

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA**

**CENTRO DE ESTUDIOS AVANZADOS**

**MAESTRÍA EN PROCESOS EDUCATIVOS MEDIADOS POR  
TECNOLOGÍAS**

*Simulaciones-con-Scratch* como proceso de  
modelización matemática: Un estudio de caso acerca de  
la construcción de conocimiento matemático con  
alumnos de nivel secundario

**TESISTA: MARIA DEL VALLE MINA**

**DIRECTORA: DRA. MÓNICA VILLARREAL**

MARZO de 2018

*A mis jóvenes estudiantes, que con sus exploraciones,  
ideas y entusiasmo sostuvieron mis ganas de aprender  
a ser, cada día, mejor docente.*

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco tener una hoja al frente en donde dejar expresado mi gratitud a todos aquellos que, no sólo me ayudaron a realizar esta investigación, sino que también colaboraron en mi camino de formación profesional. Mi más profundo agradecimiento:

Al Centro de Estudios Avanzados de la Universidad Nacional de Córdoba por ofrecer un espacio de formación virtual que pude coordinar con otras actividades, laborales y familiares.

A todos los profesores de la Maestría en Procesos Educativos Mediados por Tecnología que me brindaron la oportunidad de analizar mi propia práctica con las tecnologías desde perspectivas teóricas.

A todos mis compañeros de la Cohorte 5 y a todos los colaboradores de la Maestría por crear un entorno de cercanía y calidez, aunque estuvieran mediando las tecnologías.

A la institución educativa que se constituyó, no sólo en mi espacio laboral, sino en uno propicio para el desarrollo profesional, y que puso siempre a disposición sus recursos, permitiéndome hacer un estudio como el que aquí presento. Un agradecimiento a todos mis colegas. A los estudiantes de primer año que participaron en la experiencia le dedico este trabajo.

A la Lic. Silvia Trojanowska, profesora de mis primeros años de formación docente, quién me despertó la inquietud de enseñar matemática usando tecnologías cuando, al comienzo de los años ochenta, dijo: “¡chicas, no hay que quedarse atrás! ¡Hay que estudiar computación!”

A todos mis colegas del GECyT, de la FaMAF, por el apoyo, por los cuestionamientos, y por el conocimiento compartido que permitió darle sustento teórico a este trabajo.

A la Prof. Iris Dipierri, con quién comparto el entusiasmo de enseñar a nuestros alumnos con *Scratch* y otras tecnologías, transmitiendo a otros nuestro entusiasmo en los talleres docentes que dictamos.

A la Dra. Mónica Villarreal, mi directora de tesis, quién generosamente me acompañó en el camino de reflexión y escritura. Agradezco, afectuosamente, su

minuciosidad y dedicación en la lectura y correcciones, y sus cálidas enseñanzas a lo largo de este recorrido. A Mónica también le agradezco las múltiples oportunidades recibidas de participación en actividades de formación de docentes, reflexión, e investigación, donde hemos trabajamos como colegas, y donde pude capitalizar mi experiencia como docente de aula de nivel secundario.

A la Dra. Cristina Esteley le agradezco el sostenido apoyo, consideración, y respeto recibidos durante mucho tiempo. A Cristina le agradezco las fabulosas oportunidades recibidas de reflexionar e investigar sobre mi práctica docente, de abrirme las puertas a espacios donde compartir con otros el entusiasmo por la educación matemática. En mi desarrollo profesional están seguramente presente sus huellas.

A mi familia; a quiénes miraron la pantalla de la computadora por sobre mi hombro mientras escribía esta tesis, y brindaron su atención mientras les contaba mi entusiasmo sobre mi tarea.

## INDICE GENERAL

Dedicatoria	II
Agradecimientos	III
<b>1. El problema de investigación y sus orígenes</b>	<b>1</b>
1.1. La modelización y la tecnología en la matemática escolar.....	1
1.2. Una aproximación al problema de investigación desde mi experiencia profesional.....	3
1.2.1. Una primera experiencia con modelización matemática en el aula .....	4
1.2.2. Una experiencia con programación para aprender matemática .....	8
1.3. Las preguntas que estas experiencias de aula sugieren: el problema de investigación .....	11
<b>2. Las simulaciones con tecnologías como procesos de modelización matemática</b>	<b>14</b>
2.1. Una perspectiva epistemológica para la producción de conocimiento matemático mediado por tecnologías .....	15
2.2. Aprender con tecnologías: la perspectiva <i>construccionista</i> .....	16
2.3. Proceso de modelización matemática .....	19
2.4. Simular con <i>Scratch</i> como proceso de modelización matemática.....	22
2.5. El problema de estudio en la literatura .....	25
<b>3. El terreno, los actores y un escenario de aprendizaje para <i>Simulaciones-con-Scratch</i></b>	<b>29</b>
3.1. Acerca de las nociones de <i>terreno</i> , <i>escenario</i> y <i>escenario de modelización</i> .....	29
3.2. El terreno para simulaciones con <i>Scratch</i> : la institución escolar y sus recursos ...	31
3.3. Los actores humanos de la experiencia: los estudiantes de primer año .....	33
3.4. El actor tecnológico <i>Scratch: terreno y escenario</i> .....	34
3.4.1. <i>Scratch</i> como <i>terreno</i> .....	35
3.4.2. <i>Scratch</i> como <i>escenario</i> .....	39
3.5. El montaje del escenario de modelización <i>Simulaciones-con-Scratch</i> .....	40

<b>4. Procedimientos metodológicos para estudiar <i>Simulaciones-con-Scratch</i></b>	<b>44</b>
4.1. Recolección de datos durante la experiencia.....	45
4.2. Aplicación de un cuestionario.....	46
4.3. Análisis de datos.....	49
4.3.1. Preparación de los datos.....	50
4.3.2. Proceso de análisis de datos.....	51
<b>5. Las simulaciones con <i>Scratch</i> producidas por los estudiantes</b>	<b>56</b>
5.1. Persecución de terror en cielo nocturno.....	58
5.1.1. El proceso según el Grupo 1.....	59
5.2. La habilidosa jugadora de básquet.....	61
5.2.1. El proceso según el Grupo 2.....	62
5.3. Un concurso de destrezas artísticas.....	63
5.3.1. El proceso según el Grupo 3.....	64
5.4. Un encuentro casual en la calle.....	65
5.4.1. El proceso según el Grupo 4.....	66
5.5. ¿Bailamos?.....	67
5.5.1. El proceso según el Grupo 5.....	68
5.6. Un capítulo de Los Simpson.....	70
5.6.1. El proceso según el Grupo 6.....	71
5.7. Un juego interactivo de disparos.....	72
5.7.1. El proceso según el Grupo 7.....	73
5.8. Historia de persecuciones.....	74
5.8.1. El proceso según el Grupo 8.....	76
5.9. En el fondo del mar.....	77
5.9.1. El proceso según el Grupo 9.....	78
5.10. ¡Corramos!.....	79
5.10.1. El proceso según el Grupo 10.....	81
<b>6. <i>Simulaciones-con-Scratch</i> como proceso de modelización</b>	<b>83</b>
6.1. La realidad en <i>Simulaciones-con-Scratch</i> .....	84

6.2. El problema de modelización y las variables en <i>Simulaciones-con-Scratch</i> .....	88
6.2.1. Problemas en <i>Simulaciones-con-Scratch</i> .....	88
6.2.2. Las variables en los problemas de simulación.....	90
6.3. La interpretación, evaluación y validación de modelos en <i>Simulaciones-con-Scratch</i> ....	92
6.4. Particularidades de <i>Simulaciones-con-Scratch</i> como proceso de modelización matemática.....	94
<b>7. Aprender matemática en <i>Simulaciones-con-Scratch</i></b>	<b>96</b>
<hr/>	
7.1. La matemática que aparece en las simulaciones con <i>Scratch</i> .....	97
7.1.1. Coordenadas cartesianas.....	98
7.1.2. Variables.....	108
7.1.3. Condicionales lógicos.....	113
7.1.4. Ángulo.....	117
7.2. Aportes de <i>Simulaciones-con-Scratch</i> al aprendizaje de la matemática.....	120
<b>8. Para concluir: una valoración pedagógica de <i>Simulaciones-con-Scratch</i></b>	<b>127</b>
<hr/>	
<b>9. Referencias bibliográficas</b>	<b>131</b>
<hr/>	
<b>Anexo</b>	<b>137</b>
<hr/>	

## 1. El problema de investigación y su origen

---

En la conferencia plenaria del *17th ICMI Study Mathematics Education and Technology–Rethinking the Terrain* del 2006, el prestigioso académico Seymour Papert pidió a los asistentes que dedicaran “un 10% de [sus] reflexiones durante la reunión a considerar qué nuevos tipos de prácticas y qué nuevos conocimientos matemáticos podrían emerger como resultado del acceso a un uso efectivo de las tecnologías digitales” (Rojano, 2014, p. 11). Presento este trabajo de tesis siguiendo el espíritu de la sugerencia de Papert con especial atención a prácticas de aula de educación secundaria donde la modelización matemática acompañada de las tecnologías digitales se presenta como ambiente de aprendizaje.

### 1.1. La modelización matemática y las tecnologías en la matemática escolar

La modelización y las aplicaciones matemáticas son actividades propias del quehacer científico que permiten establecer “todo tipo de relación entre el mundo real y la matemática” (Blum, 2002, p. 153, traducción propia). *Mundo real* es considerado como “[...] lo que tiene que ver con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana, así como las materias de la escuela o la universidad, o disciplinas científicas diferentes de la matemática” (p. 152, traducción propia). La modelización coloca la mirada en la realidad para construir modelos que la describen o imitan; en cambio, las aplicaciones utilizan modelos ya creados (Blum, 2002). Un modelo es el producto final de un proceso de modelización y representa la situación, fenómeno u objeto que se desea estudiar.

Desde hace varias décadas, la modelización es considerada una tendencia de gran valor educativo para la matemática escolar (Lesh, Galbraith, Haines & Hurford, 2010), y que inclusive los Diseños Curriculares para la educación secundaria incorporan a nivel local (Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, 2011). Entre las metas educativas a las que apunta esta tendencia se incluyen el uso del mundo real como punto de partida para el aprendizaje de habilidades, competencias y conceptos matemáticos, como así también para mostrar los vínculos de la matemática con otras ciencias, o su rol en la solución de problemas sociales desde una perspectiva crítica (Blomhøj, 2008; Blum, 2002; Kaiser & Sriraman, 2006;

Lesh et al., 2010). Entre las diversas perspectivas asociadas a la modelización en contextos educativos existe una particular que invita al alumno a experimentar un proceso completo de modelización, desarrollando las actividades típicas de sus distintas etapas: selección de un tema de interés, planteo de un problema con respecto a ese tema, búsqueda de información o diseño de un experimento para solucionar el problema, abstracción de las variables que se ponen en relación, construcción de la solución matemática y obtención de un modelo, validación de éste, modificación, si fuera el caso, y análisis de la factibilidad de aplicación del mismo (Bassanezi, 2002). Cabe destacar que en un contexto educativo la selección de un tema de interés por parte de los alumnos para iniciar un proceso de modelización se constituye en una manera poco frecuente de trabajo en el aula.

Es posible apreciar la cercanía de este abordaje de enseñanza con el aprendizaje por proyectos sobre temas elegidos por los alumnos (Borba & Villarreal, 2005). Si los estudiantes son quienes seleccionan un tópico de interés, esto pone en evidencia la necesidad de introducir modificaciones al diseño curricular a partir de los aportes de los estudiantes para aprender nuevos contenidos y procesos matemáticos (English, 2010), y emergen importantes desafíos para el docente (Esteley, Smith & Villarreal, 2013; Esteley, 2014).

En instancias de modelización matemática, las herramientas digitales se manifiestan en sinergia con el desarrollo de estos procesos cuando son llevados a cabo por alumnos de diferentes niveles educativos (Borba & Villarreal, 2005; Diniz, 2007; Villarreal, Esteley & Mina, 2010). Los recursos empleados incluyen Internet como herramienta para búsqueda de información, software matemático para la representación gráfica y dinámica de relaciones entre variables involucradas en un problema, el tratamiento de datos, o la construcción de modelos geométricos. Otras posibilidades, menos exploradas, comprenden el uso de software de programación, como por ejemplo *Scratch*<sup>1</sup> desarrollado por el Grupo *Lifelong Kindergarten* del Instituto Tecnológico de Massachusetts, que permite generar modelos y simulaciones de la realidad.

En el marco particular del uso de *Scratch* en clases de matemática, cabe preguntarse cuál es la naturaleza de la relación entre las tecnologías digitales y la modelización matemática como abordaje de enseñanza, y qué matemática se aprende en ambientes que consideran este vínculo. Estas cuestiones, en sintonía con la sugerencia de Papert señalada al comienzo,

---

<sup>1</sup> <https://scratch.mit.edu/>. Se aclara que tanto esta página como el resto de páginas web que se referenciarán a lo largo de este trabajo se encuentran activas a marzo de 2018.

conforman las ideas directrices que orientaron la formulación del problema de investigación, que planteo en términos de las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la naturaleza del proceso de modelización matemática que llevan a cabo alumnos del ciclo básico de la educación secundaria cuando construyen simulaciones de alguna situación de la realidad elegida por ellos utilizando el software *Scratch*?
- ¿Qué matemática aprenden los alumnos cuando construyen una simulación con *Scratch*?

Es importante señalar que la primera pregunta contiene, en su enunciado, un reconocimiento a la construcción de una simulación con *Scratch* como caso particular de un proceso de modelización. La naturaleza de este vínculo será tratada en el capítulo siguiente.

La segunda pregunta se sustenta en la convicción de que las actividades de exploración abierta brindan oportunidades para aprender matemática y comprender el vínculo de esta ciencia con otras áreas de conocimiento, situación que reconozco de gran valor en la formación de los alumnos de educación secundaria.

A continuación, presento una aproximación al problema de investigación que surge de mi experiencia docente en la implementación de la modelización matemática como estrategia de enseñanza mediada por tecnologías en el nivel secundario. La descripción de este recorrido profesional constituye el fundamento para el planteo del objetivo general y de los objetivos específicos de esta investigación que se presentarán en la Sección 1.3.

## **1.2. Una aproximación al problema de investigación desde mi experiencia profesional**

A fin de explicitar las razones de mi interés por esta temática presento brevemente mi recorrido profesional vinculado con la modelización y su relación con las tecnologías.

La preocupación por crear entornos de aprendizaje donde los alumnos puedan explorar ideas matemáticas de manera autónoma ha estado siempre presente en mi trayectoria de más de treinta años como profesora de matemática de los primeros años de la educación secundaria. A su vez, el interés por incorporar las tecnologías digitales, aun cuando éstas todavía no se encontraban en el pupitre de cada uno de los alumnos, ha acompañado esa preocupación. En las dos sub-secciones que siguen presento el relato de experiencias que se constituyen en

antecedentes primordiales del trabajo que desarrollo en esta tesis: la génesis de mi trabajo con la modelización en el aula y mi primera incursión con el uso de un software de programación para aprender matemática.

### 1.2.1. Una primera experiencia con modelización matemática en el aula

En el año 2004 tuve la posibilidad, junto con otras colegas, de conjugar los dos intereses antes mencionados, es decir, las actividades que colocan al alumno como protagonista del aprendizaje de la matemática y el empleo de la tecnología con fines educativos, en un proyecto de innovación<sup>2</sup> que procuraba llevar al aula la modelización como estrategia para aprender matemática. Esa experiencia constituyó un espacio poco común en mi vida como docente, de importantes desafíos, pero de gran relevancia para mi desarrollo profesional en las áreas de interés que mencioné arriba (Esteley, 2014). Esas vivencias derivaron en la publicación de una serie de relatos de aula (Cristante, Esteley, Marguet & Mina, 2007; Esteley, Mina, Cristante & Marguet, 2007; Marguet, Esteley, Cristante & Mina, 2007; Mina, Esteley, Cristante & Marguet, 2007) y en la posibilidad de reflexionar desde entonces de manera sistemática sobre estas actividades (Villarreal et al., 2010; Villarreal & Mina, 2013).

Los itinerarios didácticos diseñados para implementar esta estrategia en el aula procuraron poner en práctica una perspectiva particular de la modelización que se caracteriza, según se describe en Villarreal et al. (2010), por:

- la naturaleza abierta de las actividades que se propone a los alumnos, sin que se presuponga un contenido matemático específico a enseñar, y la autonomía para que ellos elijan los temas de su interés para estudiar;
- los espacios que favorecen el trabajo interdisciplinario a partir del estudio de los diversos temas elegidos por los alumnos;
- la motivación para reflexionar sobre los modelos creados, sobre la matemática misma y su rol en la solución de problemas sociales; y

---

<sup>2</sup>El proyecto se desarrolló durante el año 2004 en el marco del programa: “Proyectos de Trasferencias de Investigaciones Educativas al Aula” (convenio de cooperación institucional entre el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, la ex Agencia Córdoba Ciencia Sociedad del Estado, la Universidad Nacional de Córdoba y la Academia Nacional de Ciencias) y fue subsidiado por la ex Agencia Córdoba Ciencia.

- la invitación a que los alumnos se involucren en un proceso de modelización en todas sus fases.

Este tipo de estrategia didáctica se aleja de la enseñanza de la matemática que la literatura identifica con el *paradigma del ejercicio* (Skovsmose, 2000). En este paradigma de la matemática escolar el profesor presenta ideas y técnicas, y los estudiantes trabajan sobre ejercicios de solución única donde la justificación radica con frecuencia en una autoridad externa (el profesor o el libro de texto). En contraste con lo que sucede con la modelización considerada desde la perspectiva de Bassanezi (2002) descrita en la sección anterior, en el *paradigma del ejercicio* las tecnologías parecen irrelevantes para el trabajo en el aula, puesto que son herramientas cuyo uso se reduce solo a la realización de ciertos cálculos en el caso que su empleo sea permitido por el docente.

La propuesta del trabajo con modelización matemática en el aula con las características antes mencionadas se inicia cuando los alumnos, en grupos, son invitados a elegir un tema de la realidad para llevar adelante un ciclo completo de modelización. Con el auxilio de diversas fuentes de información los estudiantes delimitan un problema con respecto al tema, mostrando un vínculo posible entre variables identificadas en la situación seleccionada. A partir de allí, se desarrollan actividades de nueva búsqueda de información o de diseño de un experimento para dar respuesta al problema planteado. Como resultado de la etapa anterior, los alumnos construyen un modelo matemático que representa la situación mediante el recurso de construir tablas de datos, un gráfico de la relación, fórmulas, diagramas, etc. El modelo construido es objeto de revisión permanente para determinar su validez frente al problema en cuestión. A lo largo de este itinerario, el profesor enfrenta importantes desafíos en tanto debe ayudar a los alumnos a gestionar proyectos de estudio sobre temáticas distintas que, además, conducen a modelos donde la matemática involucrada también es diversa.

A modo ilustrativo de los resultados de un itinerario didáctico como el descrito, presento el trabajo realizado por un grupo de alumnos de primer año que participaron de mi primera experiencia con modelización en el aula en el ciclo lectivo 2004. Estos estudiantes se plantearon el problema de cuál era la raqueta de tenis más “adecuada” según la edad de un niño, tema motivado por su cercanía con ese deporte (Mina et al., 2007). A partir de esto, discutieron acerca del vínculo entre el significado de “adecuado” y ciertas variables estructurales de una raqueta (peso, longitud, longitud de su empuñadura o “grip”, y área del encordado o tamiz). La Figura 1 muestra un esquema elaborado por los estudiantes que identifica la temática elegida

por ellos (raquetas de tenis), el problema planteado como pregunta (¿Cuáles son las raquetas más eficientes para el crecimiento del niño?), las partes que componen una raqueta, y las variables identificadas por los estudiantes que se vinculan entre sí en el problema definido por ellos. Es importante destacar que, durante la presentación que los autores de este problema hicieron a sus compañeros, un estudiante de la clase llamó la atención sobre la ausencia de la variable “edad” en el esquema mostrado, la cual resultaba pertinente y necesaria de considerar para el problema planteado (Mina et al., 2007).

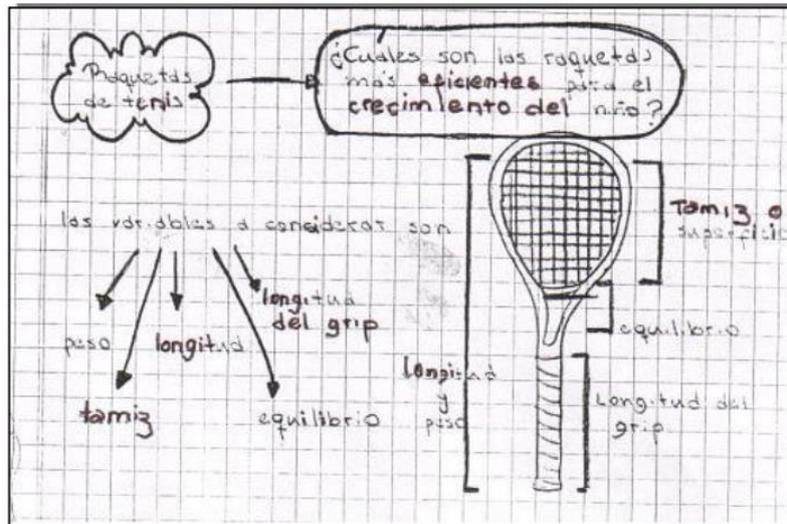


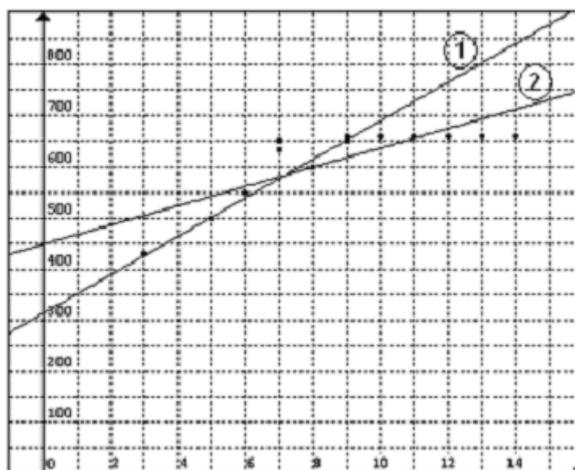
Figura 1. Esquema del problema de la raqueta planteado por los estudiantes, sus componentes, y las variables consideradas (Fuente: Informe escrito de los alumnos).

Utilizando catálogos de distintas marcas de raquetas, los estudiantes elaboraron una tabla de datos con las variables en estudio (Tabla 1). A continuación, se les sugirió que vincularan solo dos variables con la intención de adecuar el análisis a las posibilidades de estos estudiantes; resultaron seleccionadas la longitud de la raqueta (y el peso) y la edad del niño, variables entre las cuales se estudiaría la relación existente.

Nombre / variables	edad	Peso (gr.)	Longitud (mm)	Longitud del grip (cm)	Tamiz (cm <sup>2</sup> )
Boll fighter 80	3 años	165	430	11	----
Boll fighter 100	5 años	170	500	13	----
Boll fighter 110	6 años	210	550	15	615
Boll fighter 125	8 años	220	600	16.5	615
Boll fighter 140	9 años	245	650	18	
Rodick junior 140	7 años	230	635	-----	680
Rodick junior 145	9 años	240	660	-----	680
Rodick junior 125	7 años	220	650	-----	645

Tabla 1. Tabla de datos que muestra las características estructurales de raquetas de tenis para distintas edades del usuario y para distintos modelos y marcas (Fuente: Informe escrito de los alumnos).

La Figura 2 muestra el gráfico cartesiano para el caso de la relación entre la longitud de la raqueta y la edad del niño, datos que corresponden, respectivamente, a la cuarta y segunda columna en la Tabla 1. Para realizar el estudio de estas relaciones entre variables los estudiantes utilizaron computadoras disponibles en la sala de informática con que contaba la escuela, donde esporádicamente se desarrollaban algunas actividades en la clase de matemática. En particular, el gráfico de la Figura 2 fue construido con *Graphmatica*<sup>3</sup>, software que permite visualizar la relación entre dos variables a partir de la tabla de datos correspondientes, o colocando la fórmula que vincula esa relación cuando es conocida. A su vez, *Graphmatica* posee un comando de ajuste de curvas que proporciona una fórmula de la relación entre las variables consideradas en el problema a partir del conjunto de puntos que representan esa relación. Este software no había sido empleado con anterioridad por los estudiantes; fue presentado para llevar a cabo las actividades de modelización que aquí se describen.



*Figura 2.* Representación de la relación entre la edad del niño (eje  $x$ , en años) y la longitud de la raqueta (eje  $y$ , en milímetros). Las rectas con números 1 y 2 muestran dos intentos de aproximación realizados con ayuda de *Graphmatica* (Fuente: Informe escrito de los alumnos).

Es importante destacar en la Figura 2, la presencia de los puntos que aparecen distribuidos horizontalmente a partir de los 9 años. Esta colección de puntos provee evidencia de un proceso de validación del modelo obtenido (representado mediante las Rectas 1 ó 2 de la figura) al contrastarlo con la realidad. Cuando los estudiantes observaron las rectas que les proporcionaba el software reconocieron que la longitud de una raqueta no podía aumentar indefinidamente con la edad de una persona, tal como sucede en una relación lineal creciente. Por ello, modificaron el modelo incorporando una colección de puntos (ver puntos de

<sup>3</sup> <http://www.graphmatica.com/index.html?/espanol/>

coordenadas (9; 650), (10; 650), (11; 650), etc. en la Figura 2) que indican el aumento de edad, pero sin variación en la longitud de la raqueta, que se mantiene constante en 650 mm.

La Figura 3 muestra la fórmula encontrada por los alumnos usando el comando de ajuste de *Graphmatica* para la Recta 1 del gráfico en la Figura 2. Considerando lo descripto más arriba, se puede afirmar que la fórmula encontrada por los estudiantes es válida hasta los 9 años.

$$37.61 * x + 313.56 = L,$$

*L: longitud en mm, x: edad del niño'*

*Figura 3.* Fórmula de la relación entre la edad del niño y la longitud de la raqueta, encontrada con *Graphmatica* para la Recta 1 de la *Figura 3* (Fuente: Informe escrito de los alumnos).

Considero significativo señalar el papel fundamental de *Graphmatica* como herramienta que coloca al alcance de esos estudiantes de corta edad el modelo matemático que proporcionó respuesta al problema por ellos planteado, representado en el gráfico y la fórmula anteriores.

Es importante destacar que en estas actividades participaron otros actores (padres, profesores de otras asignaturas, especialistas, etc.) que ayudaron a los alumnos, y a la docente, a definir temas a estudiar o que proporcionaron información para su tratamiento. Este aspecto brinda a la experiencia de modelizar en el aula su verdadero carácter de actividad interdisciplinaria.

En actividades de modelización los alumnos asumen un rol importante como críticos, asesores, o colaboradores del trabajo de otros compañeros. Para ello, es frecuente la organización de espacios donde los alumnos puedan contar a otros el estado de avance de sus proyectos para así recibir sugerencias que ayuden a mejorar sus producciones.

Tal como se señaló más arriba y se presenta en el ejemplo descripto, las tecnologías se muestran en sinergia con el proceso de modelización en aula al cumplir un importante rol en sus distintas etapas, tanto en la búsqueda de información para delimitar el problema, como en el diseño de experimentos computacionales, la construcción del modelo matemático, o la comunicación de resultados.

### 1.2.2. Una experiencia con programación para aprender matemática

Desde 2013 y continuando mi interés en las tecnologías, comencé a incursionar en el uso de herramientas de programación para aprender matemática. Esta motivación surge en

sintonía con el movimiento “*Programar para aprender*” (por su traducción del inglés *Code to learn*) que promueve y difunde los beneficios educativos de la enseñanza de la programación para niños y jóvenes desde edades muy tempranas. A nivel internacional la iniciativa es promovida por distintas personalidades y empresas (ver <https://code.org/>). En nuestro país, el Consejo Federal de Educación, con Resolución N° 263 del año 2015<sup>4</sup>, ha declarado de importancia estratégica la enseñanza y el aprendizaje de la programación en la educación obligatoria.

En el año 2013 decidí introducir en mis clases del nivel secundario el uso de *Scratch*, software de programación gráfica que describiré con mayor detalle en la Sección 3.4 del Capítulo 3; aquí solo presentaré superficialmente esta herramienta para brindar al lector una aproximación a las preguntas y reflexiones que sostienen esta tesis. El trabajo con *Scratch* fue posible ya que los alumnos contaban cada uno con sus propias netbooks, y el aula estaba equipada con pizarra digital y conexión WiFi. Con *Scratch*, propuse una actividad a los estudiantes invitándolos a desarrollar animaciones de personajes en la pantalla para aplicar conocimientos de ubicación de puntos en el plano cartesiano mediante sus coordenadas. Los conceptos de programación no eran conocidos por los estudiantes y tampoco fueron objeto de enseñanza en esa experiencia. Ante las consultas de los estudiantes, se explicaban las opciones de programación de *Scratch* solicitadas.

En el aula donde se realizó esta actividad las tecnologías estaban presentes y en las clases de matemática eran frecuentes las propuestas de actividades de aprendizaje donde los estudiantes podían explorar con esos recursos, al mismo tiempo que aplicaban conocimientos ya aprendidos (Mina & Dipierri, 2017). En consecuencia, *Scratch* se constituyó en un ambiente de exploración para los estudiantes al mismo tiempo que aplicaban un contenido matemático acotado por la actividad propuesta (coordenadas de puntos en un plano cartesiano).

La Figura 4 presenta el trabajo producido por una alumna. A la derecha se observa un dibujo que muestra un conjunto de líneas formadas por las marcas que dejan dos personajes (gatos) que se mueven en la pantalla y cuyos movimientos independientes están controlados por una secuencia de comandos que aparecen en el centro de la figura. A fin de comprender mejor la producción de la estudiante, se sugiere seguir el link de acceso al video de este trabajo: <https://goo.gl/0Vx8zC>. Cada uno de los segmentos que aparecen en la Figura 4 fueron definidos

---

<sup>4</sup> <http://www.me.gov.ar/consejo/resoluciones/res15/263-15.pdf>

por las coordenadas  $x$  e  $y$  de sus extremos; las trayectorias circulares resultaban de una secuencia de sucesivos giros con ángulos pequeños.

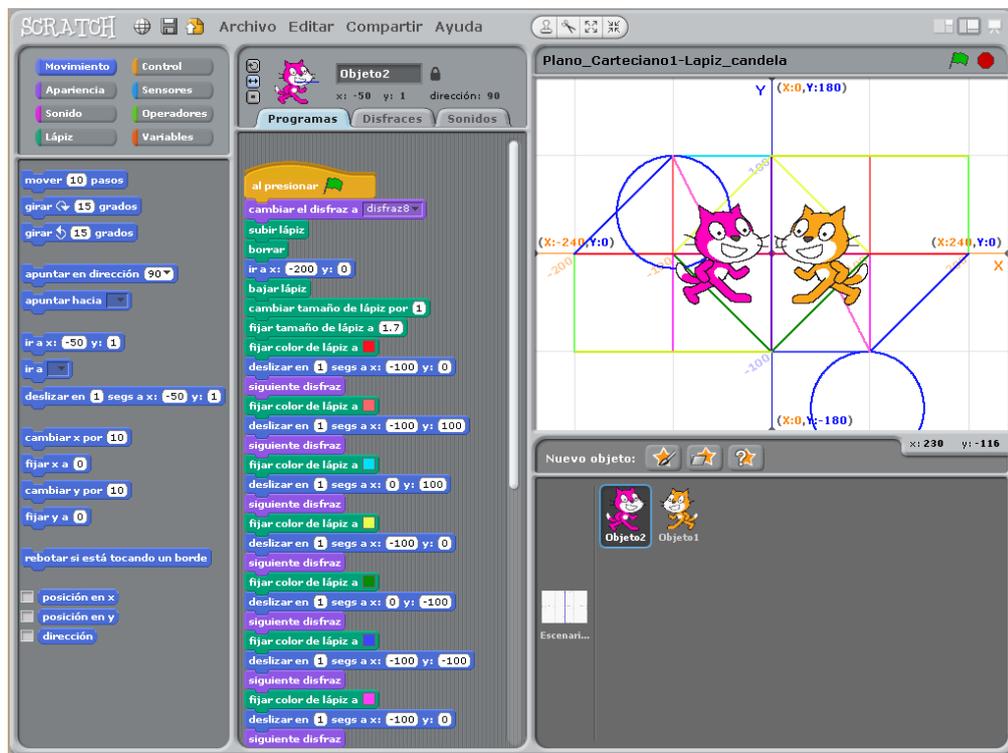


Figura 4. Recorte de la pantalla de trabajo del proyecto de una alumna realizado en Scratch. La secuencia de programa del centro de la figura define los recorridos de los personajes que allí aparecen (Fuente: Dato de experiencia de aula, documento de Scratch, <https://goo.gl/0Vx8zC>).

Durante el desarrollo de esta actividad emergieron situaciones donde se observó que los alumnos se mostraron interesados en producir simulaciones de alguna situación real, como, por ejemplo, la trayectoria de una pelota lanzada al aire, choques de objetos, movimientos que mostraran interacciones entre personajes, entre otras. Este interés de los estudiantes, mediado por las posibilidades del software *Scratch*, se evidenció en el planteo de preguntas del tipo “cómo hago para que...”, que colocaron el foco en otra actividad de interés para los alumnos y que superaba la aplicación original, propuesta por mí, de utilizar coordenadas de puntos en el plano.

Esta apropiación y modificación de la actividad observada en los estudiantes motivó mi interés y reflexión acerca de la posibilidad de considerar el diseño de una situación de la realidad con *Scratch* como un caso particular de modelización matemática, y cómo este entorno resulta propicio para aprender nueva matemática.

### 1.3. Las preguntas que estas experiencias de aula sugieren: el problema de investigación

En la Sección 1.2.1 se presentó una experiencia dónde los estudiantes fueron invitados a mirar la realidad, elegir un tema de su interés, plantear una pregunta y responderla con ayuda de la matemática. En ese proceso, la tecnología permitió que los alumnos encontraran un modelo de la situación, sofisticado para la edad de esos estudiantes, y pudieran representarlo usando fórmulas y gráficos con *Graphmatica*. La experiencia que aparece en la Sección 1.2.2 sugiere cómo el software *Scratch*, introducido en el aula para aplicar conceptos relativos a las coordenadas de puntos en el plano, derivó en el interés de los estudiantes por considerar situaciones de la realidad que el software les permitiera representar. Se desprende de aquí mi interés en mirar el proceso de selección de un tema de la realidad y simularlo con *Scratch* como un proceso de modelización matemática.

Esta conjunción de experiencias personales fue la que motivó mi mirada hacia un proceso de modelización cuyo resultado fuera una simulación construida con tecnología, que inspiró el planteo de las preguntas presentadas en la Sección 1.1, y que permite formular el siguiente objetivo general para este trabajo:

Describir la naturaleza del proceso de modelización matemática que alumnos de primer año de nivel secundario desarrollan cuando construyen simulaciones de alguna situación de la realidad elegida por ellos utilizando el software *Scratch*, y la matemática que se aprende en ese proceso.

Pensar el proceso de construcción de una simulación con *Scratch* contiene un conjunto de preguntas que se derivan de la perspectiva de considerar este proceso como caso particular de modelización matemática. Puesto que todo proceso de modelización comienza con un recorte de la realidad para ser estudiado, es de especial interés responder cuestiones tales como ¿qué temas de la realidad imitan los alumnos en sus simulaciones?, y ¿qué aspectos de la realidad capturan en ellas? También interesa responder preguntas que refieren a otros aspectos relevantes del proceso de modelización: ¿qué variables abstraen para vincularlas en un problema de diseño?, y ¿hay evidencia de alguna actividad de validación o verificación del modelo matemático obtenido?

Considerar la modelización matemática como una estrategia de aprendizaje de valor educativo implica la necesidad de considerar otras cuestiones tales como: ¿qué matemática aparece en las simulaciones con *Scratch*?, ¿qué aporta al aprendizaje de la matemática la

actividad de construcción de simulaciones con este software? Estas preguntas se refieren tanto a la matemática presente en el modelo obtenido como a aspectos referidos al aprendizaje escolar de la matemática.

Colocar el foco en la tecnología (*Scratch*) que media el proceso de construcción de una simulación remite a preguntar: ¿cómo condiciona este recurso la naturaleza del modelo de la realidad que los alumnos obtienen en sus simulaciones?

Cada grupo de preguntas conforman los siguientes objetivos específicos que desglosan el objetivo general antes planteado:

1. Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con *Scratch* como proceso de modelización matemática.
2. Analizar la matemática que aparece en las producciones de los estudiantes.
3. Caracterizar y analizar la naturaleza mediadora de *Scratch* en el proceso de construcción de las simulaciones.

Como expresé en la Sección 1.1 la definición de estos objetivos está sostenida por la convicción de que las actividades de naturaleza exploratoria que promueven la autonomía del alumno en la selección de su tema de estudio y la forma de abordarlo son situaciones propicias para el aprendizaje de la matemática. La experiencia docente con modelización mediando tecnologías en el aula, relatada en este capítulo, ha conformado la convicción de que cuando median las tecnologías digitales, los alumnos son capaces de realizar actividades matemáticas que eran impensadas con otras tecnologías usuales (papel y lápiz, material manipulable, calculadoras, etc.). Estas convicciones sustentan el desarrollo de esta tesis y definen mi mirada analítica para su abordaje.

En el capítulo siguiente presento una revisión de la literatura que me permite adoptar una perspectiva epistemológica particular para la producción de conocimiento matemático y el aprendizaje de la matemática cuando median las tecnologías. Posteriormente, analizo los fundamentos teóricos que reconocen la construcción de una simulación con *Scratch* como caso particular de modelización matemática y describo las etapas de este proceso. Finalmente,

expongo los antecedentes del problema de investigación en la literatura relativa a procesos de modelización cuando median las tecnologías.

## 2. Las simulaciones con tecnologías como procesos de modelización matemática

---

La presencia de recursos digitales en el aula motiva “interrogantes sobre el impacto que éstos puedan tener en los modos de pensar y aprender” (Salomon, Perkins & Globerson, 1992, p. 7). En particular para la matemática y en relación al uso de tecnologías para programar, tales como *Scratch*, algunos autores como Benton, Hoyles, Kalas & Noss (2016) señalan que estos interrogantes no sólo deben estar centrados en la pedagogía sino también en definir y elaborar nuevos tipos de conocimiento matemático que puedan ser expresados mediante el uso de este tipo de software. La afirmación anterior aparece en sintonía con el pedido de Papert, señalado en el Capítulo 1, que sugiere considerar qué nuevos tipos de prácticas y qué nuevos conocimientos matemáticos podrían emerger como resultado del uso de las tecnologías en clases de matemática (Rojano, 2014).

Estas ideas suscitan reflexiones acerca del importante desafío que significan las tecnologías digitales para la concepción de la matemática y su currículo. Es decir, no existen solo contenidos matemáticos que la tradición incorpora en los diseños curriculares y que pueden ser aprendidos con la mediación de recursos tecnológicos, sino que las mismas tecnologías impulsan la aparición de nueva matemática para ser aprendida. Esta “nueva matemática” no implica descubrimiento académico novedoso en el aula, sino que hace referencia a la matemática escolar donde la tecnología ha dejado su impronta para producirla. Así, los recursos digitales sugieren nuevas prácticas de enseñar y aprender, nuevos conocimientos que pueden emerger como consecuencia, y un cambio en la naturaleza misma de la matemática que se aprende (Borba, 2007). Este trabajo de tesis pretende contribuir a esta corriente de reflexión considerando la intersección entre la modelización matemática como estrategia de enseñanza y aprendizaje y la construcción de simulaciones con *Scratch*. El presente capítulo está dedicado a definir un marco teórico que considere la construcción de simulaciones con *Scratch* como un caso particular de modelización matemática.

En primer lugar, presentaré la perspectiva epistemológica que adopto para mirar la producción de conocimiento cuando median las tecnologías, y un enfoque del aprendizaje en consonancia con ella. A continuación, el proceso de modelización matemática será examinado

y la construcción de simulaciones con tecnologías será analizada como proceso de modelización matemática. Para finalizar el capítulo se reportarán, desde la literatura, antecedentes relacionados con el problema de investigación.

## **2.1. Una perspectiva epistemológica para la producción de conocimiento matemático mediado por tecnologías**

Para este trabajo adopto la metáfora de *humanos-con-medios* de Borba & Villarreal (2005) como perspectiva epistemológica para la producción de conocimiento. Considero el término *medios* desde la mirada integradora de la cultura que propone Medina (2003) quien afirma que “todas las prácticas vienen mediadas por artefactos materiales, representadas e interpretadas simbólicamente, articuladas socialmente y situadas ambientalmente.” (p. 11). Por lo tanto, la palabra *medios* incluye cualquier tipo de artefacto material, herramienta o dispositivo que media en una práctica cultural y que resulta del desarrollo tecnológico.

El constructo *humanos-con-medios* hace referencia a un colectivo conformado por humanos y sus tecnologías como la unidad básica e indisoluble productora de conocimiento (Borba, 2007; Borba & Villarreal, 2005). En esa unidad cognitiva, aparece una relación de mutuo formateo, noción que

[...] intenta expresar un equilibrio entre el formateo del sujeto cognoscente por el medio histórico y socialmente disponible, y el formateo de ese medio por el sujeto cognoscente. [...] Los medios, por lo tanto, condicionan la manera en que uno puede pensar, pero no determinan la manera en que uno piensa (Borba & Villarreal, 2005, p. 16, traducción propia).

En esta unidad cognitiva los medios con los cuales se produce conocimiento aparecen no meramente como recurso auxiliar facilitador de tareas, sino como algo esencial,

[t]an esencial que ese medio es constitutivo del conocimiento, de suerte que si estuviera ausente el conocimiento construido sería otro. Esta posición epistemológica que coloca a los medios en una situación de coautor en la producción de conocimiento brinda una perspectiva que nos permite comprender el papel de la tecnología en la escuela con un carácter potenciador y reorganizador en lugar de supresor del raciocinio. (Villarreal, 2012, p. 79).

Es importante destacar que no todas las perspectivas con respecto a la tecnología como herramienta para la cognición conciben una relación indisoluble entre humanos y medios, y es frecuente percibir una posición de separación para analizar la relación entre las tecnologías y los seres humanos que las usan. Borba & Villarreal (2005) examinan la hipótesis acerca de que la reticencia a incorporar las tecnologías digitales en la educación puede tener sus raíces en esta posición de separación. Considerando una analogía con el lenguaje como tecnología comunicativa, estos autores argumentan que quienes sostienen esta posición

[...] no son conscientes de que el medio que usan para expresar sus ideas, sea oral o escrito, es un medio que estructura sus prácticas. En otras palabras, la escritura se ha convertido en invisible para los actores sociales, y no pueden ver la relación formateadora entre ellos y un “medio inofensivo” tal como la oralidad o la escritura. En la medida que no sean capaces de tener en cuenta esa influencia, sostendrán la creencia de que la cognición se desarrolla independientemente del medio” (Borba & Villarreal, 2005, p. 21, comillas en el original, traducción propia).

Hasta aquí se ha discutido el vínculo entre los componentes humanos y no humanos de esta unidad productora de conocimiento. Sin embargo, el constructo *humanos-con-medios* refiere, además, a la interrelación entre los humanos que producen conocimiento. En este sentido, se destaca la naturaleza colectiva de la producción de conocimiento como el resultado de pensar la cognición como empresa social. En consecuencia, de la misma manera que no es posible separar los humanos que producen conocimiento de las herramientas que median para hacerlo, tampoco es posible independizar el resultado de la cognición de los humanos que colaboraron en la empresa.

## **2.2. Aprender con tecnologías: la perspectiva *construccionista***

Libow Martínez & Stager (2013) reconocen ciertos modos dominantes de usar las tecnologías digitales en la escuela, en particular para el caso de computadoras personales o dispositivos similares, con fines de procesamiento de información o comunicación. Considerando las categorías delineadas por Taylor<sup>5</sup>, estos autores sostienen que en las escuelas prevalece el uso de las computadoras como *tutor*, es decir, como instrumento para presentar el

---

<sup>5</sup> Taylor, R. (1980). *The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee*. New Jersey: Teachers College Press

material de instrucción y evaluar, o como *herramienta* que permite al alumno llevar a cabo sus tareas académicas de manera más fácil o eficiente. Una tercera categoría presente en la categorización de Taylor es la computadora como *tutelado* (tutee, en inglés<sup>6</sup>) que sostiene que el alumno aprende cuando elabora programas para ese dispositivo.

Para autores como Papert & Franz (1988), la computadora debe considerarse como *material*, es decir, un recurso de naturaleza tal que puede entretenerse con las ideas del usuario para alcanzar sus propios objetivos de creación, de la misma manera que un pedazo de arcilla, plastilina, madera, pinceles y pinturas se transforman en las manos de un artista. Entiendo que esta perspectiva marca una distancia con la computadora como *tutor* o *herramienta*, ya que coloca las intenciones de creación del usuario en primer lugar, puesto que el estudiante no utiliza la computadora únicamente para seguir actividades de aprendizaje prediseñadas o para facilitar la realización de las mismas. La perspectiva de la computadora como *material* se reconoce próxima a la categoría de *tutelado* cuando habilita la expresión y creación según las intenciones del usuario al programar con la computadora para alcanzar sus objetivos. Resnick (2002) prioriza esta última perspectiva para la educación cuando afirma que:

[...] las computadoras son fabulosas para transmitir y acceder a la información, pero ellas son, en general, un nuevo medio a través del cual las personas pueden expresarse y crear. Si usamos las computadoras simplemente para entregar información al alumno, estamos perdiendo el potencial revolucionario de las nuevas tecnologías para transformar el aprendizaje y la educación (p. 33, traducción propia).

Así, el potencial “revolucionario” de las computadoras para transformar el aprendizaje al que hace referencia la cita anterior trasciende el uso de la computadora como *tutor* o *herramienta* y se pone en evidencia en las perspectivas de la computadora como *tutelado* o *material*.

Entiendo que la metáfora de la computadora, o dispositivos similares, como *material* guarda coherencia con la perspectiva *humanos-con-medios* de Borba & Villarreal (2005), presentada en la sección anterior. En el colectivo *humanos-con-medios*, unidad epistémica

---

<sup>6</sup>En el diccionario de la Real Academia Española ([www.rae.es](http://www.rae.es)) no existe el término *tutelado*. Utilizo este término para designar a quién se encuentra bajo la dirección o guía de un tutor, acercándome de esta manera al significado de *tutee* en inglés.

productora de conocimiento, debe reconocerse la naturaleza flexible del *medio* (o *material*) en cuestión sin la cual el mutuo vínculo formateador no tendría sentido.

Es oportuno preguntar aquí qué perspectiva del aprendizaje incorpora la metáfora de la computadora como *material* en coherencia con la perspectiva *humanos-con-medios*. Analizo a continuación la perspectiva *construccionista* del aprendizaje (Papert, 1986) que entiendo responde a esta pregunta.

El *construccionismo* es una teoría de aprendizaje que toma del constructivismo piagetiano la visión del aprendizaje como reconstrucción más que como transmisión de conocimiento (Papert, 1986). En particular, el *construccionismo* caracteriza a los ambientes de aprendizaje más efectivos para esta reconstrucción cognitiva como aquellos donde “el aprendiz se involucra conscientemente en la construcción de una entidad pública, sea ésta un castillo de arena en la playa o una teoría del universo” (Papert & Harel, 1991, p. 1, traducción propia). Esas entidades públicas se refieren a objetos que sean significativos para el sujeto que los construye (Resnick, 2002), y que puedan ser mostrados, discutidos, examinados, analizados y admirados por el mismo constructor y por otros (Papert & Harel, 1991). En ese proceso de construcción para aprender, el alumno debe experimentar lo que Papert denomina “la resistencia de la realidad” (Stager, 2005, p. 1), y así, “poder conectar con cualquier cosa que conoce, siente y desea saber para esforzarse en aprender cosas nuevas” (Libow Martínez & Stager, 2013, Capítulo 2, traducción propia).

El *construccionismo* está en sintonía con ideas relativas al “aprender haciendo”; sin embargo, Papert & Harel (1991) advierten acerca de no circunscribir el aprendizaje a aspectos centrados únicamente en la manipulación del material. El énfasis debe colocarse, según estos autores, en el reconocimiento de que el poder educativo del aprender construyendo alguna cosa encuentra su origen y razón en los intereses e impulsos que el mismo estudiante tiene para hacerlo y no en aquello impuesto por el entorno.

Los ambientes de aprendizaje que soportan el *construccionismo* se destacan por habilitar formas de acceso al conocimiento que se caracterizan por: (a) el rol activo que la construcción imprime en el aprendizaje cuando el constructor tiene un producto en mente y herramientas que median en el proceso; (b) el abordaje experimental y de descubrimiento; (c) la obtención de regularidades a partir de la experiencia, lo que permite construir vínculos entre la intuición del

estudiante y los aspectos formales de la actividad, posibilitando realizar tareas tales como explicar, medir y predecir (Libow Martínez & Stager, 2013).

Considero que la perspectiva *construccionista* del aprendizaje guarda coherencia con la perspectiva epistemológica *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005). Esta última perspectiva sostiene la unidad de los humanos y los medios en la producción del conocimiento. En particular para el aprendizaje, estudios como el de Ackermann (2001) colocan la mirada en la naturaleza del diálogo que establecen los humanos con los medios para aprender desde la perspectiva *construccionista*. Esta perspectiva de aprendizaje no asume una separación entre ellos, y afirma que “*transformase en uno solo con el fenómeno en estudio* es la clave del aprendizaje” (Ackermann, 2001, p. 8; *itálica en el original, traducción propia*).

En conclusión, considero que la perspectiva *construccionista* resulta apropiada para analizar la problemática de este trabajo de tesis, es decir, la construcción de una simulación con *Scratch* de algún fenómeno o situación de la realidad elegida por los estudiantes.

### **2.3. Proceso de modelización matemática**

Un proceso de modelización matemática tiene siempre, como punto de partida, la selección de una situación o fenómeno del mundo real que se desea estudiar, cuya simplificación y estructuración, que depende del conocimiento e intereses de los actores involucrados, conduce a la formulación de un problema (Blum, 2002). El producto final que resulta de estas acciones es un modelo matemático de la situación. Para su obtención, se ha recorrido un proceso de “establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real” (Blomhøj, 2008, p. 23), es decir, un proceso de modelización.

En la literatura aparecen distintos esquemas que describen procesos de modelización matemática (Bassanezi, 2002; Biembengut & Hein, 2003, Dalla Vecchia, 2012). Utilizo aquí el esquema del proceso de modelización propuesto por Blomhøj (2008) (ver Figura 5) que muestra su naturaleza cíclica y donde pueden apreciarse los distintos subprocesos que lo describen.

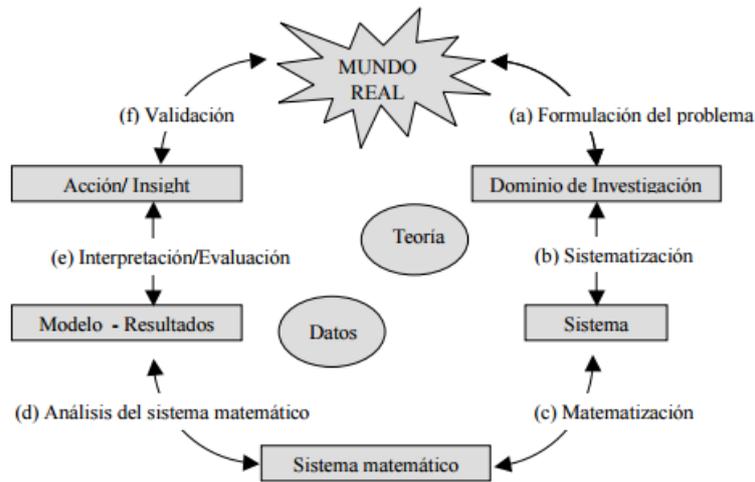


Figura 5. Esquema del proceso de modelización matemática según Blomhøj (2008, p. 24).

Esta característica no lineal del proceso define situaciones donde cada uno de los subprocesos puede introducir modificaciones en el subproceso previo, de modo tal que el modelo resultante experimenta sucesivas situaciones de revisión y refinamiento.

Según Blomhøj (2008), los seis subprocesos que describen un proceso de modelización como aparece en la Figura 5 (*formulación del problema, sistematización, matemización, análisis del sistema matemático, interpretación/evaluación y validación*) se caracterizan, respectivamente, de la siguiente manera:

- (a) *Formulación del problema*: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guía la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada.
- (b) *Sistematización*: selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del dominio de investigación resultante e idealización<sup>7</sup> de las mismas para hacer posible una representación matemática.
- (c) *Matemización*: traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.
- (d) *Análisis del sistema matemático*: uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.

<sup>7</sup> *Nota del autor*: La idealización, en la ciencia y la tecnología, consiste en la esquematización o simplificación de un objeto real en el proceso de su representación conceptual (Bunge, 2001).

- (e) *Interpretación/evaluación*: confrontación en el dominio de investigación inicial de los resultados y conclusiones obtenidos; nuevos datos y experimentos podrían ser necesarios para refinar el modelo.
- (f) *Validación*: análisis de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico, o contrastando con la experiencia personal o los resultados obtenidos por otros.

Los rectángulos que aparecen en la Figura 5 corresponden a los resultados que se obtienen después de cada uno de los seis subprocesos descritos arriba. El *dominio de investigación* contiene una pregunta que reconoce el vínculo existente entre ciertos elementos del fenómeno o situación a modelar. Como resultado del proceso de sistematización se obtiene un *sistema*, es decir, un objeto de estudio en donde son seleccionadas las variables relevantes que se vinculan en el fenómeno o situación de la realidad a indagar. Los componentes del sistema son traducidos al lenguaje formal y se construye una relación matemática que los vincula, conformando un *sistema matemático* que se somete luego a análisis, revisión y reformulaciones sucesivas. El *modelo* es confrontado con el fenómeno o situación de la realidad que lo origina y se producen nuevos *resultados* que derivan del modelo matemático obtenido, comprobando, de esta manera, su calidad de herramienta de predicción en el ámbito del fenómeno o situación estudiados.

Blomhøj (2008) reconoce que las dos elipses del centro del diagrama (*Teoría y Datos*) que aparecen en la Figura 5, son la base de todos los subprocesos dentro de un proceso completo de modelización matemática. *Teoría* hace referencia al conocimiento del *dominio de investigación* disponible para el estudiante que lleva a cabo estos subprocesos y tiene “vital importancia para determinar cómo el modelo y sus posibles aplicaciones pueden ser validados” (Blomhøj, 2008, p. 24). Los *Datos* constituyen un insumo fundamental en un proceso de modelización. Estos datos pueden preexistir al proceso y servir para elaborar el modelo y validarlo, o quizás sea necesario generarlos previamente para iniciar el proceso.

Es posible ilustrar el proceso de modelización descrito arriba, retornando al relato de experiencia de aula que aparece en la Sección 1.2.1, donde estudiantes de primer año del nivel secundario realizaron un estudio de la raqueta de tenis adecuada a la edad de un niño. La situación a estudiar fue delimitada por la *formulación* de la siguiente pregunta “¿Cuáles son las raquetas más eficientes para el crecimiento del niño?” en donde se *sistematizó* la existencia de un vínculo entre una variable matemática asociada al crecimiento del niño (la edad) y un

conjunto de componentes donde esta variable influye, tales como el “largo de la raqueta”, “el peso” de la misma, etc. que también son variables. El modelo gráfico y analítico de la situación estudiada, que aparecen en la Figura 2 y 3 del Capítulo 1, respectivamente, fueron obtenidos en coautoría con *Graphmatica* (subproceso de *matematización*). El acceso a datos en catálogos relativos a las raquetas de tenis permitió construir un modelo que vincula la edad del niño con la longitud de la raqueta. La familiaridad de estos alumnos con el tenis, su conocimiento matemático previo de relaciones entre variables, y el modelo obtenido les permitió validarlo, cuando reconocieron sus limitaciones, al considerar una edad mayor de 10 años y observar que a partir de esa edad la longitud de la raqueta ya no cambiaría (subprocesos de *análisis del modelo matemático, interpretación/evaluación y validación*).

En el párrafo anterior se describió un proceso de modelización donde las formas de representación del modelo obtenido son objetos propios de la matemática (un gráfico cartesiano y una expresión analítica). Sin embargo, si se considera una imagen animada en la pantalla de una computadora, que resulta de un proceso de programación con *Scratch*, se plantea inevitablemente la cuestión acerca de si puede atribuirse la naturaleza de modelo a este producto y si la actividad desarrollada para obtenerlo puede considerarse un proceso de modelización. Esta discusión es el contenido de la próxima sección.

#### **2.4. Simular con *Scratch* como proceso de modelización matemática**

El término *simular* remite a las acciones de imitar o replicar (Grüne-Yanoff & Weirich, 2010). Una simulación permite visualizar un fenómeno o situación de la realidad, “*imitando un proceso mediante otro proceso*” (Hartmann, 1996, p. 81, traducción propia) y reposa en modelos o descripciones rigurosas de los fenómenos o situaciones a replicar (Lévy, 2007; Maria, 1997). Cuando, por ejemplo, se imita la caminata de una persona en *Scratch* mediante un proceso de secuencia de comandos, como muestra la Figura 6, es pertinente preguntar cuál es el modelo de la situación de la realidad que ha sido allí considerada.



Figura 6. ¿Cuál es el modelo matemático? (Fuente: Dato de la investigación).

En Biembengut & Hein (2003) encontramos que:

[...] se denomina modelo matemático a un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que intentan traducir, de alguna manera, un fenómeno dado o una situación problemática real... Un modelo puede ser formulado en términos familiares, usando expresiones numéricas o fórmulas, diagramas, gráficos o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas computacionales, etc.... un modelo matemático retrata, aunque de manera simplificada, aspectos de la situación que se está investigando (p. 12, traducción propia).

En la caracterización de estos autores aparece que un programa computacional puede ser una manera de formular un modelo. Según Lévy (2007), un *programa* es “una lista bien organizada de instrucciones codificadas que pretenden hacer cumplir una tarea particular a uno o varios procesadores” (p. 27). Así, la secuencia mostrada a la izquierda de la Figura 6 es un programa y también un modelo matemático que retrata de manera simplificada el movimiento del personaje que aparece a la derecha, en esa misma figura.

Entonces, una simulación diseñada con *Scratch* adquiere la forma de representaciones gráficas obtenidas en la pantalla de la computadora. Esta imitación de la realidad reposa en la descripción rigurosa que constituyen las instrucciones organizadas y codificadas de la secuencia de programación en este software y que define el modelo matemático que representa una situación de la realidad: una persona que se desplaza caminando por la calle de una ciudad (Figura 6).

En Maltempi & Dalla Vecchia (2013) también se reconoce la condición de modelo matemático a un programa computacional, para el caso particular de *Scratch*:

[...] consideramos un programa, o parte de un programa, realizado con Scratch como un modelo, puesto que asumimos que es el resultado de una asociación de situaciones de la realidad (hechos actuales) con conceptos relacionados con la matemática (hechos virtuales), por medio de una referencia. En este caso, Scratch asume el rol de referencia el cual aprehende la situación que investiga, permitiendo la manipulación de conceptos y símbolos de acuerdo a las reglas de la lógica formal (cálculo proposicional) (p. 1100, traducción propia).

Las consideraciones anteriores sustentan la naturaleza de modelo matemático del programa computacional que resulta de construir una simulación con *Scratch*. Sin embargo, todavía permanece la cuestión de asociar esta construcción de una simulación a un proceso de modelización matemática, tal como se describió más arriba. La siguiente afirmación de Blomhøj (2008) me permite realizar esa asociación:

En principio, existe un proceso de modelización detrás de todo modelo matemático. Esto significa que alguien de manera implícita o explícita ha recorrido un proceso de establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real. En otras palabras, con el fin de crear y usar un modelo matemático es necesario, en principio, recorrer todo el camino de un proceso de modelización (p. 23).

Así, el camino recorrido en la obtención de un modelo matemático es un proceso de modelización matemática. Esto también se puede aplicar para el caso de un programa realizado con el software *Scratch* que he considerado como modelo matemático. Reconozco importante aquí, plantear la cuestión sobre la realidad representada en una simulación sostenida por ese programa, es decir, la cuestión referida al *mundo real* al que alude el esquema del proceso de modelización de Blomhøj. En el Capítulo 1 se definió *mundo real* como todo aquello referido a la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana, así como las materias de la escuela o la universidad, o disciplinas científicas diferentes de la matemática (Blum, 2002). Estos espacios de la vida humana se constituyen en fuentes de problemas, situaciones o fenómenos a modelar. Sin embargo, *Scratch* posibilita que el tema a modelar tenga una existencia imaginada que desafía esa definición de *mundo real*.

Una aproximación conceptual a la noción de realidad en circunstancias donde media la tecnología digital consiste en reflexionar si objetos del mundo virtual forman parte de la realidad. Para ello será necesario dejar a un lado la visión de una realidad física, objetiva, cuyos objetos pueden manipularse, mensurarse y ubicarse en un espacio y tiempo determinados (Maltempi & Dalla Vecchia, 2013). Sin esta restricción, el planteo de un tema para construir una simulación puede tener su referente en una situación que no existe en la realidad tangible. Tal es el caso, por ejemplo, de la construcción de una simulación digital y animada en *Scratch* que reproduce procesos originales inventados por el diseñador o situaciones imaginarias que involucran movimientos de personajes fantásticos tales como brujas, gnomos, etc.

Caracterizar este proceso de modelización para el caso particular de construcción de una simulación con *Scratch* con alumnos de primer año del nivel secundario es uno de los objetivos específicos de esta tesis. Termino esta sección con una mirada al proceso de modelización desde la perspectiva de una actividad que permite crear un ambiente de aprendizaje compatible con el *construccionismo*. Proponer a los estudiantes el diseño de una simulación con *Scratch* constituye una invitación a crear un producto con entidad pública que representa las intenciones y deseos de sus diseñadores, que puede ser admirado, criticado y evaluado por otros. Los creadores y la herramienta tecnológica como coautores constituyen un colectivo que genera una simulación de alguna situación de la realidad como resultado de una experiencia de exploración, experimentación y descubrimiento, y donde, se vinculan las intuiciones de los diseñadores y los aspectos formales de la programación para construir esa simulación.

## **2.5. El problema de estudio en la literatura**

Desde la creación de *Scratch* en el año 2003, se vienen realizando investigaciones con respecto al impacto de su uso en el aprendizaje de distintas disciplinas tales como matemática, lengua materna, comunicación, arte, ciencias, entre otras. Los diseñadores de *Scratch* del Massachusetts Institute of Technology (Instituto Tecnológico de Massachusetts, MIT por su sigla en inglés) sostienen una página web, <https://scratch.mit.edu/info/research/>, donde son divulgados trabajos de investigación acerca del desarrollo de capacidades creativas, lógicas, computacionales, y de trabajo colaborativo. Por ejemplo, trabajos como el de Fields, Giang & Kafai (2013) estudian las interacciones en la comunidad de jóvenes diseñadores que publican

en la página de *Scratch* buscando regularidades en la participación colaborativa de estos usuarios cuando comentan los trabajos de otros.

A pesar de que algunas de las investigaciones, publicadas en la página web antes mencionada, destacan la importancia del uso de *Scratch* para el aprendizaje de la matemática de manera general, sólo una de esas investigaciones (Choi, Jung & Baek, 2013) reporta las ventajas, en el desarrollo de habilidades de solución de problemas matemáticos, el pensamiento lógico, y la creatividad, cuando los contenidos de matemática son trabajados con este software. En esta misma línea, el proyecto de Benton, Hoyles, Kaylas & Noss (2016) intenta buscar los beneficios que la programación con *Scratch* aporta al aprendizaje y razonamiento matemáticos desde la perspectiva *construccionista*. El proyecto de estos investigadores se fundamenta en el diseño de actividades de enseñanza basado en los siguientes principios: (a) *explorar*: se destaca la importancia de desarrollar y apoyar actividades que permitan al estudiante la exploración de sus propias ideas tomando así control de su propio aprendizaje; (b) *explicar*: la articulación del razonamiento existente detrás de las exploraciones de los estudiantes y su organización para ser explicado a otros; (c) *imaginar*: se destaca la importancia de tener una meta en mente para desarrollar un programa en la computadora y predecir sus efectos; (d) *intercambiar*: se defiende al compartir y el colaborar como potentes formas de aprender en interacción con otros; y (d) *tender puentes*: la conexión de ideas de distintas disciplinas en un mismo proyecto de diseño de programación.

Calao, Moreno-León, Correa & Robles (2015) reportan un incremento estadístico significativo en la comprensión de procesos matemáticos, tales como la modelización, en un grupo experimental que recibió instrucción con *Scratch*. Estos autores reconocen que la capacidad de modelizar se evidencia cuando

[e]l estudiante resuelve adecuadamente todos los problemas relacionados a un proceso de modelización, en el cual se requiere tanto del reconocimiento de variables y las relaciones que establece entre ellas el modelo matemático, como la detección de patrones que se repiten en situaciones de la vida diaria, científicas o matemáticas, y la reconstrucción mental de las mismas (p. 20, traducción propia).

Siguiendo el esquema de modelización de Blomhøj (2008) descrito en la Sección 2.3, reconozco que, en la cita anterior, los autores distinguen algunas de las habilidades que los estudiantes necesitan para llevar a cabo un proceso completo de modelización, especialmente

las requeridas para la formulación del problema, su sistematización y matematización. Sin embargo, el trabajo de Calao et al. (2015) no provee evidencia acerca de cuál es la fuente de los problemas a modelizar en su estudio, ni de la autonomía de los alumnos en esa etapa, en el sentido de tener libertad para seleccionar un fenómeno o situación de la realidad a estudiar.

Trabajos como el de Calder & Taylor (2010) analizan las particularidades de *Scratch* como entorno para aprender matemática, en especial, para el desarrollo de estrategias de resolución de problemas. Los autores trabajaron con alumnos de educación primaria a quienes se les propuso elaborar materiales multimedia en *Scratch* para explicar contenidos matemáticos a otro compañero de menor edad. Si bien las estrategias propias de resolución de problemas son competencias subsumidas en el proceso de modelización, los autores no consideran situaciones que surgen del entorno no escolar de esos niños. En la indagación de Calder & Taylor (2010), *Scratch* se destaca como un recurso de fácil apropiación por parte de los estudiantes.

Por su parte, Sorte Pinto (2010) indaga sobre las contribuciones beneficiosas de *Scratch* para el desarrollo de competencias matemáticas comunicativas, de resolución de problemas, y de cálculo mental en alumnos de educación secundaria. Sin embargo, las actividades que realizan los alumnos en ese estudio, y que constituyen las fuentes de datos, no son de naturaleza abierta y exploratoria.

Con respecto a la modelización matemática con *Scratch*, Dalla Vecchia (2012) estudia las particularidades que un proceso de modelización matemática adquiere cuando alumnos de nivel universitario diseñan juegos con *Scratch*. En el planteo de este estudio se asume que la construcción de estos juegos constituye un proceso de modelización y se proporcionan evidencias acerca de las singularidades que el proceso adquiere cuando media este software. Por ejemplo, este autor considera la necesidad de revisar la noción de mundo real de modo que incluya las realidades que los estudiantes pueden crear con *Scratch*. Otros trabajos, como Maltempi & Dalla Vecchia (2013), señalan la naturaleza plástica de la realidad que se simula cuando se construye un modelo con *Scratch*, dotando a la etapa de validación de características particulares. Los autores afirman que, en la construcción de un modelo de la realidad observable, éste es validado con referencia a esa entidad tangible y reformulado si fuera necesario; con *Scratch* la realidad misma simulada en la pantalla puede ser reformulada.

En síntesis, considero que, si bien parte de la literatura revisada aporta evidencia acerca de cómo la incorporación de *Scratch* beneficia el aprendizaje de la matemática, son escasos los trabajos donde se aborda el estudio de procesos de modelización matemática cuando este recurso digital está disponible. Entiendo que este trabajo de tesis contribuiría a la descripción de qué proceso de modelización matemática desarrollan estudiantes de nivel secundario cuando simulan situaciones de la realidad con *Scratch*.

En el próximo capítulo describo el escenario de aprendizaje creado para estudiar la construcción de simulaciones con *Scratch*, que realizaron alumnos de primer año del nivel secundario, como proceso de modelización matemática. Presento la institución escolar y los recursos que estuvieron disponibles, los actores que participaron de la experiencia, y describo con mayor detalle el coautor tecnológico que medió en el proceso: *Scratch*.

### **3. El terreno, los actores, y un escenario para *Simulaciones-con-Scratch***

---

Comienzo el capítulo nominando *Simulaciones-con-Scratch* a la experiencia de aprendizaje durante la cual alumnos de primer año del nivel secundario construyeron simulaciones de alguna situación de la realidad elegida por ellos haciendo uso de *Scratch*. *Simulaciones-con-Scratch* representa la actividad de actores humanos y no humanos que, en colaboración, producen un modelo particular de la situación elegida. El empleo de guiones para unir los términos de esta denominación pretende hacer referencia a la perspectiva de *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005) adoptada para analizar la producción de conocimiento y el aprendizaje de la matemática cuando median las tecnologías.

*Simulaciones-con-Scratch* será caracterizada como un *escenario de modelización* en el sentido de Esteley (2014), haciendo uso de las nociones de *terreno* y *escenario* referidas por esta autora. En la próxima sección se definen las nociones de *terreno*, *escenario* y *escenario de modelización*. Posteriormente, con base en estas nociones, se describen las características y recursos de la institución escolar donde se desarrolló la investigación y se presenta a los actores humanos y no humanos de la experiencia: los alumnos y *Scratch*, respectivamente.

#### **3.1. Acerca de las nociones de *terreno*, *escenario* y *escenario de modelización***

Para los fines de esta tesis es importante caracterizar aquellos entornos de aprendizaje que permitan el desarrollo de actividades de simulación, desde la perspectiva del aprender matemática con *Scratch* tratada en el capítulo anterior y considerando la modelización como estrategia de aprendizaje que pone la atención en la mirada del alumno hacia la realidad. Para ello recurro a la noción de *escenarios de modelización* propuesta por Esteley (2014).

Utilizando los trabajos de Lave<sup>8</sup>, Esteley (2014) caracteriza *terreno* como el conjunto de aquellos aspectos del contexto donde se desarrolla una actividad que “existen previos al planteo de las acciones o experiencias de los individuos y sobre los que los sujetos no tienen control” (Esteley, 2014, p. 74). Por otra parte, “[el] *escenario*, para una actividad, es un modo

---

<sup>8</sup> LAVE, J. (1991). *La cognición en la práctica*. Barcelona: Paidós.

de representar las relaciones entre la organización del *terreno* dentro del cual tiene lugar la actividad, la estructura de las experiencias y las expectativas de las personas como actores” (Esteley, 2014, p. 74, el agregado de *itálica* es mío). En consecuencia, “[el] escenario es generador de la actividad y a la vez es generado por ella, cualquier cambio del escenario también transforma la actividad que está teniendo lugar.” (p. 74). En particular, un *escenario de modelización* es aquél que “se caracteriza por la presencia de un conjunto de espacios, situaciones, circunstancias, materiales, acciones e interacciones que confieren un sentido al proceso y con ello transforman ese conjunto en una experiencia cuyo fin es llevar al aula la modelización como abordaje pedagógico” (p. 86). Un *escenario de modelización* también destaca el protagonismo de sus actores, ya que, según Esteley (2014):

[...] se constituye como tal si los profesores aceptan el desafío que implica el abordaje pedagógico escogido y si los estudiantes aceptan la invitación para involucrarse en el proceso de modelización matemática en aula. Esto es, si aceptan la invitación a escoger un tema, delimitar problemas, resolver situaciones, crear modelos y criticarlos (p. 86).

Varios aspectos de interés para este trabajo derivan de la noción de *escenario de modelización*. Por un lado, considero que esta noción guarda coherencia con la perspectiva epistemológica de *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005). De acuerdo con Esteley, el escenario y la actividad establecen una relación de mutuo condicionamiento. Las herramientas tecnológicas como componentes de ese escenario condicionan, entonces, el tipo de actividad que allí tiene lugar. Desde la mirada de *humanos-con-medios*, esos recursos son constitutivos del conocimiento que emerge en esas condiciones.

La distinción entre *terreno* y *escenario* presentada arriba sugiere una condición dual para *Scratch*. Por un lado, las características predeterminadas de este software escapan del control del usuario e identifican a este recurso digital como componente del *terreno* en donde tiene lugar la experiencia de simular. Por otro lado, *Scratch* puede ser considerado *escenario* de la actividad de construir simulaciones en tanto define un modo particular de organización de la misma, estructura la experiencia de los estudiantes que operan con él, y media en la naturaleza de lo producido en la actividad.

En la sección siguiente, describo las particularidades de la institución escolar considerada como el *terreno* en donde se desarrolló *Simulaciones-con-Scratch*. Luego presento los actores humanos de la experiencia, los alumnos de primer año. En coherencia con la

perspectiva *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005), *Scratch* es caracterizado en su condición dual, como *terreno* y como *escenario*. Se cierra este capítulo con el detalle del “montaje” del *escenario de modelización* donde se desarrolló la experiencia cuyo análisis motivó este trabajo de tesis.

### **3.2. El terreno para *Simulaciones-con-Scratch*: la institución escolar y sus recursos**

La experiencia fue realizada durante el ciclo lectivo 2014 en una institución pública de gestión privada confesional (católica) de la ciudad de Córdoba, donde asisten aproximadamente 1400 alumnos de ambos sexos de todos los niveles de la escolaridad obligatoria: inicial, primaria y secundaria. La posición relativamente céntrica de la escuela motiva que acudan a ella alumnos de diversas zonas de la ciudad, especialmente del sector sur. La escuela cuenta con suficientes espacios educativos (aulas, salones de usos múltiples, biblioteca, laboratorio de ciencias, salas de informática, sala de plástica, etc.) y deportivos o recreativos (comedor, cantina, patios, polideportivo, canchas de básquet y de fútbol, pileta cubierta, campo de deportes, etc.).

La institución educativa se sostiene económicamente con la cuota que abonan los padres de los alumnos conjuntamente con el aporte estatal que recibe en algunas divisiones del nivel secundario. Las familias de los estudiantes podrían identificarse como pertenecientes a la clase media. Aquellos alumnos que por alguna razón (pérdida de trabajo de los padres, situación económica general o circunstancial, etc.) no pueden cumplir con las cuotas de la institución, reciben ayudas económicas de diversa magnitud y naturaleza de acuerdo a las posibilidades presupuestarias de la escuela.

Desde el año 2011, la institución viene haciendo una inversión económica sostenida para dotar de pizarras digitales y WiFi a todas las aulas del nivel secundario. Al mismo tiempo, cada familia debe comprar el dispositivo digital que su hijo usará en las clases. En el período desde 2011 hasta 2013, inclusive, los alumnos asistían a la escuela con una netbook de características similares a las que el Estado Nacional proveía en el marco del Programa Conectar Igualdad.

Durante el período 2011-2013, el proceso de incorporación de dispositivos personales para cada alumno en las aulas, junto con las pizarras digitales, fue acompañado de talleres de

capacitación en la temática para los docentes, que se realizaban a comienzo de cada año, y luego se apoyaba con asesoramiento personalizado a lo largo del ciclo lectivo. Junto con estos recursos, la escuela ponía a disposición de alumnos y docentes un aula virtual en plataforma Moodle<sup>9</sup> para complementar las actividades didácticas.

A partir del 2014, el dispositivo de uso en el aula que se requirió para cada alumno, cambió de ser una notebook a cualquier tableta, con la condición de que su sistema operativo fuera Android<sup>10</sup>. La justificación de este cambio se fundamentó en el menor precio de los dispositivos que funcionan con este sistema. La portabilidad de las tabletas y la posibilidad de descargar videojuegos en ellas podrían explicar el uso profuso que los alumnos realizaban de esta tecnología, aún durante los recreos. Este hecho era percibido con mayor frecuencia entre los varones.

*Simulaciones-con-Scratch* se desarrolló principalmente en una de las salas de informática de la escuela ya que el software *Scratch* no podía ejecutarse en las tabletas<sup>11</sup> de los estudiantes que contaban con sistema operativo Android. Esta sala (Figura 7), antigua aula anfiteatro de química modificada para ser usada para informática, contaba con dieciocho PC conectadas en red dispuestas de modo tal que permitía el trabajo de dos o tres alumnos por máquina.



Figura 7. Sala de informática de la institución (Fuente: dato de investigación).

---

<sup>9</sup> <https://moodle.org/>

<sup>10</sup> <https://www.android.com/>

<sup>11</sup> En la actualidad los creadores de *Scratch* desarrollan una versión de este software en html5 lo que, en un futuro, posibilitaría su uso en Android (ver [https://en.scratch-wiki.info/wiki/Scratch\\_Wiki\\_Home](https://en.scratch-wiki.info/wiki/Scratch_Wiki_Home))

La disposición de esas máquinas en el anfiteatro dificultaba el recorrido de las personas entre las mesas donde estaban ubicadas, ya que se debían superar escalones para ir de una mesa de trabajo a otra.

### **3.3. Los actores humanos de la experiencia: los estudiantes de primer año**

Los actores humanos de la experiencia fueron los 21 alumnos de un curso de primer año del nivel secundario, once mujeres y diez varones, de edades comprendidas entre 12 y 13 años. Este curso era una de las tres secciones de primer año en donde yo impartía la asignatura matemática en el año lectivo 2014. La Figura 8 muestra una escena de trabajo grupal de esos alumnos en el aula.



*Figura 8.* Escena de trabajo en el aula (Fuente: dato de investigación).

Los estudiantes asistían a la escuela con las tabletas que solicitaba la institución, y las utilizaban para actividades de aprendizaje en distintas asignaturas, aparte de matemática. Además, muchos de ellos contaban con celulares de pantalla táctil y algún tipo de computadora personal o netbook en sus hogares. En concordancia con lo que reportan algunas publicaciones (ver por ejemplo Johnson, Adams Becker, Estrada & Freeman, 2015), era posible observar que estos alumnos utilizaban sus dispositivos de pantalla táctil y conocían con fluidez la lógica de uso de los mismos, distanciándose de esta manera del dominio de los teclados físicos, el mouse y el conocimiento de la PC. Por esta razón, diversas competencias informáticas tales como “armar una carpeta” en un “directorio”, “mover un archivo a otra carpeta”, “guardar documentos en el servidor de la escuela” no les resultaban familiares y se enseñaron junto a lo planificado para el currículo de matemática.

Los estudiantes participantes de *Simulaciones-con-Scratch* estaban habituados a utilizar en el aula de matemática variadas herramientas digitales mediadoras del aprendizaje de los contenidos curriculares: hojas de cálculo, manipuladores virtuales, software de geometría dinámica y buscadores de Internet eran los más frecuentes. Las actividades propuestas con estos recursos permitían, en variadas instancias, que los alumnos tuvieran cierto grado de decisión sobre la temática a tratar con ellos o pudieran explorar alternativas para el tratamiento de los contenidos. Sin embargo, hasta el momento de realizar la experiencia con *Scratch*, los estudiantes no habían tenido instrucción previa en conceptos generales de programación<sup>12</sup>.

Entre las características de estos alumnos en su conjunto, tanto en los varones como en las niñas, se destacaban la buena disposición a sumarse a propuestas de trabajo grupal en matemática, de naturaleza exploratoria que utilizaran la tecnología, y la capacidad de expresar sin inhibiciones sus opiniones.

### **3.4. El actor tecnológico *Scratch*: terreno y escenario**

En esta sección presento con detalle a *Scratch*<sup>13</sup> como el actor no humano de *Simulaciones-con-Scratch*. Siguiendo la distinción entre *terreno* y *escenario* (Esteley, 2014) presentada en la Sección 3.1, este software será caracterizado aquí de manera dual. Por un lado, *Scratch* se describe como *terreno* puesto que su diseño estructural determina aspectos del contexto donde se realiza la experiencia, que los usuarios no pueden modificar. Es decir, *Scratch* tiene una arquitectura de diseño, un conjunto de comandos, y una sintaxis particular otorgada por sus creadores que el usuario debe conocer para poder producir alguna secuencia con ellos<sup>14</sup>. Para dar cuenta de su naturaleza de *terreno*, describo en la Sección 3.4.1 las características técnicas de *Scratch*.

Por otro lado, desde la perspectiva de *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005), *Scratch*, como *medio* del colectivo que produce conocimiento en la experiencia *Simulaciones-con-Scratch*, determina un conjunto de relaciones particulares entre la organización del *terreno*

---

<sup>12</sup> En el segundo año del nivel secundario de la institución se introduce la programación en el espacio curricular *Tecnología*.

<sup>13</sup> La descripción de este software se realiza según su versión 1.4 ya que fue la utilizada en *Simulaciones-con-Scratch*.

<sup>14</sup> Puede presentarse el caso de que usuarios especializados tengan la capacidad de modificar la arquitectura del software, si se trata de un software de código abierto. Este no fue el caso en *Simulaciones-con-Scratch* dada la naturaleza de la actividad propuesta y los conocimientos de los actores involucrados.

y la estructura de las actividades de los actores de esta experiencia cuando construyen simulaciones de la realidad con este software. De esta manera, *Scratch* se constituye en *escenario* de la experiencia. Esta condición se describe en la Sección 3.4.2.

#### 3.4.1. *Scratch* como terreno

*Scratch* es un lenguaje visual de programación desarrollado por el Grupo *Lifelong Kindergarten* del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT, por su sigla en inglés), de fácil aprendizaje aún para niños pequeños. Este software libre y gratuito, que aparece oficialmente en el año 2003 y está traducido a más de 40 idiomas, puede utilizarse en línea (Versión 2.0) o descargarse en la PC o netbook (Versión 1.4 y Versión 2.0)<sup>15</sup>. El Instituto Iberoamericano de la Enseñanza de las Ciencias y la Matemática (Iberciencia, Instituto de la OEI, Organización de Estados Iberoamericanos) promueve la enseñanza de *Scratch* para la educación obligatoria ([www.ibercienciaoei.org/clubscratch/](http://www.ibercienciaoei.org/clubscratch/)). En América Latina, la Fundación Gabriel Piedrahita Uribe de Cali, Colombia, impulsaba activamente el uso de este software, y mantenía un estrecho contacto con los creadores del MIT. En la actualidad, estos recursos son publicados por la Universidad ICESI, de Cali, Colombia, en la página web <http://eduteka.icesi.edu.co/>. Producciones argentinas subidas a la web de *Scratch* del MIT por la Fundación Sadosky ([www.fundacionsadosky.org.ar](http://www.fundacionsadosky.org.ar))<sup>16</sup> aparecen desde 2013.

Utilizando una estructura de bloques de programación análogos a los pequeños ladrillos de plásticos del juego *Lego*®<sup>17</sup>, *Scratch* permite a los niños aprender procesos de programación mientras crean sus propias historias interactivas, juegos o animaciones (Maloney, Resnick, Rusk, Silverman & Eastmond, 2010). Cualquier acción que se desee producir con *Scratch* debe ser programada mediante comandos ordenados secuencialmente o implementada mediante pequeños sub-programas que el software tiene incorporados.

El entorno de trabajo en *Scratch* consta de tres paneles principales (ver Figura 9). En el panel de la izquierda (zona de bloques de comandos) se encuentran los distintos bloques de comandos que pueden utilizarse para elaborar la secuencia de programación que se construye

---

<sup>15</sup> Existe la versión *Scratch Juniors* (<http://www.scratchjr.org/>) apropiado para niños que no han adquirido todavía la competencia lectora. Este software puede ejecutarse en Android.

<sup>16</sup> La Fundación Dr. Manuel Sadosky es una institución público-privada cuyo objetivo es favorecer la articulación entre los sistemas científicos y tecnológicos con el sector productivo de nuestro país. Uno de sus programas consiste en motivar y apoyar el aprendizaje significativo de la computación en las escuelas.

<sup>17</sup> <http://www.lego.com/es-ar>. Los creadores de *Scratch* han trabajado en estrecho contacto con la empresa *Lego* produciendo recursos, e investigaciones, para la enseñanza de la robótica.

en el panel central (zona de programación). Los comandos del panel izquierdo de la pantalla son “arrastrados” a la zona de programación y “apilados” para construir una secuencia. Un tercer panel a la derecha (zona de visualización de la animación) permite visualizar la animación resultante al apretar la pequeña bandera verde que aparece en el ángulo superior derecho de la Figura 9, o detener la animación con el botón rojo.



Figura 9. Entorno o interfaz de usuario de Scratch (Fuente: software Scratch).

El usuario puede seleccionar y agregar nuevos personajes y fondos<sup>18</sup> prediseñados que trae Scratch, o importar estos elementos de otras fuentes previamente guardadas en la PC. Cualquiera sea la procedencia de las imágenes éstas permiten ser editadas. A su vez, el software posibilita la incorporación de sonidos, asociados tanto a los fondos como a los objetos, desde un conjunto de posibilidades provisto por la herramienta o mediante la grabación de sonidos creados por el usuario.

Los desarrolladores del software mantienen una comunidad virtual, en <https://scratch.mit.edu/>, donde los programadores, noveles y expertos, muestran sus producciones y/o brindan sugerencias, a la vez que las reciben de otros. Resulta sugerente y motivador el lema “Imagina, programa, comparte” (*Imagine, program, share*) con el que los

<sup>18</sup> El término “fondos” se utiliza aquí para identificar el escenario donde se desarrolla la acción de los personajes definidos en Scratch. Se distingue así de la palabra *escenario* caracterizada en la Sección 3.1.

creadores de *Scratch* presentan la filosofía detrás de su creación a la vez que convocan a participar de esa comunidad.

La versión 1.4 de *Scratch*, que fue la utilizada en esta experiencia, contiene ocho bloques de comandos<sup>19</sup> (ver Figura 10) identificados con colores distintos: *Movimiento* (azul), *Apariencia* (violeta), *Sonido* (fucsia), *Lápiz* (verde oscuro), *Control* (amarillo), *Sensores* (celeste), *Operadores* (verde claro), y *Variables* (naranja).



Figura 10. Bloques de programación de *Scratch* y sus respectivos colores (Fuente: software *Scratch*).

El “apilamiento” y “encaje” de comandos gráficos de *Scratch* confieren a este software una sintaxis particular que facilita el armado de la secuencia de programación. Los pequeños “dientes” e “indentaciones” que aparecen en los comandos sugieren una secuencia lógica entre comandos posibles, al encajar uno con otro. Por ejemplo, la Figura 11 (a) muestra que está permitido, según la sintaxis de este software, que un personaje realice la acción de pensar algo, que se coloca en el recuadro donde aparece el texto “Hmm...”, por dos segundos luego de desplazarse 10 pasos. Recíprocamente, la acción puede organizarse para que el personaje piense en primer lugar y luego se desplace (Figura 11 (b)).

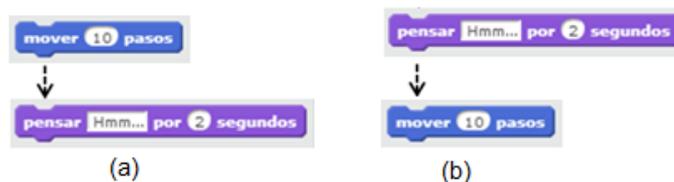


Figura 11. Ejemplos de sintaxis gráfica de *Scratch* (Fuente: software *Scratch*).

Maloney et al (2010) establecen una analogía entre esta estructura de apilamiento de comandos visuales de programación con los ladrillos de plástico *Lego*® ya que “[l]as formas de los bloques sugieren cómo deben éstos encajarse, y el método de ‘arrastrar y soltar’ rechaza

<sup>19</sup> La versión 2.0 de *Scratch* contiene 10 bloques: Movimiento, Apariencia, Sonido, Lápiz, Datos, Eventos, Control, Sensores, Operadores, Más bloques.

la conexión de bloques que no tendría sentido” (p. 7, traducción propia, comillas simples en el original).

La organización sintáctica de este lenguaje gráfico se manifiesta también en las distintas formas geométricas (rectangular, hexagonal, u ovalada) de los argumentos de los comandos. Cada una de estas formas se asocia a la naturaleza del contenido que puede colocarse como argumento. La Figura 12 ilustra esta idea. Las formas hexagonales (encerradas con una línea negra en la Figura 12 (a)) admiten condiciones de relación o booleanos; las formas ovaladas (encerradas con una línea negra en la Figura 12 (b)) aceptan expresiones numéricas, escritas por el usuario (2 en este caso), como resultado de una operación aritmética (suma en color verde, en la misma figura), o el valor numérico de una variable (óvalo en celeste). Las formas rectangulares son más versátiles ya que admiten cadenas de texto definidas por el usuario (“Hmm”, en la Figura 12 (b)).



Figura 12. Argumentos y su representación geométrica en comandos de *Scratch*  
(Fuente: software *Scratch*).

La corrección de problemas de sintaxis que impiden el correcto funcionamiento de una secuencia de programación en *Scratch* también se resuelve de manera visual. Cuando se ejecuta un programa, la secuencia de comandos se enmarca con una línea blanca mostrando el estado de su desarrollo (ver Figura 13 (a)).



Figura 13. Estado del desarrollo de secuencias de programación en *Scratch*  
(Fuente: software *Scratch*).

En el caso de algún error en ese guion, por ejemplo, la indefinición matemática “20/0” en la Figura 13 (b), aparece la secuencia encerrada por una línea roja. De esta manera visual el

alumno puede examinar el curso de su trabajo, o los problemas existentes en su secuencia de programación y así analizar sus posibles soluciones.

### 3.4.2. *Scratch* como *escenario*

Considerar a *Scratch* como *escenario* implica analizar la naturaleza de las relaciones que se establecen entre *Scratch* y la actividad de construir simulaciones de alguna situación de la realidad con él, y el modo en que la herramienta colabora con los alumnos de primer año para alcanzar ese objetivo. En este mismo sentido, es importante considerar qué características de este *escenario* propician la generación de la actividad, y cómo ésta a su vez lo modifica.

En Resnick et al (2009), Papert sugiere que para que un software se constituya en un escenario de aprendizaje, su lenguaje debería cumplir con tres condiciones: un “piso bajo” que facilite el acceso fácil al dominio del software; un “techo alto” de modo que permita que los proyectos que se elaboren con él puedan hacerse más complejos a lo largo del tiempo; y “de paredes bien separadas” de modo que posibilite la creación de trabajos que atiendan al estilo de aprendizaje e intereses de sus usuarios. Los desarrolladores “para conseguir esas metas, [establecieron] tres principios de diseño centrales para *Scratch*: hacerlo más significativo, más social y más *tinkerable*<sup>20</sup>, que otros entornos de programación” (Resnick et al, 2009, p. 63, traducción propia, el agregado de itálica es mío). A continuación, desarrollo brevemente cada uno de estos principios.

En el diseño de *Scratch* se consideraron los criterios de *diversidad* y *personalización* para dar cuenta del principio de diseño referido a tornarlo más *significativo* para cada uno de los usuarios cuando se involucran en sus propios proyectos. El criterio de *diversidad* apela a la posibilidad de que el usuario desarrolle distintos tipos de proyectos (juegos, historias, animaciones, simulaciones, etc.); el de *personalización* se manifiesta en la capacidad de incorporar fotografías personales, gráficos y sonidos propios, grabación de voz, etc.

El principio de mayor *sociabilidad* tiene su concretización en el desarrollo del sitio web de *Scratch* en donde los usuarios suben sus producciones, reciben sugerencias, comparten y colaboran en el desarrollo de otros proyectos. Si bien este principio resulta interesante de

---

<sup>20</sup> *Tinkerable* es el adjetivo derivado de la palabra inglesa *tinkerability*. La traducción al español más cercana de este término es “juguetear”, pero ésta podría tener una connotación centrada únicamente en aspectos lúdicos que no es la que se destaca en la literatura. Este término aparece en [http://eduteka.icesi.edu.co/\\_traducido](http://eduteka.icesi.edu.co/_traducido) al español como “cacharreo” pero es ciertamente un localismo. A lo largo del texto utilicé el término *tinkering*, el anglicismo *tinkerabilidad* y/o sus derivados.

analizar, no avanzo más allá en su desarrollo puesto que esta funcionalidad no se tuvo en cuenta en esta investigación. En el sitio web de *Scratch* dedicado a la investigación (<https://scratch.mit.edu/info/research/>) hay varios trabajos que analizan estos aspectos de colaboración en línea para usuarios del software.

Con respecto a la *tinkerabilidad*, algunos autores como Resnick & Rosenbaum (2013) y Calder & Taylor (2010), señalan la relevancia de este principio de diseño para la creación de contextos propicios de aprendizaje en matemática con herramientas como *Scratch*. *Tinkering* es un abordaje particular de una actividad de construcción “caracterizada por un estilo de compromiso lúdico, experimental, iterativo, en el cual los diseñadores están continuamente re-evaluando sus metas, explorando nuevos trayectos, e imaginando nuevas posibilidades” (Resnick & Rosenbaum, 2013, p. 164, traducción propia).

Con frecuencia, en entornos educativos, la *tinkerabilidad* suele considerarse un simple “tocar teclas al azar” (Hancock, 2003), es decir, una manera improductiva de realizar una actividad de aprendizaje donde el estudiante no tiene control aparente sobre la actividad ni identifica el conocimiento que está aprendiendo (Resnick & Rosenbaum, 2013). Sin embargo, estos autores sostienen que, en el mundo actual, caracterizado por los rápidos cambios en donde los conocimientos se vuelven obsoletos al poco tiempo de ser aprendidos, la *tinkerabilidad* aparece como una estrategia de valor educativo que promueve el pensar y actuar de modo creativo ante esas situaciones de cambio.

En particular, para el caso de *Scratch*, el feedback inmediato, la interactividad, la experimentación fluida, la exploración de naturaleza abierta, y una gramática visual (Resnick & Rosenbaum, 2013) caracterizan el principio de *tinkerabilidad*. Estos atributos del software, y la manera en que los usuarios se relacionan con él, habilitan el montaje de un *escenario* para generar una actividad de construcción colaborativa de simulaciones creativas, y aprender nuevos conocimientos.

### **3.5. El montaje del escenario de modelización *Simulaciones-con-Scratch***

La actividad de construir una simulación con *Scratch* sobre un tema cualquiera de la realidad fue presentada a los estudiantes hacia fines del ciclo lectivo 2014, en el mes de

noviembre, durante el transcurso de las horas de clases de la asignatura matemática. La propuesta fue introducida a los alumnos en la pizarra digital del aula de la siguiente manera:

En grupos de no más de tres alumnos, construir una simulación de un fenómeno de la realidad de interés para el grupo, utilizando la herramienta *Scratch*. A lo largo de este proceso de construcción, se realizarán exposiciones orales sobre el estado de avance del proyecto grupal para el resto de la clase, donde se expondrán las dificultades, experiencias, logros, etc. que el grupo vaya experimentando durante el desarrollo del mismo. La duración de la actividad será de quince días, y deben guardarse en el servidor de la escuela las producciones parciales que se obtengan cada día.

Los veintiún estudiantes de primer año se dividieron voluntariamente en diez grupos (nueve grupos de dos estudiantes y uno de tres). Mi interacción con los estudiantes consistió en brindar sugerencias cuando ellos lo requerían, discutir o pedir precisiones sobre alguna idea, u observar las interacciones entre pares, sin intervenir. Sólo asumía un rol expositivo cuando aparecían dudas que resultaban comunes a varios grupos, o para atraer la atención de la clase completa cuando algún estudiante deseaba expresar una sugerencia de diseño o programación de interés general.

Los alumnos fueron informados de mi intención de analizar sus producciones para una investigación profesional. Sin embargo, no era la primera vez que los estudiantes me veían en actitud de recopilar información de las actividades de aula recurriendo a notas de campo, o de preguntar buscando mayor profundidad en la comprensión de sus ideas, ya que éstas eran acciones corrientes en otras circunstancias ajenas a este trabajo de investigación. Asimismo, se comunicó que la actividad no tendría fines evaluativos; como docente, alentaría la participación y compromiso con la actividad y, en principio, no supondría necesariamente la aplicación de contenidos matemáticos ya aprendidos.

Las actividades se desarrollaron en la sala de informática de la escuela según el siguiente cronograma (Tabla 2):

<b>18/11/2014</b>			<b>20/11/2014</b>	
Trabajo en grupos sobre el proyecto de simulación	80 minutos		Trabajo en grupos sobre el proyecto de simulación	80 minutos
			Exposición oral del estado de avance del proyecto	40 minutos
<b>25/11/2014</b>			<b>27/11/2014</b>	
Trabajo en grupos sobre el proyecto de simulación	80 minutos		Trabajo en grupos sobre el proyecto de simulación	80 minutos
			Exposición oral del estado de avance del proyecto	40 minutos

Tabla 2. Cronograma de actividades para la construcción de simulaciones y su duración.

La asignatura matemática donde tuvo lugar *Simulaciones-con-Scratch* tenía una carga horaria semanal de cinco horas-cátedra de 40 minutos cada una. Tres de estas cinco horas-cátedra estaban reunidas en un mismo día de actividades escolares, separadas en dos momentos, uno de dos horas y otro de una (ver Tabla 2). Esta distribución horaria permitía que se destinase esa hora-cátedra separada para que los alumnos pudieran hacer reflexiones y comunicar el estado de avance de sus trabajos de simulación sin interrumpir los bloques de dos horas-cátedra donde se desarrollaban las simulaciones en la sala de informática. Estas exposiciones se realizaron con el apoyo de la pizarra digital del aula, permitiendo este recurso la difusión y valoración colectiva de estos trabajos.

*Simulaciones-con-Scratch* formó parte de las tareas cotidianas de mis clases de matemática, hacia fines del año lectivo 2014. Otras actividades curriculares previas, preparatorias para el desarrollo de esta experiencia, tuvieron lugar a lo largo del ciclo lectivo como parte de las actividades de enseñanza. Se organizaron tres situaciones expositivas de aprendizaje de contenidos del currículo de primer año con la intención de, al mismo tiempo, presentar a *Scratch* de manera ostensiva. Como docente, asumí la manipulación del software frente a los alumnos, dado que, tal como se explicó antes, ellos no podían acceder a *Scratch* desde sus tabletas y no siempre era posible usar la sala de informática para que ellos manipularan el programa. Aprovechando la posibilidad de mostrar secuencias de comandos de programación en este software en la pantalla digital del aula, diseñé tres clases de 40 minutos cada una para mostrar a los alumnos:

- los distintos bloques de comandos que componen *Scratch* (no los comandos individuales);

- la lógica de funcionamiento secuencial de los comandos de la herramienta (arrastrar y apilar comandos, ejecutar el programa).

Para ello elaboré algunos programas con *Scratch* para presentar a los estudiantes como ejemplos de uso de este software. Uno de tales programas permitía seleccionar una operación aritmética (suma, resta, multiplicación o división), y proporcionar dos números naturales al programa para que éste devuelva el resultado de la operación elegido con esos datos; otro programa posibilitaba resolver ecuaciones lineales con una incógnita de la forma  $ax + b = 0$ , proporcionando al software los parámetros  $a$  y  $b$ ; y un tercer programa mostraba la representación en la pantalla de una figura geométrica mediante el dibujo de líneas rectas y giros. Otros elementos del programa que permitían definir animaciones o incorporar sonidos o diálogos no fueron especialmente mostrados. Consideré estas decisiones conjeturando que los alumnos estarían mejor dispuestos a incorporar de manera autónoma herramientas multimedia (sonidos, video, texto, etc.); en cambio, asumí que las nociones matemáticas, y su vínculo con *Scratch*, debían ser mostradas de forma explícita.

Durante este período de enseñanza de naturaleza expositiva, los alumnos no pudieron manipular *Scratch*; sólo algunos de ellos modificaron las variables del programa en la pizarra digital delante de sus compañeros para que se apreciaran los cambios que se producían en el diseño. Se complementaron estas actividades con un recorrido por la página web de *Scratch* (<https://scratch.mit.edu/>) para que los estudiantes pudieran atisbar lo que otras personas habían hecho con ese recurso. Estas actividades, relacionadas con un encuentro previo de los estudiantes con el software, se desarrollaron durante tres instancias en el primer cuatrimestre del ciclo lectivo 2014; unos cuatro meses antes de *Simulaciones-con-Scratch*.

En este capítulo se describieron las características del *terreno* y *escenario* de la experiencia *Simulaciones-con-Scratch*. En el próximo, presento el diseño metodológico propuesto para estudiarla en términos de su naturaleza como *escenario de modelización* y de la matemática que aprenden los estudiantes en él. Describiré este estudio como *backyard research* (Kim, 2015), “investigación del patio interno” por su traducción del inglés, ya que ha sido desarrollado “en el lugar que forma parte de la vida diaria del investigador donde éste tiene una especial relación con los participantes” (p. 428, traducción propia). En esta mirada indagatoria a mi “patio interno” busco comprender cómo alumnos de primer año confieren sentido a la actividad de mirar la realidad y simularla mediante *Scratch*.

#### 4. Procedimientos metodológicos para estudiar *Simulaciones-con-Scratch*

---

En el capítulo anterior denominé *Simulaciones-con-Scratch* al escenario que se constituyó en objeto de estudio, describiendo en detalle la institución escolar y sus recursos, los estudiantes que participaron en la experiencia, el actor tecnológico *Scratch* y la naturaleza del escenario montado para desarrollar esta experiencia. En este escenario, pensado como un caso particular de modelización matemática, pretendo buscar respuestas a las siguientes preguntas generales: (a) ¿cuál es la naturaleza del proceso de modelización matemática que llevan a cabo alumnos del ciclo básico de la educación secundaria cuando construyen simulaciones de alguna situación de la realidad elegida por ellos utilizando el software *Scratch*?, y (b) ¿qué matemática aprenden los alumnos cuando construyen estas simulaciones?

Estas cuestiones son representadas en los siguientes objetivos específicos:

4. Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con *Scratch* como proceso de modelización matemática.
5. Analizar la matemática que aparece en las producciones de los estudiantes.
6. Caracterizar y analizar la naturaleza mediadora de *Scratch* en el proceso de construcción de las simulaciones.

Para indagar sobre estos objetivos de naturaleza descriptiva y exploratoria, adopto una metodología de investigación cualitativa (Denzin & Lincoln, 2000) basada en un *estudio intrínseco de casos* (Stake, 1999) como diseño de investigación apropiado para analizar *Simulaciones-con-Scratch*.

Valorar esta experiencia como un caso a estudiar resulta pertinente puesto que, en consonancia con los objetivos propuestos, y acordando con las palabras de Stake, “[no] nos interesa porque con su estudio aprendamos sobre otros casos o sobre algún problema general, sino porque necesitamos aprender sobre ese caso particular” (p. 16). *Simulaciones-con-Scratch* se constituyó en un *entorno natural* (Creswell, 2013) de investigación puesto que la recolección de datos se realizó en el mismo sitio donde los estudiantes construyeron sus simulaciones y en

el contexto de sus clases de matemática; se recolectó la información interactuando directamente con los estudiantes, observando sus acciones y producciones con la mediación de *Scratch* dentro de su entorno cotidiano.

Los procedimientos de investigación seguidos para estudiar *Simulaciones-con-Scratch*, fueron:

- (a) Recolección de datos durante el desarrollo de la experiencia.
- (b) Aplicación de un cuestionario.
- (c) Análisis de datos.

Estos procedimientos se describen en detalle en las siguientes secciones.

#### **4.1. Recolección de datos durante la experiencia**

Durante las dos semanas empleadas en el desarrollo de *Simulaciones-con-Scratch* se realizaron observaciones que fueron registradas en notas de campo. La actividad propuesta a los alumnos, es decir, la libre elección de la situación a simular con *Scratch* y los caminos de diseño para hacerlo habilitaban un importante grado de autonomía en los estudiantes. Esto me permitió contar con mayor libertad para la observación y el registro del proceso de elaboración de sus producciones, sus discusiones e intercambios. Al terminar cada una de las sesiones de diseño, complementé esas notas diarias con comentarios generales sobre lo acontecido durante esas sesiones.

Durante las exposiciones orales de los estudiantes para presentar el estado de avance de sus trabajos al resto de la clase también se registraron otras observaciones en notas de campo. En esas instancias se documentaron las reacciones de los alumnos durante la exposición, los tópicos de discusión, las ideas matemáticas que circulaban y se hacían públicas, y las cuestiones que emergían en el intercambio entre los estudiantes acerca de los comandos de *Scratch* empleados para implementar determinadas acciones. Mi participación en esta instancia fue mínima; mi principal actividad consistió en la moderación de las discusiones y el registro escrito de lo que transcurría.

Además de las notas de campo, también se contó con los documentos de *Scratch* producidos por los estudiantes. Cada uno de los 10 grupos de estudiantes entregó una versión final de su simulación en *Scratch*. Lo producido por cada grupo resultó del perfeccionamiento y mejora de tres o cuatro instancias previas que se desarrollaron en clases sucesivas de matemática, obteniendo así tres o cuatro documentos adicionales de *Scratch* por cada uno de los diez documentos finales presentados por los estudiantes.

Las imágenes dinámicas mostradas en los documentos de *Scratch* permitieron obtener evidencia acerca de la realidad que los alumnos eligieron para simular, atendiendo de esta manera a una parte del Objetivo 1 de este estudio: describir la naturaleza de la realidad que los estudiantes eligen representar en sus simulaciones con *Scratch*, como primer momento del proceso de modelización.

Por otra parte, las secuencias gráficas de programación de estos documentos posibilitaron el análisis de la matemática que aparece en las producciones de los estudiantes, asumiendo su naturaleza de modelo matemático. Esto permitió atender al Objetivo 2 de este trabajo. La naturaleza mediadora de *Scratch* que se plantea en el Objetivo 3, tuvo su principal fuente de datos en las programaciones elaboradas por los estudiantes, puesto que las particularidades del software, pensado como *terreno* o como *escenario*, condicionaron la producción de las simulaciones obtenidas.

#### **4.2. Aplicación de un cuestionario**

Una semana después de que los estudiantes completaron el desarrollo de sus simulaciones les presenté un cuestionario para motivar la reflexión acerca de la experiencia *Simulaciones-con-Scratch*. Para ello, proporcioné un instrumento de respuestas abiertas (ver preguntas en la Tabla 3) que debían ser respondidas por escrito, manteniendo la conformación de los grupos que habían participado originalmente en la experiencia.

Elaboré este instrumento con el propósito de dilucidar el sentido que los estudiantes le adjudicaron a la experiencia en relación con los tres objetivos de este trabajo, buscando de este modo la mirada de los protagonistas. Consideré que, la instancia de brindar a los alumnos la posibilidad de escribir sus respuestas sobre la experiencia permitiría, mediante la discusión

entre pares, la reorganización de las ideas que conlleva todo proceso de escritura, a fin de elaborar una retrospectiva de la actividad realizada.

La Tabla 3 muestra las preguntas del cuestionario y su vinculación con los tres objetivos de investigación presentados al comienzo de este capítulo.

Pregunta/cuestión	Objetivos
1. ¿Podrían afirmar que el trabajo realizado en <i>Scratch</i> es una simulación? ¿Por qué? ¿De qué tipo? Simulación, ¿de qué? 2. A lo largo del trabajo en <i>Scratch</i> realizado, ¿tuvieron que pensar en algún aspecto de la realidad? ¿Cuál?	Objetivo 1: Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con <i>Scratch</i> como proceso de modelización matemática (descripción de la naturaleza de la realidad representada en las simulaciones que construyen los alumnos con <i>Scratch</i> ).
3. Si un compañero de otro curso quisiera hacer un trabajo como el realizado por ustedes (pero con otro tema), ¿qué le indicarían? ¿Podrían ayudarlo con algún “esquema” del proceso? ¿Podrían hacer un dibujo de este esquema?	Objetivo 1: Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con <i>Scratch</i> como proceso de modelización matemática (descripción del proceso completo desde la perspectiva de los estudiantes)
4. Describan, y expliquen, la mayor cantidad posible de conocimientos matemáticos que emplearon o tuvieron que buscar para poder construir el trabajo en <i>Scratch</i> .	Objetivo 2: Analizar la matemática que aparece en las producciones de los estudiantes (reconocimiento, por parte de los protagonistas, de conceptos matemáticos aplicados)
5. ¿Qué herramientas de <i>Scratch</i> fue la que más les costó utilizar? 6. ¿Cuál fue la herramienta de <i>Scratch</i> que más les gustó utilizar?	Objetivo 3: Caracterizar y analizar la naturaleza mediadora de <i>Scratch</i> en el proceso de construcción de las simulaciones.
7. ¿Cuál es la parte del trabajo de la que están “orgullosos” de haber conseguido hacer? 8. ¿Qué les hubiera gustado incluir en el trabajo y no pudieron hacerlo? ¿Cuál fue la causa? 9. ¿Creen que hacer este tipo de trabajo es importante para aprender matemática? ¿Por qué? 10. ¿Qué idea desarrollada por otros compañeros incorporarías a tu trabajo? ¿Por qué? 11. Incluyan cualquier otro comentario que consideren oportuno.	Indagar acerca de aspectos generales del escenario <i>Simulaciones-con-Scratch</i> . Complementar aspectos relevantes correspondientes a los tres objetivos del trabajo: las relaciones entre los estudiantes y la actividad, de los estudiantes entre sí, entre los estudiantes y el software, etc.

Tabla 3. Ítems del cuestionario administrado y su vinculación con los objetivos de investigación.

El cuestionario consistió en once preguntas/cuestiones de respuesta abierta y fue elaborado durante las dos semanas en las cuales transcurrió el diseño de las simulaciones. Con

anterioridad a esta instancia, definí una primera versión del mismo donde el contenido de cada pregunta quedara asociado a cada objetivo de la tesis (ver las preguntas de las cuatro primeras filas de la Tabla 3, y su objetivo correspondiente en la columna de la derecha); a lo largo del diseño de las simulaciones estas cuestiones se fueron modificando según las observaciones de las actividades que los estudiantes desarrollaban.

La Pregunta 1 se diseñó para obtener información acerca de la idea de simulación sostenida por los alumnos luego de la experiencia. La naturalidad con la que los alumnos utilizaban la palabra simular, incluida en la consigna de trabajo, motivó la incorporación de esta cuestión. Si bien la consigna de trabajo consistió en pedir a los estudiantes el diseño de una “simulación”, durante la experiencia no se indicó ni discutió su significado.

La Pregunta 2 buscó determinar las particularidades de la realidad que los alumnos abstraían para traducirlas a comandos de *Scratch*, desde la perspectiva de modelización matemática.

La Pregunta 3 fue incorporada con la intención de interpretar cómo los alumnos percibieron la construcción de sus diseños, sin haber tenido información sobre la naturaleza de un proceso de este tipo desde la enseñanza. Consideré que colocarlos en la situación de tener que explicar el proceso de crear una simulación a otro compañero, les brindaba la oportunidad de pensar en los aspectos importantes de su propia experiencia, reorganizarlos y armar un acto comunicativo. Para destacar la característica de proceso, se invitó a los estudiantes a que hicieran diagramas o esquemas como registros de comunicación.

La Pregunta 4 procuró información sobre cómo percibieron los alumnos la matemática involucrada en el proceso de construcción de su simulación, es decir, qué reconocieron como conocimiento matemático empleado.

Las Preguntas 5 y 6 colocan la atención en la herramienta que medió en el proceso de construcción de la simulación. Desde la perspectiva *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005) las respuestas proveen información sobre las metas, motivos y operaciones que los alumnos sostuvieron e implementaron durante su diseño, y cómo el software condicionaba estas actividades.

Si bien las cuestiones que aparecen en la fila inferior de la Tabla 3 no están asociadas específicamente a alguno de los objetivos de investigación, consideré necesario su

incorporación para obtener información adicional acerca de cómo los estudiantes percibieron la experiencia *Simulaciones-con-Scratch*. Las cuestiones apuntan a poner en evidencia componentes de un *escenario de modelización* (Esteley, 2014): los otros actores, el conocimiento, la herramienta, la actividad, y los vínculos entre ellos.

Para este momento de reflexión que se generó en torno al cuestionario se destinó una clase de 80 minutos, una semana después de concluir la etapa de diseño de las simulaciones con *Scratch*; los estudiantes no tenían al alcance de la mano el documento producido. Las preguntas fueron respondidas por escrito (en un documento digital y/o en papel), en grupos y, tal como ya se dijo, manteniendo los integrantes que habían participado en el diseño en *Simulaciones-con-Scratch*.

Se obtuvieron diez documentos con respuestas al cuestionario, uno por cada grupo de trabajo, conteniendo texto escrito, dibujos, y/o diagramas. Tres grupos presentaron sus respuestas en un documento digital; seis grupos lo hicieron en papel y uno en los dos soportes. Observaciones de las reacciones de los estudiantes mientras respondían el cuestionario se registraron en nuevas notas de campo.

### **4.3. Análisis de datos**

A fin de llevar adelante la exploración de los datos, realicé un *análisis inductivo* (Lincoln & Guba, 1985), guardando coherencia con la metodología de investigación y los objetivos planteados para este trabajo. Por ello, comencé con la búsqueda de categorías y relaciones en los datos que permitieran responder las preguntas planteadas en el marco de cada uno de los objetivos propuestos. Los datos documentales se constituyeron en la base desde donde se levantaron conjeturas, en lugar de usarse para validar hipótesis preestablecidas.

En este trabajo se empleó una estrategia de *triangulación de fuentes de datos* (Stake, 1999) para validar las descripciones, interpretaciones, y el vínculo entre ambas, que emergieron durante el análisis, particular y combinado, de los distintos documentos.

En las siguientes sub-secciones se describen el modo en que los datos fueron preparados para su posterior análisis y los procedimientos analíticos seguidos para dar cuenta de los objetivos de investigación.

#### 4.3.1. Preparación de los datos

Los documentos de *Scratch* producidos por los estudiantes, las respuestas al cuestionario y las notas de campo proporcionaron una importante masa de datos digitales y escritos en papel. Para su procesamiento, utilicé la versión gratuita en español del software *QDA Miner 4 Lite*<sup>21</sup> que permite codificar datos de naturaleza digital, tanto textos como imágenes, permitiendo la asignación de códigos que, posteriormente, pueden ser agrupados usando conectores lógicos, organizados en categorías, y comentados mediante anotaciones.

El empleo de este software requirió la preparación previa de los datos obtenidos. Al finalizar cada una de las clases de construcción de la simulación, retiraba del servidor de la escuela los trabajos de los estudiantes que guardaba en carpetas digitales nominadas por día, con copias de respaldo. Al finalizar la experiencia, organicé los documentos de *Scratch* en carpetas individuales para cada uno de los grupos. Este agrupamiento me permitió acceder con facilidad a lo producido por cada grupo y analizar la evolución del diseño de cada simulación.

Si bien los comandos de *Scratch* pueden observarse directamente en la programación realizada con el software, su naturaleza y la frecuencia con la que éstos aparecen proporcionaron valiosa información acerca del camino que siguieron los estudiantes para construir los modelos matemáticos que sustentan sus simulaciones. Por ello, los documentos de *Scratch* fueron procesados mediante el software *Scrape*<sup>22</sup>. Este software, de uso libre y gratuito, devuelve, a través de una imagen, un informe estadístico de la frecuencia con que aparecen los distintos comandos de programación de un documento de *Scratch* y/o compara esa información entre varios documentos. Las imágenes provistas por *Scrape* se constituyeron también en datos analizados mediante *QDA Miner 4 Lite*.

Otras imágenes de componentes de las simulaciones (personajes, fondos, pantallas de edición, secuencias de comandos de programación, etc.) fueron obtenidas por capturas de porciones de las pantallas mostradas en los documentos de *Scratch* y procesadas en *QDA Miner 4 Lite*.

La parte animada de los documentos de *Scratch* no requirió ninguna preparación adicional; ésta se podía analizar cuántas veces fuera necesario en el mismo software. Videos

---

<sup>21</sup> Este software se encuentra dentro de la categoría denominada CAQDAS (Computer Assisted Qualitative Data Analysis Software, software para el análisis de datos cualitativos asistido por computadora, por su sigla en inglés). Disponible en <http://provalisresearch.com/es/products/software-de-analisis-cualitativo/freeware/>

<sup>22</sup> Software desarrollado por RiverSound Media. Disponible en <http://happyanalyzing.com/downloads/>

de estas animaciones fueron capturados en la pantalla para tenerlos a disposición durante todo el desarrollo de esta tesis.

Las respuestas escritas en papel fueron transcritas a textos digitales; los esquemas de procesos de modelización fueron extraídos del documento donde los estudiantes respondieron al cuestionario y digitalizados. De esta manera, tanto los textos como las imágenes pudieron analizarse con el software de análisis cualitativo adoptado.

Las notas de campo también fueron transcritas a un texto digital para poder codificarlas con *QDA Miner 4 Lite*.

#### 4.3.2. Proceso de análisis de datos

Si bien cada uno de los documentos fue analizado de manera independiente, la exploración de vínculos entre los datos obtenidos de los distintos tipos de documentos se constituyó en un proceso no lineal de búsqueda de información. Por ejemplo, los aspectos animados de las imágenes observadas durante el análisis sistemático de las simulaciones producidas por los estudiantes motivaban cuestiones de naturaleza indagatoria acerca de los comandos de programación que las provocaban, y viceversa: ¿qué comandos usaron los estudiantes para construir esta acción?, o ¿qué movimiento del personaje se obtiene por el uso de este comando? La aparición de un comando sofisticado o poco frecuente en las programaciones de los estudiantes derivaba, a su vez, en cuestiones acerca del sentido que éstos atribuían a ese comando en el proceso de diseñar con *Scratch* y que eran cotejadas luego con datos provenientes de las respuestas del cuestionario.

Teniendo en cuenta este movimiento permanente entre las distintas fuentes de datos, organizo la presentación del proceso de análisis de los mismos en torno a los objetivos de la tesis, cuyos contenidos se centran en: el proceso de construcción de una simulación con *Scratch* como proceso de modelización matemática (Objetivo 1), la matemática que aparece en las producciones de los estudiantes (Objetivo 2), y la naturaleza mediadora de *Scratch* en el proceso de construcción de las simulaciones (Objetivo 3).

A continuación, explico, para cada uno de los objetivos de la investigación los procedimientos analíticos seguidos para dar cuenta de los mismos:

*Objetivo 1: Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con Scratch como proceso de modelización matemática.*

A fin de dar cuenta de este objetivo, cada uno de los diez documentos animados finales de *Scratch* se observó reiteradamente para obtener una interpretación de las historias contadas por estos alumnos en el marco de una realidad que simulaban con este software. En las imágenes animadas, los estudiantes organizaron de manera secuencial una colección de eventos en donde participan personajes, en un escenario particular, para contar una historia acerca de algún fenómeno, situación, hecho, fábula, etc. En términos del análisis de datos, se buscaron los elementos esenciales que constituyen la *gramática de una historia* (Rumelhart, 1980): trama, personajes, escenario, diálogo, punto de vista del narrador y características generales. En cada uno de los trabajos se identificaron estos elementos, y se reconocieron otros singulares propios de los documentos multimedia, tales como la interacción con el observador o la incorporación de sonidos. En caso de necesidad, se exploraron las secuencias previas de simulaciones elaboradas por los estudiantes.

Mis interpretaciones acerca de las características de la realidad abstraídas por los estudiantes fueron combinadas con sus perspectivas, presentes en las respuestas a la Pregunta 2 del cuestionario donde se solicitaba identificar los aspectos de la realidad considerados para simularlos con *Scratch*. En este caso, las opiniones de los estudiantes proporcionaron información a la cuestión recurrente, “¿qué fue observado de la realidad para construir esta simulación?”, que emergía durante mi análisis de las imágenes animadas de los documentos de *Scratch*.

El análisis del proceso de construcción de una simulación se realizó en base a las respuestas que los estudiantes dieron a la Pregunta 3 del cuestionario. Este análisis se concentró particularmente en los diagramas/esquemas creados por los estudiantes para explicar el proceso de construcción.

Las Preguntas 7 y 8 fueron valoradas para obtener información acerca del vínculo que los estudiantes establecieron con su producción según se reconocieran aspectos destacados, o aquellos que mejorarían su simulación. La Pregunta 10 complementa este último aspecto colocando la mirada en los aportes que otros compañeros harían al propio trabajo.

*Objetivo 2: Analizar la matemática que aparece en las producciones de los estudiantes.*

Para dar cuenta de este objetivo, exploré la matemática integrada en cada simulación a partir de la programación generada con *Scratch*. Estas secuencias de comandos conforman los modelos matemáticos que resultan del diseño de simulaciones como procesos de modelización, puesto que son el producto de una asociación entre situaciones de la realidad con conceptos de la matemática presentes en la programación con *Scratch* (Maltempi & Dalla Vecchia, 2013). Para complementar este análisis fueron consideradas las respuestas de los estudiantes a la Pregunta 4 del cuestionario, referida a la matemática que ellos reconocen fue utilizada en sus simulaciones.

Para llevar a cabo este análisis adopté una perspectiva de *arqueología matemática* (Skovsmose, 1999), es decir, de exploración de las raíces matemáticas de una actividad particular. Para obtener información acerca de los contenidos matemáticos presentes en los documentos de *Scratch*, en las respuestas al cuestionario y en las notas de campo, utilicé la siguiente secuencia de análisis:

*Paso 1:*

Identificar secuencias de comandos de *Scratch* que evidencian el uso de algún contenido matemático, de manera independiente a las acciones en pantalla que provocan. En este paso, recurrí a las imágenes obtenidas con *Scrape* para determinar la frecuencia con que aparecen los distintos comandos de *Scratch* en todas las programaciones producidos por cada uno de los grupos. También utilicé este software para realizar una comparación en la frecuencia de uso de estos comandos en las diez simulaciones finales de los grupos. En el primer caso, los datos me permitieron obtener información acerca de la evolución experimentada en el diseño de cada simulación, en términos de la incorporación de comandos cada vez más sofisticados para un mismo grupo. En el segundo, la comparación de las simulaciones de los diez grupos en conjunto, en términos de los comandos de programación utilizados y su frecuencia de uso permitió identificar aquellos comandos y los contenidos matemáticos vinculados a ellos, que se utilizaron de manera recurrente en estas simulaciones.

*Paso 2:*

Identificar y describir las acciones y movimientos que una secuencia de comandos provoca en los objetos en la pantalla, y analizar la matemática presente en ellos. En el

Paso 1 son los comandos el insumo para buscar la matemática presente en ellos; en el Paso 2, las acciones en pantalla motivaron cuestiones tales como ¿cómo habrán hecho los estudiantes para...?, y la búsqueda de la respuesta en la secuencia de comandos pertinente.

Paso 3:

Indagar, en las respuestas al cuestionario y en las notas de campo, acerca del contexto de uso de las secuencias de comandos: en el contexto de la historia narrada en la simulación, en el contexto del programa completo, en el contexto del aula (por ejemplo: ¿esos comandos fueron presentados por la profesora?, ¿fueron descubiertos por algún grupo y luego explicados a sus compañeros?).

Paso 4:

Analizar en profundidad las estrategias y la matemática empleada por los estudiantes para implementar esa secuencia de comandos.

*Objetivo 3: Caracterizar y analizar la naturaleza mediadora de Scratch en el proceso de construcción de las simulaciones*

Los aspectos considerados en *Simulaciones-con-Scratch* para dar cuenta de los Objetivos de investigación 1 y 2 (el proceso de modelización, y la matemática presente en las simulaciones) fueron analizados en estrecha vinculación con las particularidades de la herramienta digital utilizada: *Scratch* se reconoce como actor protagonista en el escenario constituido en *Simulaciones-con-Scratch*. De acuerdo a la perspectiva epistemológica adoptada (Borba & Villarreal, 2005), se asume que las actividades desarrolladas en este escenario son producidas por un colectivo de *humanos-con-medios* y, en consecuencia, al dar cuenta de los Objetivos 1 y 2 se está dando cuenta inevitablemente del Objetivo 3. Por este motivo el tratamiento de este objetivo se realizará transversalmente en los Capítulos en los cuales se da cuenta de los Objetivos 1 y 2.

En el próximo capítulo, de naturaleza más descriptiva, presento las simulaciones producidas por cada uno de los grupos, junto a los diagramas o esquemas que representan el modo en que los grupos reconocen el proceso de construir tales simulaciones. Ese capítulo

comienza a dar respuestas a las preguntas asociadas al Objetivo 1 y permitirá al lector contar con elementos necesarios para comprender los análisis que expongo en los Capítulos 6 y 7. En el Capítulo 6 también respondo a preguntas relativas al Objetivo 1 centradas en el proceso de modelización. La matemática presente en los trabajos de los estudiantes, Objetivo 2, será atendida en el Capítulo 7. El poder mediador de *Scratch* atravesará el análisis presentado en ambos capítulos.

## 5. Las simulaciones con *Scratch* producidas por los estudiantes

---

En este Capítulo realizo una descripción de las simulaciones de cada uno de los diez grupos, creadas durante la experiencia *Simulaciones-con-Scratch*. También presento los procesos de construcción de las simulaciones que los estudiantes elaboraron. Estas producciones de los estudiantes que aquí se describen se constituyen en la base de los análisis que presento en los Capítulos 6 y 7.

En este Capítulo se comienza a dar cuenta del Objetivo 1 (Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con *Scratch* como proceso de modelización matemática). En particular ofrece elementos para responder a las preguntas: ¿qué temas de la realidad imitan los alumnos en sus simulaciones?, ¿qué aspectos de la realidad capturan en ellas?, o ¿qué variables abstraen para vincularlas en un problema de diseño. La naturaleza mediadora de *Scratch* aparecerá en las descripciones para guardar coherencia con la perspectiva de análisis fundamentada en el constructo *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005).

Presento el resultado final de las producciones de cada grupo, es decir, el documento de *Scratch* obtenido en la última de las cuatro clases del proceso de diseño, sin perder de vista su evolución a lo largo de las otras instancias sucesivas de desarrollo destinadas a ello. La perspectiva de presentación que aquí adopto consiste en considerar estas producciones como historias contadas por los estudiantes mostrando las particularidades de la realidad simulada en ellas. En las simulaciones con *Scratch* se podrán observar las situaciones que representan y los elementos capturados en ellas.

Para cada grupo expongo una descripción de su simulación organizada según los siguientes aspectos de la gramática de una historia: trama, personajes, escenario, diálogos, punto de vista del narrador, y características generales. Identifico cada uno de los trabajos con un título que sintetiza mi interpretación de su contenido.

Ilustro las descripciones de las producciones de los estudiantes con fotogramas claves, es decir, imágenes seleccionadas que componen la secuencia de animación, de modo que éstas permitan al lector apreciar el mensaje de cada una de ellas. Por supuesto, en esta presentación

en papel, se pierde la naturaleza interactiva, multimodal y dinámica de los trabajos, quedando solo los elementos textuales y algunas imágenes. Por ello, invito al lector a apreciar estas simulaciones colocando en un buscador de Internet el link que aparece asociado a cada uno de los trabajos<sup>23</sup>. El link correspondiente a cada simulación se encuentra junto al título que la identifica. En algunos casos de relevancia, se incorporan segmentos de la programación en *Scratch* para mostrar el modo en que los estudiantes implementaron las escenas empleando las posibilidades de este software.

Acompañé la producción de cada grupo con breves relatos elaborados a partir de las respuestas a la Pregunta 2 del cuestionario, donde los estudiantes indican los aspectos de la realidad considerados para elaborar sus trabajos (ver cuestionario completo en la Sección 4.2).

Luego de la descripción de las simulaciones elaboradas por cada uno de los grupos, presento el proceso de construirlas según la perspectiva de los estudiantes. Los esquemas, diagramas<sup>24</sup>, o comentarios de cada uno de los diez grupos de alumnos que participaron de la experiencia fueron producidos como respuesta a la Pregunta 3 del cuestionario, en donde se les solicitó lo siguiente:

Si un compañero de otro curso quisiera hacer un trabajo como el realizado por ustedes [la simulación con *Scratch*] (pero con otro tema), ¿qué le indicarían? ¿Podrían ayudarlo con algún “esquema” del proceso? ¿Podrían hacer un dibujo de este esquema?

Según se expresó en el Capítulo 4 al describir las preguntas del cuestionario, la propuesta de reflexión de parte de los estudiantes acerca del proceso de diseño de la simulación colocó a otro compañero como receptor de este mensaje, invitándolos de esta manera a una reorganización de la propia experiencia y a su traducción en una comunicación escrita.

---

<sup>23</sup>He subido a la web los trabajos de los estudiantes como videos no editables en lugar de los trabajos originales para así evitar descargas y/o modificaciones de estos archivos y preservar, de este modo, la autoría de cada una de las producciones.

<sup>24</sup> En el diccionario de la Real Academia Española ([www.rae.es](http://www.rae.es)) aparece la palabra *esquema* con dos acepciones pertinentes para ser empleadas aquí. Una de estas se refiere a un *esquema* como una “representación gráfica o simbólica de cosas materiales o inmateriales”; otra acepción afirma que es un “resumen de un escrito, discurso, teoría, etc. atendiendo sólo a sus líneas o caracteres más significativos”. Por otra parte, la palabra *diagrama*, en una de sus acepciones, aparece como “dibujo en el que se muestran las relaciones entre las diferentes partes de un conjunto o sistema”. Considero que las producciones de los estudiantes que aquí se analizan tienen las propiedades de representar “cosas inmateriales” (se refieren a algo intangible como un proceso), se constituyen en un “resumen de un proceso” (donde los estudiantes atendieron a aspectos para ellos significativos del mismo) y muestran “relaciones entre sus diferentes partes”.

Por lo tanto, a lo largo del análisis, emplearé el término *diagrama* en el caso que la respuesta de los estudiantes se represente con un dibujo, y *esquema* para los que utilizan, principalmente, texto escrito, aunque se vinculen los elementos con conectores.

Complemento los datos que se derivan de estos textos con mis observaciones y registros en notas de campo.

A lo largo del capítulo, se emplean seudónimos para identificar a los alumnos de cada grupo. Sus expresiones escritas aparecerán en letra *itálica*. En ellas he realizado mínimas correcciones de ortografía y redacción para facilitar la lectura de lo expresado. He asignado a cada grupo un código (G1, G2, ..., G10) para identificarlo en referencias posteriores. Este código es utilizado para referirme a ideas, acciones, etc. realizadas de modo colectivo por el grupo en cuestión, de lo contrario, empleo los seudónimos de los alumnos. Cada una de las simulaciones producidas es presentada en una sección que se inicia con una breve reseña del desempeño en clase del grupo que la produjo.

### **5.1. Persecución de terror en cielo nocturno (Grupo 1: G1, <https://goo.gl/12gfGx>)**

Las integrantes de este grupo, Ana, Laura y María, se caracterizaron por discutir con mucho énfasis entre ellas a lo largo del proyecto. Si bien todas aportaban sus ideas, María mostraba una marcada actitud reflexiva en el grupo, preguntándose constantemente cómo implementar las ideas que surgían, por qué hacerlo de determinada manera, etc. Laura se mostraba generalmente alejada del control del teclado, posiblemente debido a que disponían de una sola PC para las tres.

La simulación construida representa la persecución de un murciélago a una bruja en un cielo nocturno con luna llena (ver Figura 14). El escenario y el gesto del murciélago transmiten la sensación de una escena de cuento de terror. La bruja emite una exclamación cuando el murciélago aparenta alcanzarla.



Figura 14. Persecución de terror en cielo nocturno (Fuente: Documento de Scratch producido por Ana, Laura & María, 27/11/2014, <https://goo.gl/12gfGx>).

Para elaborar su simulación, el G1 tuvo en cuenta

*...varias cosas de la realidad como, por ejemplo, la forma en que volaban [se refiere al vuelo de un animal] ya que en la realidad los animales o insectos que vuelan no lo hacen detenidamente, sino que se deslizan y ese es uno de los problemas que tuvimos que corregir en el programa. También tuvimos que corregir otras cosas más para que se parezca más a la realidad (G1<sup>25</sup>).*

#### 5.1.1. El proceso según el Grupo 1

Las creadoras de *Persecución de terror en cielo nocturno* representaron el proceso de construir una simulación con Scratch con el diagrama que muestra la Figura 15.

<sup>25</sup> A partir de aquí, identifico sólo el grupo autor de las expresiones, sin indicar que fueron obtenidas el día 02/12/2014, fecha en que se administró el cuestionario correspondiente.

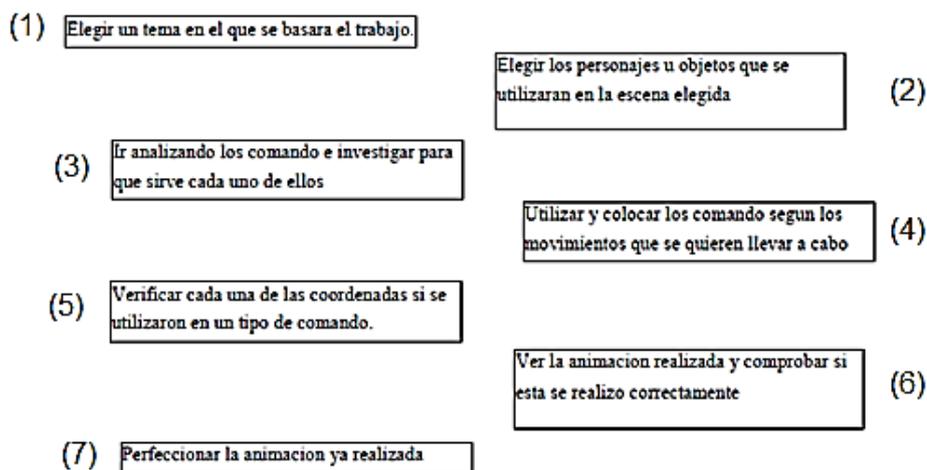


Figura 15. Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G1 (Fuente: Respuestas de Ana, Laura & María al cuestionario, 02/12/2014<sup>26</sup>, el agregado de números es mío).

En este diagrama, donde no se observan conectores entre los elementos que lo componen, asumí la representación de una secuencia de etapas organizadas de arriba-abajo, y de izquierda-derecha, según los números insertos en la Figura 15. Las siete etapas del proceso identificadas por medio de números entre paréntesis pueden dividirse en tres grupos que presentan actividades relacionadas entre sí: los rectángulos 1 y 2, los rectángulos 3, 4 y 5, y los dos que aparecen abajo, 6 y 7.

En los dos primeros recuadros las alumnas identifican la selección de la temática como el inicio del proceso, para luego representarla en una escena donde colocar personajes, u otros objetos vinculados a ella. Siguiendo el proceso, los tres recuadros siguientes muestran los aspectos técnicos necesarios para el diseño. En ellos se explicita la conexión entre el movimiento deseado en la escena y el comando de *Scratch* pertinente; previamente, para el G1, estos comandos deben ser objeto de exploración sobre sus posibilidades de uso. Como conocimiento matemático, las coordenadas de la posición de los objetos en pantalla son señaladas por el grupo para aquellos comandos que tienen a las coordenadas como argumentos. Los recuadros 6 y 7 contienen referencias a una revisión del proceso seguido y mejora del resultado obtenido.

<sup>26</sup> A fin de evitar repeticiones, las fechas en los descriptores de las próximas figuras serán omitidas. Se aclara que la fecha de producción de los documentos de *Scratch* que se muestran en este capítulo corresponden al 27/11/2014, y las respuestas al cuestionario, al 02/12/2014. Si un dato fue obtenido en una fecha distinta a éstas, será aclarado explícitamente.

## 5.2. La habilidosa jugadora de básquet (Grupo 2: G2, <https://goo.gl/Ra6Vrq>)

Tanto Juan como Facundo, integrantes de G2, se mostraron muy concentrados en la actividad desde el comienzo. Si bien los aportes de ambos eran igualmente pertinentes, razonados y creativos, Facundo manifestaba un respeto notorio hacia las habilidades de Juan para organizar el trabajo con *Scratch*. En una oportunidad en que Juan faltó a clase, Facundo decidió no trabajar sobre el documento guardado anteriormente por ambos, sino hacerlo en una copia, pues “no sé qué dirá Juan de mis modificaciones” (Facundo, 20/11/2014, nota de campo). En esa ocasión, Facundo experimentó con distintos escenarios. Las variaciones fueron aceptadas por Juan en la clase siguiente.

La producción de Facundo y Juan tiene como protagonista a una jugadora de básquet que simula las acciones de rebote y enceste de una pelota de básquet (Figura 16).



Figura 16. La habilidosa jugadora de básquet (Fuente: Documento de *Scratch* producido por Juan & Facundo, <https://goo.gl/Ra6Vrq>).

El escenario es muy simple, sólo muestra un aro de básquet. La escena no contiene diálogos, pero transmite una idea de destreza y habilidad de parte de la niña manifiesta en su postura final, y en el dramatismo que le proporciona un contador descendente hasta cero cuando se realiza el enceste. La pelota también muestra un movimiento de rebote propio de este objeto. Aparece un actor secundario, en la figura de un fotógrafo que registra la escena final de la basquetbolista con un flash, y se escuchan aplausos de felicitación para ella.

Según el G2, “para llevar a cabo esta simulación tuvimos que tener en cuenta algunos aspectos de la realidad como, por ejemplo, que las personas se muevan con continuidad y los objetos tengan efectos reales como [cuando] hicimos que la pelota rebote en el piso”.

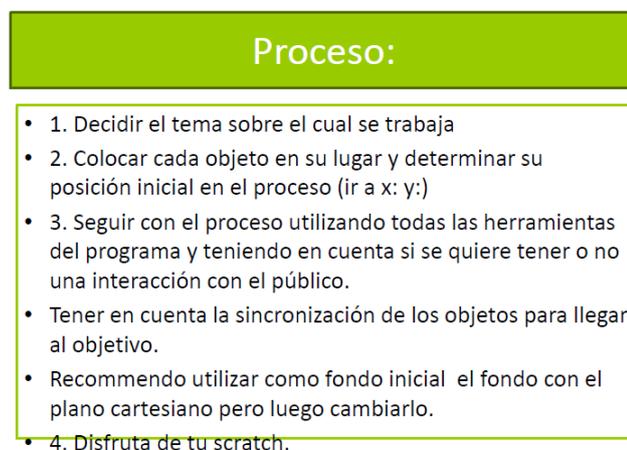
Al evaluar su trabajo, G2 expresa que “nos hubiera gustado poder incorporar más personajes y sonidos luego de la conversión de la basquetbolista como, por ejemplo, un

*periodista que la entreviste, alguien que le dé una copa, más fans, etc.*” Las palabras de Facundo y Juan muestran que la realidad de las situaciones que aparecen alrededor del básquet (periodistas, entrevistas, premios, etc.) podrían motivar una posible evolución del trabajo desarrollado por estos alumnos, buscando de esa manera mayor realismo en su simulación.

La interactividad también se reconoce como un elemento valioso para este grupo: “*Nos hubiera gustado incorporar una interacción con el público en la cual se deba responder o ‘clickear’ para que se realice tal acción o tal otra*” (las comillas son mías). Es posible que esta intención haya surgido al observar la incorporación de opciones de interacción que otros grupos realizaron en sus trabajos y que mostraron durante la etapa de exposición oral de los estados de avance de cada uno de los proyectos.

### 5.2.1. El proceso según el Grupo 2

Los creadores de *La habilidosa jugadora de básquet* eligieron un listado de pasos para describir el proceso de diseño de su simulación (Figura 17).



*Figura 17.* Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G2 (Fuente: Respuestas de Juan & Facundo al cuestionario).

Del mismo modo que el G1, este grupo reconoce la selección de un tema como el primer paso de su proceso de diseño. La colocación de objetos que compondrán la escena sigue, a continuación, en estrecha vinculación con el proceso de definir con precisión su posición inicial mediante un comando particular (“ir a x=... y=...”). En sintonía con esta actividad, los estudiantes proponen utilizar como fondo de escena el plano cartesiano para “luego cambiarlo”. Durante las clases de construcción de las simulaciones, el G2 no comenzó su diseño colocando algún fondo en particular; estos estudiantes, dispusieron un escenario en blanco hasta que

reconocieron la posibilidad de incorporar un sistema de coordenadas, provisto por el software, y que emplearon de allí en adelante para determinar las posiciones de sus personajes en escena.

El G2 también sugiere emplear todas las herramientas de *Scratch* para el diseño de la simulación; en particular, propone considerar aquellas herramientas que permitan crear una interacción con el espectador<sup>27</sup>. Es interesante notar que este grupo no incorporó comandos para simular interacciones en su producción. Seguramente, éstos fueron valorados positivamente al ver los trabajos de otros grupos.

En la propuesta del G2 pueden reconocerse tres etapas en el proceso de diseño: la selección de tema y objetos, vinculados éstos a su posición particular en pantalla. Una segunda etapa donde se describen y sugieren aspectos técnicos relativos al uso de herramientas para trabajar con estas posiciones. Se agrega aquí el reconocimiento a la incorporación de interacción como aspecto a tener en cuenta en futuros diseños. Aparece una etapa de revisión en donde la sincronización de los objetos es el indicador de validez de la simulación. Para finalizar, el G2 sugiere “disfrutar” del resultado final del diseño.

### **5.3. Un concurso de destrezas artísticas (Grupo 3: G3, <https://goo.gl/nHg98h>)**

Germán y Luis, los integrantes de G3, se caracterizaron por un trabajo tranquilo y reflexivo, y por sus variadas pruebas de escenarios, actores y acciones que definían distintas posibilidades para su trabajo. En las dos primeras clases, sus secuencias de programación se mostraron influenciadas por sugerencias que ofrecían otros compañeros; al final de la experiencia, consiguieron un resultado totalmente novedoso con respecto a otras producciones, debido a la interacción incorporada con el espectador. Tanto Germán como Luis se mostraron dispuestos a comentar y brindar sugerencias para los trabajos de los compañeros en las instancias de exposición oral del estado de avance de las simulaciones que se realizaron en el aula.

G3 creó una escena interactiva donde el observador también es protagonista. En un escenario con luces y reflectores, hay tres actores principales (Figura 18): un joven vestido con

---

<sup>27</sup>Se utiliza el término “espectador” para designar a la persona que está observando la simulación con *Scratch*, ajena a la escena y al desarrollo de la misma, que puede transformarse, en algunos casos, en “usuario” si el diseño de los estudiantes incorpora interactividad. Esta persona también puede identificarse con el término “observador” a lo largo de la descripción.

ropas informales, una señora con traje elegante, y un personaje que, por su atuendo, actitud y el micrófono en la mano, representa al conductor de un programa artístico.



Figura 18. Un concurso de destrezas artísticas (Fuente: Documento de Scratch producido por Germán & Luis, <https://goo.gl/nHg98h>).

El joven realiza en el escenario una secuencia de baile; a continuación, el presentador pregunta al observador si le ha gustado la performance del joven. Dependiendo de la respuesta afirmativa o negativa (SI/NO), que se coloca en los campos de entrada recuadrados en celeste que muestra la Figura 18, se escuchan aplausos o abucheos, respectivamente. Luego la señora se desplaza hacia el centro de la escena, junto con el micrófono, y realiza un canto lírico. El presentador, efectúa una pregunta similar a la anterior, acerca de la aprobación o no del canto de la señora, y se repiten los aplausos o abucheos según la respuesta del espectador.

Germán y Luis consiguen reproducir, por la sucesión de acciones de sus personajes, una secuencia típica de los concursos televisivos de habilidades artísticas, sumando al espectador como protagonista cuando reconocen que “*tuvimos que pensar en cómo reaccionaría la gente del público (espectadores)*” (G3, los paréntesis aparecen en el original) para elaborar este diseño.

Al valorar su trabajo, el G3 expresó que “*nos sentimos orgullosos al poder hacer toda la presentación ya que hubo muchos problemas que pudimos solucionar [...], sin embargo, no pudimos poner música de fondo cuando bailaba el chico, a causa del tiempo*” (G3). En estas palabras, los estudiantes ponen de manifiesto un rasgo de la realidad que les hubiera gustado incorporar a su simulación.

### 5.3.1. El proceso según el Grupo 3

El Grupo 3, autor de *Un concurso de destrezas artísticas*, presenta su proceso de diseño en forma de listado de pasos (Figura 19).

- 3) Yo le indicaría los siguientes pasos:
- a) Editar el fondo que necesitas para que sea el indicado.
  - b) Tener listos todos los personajes y si se quiere hacer caminar es conveniente tener dos disfraces, con distinta posición de las piernas para dar el efecto que camina.
  - c) Para mover los personajes es mejor que se deslicen, así parece más real.
  - d) Para que un personaje empiese a realizar una acción después que otro se puede utilizar esperar hasta que...

*Figura 19.* Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G3  
(Fuente: Respuestas de Germán & Luis al cuestionario).

El G3 reconoce la edición de fondo como el primer paso donde montar la escena. A continuación, aparecen los personajes que hay que “tener listos”; posiblemente, los estudiantes se refieren a aquellos personajes que compondrán la escena completa. En el proceso, tal como lo describe este grupo, es importante conseguir un movimiento real de los objetos que participan de la escena. Para ello, el G3 señala la necesidad de disponer dos instancias distintas de la posición que adopta un personaje (disfraces<sup>28</sup>) para simular el movimiento de piernas y la secuenciación de acciones entre ellos mediante el comando de control “esperar hasta que...”. El realismo de los movimientos se consigue, según el G3, mediante el “deslizamiento” de los personajes, movimiento producido por el comando “deslizar en... segs a x=... y=...” que permite controlar la posición final deseada del personaje en un tiempo determinado. Con este comando los objetos parecen desplazarse, en la pantalla de *Scratch*, de manera suave, sin saltos.

#### **5.4. Un encuentro casual en la calle (Grupo 4: G4, <https://goo.gl/jsMHxb>)**

Francisco e Iván componen el Grupo 4. Ambos alumnos mostraron acaloradas discusiones durante el desarrollo del proyecto, al intentar introducir nuevos elementos al mismo. Iván explicaba sus ideas señalando sobre la pantalla dejando que fuera Francisco el que controlara el teclado. Desde el comienzo del proyecto, ambos estudiantes quisieron que sus personajes tuvieran interacción entre ellos, intentando que cada uno condicionara su acción según la acción del otro; luego incorporaron al observador en esa interacción para proporcionar las respuestas y desencadenar acciones en los personajes, de la misma manera que lo hiciera el G3.

---

<sup>28</sup> Un “disfraz” es el nombre que el software *Scratch* asigna a los distintos fotogramas que, mostrados en sucesión, simulan el movimiento de un personaje. Más adelante en las Secciones 5.8 presento un ejemplo de esta estrategia de animación, en las producciones de otro grupo.

Francisco e Iván recrean un encuentro casual entre dos personajes, dos jóvenes en un escenario de calle (Figura 20).



Figura 20. Un encuentro casual en la calle (Fuente: Documento de Scratch producido por Francisco & Iván, <https://goo.gl/jsMHxb>).

Ambos personajes establecen un diálogo que consiste en un saludo seguido de una invitación a tomar algo que, de alguna manera, reproduce una escena típica entre personas que desean conocerse. La iniciativa del saludo es tomada por el joven, y el observador debe responderle como si fuese la joven, colocando la opción en el campo de entrada, marcado en color celeste en la Figura 20. Según sea la contestación a la pregunta de “¿Cómo estás?” (“bien/mal”), el joven realiza la invitación a tomar algo; nuevamente la respuesta de la joven dada por el observador (“bueno/no”) condiciona la secuencia siguiente que, aunque no bien definida según la programación presentada por los estudiantes, parece consistir en que ambos personajes se despiden y caminan en sentido contrario en el caso negativo, o caminan juntos si la respuesta es “bueno”.

De la misma manera que el G3, Francisco e Iván reconocen haberse colocado en el lugar de otra persona o en otros espacios físicos para realizar su proyecto, según como aparece en la siguiente expresión: “*tuvimos que pensar en los diálogos de la vida que se presentan en la calle y/o en los espacios urbanos*” (G4).

#### 5.4.1. El proceso según el Grupo 4

La Figura 21 muestra un aspecto particular de la construcción de una simulación para el Grupo 4, creadores de *Un encuentro casual en la calle*. En la producción de este grupo se observan varios elementos: texto, un extracto de la secuencia de programación y un diagrama de la acción que puede obtenerse como resultado de ella.

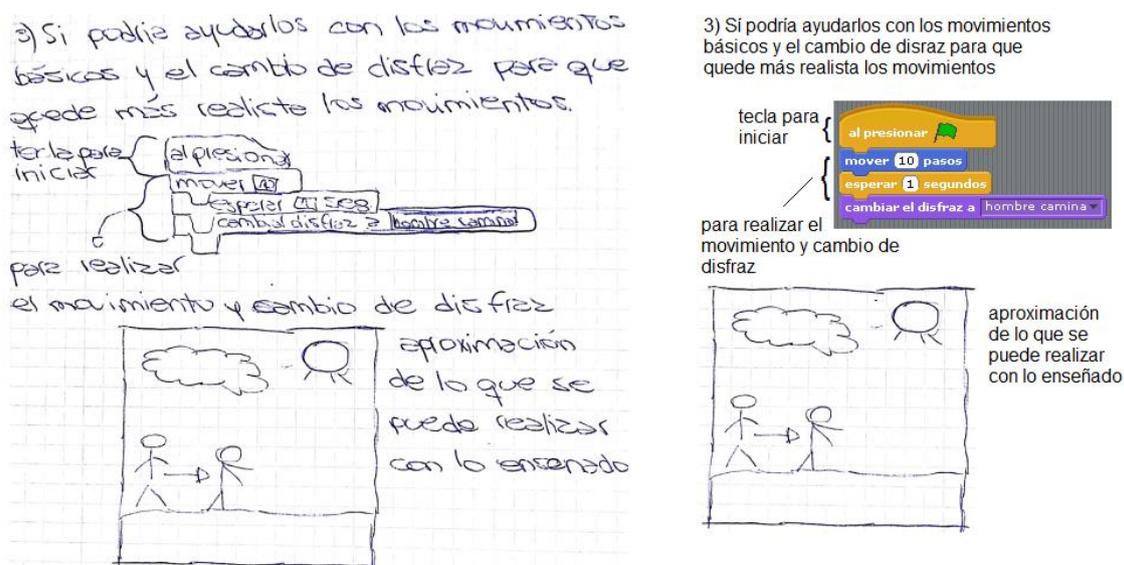


Figura 21. Proceso de construcción de una simulación con Scratch según el G4 (Fuente: Respuestas de Francisco & Iván al cuestionario. La transcripción de la derecha es mía).

Para el G4, la construcción de la simulación de una caminata de un personaje, conseguida mediante el cambio de imágenes que contienen distintas posiciones de sus piernas se constituyó en un importante logro de su trabajo. Para este grupo, este aspecto resulta destacable en el proceso.

En la propuesta que muestra la Figura 21 se observa el vínculo entre una secuencia breve de programación, y el resultado que se deriva de ella mediante un dibujo que muestra, a través de una flecha, el desplazamiento de un personaje. La secuencia de comandos sugeridas por el G4 consiste en los comandos “al presionar” (para comenzar la secuencia), “mover 10” (desplazar el personaje una distancia de 10 píxeles en la pantalla), “esperar 1 segundos” (control de la cadencia de movimientos para que la acción no sea tan rápida que no pueda observarse) y “cambiar disfraz a hombre-caminando”. Este último comando permite que “queden más realistas los movimientos” (G4, expresión que aparece en la Figura 21).

### 5.5. ¿Bailamos? (Grupo 5: G5, <https://goo.gl/RMVceJ>)

El Grupo 5 estaba compuesto por Patricia y Analía. Ambas alumnas no asistieron a la primera clase de *Simulaciones-con-Scratch*, por lo que su proyecto consta sólo de tres instancias de desarrollo. Resultó necesario explicarles de manera individual el objetivo de la actividad. A pesar de ser ambas muy aplicadas y responsables, parecían no avanzar en su proyecto. Una

breve entrevista con ellas mostró que se habían propuesto como condición para su trabajo representar algo del mundo de los adolescentes y no sabían si eso era apropiado para una clase de matemática. Las alenté para que siguieran con su idea; el resultado se presenta en la Figura 22.



Figura 22. ¿Bailamos? (Fuente: Documento de Scratch producido por Analía & Patricia, <https://goo.gl/RMVceJ>).

La producción de Analía y Patricia consta de dos actores principales, una joven y un joven, que aparecen en secuencia. El escenario es propicio para un encuentro en una fiesta, con luces de colores, micrófono y parlantes. Analía y Patricia eligieron personajes provistos por Scratch representados mediante fotografías de personas, en lugar de caricaturas. Las interacciones planteadas entre los dos personajes manifiestan sensaciones, deseos, bailes, invitaciones, y diálogos comunes entre jóvenes. Las secuencias de baile están acompañadas de una música apropiada para la escena.

Para el G5 la naturalidad de los movimientos de baile se constituyó en un aspecto importante: *“intentamos hacer que esta simulación sea lo más natural posible y que se parezca a la realidad cuando hicimos bailar al personaje de la chica, tratamos de hacer que sea natural su movimiento mediante el cambio de disfraces”*.

#### 5.5.1. El proceso según el Grupo 5

El Grupo 5 presenta un diagrama diferente a los presentados hasta aquí (ver Figura 23) para describir el proceso de diseño de *¿Bailamos?*

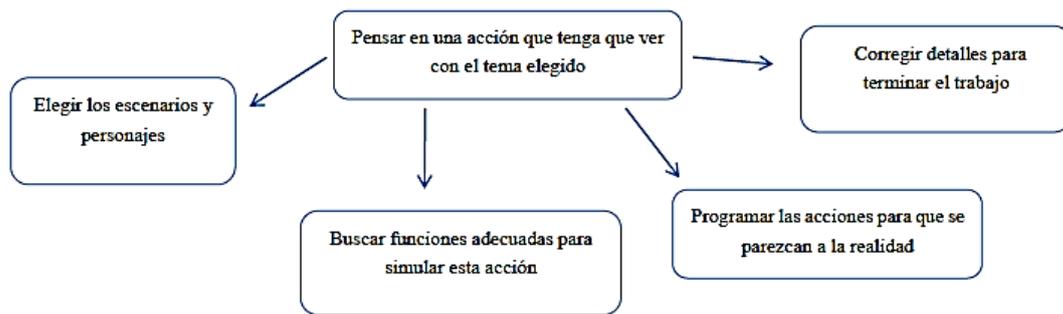


Figura 23. Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G5 (Fuente: Respuestas de Analía & Patricia al cuestionario).

En el diagrama presentado por el G5 se observan un conjunto de acciones representadas cada una mediante un óvalo y flechas de dirección arriba-abajo. Por la disposición de estos elementos textuales asumo un orden jerárquico entre ellos donde la actividad de “Pensar en una acción que tenga que ver con el tema elegido” subordina las cuatro actividades restantes, ordenadas de izquierda a derecha.

Para este grupo la selección de un tema y las acciones vinculadas a él se constituyen en el primer paso del proceso de construir una simulación. Este paso conduce a la selección de escenarios y personajes vinculados con esa selección. Las acciones definidas son asociadas, a continuación, a “funciones” que deben estar vinculadas a una acción requerida. Por el sentido dado por las estudiantes a la idea de “funciones”, vinculada a que deben ser “adecuadas para simular esta acción”, interpreto que la palabra “comandos” de *Scratch* puede reemplazar a “funciones”.

La actividad de “Programar las acciones para que se parezcan a la realidad” (ver Figura 23) parecen indicar una integración de los comandos particulares seleccionados para cada acción deseada, tornando el resultado en un todo coherente que debe parecerse a la realidad. Para finalizar un proceso de construcción de una simulación, el G5 sugiere corregir detalles del trabajo.

## 5.6. Un capítulo de Los Simpson<sup>29</sup> (Grupo 6: G6, <https://goo.gl/H7K0XL>)

Claudia y Luna, integrantes del G6, desde el comienzo de la experiencia se plantearon el objetivo de simular un capítulo de Los Simpson, antes de comenzar a explorar el software, y esto condicionó el resto de su diseño. La escena creada por el grupo transcurre frente a la casa de la familia Simpson (ver Figura 24).

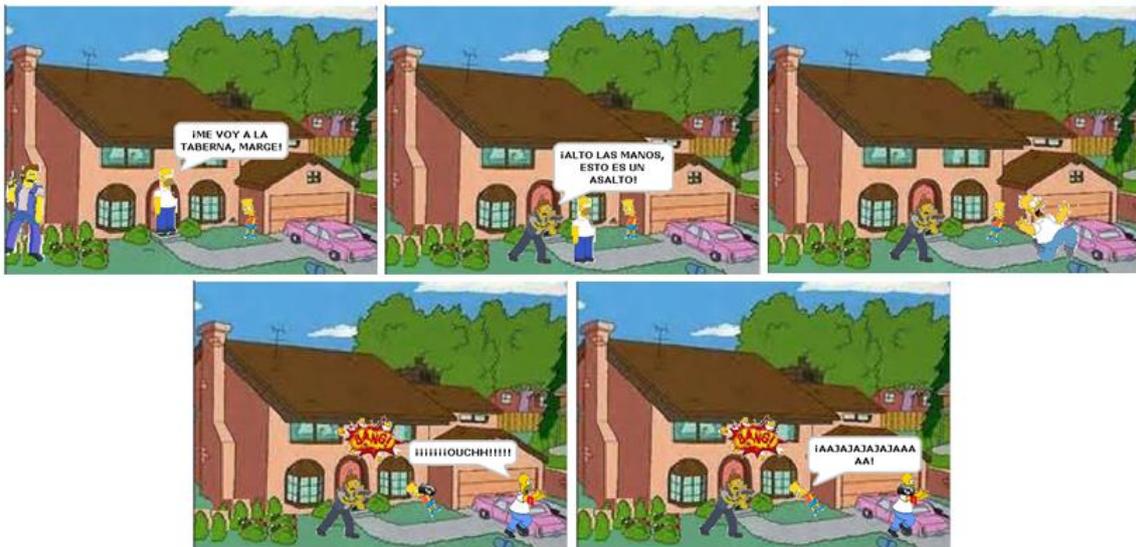


Figura 24. Un capítulo de Los Simpson (Fuente: Documento de Scratch producido por Claudia & Luna, <https://goo.gl/H7K0XL>).

Los protagonistas principales son Homero y Bart, padre e hijo, respectivamente. Un tercer personaje, Snake (un delincuente reincidente en la serie) aparece para asaltar a Homero, quien corre asustado cuando es perseguido por una bala disparada por el delincuente. Mientras sucede esta escena, Bart se ríe. En las imágenes se exhiben expresiones verbales representadas mediante el recurso gráfico de las burbujas características de los diálogos en las caricaturas: el aviso de Homero a Marge (su esposa) cuando sale de su casa para ir a la taberna, la intimidación de parte del asaltante, interjecciones cuando Homero parece ser alcanzado por el proyectil, y las risas de Bart.

Claudia y Luna consiguieron en su trabajo representar el carácter de cada uno de los personajes de esa serie animada: el modo exagerado de expresarse de Homero, la actitud desafiante del delincuente, y la irreverencia de Bart frente a la acción dramática que transcurre delante de él.

<sup>29</sup> Serie de comedia animada creada por Matt Groening para la cadena de televisión Fox de los Estados Unidos, y que se transmite por el Canal 8, Telefé, de Córdoba. <http://telefe.com/los-simpsons/>

Puesto que *Scratch* no tiene incorporado imágenes propias de esta serie televisiva, Luna y Claudia debieron buscar en Internet sus escenarios y personajes, descargarlos, y editarlos para adaptarlos a sus intenciones creativas. Al comienzo de este proceso de edición de imágenes, me solicitaron ayuda para ello; antes de finalizar la primera clase, ellas se sintieron en condiciones de brindar esa información a los compañeros, al verlas levantarse de su computadora y recorrer el aula contando a otros acerca de esta posibilidad.

En la mirada a la realidad, este grupo centró la atención en las características del movimiento de su personaje, puesto que, “*para que el personaje simulara caminar no quedaban bien si utilizamos el comando “mover” porque era como si se ‘teletransportara’.* En cambio, *si se utilizaba el comando “deslizar”, parecía más real.*” (G6, las comillas dobles aparecen en el original; las simples son mías). Este análisis de los comandos necesarios para conseguir movimientos más realistas también fue reconocido como importante por el G3 en la simulación de desplazamientos de sus personajes (ver Sección 5.3).

#### 5.6.1. El proceso según el Grupo 6

Las creadoras de *Un capítulo de Los Simpson*, presentan un esquema del proceso seguido para construir su simulación con una combinación de texto introductorio y una serie de pasos en una secuencia representada por flechas que apuntan en dirección izquierda-derecha (Figura 25).

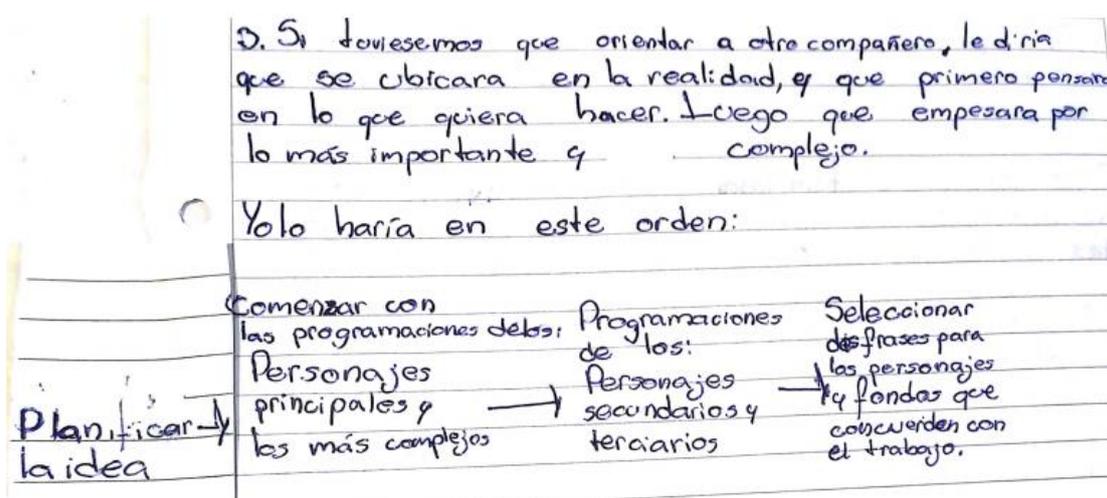


Figura 25. Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G6 (Fuente: Respuestas de Claudia & Luna al cuestionario).

En la introducción de su esquema, el G6 sugiere “ubicarse en la realidad” para definir el tema que se “quiera hacer”; se podría sintetizar estas ideas con el primer paso que aparece en

el esquema: “Planificar la idea”. En la representación del proceso seguido para crear su simulación, el G6 reconoce la importancia de comenzar por “lo más importante y complejo”. Esta complejidad es asociada, en particular, a los personajes que componen la escena y las programaciones que sustentan sus acciones.

A modo de revisión de los resultados que se obtienen con *Scratch*, el G6 coloca nuevamente la atención en los personajes, y escenarios, ya que éstos deben “concordar” con el trabajo realizado. Este grupo sostuvo una actividad importante de selección y edición de sus propios escenarios y personajes, puesto que *Scratch* no poseía, según expresé más arriba, personajes o escenarios de la serie Los Simpson.

### 5.7. Un juego interactivo de disparos (Grupo 7: G7, <https://goo.gl/ze5D1W>)

Simón y Felipe conformaron el Grupo 7. Sin embargo, la autoría del trabajo y la reflexión posterior en el cuestionario le corresponden en su mayoría a Simón, ya que Felipe, por ausencia a clase, sólo participó en el primer encuentro y actuó como observador en el cuarto.

A pesar de mostrarse interesados y atentos en la tarea, Felipe y Simón no lograron producir algo el primer día de la experiencia, puesto que no acordaron una escena a representar. Desde el segundo encuentro, Simón decide darle a su producción forma de juego interactivo (Figura 26).

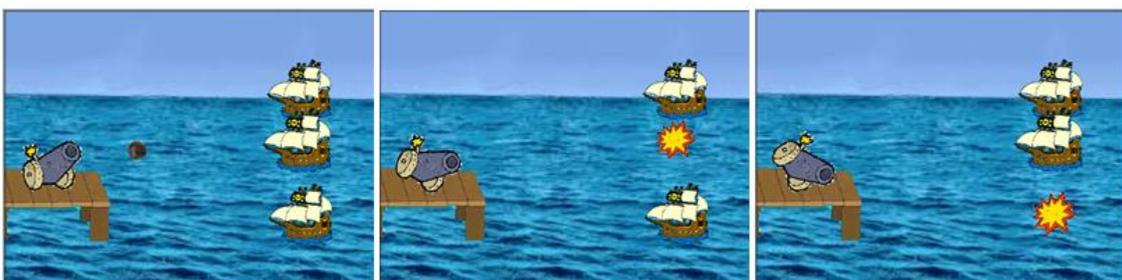


Figura 26. Un juego interactivo de disparos (Fuente: Documento de *Scratch* producido por Felipe & Simón, <https://goo.gl/ze5D1W>).

El juego consiste en disparar una bala a tres galeones que aparecen en un escenario marino mediante un cañón. El disparo se ejecuta apretando la barra espaciadora; la inclinación del cañón solo tiene tres posiciones que se determinan con las flechas arriba y abajo del teclado. La descarga consiste en una bala de cañón que dispara cuando se aprieta la barra espaciadora. Si la bala impacta en el galeón, éste desaparece y es reemplazado por una imagen de una

explosión. Luego de unos segundos, un nuevo galeón ocupa el lugar del anterior para continuar el juego.

La producción del G7 resulta un prototipo de los juegos interactivos que, de manera frecuente, practican los jóvenes de la misma edad de estos estudiantes. Quizás por este motivo, el trabajo de Felipe y Simón fue saludado con aplausos cuando ellos lo presentaron a sus compañeros. Muchos alumnos manifestaron oralmente en esa situación, el deseo de haber realizado algo similar para sus simulaciones.

Para su trabajo, el G7 señala haber considerado la realidad para armar su diseño “en los objetos, paisajes, escenario, estética, etc.”.

### 5.7.1. El proceso según el Grupo 7

Al igual que el G4, el Grupo 7 seleccionó una parte del proceso de construir su simulación, *Un juego interactivo de disparos*, para brindar orientación a otro compañero que deseara construir otra simulación. Esto se observa en la Figura 27.

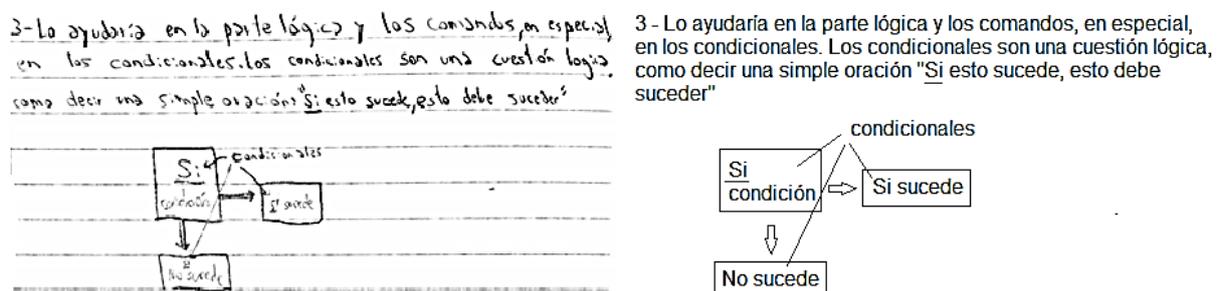


Figura 27. Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G7 (Fuente: Respuestas de Felipe & Simón al cuestionario. La transcripción de la derecha es mía).

El diagrama presentado por este grupo destaca el uso de los condicionales lógicos. En el dibujo que aparece allí, se observa una especie de diagrama de flujo donde se representa la lógica del uso del comando condicional “Si (condición)”, y las dos posibilidades que de esto se derivan, que se cumpla o no la condición, identificadas por sendas flechas. En este dibujo aparece, además, la idea de “condicionales” vinculando los tres componentes del diagrama mediante flechas que representa, para el G7, el funcionamiento de este tipo de comando.

El texto que acompaña al dibujo enfatiza en la lógica, los condicionales, y los comandos respectivos como aspectos importantes a ser comunicados a otros para realizar una simulación con *Scratch*.

### 5.8. Historia de persecuciones (Grupo 8: G8, <https://goo.gl/IVfQg6>)

Fernanda y Verónica, integrantes del G8, manifestaron desde el comienzo de la experiencia la intención de crear una “historia” y en todo momento llamaron de esa manera a su trabajo. En esa “historia” aparece como escenario una planicie en la cual transcurre la acción que retrata la creencia tradicional en relación al miedo que los elefantes les tienen a los ratones, y éstos a los gatos (Figura 28).



Figura 28. Historia de persecuciones (Fuente: Documento de *Scratch* producido por Fernanda & Verónica, <https://goo.gl/IVfQg6>).

La simulación contiene varias persecuciones entre estos tres personajes que recorren el escenario (el ratón asusta al elefante y el gato persigue al ratón). Estas acciones son acompañadas con diálogos y expresiones provocadoras, adecuadas a la escena. Además, se

incorporan sonidos que identifican a los personajes presentes como, por ejemplo, los maullidos de un gato.

Ambas autoras utilizaron distintas posiciones de los personajes para poder simular el acecho de uno con otros consiguiendo una historia que imita los clásicos dibujos animados. Este hecho es destacado por las alumnas cuando valoran su trabajo ya que “*las animaciones pudieron contar la historia a través de los movimientos y que los personajes se pudieran mover con facilidad*”.

En la Figura 29 se aprecia la evolución en la cantidad de fotogramas que definen el movimiento del elefante y el gato, que las alumnas fueron incorporando a lo largo de las cuatro sesiones de diseño de su animación.

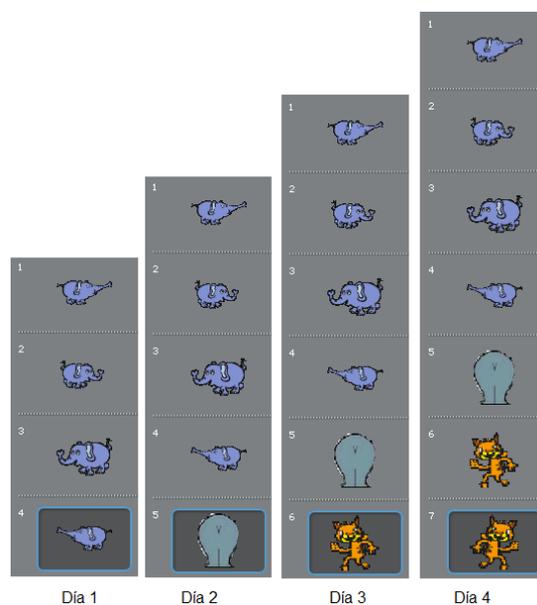


Figura 29. Evolución en la cantidad de fotogramas que definen la animación del elefante y el gato a lo largo de los cuatro días de trabajo (Fuente: Documentos de Scratch producidos por Fernanda & Verónica, 18, 20, 25, 27/11/2014).

En las columnas correspondientes al Día 1, Día 2, Día 3 y Día 4 de la Figura 29 se observa la estrategia usada por estas estudiantes para conseguir el efecto de persecución, denominadas de cambio de “disfraz”, mostrando su evolución a lo largo de los cuatro días de diseño. En la columna Día 1 pueden verse cuatro instancias distintas de posición del elefante (apuntando a la izquierda, apuntando a la derecha, de menor tamaño, etc.) que generan el movimiento en distintas direcciones de ese personaje. En la secuencia de instancias desarrolladas en la segunda clase (Figura 29, Día 2) aparece un elemento más de la secuencia: el elefante de cola para simular su movimiento hacia adelante. Una instancia más se agregó en la tercera clase (ver Figura 29, Día 3), la imagen de un gato, que las estudiantes hacen aparecer

cuando ocultan el elefante y viceversa. El movimiento del gato se completa con un “disfraz” adicional que las estudiantes incluyeron en la cuarta clase (ver Figura 29, Día 4). De esta manera, las alumnas generaron una escena de persecución sin programar los trayectos de dos personajes; sólo controlaban los movimientos del elefante-gato. Es decir, utilizaron varios “disfraces” distintos, para simular personajes distintos, con una única secuencia de programación.

Los aspectos de la realidad destacados por este grupo hacen referencia al contenido de la simulación: “*porque se dice que los elefantes les tienen miedo a los ratones (por eso el elefante corría del ratón) y, al final, este último es perseguido por el gato (en la realidad los gatos persiguen ratones para comerlos)*”.

### 5.8.1. El proceso según el Grupo 8

El Grupo 8 diseñó una persecución y esta temática está presente en la secuencia presentada para explicar el proceso de construcción de la simulación (ver Figura 30).

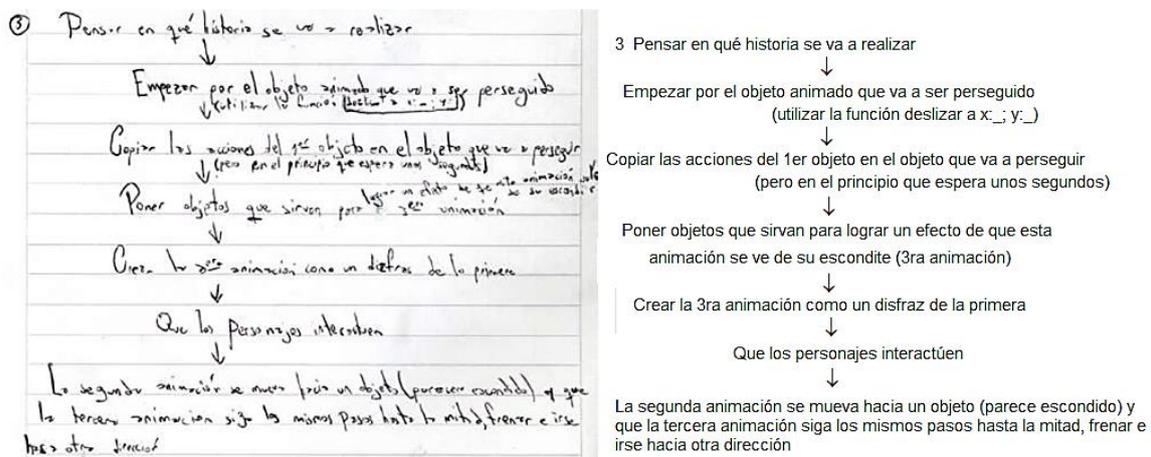


Figura 30. Proceso de construcción de una simulación con Scratch según el G8 (Fuente: Respuestas de Fernanda & Verónica al cuestionario. La transcripción de la derecha es mía).

Este esquema contiene acciones y circunstancias vinculadas mediante flechas en orden secuencial, de arriba hacia abajo. La propuesta del G8 comienza invitando a pensar en una “historia a realizar”. Los pasos siguientes describen distintas acciones realizadas por este grupo para construir persecuciones entre personajes, separadas en distintas “animaciones”, como puede verse en <https://goo.gl/IVfQg6> (en el esquema se observan referencias a “primera”, “segunda y “tercera” animación). Estas animaciones aparecen asociadas a “objetos” que

interactúan entre sí mediante la persecución y el efecto de ocultamiento para componer las distintas escenas.

A pesar de tener un aspecto lineal, en el esquema producido por G8 se evidencian componentes cíclicos que caracterizan al proceso según este grupo. Por ejemplo, las acciones de un objeto se pueden “copiar” y asociárselas a una nueva incorporación, o “*crear la 3ra animación como un disfraz de la primera*”.

Las referencias a comandos de *Scratch* se muestran entre líneas en algunos pasos de este proceso. Los comandos “desplazar a x=... y=...” y “esperar ... segundos” aparecen como sugerencias para conseguir efectos deseados.

El proceso, según el G8, termina con referencias a movimientos, acciones de esconderse, o cambios de dirección, para componer la historia.

### 5.9. En el fondo del mar (Grupo 9: G9, <https://goo.gl/vseSsD>)

Al Grupo 9 lo formaron Paola y Valeria. Sin tener una idea clara de lo que querían simular, ambas estudiantes comenzaron analizando las posibilidades que brindaba *Scratch*, explorando distintos escenarios y personajes. La historia del G9 transcurre en un fondo marino donde distintos peces son amenazados por un tiburón, por lo que la escena contiene diálogos intimidatorios (Figura 31).



Figura 31. En el fondo del mar (Fuente: Documento de *Scratch* producido por Paola & Valeria, <https://goo.gl/vseSsD>).

El tiburón simula comer a un pez y luego coloca la atención en otro, a quién le pone la condición de que cante si no quiere ser devorado. En ese momento, cambia el escenario transformándose en uno de espectáculos (o de fondo marino debido a que ambos escenarios tienen una secuencia de programación asignada), donde frente a un micrófono, el pez debe

cantar. Hacia el final de la simulación aparece un cuadro de diálogo en el borde inferior derecho, representando tal vez a un espectador en off, que felicita el canto del pez diciendo “Bravo, bravo!!”.

El G9 resultó el único grupo que incorporó en su producción personajes que poseían una secuencia de acciones predeterminada por *Scratch*, y que, además, colocó una programación al escenario de modo que este cambiara a lo largo de la historia. Durante el diseño de su simulación, Paola y Valeria recuperaron ideas que surgieron del trabajo de los otros compañeros y que ellas adaptaron a su propia historia, tal como el escenario para actuaciones usado por el G3 en *Un concurso de destrezas artísticas*.

El G9 reconocen que, en su mirada a la realidad imaginada, “*tuvimos que pensar en varios aspectos de la realidad, unos ejemplos son: cómo se mueven los peces en la realidad, y la reacción de ellos, cómo reaccionan ante esa situación*”.

#### 5.9.1. El proceso según el Grupo 9

El esquema de la Figura 32 muestra las indicaciones que las diseñadoras de *En el fondo del mar* darían a alguien que quiera crear una simulación en *Scratch*. Para el G9, el proceso comienza definiendo lo que se quiere hacer estando “seguros” de ello, y encontrando la forma de crear una producción “lo más real posible”.

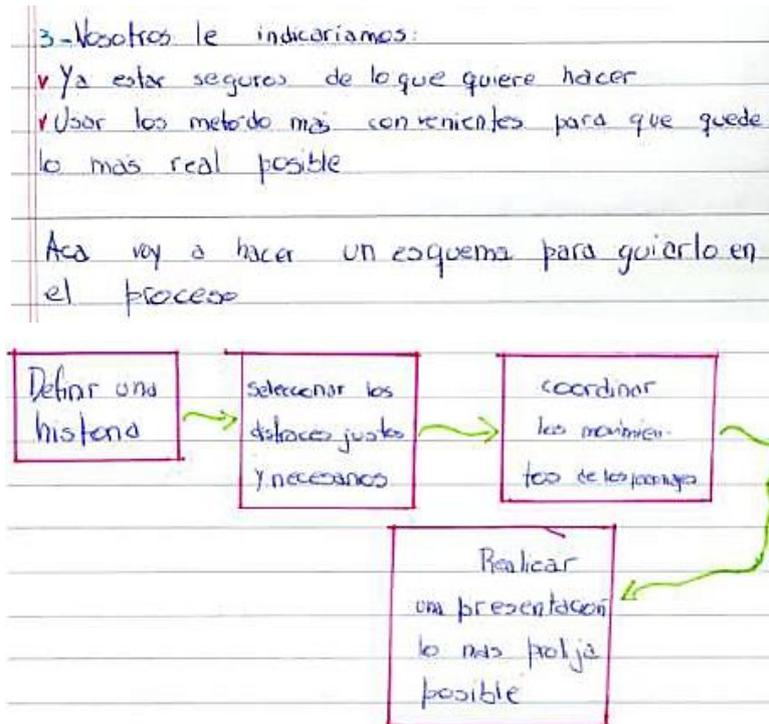


Figura 32. Proceso de construcción de una simulación con *Scratch* según el G9  
(Fuente: Respuestas de Paola & Valeria al cuestionario).

Esta introducción es acompañada por una secuencia de pasos que se identifican mediante rectángulos vinculados con flechas. El proceso de diseño se inicia definiendo una historia y seleccionando los personajes necesarios para ella. Para este grupo, resulta necesario controlar la prolijidad del producto realizado. La coordinación de los movimientos de los personajes se destaca como la actividad de diseño, luego de definidos los personajes.

### 5.10. ¡Corramos! (Grupo 10: G10, <https://goo.gl/RRGyKz>)

Ítalo y Tadeo expresaron su intención de simular una escena típica del cine catástrofe donde las personas deben escapar de una amenaza, por ejemplo, una bomba atómica (en esto consistió la intención original) o un tornado (ver Figura 33).



Figura 33. ¡Corramos! (Fuente: Documento de Scratch producido por Ítalo & Tadeo, <https://goo.gl/RRGyKz>).

La escena generada por este grupo transcurre en una calle nocturna de una ciudad. Un automóvil, un colectivo, y un avión se desplazan hacia la derecha; una persona corre en ese mismo sentido mientras grita. En el medio de la escena, se observa un tornado que no muestra ningún movimiento ya que los alumnos no asociaron una programación para su acción.

Los alumnos expresaron que, para desarrollar su simulación pensaron: “*si cae una bomba en nuestra ciudad, ¿qué haríamos? Correr en situación de peligro*”.

El G10 trabajó de manera cuidadosa y detallada para dar realismo al desplazamiento de la persona. En este proceso de producir la acción de caminar para el personaje, interviene otro compañero, quién parándose al lado de Ítalo y Tadeo, les muestra usando su propio cuerpo y sin desplazarse del lugar, cómo las piernas van tomando distintas posiciones cuando una persona camina. A partir de ese intercambio, ya en la primera clase, el G10 incorpora tres fotogramas para esta animación (Figura 34) y, en la clase siguiente, perfeccionan su trabajo incorporando una cuarta imagen (ver el enmarcado en celeste de la Figura 35).



Figura 34. Tres fotogramas empleados para simular la acción de caminar (Fuente: Documento de Scratch producido por Ítalo & Tadeo, 18/11/2014).



Figura 35. Cuatro fotogramas empleados para simular la acción de caminar (Fuente: Documento de Scratch producido por Ítalo & Tadeo, 20/11/2014).

El resultado de estas acciones fue muy valorado por los estudiantes de este grupo: “*nos enorgullece que el humano camine ‘normalmente’*” (G10, las comillas simples aparecen en el original). Esto es un indicador del realismo que los estudiantes buscaban en su simulación.

#### 5.10.1. El proceso según el Grupo 10

Los autores de *¡Corramos!* presentan el esquema de la Figura 36, para representar su proceso de diseño.

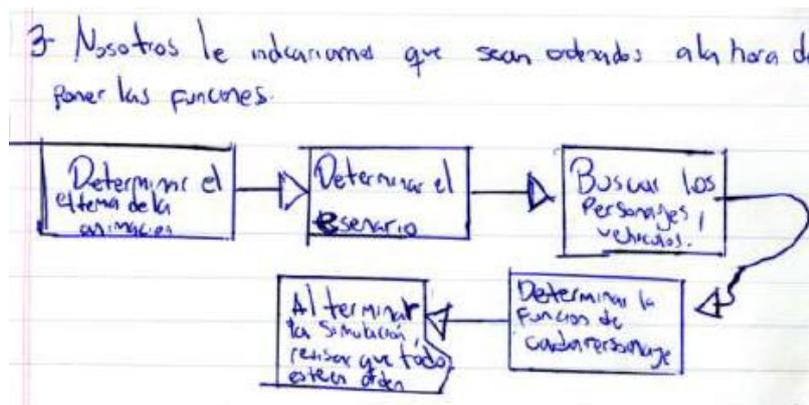


Figura 36. Proceso de construcción de una simulación con Scratch según el G10 (Fuente: Respuestas de Ítalo & Tadeo al cuestionario).

En el esquema del G10, similar al presentado por el G9 mostrado en la Figura 32, aparece la recomendación de “ser ordenados” para, en particular, colocar las “funciones”. Para

este grupo, de la misma manera que en la producción del G5, aparece la referencia a las “funciones” en el sentido de “comandos” de programación.

Las tres primeras etapas sugeridas por el G10 se refieren a la definición de la temática de la animación, de un escenario para ella, y la búsqueda de personajes. Aparece también una referencia a la búsqueda de “vehículos” como elementos que compondrán la animación. La simulación de este grupo contiene estos elementos.

Como etapa final de diseño de la simulación, el G10 sugiere revisar que todo esté “en orden”.

A lo largo del presente capítulo describí y analicé las diez simulaciones producidas con *Scratch*, la mirada a la realidad para producirlas junto con el proceso de crearlas desde la perspectiva de los estudiantes. En sus diseños, los estudiantes pudieron representar situaciones de su interés donde se reconocen hechos y eventos del cotidiano o situaciones fantásticas. Luego de una semana de terminar las simulaciones, y sin tenerlas a disposición, los diseñadores recuperaron aspectos de la experiencia que consideraron significativos para ellos, incluyendo las experiencias de otros. En el capítulo siguiente analizo estos procesos de creación de simulaciones en términos de la modelización matemática.

## 6. *Simulaciones-con-Scratch* como proceso de modelización

---

En el capítulo anterior se describieron los documentos que resultaron de *Simulaciones-con-Scratch*, junto con la perspectiva de la realidad representada en ellos, y la manera en que los estudiantes perciben el proceso de construir una simulación descrito en los diagramas/esquemas que ellos presentaron. A partir de estas descripciones y documentos de *Scratch*, se comenzó a responder preguntas asociadas al Objetivo 1: Caracterizar el proceso de construcción de una simulación con *Scratch* como proceso de modelización matemática. El análisis propuesto en este capítulo amplía el iniciado en el Capítulo 5 contemplando los interrogantes que constituyeron este objetivo: (a) ¿qué temas de la realidad imitan los alumnos en sus simulaciones?, (b) ¿qué aspectos de la realidad capturan en ellas? (c) ¿qué variables abstraen para vincularlas en un problema de diseño de este tipo?, y (d) ¿hay evidencia de alguna actividad de validación o verificación del modelo matemático obtenido?

La organización principal de este capítulo se presenta en torno al análisis de estas cuestiones en tres secciones. En la primera de ellas describo las características de las situaciones de la realidad simuladas en los trabajos de los estudiantes. En la segunda sección incursiono en la naturaleza de las variables que se ponen en juego para construir una simulación y la construcción del problema de modelización. En la tercera, exploro los atributos de las actividades de validación del modelo matemático que sostiene estas simulaciones. En una última sesión realizo una mirada global de *Simulaciones-con-Scratch* como proceso de modelización matemática.

En sintonía con la perspectiva de *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005), analizo la naturaleza mediadora de *Scratch* en la construcción de las simulaciones considerando que los diseños son el producto de un colectivo indisoluble conformado por los estudiantes y este software en el escenario de aprendizaje montado para ello. La naturaleza del proceso de modelización se describe y analiza en íntima vinculación con la herramienta tecnológica utilizada. De este modo, en este capítulo (así como en el siguiente) se dará cuenta, también, del Objetivo 3: Caracterizar y analizar la naturaleza mediadora de *Scratch* en el proceso de construcción de las simulaciones.

Para facilitar el proceso de lectura de este capítulo (y el siguiente) incorporo aquí una tabla (Tabla 4) vinculando el número del grupo, que aparece destacado en el análisis, con el nombre asignado a su simulación y el link donde están publicadas cada una de ellas.

Grupo	Nombre de la simulación	Link de la simulación
G1	Persecución de terror en cielo nocturno	<a href="https://goo.gl/12gfGx">https://goo.gl/12gfGx</a>
G2	La habilidosa jugadora de básquet	<a href="https://goo.gl/Ra6Vrq">https://goo.gl/Ra6Vrq</a>
G3	Un concurso de destrezas artísticas	<a href="https://goo.gl/nHg98h">https://goo.gl/nHg98h</a>
G4	Un encuentro casual en la calle	<a href="https://goo.gl/jsMHxb">https://goo.gl/jsMHxb</a>
G5	¿Bailamos?	<a href="https://goo.gl/RMVceJ">https://goo.gl/RMVceJ</a>
G6	Un capítulo de Los Simpson	<a href="https://goo.gl/H7K0XL">https://goo.gl/H7K0XL</a>
G7	Un juego interactivo de disparos	<a href="https://goo.gl/ze5D1W">https://goo.gl/ze5D1W</a>
G8	Historia de persecuciones	<a href="https://goo.gl/IVfQg6">https://goo.gl/IVfQg6</a>
G9	En el fondo del mar	<a href="https://goo.gl/vseSsD">https://goo.gl/vseSsD</a>
G10	¡Corramos!	<a href="https://goo.gl/RRGyKz">https://goo.gl/RRGyKz</a>

Tabla 4. Nombre del trabajo de cada uno de los grupos y su respectivo link.

### 6.1. La realidad en *Simulaciones-con-Scratch*

Tal como lo describe Blomhøj (2008) un proceso de modelización matemática comienza con la selección de un tema, situación o fenómeno del *mundo real* que se desea estudiar.

En las simulaciones diseñadas por los estudiantes aparecieron los siguientes temas: programas de talento, juegos, deportes, conversaciones entre pares, comportamientos de las personas frente al peligro, historias de cuento y de terror, etc. Estos temas forman parte de la vida cotidiana y la cultura de sus diseñadores, es decir, caracterizan aspectos de su “mundo real” que luego plasman en las simulaciones.

Tal como se vio en el Capítulo 5, el paso inicial de la modelización, la selección de un tema para simular con *Scratch*, fue reconocido explícitamente como tal por los grupos G1, G2, G3, G6, G9 y G10 en sus descripciones del proceso seguido para construir una simulación.

Si bien la literatura destaca la importancia educativa de llevar a cabo de manera autónoma y significativa todas las etapas de un proceso de modelización (Blomhøj & Højgaard Jensen, 2003), incluyendo la selección del tema, en situaciones de enseñanza esto no parece ser tan simple para los estudiantes. Autores como Smith (1997) afirman que las mayores dificultades en el aprendizaje de la modelización matemática radican en este primer paso independiente: los estudiantes se muestran desorientados frente a la posibilidad de seleccionar

una temática y delimitar un problema, buscando la seguridad de un contenido matemático específico a tratar indicado por el profesor.

En *Simulaciones-con-Scratch* sólo el G5 manifestó cierta preocupación inicial acerca del contenido del tema a ser usado en su producción. G2 y G6, mostraron desde el comienzo de la experiencia, la intención de representar una situación del básquet y un capítulo de Los Simpson, respectivamente. El resto de los grupos, incluido el G5, comenzaron con exploraciones de la herramienta *Scratch*, de sus posibilidades para insertar fondos y escenarios, antes de decidir el tema de la simulación.

Considero que la presencia de *Scratch* imprimió características particulares a la selección del tema, transformándola en una etapa de gran significatividad para los estudiantes; este hecho permitió la rápida inmersión en la situación de la realidad a simular. Los mismos objetos provistos por el software, sus escenarios y personajes, sugirieron posibilidades; la capacidad de editar imágenes habilitó la implementación de otras ideas como en el caso de la representación del capítulo de Los Simpson (G6). En particular, para la construcción de simulaciones como proceso de modelización, la característica de “paredes bien separadas”<sup>30</sup> (Resnick et al, 2009) que sus creadores atribuyen a *Scratch*, y que posibilita la creación de trabajos que atiendan a los intereses de los usuarios, permitió la recreación de situaciones familiares desde donde comenzar el proceso. La familiaridad del estudiante con la situación a modelar aparece en la literatura como un aspecto facilitador del desarrollo de un proceso de modelización autónomo y significativo (Blomhøj & Højgaard Jensen, 2003; Blomhøj, 2008; Smith, 1997).

Una vez elegido el tema o situación de la realidad a ser simulado, los procesos de diseño y las respuestas de los estudiantes ante la pregunta del cuestionario que indagaba acerca de los aspectos de la realidad que habían pensado para representar en sus simulaciones, ponen de manifiesto la intención de ajustarlas para que representen con realismo la situación propuesta. En ese proceso se hizo evidente la naturaleza mediadora de *Scratch*.

Todos los grupos que participaron en la experiencia reconocieron su producción como representación de algo de la realidad o algún aspecto de ella. Entre estos aspectos aparecieron comportamientos, movimientos y acciones particulares.

---

<sup>30</sup> Esta noción fue introducida en el Capítulo 3.

En cinco de las diez simulaciones (G2, G3, G4, G5 y G10) los estudiantes, como diseñadores, ponen de manifiesto una inmersión en la situación real para producirla. El G2 (*La habilidosa jugadora de básquet*) recreó una escena propia del básquet incorporando la acción de un fotógrafo y la algarabía del público ante el enceste final. El G3 (creador de *Un concurso de destrezas artísticas*) consideró las reacciones de un público que observa un concurso de habilidades artísticas, para recrear aplausos o abucheos según el gusto del espectador. Para el G4 (*Un encuentro casual en la calle*) y el G5 (*¿Bailamos?*) resultó importante tener en cuenta diálogos que pueden presentarse en la calle o en una fiesta; con esta información conformaron escenas de saludos e invitaciones entre dos jóvenes. El G10 (*¡Corramos!*) se colocó en una situación de peligro (la caída de una bomba, o la aparición de un tornado) y juzgó pertinente la reacción de correr alejándose de esa situación.

En tres de los diez grupos (G6, G1 y G2) aparecen reflexiones acerca de las características de los movimientos que los objetos incorporados en sus animaciones tienen en la realidad. Estas descripciones se vinculan con una mirada crítica acerca de lo producido en la programación con *Scratch* y su correlato con lo que se observa en la pantalla. El G6 (*Un capítulo de Los Simpson*) consideró que el uso del comando “mover ... pasos” provocó una caminata poco realista (que llamó de “teletransportación”) de sus personajes; por ello sugirió el empleo del comando “deslizar en ... segs a x=... y=...”: “*para que el personaje simulara caminar, no quedaba bien si utilizamos el comando “mover” porque era como si se ‘teletransportara’. En cambio, si se utilizaba el comando “deslizar”, parecía más real.*” (las comillas dobles aparecen en el original; las simples son mías). El comando “deslizar” tiene como argumentos las coordenadas de la posición de llegada del personaje en la pantalla y el tiempo para realizar ese movimiento desde una posición original; el uso del mismo provoca un deslizamiento suave y controlado del personaje, y en línea recta hacia el punto indicado por las coordenadas, siempre que el tiempo asignado al movimiento sea el adecuado. En cambio, el comando “mover... pasos” dirige los personajes de un punto a otro de la pantalla en un proceso casi instantáneo para el observador.

Esta característica de movimiento de deslizamiento de los objetos en pantalla también es señalada por el G1 (*Persecución en cielo nocturno*) al referirse a la bruja y al murciélago que componen su animación, y que imitan el movimiento de animales o insectos en la realidad: “*en la realidad los animales o insectos que vuelan no lo hacen detenidamente, sino que se deslizan y ese es uno de los problemas que tuvimos que corregir en el programa*” (G1, cuestionario). En este mismo sentido, el G2 realizó un señalamiento acerca de la “continuidad” en el

movimiento de las personas y dedicó especial atención al movimiento de rebote de la pelota en el piso: “para llevar a cabo esta simulación tuvimos que tener en cuenta algunos aspectos de la realidad como, por ejemplo, que las personas se muevan con continuidad y los objetos tengan efectos reales como [cuando] hicimos que la pelota rebote en el piso” (G2, cuestionario).

En síntesis, los términos “deslizar” o “continuidad” son asociados a los movimientos creados para simular la realidad y ponen de manifiesto una experiencia de exploración y uso de comandos de *Scratch*. Es posible que estas reflexiones acerca de la naturaleza de los movimientos conseguidos en la pantalla aparezcan condicionadas por la organización de los comandos de movimiento en *Scratch*. Siguiendo los aportes del G6, el logro de una trayectoria continua y natural se obtiene empleando el comando “deslizar en ... segs a x=... y=...”, en lugar de “mover... pasos”. Entre los comandos de movimiento presentes en el menú de *Scratch* (ver Figura 37), el comando “mover” aparece antes que “deslizar” en una secuencia vertical en la pantalla del software. Es probable que los estudiantes experimentaran con el primero de estos comandos, observaran el efecto poco realista y natural de “teletransportación” en sus trabajos, para luego explorar el comando “deslizar” que aparece más abajo en la lista.

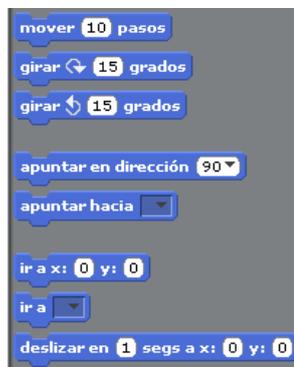


Figura 37. Extracto de algunos comandos de movimiento según el orden en que aparecen en el software (Fuente: software *Scratch*).

Otro aspecto de la realidad que los estudiantes reconocen buscar en sus simulaciones es “naturalidad”. En el caso del G5 (*¿Bailamos?*) aparece la “naturalidad” de los movimientos de la pareja que baila vinculada a la estrategia del cambio de disfraz<sup>31</sup> que posibilita *Scratch*: “intentamos hacer que esta simulación sea lo más natural posible y que se parezca a la realidad cuando hicimos bailar al personaje de la chica, tratamos de hacer que sea natural su movimiento mediante el cambio de disfraces” (G5, cuestionario).

---

<sup>31</sup>En la Sección 5.8 realicé una descripción de la estrategia de usar distintos “disfraces” para simular el movimiento de un personaje.

En todos los grupos se evidenció la “interactividad” como aspecto que proporciona mayor realismo o perfeccionamiento, a sus simulaciones. La interactividad aparece relacionada con el establecimiento de algún vínculo entre personajes (sincronización de sus movimientos, acciones que se desencadenan condicionadas por otras, etc.), o asociada a las respuestas de quien esté mirando las simulaciones. La interactividad es un término asociado al mundo de las tecnologías digitales que los estudiantes emplearon de manera espontánea en sus expresiones, y reconocieron que este aspecto, posibilitado por el software a disposición, conseguiría dotar de mayor realismo a sus producciones.

En todos los casos, la naturaleza maleable del *mundo cibernético* (Maltempi & Dalla Vecchia, 2013) es decir, cualquier entorno producido por las tecnologías digitales (tal es el caso de *Scratch*), posibilita modos de mirar la realidad, cuestionarse acerca de ella, y simularla.

## **6.2. El problema de modelización y las variables en *Simulaciones-con-Scratch***

Una vez delimitado el tema o situación de la realidad se deriva la necesidad de *formular un problema* de simulación. En este subproceso se requieren actividades de simplificar y estructurar la situación representándola en términos de variables puestas en relación (Blomhøj, 2008). Entonces, cabe preguntarse qué es una variable y qué es un problema en este escenario particular de construir una simulación con *Scratch*. Por ello, si bien en las preguntas que componen el Objetivo 1 de esta tesis no hay una referencia explícita a la cuestión de definir qué es un problema, considero pertinente una reflexión sobre esta noción para analizar las variables en este escenario.

### **6.2.1. Problemas en *Simulaciones-con-Scratch***

Blomhøj (2008) asocia la definición de un problema con la formulación de una tarea (más o menos explícita) que guía la identificación de las características de la realidad percibida y que será modelizada. Esta forma de identificar un problema con una tarea resulta versátil para conformar esta noción en la experiencia que aquí se analiza.

En *Simulaciones-con-Scratch* se presentó la actividad a los estudiantes con una condición fuerte para la misma: la simulación debía realizarse con un software particular. Esto define un aspecto sustantivo del enunciado del problema/tarea de simulación: se transforma en uno del tipo ¿cómo simular con *Scratch*...? Las situaciones a simular que emergieron de las exploraciones con fondos y personajes del software, o aquellas elegidas por los estudiantes

antes de explorar el software (hacer una escena de básquet o de Los Simpson) completan el enunciado de la tarea. Es decir, aunque no formuladas de manera explícita por los estudiantes, las tareas de modelización realizadas responden a enunciados del tipo: ¿cómo simular con *Scratch* [la persecución de una bruja por un murciélago]?, para el caso del G1, por ejemplo. Los corchetes de esta pregunta identifican un argumento que se puede cambiar según las temáticas de los otros grupos: [el enceste de una basquetbolista, un programa de talento, un encuentro en la calle, el baile de unos jóvenes, un capítulo de Los Simpson, un juego de disparos, una historia de persecuciones, una escena en el fondo del mar, una escena de catástrofe].

Una de las particularidades de un software como *Scratch* radica en la oportunidad que brinda al diseñador de una revisión inmediata de los efectos que provoca el uso de un comando particular en una secuencia de programación, promoviendo nuevos cuestionamientos al interior de la tarea de simulación propuesta. Reconozco, en consecuencia, la naturaleza variable de los problemas de simulación anteriores. Por ejemplo, en la Sección previa analicé la reflexión del G6 acerca del cambio de comando de movimiento para conseguir que un objeto no se “teletransporte” en la pantalla y, en cambio, se deslice naturalmente de un punto a otro. Entonces, la cuestión ¿cómo simular con *Scratch* un capítulo de Los Simpson? se orienta hacia ¿cómo simular con *Scratch* la trayectoria de un objeto para que se mueva naturalmente?, y a otras cuestiones más enfocadas que emergen de la interacción con el software tales como ¿qué sucede con el personaje si uso el comando “ir a...” o el comando “deslizar a...”.

Al analizar las simulaciones producidas por los estudiantes en *Simulaciones-con-Scratch*, la coherencia en la trama de las escenas representadas y en los vínculos que se establecieron entre los personajes, o entre los personajes y el escenario para simular la situación, me permiten conjeturar que todas ellas han dado respuestas a las preguntas de simulación implícitamente planteadas por cada uno de los grupos. Por ejemplo, en las escenas creadas por los estudiantes aparecen: un cielo nocturno y personajes de terror que se persiguen entre ellos (G1); una basquetbolista que encesta y transmite una actitud de habilidad (G2); un escenario donde se muestra la actuación de dos personajes presentados por un animador y el público decide su aprobación (G3); una calle y dos personas que se encuentran en ella con ánimo de interactuar (G4); dos jóvenes que bailan en una escenario con luces y música (G5); la casa de Los Simpson como fondo y la actuación de personajes de esta serie televisiva (G6); una escena marina como fondo para un juego de disparo de un cañón (G7); una persecución entre animales

con recursos de escenario donde esconderse (G8); peces y tiburones interactuando en el mar (G9); y una situación de peligro en la calle donde se debe correr (G10).

En síntesis, entiendo que el problema a simular, en *Simulaciones-con-Scratch*, experimenta sucesivos refinamientos y nuevas direcciones de diseño a partir de la tarea original de ¿cómo simular con *Scratch* [...]? Resulta apropiado, entonces, ampliar la noción de problema como tarea incluyendo otros aspectos. Para el caso particular de modelización matemática mediando *Scratch*, Dalla Vecchia & Maltempo (2012) sugieren que la formulación de un problema puede incluir tareas como construir, discutir, sugerir, depurar, reflexionar, etc.

### 6.2.2. Las variables en los problemas de simulación

La idea de *variable* es básica para la matemática, pero su significado suele permanecer implícito y no definido en las actividades escolares (Skemp, 1993). Una primera aproximación a esta noción, desde el sentido común, sugiere que variable es “algo que varía”. Para Skemp (1993), “en matemáticas, un elemento no especificado, de un conjunto dado, se llama una *variable*” (p. 237, *itálica en el original*). Según Fey (1990), “normalmente, las variables no son significativas en sí mismas, sino únicamente en relación con otras variables” (p. 70). Es decir, las variables son significativas si es posible observar cambios en una de ellas en función de otra u otras. Teniendo en cuenta estas ideas relativas a la noción de variable, cabe preguntar: ¿cuáles son las variables en *Simulaciones-con-Scratch* y qué vínculos se establecen entre ellas?

Considerando la idea de *variable* como elemento perteneciente a un conjunto, identifico y defino los siguientes conjuntos y sus elementos, que se manifestaron en las elecciones de los estudiantes durante el proceso de construir la simulación con *Scratch*:

- *Escenarios*. Este conjunto lo constituyen los distintos escenarios, provistos o no por el software, que los estudiantes pueden elegir para componer sus escenas. Por ejemplo: cielo nocturno, ambiente de calle de ciudad, casa de Los Simpson, salón de baile, etc.
- *Objetos*. Conjunto de personajes u objetos, provistos o no por el software, que los estudiantes pueden seleccionar como actores de sus escenas en vinculación con el escenario elegido. Por ejemplo: basquetbolista, pelota, presentador, cantante lírica, elefantes, peces, sonidos de aplausos, etc.
- *Trayectorias*. Este conjunto está formado por los distintos conjuntos de puntos en el plano que los personajes adoptan durante las escenas. Constituye uno de los elementos importantes, en términos de la matemática necesaria, observados en los

trabajos de los estudiantes y en sus preocupaciones para conseguir efectos realistas. Por ejemplo: trayectoria circular para el murciélago, rebote para una pelota, horizontal para los disparos hacia los galeones, etc. Aquí, se debe considerar, a su vez, el subconjunto formado por los puntos que constituyen las trayectorias ejemplificadas, definidas por sus coordenadas cartesianas particulares.

- *Interacciones.* La interacción entre personajes, objetos, o sujetos participantes de la observación de los documentos de *Scratch* confieren realismo a las distintas escenas. Por ejemplo: se puede elegir entre interacciones mediante diálogos, de sincronización, de acción condicionada por una respuesta, de persecución, etc. Subconjuntos de esta variable pueden definirse teniendo en cuenta entre quiénes o qué se establece la interacción: entre personajes, entre un personaje y el escenario, del personaje consigo mismo, entre un personaje y el espectador, entre objetos, entre un personaje y un objeto, etc.
- *Comandos de Scratch.* Conjunto de comandos provistos por el software que los estudiantes pueden seleccionar para conseguir armar la trama de sus simulaciones. Por ejemplo: movimiento, apariencia, sonido, control, etc. A su vez, los elementos del conjunto *Comandos* forman subconjuntos de comandos de movimiento (deslizar, mover, rotar, etc.), de control (al presionar, esperar hasta que, etc.). En el Anexo se puede revisar la lista completa de los comandos para la Versión 1.4 de *Scratch*.

Este listado de variables identificadas me permite reconstruir preguntas que, implícitamente, conformaron los problemas de simulación tratado por cada uno de los grupos. Por ejemplo; ¿qué escenario es apropiado para el tema de simulación?, ¿cuáles son los objetos?, ¿qué interacción se establece entre objetos y escenario, y entre objetos?, ¿qué tipo de trayectoria se define para cada uno de los objetos? Estas cuestiones en conjunto se enfocan hacia la pregunta principal: ¿con qué comandos de *Scratch* se han implementado las intenciones contenidas en cada una de las tareas/problemas planteadas por los estudiantes?

En el proceso identificado por el G5 para construir su simulación aparecen los siguientes componentes como los tres primeros pasos de mismo: “*pensar en una acción que tenga que ver con el tema elegido*”, “*elegir los personajes y escenarios*”, “*buscar funciones adecuadas para simular esta acción*” (G5). Esta secuencia propuesta por este grupo permite ilustrar el modo en que los estudiantes responden a la tarea/problema ¿cómo simular con *Scratch* [...]?: se seleccionan valores particulares para las variables *Escenarios*, para *Objetos*, y para un modo

de *Interacción* representada en una determinada acción, y se busca el *Comando* adecuado para generar la escena deseada. El proceso se repite para cada una de las acciones deseadas.

De manera general, las secuencias que los alumnos describieron como pasos para la construcción de la simulación, que se mostraron en el capítulo anterior, van dando respuestas a esas preguntas e ilustran el modo en que los alumnos deciden escoger y relacionar las variables.

### **6.3. La interpretación, evaluación y validación de modelos en *Simulaciones-con-Scratch***

El análisis de los esquemas/diagramas elaborados por los estudiantes acerca del proceso de construir la simulación muestra que seis de los diez grupos (G1, G2, G3, G5, G9 y G10) destacan en ellos alguna forma de revisión y verificación de ese proceso (ver Capítulo 5). En estos textos aparecen tareas explícitas tales como:

*Verificar cada una de las coordenadas si se utilizaron en algún tipo de comando. Ver la animación realizada y comprobar si ésta se realizó correctamente. Perfeccionar la animación realizada (G1).*

*Tener en cuenta la sincronización de los objetos para llegar al objetivo (G2).*

*Para mover los personajes es mejor que se deslicen, así parece más real (G3).*

*Corregir detalles para terminar el trabajo(G5).*

*Realizar una presentación lo más prolija posible (G9).*

*Al terminar la simulación, revisar que todo esté en orden (G10).*

De las palabras de los estudiantes emergen referencias a revisiones de algún aspecto particular del proceso de construir la simulación: verificar las coordenadas en los comandos (G1), considerar la sincronización de los objetos (G2), o mover los personajes de modo que se deslicen (G3). Interpreto que este último grupo hace referencia al uso del comando “deslizar en... segs a x=... y=...” que define un movimiento suave a los objetos, en lugar de un desplazamiento “a saltos” (ver lo referido a este aspecto en la primera sección de este Capítulo).

Los grupos G1, G5 y G9 señalan acciones globales de revisión de sus trabajos en sus esquemas/diagramas: perfeccionar (G1), corregir detalles (G5) y controlar la prolijidad (G9).

Interpreto que estas actividades señaladas por los estudiantes caracterizan el subproceso de *Interpretación/evaluación*, señalado por Blomhøj (2008), para el caso de *Simulaciones-con-*

*Scratch* considerado como proceso de modelización matemática. En esta tarea se lleva a cabo una confrontación de las respuestas de programación a las cuestiones ¿cómo simular con *Scratch* [...] y los resultados obtenidos; como consecuencia de esta tarea, la exploración de nuevos comandos, o la reorganización de las secuencias de programación, podrían suceder.

La experiencia particular de modelización que constituye *Simulaciones-con-Scratch* motiva la pregunta acerca de qué naturaleza tiene el subproceso de *validación* en ella. Para Lévy (2007), una simulación es una manera de visualizar de manera gráfica e interactiva situaciones complejas de la realidad y reposa en modelos digitales (la programación es un modelo digital). Se deduce, por lo tanto, que la validación de los programas en *Scratch* obtenidos por los estudiantes se realiza en la medida que al ejecutarlos simulan lo que se propuso simular y, en consecuencia, este proceso consiste en analizar si el programa hace lo que se planteó como tarea. Considerando estas ideas, concluyo que en todos los procesos de simulación llevados a cabo por los estudiantes estuvo presente la actividad de validar.

Diversos estudios reportan las dificultades y desafíos que conllevan los procesos de evaluar y validar, con la realidad, los modelos obtenidos en procesos de modelización matemática (Widjaja, 2013). Entonces, ¿está mediando la tecnología disponible en el hecho de que los estudiantes identificaran tareas de evaluación en sus procesos y se abocaran a tareas implícitas de validación? La literatura provee respuestas afirmativas a esta pregunta.

Autores como Kynigos (1995, citado en Hancock, 2003) afirman que las tareas de programación “obligan” a los estudiantes a revisar inmediatamente los efectos de la ejecución de los comandos en la computadora y a confrontarlos con las intenciones previas. En este mismo sentido Noss & Hoyles (1996, citado en Hancock, 2003) describen a las computadoras como medios que dialogan con el usuario de modo que “la expresión de las relaciones invariantes [entre las acciones deseadas y la estructura lingüística de los comandos de computadora] no es un asunto de elección, sino que es “*la manera más simple de conseguir las cosas*” (p. 110, *itálica en el original, traducción propia*). Es decir, los subprocesos de *interpretación/evaluación y validación* en el diseño de una simulación con *Scratch* son inherentes a la tarea misma de programar con este software, proporcionando una manera directa de vincular los resultados con la realidad para ser validados.

#### **6.4. Particularidades de Simulaciones-con-Scratch como proceso de modelización matemática**

La literatura consultada reconoce la construcción de una simulación con *Scratch* como un caso particular de modelización matemática (Dalla Vecchia, 2012). Algunos investigadores conciben la naturaleza de la programación como medio para modelizar, es decir, “programar es modelizar” (Hancock, 2003, p. 109). En consecuencia, construir una simulación con este software es un ejemplo de modelización.

Sin embargo, los resultados del análisis presentado en este capítulo, centrado en las tareas de seleccionar una situación a simular, elaborar problemas de simulación, elegir y relacionar variables y validar los modelos obtenidos, sugieren particularidades de este proceso de modelización (de simulación o programación).

A lo largo de la presentación, la coautoría de *Scratch* ha sido evidente de manera tal que se evidencia su naturaleza mediadora, ya desde el comienzo del proceso, en las formulaciones de los problemas a modelizar colaborando con los autores humanos en su elaboración (¿cómo simular con *Scratch* [...]?). Contrasta este proceso directo de definición de un problema y las variables que vincula, con la situación de formular un problema de modelización sin la condición de usar un software determinado.

En ambas situaciones de enseñanza las tecnologías están presentes. En mi previa experiencia de modelización en el aula (ver relato en Capítulo 1), las tecnologías colaboraron para construir modelos matemáticos sofisticados para estudiantes de primer año, que pudieron ser evaluados numéricamente y confrontados con la realidad para poder validarlos. En *Simulaciones-con-Scratch* el software condicionó el problema a elaborar y proporcionó un conjunto de variables (escenarios, objetos, trayectorias, interacciones, comandos) que los estudiantes combinaron para responder a sus propias intenciones de creación, implícitas en la pregunta ¿cómo simular con *Scratch* [...]?. La posibilidad de analizar el modelo matemático obtenido en este caso, es decir, la secuencia de programación, habilitó procesos de validación inmediata, por ser una acción inherente a la tarea de programación. La naturaleza dual de *Scratch* como *terreno* (particularidades del software que condicionan la tarea) y *escenario* (el software como un modo de vincularse con la tarea) se hizo evidente.

El escenario de modelización *Simulaciones-con-Scratch* se mostró fértil para el desarrollo de una actividad de modelización con características particulares, fuertemente mediada por la presencia de *Scratch*.

En el capítulo siguiente analizo la matemática presente en los trabajos de los estudiantes, exploro los modelos matemáticos obtenidos que sustentan las simulaciones. Pretendo dar cuenta de qué matemática se aprende en *Simulaciones-con-Scratch*, para valorar la experiencia como un escenario propicio para aprender matemática.

## 7. Aprender matemática en *Simulaciones-con-Scratch*

---

En este capítulo abordo el objetivo de analizar la matemática que aparece en las simulaciones con *Scratch*, esto es, el Objetivo 2. Al considerar *Simulaciones-con-Scratch* como un caso particular de modelización matemática planteé dos cuestiones que abonan este objetivo: (a) ¿qué matemática aparece en las simulaciones con *Scratch*? y, (b) ¿qué aporta al aprendizaje de la matemática la construcción de simulaciones con este software?

En el proceso de construir el sentido que las ideas matemáticas adoptaron en las simulaciones con *Scratch*, se analizó el contenido de las respuestas a las Preguntas 4 y 9 del cuestionario administrado. En esas preguntas, se solicitaba a los estudiantes reconocer, describir y explicar la mayor cantidad posible de conocimientos matemáticos que emplearon o tuvieron que buscar para construir sus simulaciones y, además, valorar la experiencia *Simulaciones-con-Scratch* como escenario para aprender matemática (ver cuestionario en Capítulo 4).

Para llevar a cabo este análisis adopté una perspectiva de *arqueología matemática* (Skovsmose, 1999), es decir, de exploración de las raíces matemáticas presentes en *Simulaciones-con-Scratch*. En este escenario exploré la matemática integrada en la programación gráfica generada con *Scratch*. Las secuencias de programación producidas por los estudiantes conformaron los modelos matemáticos que resultaron del diseño de simulaciones como procesos de modelización, puesto que fueron el producto de una asociación entre situaciones de la realidad y conceptos de la matemática presentes en la programación con *Scratch* (Maltempi & Dalla Vecchia, 2013). La *arqueología matemática* (Skovsmose, 1999) realizada a estas secuencias de programación se acompaña con la mirada analítica a los efectos y acciones que aparecen en la simulación.

Organizo el capítulo en dos secciones dedicadas a cada una de las preguntas antes presentadas y asociadas al Objetivo 2. Del mismo modo en que se realizó el análisis en el capítulo anterior, en sintonía con la perspectiva epistemológica de *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005), el análisis de los modelos matemáticos obtenidos no deja de lado la

presencia de *Scratch* como coautor no humano de estos modelos. Es decir, caracterizo y analizo la naturaleza mediadora de *Scratch* en el proceso de construcción de los modelos matemáticos.

### **7.1. La matemática que aparece en las simulaciones con *Scratch***

Entre los contenidos matemáticos que se describen a continuación, rescatados de las simulaciones con *Scratch*, se identificaron algunos institucionalizados con anterioridad a la experiencia y aplicados en los diseños; su presencia fue reconocida por los mismos estudiantes en sus trabajos. Otros contenidos requirieron un proceso más detenido de “excavación y rescate” durante el análisis debido a que no fueron objetos de enseñanza previos y emergieron en el contexto de la actividad de utilizar *Scratch* para simular.

Organizo esta sección de la siguiente manera. En primer lugar, presento una tabla de doble entrada (Tabla 5) que contiene los contenidos matemáticos que reconozco presentes en las simulaciones de cada uno de los grupos que participaron de la experiencia, resultado de la actividad de *arqueología matemática* que llevé adelante (Skovsmose, 1999).

Luego, destino una subsección para cada contenido matemático identificado en las simulaciones con *Scratch*. Comienzo cada subsección con palabras de los estudiantes que han reconocido ese contenido como parte de la matemática aplicada en sus trabajos. Finalmente, y a continuación de las palabras de los estudiantes, presento descripciones de los contextos de uso de los contenidos matemáticos en la programación realizada, a fin de mostrar evidencias de la *arqueología matemática* que llevé adelante (Skovsmose, 1999).

La Tabla 5 muestra la presencia de diversos contenidos matemáticos en las simulaciones producidas por cada grupo. Los contenidos detectados fueron: *Coordenadas cartesianas*, *Variables*, *Condicionales lógicos*, y *Ángulo*. Las filas muestran el nombre de los grupos (con el título de su producción) y una “x” en caso que el contenido matemático considerado haya sido detectado en el trabajo respectivo.

	Coordenadas cartesianas	VARIABLES	Condicionales lógicos	Ángulos
G1 (Persecución de terror en cielo nocturno)	x	x		
G2 (La Habilidosa jugadora de básquet)	x	x		
G3 (Un concurso de destrezas artísticas)	x	x	x	
G4 (Un encuentro casual en la calle)	x	x	x	
G5 (¿Bailamos?)	x	x		
G6 (Un capítulo de Los Simpson)	x	x		x
G7 (Un juego interactivo de disparos)	x	x	x	x
G8 (Historia de persecuciones)	x	x		
G9 (En el fondo del mar)	x	x		
G10 (¡Corramos!)	x	x		

Tabla 5. Contenidos matemáticos que aparecen en *Simulaciones-con-Scratch* y su presencia en los trabajos de cada grupo.

En las próximas subsecciones se analiza la presencia de cada contenido.

#### 7.1.1. Coordenadas cartesianas

Definir movimientos en el plano para los distintos personajes de una escena requiere del análisis detallado de las coordenadas de los puntos donde los actores se ubican para la creación de la trama en una simulación.

Si bien el resultado de análisis muestra que todos los estudiantes emplearon conceptos relativos a las coordenadas cartesianas, nueve de los diez grupos (todos menos el G4) reconocieron las *Coordenadas cartesianas* como contenido matemático aplicado en sus simulaciones en respuesta al cuestionario aplicado:

*Utilizamos los conocimientos del plano cartesiano, por el cual obtuvimos las coordenadas de los distintos objetos en el escenario (G7).*

*Plano cartesiano (plano que sirve para ubicar un objeto en cualquier punto de este plano) (G8).*

*Nosotras utilizamos plano cartesiano (G9).*

*Conocimientos matemáticos: plano cartesiano (G10).*

Para algunos estudiantes, las coordenadas cartesianas resultaron el único, o el más frecuente, de los conocimientos matemáticos aplicados:

*El único conocimiento matemático que tuvimos que tener en cuenta era el uso de las coordenadas cartesianas ya que algunos comandos solo funcionaban con el uso de éste (G1).*

*El que más tuvimos que utilizar fue el sistema de coordenadas para determinar la posición de los objetos y su movimiento (G2).*

En las respuestas de los grupos G3 y G6, la matemática empleada aparece en referencia a los comandos de *Scratch* utilizados que requieren el uso de coordenadas cartesianas como argumento:

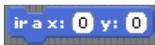
*“ir a .... x .... y”<sup>32</sup> [se refieren a un comando de *Scratch*] sirve para que el personaje vaya a algún lugar determinado (G3, comillas introducidas por mí).*

*Para este proceso utilizamos: plano cartesiano y todos sus elementos, comando “movimiento” de *Scratch*, comando “apariencia” y “control” de *Scratch*, disfraces, fondos. Estos dos últimos lo son para nosotras [es decir, son conocimientos matemáticos] ya que necesitan una ubicación en las coordenadas cartesianas (G6, comillas en el original).*

Los estudiantes pudieron reconocer y nombrar el concepto aplicado puesto que había sido objeto de enseñanza con anterioridad a *Simulaciones-con-Scratch*, tal como lo señala el G5: *“Los conocimientos matemáticos que utilizamos fueron lo que aprendimos en clases sobre los planos cartesianos; tuvimos que pensar cómo programar a los personajes para que queden realistas y tuvimos que saber ubicar a los personajes según las coordenadas”.*

La construcción en *Scratch* de simulaciones de situaciones de la realidad conlleva la creación de trayectorias, o conjuntos de puntos en el plano, que definen los distintos movimientos de los personajes que componen las escenas. Para ello, el software establece por defecto un sistema de coordenadas en el centro de la pantalla de animación (Figura 38), donde cada punto en ella queda determinado por sus coordenadas  $x$  e  $y$ , respecto de este sistema de referencia. Esta imagen no aparece por defecto al iniciar *Scratch*, es necesario activarla para visualizarla y consiste en uno de los fondos de escena que los estudiantes podían incorporar en sus trabajos.

---

<sup>32</sup> Los estudiantes hacen referencia al comando , el cual define la posición de un objeto proporcionado sus coordenadas  $x$  e  $y$  del sistema de referencia de la pantalla.

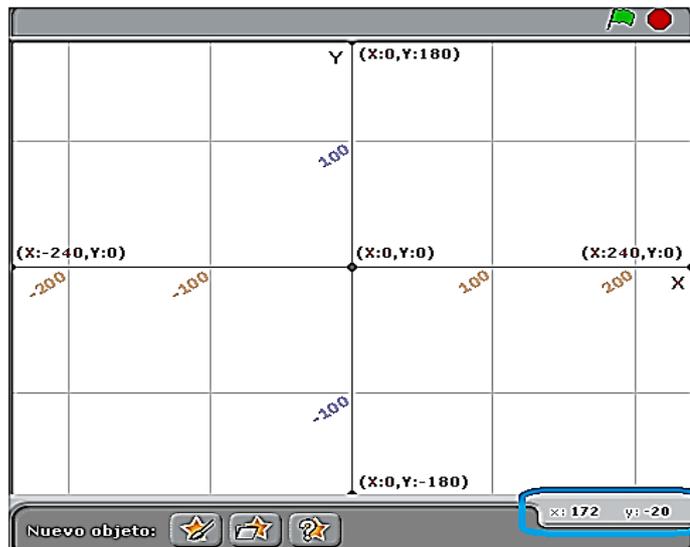


Figura 38. Sistema de coordenadas cartesianas en la pantalla de *Scratch* (Fuente: software *Scratch*).

La coordenada  $x$  de puntos en la pantalla puede tomar valores en el intervalo  $[-240,240]$  del eje horizontal de la Figura 38 y la coordenada  $y$  en el intervalo  $[-180,180]$  del eje vertical. Las coordenadas  $x$  e  $y$  de un punto en la pantalla, cuando son representadas por la posición del cursor del mouse, se observan en el ángulo inferior derecho de la misma (ver recuadro en celeste en la Figura 38). Con este recurso, moviendo un objeto en la pantalla hasta una posición deseada, se pueden definir las coordenadas de ese punto para ser empleadas en los comandos de *Scratch* que las tienen como argumento. En la Figura 39 se muestran los comandos de movimiento que aparecieron en las simulaciones de los estudiantes y que usan coordenadas como argumento.



Figura 39. Comandos de movimientos que aparecen en las simulaciones de los estudiantes y que usan coordenadas cartesianas (Fuente: software *Scratch*).

En los dos comandos de la Figura 39 se observan los argumentos de valor 0 para las coordenadas  $x$  e  $y$  de un objeto respecto del sistema de coordenadas definido por el software. Cambiando esos argumentos se modifica la posición de los objetos en la pantalla.

Las trayectorias que define un personaje cuando se emplean estos comandos consisten en segmentos de rectas cuyos extremos están dados por las posiciones iniciales y finales definidas en la programación. Los dos comandos de la Figura 39 aparecen en todas las

simulaciones creadas por los estudiantes, consiguiendo desplazamientos horizontales, verticales u oblicuos sobre segmentos de recta, definiendo el “realismo” de los movimientos de los personajes. Según se observó durante el desarrollo de las simulaciones con *Scratch*, la estrategia empleada por la totalidad de los grupos para definir las coordenadas de posición de los personajes en la pantalla consistió en la lectura de esta información en la posición del cursor que puede verse en el recuadro celeste de la Figura 38.

Si bien los estudiantes reconocieron el sistema de coordenadas cartesianas en el plano como conocimiento empleado en sus simulaciones, sólo tres de los grupos (G1, G2 y G6) colocaron y usaron el sistema de coordenadas mostrado en la Figura 38 para determinar las coordenadas de sus personajes, además de utilizar la lectura de las mismas. Es interesante notar que los tres grupos que usaron la imagen de este sistema de coordenadas como fondo, incorporaron la construcción de trayectorias no rectilíneas para sus personajes con este soporte y luego lo retiraron, volviendo a los fondos de sus escenas. Conjeturo que el deseo de crear trayectos más sofisticados motivó el empleo de este recurso o quizás haber accedido a ese recurso motivó la creación de trayectos más complejos. De cualquier modo, se pone de manifiesto la influencia de *Scratch* en el desarrollo de la actividad de simulación de un recorrido particular para un objeto. A continuación, muestro extractos de los programas de estos tres grupos y analizo las trayectorias resultantes en el plano.

#### *Ejemplo 1. Trayectoria cuasi-elíptica*

El Grupo 1 (*Persecución de terror en cielo nocturno*) consigue que uno de sus personajes, la bruja, describa una serie de vueltas en la pantalla (ver <https://goo.gl/12gfGx>). La secuencia de comandos que determina ese movimiento puede verse en la Figura 40, y corresponde a la bruja (ver recuadro en celeste en esta figura).

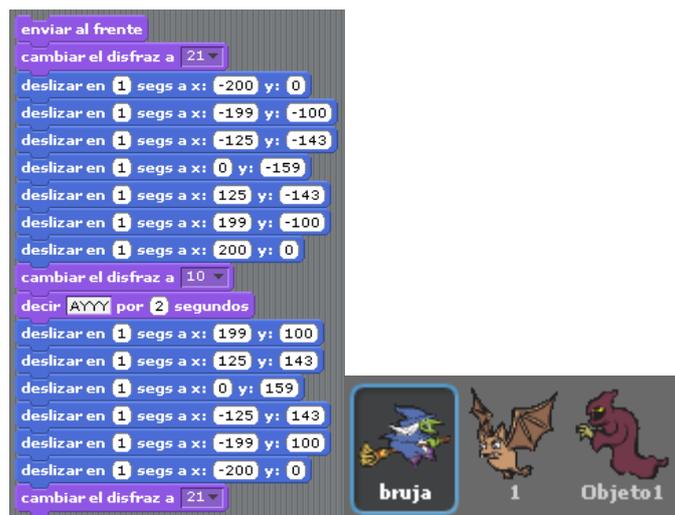


Figura 40. Secuencia de comandos que determina el movimiento de la “bruja” (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G1, 27/11/2014).

Para visualizar la naturaleza de la trayectoria definida por las estudiantes, representé con ayuda del software *GeoGebra*<sup>33</sup>, la secuencia de puntos ( $A, B, \dots, M$ ) que definen las posiciones sucesivas de la “bruja” (Figura 41), cuyas coordenadas aparecen en la secuencia de programación de la Figura 40.

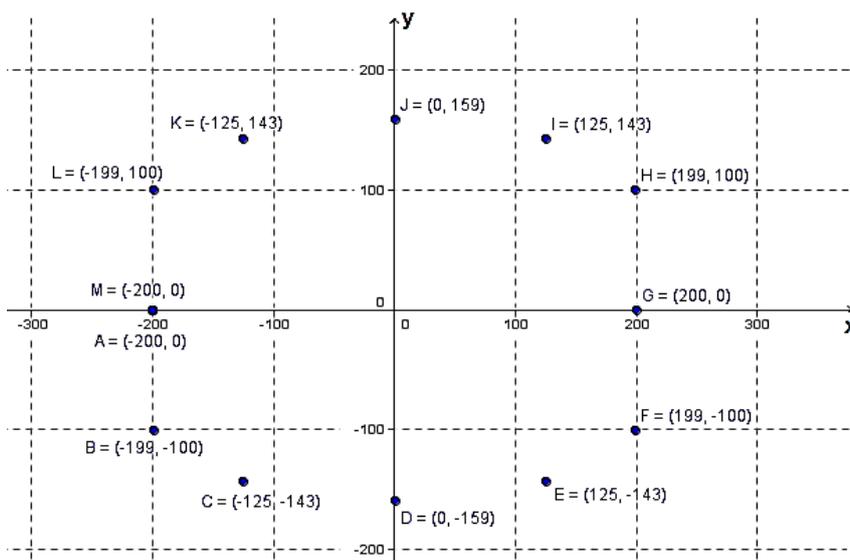


Figura 41. Conjunto de puntos definidos por las estudiantes para crear la trayectoria de uno de sus personajes mostrados en un sistema de coordenadas (Fuente: elaboración propia con *GeoGebra*).

En la distribución de puntos en el plano de la Figura 41 se observan propiedades de simetría axial con respecto a cada uno de los ejes coordenados para estos puntos. Por ejemplo,

<sup>33</sup> Software interactivo para aplicaciones dinámicas en geometría, álgebra, cálculo y estadística. Disponible en [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org).

los puntos  $K$  y  $C$  poseen la misma coordenada  $x$  (-125), mientras que la coordenada  $y$  de ambos puntos son números opuestos (143 y -143, respectivamente). Esta característica define a los puntos  $K$  y  $C$  como simétricos con respecto al eje  $x$ . De manera análoga, los puntos  $H$  y  $L$  son simétricos con respecto al eje  $y$ , puesto que sus coordenadas  $x$  son respectivamente números opuestos (-199 y 199) mientras que ambos poseen la misma coordenada  $y$  (100). Como resultado de la selección de puntos simétricos por parte de las estudiantes, la sucesión de comandos “ir a...”, cuyos argumentos son sus respectivas coordenadas  $x$  e  $y$ , determina el desplazamiento del personaje sobre segmentos de recta cuyos extremos son dos puntos sucesivos de los que aparecen en la Figura 41. Con una cuidadosa selección de las coordenadas de estos puntos, el G1 diseñó un interesante movimiento cuasi-elíptico para su bruja.

### *Ejemplo 2. Rebote de una pelota de básquet*

Segmentos de recta definidos por dos puntos para generar movimientos más complejos aparecen en la simulación del G2 (*La habilidosa jugadora de básquet*, ver <https://goo.gl/Ra6Vrq>). Los estudiantes apelaron al uso de dos objetos, Objeto 3 y Objeto 5, (ver Figura 42) para simular el movimiento de una misma pelota, asociando a distintas instancias del juego de básquet dos secuencias de programa distintas: una secuencia para la jugadora cuando se desplaza con la pelota haciéndola rebotar (dribbling) asociada al Objeto 5 (Figura 42), y otra para el momento de su enceste, asociada al Objeto 3 (Figura 45).



*Figura 42.* Secuencia de programación definida para el movimiento del Objeto 5 (pelota de básquet) durante el desplazamiento de la jugadora (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G2, 27/11/2014).

De la Figura 42 se infiere una secuencia de tres movimientos: uno de ellos corresponde a la posición en la pantalla de la pelota representada por el Objeto 5 (“ir a  $x$ : -132,  $y$ : -88”), seguido de dos desplazamientos (con el empleo del comando “deslizar en... a...”), primero a la posición (-102, -129) y luego a (-81, -91). El sistema de coordenadas de la Figura 43, realizado en *GeoGebra*, permite visualizar la secuencia de posiciones  $A$ ,  $B$ ,  $C$  del Objeto 5.

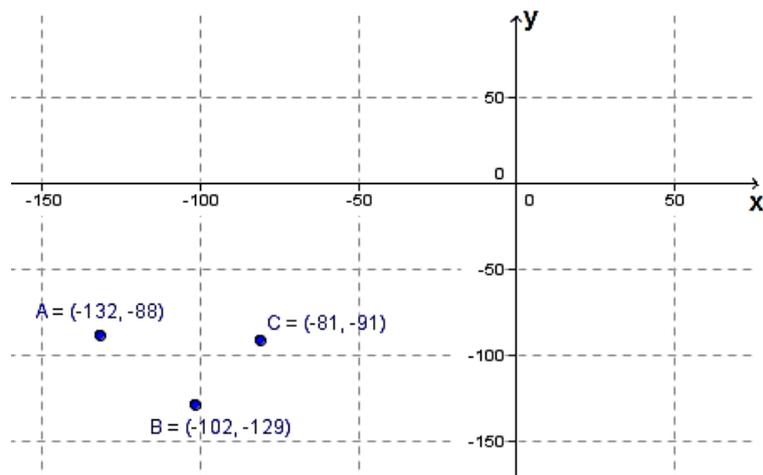


Figura 43. Puntos de la trayectoria de la pelota de básquet (Objeto 5) durante el desplazamiento de la jugadora (Fuente: elaboración propia con *GeoGebra*).

En la Figura 44 aparece una secuencia de las distintas posiciones que adopta la pelota de básquet según las coordenadas definidas por los estudiantes. La coordenada y del punto B (-129) en la Figura 43, es el menor valor que adoptan las ordenadas de los puntos establecidos y corresponde al punto del rebote de la pelota en el piso.



Figura 44. Secuencia de imágenes de rebote de la pelota durante el desplazamiento horizontal de la basquetbolista (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G2, 27/11/2014).

Para simular la situación de enceste (pelota que entra en el aro y luego rebota en el piso, haciendo varios recorridos verticales con una altura cada vez menor), los estudiantes construyeron la secuencia de programación que aparece en la Figura 45.



Figura 45. Secuencia de programación definida para el movimiento del Objeto 3 (pelota de básquet) durante su rebote luego del enceste (Fuente: Documento de Scratch producido por G2, 27/11/2014).

Las posiciones que adopta la pelota (Objeto 3, en esa secuencia de programación) están definidas por puntos cuya coordenada  $x$  se mantiene constante en 73 (de allí el movimiento vertical del objeto), según se muestra en el sistema de coordenadas de la Figura 46, construido en *GeoGebra* para analizar la trayectoria creada por los estudiantes.

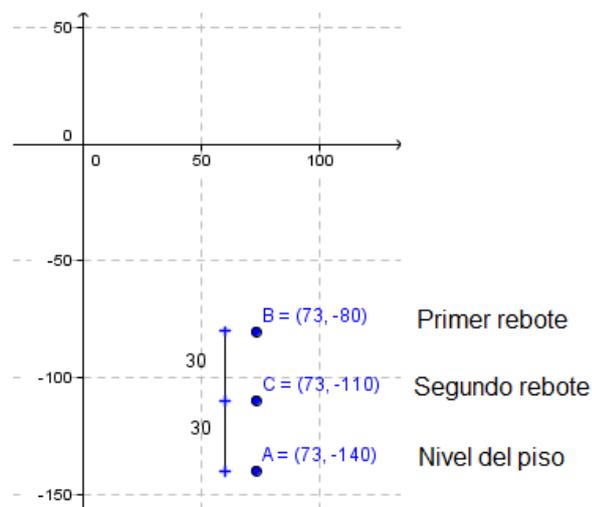


Figura 46. Puntos de la trayectoria de la pelota de básquet durante el rebote luego del enceste (Fuente: elaboración propia con *GeoGebra*).

Los estudiantes definieron un movimiento vertical del objeto; el valor de -140 para la coordenada  $y$  y se repite para determinar un primer y segundo rebotes en el piso (puntos  $B$  y  $C$ , respectivamente, en la Figura 46); el último valor de -140 que aparece en el extracto de la programación de la Figura 45 hace que el objeto quede quieto en el suelo (no hay otro comando de movimiento asociado al objeto luego de esto); los valores de -80 y -110 para la coordenada  $y$  resultan en alturas alcanzadas luego del primer rebote, cada vez de menor amplitud. La

imagen de la Figura 46, además, muestra evidencia de que las alturas de rebote no fueron elegidas al azar por los estudiantes, sino que determinan que la pelota en el segundo rebote alcance una altura de 30 (ver el módulo de la diferencia entre las coordenadas de los puntos  $A$  y  $C$ ), igual a la mitad de la altura de 60 alcanzada en el rebote anterior.

### *Ejemplo 3. Recorrido a lo largo de una figura*

La intención de que Homero Simpson recorriera un camino curvo a lo largo de una senda mientras salía de su casa (ver Figura 47<sup>34</sup>), motivó al G6 (*Un capítulo de Los Simpson*, ver <https://goo.gl/H7K0XL>) a desplazar a su personaje a lo largo de segmentos de recta cuyos extremos coincidían con puntos sobre la senda frente a la casa que aparece en la escena.



*Figura 47.* Conjunto de puntos ( $A$ ,  $B$  y  $C$ ) definidos por las estudiantes para crear la trayectoria de Homero a lo largo de la senda de salida de su casa mostrados aquí en un sistema de coordenadas (Fuente: elaboración propia).

Los desplazamientos de Homero a lo largo de los segmentos  $AB$  y  $BC$ , respectivamente, aparecen controlados por comandos “ir a...” en la secuencia de programación de la Figura 48. Sin embargo, cuando Homero llega a la posición dada por el punto  $C$ , las estudiantes cambian el tipo de comando de movimiento para Homero a “mover... pasos”, que aparece cuatro veces en la secuencia de la Figura 48.

<sup>34</sup> La imagen de la escena de los Simpson ha sido modificada por mí, haciéndola más transparente, para superponer sobre ella un sistema de coordenadas que permite mostrar los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  sobre la senda de entrada a la casa.

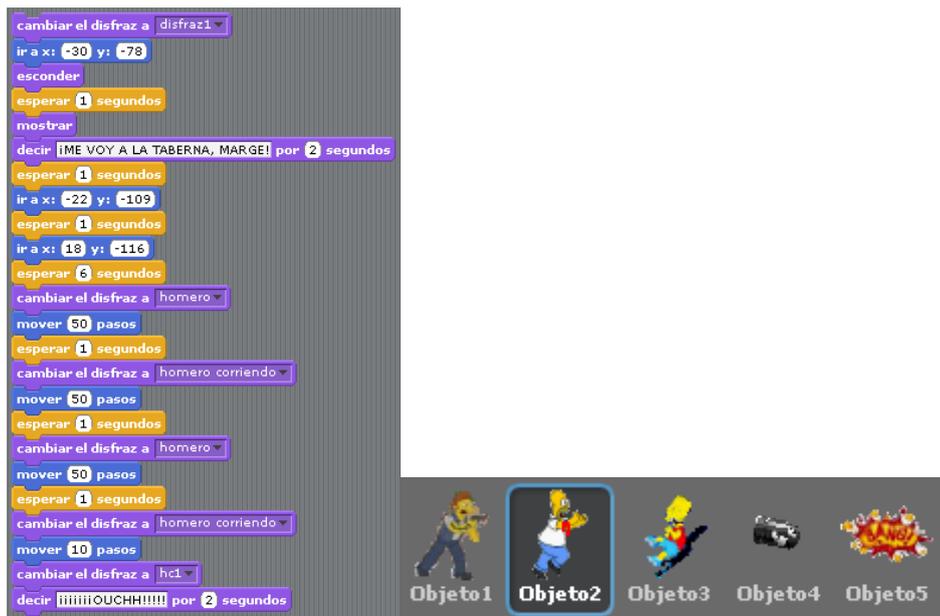


Figura 48. Secuencia de programación que controla la trayectoria de Homero (Objeto 2) mediante comandos de movimientos (Fuente: Documento de Scratch producido por G6, 27/11/2014).

Este comando produce movimientos de una cantidad determinada de pasos en la dirección que el personaje está apuntando cuando se define la acción de ese comando. La simulación resultante consiste en la trayectoria del personaje sobre la senda, seguida de un desplazamiento hacia la derecha de la pantalla (ver <https://goo.gl/H7K0XL>). Estas decisiones indicarían la intención de las estudiantes de controlar algunos tramos particulares de ese recorrido. La Figura 49 muestra una secuencia de imágenes de las distintas posiciones que toma Homero Simpson simulando su caminata por la senda de su casa.



Figura 49. Las distintas posiciones que adopta Homero Simpson a lo largo de la senda de salida de su casa (Fuente: Documento de Scratch producido por G6, 27/11/2014).

La definición de trayectorias más elaboradas confiere mayor realismo a una simulación. Los estudiantes consiguen estas trayectorias construyendo poligonales abiertas o cerradas, mediante el recorrido por una sucesión de trayectorias rectilíneas.

Del *Ejemplo 1*, referido a la trayectoria de la bruja, se podría inferir que la intención de construir una trayectoria especial condujo a las estudiantes a analizar y definir con detenimiento

las coordenadas de los puntos de ese recorrido buscando simetrías con ayuda de los ejes cartesianos. El resultado consistió en una figura, similar a una elipse, en donde sus propiedades de simetría con respecto a los ejes pueden reconocerse en la producción de las estudiantes. En estudios posteriores de estas estudiantes, estas propiedades de la trayectoria obtenida pueden servir de conocimiento previo para establecer su expresión analítica.

En el *Ejemplo 2*, la trayectoria de la pelota de básquet, el conocimiento de los movimientos de una pelota real (rebote con desplazamiento y rebote en caída libre) se constituyó en la referencia sobre la cual los alumnos construyeron programaciones distintas para simular cada una de las instancias de este movimiento compuesto. Desde una mirada matemática, la construcción de la noción de una función definida por partes podría servir de insumo para la elaboración de actividades de enseñanza a partir del diseño del G2.

En las producciones obtenidas en *Simulaciones-con-Scratch* la posibilidad de leer las coordenadas de los personajes para crear sus movimientos resultó un recurso para armar los comandos apropiados. En el caso de la escena de Los Simpson (*Ejemplo 3*), la imagen obtenida en Internet por las estudiantes, junto con la lectura de coordenadas, conformaron un instrumento para el diseño de un movimiento que sigue una forma especial. Curvas matemáticamente más complejas pueden construirse, en realidad, como una sucesión de segmentos de recta cuyos extremos se encuentran próximos.

En términos matemáticos, construir una trayectoria no rectilínea en *Scratch* (circulares, parabólicas, sinusoidales, etc.), requiere del estudio de relaciones entre expresiones analíticas que vinculen los valores de las coordenadas  $x$  e  $y$  de los puntos que componen esas trayectorias. Estos conocimientos se reconocen ajenos a los estudiantes que participaron en la experiencia. Sin embargo, considero que la presencia del software *Scratch*, el conocimiento previo sobre sistemas de coordenadas, las intenciones implícitas en los diseños de los estudiantes y el conocimiento sobre movimientos de objetos en la realidad que mostraron los estudiantes, crearon un escenario de modelización en donde la matemática necesaria para construir relaciones analíticas más sofisticadas puede, en adelante, construirse sobre estas primeras producciones de los estudiantes.

#### 7.1.2. Variables

Ninguno de los grupos identificó el uso de variables en sus producciones; sin embargo, en todos los documentos de *Scratch* aparecieron evidencias del uso de variables numéricas. En

los extractos de secuencias de programación que aparecen en este capítulo se puede observar que los estudiantes tuvieron que definir alguna cantidad para ser usada como argumento en algún comando. Por ejemplo, en comandos como “mover... pasos”, “deslizar en... segs a x=... y=...”, “esperar... segundos”, “repetir...”, etc., los estudiantes debieron realizar minuciosos análisis de los valores numéricos apropiados para conseguir los efectos esperados en sus personajes.

Las variables numéricas no fueron las únicas que aparecieron en los programas de *Scratch*. En el capítulo anterior reconocí un conjunto de variables (*Escenarios*, *Objetos*, *Trayectorias*, *Interacciones* y *Comandos*) que me permitieron atribuir particularidades a la noción de problema en *Simulaciones-con-Scratch* contrastando con la perspectiva de los estudiantes. Tomando estos conjuntos como variables en el sentido de Skemp (1993) los elementos que pertenecen a ellos son de naturaleza no numérica. Por ejemplo, los distintos personajes que brinda el software (basquetbolista, bruja, elefante, etc.), y que pueden ampliarse con el sinnúmero de imágenes diseñadas por el usuario (Bart Simpson, etc.), conforman los elementos de la variable *Objetos*.

Otro ejemplo de variable no numérica se muestra en una parte de la secuencia de programación del G8 (*Historia de persecuciones*) en la que aparece el comando “cambiar el disfraz a...”. Este comando requiere la definición de un valor no numérico para la variable *disfraz* definida por el programa (ver Figura 50).

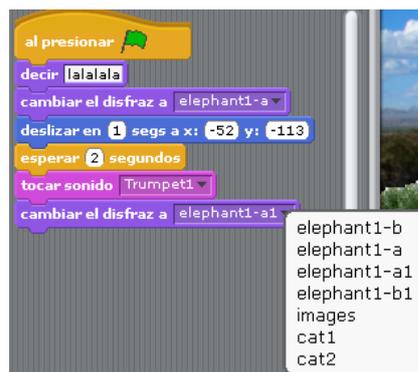


Figura 50. Comando “cambia el disfraz a...” y las distintas opciones no numéricas para su argumento (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G8, 27/11/2014).

En la Figura 50 se observa el uso de dos valores distintos para el argumento del comando “cambiar el disfraz a...”, “elephant1-a” y “elephant1-a1”, tomados de una lista de disfraces seleccionados entre los provistos por *Scratch*, que aparece en el recuadro en blanco de la figura.

Esta lista de valores no numéricos posibles para los distintos disfraces de los personajes de su animación permitió al G8 crear la historia de persecución entre el elefante y el gato mediante la presentación de distintos disfraces sucesivos (ver Sección 5.8 y <https://goo.gl/IVfQg6>).

El uso de variables definidas *ad hoc* apareció en la producción del G1 (*Persecución de terror en cielo nocturno*), sin ser reconocido como contenido matemático en su respuesta al cuestionario. El proceso de diseño de la simulación realizado por el G1, que se muestra en la Figura 51, pone de manifiesto la definición de una variable cuantitativa (VUELTA) en su programación como solución a la intención de que un personaje ejecute su movimiento un número determinado de veces. En esa figura se observan tres instancias de desarrollo de secuencias de comandos para el movimiento de un personaje, la bruja (ver <https://goo.gl/12gfGx>), llevada a cabo en tres clases sucesivas de *Simulaciones-con-Scratch*<sup>35</sup>.

---

<sup>35</sup> La Figura 51 no muestra lo producido por G1 en el primer día de trabajo ya que el resultado de esa primera clase no difiere sustancialmente de lo obtenido el Día 2.

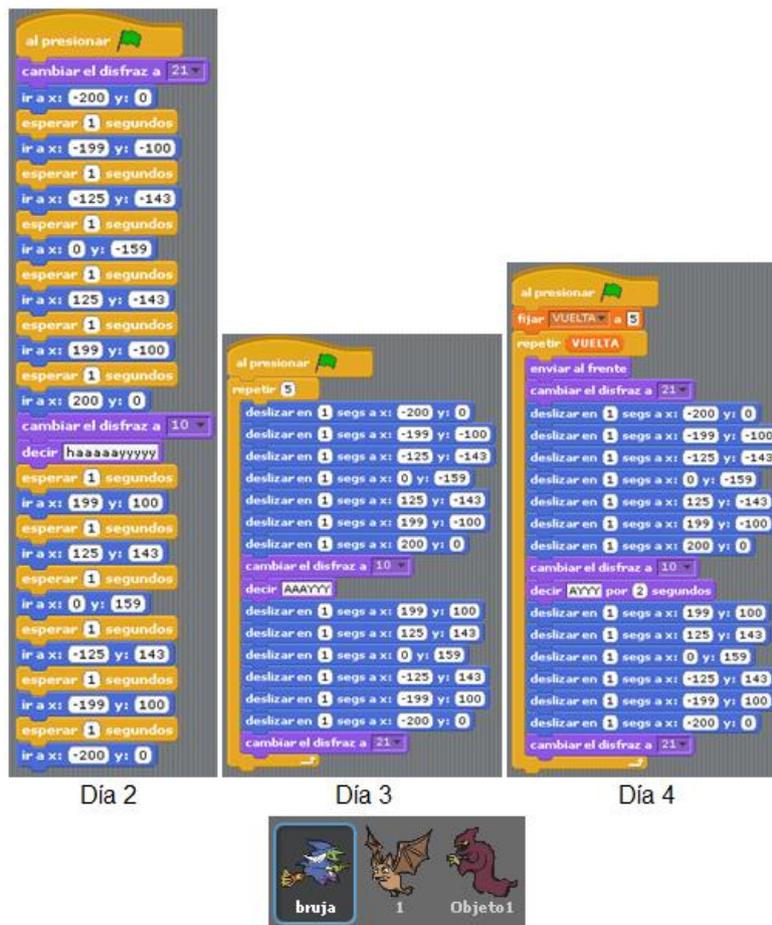


Figura 51. Evolución en la programación del movimiento de la bruja realizada a lo largo de tres días de diseño (Día 1, 2, y 3, respectivamente) (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G1, 27/11/2014).

La secuencia elaborada el Día 2 (Figura 51) se compone de una serie de comandos de desplazamientos e interrupciones (“ir a x=... y=...” y “esperar... segundos”, respectivamente) que definen una vuelta completa de la bruja alrededor de la pantalla, intercalados con cambios de disfraces e interjecciones para ese personaje.

En el Día 3 (Figura 51) se observan dos cambios sustanciales en la programación. Uno de esos cambios se refiere al reemplazo de los comandos “ir a x=... y=...” por “deslizar en... segs a x=... y=...”. Con esta modificación, el G1 consiguió que su personaje se desplace de manera más natural (una de las características pretendidas de los movimientos en los proyectos de *Scratch* destacada por los estudiantes, ver Sección 6.1) y, a su vez, acortar la longitud del programa al eliminar las series sucesivas de desplazamientos e interrupciones del Día 2. El otro cambio sustancial se evidencia en el uso de un ciclo de “repetir” en donde las estudiantes definen la secuencia de movimientos que describe la trayectoria de la bruja, repitiéndola cinco veces (en la Figura 51 aparece el comando “repetir 5” que encierra dicha secuencia).

Al comienzo del Día 4 las estudiantes mostraron su producción para solicitar sugerencias frente a la intención de “*queremos que las vueltas que dé la bruja sea variable*” (G1, 27/11/2014, el subrayado es mío). Aprovechando la expresión dada por las estudiantes, les sugerí explorar el comando “variables” de *Scratch* y les señalé que ellas podían definir una variable con el nombre de “VUELTA”. En un recorrido posterior a la mesa del G1, para observar la evolución del trabajo de este grupo, apareció la secuencia para el Día 3 en donde se modificó el comando “repetir” (de “repetir 5” a “repetir VUELTA”) y el agregado de un comando anterior “fijar VUELTA a 5” en donde las alumnas asignan la cantidad de repeticiones, “5”, a la variable VUELTA. En los momentos finales del último día de desarrollo de las simulaciones, las alumnas ponen a consideración nuevamente su trabajo, y una integrante del grupo explica que “... *en realidad, queríamos que la bruja diera una cantidad de vueltas que sea variable*” (María, nota de campo, 27/11/2014, subrayado mío).

Una situación similar a la anterior puede interpretarse de las respuestas dadas al cuestionario por el G7, los diseñadores del juego interactivo de disparo de un cañón. Los estudiantes definieron tres valores de ángulos para construir condiciones de dirección de disparo de la bala y, valorando su trabajo, uno de los estudiantes manifestó que “*les hubiera gustado que el cañón disparara con cualquier ángulo*” (G7, cuestionario, 27/11/2014, subrayado mío).

Estos dos eventos suscitados con el G1 y G7 proporcionan evidencia de la presencia de situaciones propicias donde emerge la noción de variable. En trabajos como el de Misfeldt & Ejsing-Duun (2015) se destaca el potencial de la programación, en particular, en relación a la noción de variable. Otros autores como Feurzeig & Papert (2011) afirman:

[I]a programación puede usarse para brindar a los estudiantes conocimientos *específicos* acerca de un conjunto de conceptos claves. Ideas tales como variable y función permanecen oscuras, por decir lo menos, para muchos estudiantes de escuela secundaria. En efecto, estudiantes universitarios a menudo tienen problemas con los diversos roles de la “x” en álgebra: a veces aparece como un *número*, a veces un objeto sutilmente diferente llamado *una variable*, en otras ocasiones es tratado como *función*. Consideramos que las dificultades derivan menos de las sutilezas intelectuales intrínsecas o de la complejidad de estas distinciones que de su etérea relación con cualquier cosa del mundo real o familiar. [...] En la programación, estas distinciones emergen naturalmente; deben ser enfrentadas; y la naturaleza física de la máquina

provee de mayores referencias concretas que cualquier trabajo abstracto (p. 490, *itálica en el original, traducción propia*).

Considero que todos los ejemplos presentados ponen en evidencia el “enfrentamiento” a la noción de variable a la que hacen referencia estos autores. Motivados por el deseo de conseguir que sus personajes realizaran determinadas acciones, los estudiantes recurrieron a analizar los valores posibles de los argumentos de sus comandos, sean éstos numéricos o no. En otros casos, manipularon en sus programas variables provistas por el software, tal como la variable “respuesta”, que permite introducir valores proporcionados por los usuarios (texto o números, según el caso) que con posterioridad se emplearon en otras instancias del programa para desencadenar nuevas acciones. De manera incipiente, y solo en un grupo (G1) emergió la posibilidad, de parte de los estudiantes, de definir sus propias variables, luego de realizar una mirada crítica a la evolución de su trabajo.

### 7.1.3. Condicionales lógicos

Los condicionales lógicos, “*Si... entonces...*” / “*Si... entonces... si no...*”, son comandos que permiten que un conjunto de sentencias de programación se ejecute según el valor de verdadero o falso de una condición dada. Estos comandos, centrales en las ciencias de la computación, y que encarnan conceptos propios de la lógica matemática, aparecieron en tres de los diez trabajos producidos en *Simulaciones-con-Scratch* (G3, G4, y G7), aunque sólo el G7 lo reconoce incorporado en su trabajo y asociado con la matemática aplicada.

En el caso del G3 (*Un concurso de destrezas artísticas*), a pesar de haber empleado condicionales lógicos en su programación con *Scratch*, no identificó esta acción como de naturaleza matemática en su respuesta al cuestionario. Este grupo utilizó el comando “*Si... entonces...*” para controlar las reacciones que provocan en el público (aplausos o abucheos) el desempeño artístico de un joven que danza o de una cantante lírica a partir del observador que decide si le gustó o no la actuación de cada uno (ver Figura 52 y <https://goo.gl/nHg98h>).



Figura 52. Uso de condicionales lógicos en la programación del Objeto 3 que ejecutan sonidos según la respuesta del usuario (Fuente: Documento de Scratch producido por G3, 27/11/2014).

La respuesta del observador (“si”/“no”) es asignada a la variable “respuesta”. Para cada una de esos valores, el G3 asignó un comando de sonido coherente con el significado de cada uno de esos valores (Aplausos para la respuesta “si”, Abucheo para “no”).

El G4 (*Un encuentro casual en la calle*) empleó los condicionales lógicos de manera diferente a la realizada por G3 y G7. En la Figura 53 se observa el uso del comando “Si... entonces... si no...”, y un anidamiento de condicionales, es decir, uno de estos comandos dentro de otro similar<sup>36</sup>.



Figura 53. Anidamientos de condicionales del tipo “Si... entonces, si no...” (Fuente: Documento de Scratch producido por G4, 27/11/2014).

Con la incorporación del comando “Si... entonces... si no...” el G4 definió un control sobre las respuestas posibles (mal o bien). Por ejemplo, ante la pregunta “¿Cómo estás?”, si el usuario responde “mal”, sigue una secuencia de despedida. Los estudiantes asumieron que, para la respuesta alternativa, es decir “bien”, le sigue otra secuencia de programación vinculada a otro nuevo comando “Si... entonces... si no...”. En el caso del G3, los estudiantes definieron

<sup>36</sup> La programación contenida en esta figura ha sido alterada por razones de espacio. Se retiraron algunos comandos de las secuencias de programación que se ejecutan para cada uno de los condicionales lógicos, dejando visibles los comandos condicionales y sus condiciones, y las sentencias “preguntar” que solicitan información del usuario.

dos comandos consecutivos “*Si... entonces...*” (ver Figura 52) para conseguir una acción similar a la realizada por el G4.

En la expresión del G7 (*Un juego interactivo de disparos*) que se muestra a continuación, aparece alguna evidencia de reconocer a los *Condicionales lógicos* como conocimiento matemático: “*La lógica en los comandos nos ayudó a hacer funcionar gran parte del proyecto*” (G7). Esta expresión no apela de manera explícita a los condicionales; sin embargo, el uso de la expresión “lógica en los comandos” y el empleo significativo que los estudiantes del G7 realizan de ellos, en su juego de disparos, dan cuenta de una apropiación de nociones propias de esta área de estudio de la matemática. Este hecho se evidencia, además, en el esquema del uso de condicionales lógicos que este grupo presentó como parte del proceso de construir una simulación (ver Sección 5.7.1).

Los creadores de *Un juego interactivo de disparos* incorporaron un comando condicional para controlar las secuencias de acciones de dos objetos (ver Figuras 54 y 55): la programación para el Objeto 2 (bala de cañón), recuadrado en celeste en la Figura 54 y la correspondiente a uno de los galeones (Objeto 3), recuadrado en celeste en la Figura 55.



Figura 54. Uso de condicionales lógicos en la programación del Objeto 2 (bala) cuya condición se define para la dirección de 60° del Objeto 1 (cañón) (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G7, 27/11/2014).

En la Figura 54 aparece el uso del comando “*Si... entonces...*” para controlar el movimiento de la bala. En la Figura 55, el mismo comando es asignado a cada uno de los galeones para provocar cambios de *disfraces* de esos objetos, simulando el impacto de la bala sobre ellos (ver <https://goo.gl/ze5D1W>). Ambos comandos contienen condiciones definidas sobre un único objeto, el Objeto 1 (cañón), controlado por el usuario para definir su dirección y efectuar el disparo de la bala.



Figura 55. Uso de condicionales lógicos en la programación del Objeto 3 (galeón) cuya condición se define para la dirección de 60° del Objeto 1 (cañón) (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G7, 27/11/2014).

El uso de condicionales apareció recién en la segunda clase de diseño de las simulaciones con *Scratch*. Durante el trabajo del G4 (*Un encuentro casual en la calle*), la intención de crear un diálogo condicionado por las respuestas de uno de los personajes motivó el pedido de ayuda por parte de los estudiantes; ante ese pedido, les mostré la ubicación de los comandos condicionales en *Scratch*. Continuó un breve intercambio sobre cómo usarían los estudiantes este comando, sin otra instrucción especial. Este grupo mostró esta estrategia a sus compañeros durante la primera exposición sobre el estado de avance de los proyectos.

Trabajos de investigación como el de Benotti, Martínez & Schapachnik (2014) señalan la “facilidad” con la que estudiantes pueden crear sentencias condicionales cuando realizan actividades de programación, hecho que reconozco en los tres grupos que emplearon este tipo de comandos.

La literatura destaca el valor formativo del aprendizaje del uso de los condicionales. Autores como Feurzeig & Papert (2011) sugieren que el uso de los condicionales lógicos promueve en los estudiantes el aprendizaje de estrategias de organización de la estructura de un problema, al necesitar definir distintas posibilidades y situaciones que derivan de otras. Por otra parte, Calder (2010) afirma que las estrategias de definición de condicionales motivan a que el estudiante tenga que “evaluar e interpretar la situación, antes de redefinir sus sub-metas en el proceso de indagación [que está desarrollando]” (p. 13) y considerar diversas opciones para las acciones de sus personajes.

Tal como se señaló anteriormente, la interacción entre personajes fue reconocida por los estudiantes como un elemento que incorporarían en sus trabajos. Los ejemplos anteriores proveen evidencia de *Simulaciones-con-Scratch* como escenario propicio para el aprendizaje de condicionales lógicos como conocimiento necesario que brinda solución a la intención de simular interacciones entre objetos.

#### 7.1.4. Ángulo

De los dos grupos, G6 y G7, que emplearon la noción de *Ángulo*, sólo uno de ellos lo declara en su respuesta al cuestionario: “*Medimos ángulos, para poder girar los distintos objetos*” (G7). La exploración de los modelos matemáticos que sustentan las simulaciones con *Scratch* muestran la aplicación de este contenido en los trabajos de estos dos grupos únicamente.

En el trabajo del G6 (*Un capítulo de Los Simpson*) se observó el uso de una serie de comandos de rotación en sentido horario y anti horario donde su argumento era la amplitud del ángulo (en la Figura 56 aparecen giros de 15, 10, y 80 grados, aplicados al comando “girar ...grados”, ya sea en sentido horario o anti horario, para conseguir que el Objeto 3, el personaje Bart Simpson, rote sobre su eje vertical y esquive la bala que dispara el delincuente (ver <https://goo.gl/H7K0XL>).

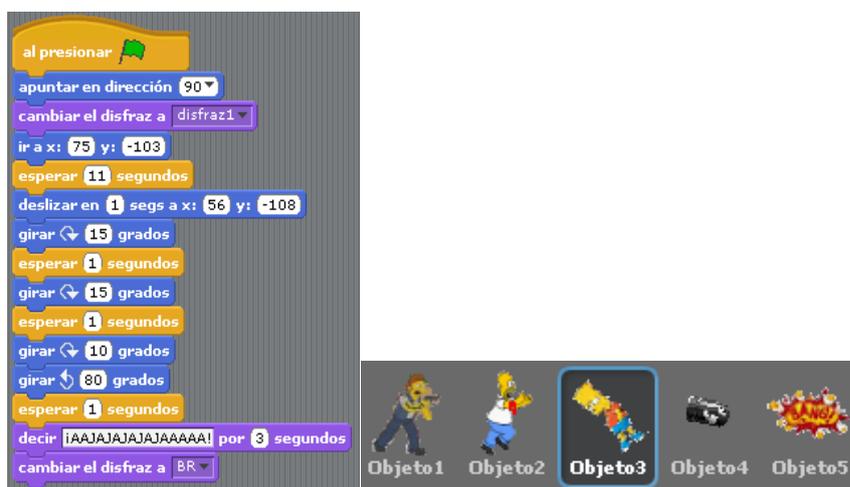


Figura 56. Secuencia de programación que incluye rotaciones en sentido horario y anti horario para el Objeto 3 (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G6, 27/11/2014).

En el trabajo del G7 (*Un juego de disparos*), el concepto de ángulo aparece usado para conseguir giros de 30° grados, en sentido anti horario y horario mediante los comandos de giro (Figura 57), aplicados a la dirección de un cañón (ver <https://goo.gl/ze5D1W>). Motivado por

la naturaleza de juego de la simulación creada por este grupo, el efecto de cambio de ángulo de giro es consecuencia de presionar las teclas “flecha arriba” y “flecha abajo” en el teclado.



Figura 57. La noción de ángulo aparece usada en los giros de  $30^\circ$  que se aplican al cañón cuando se aprietan las teclas de “flecha arriba” o “flecha abajo” (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G7, 27/11/2014).

La Figura 58 muestra una secuencia de programación para el Objeto 2 (bala de cañón recuadrada en celeste) donde se define una condición sobre la dirección del Objeto 1 (el cañón).



Figura 58. La noción de ángulo representada en la dirección definida para el Objeto 1 (cañón) (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G7, 27/11/2014).

La secuencia de comandos “mostrar”, “deslizar en... segs a x:... y:...”, “esconder”, “ir a x:... y:...” se ejecutan para la bala, en el caso de que la dirección del cañón sea igual a  $120^\circ$ . Durante el diseño de esta secuencia, Simón, integrante del G7, encontró la solución de construir una condición de igualdad definida para la propiedad “dirección” de su cañón, para que de esa manera se pudiera “apuntar al barco”.

En el proceso de crear *Un juego de disparos*, surgieron discusiones entre los integrantes del G7 en donde intervine para discutir con los estudiantes acerca del significado matemático de “dirección” que hasta el momento parecía asociado a “apuntar hacia”. La exploración con distintos valores numéricos en la condición, con lo cual el cañón apuntaba en distintas direcciones para disparar la bala, permitió a los estudiantes reconocer la existencia de un ángulo comprendido entre una recta vertical en la pantalla y un eje contenido en su cañón, que Simón representaba con movimientos de sus manos. Se sugirió al grupo que visualice sus ideas con ayuda del editor de imágenes de *Scratch* (Figura 59).

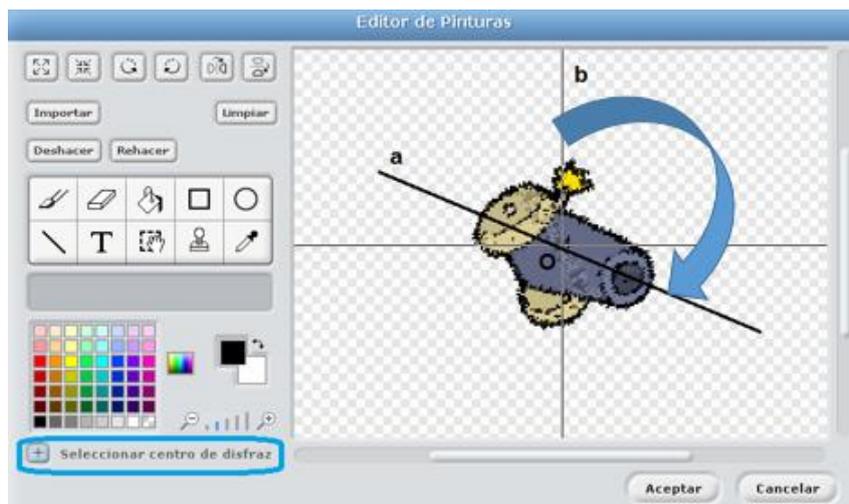


Figura 59. Imagen de la pantalla de edición de imágenes de *Scratch* donde aparece el centro del objeto como origen de un sistema de coordenadas (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G7, 27/11/2014, el agregado de la recta *a* y la flecha es mío).

En la Figura 59, se observa la recta *a* (que fuera agregada a la figura para realizar esta descripción) que representa la dirección a la que hace referencia el argumento “dirección de” en la Figura 58. El argumento de este comando se refiere al ángulo que forma la recta *a* con la vertical *b*, medida en sentido horario desde esta recta (ver flecha en celeste en la Figura 59). Además, se identificó junto con los estudiantes la existencia de un punto de intersección entre esas dos rectas, la vertical y el eje del cañón, mediante la herramienta “seleccionar centro del disfraz” (ver recuadro en celeste abajo a la izquierda en la Figura 59).

Las evidencias acerca del desarrollo de habilidades espaciales y de posicionamiento durante la construcción de juegos digitales, y la influencia de los procesos de retroalimentación que permiten estas herramientas han sido discutidas en la literatura (Clements, Sarama, Yelland & Glass, 2008; Calder, 2010). En sintonía con estos estudios, en la reflexión anterior, se reconoce la potencialidad de *Scratch* para el aprendizaje de nociones relacionadas con el concepto de ángulo (dirección, amplitud, sentido de rotación, etc.) de modo lúdico, personal, expresivo, relevante y útil (Libow Martinez & Stager, 2013). La incorporación de parte de los alumnos de un comando con la palabra “dirección” cuya intención inicial consistió en su uso para “apuntar” hacia un objeto para simular un disparo en un juego, se transformó en una situación de reflexión acerca de conceptos matemáticos necesarios para entender las nociones que sustentan la aplicación del comando en cuestión.

## 7.2. Aportes de *Simulaciones-con-Scratch* al aprendizaje de la matemática

¿Cuál es la valoración de *Simulaciones-con-Scratch* que tienen los estudiantes luego de la experiencia? De las respuestas a la Pregunta 9 del cuestionario (¿Creen que hacer este tipo de trabajo es importante para aprender matemática? ¿Por qué?), los diez grupos que participaron de la experiencia reconocieron la construcción de simulaciones con *Scratch* como una actividad importante para aplicar, practicar y/o entender matemática. Sus palabras se reproducen a continuación:

*Este trabajo es muy importante para aprender matemática ya que implica el uso y el conocimiento del sistema de coordenadas cartesianas (G1).*

*Es importante realizar este trabajo para aprender matemáticas ya que, [...], podemos aplicar lo aprendido en clase para realizar un trabajo adecuado con una herramienta nueva (G2).*

*Este proyecto es importante para aprender matemática porque para poder realizarlo primero tuvimos que aprender sobre las coordenadas (G3).*

*Porque podemos aprender los movimientos en el plano cartesiano y también la coordinación de los tiempos y duración (G4).*

*Este trabajo es importante para aprender matemática ya que permite aplicar los conocimientos matemáticos de otra forma (G5).*

*Porque incluimos muchos temas y los ponemos en práctica de una manera diferente (G6).*

*Es importante para poder practicar la lógica y el plano cartesiano (G7).*

*Porque nos ayudó a entender el tema de las coordenadas cartesianas (G8).*

*Porque nos ayuda a poner en práctica los conocimientos aprendidos (G9).*

*Porque nos ayuda en la parte práctica (G10).*

En las expresiones anteriores los estudiantes identificaron conocimientos previamente aprendidos que, en la experiencia *Simulaciones-con-Scratch*, fueron aplicados en un ambiente de aprendizaje de naturaleza distinta a aquella en donde ellos tuvieron su primer encuentro con esos saberes, o pudieron ser revisados y practicados en el contexto de una actividad que resultó novedosa para la mayoría de los estudiantes.

Para el G2 (*La habilidosa jugadora de básquet*), la importancia del aprendizaje de la matemática se acompaña, además, con la novedad del aprendizaje de la nueva herramienta. Este grupo reconoce la importancia de la construcción de simulaciones para aplicar conceptos aprendidos, tal como lo hicieran otros compañeros:

*Como grupo, consideramos que el trabajo realizado en Scratch, estuvo muy bueno para aplicar los temas aprendidos en clase y descubrir una herramienta totalmente nueva y distinta a lo acostumbrado. (G2).*

Tomando en su conjunto las respuestas de los estudiantes, conjeturo entre ellos una mirada de *Simulaciones-con-Scratch* como un ambiente de aprendizaje en donde la matemática necesaria para su desarrollo ha sido previamente aprendida, y que resulta apropiado para aplicar y revisar conceptos de manera novedosa.

¿Puede deducirse de esta visión de los estudiantes que no han aprendido nueva matemática a lo largo de la construcción de sus simulaciones con *Scratch*? ¿Cómo construir evidencia del aporte de *Simulaciones-con-Scratch* para el aprendizaje de la matemática? A continuación, con apoyo de la literatura, elaboro una respuesta a estas cuestiones relevantes para la matemática escolar.

Considero que *Simulaciones-con-Scratch* puede caracterizarse como una *tarea de exploración* (Ponte, Branco & Quaresma, 2014) donde se apunta a la construcción de nuevos conceptos, representaciones, o procedimientos, o el uso creativo de conceptos ya aprendidos. En *Simulaciones-con-Scratch* los estudiantes fueron invitados a definir ellos mismos una situación de la realidad y a explorar su implementación mediando una herramienta nueva, donde los conocimientos matemáticos necesarios para su implementación fueron desconocidos en el comienzo. En este tipo de tareas, los estudiantes se involucran en actividades abiertas y de solución incierta que requieren de ellos un importante trabajo de interpretación y redefinición de las mismas. Las reflexiones de estos autores resultan, entonces, pertinentes para indagar acerca del aprendizaje en este escenario de modelización particular.

Ponte et al (2014), siguiendo los trabajos de Bruner, reconocen la construcción de distintas representaciones (enactiva, icónica y simbólica), y la fluidez en la traducción entre una y otra, como evidencia de aprendizaje de conceptos matemáticos o de procedimientos cuando los estudiantes llevan a cabo *tareas de exploración*. Considero que en *Simulaciones-con-Scratch* aparecen evidencias de estos procesos de traducción entre variadas formas de representación de ideas o nociones aprendidas en un contexto, aplicadas en otro nuevo. Por

ejemplo, los mismos estudiantes valoraron que, esta experiencia, les permitió la aplicación de conceptos ya aprendidos, como las coordenadas cartesianas, en un nuevo entorno y con el aprendizaje de una nueva herramienta digital.

En particular, la actividad de traducir el movimiento de un objeto de la realidad en comandos de programación de *Scratch* de modo tal que resulten en imágenes en la pantalla y que simulen una acción, se constituye en evidencia de aprendizaje matemático en el sentido dado por Ponte et al. (2014).

Para ilustrar esta idea de aprendizaje presentada por Ponte et al. (2014), recorro al trabajo desarrollado por el G10 (*¡Corramos!*) cuando definieron una escena de caminata para uno de sus personajes. Durante la construcción de su simulación, un estudiante empleó su propio cuerpo para mostrar a otros los distintos estados de las piernas durante la acción de caminar (representación enactiva). Estas acciones fueron traducidas por sus compañeros en una serie de imágenes sucesivas (representación icónica de la caminata del personaje) mediante una secuencia de programación (representación simbólica) (ver Figura 60). Con esta serie de traducciones los estudiantes consiguieron el objetivo planteado por ellos, es decir, “*que el humano camine normalmente*” (ver <https://goo.gl/RRGyKz>).



Figura 60. Secuencia de programación diseñada para simular la caminata de un personaje obtenida mediante cuatro instancias de ese movimiento (Fuente: Documento de *Scratch* producido por G10, 20/11/2014).

La Figura 60 muestra una porción de esta programación conseguida por los estudiantes en donde se aprecia la aparición de cuatro imágenes de un mismo personaje en distintas instancias de su caminata (“boy4-walking-d”, “boy4-waking-b”, “boy-walking4-c”, y “boy4-walking-a”). Esas imágenes de *Scratch* reproducen aquellas mostradas por el compañero que

las simuló con su propio cuerpo y, se complementan con un movimiento hacia la derecha (comando “mover 15 pasos”) y un breve retardo (comando “esperar 0.1 segundos”) para obtener una velocidad de caminata adecuada a la escena. Esta secuencia completa se repite tres veces (“repetir 3”) y se desencadena cuando se presenta una respuesta “bueno” introducida mediante el teclado.

Estos procesos de traducción de una forma de representación en otra muestran evidencia del aprendizaje de estos estudiantes: analizar la realidad, traducirla en imágenes, organizar una secuencia de pasos, traducir éstos en comandos de programación mediante *Scratch*, usar condicionales lógicos para producir la secuencia anterior, y decidir cuándo desarrollar la escena, entre otros. Se observa la solución dada por los estudiantes a la tarea de conseguir una acción de caminar que luzca real, realizando una interpretación y redefinición del problema planteado.

Seleccioné el ejemplo anterior por involucrar, en particular, la representación enactiva de una situación (el estudiante que con su propio cuerpo muestra a sus compañeros las distintas posiciones que adquiere una persona que camina) y que fuera observado durante el diseño de las simulaciones. Sin embargo, en cada uno de los procesos de construcción llevados a cabo por los estudiantes, aparecieron situaciones que tienen una existencia en su imaginación, cuyas características fueron abstraídas y traducidas en comandos de *Scratch*, demostrando así procesos de construcción de distintas formas de representación, y traducción entre ellas.

Con frecuencia, las actividades de exploración y diseño en el aula donde se brinda a los estudiantes la posibilidad de definir sus propios proyectos y se busca que los conocimientos emerjan como solución a los problemas del proceso mismo suelen cuestionarse desde la pregunta: “Parece divertido, ¿pero están aprendiendo?” (Petrich, Wilkinson & Bevan, 2013, p. 50). A continuación, presento una respuesta a esta cuestión desde dos perspectivas: por un lado, qué evidencia de aprendizaje sostiene la perspectiva *construccionista*; por el otro, qué se entiende por matemática.

Petrich et al (2013) sostienen, desde una posición *construccionista*, que los estudiantes están en un camino de aprendizaje cuando se observan los siguientes indicadores en la actividad de diseño desarrollada:

*Compromiso*: Participación activa, la cual podría incluir la observación y reflexión de manera silenciosa y pasiva.

*Intencionalidad*: Persecución intencional y evolutiva de una idea o plan.

*Innovación*: Nuevas estrategias de ‘tinkering’ que emergen a través de la evolución de la comprensión de las herramientas, los materiales, y el fenómeno.

*Solidaridad*: Compartir, apoyar, perseguir propósitos compartidos con otros [...], o con los artefactos que se dejan atrás (p. 53, itálica en el original, comillas introducidas por mí, traducción propia).

La observación de estos indicadores, según los autores, no se constituye en garantía de aprendizaje de determinados conceptos, sino que los estudiantes están en un *camino de aprendizaje* dado que “[los estudiantes] hacen uso de los recursos a disposición; ellos están asumiendo riesgos con sus ideas; están operando en el límite de su comprensión” (Pietrich et al, 2013, p. 53). El aprendizaje de una noción particular dependerá de los conocimientos previos de los estudiantes y de la intervención del docente (Pietrich et al, 2013).

*Simulaciones-con-Scratch* puso en evidencia el *compromiso* y participación de sus actores al registrarse actitudes relacionadas a la observación de la situación de la realidad a simular y la reflexión sobre ella para traducir sus características mediando el software. En diversos momentos del desarrollo de la experiencia, los estudiantes debieron expresar de forma oral el estado de avance de sus proyectos, en otros lo hicieron espontáneamente; durante el trabajo con el software se observaron actitudes silenciosas de reflexión entre los integrantes de los grupos mirando las decisiones del compañero que lideraba el proceso de edición; en otros momentos, se observaron acaloradas discusiones acerca de la acción a seguir.

El análisis transversal de las simulaciones producidas a lo largo de las cuatro instancias de su diseño manifiesta una naturaleza evolutiva bien marcada, en el sentido de la complejidad de los comandos utilizados y los procesos de programación conseguidos; aquí se pone de manifiesto el indicador de *intencionalidad*. Por ejemplo, el desarrollo, por parte de G1, del programa para conseguir las vueltas de la bruja (Figura 50) ilustra este aspecto.

El aspecto de *innovación* estuvo presente a lo largo de *Simulaciones-con-Scratch*, en particular, en el dominio creciente de comandos más elaborados de *Scratch* durante la producción de la simulación, y la mirada atenta a la realidad que imponía nuevas implementaciones y modificaciones en el diseño. El uso de condicionales analizado en la Sección 7.1.3 es evidencia que puede asociarse a este indicador.

*Simulaciones-con-Scratch* fue una experiencia de colaboración desde la decisión metodológica de que fuera realizada en grupos pequeños, donde sus integrantes construyeron de manera compartida una situación o escena a simular y un proceso para realizarla. Además,

la *solidaridad* se puso de manifiesto en la voluntad de los estudiantes en compartir los hallazgos que consideraban importantes desde su perspectiva, y en otros casos, en el reconocimiento de esa importancia a través de la incorporación de las ideas de otros en el propio trabajo.

Con respecto a qué se entiende por matemática, cabe considerar que detrás de las perspectivas acerca de la naturaleza del aprendizaje de la matemática se sostienen visiones epistemológicas particulares de la matemática como ciencia (Ernest, 1991). Las dudas que surgen en torno a los aprendizajes por parte del estudiante que pueden producirse en actividades de exploración abiertas, sin un contenido matemático particular a ser abordado, remiten, entonces, a interpelar las concepciones acerca de la matemática como ciencia y su forma de aprendizaje.

Autores como Devlin (2011) cuestionan la visión de la matemática como conjunto de hechos y procedimientos que deben ser aprendidos, “[... puesto que] la matemática no tiene realmente que ver con hechos. Es una forma de conocer” (p. 54). Además, “[p]ensar matemáticamente es una manera completa de mirar las cosas, abstrayendo su esencia numérica, estructural, o lógica, y analizando las regularidades que subyacen en ellas” (p. 59, traducción propia).

Con respecto al aprendizaje, Devlin (2011) sostiene que

[p]arte del aprendizaje de la matemática, de aprender a hacer matemática, o pensar matemáticamente, consiste en familiarizarse con el modo particular de mirar la realidad que la matemática requiere, y adquirir la habilidad de abstraer la complejidad presente en el mundo y, de este modo, reducir el mundo a puras abstracciones matemáticas (p. 58, traducción propia).

En *Simulaciones-con-Scratch*, los estudiantes abordaron la realidad desde su intención de simular alguna situación de su interés, analizando las particularidades de las entidades reales a representar en los personajes o escenas elegidos por ellos. Estas regularidades fueron traducidas en una estructura de programación, apelando a la lógica en algunas ocasiones, o representando en números, por ejemplo, las coordenadas de las posiciones de sus objetos.

Entonces, si la matemática es un modo de mirar el mundo, “uno no mide el logro individual en matemática según cuánta matemática él o ella conoce, se mide cuánta matemática él o ella puede hacer” (Devlin, 2011, p. 54, traducción propia). En *Simulaciones-con-Scratch* los estudiantes fueron capaces de identificar el uso de un pequeño grupo de contenidos (sistemas

de coordenadas, condicionales, ángulos); sin embargo, en sus producciones abundan procesos de simplificación de la realidad representada, mediante la formalidad simbólica propia de la matemática condicionada por el software. Los estudiantes diseñaron trayectorias de objetos haciendo un minucioso estudio de las coordenadas de los sucesivos puntos que la conformaban, determinaron condiciones de igualdad para comandos lógicos, o se plantearon problemas que involucraron la definición de argumentos para variables numéricas y no numéricas.

Retomando el cuestionamiento: “Parece divertido, ¿pero están aprendiendo?” (Petrich, et al, 2013, p. 50), se puede preguntar: *Simulaciones-con-Scratch* ¿fue una actividad “divertida” para los estudiantes? Algunas evidencias me permiten dar una respuesta afirmativa a esa pregunta: “*nos encantó este proyecto y lo vimos apropiado para integrar y practicar varios temas juntos*” (G6); “*nos gustaría seguir haciendo trabajos con el mismo estilo*” (G2); “*nos gustó mucho hacer este trabajo y aprender sobre el uso del programa Scratch*” (G3).

¿Se aprendió matemática en esta experiencia? Considero que la perspectiva de la matemática y su aprendizaje presentada arriba, la visión de *humanos-con-medios* (Borba & Villarreal, 2005) en relación al papel mediador de la herramienta *Scratch* en este proyecto, y el *construccionismo* que dotó de sentido a la situación de diseño, junto al análisis realizado en esta tesis permiten valorar positivamente los resultados de *Simulaciones-con-Scratch* y ofrecer evidencia del aprendizaje matemático de sus protagonistas.

En el capítulo siguiente presento, a modo de conclusión, una valoración del potencial pedagógico de *Simulaciones-con-Scratch* para aprender matemática. Incluyo también una mención a las limitaciones de este trabajo de tesis centradas, en particular, en el estudio del vínculo entre la construcción de una simulación con *Scratch* y el proceso de modelización matemática. Estas limitaciones remiten a evaluar aspectos metodológicos del estudio y abren posibilidades de nuevas indagaciones a futuro.

## 8. Para concluir: una valoración pedagógica de *Simulaciones-con-Scratch*

---

A modo de conclusión, cierro este trabajo realizando una valoración del potencial pedagógico de *Simulaciones-con-Scratch* como experiencia para el aprendizaje de la matemática y una descripción de las limitaciones del trabajo de investigación realizado junto con sus posibilidades futuras.

Reconozco que, la convicción de que las exploraciones autónomas de los estudiantes se constituyen en importantes situaciones pedagógicas para construir conocimiento matemático, ha sostenido este recorrido de exploración y descripción de las simulaciones de situaciones de la realidad que construyeron los estudiantes de primer año. Sin embargo, también identifiqué la inherente tensión que emerge entre la necesidad de desarrollar el currículo de la matemática escolar y la posibilidad de que los alumnos elijan sus propios problemas de estudio. Esta tensión permite construir cuestionamientos tales como: ¿es posible organizar un currículo a partir de estas exploraciones de los estudiantes? ¿Qué evidencias surgen de este trabajo que puedan dar respuesta a esta cuestión? Construyo las conclusiones finales en torno a estas cuestiones.

Para responder estas preguntas es importante recordar que los resultados obtenidos fueron el producto de un colectivo particular, generador de conocimiento, constituido por los individuos que participaron de la experiencia (alumnos y docente) y *Scratch*. Desde esta perspectiva, y según se manifestó a lo largo del análisis, el software condicionó el tipo de matemática usada.

Por ejemplo, los condicionales lógicos (para que el software recorra distintas secuencias) y la manipulación de variables (como las respuestas proporcionadas por los usuarios en esos condicionales) no son contenidos del currículo de primer año del ciclo básico del secundario. En *Simulaciones-con-Scratch*, estas nociones emergieron bajo la característica de la interactividad entre objetos, personajes y espectadores. Si bien esta particularidad aparece en sólo tres de las diez simulaciones (*Un concurso de destrezas artísticas*, G3; *Un encuentro casual en la calle*, G4; *Un juego interactivo de disparos*, G7), la mayoría de los estudiantes la destacaron como uno de los aspectos que hubiera proporcionado mayor valor a la propia

simulación. Desde una perspectiva pedagógica, en la organización de una actividad de construir una simulación con *Scratch* en un aula de matemática de primer año se podría agregar la condición de que los personajes deben interactuar entre ellos. De este modo, es posible modificar el escenario de aprendizaje de modo tal que los condicionales lógicos puedan surgir como respuesta a las intenciones de interacción de los objetos seleccionados por los estudiantes.

Consideraciones similares podrían hacerse con respecto a *Un juego interactivo de disparos* (G7). En este diseño aparecieron los cuatro contenidos matemáticos identificados al analizar la matemática presente en las simulaciones: coordenadas cartesianas, variables, condicionales lógicos, y ángulos. La naturaleza de juego de este trabajo del G7 fue aplaudida por el resto de los grupos. Entonces, ¿solicitar a los estudiantes la construcción de un juego interactivo promovería la aparición de los contenidos antes señalados en todas las producciones? Una respuesta posible se evidencia en las tendencias actuales en educación matemática que señalan a los videojuegos como medio para aprender matemática (Devlin, 2011), y que, a su vez, enfatizan en la importancia de la construcción de juegos para el aprendizaje de los estudiantes (Kafai, 2009). Entiendo que de estas tendencias se derivan otros desafíos fructíferos para experimentar e investigar en el aula.

Coordenadas cartesianas y ángulos son contenidos propios del currículo de primer año que aparecieron en *Simulaciones-con-Scratch*, aprendidos previamente por los estudiantes, y aplicados para dar solución a los problemas de simulación planteados en un contexto distinto al de aprendizaje original. Sin embargo, en términos pedagógicos, la enseñanza de las relaciones entre las coordenadas de los puntos que forman una trayectoria no rectilínea en el plano implican desafíos importantes para alumnos jóvenes. En la experiencia analizada en este trabajo se evidenciaron situaciones creadas por los estudiantes que podrían constituirse en objetos de enseñanza futuros. Por ejemplo, la trayectoria cuasi-elíptica de la bruja en *Persecución de terror en cielo nocturno* (G1) incorpora características de simetría que podrían ser exploradas para construir conocimientos de otras curvas tales como la elipse o la circunferencia desde una perspectiva cartesiana en el plano. La trayectoria a lo largo del camino definido para Homero en la simulación *Un capítulo de Los Simpson* (G6) supone el estudio de un conjunto de puntos que conforman curvas más sofisticadas de las que corresponden a los contenidos geométricos propuestos para alumnos de primer año del secundario.

¿Pueden estos contenidos y exploraciones de los estudiantes que se alejan del currículo de primer año ser incluidos en el mismo? Coincido con Papert (1995) en que estas

exploraciones iniciales de los estudiantes habilitan el acceso, en el futuro, a modos más formales de aprender.

La perspectiva de la modelización como estrategia de enseñanza (Bassanezi, 2002) sugiere algunas limitaciones de esta investigación que considero a *Simulaciones-con-Scratch* como caso particular de modelización. La caracterización del proceso de modelización descrita en este trabajo se ha asomado sólo a algunos aspectos del mismo (elección de un tema a simular, definición de un problema y sus variables, y la validación del modelo encontrado) sin abordar otros subprocesos, tales como la *matematización* o la *sistematización* (Blomhøj, 2008). Si bien fueron explorados los contenidos matemáticos presentes en las programaciones de los estudiantes, el proceso de traducir los elementos de la situación a simular al lenguaje matemático provisto por *Scratch* no se constituyó en objeto de análisis. Este hecho me permitió valorar parcialmente a *Simulaciones-con-Scratch* como caso particular de modelización. Queda abierta, entonces, la posibilidad de nuevas exploraciones y reflexiones a futuro en torno a otros aspectos de la modelización no analizados en este estudio. La *matematización* es uno de tales aspectos.

En términos generales, considero que *Simulaciones-con-Scratch* fue un *escenario de modelización* (Esteley, 2014) en tanto los estudiantes aceptaron la invitación y el desafío de involucrarse en un proceso de modelización; sus trabajos, el compromiso y apropiación de la tarea demostrados en las respuestas al cuestionario proporcionan evidencia de ello. Sin embargo, tales *escenarios* se caracterizan por un conjunto de interacciones, entre los participantes y el terreno, que proporcionan un sentido a la tarea que se desarrollan, en este caso, al proceso de simular con *Scratch*. Otros datos deberían ser recolectados para aprehender, con mayor profundidad, el sentido que los estudiantes adjudicaron a sus decisiones en torno a la selección de objetos, escenarios, comandos, etc. estableciendo vínculos particulares con la tarea. Un diseño metodológico que incluya entrevistas a los estudiantes participantes proporcionaría mayor información para tal fin.

Para finalizar, reviso mi trabajo desde la sugerencia de Papert con la que comencé este estudio: reflexionar acerca de qué nuevos tipos de prácticas y conocimientos pueden emerger a partir del acceso a las tecnologías digitales (Rojano, 2014). Considero que este estudio aporta en este sentido. Los estudiantes aceptaron el desafío de mirar la realidad, y pudieron representarla en coautoría con *Scratch*, colocando su mirada personal. Este tipo de prácticas, en las cuales se brinda a los estudiantes autonomía para elegir, no son frecuentes en situaciones

escolares, aun cuando se reconoce el valor formativo de las mismas. En la experiencia analizada, los estudiantes aceptaron los desafíos que conllevan estas prácticas autónomas de aprendizaje comprometiéndose con la tarea y reconociendo el valor de lo producido por otros.

En *Simulaciones-con-Scratch* aparecieron contenidos matemáticos implícitos, encarnados, representados, habitando detrás de esas animaciones expresivas y cándidas generadas por los estudiantes, animaciones que quedan esperando a ser exploradas nuevamente y utilizadas para transformarlas en fuentes de nuevos aprendizajes.

## 9. Referencias bibliográficas

---

- Ackermann, E. (2001). Piaget's Constructivism, Papert's Constructionism: What's the difference? *Constructivism: Uses and Perspectives in Education, Conference Proceedings*. Ginebra: Research Center in Education, 85-94
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem con modelagem matemática: uma nova estratégia*. San Pablo: Editora Contexto
- Benotti, L.; Martínez, C. & Schapachnik, F. (2014). Engaging High School Students Using Chatbots. *19<sup>th</sup> ACM Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education (ITICSE 2014)*. Uppsala, Suecia
- Benton, L., Hoyles, C., Kalas, I. & Noss, R. (2016). Building mathematical knowledge with programming: insights from the ScratchMaths project. En *Constructionism in Action 2016: Conference Proceedings* (pp. 26-33). Suksapattana Foundation: Thung Khru, Thailand
- Biembengut, M. & Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no Ensino*, San Pablo: Editora Contexto
- Blomhøj, M. (2008). Modelización matemática - Una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática*, 23(2)
- Blomhøj, M. & Højgaard Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competences: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and its Applications*, 22(3), 123-139
- Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 149-171
- Borba, M. C. (2007). Humans-with-media: A performance collective in the classroom. En Gadanidis, G. & Hoogland, C. (Eds.), *Proceedings of the Fields Institute Digital Mathematical Performance Symposium*. Toronto: Fields Institute, 15-21
- Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the re-organisation of mathematical thinking: Information and communication technologies, modelling, experimentation and visualisation*. Nueva York: Springer
- Bunge, M. (2001). *Diccionario de Filosofía*. Méjico: Editorial Siglo XXI

- Calao L.A., Moreno-León J., Correa H.E., Robles G. (2015). Developing Mathematical Thinking with Scratch. En G. Conole, T. Klobučar, C. Rensing, J. Konert, & E. Lavoué (Eds.) *Design for Teaching and Learning in a Networked World. Lecture Notes in Computer Science*, Vol 9307. Springer, Cham
- Calder, N. S. (2010). Using Scratch: an integrated problem-solving approach to mathematical thinking. *APMC*, 15(4), 9-14
- Calder, N. S. & Taylor, M. (2010). Scratching below the surface: Mathematics through an alternative digital lens? En L. Sparrow, B. Kissane y C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education*, Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Freemantle, 117-124
- Choi, B., Jung, J. & Baek, Y. (2013). In what way can technology enhance student learning? A preliminary study of Technology Supported learning in Mathematics. En R. McBride & M. Searson (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2013* (pp. 3-9). Chesapeake, VA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).
- Clements, D. H., Sarama, J., Yelland, N. J. & Glass, B. (2008) Learning and teaching geometry with computers in the elementary and middle school. En M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.) *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics*, Volumen 1 (pp. 109-154). Charlotte: IAP
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: choosing among five approaches*, Tercera Edición. California: SAGE
- Cristante. A.; Esteley, C.; Marguet, I. & Mina, M. (2007). Experiencia de modelización en aula con orientación en Economía y Gestión de las Organizaciones. En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. UNVM
- Dalla Vecchia, R. (2012). *A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético*. Tesis de Doctorado en Educación Matemática. Universidad Estatal Paulista
- Dalla Vecchia, R. & Maltempi, M. V. (2012). O conceito de problema em modelagem matemática na realidade do mundo cibernético. *Actas del V Seminario sobre Investigación en Educación Matemática*. Petrópolis: Sociedade Brasileira de Educação Matemática
- Denzin & Lincoln, (2000). *Handbook of Qualitative Research*. Thousand Oaks: Sage Publications
- Devlin, K. (2011). *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning*. Natick: A. K. Peters

- Diniz, L. (2007). *O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projectos de Modelagem Matemática*. Disertación de Maestría. Universidad Estatal Paulista
- English, L. (2010). Modeling with complex data, en R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford. (Eds.). (2010) *Modeling Students' Mathematical Competencies. ICTMA 13*. Nueva York: Springer, 287 – 299
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Londres: Falmer Press.
- Esteley, C. (2014). *Desarrollo Profesional en Escenarios de Modelización Matemática: Voces y Sentidos*. E-Book. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba
- Esteley, C.; Mina, M.; Cristante, A & Marguet, I. (2007). Innovaciones en el aula: desarrollo profesional y modelización (pp. 281-294). En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. UNVM
- Esteley, C., Smith, S. & Villarreal, M. (2013). Un itinerario didáctico en torno a la proporcionalidad en un escenario de modelización matemática. *Revista de Educación Matemática*, 28
- Feurzeig, W. & Papert, S. con prefacio de Lawler, B. (2011). Programming-languages as a conceptual framework for teaching mathematics. *Interactive Learning Environments*, 19(5), 487-501. DOI: 10.1080/10494820903520040
- Fey, J. (1990). Quantity (pp. 61-94). En L. Steen (Ed.) *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington D. C.: National Academy Press
- Fields, D., Giang, M. & Kafai, Y. (2013). Understanding Collaborative Practices in the Scratch Online Community: Patterns of Participation among Youth Designers. *CSCL 2013 Proceedings*, Volumen 1, 200-2007
- Grüne-Yanoff, T. & Weirich, P. (2010). The Philosophy and epistemology of simulation: a review. *Simulation & Gaming*, 41(1), 20-50. DOI: 10.1177/1046878109353470
- Hancock, M. (2003). *Real-Time Programming and the Big Ideas of Computational Literacy*. Tesis de Doctorado. Instituto Tecnológico de Massachusetts
- Hartmann, S. (1996). The world as a process: simulation in the natural and social sciences. En Hegselmann, R., Mueller, U. & Troitzsch, K. (Eds.), *Simulation and Modelling in the Social Sciences from the Philosophy of Science Point of View*. Theory and Decision Library. Dordrecht: Kluwer, 77-100
- Johnson, L., Adams Becker, S., Estrada, V. & Freeman, A. (2015). *The NMC Horizon Report: 2015 K-12 Edition*. Austin: The New Media Consortium
- Kafai, Y. (2009). *Minds in Play: Computer Game Design as a Context for Children's Learning*. Hillsdale: Routledge

- Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310
- Kim, J. (2015). *Understanding Narrative Inquiry: The Crafting and Analysis of Stories as Research*. California: SAGE
- Lesh, R., Galbraith, P. L., Haines, C. R., & Hurford, A. (Eds.). (2010). *Modeling Students' Mathematical Competencies. ICTMA 13*. Nueva York: Springer
- Lévy, P. (2007) *Cibercultura: La Cultura de la Sociedad Digital*. Iztapalapa: Anthropos Editorial
- Libow Martínez, S. & Stager, G. (2013). *Invent to Learn: Making, Tinkering and Engineering in the Classroom*. Torrance: Constructing Modern Knowledge Press
- Lincoln, Y. & Guba, E. (1985). *Naturalistic Inquiry*. California: SAGE
- Maloney, J., Resnick, M., Rusk, N., Silverman, B., & Eastmond, E. (2010). The scratch programming language and environment. *ACM Transaction on Computing Education*, 10(4), DOI: 10.1145/1868358.1868363
- Maltempi, M. V. & Dalla Vecchia, R. (2013). About mathematical modeling in the reality of the cybernetic world. *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education*, 1097-1106
- Marguet, I.; Esteley, C.; Cristante, A. & Mina, M. (2007). Modelización como estrategia de enseñanza en un curso con orientación en Ciencias Naturales. En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. UNVM
- Maria, A. (1997). Introduction to modeling and simulations. En Andradóttir, S., Healey, K. J., Withers, D. H. & Nelson, B. L. (Eds.), *Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference*, 7-13
- Medina M. (2003). *La Cultura de la Tecnociencia*. Prometeus, Universidad de Barcelona
- Mina, M.; Esteley, E.; Cristante, A. & Marguet, I. (2007). Experiencia de modelización matemática con alumnos de 12-13 años. En Abrate, R. & Pochulu, M. (Comp.) *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*. UNVM
- Mina, M. & Dipierri, I. (2017). Jóvenes diseñadores de rampa de acceso: aprendiendo matemática en un escenario de investigación con tecnologías. En D. Fregona, S. Smith, M. Villarreal & F. Viola (Ed.) *Formación de Profesores que Enseñan Matemática y Prácticas Educativas en Distintos Escenarios: Aportes para la Educación Matemática*. Córdoba: Universidad Nacional de Córdoba

- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (2011). *Diseño Curricular para el Nivel Medio de la Educación Secundaria, 2011 – 2015*. Gobierno de la Provincia de Córdoba
- Misfeldt, M. & Ejsing-Duun, S. (2015). Learning Mathematics through Programming: An Instrumental Approach to Potentials and Pitfalls. En K. Krainer, & N. Vondrová (Eds.), *CERME9: Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2524-2530). Praga, República Checa: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.
- Papert, S. (1986). *Constructionism: A New Opportunity for Elementary Science Education*. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, Media Laboratory, Epistemology and Learning Group
- Papert, S. (1995). *La Máquina de los Niños: Replantearse la Educación en la Era de los Ordenadores*. Barcelona: Paidós Ibérica
- Papert, S. & Franz, G. (1988). Computer as material: messing about with time. *Teachers College Records*, 89(3), 408-417
- Papert, S. & Harel, I. (1991). Situating constructionism. En Papert, S. & Harel, I. (Eds.), *Constructionism*. Nueva York: Ablex Publishing
- Petrich, M., Wilkinson, K. & Bevan, B. (2013). It looks like fun? But are they learning? En M. Honey & D. E. Kanter (Eds.), *Design, Make and Play: Growing the Next Generation of STEM innovators* (pp. 163-181). Nueva York: Routledge
- Ponte, J., Branco, N. & Quaresma, M. (2014). Exploratory activity in the mathematics classroom. En Y. Li, E. Silver, & S. Li. (Ed.), *Transforming mathematics instruction: Multiple approaches and practices* (pp. 103-125). Dordrecht: Springer Science+Business Media Dordrecht.
- Resnick, M. (2002). Rethinking Learning in the Digital Age. En Kirkman, G. (Ed.), *The Global Information Technology Report: Readiness for the Networked World*. Oxford University Press, 32-37
- Resnick, M.; Maloney, J.; Monroy Hernández, A.; Rusk, N.; Eastmond, E.; Brennan, K.; Millner, A.; Rosenbaum, E.; Silver, J.; Silverman, B. & Kafai, Y. (2009). *Communications of the ACM*, 52(11), 60-67. DOI:10.1145/1592761.1592779
- Resnick, M., & Rosenbaum, E. (2013). Designing for Tinkerability. En Honey, M. & Kanter, D. (Eds.), *Design, Make, Play: Growing the Next Generation of STEM Innovators*, 163-181. Routledge
- Rojano, T. (2014). El futuro de las tecnologías digitales en la educación matemática: perspectiva a 30 años de investigación intensiva en el campo. *Educación Matemática*, 25 años, marzo 2014

- Rumelhart, D. (1980). On evaluating story grammars. *Cognitive Science*, 4, 313-316. DOI: 10.1207/s15516709cog0403\_5
- Salomon, G., Perkins, D. N. & Globerson, T. (1992). Coparticipando en el conocimiento: la ampliación de la inteligencia humana con las tecnologías inteligentes. *Comunicación y Lenguaje*, 13, 6-22
- Skemp, R. (1993). *Psicología del Aprendizaje de la Matemática*. Madrid: Morata
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá: Una Empresa Docente
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26
- Smith, D. N. (1997). Independent mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Applications*, 16(3), 101-106
- Sorte Pinto (2010). *Scratch na aprendizagem da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico: estudo de caso na resolução de problemas*. Disertación de Maestría en Estudios de la Infancia. Universidad de Minho
- Stager, G. (2005). Papertian constructionism and the design of productive contexts for learning. *Plenary Session Paper – EuroLogo X*, Varsovia
- Stake, R. E. (1999). *Investigación con Estudio de Casos, 2º Edición*. Madrid: Ediciones Morata
- Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. *Revista Virtualidad Educación y Ciencia*, 3(5), 73-94
- Villarreal, M., Esteley, C. & Mina, M. (2010). Interplay between modeling and information and communications technologies. *ZDM Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik. The International Journal of Mathematics Education*, 42(3-4), 405-419
- Villarreal, M. & Mina, M. (2013). Modelización en la formación inicial de profesores de matemática, *VII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*. Santa María, Rio Grande do Sul: Centro Universitário Franciscano
- Widjaja, W. (2013). Building awareness of mathematical modelling in teacher education: a case study in Indonesia. En G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum & J. Brown (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice* (pp. 583-593), Dordrecht: Springer

## ANEXO

### COMANDOS DE SCRATCH

En la Versión 1.4 del software *Scratch* se encuentran ocho grupos de comandos, cuya naturaleza se identifica mediante colores distintos: de *Movimiento* (azul), de *Apariencia* (violeta), de *Sonidos* (fucsia), de *Lápiz* (verde oscuro), de *Control* (amarillo), *Sensores* (celeste), *Operadores* (verde claro), y *Variables* (naranja). Las figuras que aparecen a continuación muestran los comandos incorporados en cada uno de estos grupos.

