

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales

Práctica Supervisada

Título: “Evaluación de respuesta sísmica para estructuras de Canister en la Central Nuclear de Embalse, Río Tercero.”



Autor: Adriano Trono.

Tutor: Dr.Ing. Federico Pinto.

Supervisor Externo: Dr.Ing. Carlos A. Prato.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco la oportunidad de ser aceptado y bienvenido a participar en este proyecto y la buena voluntad de todos los intervinientes. Además, me siento muy privilegiado de poder ser parte de este estudio y compartir conocimiento y amistad. Quiero darle una especial atención al Dr. Federico Pinto quien en primera instancia accedió a mi pedido y en todo momento a incentivado mi curiosidad y no ha escatimado tiempo para mis consultas y también al Dr. Carlos Prato por su cordialidad y alegría en toda oportunidad. También, me gustaría agradecer la generosidad de dejarme compartir su espacio al MSc. José Luperi e Ing. Maza y su enorme disposición para resolver mis dudas.

INDICE

1	Introducción.....	4
1.1	Objetivos.....	5
2	Descripción del proyecto.....	5
2.1	Caracterización de la zona en estudio.....	5
2.2	Demanda Sísmica de la Zona.....	6
2.3	Definición de acelerogramas de cálculo.....	7
2.4	Condiciones de Sitio.....	12
2.5	Rigidez de suelos.....	13
3	Resultados de interacción.....	15
3.1	Descripción de la estructura.....	15
3.2	Fenómenos de Disipación de Energía.....	20
3.2.1	Amortiguamiento Material. Método Lineal Equivalente.....	21
3.2.2	Amortiguamiento Geométrico.....	25
3.3	Rigidez y Amortiguamiento de fundaciones.....	26
4	Planteo de Ecuaciones.....	28
4.1	Ecuación del Movimiento.....	28
4.2	Espacio de Estados.....	30
4.3	Modos Naturales de vibración amortiguada.....	31
5	Métodos de Cálculo.....	34
5.1	Método de respuesta en Frecuencias.....	34
5.2	Respuesta de un oscilador simple.....	36
5.3	Descomposición Modal.....	37
5.3.1	Solución de la ecuación desacoplada.....	38
5.3.2	Respuesta ante excitaciones sísmicas.....	40
5.4	Combinación Modal Espectral. Villaverde-Newmark.....	42
6	Resultados.....	44
7	Conclusiones.....	48
8	Bibliografía.....	50
9	ANEXOS.....	51

9.1 Síntesis de Resultados.....51

1 INTRODUCCIÓN

El propósito de esta práctica es analizar el fenómeno de amplificación sísmica de las estructuras de Canister mediante el método de Espectros de respuesta para poder comparar con las soluciones obtenidas a partir de método de respuesta en frecuencias.

Se realiza la Evaluación de los estudios geotécnicos ya realizados, y un minucioso análisis de la geometría de los Canisters para poder plantear las ecuaciones de equilibrio que rigen el problema dinámico.

Posteriormente se obtienen los modos y frecuencias naturales de vibración y se analiza los espectros de respuesta de osciladores simples de un grado de libertad en campo libre según el amortiguamiento de cada modo. Con esta información se aplica el método de combinación modal espectral, se aplican correcciones propias y también se busca arribar a la solución exacta con la combinación modal instante a instante.

Esto permite realizar una comparación numérica de los resultados de distintas de las formas de calcular sollicitaciones sísmicas.

1.1 Objetivos

- Adquirir experiencia en el diseño sísmico de estructuras masivas en fundaciones superficiales.
- Evaluar el sistema de fundaciones de Canisters en función de estudios de suelos realizados por el Centro y demandas sísmicas recomendadas para las instalaciones de la Central Nuclear.
- Desarrollar aptitud para integrarse a la actividad laboral mediante la participación en las actividades a realizar bajo la supervisión de los profesionales involucrados en el centro de vinculación.
- Realizar una evaluación independiente de la respuesta sísmica de las estructuras considerando fenómenos de interacción dinámica suelo-estructura.
- Evaluar e investigar la incidencia de los distintos fenómenos de disipación de energía.
- Ganar experiencia en la utilización de herramientas de métodos numéricos utilizadas en este tipo de problemas.
- Desarrollar el programa de actividades para la comparación numérica de las distintas formas de cálculo de solicitaciones sísmicas.
- Desarrollar criterio para la elección de métodos de cálculo en función de sus ventajas e información disponible en cada caso.

2 DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

2.1 Caracterización de la zona en estudio

La Central Nuclear de Embalse (latitud: $-32,33^{\circ}$, longitud: $-64,44^{\circ}$) se encuentra situada a 110 km al Sudoeste de la Ciudad de Córdoba. Sus instalaciones se hallan en la costa sur del Embalse del Río Tercero, a 665 metros por sobre el nivel del mar

La Central Nuclear de Embalse (CNE) es una central termonuclear con capacidad de generar 648MWe. El reactor de la planta es el cuarto de la empresa CANDU (Canadian UraniumDeuterium) puesto en operación comercial a principios de los 80'.

En la figura 1 se indican el sector en estudio dentro de la Central.



Figura 1. Imagen satelital tomada de Google Earth de la zona en estudio

2.2 Demanda Sísmica de la Zona

Un estudio determinístico de riesgo sísmico, realizado por la Universidad Nacional de Córdoba (Martino et al. 2007, Ceballos et al. 2007) en 2006, indica un evento de diseño con una magnitud de momento, $M = 6,5$, y un $PGA = 0,35$ g (en un sitio equivalente de clase B).

Más recientemente, un estudio probabilístico realizado por Klohn Crippen Berger (KCB, 2011) define Espectros de Riesgo Uniforme (UHS) para diversos períodos de retorno. Se considera un período de retorno de 10000 años, lo que resulta consistente con la evaluación de D'Appolonia del período de retorno de las demandas sísmicas originalmente definidas ($T = 7000$ años, D'Appolonia, 1983). KCB ofrece estimaciones correspondientes a valores de media, mediana, y a una desviación estándar para evaluar el posible UHS para un Sitio de clase B/C. La estimación media UHS es considerada para el presente estudio como demandas correspondientes a un afloramiento rocoso.

La Figura 18 muestra una comparación entre ambos espectros, donde se ve que hay un acuerdo razonable entre los estudios.

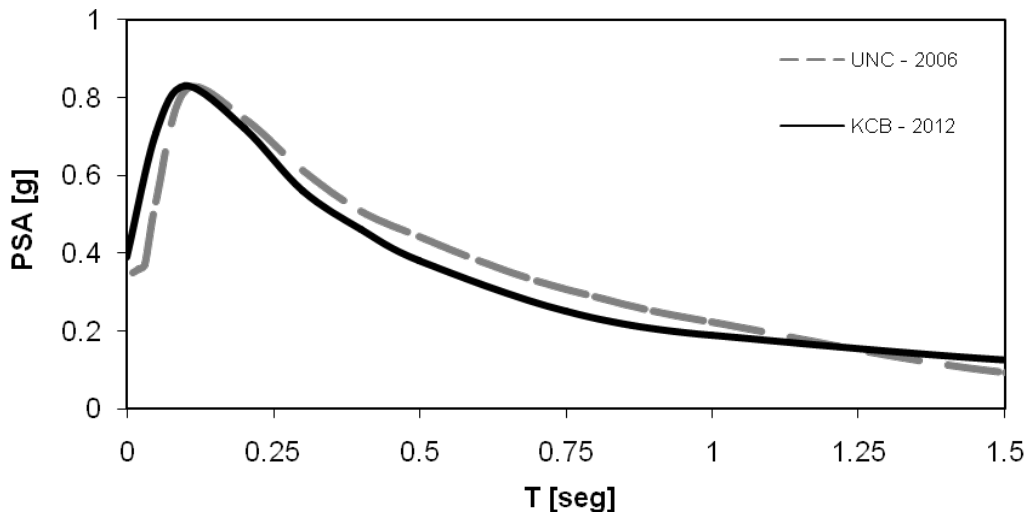


Figura 2: Comparación de Espectros propuestos por UNC 2006 y KCB 2012

2.3 Definición de acelerogramas de cálculo.

El espectro de respuesta indicado en la Figura 18 es aplicable a los movimientos del terreno en un sitio de Clase B (afloramiento de roca blanda). Con el fin de obtener un espectro de respuesta en la superficie de los depósitos de suelos, se realiza un estudio de amplificación. De esta manera, se definen sismogramas representativos del espectro en la Figura 18.

Se consideran los registros de aceleración enumerados en la Tabla 1, de los cuales se selecciona los cuatro con la menor desviación media cuadrática con respecto al espectro objetivo).

Tabla 1. Eventos sísmicos reales analizados para la definición de los acelerogramas.

NGA#	Evento	Mag	Año	Estación	Rjb (km)	Rrup (km)	Vs30 (m/s)
1078	Northridge-01	6.69	1994	Santa Susana Ground	1.7	16.7	715.1
763	Loma Prieta	6.93	1989	Gilroy - GavilanColl.	9.2	10	729.6
957	Northridge-01	6.69	1994	Burbank - Howard Rd.	15.9	16.9	821.7
1012	Northridge-01	6.69	1994	LA 00	9.9	19.1	706.2
810	Loma Prieta	6.93	1989	UCSC LickObservatory	12	18.4	714
809	Loma Prieta	6.93	1989	UCSC	12.2	18.5	714
989	Northridge-01	6.69	1994	LA - ChalonRd	9.9	20.4	740

Los cuatro registros con la menor desviación respecto del espectro objetivo resultan:

- Loma Prieta UCSC (NGA # 809), componente normal a la falla.
- Loma Prieta UCSC (NGA # 809), componente paralela a la falla.
- Loma Prieta UCSC Lick Observatory (NGA # 810), componente normal a la falla.
- Northridge-01 Santa Susana Ground (NGA # 1078), componente paralela a la falla.

La figura 3 muestra los espectros de respuesta elástica para amortiguamiento del 5%, de los eventos seleccionados. En la misma puede verse que existe una importante dispersión de los eventos individuales con respecto al objetivo. La figura 4 muestra el espectro promedio de los eventos seleccionados, donde se ve que hay un acuerdo razonable con el mismo.

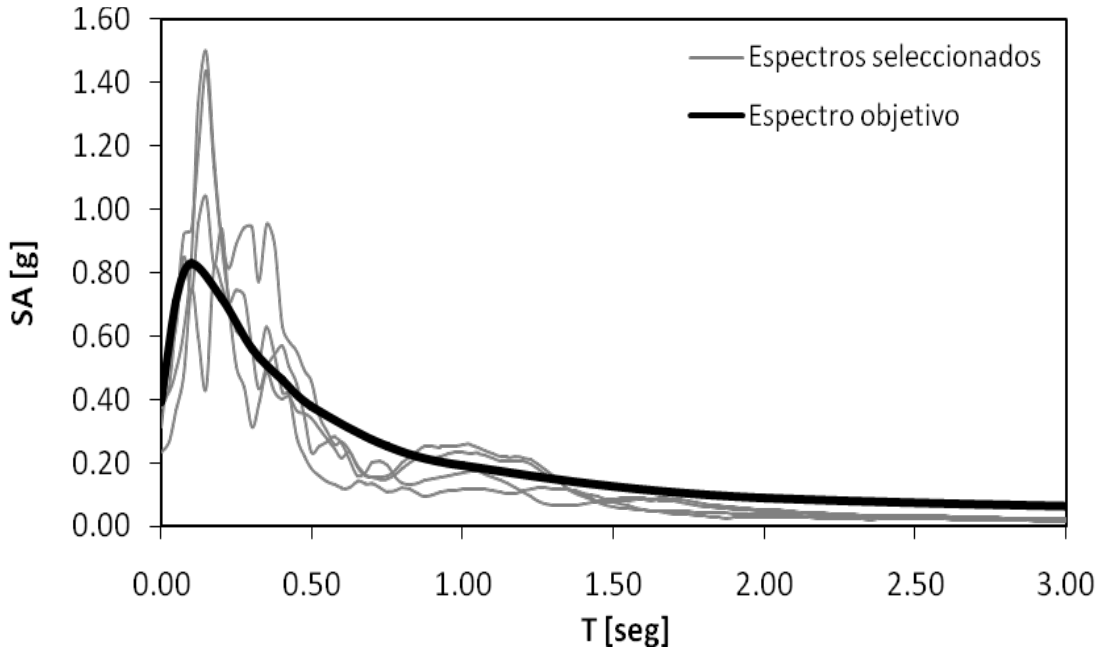


Figura 3: Espectros de respuesta de los eventos seleccionados ($\xi = 5\%$)

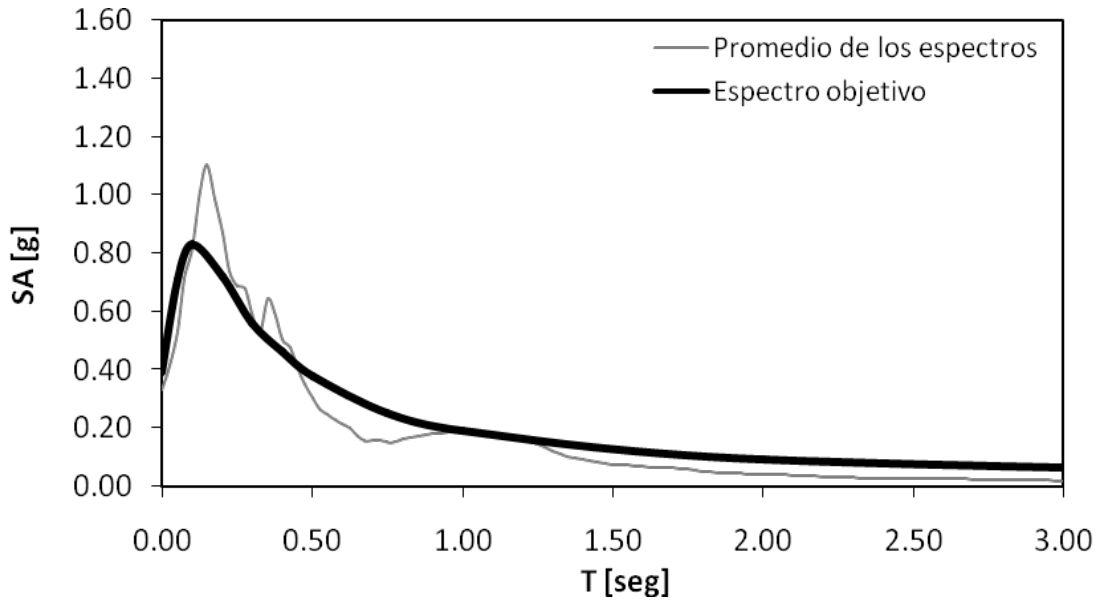


Figura 4: Espectros de respuesta del promedio de los eventos seleccionados ($\xi = 5\%$)

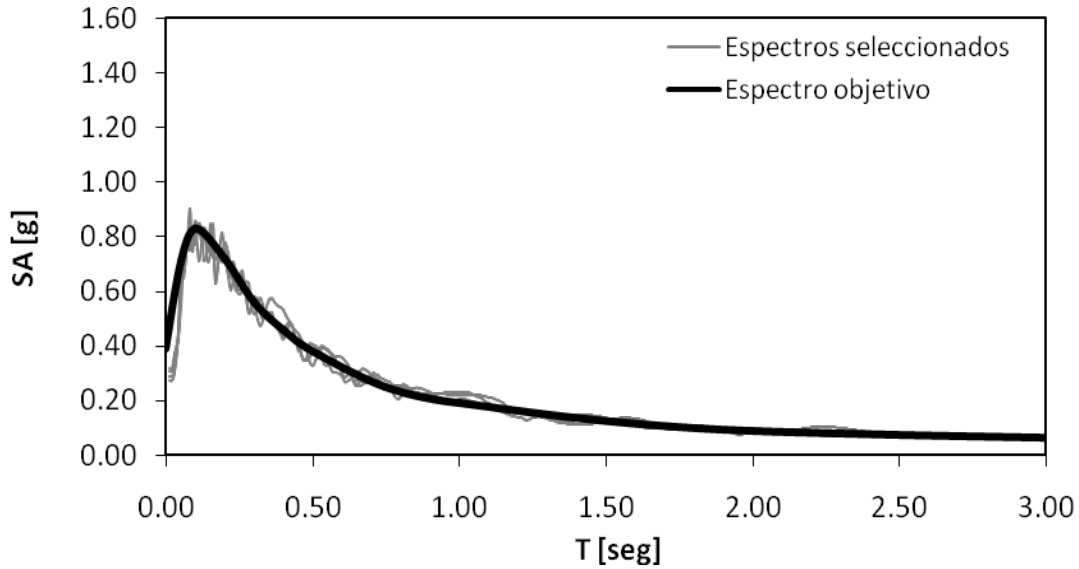


Figura 5: Espectros de respuesta para los eventos seleccionados modificados con RASCAL ($\xi = 5\%$)

Con el fin de evaluar la desviación de los eventos individuales con respecto al espectro objetivo en el estudio de amplificación, los acelerogramas se modifican por medio del código RASCAL (Silva y Lee, 1987), que introduce componentes sintéticas adicionales a los registros a fin de mejorar la coincidencia con el espectro objetivo. Se utilizan dos iteraciones mediante RASCAL, teniendo en cuenta los parámetros de la fuente sísmica: $M = 6,6$ $R = 14,5$ km.

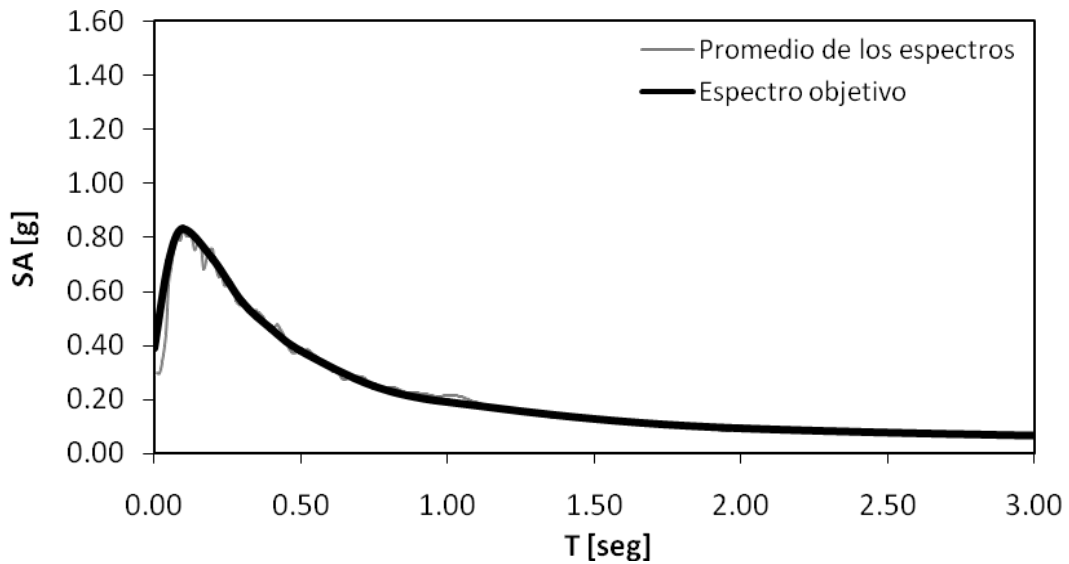
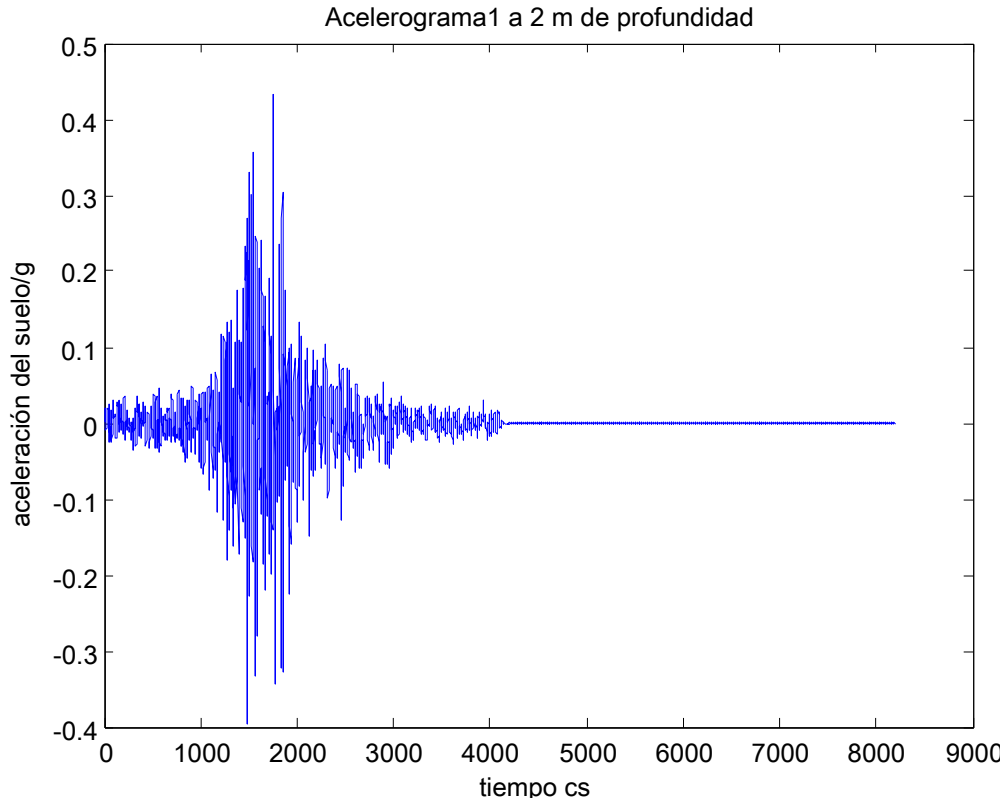


Figura 6: Espectros de respuesta promedio para los eventos seleccionados modificados con RASCAL ($\xi = 5\%$)

Los registros modificados según RASCAL se consideran para el estudio de amplificación en este informe y se utiliza particularmente el acelerograma 1 a 2m de profundidad que se muestra a continuación:



Este acelerograma ya ha sido modificado con componentes sintéticas para corresponderse con el espectro objetivo.

2.4 Condiciones de Sitio

Las condiciones de sitio se encuentran resumidas en la figura 8, donde puede apreciarse la variación del número de golpes de los ensayos SPT y la estratigrafía encontrada en las perforaciones realizadas en la zona de implantación propuesta para las estructuras (Informe "Investigación Geotécnica para Ubicación Alternativa de RetubeCanisters", CV UNC, 2012).

El perfil de suelos consiste en un estrato de limo arenoso superficial, seguido de un estrato de arena limosa, sobre un estrato de arena gruesa con grava. Bajo estos estratos se presenta una tosca (limo cementado) en las perforaciones extremas, y en la perforación central se identifica un estrato de roca muy alterada (rigolito).

Los suelos presentan densidad generalmente creciente en profundidad, hasta el estrato inferior, donde el número de golpes se mantiene relativamente constante.

La figura 8 muestra la designación de los sondeos (S1, S2 y S3) y de los Canisters (1 a 4).

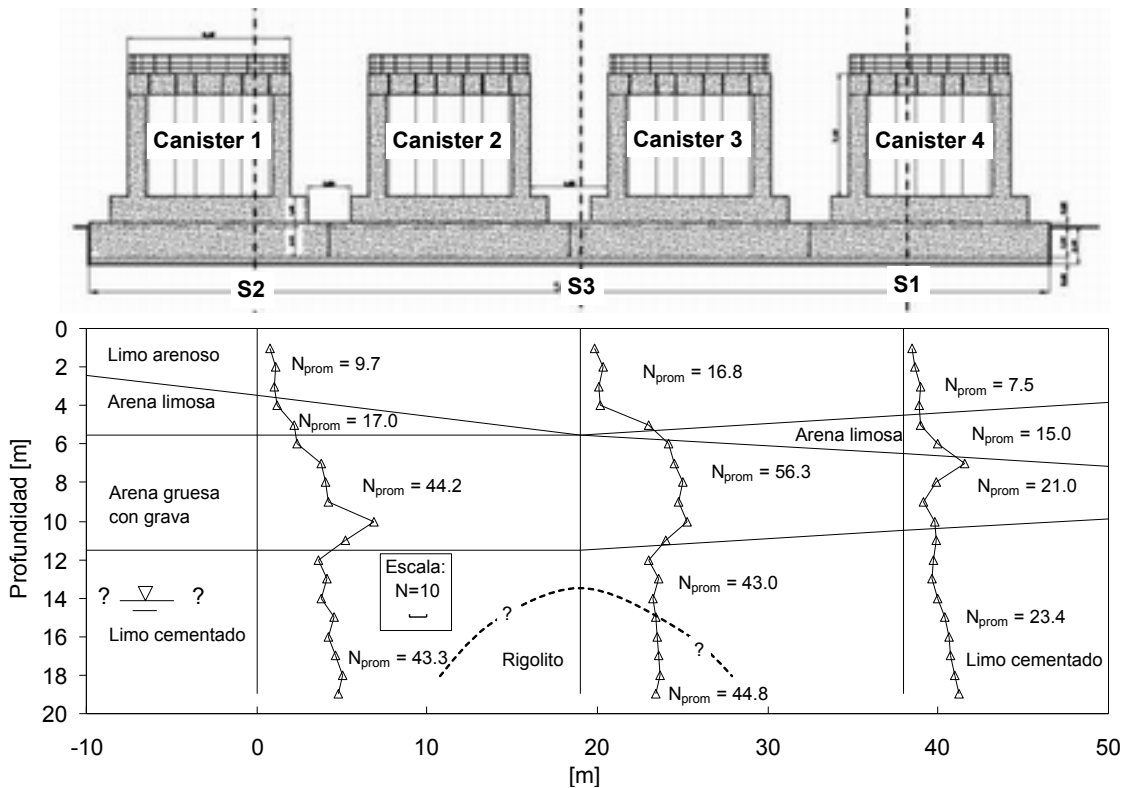


Figura 8. Resumen de resultados de los ensayos SPT

Cabe destacar que no se ha identificado la presencia del nivel freático en los primeros 14.0 m de perforación. Se observa que los números de golpes por debajo de esa profundidad son mayores a N=24 en correspondencia con la perforación S1 y mayores a 42 en las otras, lo que permite descartar que se produzcan fenómenos de licuación frente a las acciones sísmicas extremas previstas para el emplazamiento de las obras en estos materiales con gran contenido de finos (limos cementados).

2.5 Rigidez de suelos.

La rigidez a bajas deformaciones de los suelos del sitio ha sido determinada mediante ensayos SASW (Informe "SASW testsforalternativelocation of RetubeCanisters", CV UNC, 2012). Estos ensayos lograron determinar el perfil de rigidez hasta una profundidad de 12.0 m.

Con el objeto de realizar una extrapolación del perfil de rigidez para profundidades mayores mediante los ensayos SPT, se considera la correlación empírica propuesta por Sabatini y colaboradores (2002):

$$G_o = 15,560 (N_{60})^{0.68}$$

La figura 9 muestra el perfil de velocidades de ondas de corte [$V_s = \sqrt{G_o/\rho}$] medido y evaluado mediante la correlación con número de golpes SPT (promediando las tres perforaciones).

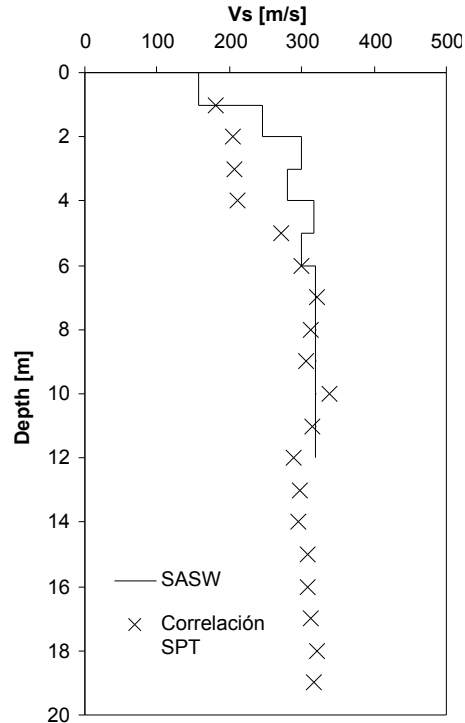


Figura 9. Perfil de velocidades de ondas de corte

Puede verse que existe coincidencia en ambas evaluaciones. De esta manera, para el desarrollo del proyecto se recomienda considerar el perfil de velocidades indicado en la Tabla 2 para el sitio de emplazamiento.

Tabla 2. Perfil de velocidad de ondas de corte

Profundidad [m]	Vs [m/s]	γ [kN/m ³]	ν [-]	Material
0.0 - 1.0	157	17.5	0.30	Limo arenoso
1.0 - 2.0	246	17.5	0.30	Limo arenoso
2.0 - 4.0	290	18.0	0.28	Arena limosa
4.0 - 6.0	308	18.0	0.28	Arena limosa
6.0 - 11.0	320	19.0	0.25	Arena gruesa
> 11.0	320	19.0	0.30	Limo cementado

Por incertidumbre en las características del suelo se eligen varios escenarios de cálculo. Los parámetros que varían son el espesor del depósito de suelo debajo de la estructura hasta la roca madre y el valor promedio del módulo de corte G. Así la modelación se realiza con espesores de suelo de 20 m y de 30 m. Ello varía la frecuencia natural del depósito de suelo y por ende el fenómeno de amplificación dinámica. El valor del módulo de corte incide directamente en las rigideces y amortiguamientos al desplazamiento y al vuelco y se decide considerar valores de γ y ν . Como veremos

existen 4 acelerogramas de cálculo; por lo que en total son 24 escenarios de cálculo. En este informe se presenta el proceso de cálculo que concierne al caso que provoca más amplificación en el que se considera un módulo 1,5 G y un espesor de 20 m de depósito de suelo.

3 RESULTADOS DE INTERACCION

3.1 Descripción de la estructura.

Las estructuras de RetubeCanisters (Canisters) consisten en cilindros de hormigón armado de 9.45 m de diámetro, con paredes de 1.02 m de espesor, y 8.66 m de alto, incluyendo una base de 1.50 m de espesor (Figura 10). Los Canisters contienen "liners" metálicos y se encuentran fundados en plateas de 14x14 m y 2.0 m de espesor (Figura 11).

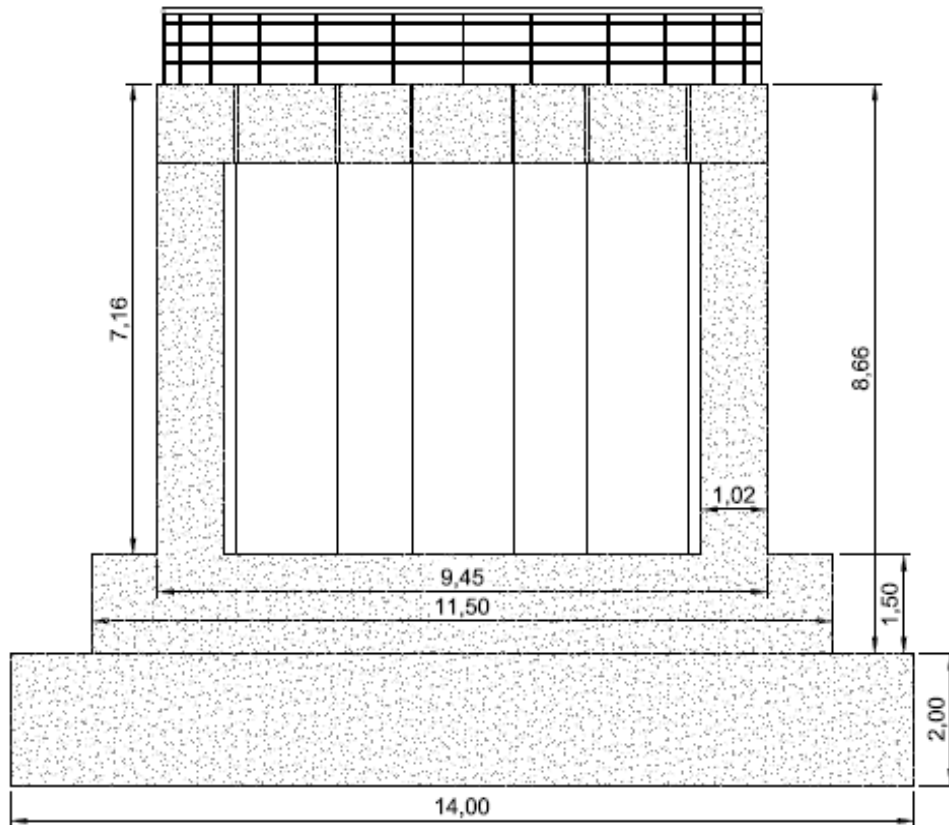


Figura 10. Corte de Canister y fundación

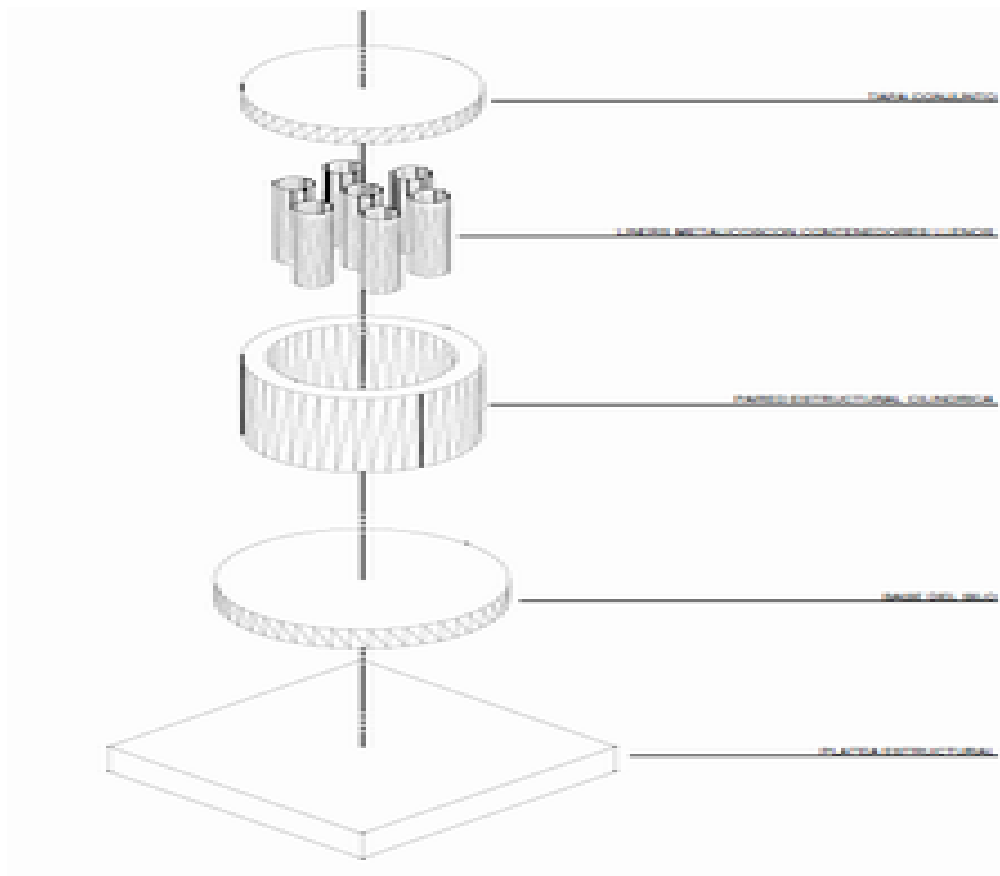


Figura 11 . Despiece de Canister

El peso y la forma de cada uno de los componentes del Canister a construir son provistos por la Empresa NASA. A partir ellos se realiza el cálculo del peso total y momento de inercia de la todo el canister.

Peso Total: .

Posición del centro de gravedad desde el nivel de fundación: .

Momento de Inercia respecto al centro de gravedad .

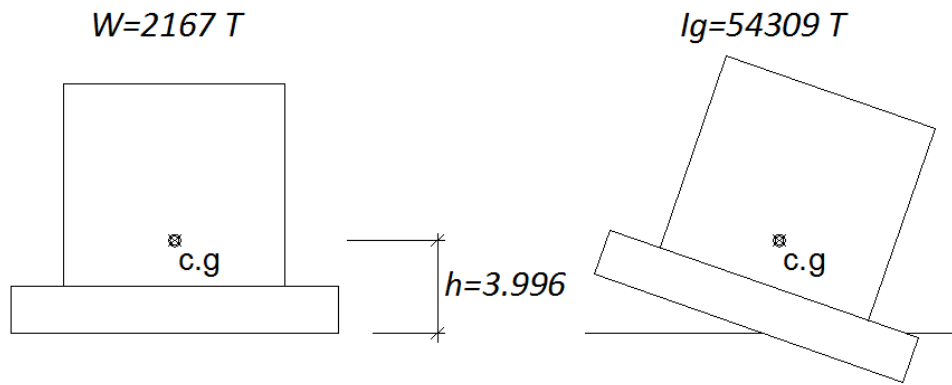


Figura 12

El proyecto consiste en un total de cuatro Canisters, dispuestos uno a continuación del otro con plateas estructuralmente individuales.

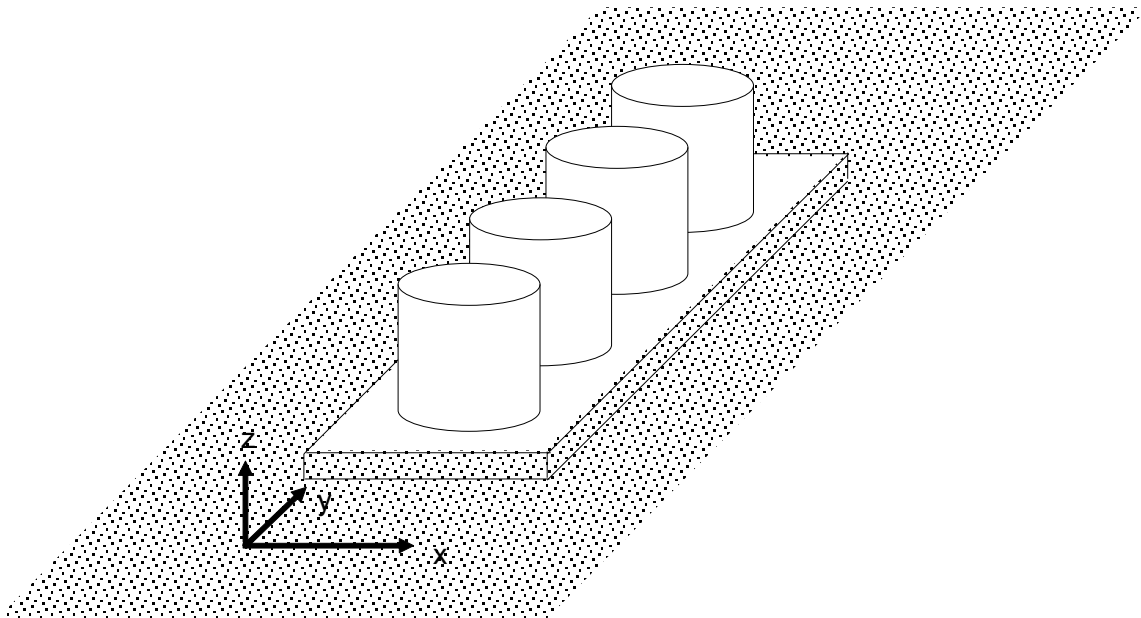


Figura 13

Se plantean dos escenarios de cálculo:

-En dirección Y se considera un solo canister porque la platea no alcanza a responder en conjunto.

-En dirección X se considera los cuatro canisters actuando en conjunto.

Esta situación cambia los parámetros físicos que dependen del área de la fundación que son la rigidez y el amortiguamiento, motivo por el que las respuestas en una y otra dirección para un solo canister serán diferentes.

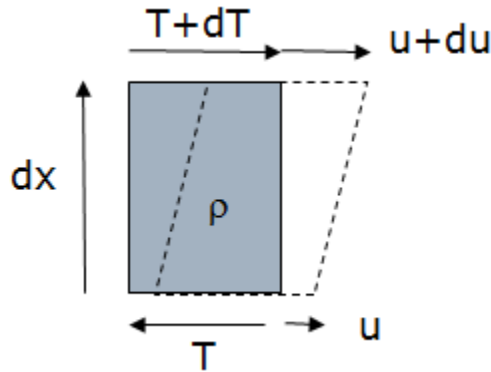
3.2 Fenómenos de Disipación de Energía.

El estrato de suelo es el que transmite las ondas sísmicas desde la roca madre hasta la fundación de la estructura. Es importante su análisis para saber el movimiento sísmico justo debajo de la estructura y también para saber cómo intervendrá en la amortiguación de la misma. A diferencia de otras construcciones civiles en este caso los valores de amortiguamiento son importantes y por este motivo merecen mayor análisis. La disipación de energía se produce por dos fenómenos físicos de distinta característica:

- Ciclo de histéresis en cada punto de suelo también llamado amortiguamiento Material.
- Irradiación de Ondas en la masa de suelos denominado amortiguamiento Geométrico.

Ecuación de la onda

Se presenta a continuación la ecuación de propagación de ondas unidimensionales de corte.



Ley de Newton:

Ley de Hooke:

Igualando resulta la ecuación de la onda:

O también

Con que es la velocidad de propagación de onda.

3.2.1 Amortiguamiento Material. Método Lineal Equivalente.

El comportamiento no lineal cíclico puede ser modelado mediante modelos constitutivos elastoplásticos. El modelo sólido de Kelvin Voight establece que la tensión de corte en el suelo puede expresarse a partir de un modelo viscoelástico de la forma:

Siendo η la constante viscosa que hace que el amortiguamiento sea fuertemente dependiente de la frecuencia. Para eliminar esta dependencia puede definirse una viscosidad inversamente proporcional a la frecuencia:

El amortiguamiento material puede ser incorporado mediante el principio de correspondencia como un valor de rigidez complejo. Recordando la ecuación de equilibrio dinámico para ondas de corte y considerando un material tipo Kelvin Voight:

En el dominio de las frecuencias:

Se define a la rigidez compleja como:

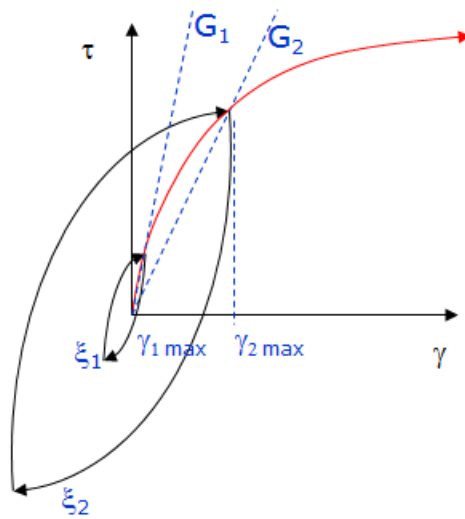
Para el caso de amortiguamiento con disipación independiente de la frecuencia:

Esta es una forma de considerar el Amortiguamiento Material; agregando al módulo del suelo una parte imaginaria. Este módulo se utilizará para calcular las rigideces en el Método de respuesta en frecuencias.

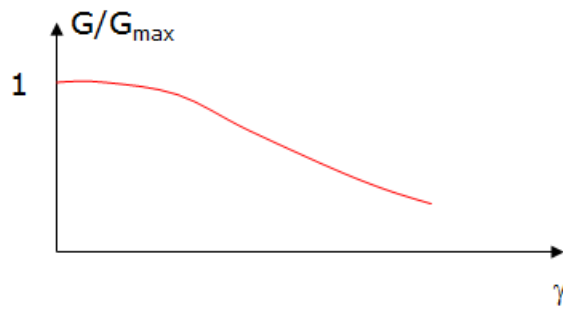
Efectos no lineales.

En cada punto del suelo ocurre un ciclo como el que se muestra en la figura, donde aparece una disipación de energía por histéresis y como puede observarse el valor del módulo de corte varía con el valor de la carga y se va degradando con el número de ciclos, motivo por el cual el amortiguamiento material también va aumentando. De esta forma

puede calcularse un valor medio de módulo de corte.



Ciclo de histéresis.



Curva de degradación.

Figura 14

Para encontrar un valor de G promedio existen las llamadas leyes de atenuación como la mostrada en la siguiente figura:

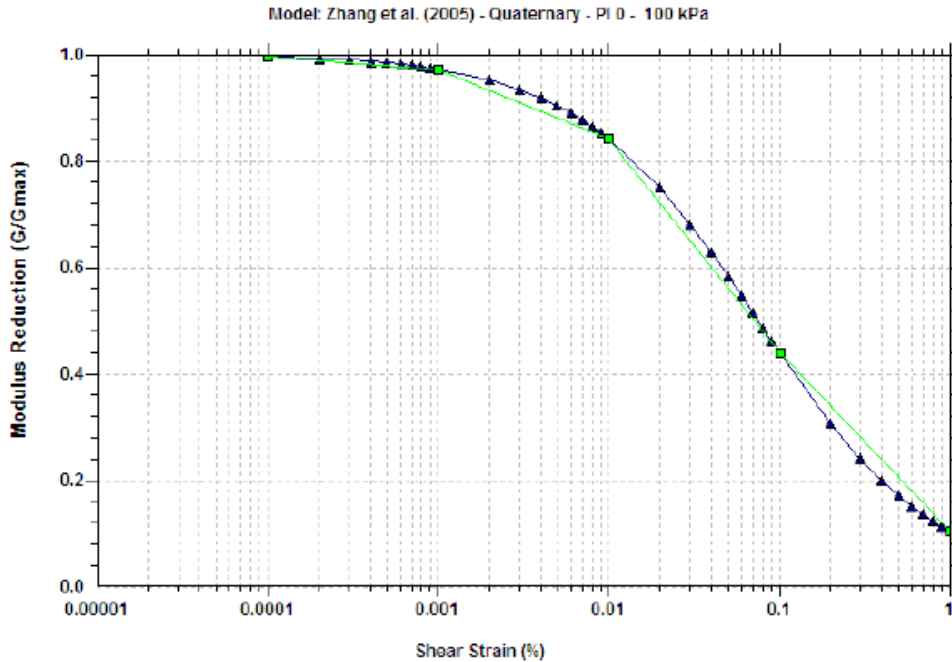


Figura 15. Curva de degradación del suelo.

Para el presente estudio se utiliza el programa SHAKE2000, el cual analiza la degradación de los parámetros del suelo ante el sismo mediante un proceso iterativo y de actualización de las propiedades del suelo, dando como resultado los valores secantes de módulo consistentes con el nivel de deformación según la curva de degradación propuesta. Este programa tiene como base de datos gran cantidad de curvas teóricas de degradación según distintos autores.

La figura 16 muestra el perfil de velocidades degradado para el caso 1.5G y 20 m a roca, para los análisis correspondientes a los cuatro registros ajustados. Los valores de módulo de corte y amortiguamiento histerético promedio en la zona por debajo de la fundación para el registro A1 resultan:

$$A1: G = 163.1\text{MPa}, \xi = 8.7\%$$

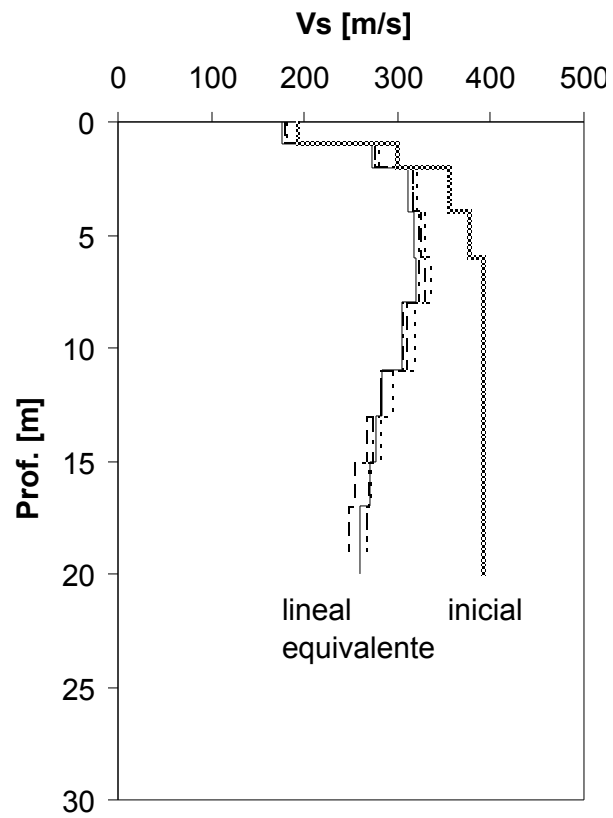


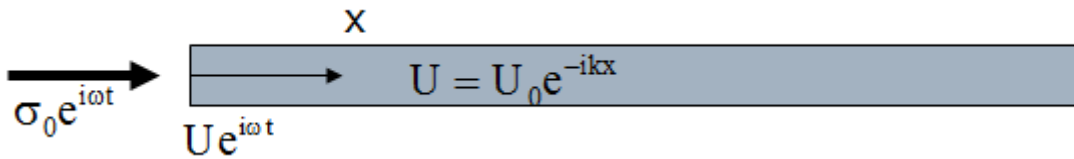
Figura 16. Perfil de velocidades de corte degradado vs. Profundidad – 1.5 G, 20 m a roca

3.2.2 Amortiguamiento Geométrico

En el caso de medios infinitos existe amortiguamiento por irradiación de ondas. Este amortiguamiento es tenido en cuenta en todos los procesos de cálculo desarrollados. No depende de la no linealidad en los ciclos de carga y descarga, es un fenómeno de propagación de ondas superficiales a través de un estrato de suelo.

Caso Unidimensional

Se presenta el ejemplo de la propagación de ondas de compresión en caso unidireccional para encontrar la expresión teórica del amortiguamiento geométrico.



Se coloca una carga cíclica en. La deformación específica en será:

La variación de las amplitudes es Siendo (llamado número de onda), , velocidad de propagación de la onda y ρ es la densidad del material de propagación. Efectuando el reemplazo:

La rigidez dinámica por unidad de área se obtiene como:

γ tiene solo componente imaginaria en este caso por lo que γ y se deduce que el amortiguamiento para obtener la fuerza por unidad de área es .

El desarrollo para ondas de corte que son las que nos conciernen es análogo y resulta en que el amortiguamiento será . Como es por unidad de área si lo multiplicamos por el área de la base de fundación para convertirlo en fuerza resulta que el amortiguamiento teórico para desplazamiento lateral es $C = A$. Se utilizarán de todas formas los valores sugeridos en el documento ASCE 4-98.

Cabe aclarar que el amortiguamiento Geométrico por radiación de ondas solo aparece cuando la frecuencia del movimiento es mayor a la frecuencia natural del depósito de suelo que según la corrida de SHAKE2000 es .

3.3 Rigidez y Amortiguamiento de fundaciones.

El análisis de interacción suelo-estructura está en términos de desplazamientos relativos y es realizado considerando la rigidez de la fundación. Para la evaluación de las rigideces y amortiguamientos geométricos se consideran las fórmulas provistas en el documento ASCE 4-98.

TABLE 3.3-3. Lumped Representation of Structure-Foundation Interaction at Surface for Rectangular Base

Motion	Equivalent Spring Constant	Equivalent Damping Coefficient
Horizontal	$k_s = 2(1 + \nu)G\beta_1\sqrt{BL}$	Use the results for circular base with the following equivalent radius R:
Rocking	$k_\psi = \frac{G}{1 - \nu} \beta_2 BL^2$	(1) $R = \sqrt{BL}\pi$ for translation
Vertical	$k_z = \frac{G}{1 - \nu} \beta_3 \sqrt{BL}$	(2) $R = \sqrt[4]{BL^3/3\pi}$ for rocking
Torsion	Use Table 3.3-1 with $R = \sqrt[4]{BL(B^2 + L^2)/6\pi}$	

Note: ν and G are as defined previously; B = width of the basemat perpendicular to the direction of horizontal excitation; L = length of basemat in the direction of horizontal excitation; $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ = constants that are functions of the dimensional ratio, L/B [see Fig. 3.3-3 (after Richart et al., 1970)].

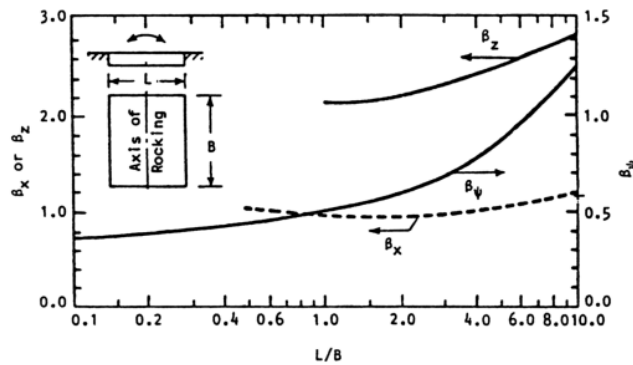


FIGURE 3.3-3. Constants β_x , β_ψ and β_z for Rectangular Bases (Richart, F. E., et al., *Vibrations of Soils and Foundations*, Copyright 1970. Reprinted by permission of Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ)

TABLE 3.3-1. Lumped Representation of Structure-Foundation Interaction at Surface for Circular Base

Motion	Equivalent Spring Constant	Equivalent Damping Coefficient
Horizontal	$k_x = \frac{32(1 - \nu)GR}{7 - 8\nu}$	$c_x = 0.576k_x R \sqrt{\rho/G}$
Rocking	$k_\psi = \frac{8GR^3}{3(1 - \nu)}$	$c_\psi = \frac{0.30}{1 + B_\psi} k_\psi R \sqrt{\rho/G}$
Vertical	$k_z = \frac{4GR}{1 - \nu}$	$c_z = 0.85k_z R \sqrt{\rho/G}$
Torsion	$k_t = 16GR^3/3$	$c_t = \frac{\sqrt{k_t I_p}}{1 + 2I_p/\rho R^5}$

Notes: ν = Poisson's ratio of foundation medium; G = shear modulus of foundation medium; R = radius of circular basemat; ρ = mass density of foundation medium; $B_\psi = 3(1 - \nu)I_p/8\rho R^5$; I_p = total mass moment of inertia of structure and basemat about the rocking axis at the base; and I_t = polar mass moment of inertia of structure and basemat.

Se recuerda que en la dirección X se considera un solo canister y en la dirección Y los cuatro oscilando. Los parámetros obtenidos de las condiciones de sitio son:

‘ ‘ ‘

Para la dirección X (llamando α al ángulo de giro en esta dirección):

‘ ‘ ‘

(Sliding).

(Rocking).

‘

Para la dirección Y (llamando al ángulo de giro en esta dirección):

, , ,

(Sliding).

(Rocking).

,

4 PLANTEO DE ECUACIONES

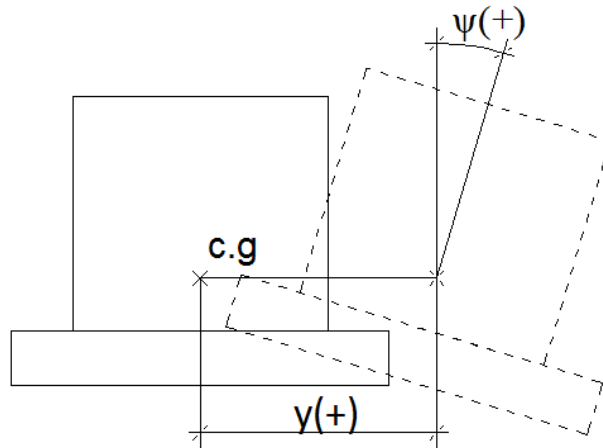
4.1 Ecuación del Movimiento.

Se verifica a nivel de interacción suelo estructura el desplazamiento lateral (sliding) y el vuelco (rocking). De aquí en adelante todo desplazamiento y giro que se mencione es relativo entre el suelo y la estructura. La estructura es considerada como un cuerpo rígido moviéndose sobre el suelo.

Se considera desplazamiento y giro positivo de la estructura según muestra la figura.

Figura 18

Las fuerzas que actúan sobre los canisters son la fuerza elástica opuesta al desplazamiento y la fuerza de



actúan sobre el desplazamiento fuerza elástica

amortiguamiento opuesta a la velocidad; ambas dependen del desplazamiento relativo en la base.

Si y es el desplazamiento relativo respecto al centro de gravedad la sumatoria de fuerzas resulta:

El desplazamiento total del centro de gravedad es $y + \psi \cdot h$ y puede descomponerse en y con lo que la ecuación resulta:

Donde y es el desplazamiento del suelo.

El giro y el desplazamiento de la estructura son dos grados de libertad dinámicos, y en este caso diremos que están acoplados porque el giro interviene en la ecuación de fuerzas y el desplazamiento interviene en la ecuación de momentos.

Respecto a los momentos que aparecen, se tendrá además de los producidos por la rigidez al vuelco del suelo y el amortiguamiento por giro, los producidos por las fuerzas de corte en la base respecto al centro de gravedad. De esta forma la ley de Newton resulta:

Multiplicando por (-1) ambas ecuaciones y reescribiendo en forma matricial:

$$=$$

$$M=$$

$$C=$$

$$K=$$

$$=$$

Cabe destacar que el amortiguamiento de este sistema es no proporcional, es decir que la matriz de amortiguamiento no puede expresarse como combinación lineal de las matrices de rigidez y de masa, por ello, la solución debe plantearse en espacio de estados y los modos naturales de vibración son complejos.

Interesará conocer el valor de las sollicitaciones elásticas en la base. La primera componente de \mathbf{u} equivale al corte basal V y para calcular el Momento en la base se realiza:

Donde M es la segunda componente del vector \mathbf{u} .

4.2 Espacio de Estados.

La ecuación del movimiento de un sistema de n grados de libertad es:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t)$$

Donde $\mathbf{F}(t)$ es el vector de fuerzas externas. Para encontrar una solución modal esta ecuación debe ser reescrita como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (a)$$

O como,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (a')$$

Donde

Y

El nuevo sistema de ecuaciones tiene $2n$ ecuaciones y las matrices $[A]$ y $[B]$ son de $2n \times 2n$.

4.3 Modos Naturales de vibración amortiguada.

Los modos y frecuencias naturales de vibración se obtendrán de la solución homogénea de la ecuación (a):

(b)

La solución es de la siguiente forma:

(c)

Donde los ϕ_i representan los modos en espacio de estados. Substituyendo (c) en (b) obtenemos:

Y para que exista solución no trivial debe cumplirse la ecuación característica:

$$\det=0$$

La solución implica $2n$ valores propios λ_i y $2n$ valores propios μ_i .

El vector posición puede a su vez ser expresado como:

Donde ω_i es el modo de vibración de la estructura. Reescribiendo:

Entonces:

El modo ω_i contendrá al modo de vibración en sus últimas n posiciones. Los valores propios serán complejos:

Donde y

Como se dijo anteriormente los modos son complejos y de la forma.

Al ser en espacio de estados $2n$ las ecuaciones, se tendrá $2n$ valores propios y vectores propios. Se tendrán n y sus n conjugados, y n valores y sus n modos conjugados.

La solución en oscilaciones libres para una determinada frecuencia será la suma de las soluciones para dicha frecuencia, es decir, un modo con su valor propio sumado al modo conjugado con la frecuencia conjugada.

=

Con las constantes A y B que resultan de colocar las condiciones de borde. De esta forma al sumar las soluciones conjugadas desaparece la parte imaginaria (no tiene sentido físico un desplazamiento imaginario).

Interpretación de un modo complejo

Para este caso en que tenemos 2 G.L.D siendo el primero el desplazamiento del centro de gravedad de la estructura y el segundo el giro alrededor del mismo los modos de vibración serán dos y se presentarán como dos pares de modos complejos conjugados. Representando solo uno de ellos los vectores serán de la siguiente forma:

y su conjugado

Entendiéndose por u al desplazamiento y ψ al giro con los subíndices que denotan su condición de parte real (real) o imaginaria (imag) del número complejo.

La solución de la primera coordenada (desplazamiento u) cuando la estructura oscila en dicho modo puede escribirse como:

. α es la parte real del correspondiente valor propio y es negativo en todos los casos (recordando). Reescribiendo:

A partir de las identidades de Euler:

Reemplazando la parte imaginaria desaparece y la solución para este grado de libertad en de la forma:

Haciendo un desarrollo análogo se obtiene que:

El desplazamiento y el giro no estarán en fase cuando hay modos complejos de vibración; es decir cada grado de libertad oscilará con la misma frecuencia natural amortiguada pero no estarán en fase. El ángulo de fase entre una componente y otra vibrando en un modo se calcula como:

Los modos de vibración, frecuencias naturales y amortiguamientos calculados para la dirección Y son:

, ,

, ,

Los modos pueden ser multiplicados por cualquier valor real y siguen siendo modos. En este caso los hemos transcritos tal cual los devuelve la resolución de autovalores en el programa MATLAB. Se utilizan los subíndices 1 y 3 porque hay cuatro modos de vibración y los dos primeros representan el mismo modo expresado en valores de complejos conjugados tanto en las componentes del modo como en sus respectivos valores propios.

Los ángulos de fase entre las componentes para cada modo son θ_1 y θ_3 . Ocurre algo curioso; el modo de menor frecuencia natural presenta mayor desfase que el segundo modo,

cosa que no ocurre cuando los modos son reales, donde el primer modo tiene cero desfase entre las componentes y el segundo exactamente 180° .

5 MÉTODOS DE CÁLCULO

5.1 Método de respuesta en Frecuencias.

Como se ha visto el sistema de ecuaciones de fuerzas y momentos se expresa de la siguiente manera para este caso:

Este método consiste en eliminar transitoriamente la variable tiempo mediante transformadas de Fourier, introduciendo la variable frecuencia en carácter de variable independiente. Este método está limitado a su aplicación a problemas lineales en los cuales es posible aplicar el principio de superposición.

La transformada continua de la función real $u(t)$ de variable se denota $U(\omega)$ y su definición indica:

Se aplica de forma discreta mediante transformada rápida de Fourier (FFT).

Se explicitan a continuación las propiedades de las transformadas que son de utilidad para resolver ecuaciones diferenciales.

Con la notación \mathcal{F} :

Siendo

Esta última propiedad es la que permite que disminuir el orden de las ecuaciones diferenciales cuando se realiza el cambio de dominio.

De esta forma las ecuaciones de equilibrio en el dominio de las frecuencias resultan:

Llamaremos rigidez dinámica del sistema a la matriz:

Pre multiplicando la ecuación por la matriz

Es decir,

Donde y son las transformadas del desplazamiento y el giro respectivamente, m es la masa del silo e es la transformada de la aceleración del suelo.

El acelerograma dato debe transformarse en forma discreta mediante FFT(Fast Fourier Transform) y de esta forma pueden conocerse los valores de y y θ . Luego se aplica la anti transformada de Fourier (iFFT) y se obtiene y y θ .

De esta forma se calcula instante a instante el vector:

Donde $P(t)$ es el corte en la base y M es el momento en el centro de gravedad. Será necesario calcular el vuelco en la base como:

Donde h es la distancia vertical entre la base y el centro de gravedad de la estructura.

De esta forma se buscan los máximos de $P(t)$ y $M(t)$ en el tiempo y estas serán las máximas sollicitaciones en la interface suelo-estructura. Cabe aclarar que los máximos de corte y vuelco no ocurren por lo general en el mismo momento.

5.2 Respuesta de un oscilador simple.

La ecuación de fuerzas para un oscilador simple de un grado de libertad dinámico resulta:

Donde u representa el desplazamiento relativo entre la masa y el suelo. K , C y M son la rigidez, amortiguamiento y masa de un oscilador simple respectivamente.

Utilizando transformadas de Fourier y escribiendo la ecuación en el dominio de las frecuencias:

Sabiendo que la relación de amortiguamiento se define como ζ y que la frecuencia natural del resorte es ω_n puede reescribirse:

Esta es la transformada de Fourier del desplazamiento del oscilador con amortiguamiento y frecuencia natural ω_n ante una aceleración del suelo \ddot{u}_g . Anti transformando se obtiene $u(t)$.

Se define a la Pseudo aceleración espectral PSA como el producto entre el cuadrado de la frecuencia natural y la máxima respuesta de dicho oscilador ante un determinado movimiento sísmico. Entonces reescribiendo la identidad anterior:

Anti transformando y buscando el máximo de la anterior función en el tiempo se obtiene:

Haciendo este mismo cálculo para las respuestas de muchos osciladores con distinta frecuencia natural y el mismo amortiguamiento se obtienen los espectros de respuesta para un determinado amortiguamiento.

Por ejemplo mostramos algunos espectros que resultan del acelerograma N° 1 a 2m de profundidad con distintos valores de amortiguamiento.

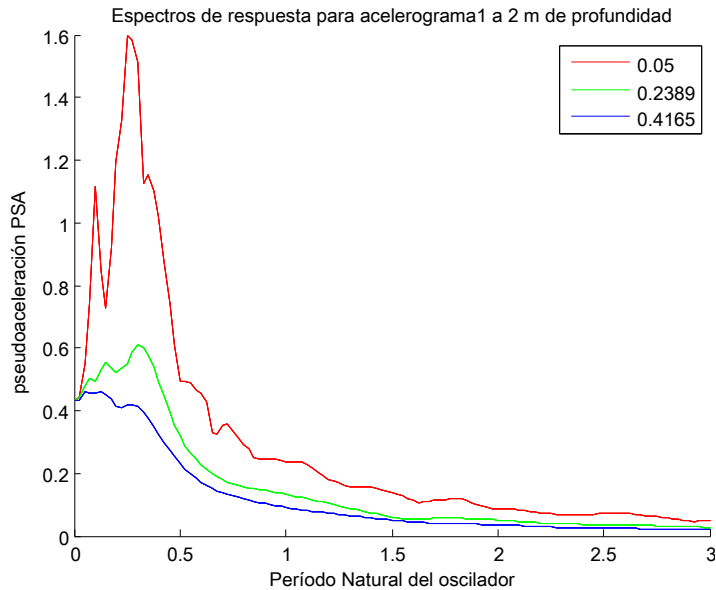


Figura 19

Las relaciones de amortiguamiento elegidas son 5% (el que utiliza el CIRSOC para sus Espectros de respuesta), 23,9% y 41,7% (valores que se corresponden con los amortiguamientos de los modos de vibración en la dirección Y). Puede notarse la disminución de las PSA con distintos valores de amortiguamiento. Estos valores espectrales serán utilizados posteriormente en el Método Modal Espectral.

5.3 Descomposición Modal

La solución del vector en espacio de estados puede ser expresada como la combinación lineal de los modos en espacio de estado. Por sustitución de la transformación:

$$(d)$$

Donde $[s]$ ($2n \times 2n$) es la matriz modal en espacio de estados y $(2n \times 1)$ el vector de coordenadas modales. Reemplazando en (a') y premultiplicando por el modo traspuesto

Que por ortogonalidad de modos se puede reducir de la siguiente forma:

$$(e)$$

Donde q_r es la coordenada modal del modo r . Si introducimos las siguientes variables:

Donde α_r , β_r y γ_r son escalares complejos, y la ecuación (e) puede ser obtenida para cada uno de los $2n$ modos del sistema en consideración logrando así un conjunto de ecuaciones desacopladas de la forma:

$$r=1,2,\dots,2n \quad (f)$$

Teniendo en cuenta que los modos se presentan de pares complejos conjugados, puede demostrarse que el anterior sistema de ecuaciones independientes puede expresarse de a pares de ecuaciones:

$$r=1,2,\dots,n \quad (g)$$

$$r=1,2,\dots,n \quad (g')$$

Donde

5.3.1 Solución de la ecuación desacoplada

Las ecuaciones (g) representan un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias independientes que pueden ser resueltas cada una por separado.

Veremos un procedimiento que consiste en tratar el efecto de la fuerza como la superposición de impulsos infinitesimales. Para analizar la respuesta ante un impulso unitario colocado en $t=0$ se reemplaza la carga por la función Delta de Dirac $\delta(t)$:

Integrando cada término desde 0 hasta t :

Reemplazando $t=0$ (instante posterior al impulso unitario):

Puede verse que al final del impulso unitario el sistema quedará en vibraciones libres con la siguiente condición inicial:

Como la ecuación del movimiento que rige el movimiento después del impulso es la solución homogénea (porque ya no hay fuerza aplicada) que es de la forma:

A partir de la condición inicial encontrada anteriormente

Cuando el impulso unitario está en el instante τ se llega de la misma forma a la siguiente expresión

Esta es la respuesta ante un impulso unitario, por linealidad de efectos la carga puede dividirse en impulsos d que provocarán cada uno la siguiente respuesta:

*

La función desplazamiento provocada por la carga será la suma integral de todas las respuestas provocadas por los impulsos parciales:

Siguiendo un procedimiento similar es fácil demostrar que la coordenada modal de los modos complejos conjugados, es decir la solución de la ecuación g' es la siguiente:

Por la propiedad de que el complejo conjugado de una suma es igual a la suma de los términos conjugados y que el complejo conjugado de un producto es el producto de los conjugados:

=

Entonces queda demostrado que la coordenada modal del modo conjugado es el complejo conjugado de la coordenada modal. De esta forma la transformación de coordenadas puede ser expresada como:

Donde Re se entiende por "parte real de".

5.3.2 Respuesta ante excitaciones sísmicas

Ahora explicitaremos la forma de alcanzar \mathbf{u} a partir de lo expuesto en espacio de estados. Recordamos que:

Donde las últimas n componentes del vector implican:

Pero para el caso de excitaciones sísmicas el vector de fuerzas externas se convierte en:

Donde \ddot{u}_g es la aceleración del suelo y $\mathbf{1}$ para este caso porque se considera que el sismo solo produce desplazamientos horizontales y no distorsiones que puedan generar giros en la base y por ende aceleraciones angulares. Entonces para excitaciones sísmicas puede ser expresado como:

Donde

Entonces por sustitución:

Nótese que este escalar complejo indica el grado de participación de cada uno de los modos en la respuesta total del sistema.

Definiremos

Y al vector $\mathbf{1}$ lo dividiremos en los vectores de componentes reales $\mathbf{1}_r$ y de componentes imaginarias $\mathbf{1}_i$ tales que:

Entonces la respuesta sísmica puede expresarse como. Recordando que:

$$+ i$$

Donde ω_n se entiende a la frecuencia natural del modo sin amortiguamiento y ω_d a la frecuencia natural amortiguada.

La parte real del producto de dos números complejos es el producto de las componentes reales menos el producto de las componentes imaginarias, podemos expresar entonces:

Pero la segunda integral es la respuesta de un oscilador simple con amortiguamiento ζ y frecuencia natural ω_n ante el movimiento del suelo \ddot{u}_g .

Se llamará y al desplazamiento y velocidad del oscilador simple ante el movimiento sísmico dato.

Entonces:

Esta es la forma en que pueden combinarse los modos; conociendo el desplazamiento y la velocidad de cada oscilador simple (uno por modo) a cada instante.

5.4 Combinación Modal Espectral. Villaverde-Newmark

El método espectral de Villaverde-Newmark hace simplificaciones para amortiguamientos pequeños y considera:

La respuesta puede dividirse en varias respuestas modales;

Villaverde propone un método aproximado para hallar las máximas respuestas sísmicas en función de los valores máximos de V y D de un oscilador simple para el movimiento del suelo dato. Estos los llamaremos S_V y S_D . Cabe aclarar que el máximo valor de ambas variables nunca es máximo al mismo tiempo, y cuando ocurre S_D la velocidad necesariamente es cero porque es el momento cuando la misma cambia de signo.

Plantea entonces la siguiente inecuación para delimitar el máximo posible de la respuesta modal:

El límite superior de esta inecuación es demasiado conservador, por lo que se propone combinar ambos términos como la raíz de la suma de los cuadrados. Esto es:

Ecuación que se realiza componente a componente y que tiene el inconveniente de pérdida de información respecto al valor relativo de los desplazamientos de distintos grados de libertad; que no se presentan en valores máximos en simultáneo ni tampoco tienen necesariamente el mismo signo. Villaverde resuelve la incertidumbre del signo de las componentes de la siguiente manera.

Pero como los valores máximos de velocidad no se presentan con fácil disponibilidad porque los espectros de respuesta son para desplazamientos Villaverde adopta la siguiente aproximación:

Recordando que Villaverde mantiene la hipótesis de amortiguamientos bajos resulta:

Entonces,

O lo que es lo mismo:

Donde denota el módulo de la componente i del vector correspondiente al modo r .

Ya obtenidas todas las componentes del vector el vector de fuerza elástica para cada modo se calcula de la siguiente manera:

Y la forma en que se recomienda combinar las fuerzas máximas modales es a través de la suma cuadrática.

Para este caso esto no se aplica en la segunda coordenada. Se calcula Primero y posteriormente:

Otra forma de combinar las respuestas modales es a través una corrección en la suma cuadrática como se muestra a continuación:

Donde se denomina factor de correlación modal y se obtiene de la siguiente forma para cada coordenada:

6 RESULTADOS

En primera instancia el objetivo principal de esta P.S era aplicar el método de superposición Modal Espectral y comparar los resultados con los de la Memoria de Cálculo del diseño de fundaciones de estructuras de Retube Canister a cargo de los Doctores Federico Pinto y Carlos A. Prato en la que se aplica el método de respuesta en frecuencia considerando el amortiguamiento material.

La superposición modal Espectral en esta P.S inicialmente se hizo bajo la hipótesis de que el amortiguamiento material no tiene influencia considerable en el amortiguamiento total; por lo que inicialmente no se consideró. Los resultados presentaron una enorme diferencia en las solicitaciones máximas de vuelco entre uno y otro método de cálculo.

Se presentan el valor absoluto de las solicitaciones máximas de corte basal, momento en c.g y momento de vuelco en la base para el acelerograma1 actuando en la dirección Y:

Método de Respuesta en frecuencias según cálculos previos (R.F)

Combinación Modal Espectral (C.M.E-solo con amortiguamiento geométrico)

-sin considerar coeficiente en la suma cuadrática.

-Considerando coeficiente en la suma cuadrática:

Con

El coeficiente toma un valor para cada componente del sistema de ecuaciones. Como el momento de vuelco es el resultado de la combinación de y resulta confuso que valor de alfa considerar. Se ha presentado el mayor que resulta de utilizar el valor α de la primera componente. Utilizando el de la segunda resulta .

Se presentan las diferencias porcentuales entre ambos métodos:

La gran diferencia motivó a investigar el porqué de los resultados. Se aplicaron varios métodos de resolución global como el método de respuesta en frecuencia, Combinación Modal Instante a Instante y Combinación modal espectral y para la solución de osciladores simples método de respuesta en frecuencia e Integración numérica en el tiempo.

La primera suposición fue que el error puede deberse a que Villaverde hace una simplificación en su fórmula para casos de bajo amortiguamiento. Se hizo el desarrollo de Duhamel para expresar la velocidad de un oscilador simple y así se obtuvo la expresión exacta de la combinación Modal. La solución de esta expresión se realizó en todo el dominio del tiempo y se buscaron las sollicitaciones máximas que se mostraron más cercanas a la de la Memoria de Retube Canisters pero mantenían una diferencia considerable en el valor máximo de .

Combinación Modal (C.M-sin considerar amortiguamiento material)

Se probó sumar a los amortiguamientos de cada modo el amortiguamiento material obtenido con SHAKE2000 y de esta forma la superposición Modal dio resultados muy próximos a los de la Memoria.

Se reemplaza el amortiguamiento modal por

Combinación Modal (C.M-considerando amortiguamiento material)

Esta proximidad incitó la ejecución del método de respuesta en frecuencia para la solución del sistema pero sin considerar el Amortiguamiento Material; devolvió resultados idénticos a la Superposición Modal Instante a Instante.

Método de respuesta en frecuencia (sin considerar amortiguamiento material)

Aplicando el método de respuesta en frecuencia sin Amortiguamiento Material se concluyó que este último tiene incidencia en la disminución de las sollicitaciones de Vuelco.

El resultado de la aplicación del método de respuesta en frecuencia con (es decir considerando amortiguamiento material) no fue igual al correspondiente a la aplicación del mismo método en la memoria.

Esto se debe a que se ignoró que por debajo de la frecuencia natural del estrato de suelo el amortiguamiento geométrico es nulo. Con dicha consideración los resultados propios del método de respuesta en frecuencia son idénticos a los de la Memoria de Cálculo de Retube Canisters.

Se aplica Villaverde-Newmark con los valores espectrales de desplazamiento afectados por el amortiguamiento Material:

Combinación Modal Espectral (C.M.E-considerando amortiguamiento material)

-Considerando

Con

Y con

La consideración del amortiguamiento material disminuye las sollicitaciones de vuelco y corte basal. El corte queda por debajo de la solución exacta en un 20 % y el vuelco queda por encima en un 21,8 %. La combinación Modal Espectral es un método aproximado.

Se presentan en anexo1 las tablas con los resultados en ambas direcciones.

Investigaciones futuras

Cuando la matriz K tiene parte imaginaria debido al amortiguamiento material aparecen 4 modos distintos de vibración con sus correspondientes frecuencias naturales de vibración y amortiguamientos. Queda pendiente para una investigación posterior verificar si la Combinación Modal con estos cuatro modos da resultados próximos al Método de respuesta en frecuencia considerando . Por otra parte Villaverde-Newmark puede aplicarse para los valores espectrales correspondientes a cuatro modos naturales de vibración con sus respectivos en la suma cuadrática.

La curiosidad más importante es que estos cuatro amortiguamientos modales resultantes de considerar en comparación con los dos amortiguamientos modales resultantes de considerar presentan una diferencia que coincide en forma aproximada al amortiguamiento material.

Es decir, los cuatro valores de amortiguamiento modal utilizando resultan:

Siendo y los valores de amortiguamiento de los modos naturales de vibración cuando se considera solo .

7 CONCLUSIONES

La secuencia de cálculo y la disconformidad en los resultados iniciales han modificado los objetivos durante el desarrollo de esta práctica supervisada.. El riguroso control que fue efectuado a partir de la diferencia de resultados motivó la aplicación de otras metodologías de análisis. Los espectros de respuesta mediante Respuesta en frecuencias fueron corroborados con Integración en el tiempo y la solución “exacta” mediante Respuesta en frecuencias fue corroborada mediante combinación modal instante a instante.

Considerando que la Combinación Modal Espectral es un método aproximado de cálculo que necesita poca información y se abastece simplemente de los espectros de respuesta para amortiguamientos determinados, ha dado resultados próximos a la solución exacta. Se necesitan espectros modificados para cada valor de amortiguamiento. La utilización

del factor de correlación modal ha acercado las solicitaciones de vuelco y alejado las solicitaciones de corte basal a la solución exacta. Para este problema en que solo se tiene dos grados de libertad dinámicos y los modos naturales de vibración presentan frecuencias muy distintas (por lo que) la utilización del factor de correlación no tiene incidencia importante. Cabe aclarar que cuando existen más G.L.D la incidencia de los en la suma cuadrática va tomando mayor relevancia, motivo por el que se recomienda su utilización.

Queda pendiente probar esta metodología con la utilización de los Espectros de Respuesta del reglamento IMPRES-CIRSOC -103 (modificados para cada amortiguamiento) para así poder prescindir de acelerogramas de diseño que es información muy específica que no se dispone en el común de los casos.

El desarrollo de la combinación modal instante a instante a partir de la ecuación aproximada de Villaverde surgió porque los amortiguamientos modales son elevados y fue la primera suposición de causa de error en los cálculos. Ha sido de gran importancia personal corroborar en la práctica esta ecuación; los resultados del método de respuesta en frecuencia sin son idénticos a los de esta ecuación sin considerar el .

Se ha trabajado intensamente en una mejora de la fórmula aproximada de Villaverde a partir de la Combinación Modal exacta. No se ha logrado una interesante mejora y queda pendiente para otros trabajos.

Los fenómenos de disipación de energía fueron la principal causa de dispersión de resultados. La hipótesis inicial de que el amortiguamiento material no tiene gran incidencia fue refutada durante el proceso de cálculo. Ha sido relevante para las solicitaciones de vuelco que son las que producen tensiones normales en el suelo.

8 BIBLIOGRAFÍA

Federico Pinto y Carlos A. Prato (2013), “Memoria de Cálculo del Diseño de Fundaciones de Estructuras de Retube Canisters”. Centro de Vinculación de Ensayos No Destructivos y de Evaluación de Obras de Infraestructura Civil, Universidad Nacional de Córdoba.

Roberto Villaverde y Nathan M. Newmark (1980) “SEISMIC RESPONSE OF LIGHT ATTACHMENTS TO BUILDINGS”. DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING ,UNIVERSITY OF ILLINOIS AT URBANA-CHAMPAIGN ,URBANA, ILLINOIS.

Marcos Kantor, (2012)“Evaluación de estabilidad dinámica de suelos para obras auxiliares en la Central Nuclear de Embalse, Río Tercero.” Centro de Vinculación de Ensayos No Destructivos y de Evaluación de Obras de Infraestructura Civil, Universidad Nacional de Córdoba.

Gerard Lallement , Daniel J. Inman ,“A TUTORIAL ON COMPLEX EIGENVALUES”. Laboratoire de Mecanique Appliquee, Route de Gray, Universite **de** France-Comte.

Federico Pinto, “Clase N° 7 Interacción Suelo-Estructura”. Maestría en Ciencias de la Ingeniería, Mención Estructuras y Geotecnia, U.N.C.

F.E. Richard, J.R.Hall,R.D Woods, (1970), “VIBRATION OF SOILS AND FOUNDATIONS”. Department of Civil Engineering,University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.

9 ANEXOS

9.1 Síntesis de Resultados

Dirección Y			
Metodología de análisis	Solicitud Máxima		(R-Rpinto)%
Respuesta en frecuencias de Memoria F. Pinto.	P(KN)	10142	-
	Mg(KNm)	16539	-
	Mb(KNm)	49533	-
Villaverde sin α y sin ξ material	P(KN)	9951	-1.9%
	Mg(KNm)	32642	97.4%
	Mb(KNm)	68733	38.8%
Villaverde sin α y con ξ material	P(KN)	8992	-11.3%

	Mg(KNm)	30188	82.5%
	Mb(KNm)	62384	25.9%
Villaverde con α y sin ξ material	P(KN)	8980	-11.5%
	Mg(KNm)	29548	78.7%
	Mb(KNm)	66288	33.8%
Combinación Modal y sin ξ material	P(KN)	10807	6.6%
	Mg(KNm)	23899	44.5%
	Mb(KNm)	54501	10.0%
Combinación Modal y con ξ material	P(KN)	9862	-2.8%
	Mg(KNm)	16081	-2.8%
	Mb(KNm)	48161	-2.8%
Respuesta en frecuencias sin Kimag	P(KN)	10807	6.6%
	Mg(KNm)	23838	44.1%
	Mb(KNm)	54503	10.0%
Respuesta en frecuencias con K imaginario	P(KN)	9547	-5.9%
	Mg(KNm)	16932	2.4%
	Mb(KNm)	48392	-2.3%
Villaverde con α y con ξ material	P(KN)	8114	-20.0%
	Mg(KNm)	27592	66.8%
	Mb(KNm)	60337	21.8%
R.F con ξ_{mat} y con Cgeométrico=0 para $\omega > 3,57$)	P(KN)	10135	-0.1%
	Mg(KNm)	16535	0.0%
	Mb(KNm)	49501	-0.1%

Metodología de análisis	Dirección X		(R-Rpinto)%
	Solicitud Máxima		
Respuesta en frecuencias de Memoria F. Pinto.	P(KN)	9579	-
	Mg(KNm)	17331	-
	Mb(KNm)	47969	-
Villaverde sin α y sin ξ material	P(KN)	8443	-11.9%
	Mg(KNm)	41960	142.1%
	Mb(KNm)	70678	47.3%
Villaverde sin α y con ξ material	P(KN)	7757	-19.0%
	Mg(KNm)	39291	126.7%
	Mb(KNm)	65356	36.2%

Villaverde con α y sin ξ material	P(KN)	8450	-11.8%
	Mg(KNm)	30169	74.1%
	Mb(KNm)	69409	44.7%
Combinación Modal y sin ξ material	P(KN)	8380	-12.5%
	Mg(KNm)	22017	27.0%
	Mb(KNm)	48448	1.0%
Combinación Modal y con ξ material	P(KN)	7837	-18.2%
	Mg(KNm)	15428	-11.0%
	Mb(KNm)	42719	-10.9%
Respuesta en frecuencias sin K_{imag}	P(KN)	8379	-12.5%
	Mg(KNm)	22018	27.0%
	Mb(KNm)	48449	1.0%
Respuesta en frecuencias con $K_{imaginario}$	P(KN)	7514	-21.6%
	Mg(KNm)	16389	-5.4%
	Mb(KNm)	44055	-8.2%
Villaverde con α y con ξ material	P(KN)	7764	-18.9%
	Mg(KNm)	28161	62.5%
	Mb(KNm)	64146	33.7%
R.F con ξ_{mat} y con $C_{geométrico}=0$ para $\omega > 3,57$)	P(KN)	9573	-0.1%
	Mg(KNm)	17322	-0.1%
	Mb(KNm)	47938	-0.1%