

BASES DE HORMIGÓN ARMADO

Construidas con hormigones H-30 y menores

7.1.- Generalidades

El Reglamento CIRSOC 201-2005, Capítulo 15, contempla solo las zapatas rectangulares de fundación. En nuestro medio, sin embargo, es muy común la construcción de bases que tienen su parte superior en forma tronco-piramidal. Las hipótesis generales que plantea el Reglamento para las zapatas rectangulares permiten encarar el análisis en flexión y punzonamiento de las zapatas tronco-piramidales con ajustes menores. No ocurre lo mismo en el caso del corte.

En particular se analizarán bases aisladas construidas con hormigones H-30 y menores ($f'_c \leq 30$ MPa) al sólo efecto de simplificar la secuencia de cálculo. La misma puede ser generalizada a otros hormigones con muy poco esfuerzo adicional.

Estas notas, las expresiones y los ejemplos desarrollados están basados en columnas y bases hormigonadas "in situ", construidas con hormigones de calidades similares y cubren los esquemas estructurales mostrados en la Figura 7.1.1.

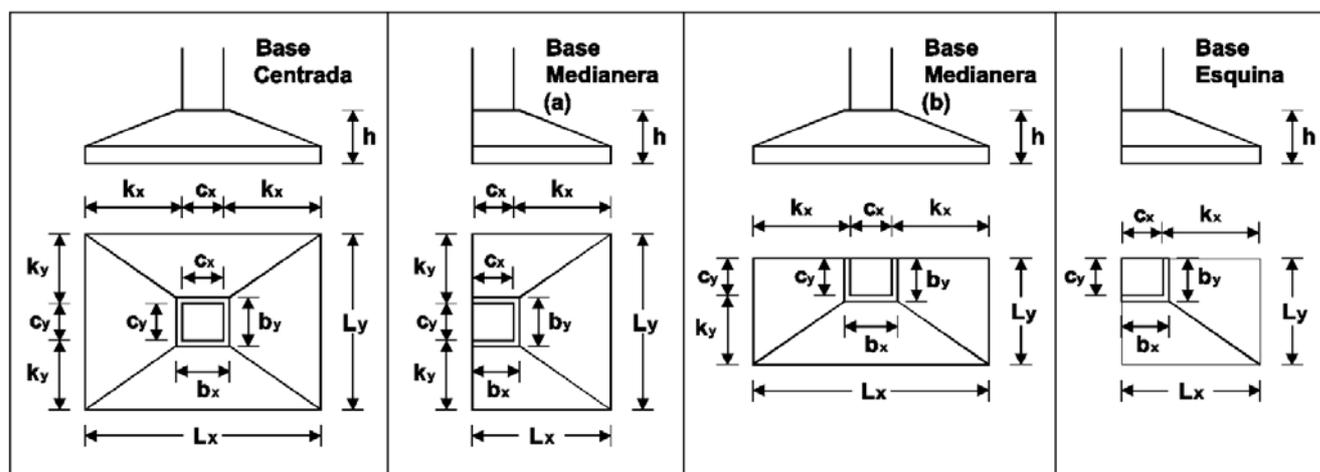


Figura 7.1.1

La superficie de contacto de las bases se supone determinada en función de las recomendaciones dadas por el Estudio de Suelos. En lo que sigue, se supondrá que la base verifica adecuadamente los aspectos relacionados con seguridad del suelo frente a la rotura y a asentamientos absolutos y relativos admisibles como así también a los aspectos relacionados con la rigidez relativa suelo-base.

Los criterios que se exponen arrojarán como resultado bases que no tendrán armaduras de corte ni de punzonamiento como así tampoco armadura comprimida por flexión (doble armadura).

7.2.- Condición resistente

7.2.1.- Formato general

Como en otros casos, el procedimiento consiste en identificar las secciones críticas para las diferentes solicitaciones y verificar que en ellas se cumpla:

$$\begin{aligned} \text{Resistencia requerida} &\leq \text{Resistencia de diseño} \\ (\text{Solicitud calculada para cargas mayoradas}) &\leq \text{Resistencia minorada} \end{aligned}$$

donde

$$\text{Resistencia diseño} = \phi \cdot \text{Resistencia nominal} \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículo 9.1.1})$$

con

$$\phi = \text{Coeficiente de reducción de resistencia} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Flexión} = 0,90 \\ \text{Punzonamiento} = 0,75 \\ \text{Corte} = 0,75 \end{array} \right. \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículo 9.3.2})$$

7.2.2.- Secciones críticas

Por brevedad se analiza una sola de las dos bases medianeras mostradas en la Figura 7.1.1 aunque luego se dan las expresiones de cálculo correspondientes a las dos.

En todas las figuras las secciones críticas se indican en línea de puntos y las áreas rayadas representan la superficie de acción de reacciones del suelo a considerar en cada sección crítica.

7.2.2.1.- Flexión

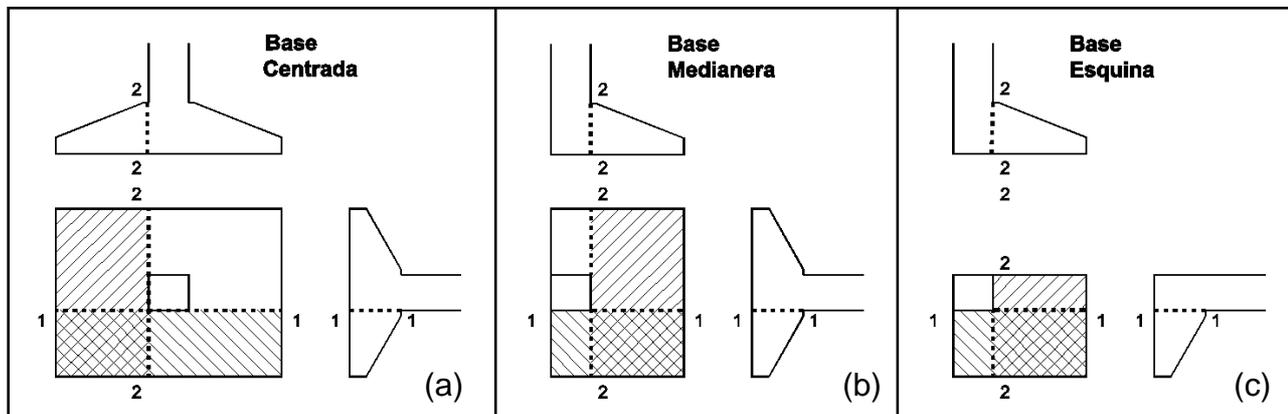


Figura 7.2.2.1.1

Las secciones críticas para flexión son planos verticales que pasan por las caras de la columna (Figura 7.2.2.1.1). Se trata en definitiva de líneas de rotura que pasan tangentes a las caras de la columna.

En los cálculos se introduce una simplificación que deja los resultados del lado seguro: se supone que la sección resistente es de ancho constante e igual al menor ancho de la sección transversal (Figura 7.2.2.1.2).

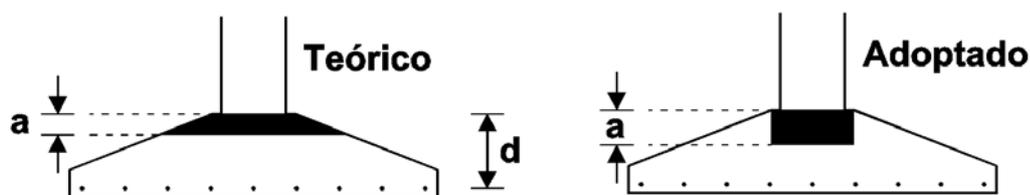


Figura 7.2.2.1.2

7.2.2.2.- Corte

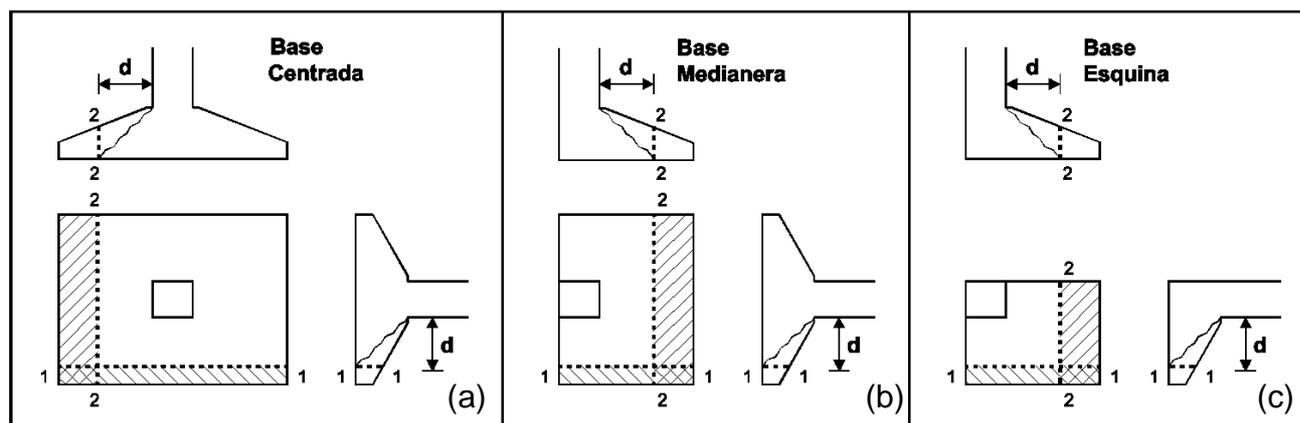


Figura 7.2.2.2.1

El CIRSOC 201-2005, artículo 11.1.3.1, indica que las secciones críticas para el corte, en las condiciones de carga de los elementos estructurales en estudio, se deben ubicar a una distancia "d" de las caras de las columnas (Figura 7.2.2.2.1) pero no contempla específicamente el análisis bajo solicitaciones de corte de secciones de ancho variable. Si bien una hipótesis conservadora podría consistir en tomar como ancho resistente el menor ancho de la sección, tal como se ha hecho al ver flexión, esta hipótesis resulta exageradamente conservadora y obligaría bien a proyectar bases con alturas innecesariamente grandes o bien a utilizar bases de ancho constante con la altura. Esta última solución es utilizada en otros lugares del mundo aunque no es la costumbre más difundida en nuestro medio.

En la bibliografía [Referencia (1)] se indica que en elementos sin armadura de alma, la resistencia al corte puede suponerse compuesta por:

- El aporte de la zona de hormigón comprimido
- El efecto pasador de las armaduras de flexión (dowel action)
- El efecto de engranamiento de agregados en la zona fisurada (aggregate interlock)

Los ensayos que se han venido realizando en los últimos treinta años [Referencia (1)] muestran que el aporte de la zona comprimida, aún cerca de la rotura, representa solamente alrededor del 25% de la resistencia total al corte. Las secciones resistentes al corte mostradas en la Figura 7.2.2.2.1 presentan su menor ancho en la zona comprimida y anchos crecientes al aproximarse a las armaduras.

En estos ejemplos se propone adoptar el siguiente criterio para evaluar la resistencia al corte:

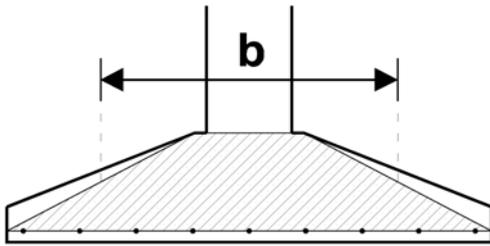


Figura 7.2.2.2.2

- a) Suponer que la resistencia al corte de la zona comprimida de hormigón está provista por un sector de ancho constante e igual al menor ancho de la sección.
- b) Suponer que el resto del corte está provisto por una sección con un ancho igual al ancho promedio entre el mínimo y el máximo que presenta la sección (Figura 7.2.2.2.2)

Es decir:

$$V_n = V_c = [0,25 \cdot b_{\text{mín}} + 0,75 \cdot (b_{\text{máx}} + b_{\text{mín}}) / 2] \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} / 6 =$$

$$V_n = (5 \cdot b_{\text{mín}} + 3 \cdot b_{\text{máx}}) \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} / 48$$

La expresión anterior:

- a) Subvalora ligeramente el aporte de la zona comprimida dado que ésta es de ancho variable y creciente con el aumento de la profundidad del eje neutro.
- b) Subestima el efecto de engranamiento de agregados pues el mismo es proporcional al área de la sección transversal y en la Figura 7.2.2.2.2 se observa que no toda la sección interviene en la expresión.
- c) Subestima el efecto pasador dado que el mismo tiene alguna relación con el ancho de la zona donde se encuentran las armaduras.
- d) No considera el efecto favorable de la inclinación de la resultante de compresiones que se produce por la pendiente que presenta la cara de la zapata.

Aún sin contar con una expresión específica para este tipo de problemas, todo indicaría que la expresión anterior debería resultar segura para la verificación de este tipo de secciones.

No existiendo aún indicaciones reglamentarias ni referencias bibliográficas más específicas, se propone este criterio simplificado para el cálculo de estas secciones.

En los ejemplos, la expresión toma un aspecto algo diferente por la adaptación de unidades.

7.2.2.3.- Punzonamiento

El CIRSOC 201-2005, artículo 11.12.1.2, indica que a los efectos del cálculo, los perímetros críticos pueden tomarse a una distancia no menor que $d/2$ del perímetro de las columnas. Se admite no redondear los perímetros críticos alrededor de las esquinas de las columnas. De esta forma, los perímetros críticos resultantes son los mostrados en la Figura 7.2.2.3.1.

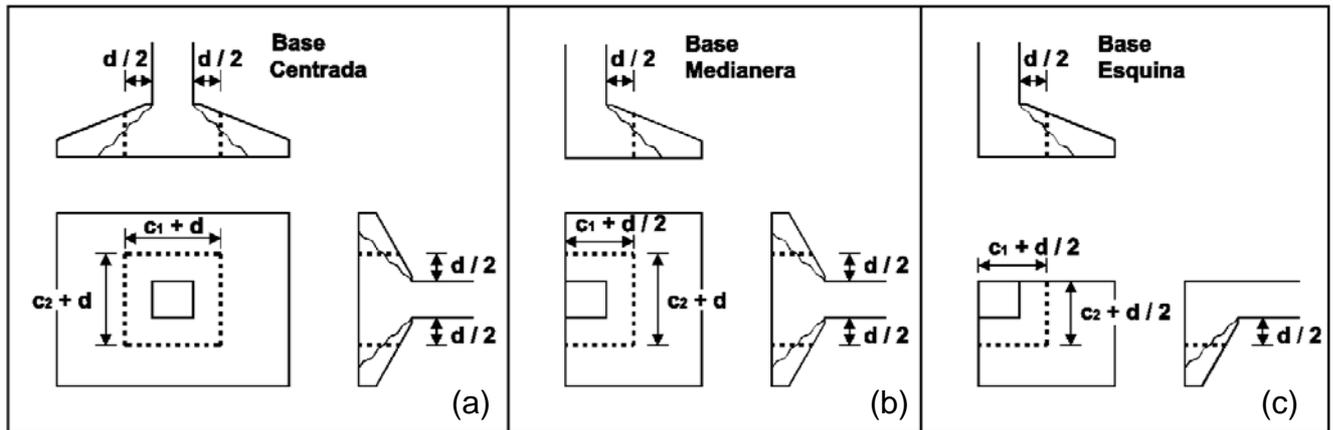


Figura 7.2.2.3.1

La carga efectiva de punzonamiento puede calcularse bien considerando la reacción del suelo que se encuentra por fuera del perímetro crítico o bien como la carga de la columna descontada de la reacción del suelo que se encuentra encerrada por el perímetro crítico.

Las columnas medianeras y de esquina presentan una resultante de las tensiones de contacto en el terreno que no se encuentra alineada con el eje de la columna. En estas condiciones se hace necesario transferir un momento entre la base y la columna. El CIRSOC 201-2005 indica dos caminos a seguir cuando actúan momentos. El más sencillo, artículo 13.5.3.3, consiste en limitar la capacidad resistente al punzonamiento al 75% del aporte del hormigón para bases medianeras y al 50% para bases de esquina. El segundo camino trata el tema mediante un análisis de distribución de tensiones similar al visto en Resistencia de Materiales para el tratamiento de la flexión compuesta. Este segundo enfoque es extremadamente laborioso por lo que aquí se ha adoptado el primero de ellos.

El valor de “ V_c ” se calcula utilizando las siguientes expresiones (artículo 11.12.2.1):

$$V_c \leq \begin{cases} V_c = \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d}{6} \\ V_c = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_o} + 2\right) \cdot \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d}{12} \\ V_c = \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_o \cdot d}{3} \end{cases}$$

La primera de estas expresiones es de aplicación cuando $\beta > 2$ mientras que la última es válida cuando $\beta \leq 2$

donde

- β : Relación entre el lado mayor y el lado menor de la columna
- α_s : $\begin{cases} 40 \text{ para bases centradas} \\ 30 \text{ para bases medianeras} \\ 20 \text{ para bases de esquina} \end{cases}$
- b_o : Perímetro de la sección crítica, en [mm]
- d : Altura útil en la sección crítica, en [mm]
- $\sqrt{f'_c}$: f'_c en [MPa], el resultado de la raíz en [MPa]

En los cálculos se utilizará la altura media entre las correspondientes a cada una de las armaduras principales.

En los ejemplos las expresiones anteriores toman un aspecto algo diferente por la adaptación de unidades y el ordenamiento de los cálculos.

7.2.2.4.- Anclajes (CIRSOC 201-2005, artículo 15.6)

Las secciones críticas para el desarrollo de las longitudes de anclaje son las vistas para flexión. En bases es común mantener el 100% de la armadura hasta los bordes libres y además utilizar ganchos normales.

7.3.- Cuantía mínima y máxima de flexión

La armadura mínima debería ser capaz de resistir adecuadamente un momento igual a 1,2 veces el momento de fisuración. En secciones no rectangulares esto conduce a un cálculo bastante engorroso. En el CIRSOC 201-2005, artículo 10.5.2, está contemplado el caso de los voladizos con el ala traccionada. Tratándose de una situación bastante similar, se ha adoptado este criterio para la adopción de la cuantía mínima en bases. El procedimiento es muy sencillo dado que se trata de aplicar las expresiones de cuantía mínima a un ancho de alma igual a dos veces el ancho de la zona comprimida. Para evitar la realización de cálculos intermedios la cuantía mínima se expresa en términos de momentos reducidos:

Para voladizos con alas traccionadas y $f'_c \leq 30$ MPa: $A_{s\text{ mín}} \geq 2 \cdot 1,4 \text{ MPa} \cdot b_w \cdot d / f_y$
(CIRSOC 201-2005, artículo 10.5.1)

Llamando "a" a la profundidad del eje neutro de tensiones y "k_a" a: $k_a = a / d$

$$a_{\text{mín}} = A_{s\text{ mín}} \cdot f_y / (0,85 \cdot f'_c \cdot b_w) \Rightarrow k_{a\text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} / (0,85 \cdot f'_c)$$

En los ejemplos de flexión se vio que: $m_n = M_n / (0,85 \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d^2) = k_a \cdot (1 - k_a / 2)$

Por lo tanto corresponderá adoptar cuantía mínima siempre que se verifique:

$$m_n \leq m_{n\text{ mín}} = k_{a\text{ mín}} \cdot (1 - k_{a\text{ mín}} / 2)$$

Cabría una verificación adicional para el caso poco frecuente en que el lado de la base resulte menor que dos veces el ancho de la parte superior de la misma. En ese caso habría que tomar la cuantía mínima referida al lado de la base.

La cuantía máxima se calcula en base a una deformación máxima del hormigón comprimido de 0,003 y a una deformación mínima del acero traccionado de 0,005 (artículo 10.3.4). En estas circunstancias el coeficiente de minoración de resistencia valdrá siempre 0,90 (artículo 9.3.2.1). Para evitar la realización de cálculos intermedios la cuantía máxima se expresa en términos de momentos reducidos "m_n". En los ejemplos de flexión se vio que, para las condiciones de deformación anteriores se tiene que:

$$0,003/c = 0,005/(d - c) \Rightarrow c = 0,375 \cdot d \Rightarrow a = \beta_1 \cdot c = 0,85 \cdot 0,375 \cdot d$$

Operando se llega a que, para hormigones con $f'_c \leq 30$ MPa será necesario disponer armadura de compresión (doble armadura) cuando: $m_n \geq 0,268$

En los ejemplos se evita esta situación pues conduce a soluciones poco económicas a bases muy flexibles (poca altura) que difícilmente verificarán las condiciones de corte y punzonamiento.

7.4.- Predimensionamiento

Los textos de origen norteamericano suelen predimensionar la altura de las bases teniendo en cuenta las condiciones de punzonamiento. Cabe recordar que en esos casos se trata de bases de ancho constante con la altura. En el caso de bases de ancho variable estas expresiones con frecuencia no son válidas. En los ejemplos que siguen se propone predimensionar de modo de obtener cuantías de armaduras de flexión superiores a las mínimas pero suficientemente bajas como para que las bases tengan una razonable rigidez y que las alturas no estén exageradamente alejadas de las necesarias por corte y punzonamiento para evitar un número muy grande de iteraciones. Las expresiones propuestas son las siguientes:

$$d_x \approx [6,5 \cdot M_{nx} / (b_y \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} \quad \text{en [m]}$$

$$d_y \approx [6,5 \cdot M_{ny} / (b_x \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} \quad \text{en [m]}$$

donde

Momentos nominales en [kNm]
 Anchos de cálculo en [m]
 f'_c en [MPa]

El factor "6,5" que figura en las expresiones anteriores surge de haber adoptado un $k_a \cong 0,20$, sin embargo podrá ser adaptado por cada proyectista según su propia experiencia.

Las expresiones para el cálculo de los momentos solicitantes se encuentran en la Tabla 2 indicada más adelante.

7.5.- Unidades

Para utilizar las unidades que siguen algunas de las expresiones del Reglamento han tenido que ser adaptadas.

f'_c, f_y	(resistencias)	[MPa]
L_x, L_y, h, d, \dots	(dimensiones lineales)	[m]
A_{sx}, A_{sy}	(áreas de armaduras)	[mm ²]
P_u, P_n	(cargas)	[KN]

7.6.- Secuencia de cálculo

- a) Determinar las dimensiones en planta de la base de acuerdo con los datos del estudio de suelos.
- b) Son datos del problema:
 P_u = carga de la columna calculada para cargas mayoradas [kN]
 Lados de la columna L_x y Lados de la base L_y ambos en [m]
- c) Calcular: β = lado mayor columna / lado menor columna ;
 α_s ; Y ; b_x ; b_y ; b_{wx} ; b_{wy} ; k_x ; k_y ; (Tabla 1)
 $k_{a\text{ mín}}$; $m_{n\text{ mín}}$ (Tabla 2)
 q_u = tensión ficticia de contacto para P_u , $q_u = P_u / (L_x \cdot L_y)$ en [kN/m²]
- d) Calcular los momentos flectores en el borde de la columna:
 M_{ux} y M_{uy} ambos en [kNm] (Tabla 2)
- e) Predimensionar la altura total de la base para obtener cuantías razonables de flexión:
 $d_x \approx [6,5 \cdot M_{nx} / (b_y \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2}$ en [m]
 $d_y \approx [6,5 \cdot M_{ny} / (b_x \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2}$ en [m]
 Altura total mínima = rec. mín + d_b armadura $_x$ + d_b armadura $_y$ + 0,15 m \approx 0,23 m
- f) Adoptar alturas útiles para las verificaciones de punzonamiento (d_{medio}) y corte (d_x y d_y).
- g) Verificar si la altura adoptada proporciona una seguridad adecuada al punzonamiento:
 $P_u - q_u \cdot A_o \leq 0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12$ en [kN]
 A_o = área de la base encerrada por el perímetro crítico en [m²] (Tabla 1)
 b_o = perímetro crítico en [m] (Tabla 1)
 F = mínimo entre F_1 y F_2 donde, para todos los casos:
 $F_2 = (\alpha_s \cdot d / b_o + 2)$ y $F_1 = 4$ si $\beta \leq 2$ o $F_1 = (2 + 4 / \beta)$ si $\beta > 2$
- h) Si la altura resulta insuficiente para proveer una resistencia adecuada al punzonamiento, se incrementa la altura y se repiten los cálculos del punto anterior. Si resulta suficiente se pasa al paso siguiente.
- i) Verificar si la altura adoptada proporciona una seguridad adecuada al corte en ambas direcciones:
 $V_{ux} = q_u \cdot L_y \cdot (k_x - d) \leq 0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$ en [kN]
 $V_{uy} = q_u \cdot L_x \cdot (k_y - d) \leq 0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$ en [kN]
- j) Si la altura resulta insuficiente para proveer una resistencia adecuada al corte, se incrementa la altura y se repiten los cálculos del punto anterior. Si resulta suficiente se pasa al paso siguiente.
- k) Dimensionamiento de las armaduras de flexión (Tabla 2)

Tabla 1

	Centrada	Medianera (a)	Medianera (b)	Esquina
α_s	40	30	30	20
Y	1	0,75	0,75	0,50
b_x [m]	$c_x + 0,05 \text{ m}$ (*)	$c_x + 0,025 \text{ m}$ (*)	$c_x + 0,05 \text{ m}$ (*)	$c_x + 0,025 \text{ m}$ (*)
b_y [m]	$c_y + 0,05 \text{ m}$ (*)	$c_y + 0,05 \text{ m}$ (*)	$c_y + 0,025 \text{ m}$ (*)	$c_y + 0,025 \text{ m}$ (*)
b_{wx} [m]	$(5 \cdot b_x + 3 \cdot L_x) / 8$			
b_{wy} [m]	$(5 \cdot b_y + 3 \cdot L_y) / 8$			
k_x [m]	$(L_x - c_x) / 2$	$L_x - c_x$	$(L_x - c_x) / 2$	$L_x - c_x$
k_y [m]	$(L_y - c_y) / 2$	$(L_y - c_y) / 2$	$L_y - c_y$	$L_y - c_y$
b_o [m]	$2 \cdot (c_x + c_y) + 4 \cdot d$	$2 \cdot c_x + c_y + 2 \cdot d$	$c_x + 2 \cdot c_y + 2 \cdot d$	$c_x + c_y + d$
A_o [m ²]	$(c_x + d) \cdot (c_y + d)$	$(c_x + d/2) \cdot (c_y + d)$	$(c_x + d) \cdot (c_y + d/2)$	$(c_x + d/2) \cdot (c_y + d/2)$

(*) Los valores 0,025 y 0,05 m no son reglamentarios y dependen de cada Proyectista

Tabla 2

Cuantía mínima voladizos	$k_{a \text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} / (0,85 \cdot f'_c)$	
Si en cualquier caso $m_n \leq m_{n \text{ mín}} = k_{a \text{ mín}} \cdot (1 - k_{a \text{ mín}} / 2)$ adoptar: $A_{s \text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} \cdot b \cdot d \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / f_y$ y $A'_s = 0$		
Momento solicitante	$M_{ux} = q_u \cdot L_y \cdot k_x^2 / 2$	$M_{uy} = q_u \cdot L_x \cdot k_y^2 / 2$
Momento nominal necesario	$M_{nx} = M_{ux} / 0,90$	$M_{ny} = M_{uy} / 0,90$
Momento reducido	$m_{nx} = \kappa \cdot M_{nx} / (0,85 \cdot b_y \cdot d^2 \cdot f'_c)$ $\kappa = (0,001 \text{ MN/kN})$	$m_{ny} = \kappa \cdot M_{ny} / (0,85 \cdot b_x \cdot d^2 \cdot f'_c)$ $\kappa = (0,001 \text{ MN/kN})$
Si en cualquier caso $m_n > 0,268$ correspondería adoptar doble armadura, situación que no se contempla en esta secuencia de cálculo recomendándose aumentar la altura por resultar una solución más racional		
Calculo de armaduras totales de flexión	$z_x = d_x \cdot [1 + (1 - 2 \cdot m_{nx})^{1/2}] / 2$ $A_{sx} = \xi \cdot M_{nx} / (z_x \cdot f_y)$ $\xi = 1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})$ $A'_s = 0$	$z_y = d_y \cdot [1 + (1 - 2 \cdot m_{ny})^{1/2}] / 2$ $A_{sy} = \xi \cdot M_{ny} / (z_y \cdot f_y)$ $\xi = 1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})$ $A'_s = 0$
Adoptar la altura del talón de la base para respetar recubrimientos reglamentarios ($\approx 0,23$ a $0,25 \text{ m}$) y pendiente del hormigón fresco ($\approx h - \text{voladizo mínimo}$) adoptando el mayor valor entre ambos		
Distribución de las armaduras de flexión L = lado mayor base ; B = lado menor base ; $\beta = L / B$ * Armadura paralela al lado mayor: Se distribuye en forma uniforme * Armadura paralela al lado menor: Se divide en tres fajas - Faja Central de ancho B centrada con la Columna: Se distribuye en forma uniforme una armadura igual a $2 / (\beta + 1)$ de la armadura total - Fajas Laterales de ancho $(L - B) / 2$: se distribuye en forma uniforme el resto de la armadura * La separación entre armaduras debe ser menor que el menor entre: - 2,5 veces el espesor total de la base ; 25 veces el diámetro menor de la armadura ; 0,30 m		

REFERENCIA

- (1) Collins M., Mitchell D. ; Prestressed Concrete Basics ; CPCI ; 1987

BASES DE HORMIGÓN ARMADO – EJEMPLOS

Ejemplo 7.I

Enunciado: Proyectar una base centrada de la que se conocen los siguientes datos:

Hormigón: H-25 ($f'_c = 25$ MPa)
Acero : ADN 420 ($f_y = 420$ MPa)
 $P_u = 1400$ kN
 $c_x = 0,30$ m ; $c_y = 0,25$ m ; $L_x = L_y = 2,25$ m
 $c_c = 0,05$ m ; $\alpha_s = 40$; $Y = 1$

Resolución:

a) Valores intermedios

$$\begin{aligned}\beta &= c_x / c_y = 0,30 \text{ m} / 0,25 \text{ m} = 1,20 \\ b_x &= c_x + 0,05 \text{ m} = 0,30 \text{ m} + 0,05 \text{ m} = 0,35 \text{ m} \\ b_y &= c_y + 0,05 \text{ m} = 0,25 \text{ m} + 0,05 \text{ m} = 0,30 \text{ m} \\ b_{wx} &= (5 \cdot b_x + 3 \cdot L_x) / 8 = (5 \cdot 0,35 \text{ m} + 3 \cdot 2,25 \text{ m}) / 8 = 1,06 \text{ m} \\ b_{wy} &= (5 \cdot b_y + 3 \cdot L_y) / 8 = (5 \cdot 0,30 \text{ m} + 3 \cdot 2,25 \text{ m}) / 8 = 1,03 \text{ m} \\ k_x &= (L_x - c_x) / 2 = (2,25 \text{ m} - 0,30 \text{ m}) / 2 = 0,975 \text{ m} \\ k_y &= (L_y - c_y) / 2 = (2,25 \text{ m} - 0,25 \text{ m}) / 2 = 1,00 \text{ m} \\ k_{a \text{ mín}} &= 2,8 \text{ MPa} / (0,85 \cdot f'_c) = 0,132 \\ m_{n \text{ mín}} &= k_{a \text{ mín}} \cdot (1 - k_{a \text{ mín}} / 2) = 0,123 \\ q_u &= P_u / (L_x \cdot L_y) = 276,54 \text{ kN/m}^2 \\ M_{ux} &= q_u \cdot L_y \cdot k_x^2 / 2 = 276,54 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,25 \text{ m} \cdot 0,975^2 \text{ m}^2 / 2 = 295,75 \text{ kNm} \\ M_{uy} &= q_u \cdot L_x \cdot k_y^2 / 2 = 276,54 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,25 \text{ m} \cdot 1,00^2 \text{ m}^2 / 2 = 311,11 \text{ kNm} \\ M_{nx} &= M_{ux} / 0,90 = 328,61 \text{ kNm} \\ M_{ny} &= M_{uy} / 0,90 = 345,68 \text{ kNm}\end{aligned}$$

b) Predimensionamiento de la altura por flexión

$$\begin{aligned}d_x &\approx [6,5 \cdot M_{nx} / (b_y \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = \\ d_x &\approx [6,5 \cdot 328,61 \text{ kNm} / (0,30 \text{ m} \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = 0,53 \text{ m} \\ d_y &\approx [6,5 \cdot M_{ny} / (b_x \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = \\ d_y &\approx [6,5 \cdot 311,11 \text{ kNm} / (0,35 \text{ m} \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = 0,51 \text{ m}\end{aligned}$$

Se adopta:

$$\begin{aligned}\text{Para punzonamiento: } d &= 0,52 \text{ m} \\ \text{Para corte: } d_x &= 0,525 \text{ m} \quad ; \quad d_y = 0,515 \text{ m}\end{aligned}$$

c) Verificación de la altura por punzonamiento

$$\begin{aligned}b_o &= 2 \cdot (c_x + c_y) + 4 \cdot d = 2 \cdot (0,30 \text{ m} + 0,25 \text{ m}) + 4 \cdot 0,52 \text{ m} = 3,18 \text{ m} \\ A_o &= (c_x + d) \cdot (c_y + d) = (0,30 \text{ m} + 0,52 \text{ m}) \cdot (0,25 \text{ m} + 0,52 \text{ m}) = 0,631 \text{ m}^2 \\ \text{Como } \beta &\leq 2 \Rightarrow F_1 = 4 \\ F_2 &= (\alpha_s \cdot d / b_o + 2) = (40 \cdot 0,52 \text{ m} / 3,18 \text{ m} + 2) = 8,54 \Rightarrow F = \text{mínimo}(F_1 ; F_2) = 4\end{aligned}$$

se debe verificar que: $P_u - q_u \cdot A_o \leq 0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12$

$$P_u - q_u \cdot A_o = 1400 \text{ kN} - 276,54 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,631 \text{ m}^2 = 1225 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12 = \\ = 0,75 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3,18 \text{ m} \cdot 0,52 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12 = 2067 \text{ kN}$$

Por lo tanto verifica a punzonamiento.

d) Verificación de la altura por corte

se debe verificar que: $V_{ux} \leq 0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$
 $V_{uy} \leq 0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$

$$V_{ux} = q_u \cdot L_y \cdot (k_x - d_x) = 276,54 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,25 \text{ m} \cdot (0,975 \text{ m} - 0,525 \text{ m}) = 280 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = \\ = 0,75 \cdot 1,03 \text{ m} \cdot 0,525 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = 338 \text{ kN} \Rightarrow \text{Verifica}$$

$$V_{uy} = q_u \cdot L_x \cdot (k_y - d_y) = 276,54 \text{ kN/m}^2 \cdot 2,25 \text{ m} \cdot (1,00 \text{ m} - 0,515 \text{ m}) = 302 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = \\ = 0,75 \cdot 1,06 \text{ m} \cdot 0,515 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = 342 \text{ kN} \Rightarrow \text{Verifica}$$

Por lo tanto verifica al corte en ambas direcciones.

e) Cálculo de las armaduras de flexión

Suponiendo que $d_b = 10 \text{ mm}$, se adopta una altura total:

$$h = d_{\text{máx}} + d_b / 2 + c_c = 0,525 \text{ m} + 0,01 \text{ m} / 2 + 0,05 \text{ m} \approx 0,60 \text{ m}$$

Se adopta: $d_x = 0,545 \text{ m}$; $d_y = 0,535 \text{ m}$

$$m_{nx} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot M_{nx} / (0,85 \cdot b_y \cdot d_x^2 \cdot f'_c) \\ m_{nx} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot 328,61 \text{ kNm} / (0,85 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 0,545^2 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ MPa}) = 0,174$$

$$m_{ny} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot M_{ny} / (0,85 \cdot b_x \cdot d_y^2 \cdot f'_c) \\ m_{ny} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot 345,68 \text{ kNm} / (0,85 \cdot 0,35 \text{ m} \cdot 0,535^2 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ MPa}) = 0,162$$

Ambos momentos reducidos son mayores que el mínimo y menores que el máximo

$$z_x = d_x \cdot [1 + (1 - 2 \cdot m_{nx})^{1/2}] / 2 = 0,545 \text{ m} \cdot [1 + (1 - 2 \cdot 0,174)^{1/2}] / 2 = 0,493 \text{ m} \\ z_y = d_y \cdot [1 + (1 - 2 \cdot m_{ny})^{1/2}] / 2 = 0,535 \text{ m} \cdot [1 + (1 - 2 \cdot 0,162)^{1/2}] / 2 = 0,487 \text{ m}$$

$$A_{sx} = (1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})) \cdot M_{nx} / (z_x \cdot f_y) = \\ A_{sx} = (1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})) \cdot 328,61 \text{ kNm} / (0,493 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa}) = 1588 \text{ mm}^2$$

$$A_{sy} = (1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})) \cdot M_{ny} / (z_y \cdot f_y) = \\ A_{sy} = (1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})) \cdot 345,68 \text{ kNm} / (0,487 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa}) = 1689 \text{ mm}^2$$

f) Adopción y distribución de la armadura de flexión

Por tratarse de una base cuadrada se adopta armadura uniformemente distribuida en ambas direcciones.

$$A_{sx} = d_b 12 c / 0,16 \text{ m} \quad (113 \text{ mm}^2 \cdot 2,25 \text{ m} / 0,16 \text{ m} = 1589 \text{ mm}^2)$$

$$A_{sy} = d_b 12 c / 0,15 \text{ m} \quad (113 \text{ mm}^2 \cdot 2,25 \text{ m} / 0,15 \text{ m} = 1695 \text{ mm}^2)$$

La separación entre armaduras debe ser menor que:

- 2,5 veces el espesor total de la base = $2,5 \cdot 0,60 \text{ m} = 1,50 \text{ m}$
- 25 veces el diámetro menor de la armadura = $25 \cdot 0,012 \text{ m} = 0,30 \text{ m}$
- 0,30 m

g) Talón de la base

El talón de la base debe tener una altura mayor o igual que:

- $h - k_{\text{mín}} = 0,60 \text{ m} - 0,975 \text{ m}$ menor que cero
- $c_c + d_{bx} + d_{by} + 0,15 \text{ m} = 0,05 \text{ m} + 0,012 \text{ m} + 0,012 \text{ m} + 0,15 \text{ m} = 0,22 \text{ m}$

Se adopta un talón de 0,25 m.

Ejemplo 7.II

Enunciado: Proyectar una base medianera tipo a) de la que se conocen los siguientes datos:

Hormigón: H-25 ($f'_c = 25 \text{ MPa}$)

Acero: ADN 420 ($f_y = 420 \text{ MPa}$)

$P_u = 420 \text{ kN}$

$c_x = 0,30 \text{ m}$; $c_y = 0,25 \text{ m}$; $L_x = 0,90 \text{ m}$; $L_y = 1,80 \text{ m}$

$c_c = 0,05 \text{ m}$; $\alpha_s = 30$; $Y = 0,75$

Resolución:

a) Valores intermedios

$$\beta = c_x / c_y = 0,30 \text{ m} / 0,25 \text{ m} = 1,20$$

$$b_x = c_x + 0,025 \text{ m} = 0,30 \text{ m} + 0,025 \text{ m} = 0,325 \text{ m}$$

$$b_y = c_y + 0,05 \text{ m} = 0,25 \text{ m} + 0,05 \text{ m} = 0,30 \text{ m}$$

$$b_{wx} = (5 \cdot b_x + 3 \cdot L_x) / 8 = (5 \cdot 0,325 \text{ m} + 3 \cdot 0,90 \text{ m}) / 8 = 0,541 \text{ m}$$

$$b_{wy} = (5 \cdot b_y + 3 \cdot L_y) / 8 = (5 \cdot 0,30 \text{ m} + 3 \cdot 1,80 \text{ m}) / 8 = 0,863 \text{ m}$$

$$k_x = L_x - c_x = 0,90 \text{ m} - 0,30 \text{ m} = 0,60 \text{ m}$$

$$k_y = (L_y - c_y) / 2 = (1,80 \text{ m} - 0,25 \text{ m}) / 2 = 0,775 \text{ m}$$

$$k_{a \text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} / (0,85 \cdot f'_c) = 0,132$$

$$m_{n \text{ mín}} = k_{a \text{ mín}} \cdot (1 - k_{a \text{ mín}} / 2) = 0,123$$

$$q_u = P_u / (L_x \cdot L_y) = 259,26 \text{ kN/m}^2$$

$$M_{ux} = q_u \cdot L_y \cdot k_x^2 / 2 = 259,26 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,80 \text{ m} \cdot 0,60^2 \text{ m}^2 / 2 = 84,00 \text{ kNm}$$

$$M_{uy} = q_u \cdot L_x \cdot k_y^2 / 2 = 259,26 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,90 \text{ m} \cdot 0,775^2 \text{ m}^2 / 2 = 70,07 \text{ kNm}$$

$$M_{nx} = M_{ux} / 0,90 = 93,33 \text{ kNm}$$

$$M_{ny} = M_{uy} / 0,90 = 77,86 \text{ kNm}$$

b) Predimensionamiento de la altura por flexión

$$d_x \approx [6,5 \cdot M_{nx} / (b_y \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} =$$

$$d_x \approx [6,5 \cdot 93,33 \text{ kNm} / (0,30 \text{ m} \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = 0,284 \text{ m}$$

$$d_y \approx [6,5 \cdot M_{ny} / (b_x \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} =$$

$$d_y \approx [6,5 \cdot 77,86 \text{ kNm} / (0,325 \text{ m} \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = 0,25 \text{ m}$$

Se adopta:

$$\text{Para punzonamiento: } d = 0,28 \text{ m}$$

$$\text{Para corte: } d_x = 0,285 \text{ m} ; d_y = 0,275 \text{ m}$$

c) Verificación de la altura por punzonamiento

$$b_o = 2 \cdot c_x + c_y + 2 \cdot d = 2 \cdot 0,30 \text{ m} + 0,25 \text{ m} + 2 \cdot 0,28 \text{ m} = 1,41 \text{ m}$$

$$A_o = (c_x + d / 2) \cdot (c_y + d) = (0,30 \text{ m} + 0,28 \text{ m} / 2) \cdot (0,25 \text{ m} + 0,28 \text{ m}) = 0,233 \text{ m}^2$$

$$\text{Como } \beta \leq 2 \Rightarrow F_1 = 4$$

$$F_2 = (\alpha_s \cdot d / b_o + 2) = (30 \cdot 0,28 \text{ m} / 1,41 \text{ m} + 2) = 7,96 \Rightarrow F = \text{mínimo}(F_1 ; F_2) = 4$$

se debe verificar que: $P_u - q_u \cdot A_o \leq 0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12$

$$P_u - q_u \cdot A_o = 420 \text{ kN} - 259,26 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,233 \text{ m}^2 = 360 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12 =$$

$$= 0,75 \cdot 0,75 \cdot 4 \cdot 1,41 \text{ m} \cdot 0,28 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12 = 370 \text{ kN}$$

Por lo tanto verifica a punzonamiento.

d) Verificación de la altura por corte

$$\text{se debe verificar que: } V_{ux} \leq 0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$$

$$V_{uy} \leq 0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$$

$$V_{ux} = q_u \cdot L_y \cdot (k_x - d_x) = 259,26 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,80 \text{ m} \cdot (0,60 \text{ m} - 0,285 \text{ m}) = 147 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 =$$

$$= 0,75 \cdot 0,863 \text{ m} \cdot 0,285 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = 154 \text{ kN} \Rightarrow \text{Verifica}$$

$$V_{uy} = q_u \cdot L_x \cdot (k_y - d_y) = 259,26 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,90 \text{ m} \cdot (0,775 \text{ m} - 0,275 \text{ m}) = 117 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 =$$

$$= 0,75 \cdot 0,541 \text{ m} \cdot 0,275 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = 93 \text{ kN} \Rightarrow \text{No verifica}$$

Iterando se llega a que el corte verifica para $d_y = 0,317 \text{ m}$

e) Cálculo de las armaduras de flexión

Suponiendo que $d_b = 10 \text{ mm}$, se adopta una altura total:

$$h = d_{\text{máx}} + d_b / 2 + c_c = 0,317 \text{ m} + 0,01 \text{ m} / 2 + 0,05 \text{ m} \approx 0,38 \text{ m}$$

Se adopta: $d_x = 0,315 \text{ m}$; $d_y = 0,325 \text{ m}$

$$m_{nx} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot M_{nx} / (0,85 \cdot b_y \cdot d_x^2 \cdot f'_c)$$
$$m_{nx} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot 93,33 \text{ kNm} / (0,85 \cdot 0,30 \text{ m} \cdot 0,315^2 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ MPa}) = 0,148$$

$$m_{ny} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot M_{ny} / (0,85 \cdot b_x \cdot d_y^2 \cdot f'_c)$$
$$m_{ny} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot 77,86 \text{ kNm} / (0,85 \cdot 0,325 \text{ m} \cdot 0,325^2 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ MPa}) = 0,107$$

m_{nx} es mayor que el mínimo y menor que el máximo; m_{ny} es menor que el mínimo

$$z_x = d_x \cdot [1 + (1 - 2 \cdot m_{nx})^{1/2}] / 2 = 0,315 \text{ m} \cdot [1 + (1 - 2 \cdot 0,148)^{1/2}] / 2 = 0,29 \text{ m}$$

$$A_{sx} = (1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})) \cdot M_{nx} / (z_x \cdot f_y) =$$
$$A_{sx} = (1000 \text{ mm}^2 \text{ MN} / (\text{m}^2 \text{ kN})) \cdot 93,33 \text{ kNm} / (0,29 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa}) = 767 \text{ mm}^2$$

$$A_{sy} = A_{s \text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} \cdot b_x \cdot d_y \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / f_y =$$
$$A_{sy} = 2,8 \text{ MPa} \cdot 0,325 \text{ m} \cdot 0,325 \text{ m} \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / 420 \text{ MPa} = 704 \text{ mm}^2$$

f) Adopción y distribución de la armadura de flexión

Por tratarse de una base rectangular se adopta armadura uniformemente distribuida en la dirección "y" mientras que la armadura según "x" se concentra en una banda central de 0,90 m de ancho centrada con la columna.

La armadura a disponer en esa banda será:

$$\text{siendo: } L = L_y = 1,80 \text{ m} ; B = L_x = 0,90 \text{ m} ; \beta = L / B = 2$$

$$A_{sx \text{ central}} = 2 \cdot A_{sx} / (\beta + 1) = 2 \cdot 767 \text{ mm}^2 / 3 = 511 \text{ mm}^2 \quad (d_b 12 \text{ c} / 0,19 \text{ m})$$

$$A_{sx \text{ cada lateral}} = (767 \text{ mm}^2 - 511 \text{ mm}^2) / 2 = 128 \text{ mm}^2 \quad (d_b 10 \text{ c} / 0,25 \text{ m})$$

$$A_{sy} = d_b 12 \text{ c} / 0,14 \text{ m}$$

La separación entre armaduras debe ser menor que:

- 2,5 veces el espesor total de la base = $2,5 \cdot 0,38 \text{ m} = 0,95 \text{ m}$
- 25 veces el diámetro menor de la armadura = $25 \cdot 0,01 \text{ m} = 0,25 \text{ m}$
- 0,30 m

g) Talón de la base

El talón de la base debe tener una altura mayor o igual que:

- $h - k_{\text{mín}} = 0,38 \text{ m} - 0,60 \text{ m}$ menor que cero
- $c_c + d_{bx} + d_{by} + 0,15 \text{ m} = 0,05 \text{ m} + 0,012 \text{ m} + 0,012 \text{ m} + 0,15 \text{ m} = 0,22 \text{ m}$

Se adopta un talón de 0,25 m.

Ejemplo 7.III

Enunciado: Proyectar una base de esquina de la que se conocen los siguientes datos:

Hormigón : H-25 ($f'_c = 25$ MPa)
Acero: ADN 420 ($f_y = 420$ MPa)
 $P_u = 240$ kN
 $c_x = 0,30$ m ; $c_y = 0,25$ m ; $L_x = 1,05$ m ; $L_y = 1,10$ m
 $c_c = 0,05$ m ; $\alpha_s = 20$; $Y = 0,50$

Resolución:

a) Valores intermedios

$$\begin{aligned}\beta &= c_x / c_y = 0,30 \text{ m} / 0,25 \text{ m} = 1,20 \\ b_x &= c_x + 0,025 \text{ m} = 0,30 \text{ m} + 0,025 \text{ m} = 0,325 \text{ m} \\ b_y &= c_y + 0,025 \text{ m} = 0,25 \text{ m} + 0,025 \text{ m} = 0,275 \text{ m} \\ b_{wx} &= (5 \cdot b_x + 3 \cdot L_x) / 8 = (5 \cdot 0,325 \text{ m} + 3 \cdot 1,05 \text{ m}) / 8 = 0,597 \text{ m} \\ b_{wy} &= (5 \cdot b_y + 3 \cdot L_y) / 8 = (5 \cdot 0,275 \text{ m} + 3 \cdot 1,10 \text{ m}) / 8 = 0,584 \text{ m} \\ k_x &= L_x - c_x = 1,05 \text{ m} - 0,30 \text{ m} = 0,75 \text{ m} \\ k_y &= L_y - c_y = 1,10 \text{ m} - 0,25 \text{ m} = 0,85 \text{ m} \\ k_{a \text{ mín}} &= 2,8 \text{ MPa} / (0,85 \cdot f'_c) = 0,132 \\ m_{n \text{ mín}} &= k_{a \text{ mín}} \cdot (1 - k_{a \text{ mín}} / 2) = 0,123 \\ q_u &= P_u / (L_x \cdot L_y) = 207,79 \text{ kN/m}^2 \\ M_{ux} &= q_u \cdot L_y \cdot k_x^2 / 2 = 207,79 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,10 \text{ m} \cdot 0,75^2 \text{ m}^2 / 2 = 64,29 \text{ kNm} \\ M_{uy} &= q_u \cdot L_x \cdot k_y^2 / 2 = 207,79 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,05 \text{ m} \cdot 0,85^2 \text{ m}^2 / 2 = 78,82 \text{ kNm} \\ M_{nx} &= M_{ux} / 0,90 = 71,43 \text{ kNm} \\ M_{ny} &= M_{uy} / 0,90 = 87,58 \text{ kNm}\end{aligned}$$

b) Predimensionamiento de la altura por flexión

$$\begin{aligned}d_x &\approx [6,5 \cdot M_{nx} / (b_y \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = \\ d_x &\approx [6,5 \cdot 71,43 \text{ kNm} / (0,275 \text{ m} \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = 0,26 \text{ m} \\ d_y &\approx [6,5 \cdot M_{ny} / (b_x \cdot f'_c \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = \\ d_y &\approx [6,5 \cdot 87,58 \text{ kNm} / (0,325 \text{ m} \cdot 25 \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}))]^{1/2} = 0,265 \text{ m}\end{aligned}$$

Se adopta:

$$\begin{aligned}\text{Para punzonamiento: } d &= 0,26 \text{ m} \\ \text{Para corte: } d_x &= 0,255 \text{ m} \quad ; \quad d_y = 0,265 \text{ m}\end{aligned}$$

c) Verificación de la altura por punzonamiento

$$\begin{aligned}b_o &= c_x + c_y + d = 0,30 \text{ m} + 0,25 \text{ m} + 0,26 \text{ m} = 0,81 \text{ m} \\ A_o &= (c_x + d/2) \cdot (c_y + d/2) = (0,30 \text{ m} + 0,26 \text{ m} / 2) \cdot (0,25 \text{ m} + 0,26 \text{ m} / 2) = 0,163 \text{ m}^2 \\ \text{Como } \beta &\leq 2 \Rightarrow F_1 = 4 \\ F_2 &= (\alpha_s \cdot d / b_o + 2) = (20 \cdot 0,26 \text{ m} / 0,81 \text{ m} + 2) = 8,42 \Rightarrow F = \text{mínimo}(F_1 ; F_2) = 4\end{aligned}$$

se debe verificar que: $P_u - q_u \cdot A_o \leq 0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12$

$$P_u - q_u \cdot A_o = 240 \text{ kN} - 207,79 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,163 \text{ m}^2 = 206 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot Y \cdot F \cdot b_o \cdot d \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12 =$$

$$= 0,75 \cdot 0,50 \cdot 4 \cdot 0,81 \text{ m} \cdot 0,26 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 12 = 132 \text{ kN}$$

Por lo tanto no verifica a punzonamiento.

Iterando se llega a que el punzonamiento verifica para $d = 0,352 \text{ m}$

Para las verificaciones a corte se utilizará: $d_x = 0,35 \text{ m}$; $d_y = 0,36 \text{ m}$

d) Verificación de la altura por corte

$$\text{se debe verificar que: } V_{ux} \leq 0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$$

$$V_{uy} \leq 0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6$$

$$V_{ux} = q_u \cdot L_y \cdot (k_x - d_x) = 207,79 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,10 \text{ m} \cdot (0,75 \text{ m} - 0,35 \text{ m}) = 91 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot b_{wy} \cdot d_x \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 =$$

$$= 0,75 \cdot 0,584 \text{ m} \cdot 0,35 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = 128 \text{ kN} \quad \Rightarrow \text{ Verifica}$$

$$V_{uy} = q_u \cdot L_x \cdot (k_y - d_y) = 207,79 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,05 \text{ m} \cdot (0,85 \text{ m} - 0,36 \text{ m}) = 107 \text{ kN}$$

$$0,75 \cdot b_{wx} \cdot d_y \cdot f'_c{}^{1/2} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 =$$

$$= 0,75 \cdot 0,597 \text{ m} \cdot 0,360 \text{ m} \cdot 25^{1/2} \text{ MPa} \cdot (1000 \text{ kN/MN}) / 6 = 134 \text{ kN} \quad \Rightarrow \text{ Verifica}$$

Por lo tanto verifica al corte en ambas direcciones.

e) Cálculo de las armaduras de flexión

Suponiendo que $d_b = 10 \text{ mm}$, se adopta una altura total:

$$h = d_{\text{máx}} + d_b / 2 + c_c = 0,36 \text{ m} + 0,01 \text{ m} / 2 + 0,05 \text{ m} \approx 0,42 \text{ m}$$

Se adopta: $d_x = 0,355 \text{ m}$; $d_y = 0,365 \text{ m}$

$$m_{nx} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot M_{nx} / (0,85 \cdot b_y \cdot d_x^2 \cdot f'_c)$$

$$m_{nx} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot 71,43 \text{ kNm} / (0,85 \cdot 0,275 \text{ m} \cdot 0,355^2 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ MPa}) = 0,097$$

$$m_{ny} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot M_{ny} / (0,85 \cdot b_x \cdot d_y^2 \cdot f'_c)$$

$$m_{ny} = (0,001 \text{ MN/kN}) \cdot 87,58 \text{ kNm} / (0,85 \cdot 0,325 \text{ m} \cdot 0,365^2 \text{ m}^2 \cdot 25 \text{ MPa}) = 0,095$$

Ambos momentos reducidos son menores que el mínimo por lo tanto corresponde adoptar armadura mínima.

$$A_{sx} = A_{s \text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} \cdot b_y \cdot d_x \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / f_y =$$

$$A_{sx} = 2,8 \text{ MPa} \cdot 0,275 \text{ m} \cdot 0,355 \text{ m} \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / 420 \text{ MPa} = 651 \text{ mm}^2$$

$$A_{sy} = A_{s \text{ mín}} = 2,8 \text{ MPa} \cdot b_x \cdot d_y \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / f_y =$$

$$A_{sy} = 2,8 \text{ MPa} \cdot 0,325 \text{ m} \cdot 0,365 \text{ m} \cdot (10^6 \text{ mm}^2/\text{m}^2) / 420 \text{ MPa} = 791 \text{ mm}^2$$

f) Adopción y distribución de la armadura de flexión

Por tratarse de una base prácticamente cuadrada se adopta armadura uniformemente distribuida en ambas direcciones.

$$A_{sx} = d_b 12 c / 0,19 \text{ m} \quad ; \quad A_{sy} = d_b 12 c / 0,15 \text{ m}$$

La separación entre armaduras debe ser menor que:

- 2,5 veces el espesor total de la base = $2,5 \cdot 0,42 \text{ m} = 1,05 \text{ m}$
- 25 veces el diámetro menor de la armadura = $25 \cdot 0,012 \text{ m} = 0,30 \text{ m}$
- 0,30 m

g) Talón de la base

El talón de la base debe tener una altura mayor o igual que:

- $h - k_{\min} = 0,42 \text{ m} - 0,75 \text{ m}$ menor que cero
- $c_c + d_{bx} + d_{by} + 0,15 \text{ m} = 0,05 \text{ m} + 0,012 \text{ m} + 0,012 \text{ m} + 0,15 \text{ m} = 0,22 \text{ m}$

Se adopta un talón de 0,25 m.