definida como en (5.9) para producir el vector

$$\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'} = \mathbf{E} \cdot (\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',+}, \mathbf{u}_i^{\mathcal{K}',-})^T, \quad (6.4)$$

el cual cuenta con  $2(K+1)$  entradas. Notar que esta definición se puede comparar con la que fue previamente dada en (5.6).

Con estas descripciones se verifica que

$$\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'} = (\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}, \mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}})^T = \text{IFFT}(\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'}, 2(K+1)). \quad (6.5)$$

Esta igualdad fue presentada de una manera equivalente en (4.8) y (5.5). No obstante, una importante diferencia con aquellos resultados es que en el caso de (6.5) los vectores  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  identifican símbolos OFDM totalmente convencionales, de acuerdo con (2.16).

De acuerdo con los resultados en [P03] y [P02], es posible observar que las ecuaciones previas son equivalentes a las que se obtienen para un sistema multi-portadora que emplea  $2K$  subportadoras con el esquema de asignación de subportadoras dado por (4.1),

$$\mathcal{K}' = \{-(K+1), \dots, -2, 1, \dots, K\}, \quad (6.6)$$

el cual una vez más se encuentra que presenta un rendimiento equivalente desde el punto de vista de la densidad espectral de potencia, en comparación con el caso convencional donde se encuentra  $\mathcal{K}$  de acuerdo con (2.10).

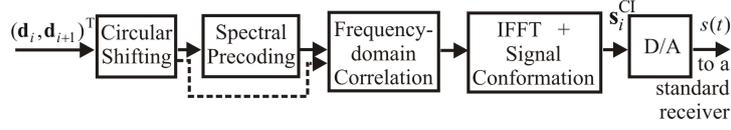
### 6.1.1 Interpolación en los Símbolos OFDM

Si ahora nos concentramos en la representación interpolada correspondiente, la expresión

$$\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'} = \eta \text{ IFFT} \left( \mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}'}, 2(K+1)\eta \right) \quad (6.7)$$

se encuentra válida (notar que esta definición es similar a la expresada en (4.7) y (5.12)). El símbolo de doble longitud interpolado  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  en (6.7) se origina de  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'}$  dado en (6.4). Entonces la expresión para  $\mathbf{u}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  proviene de la aplicación de ZP de la manera tradicional sobre el vector  $\mathbf{u}_i^{\mathcal{K}'}$ . Este procedimiento se introdujo en (4.6). Consecuentemente, el punto de concatenación analizado (*i.e.*,  $t = T_s$ ) sigue una señal continua que reduce la emisión de potencia fuera de banda. Dado que el símbolo OFDM  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}'}$  tiene una longitud doble, si se asume que el ancho de banda del canal permanece inalterado (o equivalentemente, que la tasa de muestreo en el receptor no se modifica) una vez más se obtiene que el intervalo de transmisión de este símbolo podría abarcar dos estados (posiblemente diferentes) del canal. Esto se debe a que el largo de un símbolo OFDM convencional se determina de acuerdo a las características de estacionariedad del canal, tal cual se mencionó antes en este texto. Mientras tanto, si un canal selectivo en frecuencia es tomado en cuenta, la incursión de CP se hace necesaria para acomodar convenientemente la ISI; esto es, el caso  $\nu > 0$  debe analizarse.

Dada la equivalencia que se muestra en la construcción de vectores mostrada en (6.5), se encuentra que es posible insertar prefijos para  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  de la forma convencional. Sin embargo, aunque la inserción de un prefijo en  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  no afecta las características del esquema de correlación interpolada, la inserción de un prefijo delante de  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  efectivamente altera el comportamiento de continuidad que fue alcanzado en  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$ . Para evitar este inconveniente, nuevamente se define un CS que es anexado a  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$ . No obstante, una dificultad adicional aparece al tener en cuenta que la interpolación de doble longitud (en  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$ ). Dado que ambas extensiones, el CP y el CS deben ser secuencias extraídas de los símbolos de longitud simple (*i.e.*,  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$ ) para no introducir nuevas discontinuidades, es posible notar que una extensión extraída de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  implica la concatenación de señales que no presentan una continuidad garantizada. Para superar esta dificultad, se considera la *diferencia de interpolación* introducida en [P04] (ver Fig. 4.6). Es posible ver que en los instantes de tiempo cercanos a  $t = \frac{1}{2}T_s$  y  $t = \frac{3}{2}T_s$ , ambas interpolaciones son similares. Esto es, las interpolaciones de longitud simple dadas por  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$  según (2.18), y la interpolación de longitud doble dada por  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  en (6.7) son similares en esta región de la variable  $t$ . Con estos resultados, se tiene en cuenta un mecanismo de composición de la señal de salida que, en virtud de la nomenclatura utilizada, es equivalente al mostrado en la Fig. 5.1. De esta manera se expresa la señal de salida de la forma



**Fig. 6.1.** Diagrama de bloques del transmisor OFDM propuesto. El bloque de correlación realiza el procesamiento de símbolos en pares. La precodificación espectral se aplica para obtener una mejora adicional en el desempeño de la conformación espectral.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{s}_i^{\text{CI}} = & \left( s_{i+1, (1-v)(K+1)\eta}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i+1, (1-v)(K+1)\eta+1}^{\eta\mathcal{K}}, \right. \\
 & s_{i+1, (1-v)(K+1)\eta+2}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i+1, (K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}}, \\
 & s_{i+1, 0}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i+1, 1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i+1, 1/2K\eta-1}^{\eta\mathcal{K}}, \\
 & s_{i, 1/2K\eta}^{\eta\mathcal{K}'}, s_{i, 1/2K\eta+1}^{\eta\mathcal{K}'}, \dots, s_{i, 3/2(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}'}, \\
 & s_{i, 1/2K\eta}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i, 1/2K\eta+1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i, (K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}}, \\
 & \left. s_{i, 0}^{\eta\mathcal{K}}, s_{i, 1}^{\eta\mathcal{K}}, \dots, s_{i, v(K+1)\eta-1}^{\eta\mathcal{K}} \right)^{\text{T}}
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

El acrónimo en el superíndice hace referencia a la denominación de *símbolo OFDM con interpolación correlacionada*. En esta construcción, un par extensiones cíclicas se encuentran incluidas para manejar la dispersión del canal en el dominio del tiempo. Estas pueden identificarse en la primera y en la quinta línea de (6.8). Más adelante en este texto se discute el efecto que estas modificaciones provocan en la operación de un receptor OFDM convencional. Es importante aclarar que al hacer referencia a los receptores convencionales, se tienen en cuenta los receptores ya existentes en el mercado, operando de acuerdo a los diferentes estándares actuales.

Por su parte, un diagrama de bloques del transmisor propuesto se presenta en la Fig. 6.1.

Un aspecto importante con respecto a la comparación de los tres métodos de correlación que se han propuesto hasta aquí es que, aunque los vectores que conforman la señal  $\mathbf{s}_i^{\text{SM}}$  dada en (5.13) y la señal  $\mathbf{s}_i^{\text{CI}}$  introducida en (6.8) son nominalmente iguales, cada uno responde a una estructura de correlación determinística diferente. Mientras tanto, las diferencias con la señal  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}', \text{DL}}$  establecida en (4.22) son más evidentes. No obstante, una comparación más detallada se presenta mas adelante.

En la siguiente sección, una propuesta complementaria, que se basa en precodificación espectral, se detalla con el objetivo de mejorar aún más la emisión de potencia fuera de banda.

## 6.2 Precodificación Espectral

De acuerdo con los resultados presentados en los dos capítulos anteriores, se verifica que los desarrollos previos favorecen una mejora en el rendimiento en términos de emisión de potencia fuera de banda. Este beneficio aparece debido a un mecanismo que evita las discontinuidades entre símbolos OFDM consecutivos, para índices  $i$  e  $i+1$ , dado  $i$  par. Después de esto, el interés se traslada al resto de los puntos de concatenación de la secuencia de símbolos OFDM. Esto significa que se desea una transición sin discontinuidades para los pares de símbolos con índices pertenecientes a  $(i, i+1)$  en los casos en que  $i$  es impar. Esto corresponde a los instantes de unión en el dominio del tiempo de los sucesivos símbolos OFDM de doble longitud que genera el procesamiento descrito en este capítulo.

Tomando en cuenta esta particularidad, en esta etapa se desarrolla un esquema de precodificación para evitar estas discontinuidades que posiblemente aparezcan en la señal de salida. Sin embargo, es importante resaltar que la aplicación de la interpolación correlacionada puede mejorar el desempeño de muchas otras propuestas para optimización de sistemas que se encuentran en la literatura. El beneficio se espera que provenga del mayor número de grados de libertad que se observa en este método, recurriendo al concepto de subportadoras virtuales. Por lo tanto, este método provee un marco de trabajo general que puede ser aplicado para otros propósitos, más allá de la reducción de potencia emitida fuera de banda según se considera en esta sección.

Este desarrollo sigue un razonamiento similar al presentado en [vdBB09b] y [vdBB09a]. Se plantean restricciones considerando que exista una señal continua en la concatenación de dos símbolos OFDM con índices  $i$  e  $i+1$  para  $i$  impar. Cuando la señal y sus primeras  $N$  derivadas se toman en cuenta, el objetivo es verificar

$$\left. \frac{d^n}{dt^n} s_i(t) \right|_{t=-T_g} = \left. \frac{d^n}{dt^n} s_{i+1}(t) \right|_{t=T_g} \quad (6.9)$$

para  $n = 0, \dots, N$ . Esta ecuación ha sido introducida previamente en (4.23) y (5.16). Luego, se puede diseñar un precodificador para este propósito recurriendo a una transformación lineal no inyectiva que, no obstante, permite una decodificación convencional y un rendimiento aceptable en términos de tasa de error. Para expresar las restricciones necesarias en forma matricial, se utiliza el vector fila  $\boldsymbol{\rho}$  introducido en (2.14) y la matriz con dimensión  $(N+1) \times (K+1)$  dada en (5.17), es decir,

$$\mathbf{A} = (\boldsymbol{\rho}^0, \boldsymbol{\rho}^1, \dots, \boldsymbol{\rho}^N)^T, \quad (6.10)$$

donde los superíndices  $\{0, 1, \dots, N\}$  en los elementos indican la operación de potencia aplicada en un sentido elemento a elemento (escalar por escalar). Después de esto, se utilizan las dos matrices diagonales  $\boldsymbol{\Phi}_1$  y  $\boldsymbol{\Phi}_2$  establecidas en (4.26), dados  $\phi_1 = 2\pi(1-v)$  y  $\phi_2 = 2\pi v$ . El vector

$$\mathbf{v}_i = (\mathbf{u}_i^K, \mathbf{u}_{i+1}^K)^T \quad (6.11)$$

agrupa dos símbolos OFDM de longitud simple, circularmente desplazados en el dominio de la frecuencia, y se define para valores pares en  $i$ . La definición de  $\mathbf{v}_i$  en (6.11) es similar

a la que se presenta en (4.3) y (5.19). Sin embargo, las diferencias que se encuentran en la conformación de cada vector dan lugar a tres diferentes operaciones en el lado receptor. Esto se debe a tres métodos de correlación diferentes en cada una de los vectores de cada ecuación.

A partir de (6.11) se establece que, si se considera la matriz  $\mathbf{D}$  de acuerdo con la definición que se presentó en (4.29), luego la matriz  $2(N+1) \times 2(K+1)$  definida por

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}\Phi_1 & \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} \\ \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)} & \mathbf{A}\Phi_2 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{D} \quad (6.12)$$

puede expresar la restricción dada en (6.9) por medio de la operación

$$\mathbf{B} \cdot \bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{0}_{2(N+1) \times 1}. \quad (6.13)$$

Resulta de interés comparar (6.13) con (5.21) ya que, si bien la definición para  $\mathbf{B}$  es idéntica en (6.12) y (5.20), los vectores de doble longitud que se referencia son diferentes. En (6.13) se utiliza  $\bar{\mathbf{v}}_i$ , mientras que en (5.21) se referencia a  $\bar{\mathbf{d}}_i^{\mathcal{K}'}$ . Por su parte, las diferencias con (4.32) son más fácilmente notables.

Notar que la restricción en (6.12) se cumple para pares de símbolos OFDM ligeramente distorsionados en el dominio de la frecuencia. El vector distorsionado que se obtiene se representa por

$$\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i + \mathbf{w}_i, \quad (6.14)$$

donde el vector  $\mathbf{w}_i$  con  $2(K+1)$  elementos identifica la componente de distorsión (*c.f.* (4.36)). De esta manera, la matriz de precodificación se escribe como

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{2(K+1)} - \mathbf{B}^H(\mathbf{B}\mathbf{B}^H)^{-1}\mathbf{B}, \quad (6.15)$$

de acuerdo con los desarrollos previos. Esta matriz se utiliza para proyectar el vector no distorsionado  $\mathbf{v}_i$  sobre el espacio nulo de  $\mathbf{B}$ , es decir,

$$\{\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{2(K+1)} | \mathbf{B}\mathbf{x} = \mathbf{0}_{2(N+1) \times 1}\}, \quad (6.16)$$

lo cual produce el vector distorsionado

$$\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{G}\mathbf{v}_i. \quad (6.17)$$

### 6.2.1 Restricciones de Continuidad de Alto Orden

La expresión dada para  $\mathbf{s}_i^{\text{CI}}$  en (6.8) se obtiene reemplazando dos fracciones de la señal  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  por las fracciones adecuadas de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$ . Dado que las interpolaciones en  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$  no son iguales a las interpolaciones en  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  (aunque pueden presentar una alta similitud) la concatenación de las fracciones escogidas de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\eta\mathcal{K}}$  con la fracción tomada de  $\mathbf{s}_i^{\eta\mathcal{K}'}$  no exhibe una continuidad que pueda ser garantizada estrictamente en  $t = \frac{1}{2}T_s$  y  $t = \frac{3}{2}T_s$ . Debido a las similitudes mencionadas antes, las discontinuidades

que se encuentran no tienen una gran magnitud. Por esto, se ha observado que la especificación de órdenes de continuidad mayores que cero en el diseño del precodificador (*i.e.*,  $N > 0$  con respecto a los instantes mencionados) no son necesarias para mantener este comportamiento no deseado bajo control. Esta característica se puede capitalizar en el precodificador definiendo un solo un par de restricciones adicionales para los instantes  $t = \{\frac{1}{2}T_s, \frac{3}{2}T_s\}$ . Esto se debe también a la igualdad planteada en la expresión en (6.5); apoyados por esta igualdad, la nueva especificación de continuidad puede omitirse también para  $n = 0$ . Resultados de simulación también justifican la observación de que, debido a las similitudes en las interpolaciones, las restricciones adicionales establecidas para  $t = \{\frac{1}{2}T_s, \frac{3}{2}T_s\}$  sólo necesitan ser fijadas para  $n = 1$  sin tener en cuenta el valor  $N$  objetivo. Esto es, enfocándonos solamente en la restricción para la primera derivada, es posible controlar completamente la emisión de potencia fuera de banda que se genera en estos instantes de tiempo (independientemente de que se hayan seleccionado órdenes de continuidad más altos para el precodificador completo). Esta simplificación posibilita reducir la distorsión en el dominio de la frecuencia, así como también reducir la complejidad del cálculo de la matriz de precodificación  $\mathbf{G}$ . No obstante, según se planteó en los Capítulos 4 y 5, en este estudio se prevé que este procesamiento de cálculo de  $\mathbf{G}$  podría realizarse fuera de línea.

En este contexto, se toman las definiciones para  $\mathbf{C}$  según (5.24),  $\mathbf{C}'$  según (4.28) y  $\mathbf{D}'$  de acuerdo con lo establecido en (4.30). Una nueva definición de las matrices diagonales

$$\begin{cases} \Phi_3 = \text{diag}(e^{j\phi_3 k_0}, e^{j\phi_3 k_1}, \dots, e^{j\phi_3 k_K}) \\ \Phi_4 = \text{diag}(e^{j\phi_4 k_0}, e^{j\phi_4 k_1}, \dots, e^{j\phi_4 k_{2K+1}}) \end{cases}, \quad (6.18)$$

se hace teniendo en cuenta los ángulos  $\phi_3 = \frac{\pi K}{K+1}$  y  $\phi_4 = \frac{\pi K}{2(K+1)}$ . Luego se expresan algunas matrices adicionales para controlar las interpolaciones de doble longitud y simple longitud, esto es,  $\mathbf{A}' = \boldsymbol{\rho}'$  en concordancia con (4.24) y  $\mathbf{A}'' = \boldsymbol{\rho}''$  de acuerdo con (4.38). Con estas definiciones se establecen dos nuevas matrices de restricciones de acuerdo a

$$\begin{cases} \mathbf{B}' = (\mathbf{A}'\Phi_3, \mathbf{0}_{(K+1) \times (K+1)}) \\ \mathbf{B}'' = \mathbf{A}''\Phi_4\mathbf{C}'\mathbf{E}\mathbf{D}'\mathbf{D}\mathbf{C} \end{cases}. \quad (6.19)$$

Finalmente, la matriz de precodificación se puede calcular agrupando todas las restricciones desarrolladas como en

$$\bar{\mathbf{B}} = (\mathbf{B}, \mathbf{B}', \mathbf{B}'')^T; \quad (6.20)$$

de esta manera, la matriz de proyección y codificación resulta en

$$\mathbf{G} = \mathbf{I}_{2(K+1)} - \bar{\mathbf{B}}^H (\bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{B}}^H)^{-1} \bar{\mathbf{B}}. \quad (6.21)$$

### 6.2.2 Evaluación de la Distorsión

La evaluación de esta técnica considera que la decodificación se realiza en un receptor OFDM convencional tal como los encontrados en sistemas comerciales. A partir de resultados de simulación, se muestra que un filtro en la etapa de salida no es requerido para mantener las emisiones de potencia confinadas dentro de una determinada máscara

predefinida (notar que esta es la ventaja principal en todas las técnicas de innovación de esta Tesis). Sin embargo, el precio a pagar en virtud de la operación de precodificación que ha sido introducida, es una ligera distorsión en el dominio de la frecuencia. Para evaluar este fenómeno de una manera cuantitativa, los niveles de distorsión observados se tratan nuevamente utilizando la EVM medida con respecto al vector  $\mathbf{v}_i$  dado en (6.11) y al vector con distorsión  $\bar{\mathbf{v}}_i$  establecido en (6.14),

$$\text{EVM} = \sqrt{\frac{E \{ \|\bar{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_i\|^2 \}}{E \{ \|\mathbf{v}_i\|^2 \}}}. \quad (6.22)$$

Es importante notar que para el precodificador indicado en (6.15), la expresión de la EVM se reduce a

$$\text{EVM}_{(N=0)} = \sqrt{\frac{N+1}{K+1}}. \quad (6.23)$$

Como antes, este valor presenta una distorsión significativamente reducida en comparación con la que se alcanza en [vdBB09a], dado que la cantidad de restricciones equivalentes en el precodificador para interpolación correlacionada es la mitad de la cantidad necesaria en los tratamientos previamente existentes en la literatura. Esta mejora posibilita el uso de esquemas de modulación compleja de más alto orden, con un correspondiente incremento en la tasa de transferencia que el sistema provee.

Análogamente, dado que en (6.21) se han introducido dos nuevas restricciones para el caso en que la configuración objetivo satisface  $N > 0$ , la expresión para la EVM se transforma en

$$\text{EVM}_{(N>0)} = \sqrt{\frac{N+2}{K+1}}. \quad (6.24)$$

Este resultado indica que la distorsión se ha aumentado (en comparación con (6.23)); no obstante, se soporta un valor significativamente menor que el reportado por el trabajo en [vdBB09a]. En el caso de la interpolación basada en correlación es válido recurrir a la Fig. 4.7 para interpretar la reducción en la EVM que se alcanza por medio de la interpolación basada en correlación. La reducción de esta métrica ha sido un aspecto motivador de este trabajo, que hasta aquí se ha alcanzado mediante tres aproximaciones diferentes, explicadas en los últimos tres capítulos. La técnica de interpolación basada en correlación se destaca de entre ellas por mostrar una operación del receptor que es totalmente equivalente con la de un receptor convencional.

### 6.3 Operación del Receptor

La señal  $\mathbf{s}_i^{\text{CI}}$  obtenida en (6.8) conlleva una diferencia fundamental cuando se compara con la que se obtiene en una transmisión OFDM convencional: la conformación de la señal  $\mathbf{s}_i^{\text{CI}}$  se ajusta a un esquema que inserta un CP antes de  $\mathbf{s}_i^{\text{K}}$ , y anexa un CS después de  $\mathbf{s}_{i+1}^{\text{K}}$  (donde  $i$  toma valores enteros y pares). En este punto, es importante recalcar tres observaciones. La primera se relaciona con el procesamiento introducido para generar la señal  $\mathbf{s}_i^{\text{CI}}$ , el cual es realizado íntegramente en el transmisor. La segunda surge de

considerar que este procesamiento es transparente para el receptor, asumiendo una tasa de muestreo que no necesita modificación y una temporización sin modificaciones. La tercera observación es que el receptor debe realizar extracción de CP y de CS, tratando la secuencia de símbolos OFDM recibida (que contiene símbolos de doble longitud) de la misma manera que una secuencia que tuviera símbolos de longitud simple. Alternativamente, nos podemos enfocar en la operación del receptor y analizar que para una tasa de muestreo mínima, el vector

$$\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS}} = (s_{i,0}^{\text{CI}}, s_{i,\eta-1}^{\text{CI}}, \dots, s_{i,2(1+\nu)(K+1)\eta-\eta-1}^{\text{CI}})^{\text{T}}, \quad (6.25)$$

se obtiene de  $\mathbf{s}_i^{\text{CI}}$ . Luego, se divide este vector en dos partes de igual longitud

$$\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS}} = (\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS},1}, \mathbf{s}_i^{\text{CI-MS},2})^{\text{T}}. \quad (6.26)$$

Notar que  $\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS},1}$  y  $\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS},2}$  se reducen a  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$  y  $\mathbf{s}_{i+1}^{\mathcal{K}}$  si se aplica extracción de CP y de CS, respectivamente. Sin embargo, si solamente se practica una extracción de CP en ambas secuencias,  $\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS},1}$  se transforma en  $\mathbf{s}_i^{\mathcal{K}}$ , mientras que  $\mathbf{s}_i^{\text{CI-MS},2}$  se convierte en

$$\mathbf{s}_{i+1}^{\Upsilon} = \frac{1}{2(K+1)} \mathbf{F}^{\text{H}}(\Upsilon^{-1} \mathbf{u}_{i+1}^{\mathcal{K}}), \quad (6.27)$$

donde

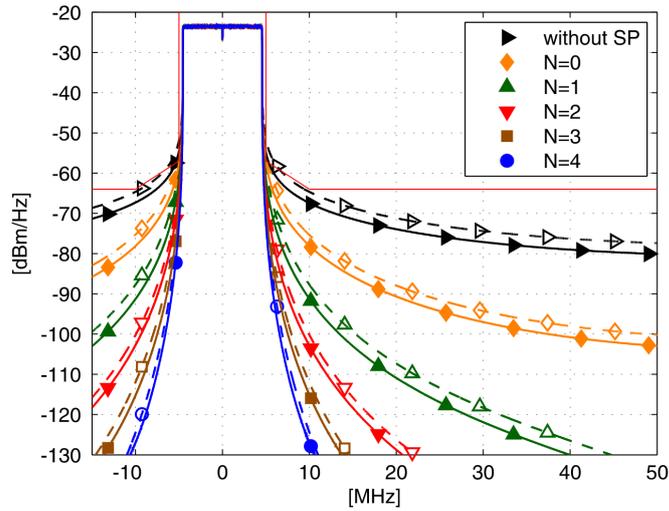
$$\Upsilon = \text{diag}(e^{-j2\pi\nu 0}, e^{-j2\pi\nu 1}, \dots, e^{-j2\pi\nu K}), \quad (6.28)$$

de acuerdo con (4.49). Un resultado importante emerge de la expresión previa: la extracción del CP en los símbolos (de longitud simple) con un CS anexado produce una distorsión en el dominio de la frecuencia, la cual puede ser interpretada como una rotación en la fase de cada subportadora. Consecuentemente, si esta distorsión es tomada como parte del efecto del canal inalámbrico, se concluye que esta distorsión es compensada por el ecualizador de un receptor convencional. Este importante resultado justifica el uso de la técnica descrita en este capítulo en un sistema con receptores convencionales.

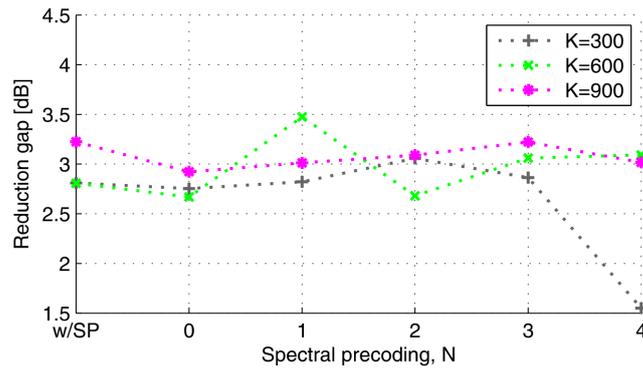
Se advierte que, aunque el tratamiento del canal se ha omitido en esta sección en busca de una explicación más clara, el modelado del canal y la operación del receptor se mantienen en concordancia con el análisis dado en la Sección 2.3.

## 6.4 Resultados de Simulación

El sistema planteado en este capítulo se evalúa mediante la ayuda de simulaciones numéricas. El primer análisis utiliza una configuración con  $K = 600$  subportadoras, asignando a cada una de ellas una fracción equitativa de la potencia de transmisión total, fijada en 46 [dBm], mientras se utiliza modulación 16-QAM. Los parámetros de temporización se fijan en  $T_s = \frac{1}{15}$  [ms] y  $T_g = \frac{9}{128} T_s$ . Todas estas definiciones se dan en concordancia con las especificaciones en [LTE12]. La transmisión OFDM se implementa mediante dos maneras. Por un lado, se utiliza el método tradicional basado en símbolos



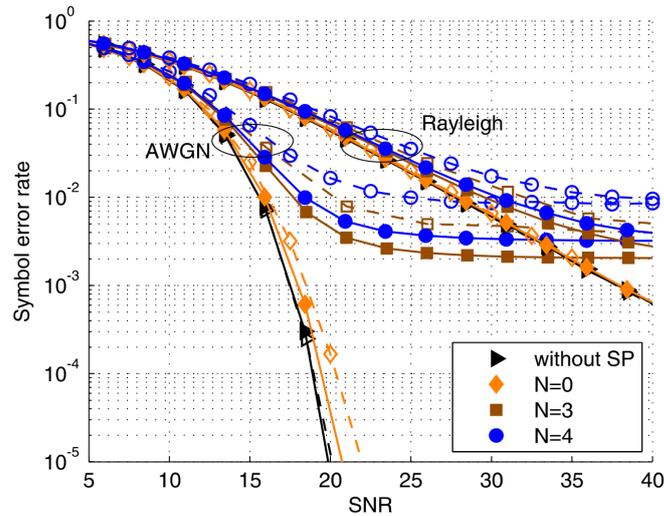
**Fig. 6.2.** Densidad espectral de potencia. Los marcadores con relleno indican el desempeño para un sistema con interpolación correlacionada, mientras que los marcadores sin relleno muestran el comportamiento de los esquemas previamente presentados en [vdBB09a].



**Fig. 6.3.** Valor medio de la franja de reducción observada para diferentes configuraciones con respecto a la cantidad de subportadoras y el orden del precodificador (i.e.,  $N$ ).

de longitud simple, y por otro lado, se utiliza la técnica descrita en este capítulo y denominada interpolación correlacionada (la cual se basa en símbolos de longitud duplicada). Los espectros de potencia se estiman por medio del método de los periodogramas promediados de Welch, con una ventana de tipo Hanning de 8192 muestras y una superposición de 1024 muestras, para un intervalo de observación de 1 [s].

La PSD para cada orden de continuidad se muestra en la Fig. 6.2. Estos resultados indican una reducción en la potencia fuera de banda, que obtiene una franja de reducción constante en el área de canales adyacentes, cuando se compara con las emisiones de un sistema convencional. Es importante resaltar que este comportamiento se presenta para ambos casos: el que surge de no utilizar precodificación espectral y el que se obtiene



**Fig. 6.4.** Tasa de error de símbolos para una transmisión convencional con símbolos de longitud simple (línea entrecortada) y para la transmisión con interpolación correlacionada que se describe en este capítulo (línea continua). Ambos canales: AWGN y con desvanecimiento Rayleigh cuasi-estacionario se consideran para varias configuraciones de distorsión (dependientes del orden del precodificador).

utilizando la precodificación presentada para índices  $N = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Se observa que, a 5 [MHz] de la frecuencia central de la banda asignada, los requerimientos en la máscara de potencia para transmisiones OFDM con símbolos de longitud simple se verifican para un orden de continuidad  $N = 2$ . Por otro lado, cuando se implementa una transmisión basada en símbolos de doble longitud, los requerimientos en la máscara son satisfechos con un orden de continuidad unitario, es decir  $N = 1$ . Este análisis muestra que la técnica presentada en este capítulo reduce la emisión de potencia fuera de banda al tiempo que introduce una menor distorsión (ver Fig. 4.7).

La reducción en la emisiones de potencia fuera de banda que se obtienen por medio del uso de la interpolación correlacionada presenta una brecha de ancho constante. Esto resulta en una significativa reducción de la potencia fuera de banda para frecuencias cercanas a los límites de la banda deseada, pero exteriores a ella. Este comportamiento es difícil de lograr mediante filtrado convencional (máxime si se requiere una baja distorsión dentro de la banda asignada).

En este contexto, se analiza el ancho de la brecha de reducción que se observa en diferentes configuraciones con respecto a la cantidad de subportadoras y el orden de continuidad seleccionado. Esta relación se presenta en la Fig. 6.3, donde los valores de ancho en cada una de las brechas se hallan cercanos a los 3 [dB] en la mayoría de los casos. Se advierte que una franja más estrecha se observa cuando el precodificador se ajusta para altos valores de continuidad, dada una cantidad de subportadores baja. Por ejemplo, este empobrecimiento en el ancho de la franja de reducción se ve para  $N = 4$  y  $K = 300$ .

El comportamiento de las técnicas evaluadas han sido también estudiadas con respecto a la SER, en presencia de canales AWGN y con desvanecimiento Rayleigh. El primer caso es analizado asumiendo que se utiliza un vector complejo de ruido Gaussiano con media nula con matriz de covarianza  $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{K+1}$ , y un canal con respuesta en frecuencia dada por  $\mathbf{H}_i = \mathbf{I}_{K+1}$ . En el segundo caso, un canal con desvanecimiento selectivo en frecuencia se representa por medio de la utilización de una matriz diagonal con valores complejos  $\mathbf{H}_i$ , que se corresponde con un vector  $\mathbf{h}_i$  con  $v(K+1)+1$  elementos; es decir, un vector estocástico con elementos Gaussianos complejos con varianza unitaria y media nula. En la Fig. 6.4 se muestra la SER que es obtenida para  $K = 600$  en dos condiciones, la transmisión con símbolos de longitud simple y la transmisión equivalente a símbolos de doble longitud que produce la técnica de interpolación correlacionada, tanto para esquemas que utilizan precodificación espectral como para esquemas que no la aplican. En todos los casos, un receptor convencional es utilizado para decodificar los símbolos recibidos. La degradación introducida por la precodificación es principalmente reflejada por los pisos de error que se observan. No obstante, es evidente que el esquema que utiliza interpolación basada en correlación introduce una menor distorsión que se muestra tanto en el canal AWGN como el canal Rayleigh. Esto posibilita la utilización de modulaciones complejas de más alto orden en cada subportadora, mejorando la eficiencia de ancho de banda del sistema.

Para finalizar, es interesante mencionar que la PAPR del sistema no se ve afectada cuando se utiliza la interpolación basada en correlación que se discute. Esto se debe a que el cálculo de la IFFT con doble cantidad de puntos (doble longitud) es aplicado sobre un vector que es previamente correlacionado en el dominio de la frecuencia (ver (6.4)). De esta manera, la PAPR obtenida es equivalente a la que se observa cuando se analizan dos símbolos independientes de longitud simple. Luego la cantidad de subportadoras que pueden ser sumadas (en fase) para producir un pico es solamente  $K$ , en lugar de  $2K$ . Resultados de simulación numérica fueron utilizados para justificar esta interpretación; sin embargo, estos no se incluyen en esta Tesis dado que no proveen aportes significativos sobre el tema principal de este estudio.

## 6.5 Conclusiones

En este capítulo se dió un paso más analizando las maneras de correlacionar un par de símbolos OFDM con índices  $i$  e  $i+1$  cuando se consideran valores enteros y pares en  $i$ . El resultado fue encontrar una relación que permite una interpolación (óptima) basada en la IFFT que permite mejorar la continuidad de la secuencia que conforma la señal de salida. Al igual que en los dos capítulo anteriores, un cuidadoso análisis de la conformación de la señal de salida posibilitó la utilización de extensiones cíclicas que imitan el beneficio del CP clásico. De esta manera, se ha probado que un receptor totalmente convencional puede demodular (decodificar) adecuadamente las señales de doble longitud que obtenga un transmisor basado en el método desarrollado en este capítulo. Un esquema de precodificación espectral ha sido desarrollado para mostrar que los beneficios de una mayor cantidad de subportadoras (virtuales, o equivalentes)

permiten reducir la distorsión al mismo tiempo que la emisión de potencia fuera de banda.

## Conclusiones

### 7.1 Introducción

El proyecto de investigación Doctoral que motivó la presente Tesis se dedicó a analizar el efecto de las discontinuidades en señales que responden al concepto de *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*), con respecto a la emisión de potencia fuera de banda. Asimismo, se abordó el diseño de esquemas de transmisión basados en un preprocesamiento en el dominio de la frecuencia que permite mejorar el desempeño en términos de emisiones fuera de banda. Estos aportes consiguen una mayor reducción de la potencia indeseada, al tiempo que se consiguen sin afectar la tasa de transmisión o el ancho de banda.

De esta manera se obtiene una aproximación conveniente hacia la utilización de señales OFDM en ambientes con rápida (y eficiente) reconfiguración, tales como los que se prevén dentro del paradigma de la *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*), posiblemente montada sobre dispositivos basados en *radio definida por software* (SDR, *software-defined radio*).

### 7.2 Conclusiones sobre las Preguntas de Investigación

La pregunta de investigación general que fue establecida al iniciar el proyecto de investigación Doctoral es

*¿Cómo diseñar esquemas de generación de la señal de transmisión que presenten un menor contenido de energía fuera de la banda espectral deseada para la comunicación?*

Como respuesta a esta incertidumbre se puede aportar que un procesamiento totalmente digital para la generación de la señal de salida en el transmisor es conveniente si se desea un dispositivo con reconfigurabilidad de altas prestaciones. Con respecto a conseguir un buen desempeño, se indica que una interpolación basada en la *transformada discreta de Fourier* (DFT, *discrete Fourier transform*) es ventajosa teniendo en cuenta los eficientes algoritmos de la *transformada rápida de Fourier* (FFT, *fast Fourier transform*). Además, el uso de la FFT permite seguir de cerca un modelo de tiempo continuo de acuerdo con la idea de sumar subportadoras independientes pero sincronizadas

para lograr la señal de salida. Esta interpolación permite evitar algunas de las discontinuidades que existen en una señal OFDM convencional. Para lograr este objetivo, se plantea que es posible procesar conjuntamente varios símbolos OFDM si se recurre a una conformación vectorial apropiada de la señal de salida. En esta conformación, el objetivo es preservar la simplicidad en la decodificación que es lograda mediante extensiones tales como la del *prefijo cíclico* (CP, *cyclic prefix*). No obstante, el uso de CP no siempre es beneficioso si se utilizan las técnicas de generación de señal que se plantean en esta Tesis. Para subsanar esta dificultad, la introducción de un *sufijo cíclico* (CS, *cyclic suffix*) representa una alternativa útil que permite lograr el objetivo de continuidad.

Tomando en consideración la posibilidad de introducir nuevos grados de libertad en el procesamiento básico de un sistema OFDM, el cual está representado por la FFT, la siguiente pregunta había sido establecida:

*¿Cuál sería la efectividad de un incremento en los grados de libertad del sistema para lograr una mejora en la interpolación de la señal de salida del transmisor?*

La investigación en esta dirección ha obtenido dos conclusiones. Por un lado, los grados de libertad adicionales permiten que el cálculo de la *transformada rápida de Fourier inversa* (IFFT, *inverse fast Fourier transform*), que se utiliza para generar la señal de salida del transmisor, emplee una cantidad de puntos mayor. De esta forma, la interpolación que se obtiene mediante la IFFT reduce la cantidad de discontinuidades. Entonces es posible establecer que la interpolación que produce una IFFT única para un intervalo de tiempo determinado, presenta mejores características que la que interpolación proveniente de dos cálculos independientes de la IFFT para producir la señal en el mismo intervalo. Se resalta que para alimentar el bloque de cálculo de la IFFT según los métodos propuestos se utiliza un vector que proviene de la correlación de los símbolos originales, en el dominio de la frecuencia. Este vector contiene las denominadas *subportadoras virtuales*. Por otro lado, se indica que la presencia de una mayor cantidad de subportadoras (las subportadoras virtuales) permite enriquecer el desempeño de otras técnicas de mejoramiento de sistemas OFDM; en particular, este efecto ha sido evaluado con respecto a la precodificación espectral y se observa una reducción adicional en la emisión de potencia fuera de banda, lograda por medio de una menor distorsión.

La forma de aplicación de los conceptos descritos en los párrafos anteriores ha sido estudiada en el contexto de la siguiente pregunta de investigación:

*¿Cuál es el intercambio que puede existir entre complejidad en el procesamiento y efectividad en el control de la potencia fuera de banda?*

Consecuentemente, en el desarrollo de este proyecto de investigación Doctoral se han establecido tres métodos de correlación en el dominio de la frecuencia; es decir, tres formas (algebráicamente) distintas de establecer el preprocesamiento. Estas técnicas fueron denominadas: *generación de la señal OFDM con símbolos de doble longitud*, *método de fusión de símbolos*, y *generación de la señal OFDM con interpolación basada en correlación*. De este modo se puede concluir que son posibles al menos tres técnicas de correlación en el dominio de la frecuencia. Se observa que estas tres técnicas tienen un costo

computacional similar en el lado transmisor. Esto es, la cantidad de vectores de salida de bloques FFT es la misma en los tres casos; por su parte, el esquema de composición de la señal de salida presenta patrones similares en las tres aproximaciones. Contrariamente, en el lado receptor cada técnica presenta una complejidad sustancialmente diferente. En este sentido, es incluso posible eliminar totalmente el procesamiento adicional en el lado receptor. Mientras tanto, se observa que en los tres esquemas de correlación se obtiene un desempeño espectral equivalente. A su vez, un importante intercambio entre complejidad y desempeño se puede observar en el caso de utilizar *extensión multisímbolo* (ME, *multisymbol extension*) dentro del esquema de fusión de símbolos. En este caso se observa que, tanto la eficiencia espectral como los niveles de potencia fuera de banda, y también la tasa de error en el caso de canales variantes en el tiempo, son fuertemente mejoradas. Sin embargo, el precio pagado por este beneficio es una complejidad que se presenta principalmente en el lado receptor.

### 7.3 Comparación de los Métodos de Preprocesamiento Propuestos

Se destaca que esta propuesta de preprocesamiento en el dominio de la frecuencia representa un método de refinamiento de la densidad espectral de potencia de la señal de salida. Este preprocesamiento permite evitar el filtrado, muchas veces analógico, en las últimas etapas de un transmisor convencional. Sin embargo, la adecuación de la señal con respecto a las máscaras de emisión, se logra mediante un tratamiento en el dominio digital que inherentemente conlleva un incremento en la complejidad del transmisor. Por este motivo, los tres métodos de correlación tratados incrementan el procesamiento en el lado transmisor. No obstante, estos niveles de complejidad adicionales son moderados, de acuerdo con la tecnología de integración de circuitos actual. Correspondientemente, la complejidad necesaria para la decodificación en el lado receptor es importante para el caso de la transmisión con símbolos de doble longitud; para el caso del esquema de fusión de símbolos, el procesamiento adicional es sumamente reducido; mientras que para el caso de interpolación basada en correlación se encuentra que no es necesario agregar procesamiento en el lado receptor, con respecto al disponible en un receptor estándar.

El efecto de las técnicas de correlación propuestas sobre los valores de *relación de potencia pico a potencia promedio* (PAPR, *peak-to-average power ratio*) es negativo sólo en el caso de la utilización de un esquema con símbolos de doble longitud. Por su parte, para el método de fusión de símbolos, así como para el esquema de generación de la señal OFDM con interpolación basada en correlación, se demuestra que no existe la posibilidad de que una mayor cantidad de subportadoras contribuya a la existencia de picos de amplitud elevada, y por esto la PAPR no se incrementa.

De acuerdo con las motivaciones de partida, en ninguno de los tres esquemas de procesamiento tratados se plantea un incremento del ancho de banda para lograr el funcionamiento deseado; y tampoco se recurre a utilización parcial del ancho de banda disponible, lo cual reduciría la tasa de transferencia de información. Por el contrario, en el caso del método de fusión de símbolos con ME, se plantea un incremento en la tasa

de transferencia global debido a la eliminación de ciertos intervalos de guarda. De esta forma se aumenta la eficiencia del sistema.

## 7.4 Conclusiones Finales

En esta Tesis se han planteado métodos de correlación en el dominio de la frecuencia que pueden ser utilizados para lograr símbolos OFDM óptimamente interpolados de a pares. A partir de esta interpolación, un nuevo esquema de selección de extensiones cíclicas se ha desarrollado. Estas extensiones permiten tratar la dispersión temporal que producen los canales selectivos en frecuencia mediante una convolución circular. De este modo, la característica tan atractiva de los sistemas OFDM convencionales, consistente en la sencilla equalización mediante un sólo coeficiente para cada subportadora, se ha mantenido inalterada.

Por su parte, se ha considerado el hecho de que esta correlación permite interpretar al nuevo símbolo de doble longitud como uno que proviene de un espacio de subportadoras con dimensión duplicada. Entonces se puede decir que se trabaja con una cantidad de subportadoras virtuales que corresponde al doble de la cantidad de subportadoras reales. Esta característica resulta en un incremento en los grados de libertad disponibles; lo que, a su vez, permite aumentar la eficiencia de ciertas técnicas de optimización de sistemas OFDM disponibles en la literatura. Con este criterio se tomó en consideración la precodificación espectral para  $N$ -continuidad. Aunque fueron necesarias importantes modificaciones en el diseño del precodificador, se demuestra que los grados de libertad disponibles en el nuevo esquema benefician la reducción en la potencia fuera de banda y disminuyen la distorsión introducida.

Se observa que el hecho de correlacionar los símbolos OFDM originales de a pares, permite que la información se disperse solamente en dos símbolos OFDM (modificados) contiguos. Esto ocurre tanto en el esquema de generación de la señal OFDM con símbolos de doble longitud, como cuando se emplea el método de fusión de símbolos. Por su parte, la información se mantiene contenida en un solo símbolo si se emplea el esquema de generación de la señal OFDM con interpolación correlacionada. De esta forma la decodificación se mantiene sencilla en los tres casos, evitando la necesidad de procesamiento iterativos, u otras complejas aproximaciones en recepción, en contraposición a otras propuestas disponibles en la literatura.

## 7.5 Líneas de Investigación Posteriores

Una interesante alternativa para análisis posteriores consiste en la generalización de los métodos propuestos (en particular el esquema de generación de la señal OFDM con interpolación basada en correlación) hacia esquemas que procesen conjuntamente más que dos símbolos. El objetivo en este modelo sería obtener sucesivas mejoras en la efectividad de la interpolación. Claramente, un costo previsible sería cierta latencia, que en determinadas aplicaciones, tales como las transmisiones de televisión, podrían

ser sumamente despreciables. A su vez, la dificultad para establecer ciertas extensiones cíclicas en este caso representa un importante desafío.

No obstante, de esta forma sería posible controlar arbitrariamente la emisión de potencia fuera de banda. El patrón observado en la densidad espectral de potencia podría ser tan aproximado a un rectángulo como el diseñador quisiera. Un precio a pagar por este efecto sería la latencia introducida. Asimismo, la complejidad de procesamiento crecería de una forma notable. Al limitar a un valor finito la cantidad de símbolos OFDM que se tratan conjuntamente, podría ser beneficioso agregar un precodificador espectral. De esta forma el efecto sería poder controlar la distorsión para llevarla a un nivel tan bajo como se requiera.

---

## Bibliografía

- AHT11. R. Andrew, H. Horikoshi, and A. Terzoli. Keynotes Summaries. In *Kaleidoscope 2011: The Fully Networked Human? - Innovations for Future Networks and Services (K-2011)*, *Proceedings of ITU*, pages 1–4, Dec. 2011.
- Ala98. S.M. Alamouti. A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 16(8):1451–1458, oct 1998.
- BCC<sup>+</sup>07. E. Biglieri, R. Calderbank, A. Constantinides, A. Goldsmith, A. Paulraj, and V.H. Poor. *MIMO Wireless Communications*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 2007.
- Bin90. J.A.C. Bingham. Multicarrier Modulation for Data Transmission: An Idea whose Time has Come. *IEEE Commun. Mag.*, 28(5):5–14, may 1990.
- BSA07. B.J.A. Bassam, J. Slaheddine, and B. Ammar. A PAPR Reduction Method for STBC MIMO-OFDM Systems Using SLM in Combination with Subband Permutation. In *Third International Conference on Wireless and Mobile Communications, 2007. ICWMC '07.*, page 88, march 2007.
- CCB95. P.S. Chow, J.M. Cioffi, and J.A.C. Bingham. A Practical Discrete Multitone Transceiver Loading Algorithm for Data Transmission over Spectrally Shaped Channels. *IEEE Trans. Commun.*, 43(234):773–775, feb/mar/apr 1995.
- CCC11. Hao-Ming Chen, Wei-Chang Chen, and Char-Dir Chung. Spectrally Precoded OFDM and OFDMA with Cyclic Prefix and Unconstrained Guard Ratios. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 10(5):1416–1427, May 2011.
- Cha. R.W. Chang. Orthogonal Frequency Division Multiplexing.
- Cha66. R.W. Chang. Synthesis of Band-limited Orthogonal Signals for Multi-channel Data Transmission. *Bell Syst. Tech. J.*, 45:1775–1797, Dec. 1966.
- Chu06. C.-D. Chung. Spectrally Precoded OFDM. *IEEE Trans. Commun.*, 54(12):2173–2185, dec. 2006.
- Chu08. C.-D. Chung. Spectral Precoding for Rectangularly Pulsed OFDM. *IEEE Transactions on Communications*, 56(9):1498–1510, september 2008.
- Cim85. Jr. Cimini, L. Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing. *IEEE Transactions on Communications*, 33(7):665–675, July 1985.
- CL91. E.F. Casas and C. Leung. OFDM for Data Communication over Mobile Radio FM Channels. i. Analysis and Experimental Results. *IEEE Trans. Commun.*, 39(5):783–793, may 1991.
- DHM57. M.L. Doelz, E.T. Heald, and D.L. Martin. Binary Data Transmission Techniques for Linear Systems. In *Proc. IRE*, pages 656–661, May 1957.
- DT05. D.N. Dao and C. Tellambura. Inter-carrier Interference Self-Cancellation Space-Frequency Codes for MIMO-OFDM. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 54(5):1729–1738, sept. 2005.
- Eri11. Ericsson. More than 50 Billion Connected Devices. White paper, Feb. 2011. Available online.

- Fau00. M. Faulkner. The Effect of Filtering on the Performance of OFDM Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 49(5):1877–1884, September 2000.
- FKT07. Y. Fu, W.A. Krzymien, and C. Tellambura. A Technique for Multiuser and Inter-carrier Interference Reduction in Multiple-Antenna Multiuser OFDM Downlink. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 6(10):3493–3497, October 2007.
- Fos96. G.J. Foschini. Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment when using Multi-element Antennas. *Bell Syst. Tech. J.*, 1(2):41–59, 1996.
- Gal68. R. G. Gallager. *Information Theory and Reliable Communication*. Wiley, New York, 1968.
- GS01. G. Ganesan and P. Stoica. Space-Time Block Codes: A Maximum SNR Approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47(4):1650–1656, May 2001.
- GS08. M. Ghogho and A. Swami. Frame and Frequency Acquisition for OFDM. *IEEE Signal Processing Letters*, 15:605–608, 2008.
- HHS86. B. Hirosaki, S. Hasegawa, and A. Sabato. Advanced Groupband Data Modem Using Orthogonally Multiplexed QAM Technique. *IEEE Trans. Commun.*, 34(6):587–592, Jun. 1986.
- Hir80. B. Hirosaki. An Analysis of Automatic Equalizers for Orthogonally Multiplexed QAM systems. *IEEE Trans. Commun.*, 28(1):73–83, Jan. 1980.
- Hol64. J. Holsinger. Digital Communication over Fixed Time-continuous Channel with Memory - With Special Application to Telephone Channels. Ph.D. dissertation, 1964. Mass. Inst. Technol., Cambridge.
- HTC98. L.M.C. Hoo, J. Tellado, and J.M. Cioffi. Dual QoS Loading Algorithms for DMT Systems Offering CBR and VBR Services. In *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, volume 1, pages 25–30 vol.1, 1998.
- HYW<sup>+</sup>09a. Taewon Hwang, Chenyang Yang, Gang Wu, Shaoqian Li, and G. Ye Li. OFDM and Its Wireless Applications: A Survey. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 58(4):1673–1694, May 2009.
- HYW<sup>+</sup>09b. Taewon Hwang, Chenyang Yang, Gang Wu, Shaoqian Li, and G. Ye Li. OFDM and Its Wireless Applications: A Survey. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 58(4):1673–1694, May 2009.
- ITU11. ITU. Assessment of the Global Mobile Broadband Deployments and Forecasts for International Mobile Telecommunications. Report ITU-R, M.2243 (00/2011), pp. 1-96, Nov. 2011. Available online (12 pages).
- JGC<sup>+</sup>08. T. Jiang, M. Guizani, H.-H. Chen, W. Xiang, and Y. Wu. Derivation of PAPR Distribution for OFDM Wireless Systems Based on Extreme Value Theory. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(4):1298–1305, April 2008.
- JH07. M. Jiang and L. Hanzo. Multiuser MIMO-OFDM for Next-Generation Wireless Systems. *Proc. IEEE*, 95(7):1430–1469, July 2007.
- JW08. Tao Jiang and Yiyan Wu. An Overview: Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 54(2):257–268, June 2008.
- Kal89. I. Kalet. The Multitone Channel. *IEEE Trans. Commun.*, 37(2):119–124, Feb 1989.
- KRJ00. B.S. Krongold, K. Ramchandran, and D.L. Jones. Computationally Efficient Optimal Power Allocation Algorithms for Multicarrier Communication Systems. *IEEE Trans. Commun.*, 48(1):23–27, Jan 2000.
- Li02. (G.)Y. Li. Simplified Channel Estimation for OFDM Systems with Multiple Transmit Antennas. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 1(1):67–75, Jan 2002.
- Liz09. E.M. Lizárraga. Reducción de la PAPR en señales OFDM utilizando Códigos Espacio-Temporales. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Universidad Nacional de Córdoba, Nov. 2009.
- LPGdlR<sup>+</sup>11. D. Lopez-Perez, I. Guvenc, G. de la Roche, M. Kountouris, T. Quek, and J. Zhang. Enhanced Inter-cell Interference Coordination Challenges in Heterogeneous Networks. *IEEE Wireless Commun. Mag.*, 18(3):22–30, Jun. 2011.
- LS03. E.G. Larsson and P. Stoica. *Space-Time Block Coding for Wireless Communications*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 2003.
- LS06. Y.G. Li and G. Stüber. *Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Wireless Communications*. Springer-Verlag, Boston, MA, 2006.

- LSA99. Y. Li, N. Seshadri, and S. Ariyavisitakul. Channel Estimation for OFDM Systems with Transmitter Diversity in Mobile Wireless Channels. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 17(3):461–471, mar 1999.
- LTE11. Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical Channels and Modulation (Release 8), Dec. 2011.
- LTE12. Base Station (BS) Radio Transmission and Reception (Release 8), Mar. 2012.
- LWKL11. Sheng Liu, Jianjun Wu, Chung Ha Koh, and V. Lau. A 25 Gb/s/(km<sup>2</sup>) Urban Wireless Network Beyond IMT-Advanced. *IEEE Commun. Mag.*, 49(2):122–129, Feb. 2011.
- LXHL10. Q. Liang, Y. Xiao, X. He, and S. Li. Iterative Estimation and Cancellation of N-continuous Distortion for MIMO OFDM systems. In *International Conference on Wireless Communications and Signal Processing*, pages 1–4, oct. 2010.
- MA08. H.A. Mahmoud and H. Arslan. Sidelobe Suppression in OFDM-based Spectrum Sharing Systems using Adaptive Symbol Transition. *IEEE Commun. Lett.*, 12(2):133–135, Feb. 2008.
- MCCJ08. Hyunae Min, Changhyeon Chae, Daewon Choi, and Taejin Jung. Design of New Minimum Decoding Complexity Quasi-Orthogonal Space-Time Block Code for Four Transmit Antennas. In *IEEE Singapore International Conference on Communication Systems*, pages 70–72, nov. 2008.
- MKP07. M. Morelli, C.-C.J. Kuo, and M.-O. Pun. Synchronization Techniques for Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA): A Tutorial Review. *Proceedings of the IEEE*, 95(7):1394–1427, july 2007.
- Nek10. Maziar Nekovee. Cognitive Radio Access to TV White Spaces: Spectrum Opportunities, Commercial Applications and Remaining Technology Challenges. In *IEEE Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum*, pages 1–10, Apr. 2010.
- NGGA11. T. Novlan, R. Ganti, A. Ghosh, and J. Andrews. Analytical Evaluation of Fractional Frequency Reuse for OFDMA Cellular Networks. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 10(12):4294–4305, Dec. 2011.
- OA07. M.K. Ozdemir and H. Arslan. Channel Estimation for Wireless OFDM Systems. *Commun. Surveys Tuts.*, 9(2):18–48, quarter 2007.
- OWS97. A.V. Oppenheim, A.S. Wilsky, and Hamid S. *Signals and Systems, Second Edition*. Prentice Hall, New Jersey, 1997.
- PND<sup>+</sup>11. P. Pawelczak, K. Nolan, L. Doyle, Ser Wah Oh, and D. Cabric. Cognitive Radio: Ten Years of Experimentation and Development. *IEEE Commun. Mag.*, 49(3):90–100, Mar. 2011.
- PNG03. A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore. *Introduction to SpaceTime Wireless Communications*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 2003.
- PR80. A. Peled and A. Ruiz. Frequency Domain Data Transmission using Reduced Computational Complexity Algorithms. In *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech Signal Process.*, volume 5, pages 964–967, Apr. 1980.
- Sal67. B. Saltzberg. Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System. *IEEE Trans. Commun. Technol.*, COM-15(6):805–811, Dec. 1967.
- SDAD02. A. Stamoulis, S.N. Diggavi, and N. Al-Dhahir. Intercarrier Interference in MIMO OFDM. *IEEE Trans. Signal Process.*, 50(10):2451–2464, oct 2002.
- Sha48. C.E. Shannon. A Mathematical Theory of Communication. *Bell Syst. Tech. J.*, 27:379–423, Jul.-Oct. 1948.
- Str76. G. Strang. *Linear Algebra and its Applications, 3rd ed.* Harcourt Brace Jovanovich Publishers, San Diego, CA, 1976.
- SvdB10. G. Sun and J. van de Beek. A Method of Signaling Precoder Information for Dynamical Spectrum Shaping. In *International Conference on Wireless Communications Networking and Mobile Computing*, pages 1–4, sept. 2010.
- Tel00. J. Tellado. *Multicarrier Modulation with Low PAR: Applications to DSL*. Kluwer, Norwell, MA, 2000.
- TSC98. V. Tarokh, N. Seshadri, and A.R. Calderbank. Space-Time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 44(2):744–765, mar 1998.

- TV05. D. Tse and P. Viswanath. *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, U.K., 2005.
- vdB09. J. van de Beek. Sculpting the Multicarrier Spectrum: A Novel Projection Precoder. *IEEE Communications Letters*, 13(12):881–883, Dec. 2009.
- vdBB08. J. van de Beek and F. Berggren. Out-of-band Power Suppression in OFDM. *IEEE Commun. Lett.*, 12(9):609–611, september 2008.
- vdBB09a. J. van de Beek and F. Berggren. EVM-Constrained OFDM Precoding for Reduction of Out-of-Band Emission. In *IEEE Veh. Tech. Conf. Fall*, pages 1–5, Sep. 2009.
- vdBB09b. J. van de Beek and F. Berggren. N-Continuous OFDM. *IEEE Commun. Lett.*, 13(1):1–3, 2009.
- vNP00. R. van Nee and R. Prasad. *OFDM for Wireless Multimedia Communications*. Artech House, London, UK, 2000.
- WE71. S. Weinstein and P. Ebert. Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform. *IEEE Transactions on Communication Technology*, 19(5):628–634, 1971.
- WW97. T.J. Willink and P.H. Wittke. Optimization and Performance Evaluation of Multicarrier Transmission. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 43(2):426–440, mar 1997.
- XLHL10. Y. Xiao, Q. Liang, X. He, and S. Li. On the Joint Reduction of Peak-to-Average Power Ratio and Out-of-Band Power in OFDM Systems. In *International Conference on Wireless Communications and Signal Processing*, pages 1–4, oct. 2010.
- YGT05. C. Yuen, Y.L. Guan, and T.T. Tjhung. Quasi-Orthogonal STBC with Minimum Decoding Complexity. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 4(5):2089–2094, sept. 2005.
- ZK67. M. Zimmerman and A. Kirsch. The AN/GSC-10 (KATHRYN) Variable Rate Data Modem for HF Radio. *IEEE Trans. Commun. Technol.*, 15(2):197–204, april 1967.

---

# Índice

- alcance (span) del canal, 21
- alcance de la tesis, 5
  
- backoff del transmisor, 22
- banda ancha, 23
  
- canal, 17, 19, 24, 51, 64, 78
- canal cuasi-estacionario, 19, 68
- canal de banda ancha, 23
- canal, respuesta al impulso, 17
- canal, respuesta en frecuencia, 18
- canales variantes en el tiempo, 19
- carrier frequency offset, 19
- ciclo-estacionario, 40
- comparación de los métodos de preprocesamiento propuestos, 86
- composición de la señal sobremuestreada (CI-OFDM), 73
- composición de la señal sobremuestreada (DL-OFDM), 44
- composición de la señal sobremuestreada (SM-OFDM), 58
- composición de la señal sobremuestreada (SMME-OFDM), 60
- conclusiones, 29, 38, 55, 68, 82, 84
- conclusiones finales, 87
- conclusiones sobre las preguntas de investigación, 84
- conclusiones, introducción, 84
- correlación para la mejora en la densidad espectral de potencia, 40
- cuasi-estacionariedad, 19, 68
  
- decodificación diferencial, 19
- desviación de la frecuencia portadora, 19
- dispersión de retardo, 21
- distorsión, EVM, 50, 63, 77
- distribuciones probabilísticas en la señal OFDM, 21
  
- doble longitud, 42
  
- entrenamiento, señales de, 26
- estimación del canal, 26
- estructura de la tesis, 5
- EVM, 50, 63, 77
- extensión cíclica, 41, 43, 45, 59, 73
- extensión multi-símbolo, 60
  
- fundamentos, 8
- fusión de símbolos, 58
- fusión de símbolos (*symbol merging*), 56
  
- IFFT de doble longitud, 42
- interpolación, 14
- interpolación CI-OFDM, 72
- interpolación correlacionada, 74
- intervalo de guarda, 19
- introducción, 2
- introduccionOFDM, 8
  
- líneas de investigación posteriores, 87
  
- metodología de la investigación, 4
- MIMO-OFDM, 23
- modelo de canal, 51
- modelo de canal (fusión de símbolos con extensión multi-símbolo), 65
- modelo de canal (fusión de símbolos), 64
- modelo del sistema, 10
- modelo general MIMO-OFDM, 24
- motivación, 2
  
- nomenclatura, 10
  
- OFDM  $N$ -continua, 30
- OFDM con Doble Longitud, 40
- OFDM con doble longitud (DL-OFDM), 44
- OFDM con Interpolación Correlacionada, 71

- OFDM N-Continua, 31
- OFDM N-Continua sin memoria, 35
- operación del receptor (fusión de símbolos con extensión multi-símbolo), 65
- operación del receptor (fusión de símbolos), 64
- PAPR, 21
- PAPR en banda base, 22
- PAPR en banda de paso, 23
- parametrización OFDM, 16
- pilotos, 26
- potencia, 21
- precodificación espectral, 30, 47
- precodificación espectral de alto orden, 49
- precodificación espectral para fusión de símbolos, 61
- problema de investigación, 3
- receptor doble longitud, 51
- receptor OFDM, 16
- reducción de la PAPR en MIMO-OFDM, 27
- resumen de publicaciones originales, 6
- respuesta al impulso del canal, 17
- respuesta en frecuencia del canal, 18
- restricciones para alto orden en fusión de símbolos, 62
- restricciones precodificación espectral SMME, 63
- resultados de simulación (fusión de símbolos), 67
- resultados DL-OFDM, 52
- ruido de cuantización, 22
- símbolo de doble longitud, 45
- símbolo de doble longitud con fusión de símbolos, 58
- símbolo OFDM con interpolación correlacionada, 74
- señales de entrenamiento, 26
- sincronización, 26
- sobremuestreo, 14
- span del canal, 21
- subportadoras virtuales, 41
- sufijo cíclico, 43
- virtuales, subportadoras, 41

# AN EFFICIENT SPECTRAL SHAPING METHOD FOR OFDM SYSTEMS USING CORRELATED INTERPOLATION OF SYMBOLS

E.M. LIZARRAGA<sup>\*\*§</sup>, A.A. DOWHUSZKO<sup>‡</sup>, V.H. SAUCHELLI<sup>§</sup> and S.H. GALLINA<sup>†</sup>

<sup>\*</sup>Laboratorio de Comunicaciones Digitales-CONICET. emlizarraga@conicet.gov.ar

<sup>†</sup>Universidad Nacional de Catamarca, Argentina. sgallina@tecnologia.unca.edu.ar

<sup>‡</sup>Department of Commun. and Networking (Comnet), Aalto University, Finland. alexis.dowhuszko@aalto.fi

<sup>§</sup> Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. vsauch@com.uncor.edu

**Abstract**— The generation of suitable *orthogonal frequency division multiplexing* (OFDM) signals on the grounds of fully digital signal processing is considered. The main objective is to obtain a discrete-time signal with adequate allocation of power emissions in both, in-band portion (i.e., the allocated band for communication) and out-of-band portion (i.e., the band allocated to adjacent channels) of the spectrum. The proposed method prevents the transmitter from using traditional filtering techniques, to keep under control power emissions in the system. In addition, the adaptability feature of our proposal makes its implementation attractive within *cognitive radio* (CR) and *software defined radio* (SDR) OFDM-based systems. Our spectral shaping approach is based on an optimum interpolation, obtained from the combination of an *inverse fast Fourier transform* (IFFT) and a spectral precoding operation, both of them transparent from the perspective of a conventional (legacy) OFDM receiver.

**Keywords**— Correlated interpolation, IFFT, double-length, OFDM, N-continuous, symbol merging, spectral precoding, spectral shaping.

## I. INTRODUCTION

*Orthogonal frequency division multiplexing* (OFDM) is an attractive modulation technique that is not only widely used in current commercial systems (e.g., xDSL, DVB, WiFi, and WiMAX), but it also represents the selected candidate to be implemented in the air interface of future high-speed mobile communications standards (i.e., LTE and LTE-Advanced). The available spectrum in an OFDM transmission is occupied by orthogonal subcarriers, which are utilized to convey parallel data streams across non-interfering portions of the channel. The use of OFDM allows to exploit effectively both, the frequency- and time- domain dimensions of a (slowly varying) frequency selective fading channel, as it admits simple single-tap equalization using a *cyclic prefix* (CP) (Hwang *et al.*, 2009). Another important property is the possibility of implementing the required transmit signal processing operations completely in the digital domain, using the well-known and efficient *fast Fourier transform* (FFT) algorithm. Nevertheless, the implementation of OFDM in practice comes with many challenges. For example, high levels of out-of-band power emissions may be generated in transmission (due to discontinuities in the time-domain OFDM signal) if no corrective measures are taken. Trying to alleviate this problem, in

this paper we focus on the use of a novel interpolation method that we named *correlated interpolation* (CI), as a simple way to achieve a suitable spectrum shape of the output signal in a practical system implementation.

An OFDM signal is a sequence of OFDM symbols, each one consisting of a collection of modulated orthogonal subcarriers. Since the amplitudes and phases of the subcarriers are often statistically independent, OFDM symbols are considered independent as well. Due to this phenomenon, the concatenation of OFDM symbols introduces discontinuities in the corresponding time-domain signal, or equivalently, high levels of out-of-band power emissions are generated. The simplest solution to this problem consists in using filtering techniques that limit this undesired power leakage out-of-band; nevertheless, the main drawback of such an approach is a reduction in the effectiveness of the CP that is introduced (van de Beek and Berggren, 2009a). Mahmoud and Arslan (2008) proposed an interesting alternative to control this problem, which is basically based on implementing adaptive symbol transitions when generating the OFDM signal. However, the main drawback in this case is the necessity to update the transmitter signal processing on a per-symbol basis, increasing as a consequence the complexity of the system (i.e., its implementation requirements).

This work focus on the generation of OFDM signals that comply with common quality requirements specified by emission masks, such as the ones that are presented in LTE specifications (3GPP 36.211, 2012). In other words, we address the generation of an oversampled digital signal that improves the spectral allocation of power in both, in-band and out-of-band regions. The key idea behind our proposal is based on correlating two OFDM symbols in frequency-domain, to obtain a continuous behavior in time-domain by means of the CI. This is obtained using an *inverse discrete Fourier transform* (IDFT) representation with double length, when compared to the one that is used in conventional OFDM transmissions. At that time, the concatenation points in the resulting sequence of OFDM symbols will show a continuous behavior in half of the original merging points (that correspond to the whole OFDM transmission). A preliminary version of this merging concept was previously presented in Lizarraga *et al.* (2011a).

A spectral precoding technique is additionally introduced in this paper, with the ultimate goal of guaranteeing a continuous time-domain behavior in the remaining

# Symbol Merging Approach for Intercell Interference Mitigation in Wireless OFDM Systems

Enrique Mariano Lizarraga\*, Alexis Alfredo Dowhuszko†, and Victor Hugo Sauchelli‡

\*Digital Communications Research Laboratory, National University of Cordoba - National University of Catamarca - CONICET. Av. Velez Sarsfield 1611, Cordoba (X5016GCA), Argentina. Email: emlizarraga@conicet.gov.ar

†Department of Communications and Networking (Comnet), Aalto University  
P.O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland. Email: alexis.dowhuszko@aalto.fi

‡Research Laboratory of Mathematics Applied to Control, National University of Cordoba  
Av. Velez Sarsfield 1611, Cordoba (X5016GCA), Argentina. Email: vsauch@com.uncor.edu

**Abstract**—Out-of-band power emissions impose stringent limits on the performance that new techniques, such as *intercell interference coordination (ICIC)* and *cognitive radio (CR)*, provide over wireless systems with OFDM-based air interfaces. To tackle this problem, in this work we consider the use of a simple *symbol merging (SM)* approach, to enable the reduction of adjacent channel interference when generating the OFDM signal. The basic idea behind this proposal is simple: implement an *inverse discrete Fourier transform (IDFT)* calculation with double length, to merge OFDM symbols in pairs and reduce by half the number of points with discontinuities in time domain (compared to a conventional OFDM transmission). In addition, a spectral precoding technique is also introduced, to provide a continuous time behavior in the concatenation points that remain after the merging. Based on different performance analyses it is possible to conclude that, our proposed spectral precoding method guarantees a reduced distortion level in the frequency domain, when compared to traditional  $N$ -continuous OFDM techniques reported in the literature. Finally, the effect of avoiding the use of *cyclic prefix (CP)* in part of the OFDM symbols is also studied.

## I. INTRODUCTION

The number of wireless-enabled devices [1] and the amount of data per mobile subscriber [2] have been increasing constantly during the last decade. Since this tendency is expected to continue (and even grow) in the next few years, a non-myopic approach will be required in the future for wireless systems that are designed to cope with this demand. In other words, next generation wireless systems will not only necessitate improved spectral efficiencies to achieve their claimed gains, but they will also require additional portions of radio spectrum (released for wireless usage) and denser deployment of small cell base stations in hot spot areas (for improved frequency re-usage) [3]. The benefits of these three approaches go together hand in hand; therefore, a joint combination of them within an OFDM-based air interface is expected to be the main candidate to meet these requirements in the future. As expected, the limiting factor in all these cases is the interference strength observed in reception [4]. Therefore, a key parameter that should be definitely kept under control is the *out-of-band power emission* that OFDM-based systems generate in transmission.

*Cognitive radio (CR)* is a technology that enables the provision of additional frequency bands, e.g., implementing *dynamic spectrum access (DSA)* to license-exempt secondary

users whenever reception in licensed primary users is not (considerably) affected. For example, CR technology allows to exploit so-called *TV white spaces* around the world, as TV broadcast services in VHF/UHF bands switch from analog to digital. The basic idea in this case is to allow secondary devices to operate on vacant TV channels, whenever no harmful interference is generated to adjacent primary TV channels [5]. Note that the level of out-of-band power emissions, generated by secondary transmissions, becomes a critical factor to capitalize the gain advertised by this proposal. Similarly, the denser deployment of base stations in both, macro- and femto-layer, suggests the use of *fractional frequency reuse (FFR)* schemes to keep under control the co-channel interference in an heterogeneous network (using different degrees of reuse factors within the same macro-cell) [6]. As expected, the effectiveness of FFR will depend on the ability of transmitters to keep the OFDM signal confined within the desired partitions of the channel. Again, the reduction of out-of-band power in OFDM transmissions plays a key role in the performance of a given FFR pattern, proposed for (enhanced) *intercell interference coordination (ICIC)* in future wireless networks.

An OFDM signal is a sequence of OFDM symbols, each one consisting of a collection of modulated orthogonal subcarriers. Since the amplitudes and phases of these subcarriers are often statistically independent, OFDM symbols are commonly assumed to be independent as well. So, the concatenation of OFDM symbols generates discontinuities in the time domain signal, or equivalently, high power emissions out of the desired band. Current standards use filtering techniques to limit the power level of these undesired out-of-band emissions; nevertheless, the main drawback of this approach is a reduction in the effectiveness of the CP [7]. Another option to control this problem is to implement adaptive symbol transition [8]. However, the pitfall in this case is that since transmitter processing needs to be updated in every symbol, the complexity of the system is required to be increased as well.

This work focuses on the generation of OFDM signals that comply with quality requirements, frequently specified by emission masks, such as the ones that are presented in LTE specifications [9]. In other words, we address the generation of an oversampled digital signal that improves the spectral allocation of power in both, in-band and out-of-band regions. The key idea behind the proposed scheme is to correlate

# Improving Out-of-Band Power Emissions in OFDM Systems using Double-length Symbols

E. M. Lizárraga, *Member, IEEE*, A. A. Dowhuszko and V. H. Sauchelli

**Abstract**— A method that improves the out-of-band power emissions in wireless systems that use *orthogonal frequency division multiplexing* (OFDM) in their air interface is proposed in this paper. The key idea behind this approach is to obtain the output signal using an *inverse discrete Fourier transform* (IDFT) calculation with double length, when compared to the single-length IDFT computation that takes place in a conventional OFDM system. Double-length symbols provide implicit continuity in half of the original union points of the whole transmission, and can be used in conjunction with other well-known techniques already proposed in the literature (e.g., spectral pre-coding). The use of a cyclic prefix and cyclic suffix strategy is also presented for time-varying channels, enabling the accommodation of the output signal in the same original bandwidth (i.e., without affection the sampling rate). Obtained results show important reductions in the out-of-band power emissions, which can be even further improved when combined with rate-one spectral pre-coding techniques. Since the output signal is completely obtained in a digital way, the proposed approach is suitable for future applications that are foreseen in the area of *software defined radio* (SDR) and *cognitive radio* (CR).

**Keywords**— Orthogonal frequency division multiplexing, out-of-band power emissions, spectral precoding, double-length symbols, N-Continuous OFDM, cyclic suffix.

## I. INTRODUCCIÓN

LA CANTIDAD de dispositivos con conectividad inalámbrica [1] y el tráfico de información por cada usuario [2] ha aumentado de forma continua en las últimas décadas. Dado que se espera que esta tendencia se mantenga (o que incluso se acentúe) en los próximos años [3], será necesario mejorar varios aspectos de los futuros sistemas de comunicación para hacer frente esta creciente demanda. En otras palabras, los sistemas de comunicación inalámbricos de la próxima generación deberán mejorar su eficiencia espectral, aunque también requerirán mayores porciones de espectro electromagnético y una más alta densidad de estaciones base por unidad de superficie [4]. Las porciones de espectro electromagnético adicionales deberán ser convenientemente autorizadas por organismos nacionales e internacionales. El despliegue más denso de pequeñas estaciones base será necesario para abastecer áreas de alto tráfico o *hotspots*, habilitando un patrón de reutilización de frecuencias más eficiente. Vale la pena destacar que los beneficios de estos tres

enfoques (i.e., eficiencia espectral, ancho de banda y reutilización de frecuencias) están conjuntamente relacionados entre sí. Por esto, se prevé que una cuidadosa combinación de los mismos, en el ámbito de una interfaz de aire basada en la *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*), sea la principal alternativa para cumplir con estos requerimientos. Según se espera, el factor limitante en todos estos casos es el nivel de interferencia co-canal que experimentan los usuarios en recepción [5]. En este contexto, un parámetro clave que se debe mantener bajo control es la emisión de potencia que un sistema OFDM generara fuera de la banda asignada.

El concepto de *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*) habilita el uso de porciones de espectro electromagnético adicionales a los así llamados *usuarios secundarios*, por medio de un *acceso dinámico al espectro* (DSA, *dynamic spectrum access*) sobre bandas reservadas para *usuarios primarios* con licencia. En este contexto, los usuarios secundarios estarán autorizados a usar la banda licenciada siempre y cuando no se afecte de forma apreciable la calidad de servicio que experimenta el usuario primario [6]. Se espera que el uso de CR permita aprovechar de manera fehaciente los *espacios blancos de televisión* (TV *white spaces*) en VHF/UHF, que comienzan a estar disponibles alrededor del mundo a medida que los sistemas de televisión analógicos van siendo reemplazados por sistemas de televisión digital más eficientes. La idea básica en este caso es simple: permitir a los dispositivos secundarios operar en los canales de TV liberados, siempre y cuando se garantice que no exista una interferencia apreciable en los canales de TV adyacentes utilizados por usuarios primarios [7]. En este punto vale la pena destacar que los receptores de TV comerciales no están diseñados para operar de forma robusta frente a altos niveles de interferencia en los canales adyacentes. Por esto, la emisión fuera de banda de un transmisor secundario se transforma en un parámetro crítico, cuando el objetivo del diseño es capitalizar la ganancia de desempeño que promete CR a nivel de sistema.

De una manera similar, un despliegue denso de estaciones base hace necesario recurrir a una *reutilización de frecuencia fraccional* (FFR, *fractional frequency reuse*) para mantener bajo control la interferencia co-canal no sólo en redes macrocelulares, sino también en redes heterogéneas [8]. La efectividad de un esquema FFR depende de la capacidad del transmisor de mantener la señal OFDM confinada dentro de la partición espectral. Por esto, la reducción de la emisión de potencia fuera de banda juega una vez más un papel fundamental en el desempeño de un patrón FFR que se

E. M. Lizárraga, Laboratorio de Comunicaciones Digitales, Universidad Nacional de Córdoba - Universidad Nacional de Catamarca - CONICET, Argentina, emlizarraga@conicet.gov.ar

A. A. Dowhuszko, Departamento de Comunicaciones y Redes, Universidad Aalto, Finlandia, alexis.dowhuszko@aalto.fi

V. H. Sauchelli, Laboratorio de Investigaciones sobre Matemática Aplicada al Control, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, vsauch@com.uncor.edu

# Out-of-Band Power Reduction in OFDM Systems using Double-length Symbols

Enrique Mariano Lizarraga\*, Alexis Alfredo Dowhuszko†, and Victor Hugo Sauchelli‡

\*Digital Communications Research Laboratory, National University of Cordoba - CONICET  
Av. Velez Sarsfield 1611, Cordoba (X5016GCA), Argentina. Email: emlizarraga@conicet.gov.ar

†Department of Communications and Networking (Comnet), Aalto University  
P.O. Box 13000, FI-00076 Aalto, Finland. Email: alexis.dowhuszko@aalto.fi

‡Research Laboratory Of Mathematics Applied to Control, National University of Cordoba  
Av. Velez Sarsfield 1611, Cordoba (X5016GCA), Argentina. Email: vsauch@com.uncor.edu

*Abstract*—In this paper we investigate a method for reducing out-of-band power emissions in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems. This proposal is based on the usage of an OFDM signal obtained from an inverse discrete Fourier transform (IDFT) calculation with double length, compared to conventional OFDM systems. Since an OFDM signal is composed by the concatenation of individual OFDM symbols, continuity is implicitly obtained in half of all the union points of the whole transmission. A cyclic prefix and cyclic suffix strategy is also presented, to accommodate the obtained signal without affecting the original bandwidth or the sampling rate of the communication, but considering different channel states. Obtained results show a reduction in the out-of-band power emission. Since the output signal can be digitally obtained, the proposed approach is suitable for applications such as software defined radio (SDR) and cognitive radio (CR).

## I. INTRODUCTION

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is an efficient multicarrier modulation technique that has properties that make it attractive in many high speed communication systems. It is included in many standards such as digital subscriber line (DSL) [1], digital audio broadcasting (DAB) [2], digital video broadcasting (DVB) [3], wireless local area networks (WLAN) [4], and has also been considered for fourth generation (4G) cellular systems (i.e. WiMAX [5] and LTE [6]). Orthogonal frequency division multiplexing has also the very attractive ability of compensating the dispersion with a single-tap equalizer [7], by means of using cyclic prefix (CP) [8]. Another important property is the possibility of implementing the discrete Fourier transform (DFT) block of the OFDM system using the efficient fast Fourier transform (FFT) algorithm [9].

The OFDM signal is a sequence of OFDM symbols, each one consisting of a collection of modulated orthogonal subcarriers. These subcarriers are usually modulated using conventional complex modulation schemes (e.g., QAM or QPSK). Thus, the phase and amplitude of the subcarriers can be considered to be statistically independent, and as a consequence, OFDM symbols are also assumed to be statistically independent [8]. This way, the concatenation of OFDM

symbols may generate time discontinuities in the signal, which in turn generate high out-of-band energy emissions. Current standards use filtering techniques to limit the power level of these out-of-band emissions; nevertheless, these techniques reduce the effectiveness of the CP [10].

This work deals with the design of a digital OFDM transmitter, and proposes a novel conformation of an oversampled discrete-time output signal to obtain important reduction in the signal power of out-of-band emissions. In contrast with other alternatives that were presented in the literature [11], [12], the proposed scheme presents constant power reduction in the out-of-band region. It is an advantage for the restriction of power emission in frequencies near to the allowed band limits. Furthermore, the proposed scheme can be used in conjunction with architectures as [11] and [12]. Unlike [13], our proposal does not require additional bandwidth. An IDFT calculation with the double of the original subcarriers number is used. Nevertheless, the obtained signal allows the original splitting in OFDM symbols with single length for channel equalization and decoding in the receiver. The proposed scheme improves the possibilities of generating masked OFDM signals in a completely digital fashion. In this way, applications based on software defined radio (SDR) or cognitive radio (CR) concepts should up improving its performance. In this work, an efficient way for implementing our proposed technique is also presented.

The rest of the paper is organized as follows. In Section II fundamentals are presented and efficient calculation issues are considered. Section III and IV describe the procedure developed for the transmitter. In Section V channel representation and receiver operation are presented. Simulation results are given in Section VI, and final comments are presented in Section VII.

**Notation:** vectors are indicated in bold, unlike complex or real scalar numbers. Matrices are indicated in bold with capital letters. Superscripts  $\{^*\}$ ,  $\{^T\}$ ,  $\{^H\}$ ,  $\{^{-1}\}$  represent conjugate, transpose, Hermitian, and inversion, respectively; other superscripts are part of the name of variables.  $\mathbf{0}_{M \times N}$  indicates an  $M \times N$  all-zero matrix. Convolution is noted by

## Efficient Implementation of Subcarrier Allocation Schemes in N-Continuous OFDM Transmissions

Enrique M. Lizarraga\*<sup>†</sup>    Victor H. Sauchelli<sup>‡</sup>    Sergio H. Gallina<sup>†</sup>

\* *Laboratorio de Comunicaciones Digitales - CONICET*  
emlizarraga@conicet.gov.ar

<sup>†</sup> *Universidad Nacional de Catamarca, Argentina*  
sgallina@tecono.unca.edu.ar

<sup>‡</sup> *Universidad Nacional de Córdoba, Argentina*  
vsauch@com.uncor.edu

*Abstract*— This work presents an efficient implementation of subcarrier allocation schemes in compliance with several orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) standards such as LTE. The considered schemes were chosen for OFDM systems owing to its capabilities to overcome certain practical limitations, e.g. improving the required sampling rate or the coding performance. However, they imply an increased computation load based on the large number of subcarriers present in current and future standards. Then it is shown that by means of vector reordering, the fast Fourier transform (FFT) algorithm may be used to avoid the implementation of computationally demanding matrix-vector multiplications derived from the required domain transformation, from frequency to time. The proposed strategy is used in a digital transmitter to obtain a continuous signal, whose first  $N$  derivatives are also continuous to reduce the out-of-band power emission. Since a digital signal generation is considered, these results empower hardware reconfigurable applications.

*Keywords*— N-Continuous, OFDM, LTE, subcarriers, allocation.

### 1 INTRODUCTION

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is an efficient multicarrier modulation which has properties that make it attractive in many high speed communication systems. OFDM is included in many standards such as digital subscriber line (DSL) [1], digital audio broadcasting (DAB) [2], digital video broadcasting (DVB) [3], wireless local area networks (WLAN) [4], and has also been considered for fourth generation (4G) cellular systems such as WiMAX [5] and LTE [6]. OFDM has the attractive ability of compensating the dispersion by means of a simple single-tap equalizer [7] and the use of a cyclic prefix (CP) [8]. Another

important property is the possibility of being implemented by the discrete Fourier transform (DFT) and the efficient algorithms known as fast Fourier transform (FFT) [9].

The OFDM signal is a sequence of OFDM symbols, each one consisting in the modulation of a collection of orthogonal subcarriers. These subcarriers are individually modulated by a conventional complex modulator, e.g. QAM, QPSK. Thus, the phase and amplitude of the subcarriers can be considered to be statistically independent, and also OFDM symbols are statistically independent [8]. In this way the concatenation of OFDM symbols may generate time discontinuities in the signal. In turn, these discontinuities yield high out-of-band energy emission. Current standards use filtering techniques to limit the out-of-band emission despite the fact that this techniques reduce the effectiveness of the CP [10]. In contrast, a novel alternative to reduce out-of-band emissions is proposed in [11], called *N-Continuity*. This technique consists in the use of precoding to force continuity in the signal and its  $N$  first derivatives in the limits of every OFDM symbol. One drawback of this alternative is the use of a memory-based precoding since knowledge of two consecutive OFDM symbols is required. Then a complex iterative receiver becomes necessary. Later, this problem was solved in [12], where precoding is turned memoryless by a simple reformulation.

There are two important reasons for selecting a subcarrier allocation scheme with beneficial features. On one hand, to avoid the usage of the central subcarrier allows a sampling rate which is not forced to operate at the symbol rate of the complex modulator of the OFDM system. On the other hand, an allocation scheme with positive and negative frequencies enhances the numerical behavior of the N-continuity algorithm, especially in the case of a large number of subcarriers. Given an appropriate subcarriers allocation scheme, in [12] a theoretical approach to the precoder and the signal obtained is explained. In a previous work we considered a digital signal generator

## N-CONTINUOUS OFDM SIGNAL ANALYSIS OF FPGA-BASED TRANSMISSIONS

Enrique M. Lizarraga, Victor H. Sauchelli, Gabriel N. Maggio

CONICET - National University of Cordoba  
Av. Velez Sarsfield 1611 - Cordoba - Argentina  
emlizarraga@conicet.gov.ar, vsauch@com.uncor.edu, gnmaggio@conicet.gov.ar

### ABSTRACT

N-Continuous OFDM systems have been proposed to achieve an important reduction of the out-of-band emitted power compared to conventional OFDM. However, system complexity has been increased and some resource demanding operations are necessary. So, this work considers the implementation in FPGA of the transmitter and also provides a novel analysis on the influence of the IFFT length in the representation of the continuity condition. Spectral measurements are practiced in the model to evaluate the performance.

### 1. INTRODUCTION

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is an efficient type of multicarrier modulation which has attractive features for high-data-rate wireless and wire-line applications [1]. OFDM was included in several standards as digital subscriber line (DSL) [2], digital audio broadcasting (DAB) [3], digital video broadcasting (DVB) [4], and wireless local area network (WLAN) [5]. This technique has an inherent ability to encounter multipath fading without requiring complex equalizers [6], and represents a bandwidth efficient transmission system that can be easily implemented by the fast Fourier transform (FFT) [7].

However, this digital modulation technique may present discontinuities in the transmission signal which increase the out-of-band emitted power in a strong way. Current standards still rely on smooth techniques based on traditional filters [8] or the classical windowing concept [7]. Although its simplicity was reflected in a wide acceptance, some studies [7], [8] have showed an associated reduced effective length of the cyclic prefix as a result. Addressing this issue, N-Continuous OFDM was introduced in [9], where discontinuities in the union point of two successive OFDM symbols are avoided by means of an algebraic-based pre-codification applied in the transmitter.

In this work, we analyze the implementation of this new approach to obtain an OFDM transmitter with out-of-band power emission significantly reduced. Also, the length of

the inverse FFT (IFFT) calculation is considered and it is observed that the N-continuity condition is strongly related to its value. Then, the performance of a realistic digital transmitter is analyzed by means of our FPGA model.

The rest of the paper is organized as follows. In Section 2 fundamental definitions are given, in Section 3 the implementation proposal is presented and the analysis of a digital signal generation arise in Section 4. Results are discussed in Section 5. Then, we conclude in Section 6.

### 2. SYSTEM MODEL

#### 2.1. OFDM Basics

In an OFDM transmitter, the total bandwidth is divided into  $K$  orthogonal subchannels wherein a subcarrier supports a conventional complex modulation (QAM, PSK, etc.), the output signal is obtained by summing the entire set. In practical systems, this sum of signals is jointly generated by means of the IFFT algorithm. This calculation block is fed by a parallelized vector obtained from the original high-speed input streaming after processing of the complex modulator. Then, it is possible to write an OFDM signal representation as

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} X_k \exp\left(\frac{j2\pi kn}{K}\right) \quad n = 0, 1, \dots, K-1, \quad (1)$$

where  $x_n$  is the time-domain signal at the  $n$ -th sampling instant, and  $X_k$  is the complex data symbol for the  $k$ -th subcarrier. The above expression may be rewritten according to a matrix approach as

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}\mathbf{X} \quad (2)$$

where  $\mathbf{x} = [x_0 \ x_1 \ \dots \ x_{K-1}]^T$  and  $\mathbf{X} = [X_0 \ X_1 \ \dots \ X_{K-1}]^T$  represents the time-domain and frequency-domain OFDM symbols, respectively, and  $\mathbf{F}$  is the IFFT matrix with elements  $f_{n,k} = \frac{1}{\sqrt{K}} \exp\left(\frac{j2\pi kn}{K}\right)$ . The OFDM symbol duration is denoted by  $T_s$ , so the global symbol rate is  $K/T_s$ .

## Reducción de complejidad en un Codificador Espacio-Temporal con capacidad de disminuir la PAPR en OFDM

E.M. Lizárraga<sup>†</sup>      V.H. Sauchelli<sup>‡</sup>

<sup>†</sup> Laboratorio de Tratamiento de Señales, Departamento Electrónica, Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas, Universidad Nacional de Catamarca. CONICET, Catamarca, Argentina.

emlizarraga@conicet.gov.ar

<sup>‡</sup> Departamento Electrónica; Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina

vsauch@com.uncor.edu

**Resumen**— Uno de los principales defectos de OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) es su alta relación de potencias pico a promedio (PAPR, *Peak-to-Average Power Ratio*) que produce saturación en el transmisor para muchos de los símbolos y esto afecta directamente la BER. Ajustar el transmisor con niveles de *back-off* suficientes provocaría una alta ineficiencia por lo que su indetectiblemente se genera distorsión en la propia banda y en los canales adyacentes. Entonces, se propone una implementación de complejidad reducida de una familia de STBCs (*Space-Time Block Codes*) para cuatro antenas transmisoras, que logra una alta ganancia de diversidad y reduce la PAPR.

**Palabras clave**— OFDM, PAPR, STBC, MIMO

### 1. INTRODUCCION

Una atractiva técnica para transmisiones de alta velocidad está constituida por la multiplexación por división de frecuencias ortogonales, u OFDM, debido a su alta eficiencia espectral y su especial desempeño en canales con desvanecimiento (*fading*) lento y muticamino. Basada en la transformada de Fourier (algoritmos IFFT/FFT), esta técnica tiene una implementación relativamente sencilla, y se puede obtener una equalización simple de un solo coeficiente. Por esto, OFDM ha sido adoptada en muchas aplicaciones inalámbricas y cableadas tales como DAB (*Digital Audio Broadcasting*), DVB (*Digital Video Broadcasting*), WLANs (*Wireless Local Area Networks*), y ADSL (*Asynchronous Digital Subscriber Line*); además, en un gran número de aplicaciones actuales se incluye la utilización combinada de OFDM con técnicas MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) recurriendo a la creación de canales espaciales paralelos.

Sin embargo, por la naturaleza de su conformación como suma, las señales OFDM tienen una gran variación en la envolvente, lo que resulta en una alta relación entre la potencia pico y la potencia media (PAPR, *Peak-to-Average Power Ratio*). Cuando una señal con alta PAPR atraviesa un amplificador de potencia (PA, *Power Amplifier*) no lineal, se observa distorsión en la propia banda y en los canales adyacentes, que se puede entender también como un ensanchamiento espectral.

Con fundamento en un trabajo previo de los autores [10], donde se propone utilizar un código espacio-temporal (STBC, *Space-Time Block Code*) para generar una familia de códigos de fácil implementación en una arquitectura VLSI (*Very-Large Scale Integration*) y mejorar la PAPR, aquí se exponen desarrollos para reducir la complejidad del transmisor.

Este texto se organiza como sigue: en la Sección 2 se describe el modelo básico utilizado para el análisis, la Sección 3 se refiere a los codificadores espacio-temporales, y en la Sección 4 se describe la generación de una familia de códigos que permite mejorar la PAPR; la Sección 5 muestra un análisis de complejidad que permite simplificación del sistema y por último se muestran resultados en la Sección 6, mientras que la en la Sección 7 se incluyen conclusiones.

### 2. MODELADO DE OFDM

Un bloque de  $N$  símbolos de datos (un símbolo OFDM)  $\{X_n, n = 0, 1, \dots, N-1\}$  se transmite en paralelo de forma tal que cada uno modula una subportadora diferente de un conjunto  $\{f_n, n = 0, 1, \dots, N-1\}$ . Las  $N$  subportadoras son ortogonales, es decir  $f_n = n \Delta f$ , donde  $\Delta f = 1/(NT)$  y  $T$  es el periodo del símbolo OFDM. La señal resultante en banda base puede ser expresada como

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j2\pi f_n t}, \quad 0 \leq t < NT, \quad (1)$$

Esto produce una PAPR en la señal transmitida (1) que puede ser definida como

$$PAPR = \frac{\max_{0 \leq t < NT} |x(t)|^2}{E[|x(t)|^2]} = \frac{\max_{0 \leq t < NT} |x(t)|^2}{\frac{1}{NT} \int_0^{NT} |x(t)|^2 dt}, \quad (2)$$

Pero dado que este análisis se hace en tiempo discreto, y dado que se ha demostrado en [17] que utilizando un factor de sobremuestreo  $L$  suficientemente grande, la PAPR puede ser definida como

# Evaluación Numérica de la Aritmética de Punto Fijo en Transmisores OFDM con N-Continuidad

Enrique Mariano Lizárraga  
Laboratorio de Tratamiento de Señales  
Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas  
Universidad Nacional de Catamarca  
Email: emlizarraga@conicet.gov.ar

Victor Hugo Sauchelli  
Laboratorio de Matemática Aplicada al Control  
Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales  
Universidad Nacional de Córdoba  
Email: vsauch@com.uncor.edu

**Abstract**—En los últimos tiempos se ha investigado la posibilidad de implementar transceptores de comunicaciones con capacidad de reconfiguración para atender a los requerimientos planteados para los sistemas con *acceso dinámico al espectro* (DSA, *dynamic spectrum access*), frecuentemente considerados dentro de esquemas con *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*). En particular, nos concentramos en transmisores basados en la *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*). En estos transmisores se considera la generación de la señal de salida mediante una precodificación espectral que permite evitar la utilización de un filtro de formación de espectro. Este recurso brinda mayor capacidad de reconfiguración y aumenta la robustez del sistema frente a los canales con desvanecimiento selectivo en frecuencia. Se analizan los efectos de la cuantización sobre la densidad espectral de potencia y se presentan resultados de implementación en un circuito basado en un arreglo de compuertas programable de tipo FPGA (*field-programmable gate array*).

## I. INTRODUCCIÓN

Recientemente, varios autores han considerado que la capacidad de los sistemas de comunicación modernos ha sido incrementada fuertemente gracias a estrategias de procesamiento distribuido entre los componentes de las redes de comunicaciones [1]. En este paradigma encajan las técnicas de *acceso dinámico al espectro* (DSA, *dynamic spectrum access*) y *radio cognitiva* (CR, *cognitive radio*) [2]. Por lo tanto, se infiere que un transceptor eficiente puede conseguirse mediante dispositivos electrónicos re-programables que ajustan su funcionamiento a la situación (instantánea) del sistema.

Asimismo, debemos tener en cuenta que la *multiplexación por división en frecuencias ortogonales* (OFDM, *orthogonal frequency division multiplexing*) es ampliamente aceptada en los estándares actuales y se considera para numerosos estándares futuros que ya se encuentran en estudio. Esto ocurre gracias a sus características beneficiosas desde el punto de vista de su implementación digital y robustez frente a las dificultades propias de los canales de comunicaciones inalámbricos.

Consecuentemente, podemos pensar que un transceptor reconfigurable, capaz de soportar una modulación OFDM es muy interesante para la comunidad académica e industrial dedicada a las comunicaciones. En particular, nos enfocamos en la implementación de transmisores OFDM, y nos concentramos en la *formación espectral* (*spectrum shaping*) de la señal de salida. Por esto nuestro estudio se centra en evitar la utilización de un filtro de salida (para formación espectral).

En un transmisor reconfigurable puede ser necesario modificar en tiempo real el ancho de banda de la señal de salida, o la banda de paso asignada, o incluso se puede desear generar una señal de salida que abarque sub-bandas disjuntas. Entonces el cálculo y la optimización electrónica de un filtro puede significar una gran dificultad para una reconfiguración rápida. Por su parte, la sola existencia de un filtro de salida implica una pérdida de efectividad del *prefijo cíclico* (CP, *cyclic prefix*) de un sistema OFDM, con lo cual se disminuye su eficiencia espectral [3].

En este trabajo tenemos en cuenta transmisiones con precodificación espectral de acuerdo al principio de *N-continuidad* [4]. De esta manera el sistema puede prescindir del filtro de salida a costa de una ligera distorsión en el dominio de la frecuencia que puede ser manejable en muchas aplicaciones actuales. Con esta técnica el transmisor puede disponer de buenas características de reconfiguración y lograr una buena eficiencia espectral. Sin embargo, la complejidad de implementación del transmisor es incrementada. De acuerdo con la arquitectura propuesta en [5], en este trabajo se consideran los efectos de la aritmética de punto fijo sobre la formación espectral de la señal de salida. Luego se analiza una arquitectura que es válida tanto para una esquema de precodificación con memoria del símbolo anterior [4], como para su versión sin memoria [6] propuesta posteriormente.

## II. TRABAJOS PREVIOS

### A. N-Continuidad

Las técnicas que persiguen una señal con *N-continuidad* se definen por medio de la señal de salida  $s(t)$ , estableciendo la condición de que tanto la señal como sus  $N$  primeras derivadas sean iguales en los puntos de concatenación de los sucesivos símbolos OFDM. Los demás puntos de la señal de salida ya cuentan con continuidad (naturalmente), por lo tanto toda la emisión de potencia fuera de banda de una transmisión OFDM se debe a las discontinuidades que aparece entre los sucesivos símbolos. Para formalizar estas definiciones se menciona que una señal OFDM de tiempo continuo  $s(t)$  es dada por

$$s(t) = \sum_i s_i(t - iT), \quad (1)$$

donde  $s_i(t)$  representa el  $i$ -ésimo símbolo OFDM en el  $i$ -ésimo intervalo de largo  $T$ . Luego se establece la condición de

# Análisis de Esquemas de Distribución de Subportadoras para Sistemas OFDM con Precodificación Espectral N-Continua

Enrique Mariano Lizárraga<sup>1</sup> & Víctor Hugo Sauchelli<sup>2</sup>

(1) Laboratorio de Tratamiento de Señales, Departamento de Electrónica, Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas, Universidad Nacional de Catamarca - CONICET.  
emlizarraga@conicet.gov.ar

(2) Laboratorio de Matemática Aplicada al Control, Departamento de Electrónica, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba.  
vsauch@com.uncor.edu

RESUMEN. Los sistemas de comunicación basados en multiplexación por división en frecuencias ortogonales (*orthogonal frequency division multiplexing*, OFDM) cuentan con una alta robustez frente a las perturbaciones de los canales con desvanecimiento y han sido aceptados en varios estándares actuales. Considerando la generación íntegramente digital de la señal de salida del transmisor, en este trabajo se consideran precodificadores espectrales que obtienen continuidad hasta orden  $N$  en una señal interpolada que permite tratar adecuadamente la emisión de energía en la banda asignada y la zona de canales adyacentes. Se analiza el efecto de distintos esquemas de distribución de subportadoras sobre las ecuaciones de diseño del codificador. Los resultados encontrados muestran que algunos esquemas pueden simplificar la arquitectura del transmisor en ciertas configuraciones; sin embargo, no obtienen buenos desempeños en términos de potencia emitida fuera de banda para altos órdenes de continuidad. Se analizan criterios para seleccionar un esquema adecuado.

## 1 INTRODUCCIÓN

La multiplexación por división en frecuencias ortogonales (*orthogonal frequency division multiplexing*, OFDM) es una eficiente técnica de modulación multiportadora que tiene propiedades atractivas para muchos sistemas de comunicación de alta velocidad. Ha sido incluida en varios estándares como DSL (*digital subscriber line*) dado en ANSI Std. ANSI/TIEI/9J (1997), televisión digital DVB (*digital video broadcasting*) descrito en ETSI Std. ETS 300 401 (2000), redes inalámbricas de área local de acuerdo con IEEE 802.11a (1999), y también está siendo considerada para la cuarta generación de sistemas de comunicaciones celulares, por ejemplo en WiMAX de IEEE 802.16 (2008) y LTE de 3GPP TSG RAN TS 36.211(2008). La multiplexación por división en frecuencias ortogonales tiene la atractiva característica de compensar la dispersión introducida por un canal selectivo en frecuencia, por medio de un ecualizador de un solo coeficiente, recurriendo al uso de prefijo cíclico de la manera introducida por Cimini (1985). Otra característica beneficiosa es la posibilidad de implementar el bloque de transformación discreta de Fourier (*discrete Fourier transform*, DFT), típico de un sistema OFDM, mediante los eficientes

algoritmos conocidos como transformada rápida de Fourier (*fast Fourier transform*, FFT).

La señal OFDM se compone de una secuencia de símbolos OFDM, cada uno consistente en una superposición de subportadoras ortogonales moduladas. Estas subportadoras son usualmente moduladas por medio de un modulador complejo convencional (es decir, siguiendo esquemas QAM, PSK, etc.). Como consecuencia, la fase y amplitud de cada una de las subportadoras puede ser considerada estadísticamente independiente. Esto a su vez permite suponer símbolos OFDM estadísticamente independientes, de acuerdo con Van Nee (2000).

Debido a esta independencia, la concatenación convencional de símbolos OFDM podría generar discontinuidades en la señal de salida en el dominio del tiempo, lo cual a su vez produce alta emisión de energía fuera de la banda deseada. Los estándares actuales utilizan técnicas de filtrado para limitar los niveles de potencia de las emisiones fuera de banda; sin embargo, ha sido mostrado en Faulkner (2000) que estas técnicas reducen la efectividad del prefijo cíclico. Aunque se han presentado algunas alternativas como formación de pulso (*pulse shaping*), por ejemplo en Vahlin (1996), este recurso no permite una arquitectura

# SYSTOLIC MATRIX-VECTOR MULTIPLIER FOR A HIGH-THROUGHPUT N-CONTINUOUS OFDM TRANSMITTER

*Enrique Mariano Lizárraga*

CONICET - F.T.yCs.Ap.  
Universidad Nacional de Catamarca  
4700 Catamarca, Argentina  
email: emlizarraga@conicet.gov.ar

*Victor Hugo Sauchelli*

F.C.E.F.yN.  
Universidad Nacional de Cordoba  
5000 Cordoba, Argentina  
email: vsauch@com.uncor.edu

## ABSTRACT

Digital systems frequently present high-speed operation requirements and many times its processing is based on arithmetical operation. In this work, we consider a strong resource demanding application such as matrix-vector multiplication, in the context of N-Continuous OFDM signal generation. We propose a systolic architecture which can perform operations in a parallel way and reduces the processing time according to a design parameter. Our results expose the benefits derived from a critical path treatment, and show an attractive simplicity owing to a circular data shifting in a systolic approach.

## 1. INTRODUCTION

High-speed operation in current VLSI designs is a necessary feature; the bottleneck in the capacity of supporting certain applications is frequently given by the timing performance. Considered applications may be found in devices ranging from smartphones to complex computers. Then, we focus on an efficient architecture for digital signal processing. This area has allowed applications such as high data rate wireless communications [1], image recognition [2], and biomedical processing [3]. In these designs, matrix operations are frequently required but they imply a large number of elemental (scalar) multiplications. Even simple scalar multipliers are resource demanding [4]. Therefore, area, power and speed costs are increased in a strong way for the global system if the design is not optimized.

In this work, we consider a matrix-vector multiplication where the matrix elements are constant. Then, they can be previously stored in a memory. This case may be found in several applications such as generalized DFT, coordinate rotations, coding, etc. We base the design on a multipliers bank that allows a parallel processing system. In this way, the operation time is reduced by a design parameter. We present particular consequences of the parallelism concept and a detailed description of the architecture.

The proposed architecture is tested for a wireless communication transmitter showing good performance and allowing the required bandwidth.

The rest of the paper is organized as follows. In Section 2 we present the fundamentals of the matrix-vector multiplication algorithm and alternatives are discussed, in Section 3 the architecture is explained and delay considerations are given; the Section 4 present results obtained from simulation and synthesis for FPGA. Conclusions are given in Section 5.

## 2. ALGORITHM BASICS

### 2.1. Matrix-Vector Multiplication Fundamentals

Let  $M$  be a  $N \times N$  matrix, and  $v$  a  $N \times 1$  column vector. Then, the matrix-vector multiplication result is allocated in the  $r$  column vector with dimension  $N \times 1$  as defined in

$$r_i = \sum_{j=0}^{N-1} M_{ij} \cdot v_j \quad i = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

where  $M_{ij}$  and  $v_j$  are the elements of  $M$  and  $v$ , respectively. From this expression we can derive the requirement of solving  $N^2$  individual multiplications to complete the operation. Although in many cases they may be complex multiplications, results obtained in this work remain valid.

Focusing on the result calculation, in one hand, a simple approach is to use combinatorial logic, but the area requirement is high and a slow clock is necessary. In other hand, an alternative is to solve every multiplication sequentially. However, a large number of clock cycles will be required to complete the processing. In addition, many architectures for real or complex number multipliers present latency, which may reduce the global performance. Pipelining may be included to mitigate the delay drawback. Even though, the global processing time is still governed by the expression  $N^2$ . However, the benefit reached with this approach is based on the use of only one multiplier. Then, the

# Mitigación de la PAPR en un escenario MIMO-OFDM 4x1 generando una familia de códigos espacio-temporales

Lizárraga, Enrique Mariano; Sauchelli, Victor Hugo  
Universidad Nacional de Córdoba. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales  
CONICET

## Resumen

La alta relación de potencias pico a promedio (PAPR, *Peak-to-Average Power Ratio*) en OFDM produce saturación en muchos de los símbolos transmitidos y esto afecta directamente la BER, como consecuencia de la distorsión en la propia banda y en los canales adyacentes. Ajustar el transmisor con los niveles de back-off suficientes provoca una alta ineficiencia.

Se propone utilizar STBCs (*Space-Time Block Codes*) modernos que consideran 4 o más antenas transmisoras para obtener alta ganancia de diversidad y reducir la PAPR.

## Palabras Clave

OFDM, PAPR, STBC, MIMO, potencia, código, comunicaciones

## I. Introducción

La multiplexación por división de frecuencias ortogonales (OFDM, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) constituye una promisoría técnica para transmisiones de alta velocidad debido a su alta eficiencia espectral y su especial desempeño en canales con desvanecimiento (*fading*) lento y muticamino. Esta técnica tiene una implementación relativamente simple basada en la transformada de Fourier (algoritmos IFFT/FFT), y se puede obtener una ecualización simple de un solo coeficiente. Por esto, OFDM ha sido adoptada en muchas aplicaciones inalámbricas y cableadas tales como DAB (*Digital Audio Broadcasting*), DVB (*Digital Video Broadcasting*), WLANs, y ADSL (*Asynchronous Digital Subscriber Line*); además, en un gran número de aplicaciones actuales se está considerando la utilización combinada de OFDM con técnicas MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) recurriendo a la creación de canales espaciales paralelos.

Sin embargo, por la naturaleza de su conformación como suma, las señales OFDM tienen una gran variación en la envolvente que resulta en una alta relación entre la potencia pico y la potencia media (PAPR, *Peak-to-Average Power Ratio*). Cuando una señal con alta PAPR pasa a través de un amplificador de potencia no lineal, se observa distorsión en la propia banda y en los canales adyacentes, lo que se puede entender también como un ensanchamiento espectral.

En este trabajo, se propone utilizar un código espacio temporal (STBC, *Space-Time Block Code*) recientemente publicado para generar una familia de códigos de fácil implementación en una arquitectura VLSI (*Very-Large Scale Integration*) que permitan mejorar la PAPR.

Este texto se organiza como sigue: en la Sección II se describe el modelo analítico básico, luego en la Sección III se presentan generalidades de los codificadores espacio-temporales y en la Sección IV se muestra la generación de la familia de códigos; en la Sección V se muestran los resultados obtenidos y la Sección VI finaliza con las conclusiones.

## II. Modelo Básico

Un bloque de  $N$  símbolos de datos (un símbolo OFDM)  $\{X_n, n=0,1,\dots,N-1\}$  se transmite en paralelo de forma tal que cada uno modula una subportadora diferente de un conjunto  $\{f_n, n=0,1,\dots,N-1\}$ . Las  $N$  subportadoras son ortogonales, es decir  $f_n = n \Delta f$ , donde  $\Delta f = 1/(NT)$  y  $T$  es el período del símbolo OFDM. La señal resultante en banda base puede ser expresada como