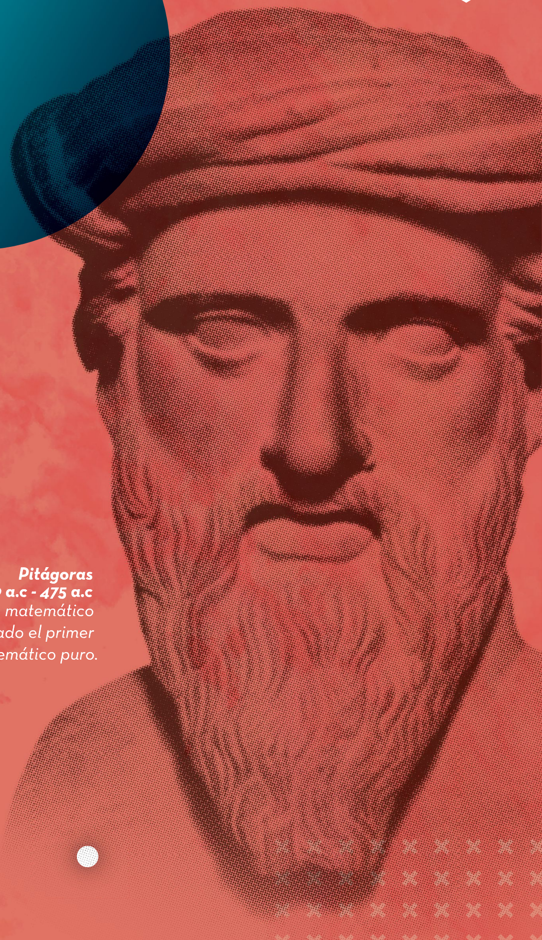
Universidad Nacional de Córdoba

TRABAJO FINAL DE PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA

Profesorado en Matemática

Autores: Rocío Martinez / Gastón Pérez



Pitágoras
569 a.c - 475 a.c
Filósofo y matemático griego considerado el primer matemático puro.

UNC Universidad Nacional de Córdoba

FAMAF Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

TRABAJO FINAL

Metodología y Práctica de la Enseñanza

Título: ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA
Autores: Martinez, Rocío; Pérez, Gastón
Equipo responsable de MyPE: Esteley, Cristina (Responsable); Asinari, Marianela; Coirini, Araceli; Dipierri, Iris; Mina, María; Smith, Silvina
Profesora Supervisora de Práctica: Esteley, Cristina.
Carrera: Profesorado en Matemática
Fecha: 22-11.2018

Clasificación:
97 Mathematical Education
97D Education and instruction in mathematics

Resumen

Palabras Claves

Geometría - Semirrectas - Ángulos - Estudiantes - Fases del aprendizaje - Visualización - Definición

El presente trabajo final describe nuestra experiencia docente durante las prácticas profesionales realizadas en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza de la carrera del Profesorado en Matemática de FAMAF, en dos cursos de primer año del nivel secundario de una institución de gestión privada de la provincia de Córdoba. Los temas que se trabajaron fueron principalmente: ángulos, sus clasificaciones y estudio de ángulos entre rectas. Para esto se motivó a los estudiantes a presentar caracterizaciones de los elementos geométricos rectas, semirrectas, segmento y ángulos. En el informe se presenta la información recabada en el período de observaciones (Capítulo I), la planificación y las actividades que efectivamente se pusieron en práctica (Capítulo II), el análisis teórico de una problemática que surgió durante la etapa de prácticas (Capítulo III), y reflexiones finales (Capítulo IV).

Abstract

Key words

Geometry - Semi-straight - Angles - Students - Learning phases - Visualization - Definition

This work describes our professional practices carried out during 2018 under the framework of the subject Mathematics Teaching Methodology and Practice at FAMAF. The professional practice was developed in two secondary school courses from an institution of Córdoba City. The main topics studied were: angles and their classification. For this, the students were motivated to work with characterizations of some geometrical such as straight lines, semi-straight lines, segments, and angles. This work presents the information gathered during the observation period (Chapter I), the planning and activities that were effectively put in practice (Chapter II), the theoretical analysis of a didactical problem (Chapter III), and some final reflections related to the professional practices (Chapter IV)

Índice

Capítulo I: Introducción

1. La institución

La institución se encuentra en el Barrio Alta Córdoba ubicado en la zona norte del centro de la Ciudad de Córdoba. Cuenta con Educación Inicial; Educación Primaria: Primer y Segundo Ciclo; Educación Secundaria: Ciclo Básico y Ciclo Orientado que comprende dos orientaciones: Ciencias Sociales y Humanidades, y Economía y Administración.

En el año 1954, la escuela funcionaba en una casa de familia. En sus comienzos, sólo la Educación Primaria tenía la modalidad mixta, mientras que la Educación Secundaria sólo permitía estudiantes mujeres. En el año 1990 ingresaron los primeros estudiantes varones a la Educación Secundaria. Ese mismo año comenzó a funcionar el turno tarde en los tres niveles: Inicial, Primario y Secundario, lo que duplicó la población escolar.[1]

Actualmente, los niveles de Educación Inicial y Primaria funcionan en dos turnos; mañana y tarde, con modalidad de escolaridad simple. El Nivel de Educación Secundaria, tanto el Ciclo Básico como el Ciclo Orientado, se desarrolla en el turno mañana.

El edificio de la institución posee planta baja, primer piso y segundo piso.

En planta baja se encuentra:

- el *hall* de ingreso de la escuela que da a la sala de profesores;
- los baños para los profesores;
- el gabinete psicopedagógico correspondiente al Ciclo Básico;
- las aulas de segundo año;
- la salida al patio principal, donde se encuentra el mástil para izar la bandera.

Además el patio conecta con otros espacios, también en la planta baja, tales como:

- el S.U.M. (Salón de Usos Múltiples) que cuenta con tarimas, un proyector, parlantes y una computadora;
- un laboratorio de química que está equipado con mesadas, piletas y elementos básicos de laboratorio;
- un polideportivo de más de 100 m^2 con parlantes, aros de básquet, arcos de fútbol y elementos para el área de Educación Física;
- una biblioteca de acceso libre para los estudiantes, con tres mesas, una computadora de escritorio y 24 *netbooks* a disposición de los estudiantes;
- una cantina que ofrece servicio de fotocopiadora;
- el gabinete de computación;
- preceptoría del Ciclo Básico;
- baños para los estudiantes y un bebedero;
- las aulas de primer y tercer año.

[1] Información extraída de la página web de la institución, que por motivos de preservar la identidad no será brindada.

Figura 1.1. Patio de la Institución

Desde el *hall* de ingreso se puede acceder a los pisos superiores a través de dos escaleras: una para el Nivel Primario, que se encuentra en el primer piso, y otra para el Ciclo Orientado, ubicado en el segundo piso, donde está el gabinete psicopedagógico del Nivel Secundario, preceptoría del Ciclo Orientado, dirección, vice dirección y baños.

2. Hábitos de trabajo

Los estudiantes de la institución ingresan al colegio entre las 7 y las 7:20 horas de la mañana, cuando comienza la primera hora cátedra[2] de la materia que corresponda. El izado de bandera sólo se hace los días lunes, miércoles y viernes luego del primer recreo; este momento es utilizado para dar avisos o difundir actividades del establecimiento.

Los estudiantes tienen en total cuatro recreos: tres de 10 minutos y uno de 15 minutos. El primero es entre las 8:40 y las 8:50 horas; el siguiente entre las 10:10 y las 10:20 horas; el tercero entre las 11:40 y las 11:50 horas; y el último, de 15 minutos entre las 12:30 y las 12:45 horas. En el recreo, los estudiantes no pueden permanecer en los cursos. El lugar asignado, para esos recreos, es el patio de la institución, donde disponen de una mesa de *ping pong* y "metegol". Algunos escuchan música, otros aprovechan este tiempo para estudiar, comprar comida en la cantina, sacar fotocopias, etc. Cada preceptor cierra con llave las puertas de las aulas que tienen asignadas, quedándose en el patio para acompañar a los estudiantes.

Al finalizar cada recreo, el preceptor se dirige hacia los cursos asignados para abrir las puertas y espera que ingresen los estudiantes y el docente de la materia que corresponda. Si el profesor se demora, el preceptor aguarda dentro del aula la llegada del docente. Durante la

[2] Cada hora cátedra dura 40 minutos

primera hora o después del primer recreo, los preceptores ingresan a las aulas para tomar asistencia.

En particular, a la relación entre el preceptor y los estudiantes de primer año fue muy afectuosa y amable, además estos le mostraron respeto y cariño. En general, siempre se mostró dispuesto a responder inquietudes de los estudiantes, ya sea sobre las ausencias de sus compañeros o dudas respecto a actividades institucionales. Los mismos también mostraron buena predisposición y entusiasmo para ayudar al preceptor, por ejemplo, en la repartición de libretas o cuadernos de comunicado.

Para reservar el S.U.M., el gabinete de computación o las *netbooks,* se debe llenar una planilla en biblioteca. La institución cuenta con dos proyectores con sus respectivos alargadores, una *notebook* y un equipo de sonido. Para reservar estos dispositivos, se debe llenar una planilla en vice dirección, donde el docente interesado debe registrar sus datos junto con el material que precise, el día y el horario en el que lo utilizará.

3. Características generales de los cursos

Las prácticas y las observaciones se llevaron a cabo en los cursos de primer año de la institución, en sus dos divisiones A y B. Ambos cursos son mixtos y se conforman por 33 estudiantes cada uno (16 varones y 17 mujeres).

Las aulas disponen de bancos móviles individuales organizados tal como se muestra en la figura 1.2. La organización de los estudiantes en el aula está a cargo de la psicopedagoga y el preceptor, sin un orden específico sólo considerando algunos casos especiales.

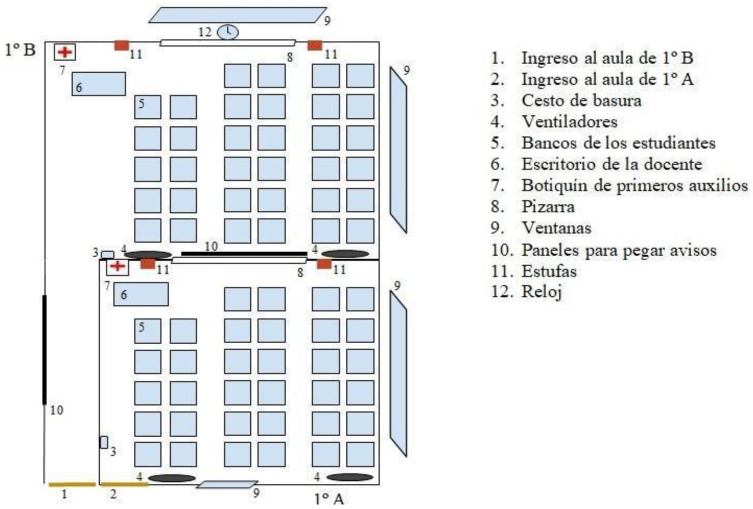
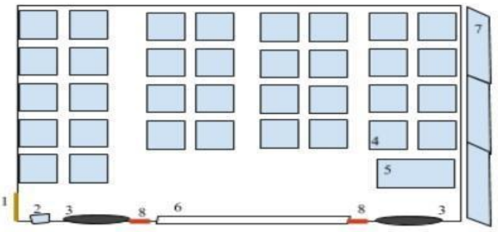


Figura 1.2. Aulas de primer año y su distribución mobiliaria

Las aulas cuentan con pizarra blanca; dos ventiladores ubicados en la pared que da al ingreso de los cursos; un reloj ubicado al centro y arriba de la pizarra; un botiquín de primeros auxilios ubicado atrás del escritorio de la docente; dos enchufes en el ingreso de las aulas; y dos estufas a los costados de la pizarra. El aula de 1º A tiene ventanas externas ubicadas arriba a la izquierda y una ventana interna al lado de la puerta de ingreso, que da al patio principal.

Durante el período de prácticas, a 1º B se le asignó el aula correspondiente a 4º E, ubicada en el segundo piso de la institución. A diferencia del aula de 1º B, la sala de 4º E posee tres grandes ventanales externos que daban a la calle.



1. Ingreso al aula de 4º E
2. Cesto de basura
3. Ventiladores
4. Bancos de los estudiantes
5. Escritorio de la docente
6. Pizarra
7. Ventanales
8. Estufas

Figura 1.3. Aulas asignadas a 1º B durante las prácticas y su distribución mobiliaria

Ambos cursos tienen cinco horas cátedra de matemática por semana. Para el curso 1º A, la clase de matemática se dicta los lunes en un módulo de 120 minutos y los miércoles en uno de 80 minutos; mientras que para 1º B las clases son los martes en un módulo de 80 minutos y los miércoles en uno de 120 minutos. Tal distribución se detalla en la Tabla 1.1, con verde el horario de matemática de 1º A y con rojo el de 1º B:

Tabla 1.1.

Distribución por día, hora y curso de las clases de matemática.

Horarios/Días		Lunes		Martes		Miércoles		Jueves		Viernes	
7:20	8:00										
8:00	8:40										
8:40	8:50	Recreo									
8:50	9:30										
9:30	10:10										
10:10	10:20	Recreo									
10:20	11:00										
11:00	11:40										
11:40	11:50	Recreo									
11:50	12:30										
12:30	12:45	Salida		Recreo							
12:45	13:25										

4. Estilo de trabajo

4.1. Clima de trabajo en las clases de matemática

En este apartado, se busca describir el clima de trabajo durante las clases de matemática observadas.

En los dos cursos, los estudiantes estuvieron muy animados. El interés en las actividades fue constante y demostraron gran autonomía para realizar las actividades propuestas y para el trabajo grupal. El comportamiento fue bueno en ambos cursos, con pocos llamados de atención por parte de la profesora del curso.

La relación entre los estudiantes fue buena. Se mostraron predispuestos a ayudarse entre ellos y en ningún momento se presenciaron actitudes de maltrato o irrespetuosas entre ellos o para con la profesora.

La relación entre la docente de matemática y los estudiantes fue cordial y amable. La docente mostró estar atenta hacia los estudiantes cuando estos se mostraron desanimados o tristes. Frente a estas situaciones ella, al terminar la clase, se acercó a los estudiantes en cuestión para preguntarles qué sucedió. Se observaron gestos de confianza de parte de los estudiantes hacia la profesora.

En repetidas oportunidades, la docente se dirigió al curso recordando la importancia de trabajar en grupo y de escuchar a sus compañeros. Cabe destacar que, en las pautas de trabajo dentro del aula dadas por la docente el primer día de clases del año, se mencionó como objetivo específico el trabajo en equipo y la escucha atenta. Esto se pone en evidencia en el siguiente fragmento de los objetivos de los estudiantes planteados por la profesora en el programa de matemática:

> *Pero es necesario que podamos cumplir un gran objetivo común, que nos facilitará a todas y todos alcanzar los objetivos específicos planteados más arriba, para que puedas aprender permanentemente y con independencia, y es:*
> *Trabajar en equipo, expresando tus ideas, escuchando y respetando las de los demás y reconocer el valor de tu trabajo, el cooperativo y el de tu par* (Programa anual de matemática, 2018, primera página)

Se observó que la profesora habilitaba a que los estudiantes intervinieran con el fin de dilucidar ideas o definiciones de palabras matemáticas o no-matemáticas. Las veces en que esto sucedió, la docente respondió a los cuestionamientos valorizando las opiniones, contestando de manera profesional y guiando a los estudiantes para que busquen la respuesta en otras fuentes, como tarea o en ese momento. Por ejemplo: en una ocasión la docente utilizó la palabra “contestación” y uno de los estudiantes expresó que esa palabra no existía y varios de sus compañeros lo apoyaron. Ante esta situación, la profesora los invitó a buscar la palabra en el diccionario y aquellos que no tuvieron podían consultarlo en internet, usando sus celulares.

Para obtener la atención de los estudiantes, la docente siempre levantó la mano derecha. Está pautado que los estudiantes que la vean tienen que realizar el mismo gesto haciendo silencio hasta que todos se queden callados.

Durante las clases de matemática hubo interrupciones causadas por: el preceptor, estudiantes de otros años o situaciones imprevistas dentro del aula. En los casos en que fue necesario ingresaba el preceptor a tomar lista, a pedir y/o entregar las libretas o los cuadernos de comunicado. Frente a pedidos de estudiantes de otros cursos para interrumpir la clase y dar comunicados, la docente determinó, de acuerdo a la importancia del momento de la clase, si permitía o no el corte.

En varias ocasiones, durante la clase de matemática, la docente interrumpió el trabajo de los estudiantes para pedir que trabajen con un volumen de voz más bajo y de forma más ordenada.

4.2. Estilo de trabajo en la clase de matemática

Durante el periodo de observaciones en las clases de matemática se desarrollaron los aprendizajes y contenidos correspondientes a los de la Unidad 3 del programa de la materia. Estos son múltiplos y divisores, en particular de los números naturales ya que la unidad anterior no había sido desarrollada aún.

La docente destinó aproximadamente cinco minutos al comienzo de cada clase para que los estudiantes organicen los bancos de acuerdo a los grupos que tenían designados. En algunas ocasiones, al ingresar la docente, el curso ya se encontraba organizado como se muestra en la Figura 1.4. Una vez que los estudiantes se encontraron distribuidos en sus respectivos grupos, la docente recorría el curso, estableciendo las actividades que debían realizar en esa clase. En general, los estudiantes continuaban trabajando a partir del ejercicio en el que se habían quedado la clase anterior.

Durante el desarrollo de las clases, Los estudiantes trabajaron en grupos de entre tres y cuatro integrantes distribuidos espacialmente como se muestra en la Figura 1.4. Estos grupos fueron designados por la docente al comienzo del año.

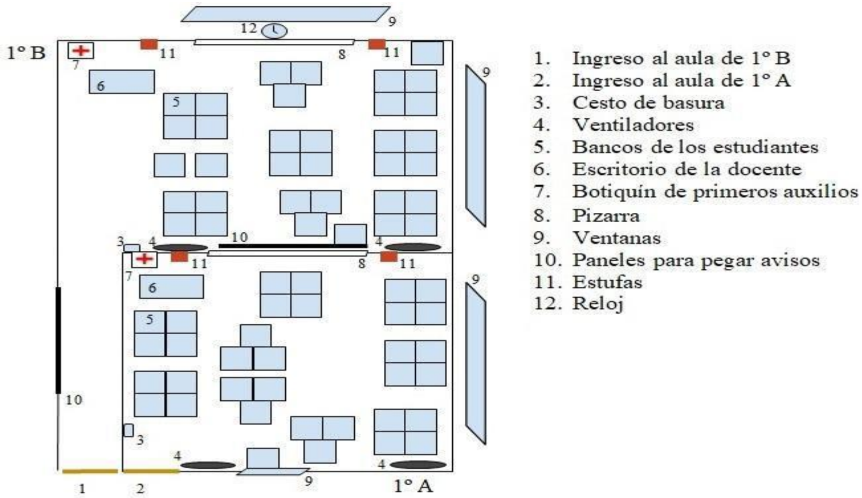


Figura 1.4. Agrupamiento de los estudiantes de primer año durante las clases observadas de matemáticas

A partir de las observaciones y en términos de Gvirtz y Palamidessi (2008), se evidenció la variable de planificación que se corresponde con la **organización del escenario**. El tiempo de duración de las clases de matemática, permitió a la docente destinar un momento para organizar el curso de acuerdo a los grupos pautados. Acorde a lo comunicado oralmente por la profesora del curso, ella decidió el estilo de trabajo grupal para incentivar el intercambio de conocimiento entre los pares que conformaban los grupos; además, el espacio de las aulas era reducido y esta distribución espacial le permitió tener mayor libertad de movimiento. Los agrupamientos de los estudiantes son fijos, aunque en algunos casos la docente realizó cambios buscando mejorar el funcionamiento del grupo. Sin embargo, en las instancias de evaluación, los estudiantes debían realizar sus producciones individualmente.

Durante el desarrollo de las clases se observó un fuerte uso del libro requerido de la materia: Effenberger Pablo (2017), *Matemática I*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz. En particular, durante las observaciones, los estudiantes trabajaron con las actividades del segundo capítulo del libro, algunas de ellas se pueden ver en la Figura 1.5. También, disponían de sus carpetas con los contenidos desarrollados anteriormente. Uno de los recursos que utilizaba la docente al momento de realizar las puestas en común, era la pizarra.

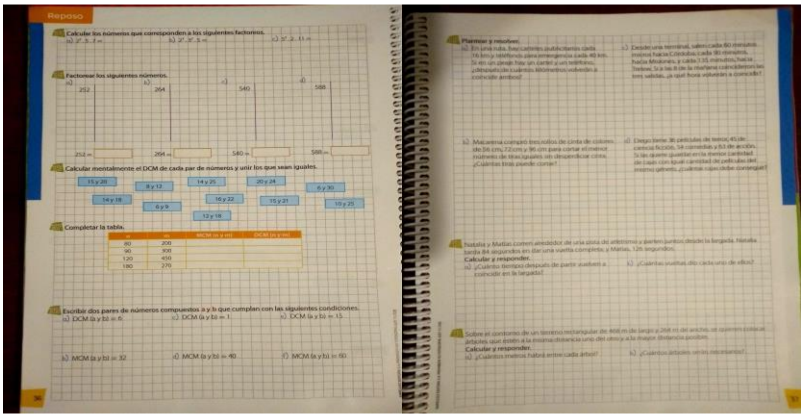


Figura 1.5. Páginas 36 y 37 del capítulo Múltiplos y divisores del libro *Matemática I*

Las tareas propuestas por el libro y trabajadas durante las clases observadas pueden dividirse, siguiendo la clasificación desarrollada en Ponte (2005), en ejercicios y problemas de corta duración; y de acuerdo a la clasificación propuesta en Skovsmose (2000), las actividades se encuentran organizadas dentro del paradigma del ejercicio y variando el tipo referencia entre matemáticas puras o semirrealidad dependiendo del ejercicio.

Cada clase se cerró con una puesta en común de actividades. Los grupos que pasaron y las actividades que se resolvieron en la pizarra, fueron seleccionados en el transcurso de cada clase por la docente.

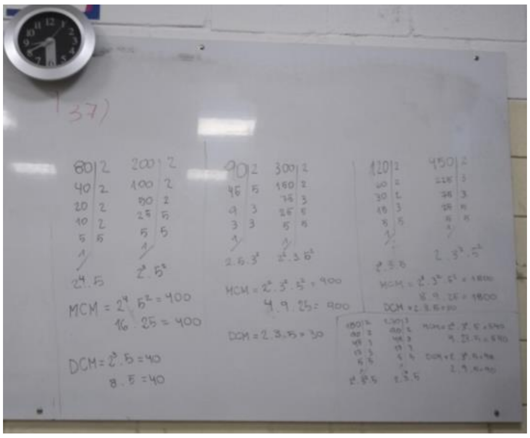


Figura 1.6. Resolución de la actividad 37 del capítulo Múltiplos y divisores del libro de matemática.

La profesora enfatizó en la importancia de utilizar la puesta en común para corroborar los resultados de las actividades y motivó a los estudiantes que detectaron errores en la resolución de sus compañeros, a que los informen. Al finalizar cada clase, la docente pidió a los estudiantes que regresen los bancos a su posición habitual.

5. Observación de día completo

Uno de los días de observación fue de jornada completa, cada practicante debía acompañar al curso donde luego iba a realizar sus prácticas.

En ambos cursos ese día se tomó una evaluación de biología, fue interesante observar esta instancia debido a que la docente de biología realizó una lectura detallada, previa a la prueba, de cada actividad que se iba a evaluar, con el fin de clarificar cualquier tipo de duda que surgió a los estudiantes y enfatizó en que presten mucha atención a lo que se pidió en cada consigna.

Durante este día no se evidenció el uso de recursos tecnológicos en las materias observadas, se puede destacar que en la clase de geografía el profesor hizo uso de un mapamundi.

Presentado el contexto general en que acontecieron las prácticas, en el capítulo siguiente nos focalizamos en describir y analizar nuestras prácticas.

Capítulo II: Diseño de la práctica e implementación en el aula

Este capítulo se centrará en lo que fueron las prácticas intensivas en aula. Para dar cuenta de esa actividad, en la sección 1, se nombran los contenidos y aprendizajes presentes en el programa anual de la materia y una breve descripción de los contenidos que se esperaban abordar durante las prácticas. En la sección 2, se describe la planificación general de las prácticas, el marco teórico en el que nos basamos para realizar la planificación y se incluyen los guiones conjeturales de cada clase; la descripción y presentación de los guiones conjeturales se organiza por semanas. Luego del guion de cada semana se realiza un breve comentario sobre aspectos destacados de las clases correspondientes y se ilustra con producciones de los estudiantes o de escenas de clases. En la Sección 3, se presentan, en tablas, las actividades efectivamente realizadas y los tiempos en las que se desarrollaron. Finalmente, en la sección 4, se ponen en evidencia los dispositivos de evaluación que se utilizaron, junto con los gráficos que muestran el desempeño de los estudiantes y algunas apreciaciones al respecto.

Por una cuestión de espacio, se decide transcribir algunas tablas, cuadros, actividades o guiones originales, usando letra Times New Roman 11 con espaciado sencillo.

1. Programa y contenidos a tratar

Los aprendizajes y contenidos presentados en el programa anual de primer año, estaban organizados en unidades. A continuación, en la Figura 2.1 se detallan textualmente:

UNIDAD Nº 1: Números Naturales. Revisión. Números Naturales: Significado. Sistemas de numeración posicional y no posicional, ejemplos. Representación en la recta numérica. Orden. Operaciones (Adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación). Propiedades. Ejercicios combinados, problemas. Lenguaje algebraico, Ecuaciones con números Naturales. Planteo de ecuaciones y resolución de problemas
UNIDAD Nº 2: Números Enteros. Números Enteros: Significado, número negativo, valor absoluto. Representación en la recta numérica. Operaciones (Adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación). Propiedades. Ejercicios combinados, problemas. Lenguaje algebraico, Ecuaciones con números enteros y Naturales. Planteo de ecuaciones y resolución de problemas
UNIDAD Nº 3: Múltiplos y Divisores (Naturales y Enteros). Definición. Criterios de Divisibilidad. Números primos y compuestos. Factorización. M. C. M. (Mínimo Común Múltiplo). M. C. D. (Máximo Común Divisor). Problemas.
UNIDAD Nº 4: Elementos geométricos. Elementos primarios: Punto, Recta y Plano, elementos secundarios: semirrecta, segmento, etc. rectas paralelas, perpendiculares, oblicuas, mediatrices. Ángulos: Concepto, Clasificación. Bisectrices.

Ángulos determinados por dos rectas cortadas por una transversal. Sistema sexagesimal. Resolución de problemas aplicando conceptos anteriores.
UNIDAD Nº 5: Geometría. Figuras Planas: Polígonos. Elementos. Clasificación. Propiedades. Triángulos: Elementos. Clasificación. Propiedades. Perímetros y áreas
UNIDAD Nº 6: Razones y Proporciones. Razones y proporciones. Definición. Proporcionalidad directa e inversa. Regla de tres. Introducción a funciones: representación de puntos en los ejes cartesianos. Interpretación de gráficos simples.

Figura 2.1. Aprendizajes y contenidos del programa anual de matemática

Los contenidos que se acordaron abordar durante las prácticas, fueron los correspondientes a las unidades Nº4 y Nº5 del programa de la materia.

A partir de estas unidades, se planificó desarrollar los siguientes contenidos:

De la **Unidad N° 4** los contenidos, denominados en el mismo como **elementos primarios** (plano, punto y recta) y **secundarios** (semirrecta y segmento) de la geometría como base para luego continuar trabajando con **ángulos, su concepto, clasificación según su amplitud y clasificación de pares de ángulos según la suma de sus amplitudes y su posición en el espacio**. Para el trabajo matemático, se desarrolló lo referido a resolución de problemas aplicando los conceptos anteriores.

De la **Unidad N° 5** los contenidos referidos a **figuras planas: polígonos, elementos y su clasificación.**

2.2. La planificación inicial

Una vez consensuados con la docente del curso los temas a trabajar en el periodo de prácticas, se comenzó a planificar la unidad didáctica. Para realizar esta construcción se tuvieron en cuenta las ocho variables de la planificación de la enseñanza, que proponen Gvritz y Palamidessi (2006):

- las metas, objetivos o expectativas de logro;
- la selección del/de los contenidos/s;
- la organización y secuenciación del/de los contenidos/s;
- las tareas y actividades;
- la selección de material y recursos;
- la participación de los estudiantes;
- la organización del escenario;
- la evaluación de los aprendizajes.

Además, los autores plantean una serie de cuestiones a tener en cuenta a la hora de formular actividades:

- Formular las actividades, las tareas y las rutinas escolares en coherencia con los fines generales de la educación que se dice buscar.
- Analizar si la actividad es la más adecuada para promover la internalización de determinados contenidos.
- El tipo de actividad producirá un cierto tipo de comportamiento en los estudiantes, pero también exigirá un determinado papel en los docentes.
- La actividad planificada deberá establecer conexiones con otras actividades previas y dejar abiertas las puertas para las actividades siguientes.

Como marco teórico para el trabajo de selección, análisis, organización y secuenciación de contenidos y actividades, se tuvieron en cuenta los niveles de conocimiento en Geometría que Alsina, Burgués y Fortuny (1989), citando a Van Hiele, utilizan como un modo de estructurar el aprendizaje de la Geometría. Asimismo, se consideraron las cinco etapas de la percepción espacial desarrollada por R. Pallascio y otros, propuesta en Alsina et al (1989).

> *Un modo de estructurar el aprendizaje de la Geometría, coherente con la construcción del espacio, es el propuesto por Van Hiele. El trabajo de Van Hiele propone un modelo de estratificación del conocimiento humano en una serie de niveles de conocimiento que permite categorizar los distintos grados de representación del espacio.* (Alsina, et al. 1989, p. 88)

Dina y Pierre Van Hiele enuncian cinco niveles de conocimiento en Geometría. En el **Nivel 0** el sujeto percibe a las figuras como un todo global, sin llegar a reconocer las partes o componentes de las figuras. En el **Nivel 1** el individuo analiza las partes y las propiedades de las figuras, pero no es capaz de explicitar relaciones entre las distintas familias de figuras. Las propiedades de las figuras se establecen experimentalmente. En el **Nivel 2** los sujetos determinan las figuras por sus propiedades, pero son incapaces de organizar una secuencia de razonamientos para justificar sus observaciones. En el **Nivel 3**, los individuos pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, sin embargo, no se reconoce la necesidad del rigor en sus razonamientos. En el **Nivel 4** los sujetos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos.

Para avanzar en estos niveles de conocimiento presentan una serie de fases:

> *Fase 1: Discernimiento.* Se presentan a los estudiantes situaciones de aprendizaje dando el vocabulario y las observaciones necesarias para el trabajo.
> *Fase 2: Orientación dirigida.* El profesor, propone a los estudiantes una secuencia graduada de actividades a realizar y explorar. La ejecución y reflexión propuesta servirá de motor para propiciar el avance en los niveles de conocimiento.

> *Fase 3: Explicitación.* Los estudiantes, una vez realizadas las experiencias, expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.
> *Fase 4: Orientación libre.* Con los conocimientos adquiridos los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones diferentes a las presentadas, pero con estructura comparable.
> *Fase 5: Integración*. Los objetos y las relaciones son unificados e interiorizados en su sistema de conocimientos.” (Alsina, et al 1989, pp. 89 - 90)

Dadas las edades de los estudiantes, en esta práctica, nos centramos en el tránsito entre los primeros tres niveles, con el objetivo de construir bases para que los aprendices puedan avanzar al nivel tres. Las actividades seleccionadas buscaron desarrollar y potenciar las fases descritas anteriormente. Podríamos indicar que, esta visión jugó el rol de macro criterio para la selección, organización y secuenciación de las actividades.

Para seleccionar actividades acordes, también se consideraron las cinco etapas del desarrollo de la **percepción espacial** planteadas por Pallascio. Estas nociones son: **visualización**, **estructuración**, **traducción, determinación** y **clasificación** (Alsina et al 1989 p. 17). Estos autores indican que, después de haber observado un objeto, su **visualización** consiste en poder memorizar imágenes parciales a fin de poder reconocer objetos iguales o semejantes por cambio de posición o de escala, entre una diversidad de objetos teniendo el mismo croquis. Una vez visualizado un objeto, su **estructuración** radica en poder reconocer o reconstruir el objeto a partir de sus elementos constituyentes. La **traducción,** se fundamenta en poder reconocer la existencia del objeto a partir de una descripción literaria y viceversa. La **determinación** consiste en reconocer la existencia de un objeto a partir de una descripción de sus relaciones métricas. Finalmente, la **clasificación** estriba en reconocer clases de objetos equivalentes según diferentes criterios de clasificación.

Para la organización del espacio aúlico se conservó el agrupamiento de los aprendices utilizado por la profesora a cargo del curso.

A continuación, en la Tabla 2.1 se presentan, en forma de macro cronograma, las actividades y contenidos que se planificaron para llevar a cabo durante las prácticas. Sólo se dejó la tabla correspondiente a los contenidos a desarrollar de primer año B por una cuestión de espacios. La tabla que se corresponde a primer año A es similar.

El macro cronograma se presenta en forma de una tabla de cinco columnas y nueve filas. La columna uno, indica las semanas en las que se llevarían a cabo las prácticas; la columna dos, los días de la semana en que los cursos tienen clases de matemática; la columna tres, el tema central de la clase y el nivel de conocimiento, en el cual decidimos trabajar; la columna cuatro, las actividades propuestas para cada clase y las fases de aprendizaje que buscamos poner en juego; y la columna cinco los recursos y/o materiales que utilizaremos en cada clase de acuerdo a las actividades planteadas.

La información presentada en cada fila permite distinguir la semana, número de clase y día en el que se desarrollará lo expuesto anteriormente.

Tabla 2.1

Cronograma general de contenidos a dar en primer año B.

Semanas	Días/Clases	Tema/Nivel	Actividades/Fases	Recursos/Materiales
Semana 1	Clase 1 Martes 24/7	Introducción al trabajo geométrico Visualización *(saber ver e interpretar)* Estudio de rectas, semirrectas y segmentos. **Nivel 0**	Trabajo en la Act. 1 Definir los elementos primarios y secundarios Exposición dialogada. **Fases:** Discernimiento Observación dirigida. Explicitación	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Fotocopia de la Activ. 1 Fotocopia lista complementaria Netbooks Archivo de GeoGebra donde se presentan las imágenes. Proyector Afiche
	Clase 2 Miércoles 25/7	Estudio de rectas, semirrectas y segmentos **Nivel 0** Institucionalización: Punto, Recta, semirrecta y segmento **Nivel 1**	Definir los elementos primarios y secundarios Exposición dialogada. Ejercicios de aplicación **Fases:** Discernimiento Observación dirigida. Explicitación	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Fotocopia de la Activ. 1 Fotocopia lista complementaria Proyector Afiche
Semana 2	Martes 31/7	TALLER DOCENTE		
	Clase 3 Miércoles 1/8	Estudio de rectas, semirrectas y segmentos a partir de ejercicios de aplicación. Introducción a la definición de ángulo. Aplicación de la geometría en la Astronomía. **Nivel 1**	Guía de ejercicios: Punto, recta, semirrecta y segmento. Puesta en común de la guía de ejercicios. Exposición dialogada sobre la definición de ángulo. Presentación: aplicación de la geometría en la Astronomía por un	Pizarra blanca. Carpetas de los estudiantes. Fotocopia de la guía de actividades de punto, recta, semirrecta y segmento. Modelo de ángulo móvil. PowerPoint de la guía de actividades. Proyector.

			astrónomo **Fases:** Discernimiento, orientación dirigida, explicitación e integración.	
Semana 3	Clase 5 Martes 7/8	Institucionalización de la definición de ángulo y sus clasificaciones. Estudio de ángulos a partir de ejercicios de aplicación de la guía de actividades de ángulos.	Exposición dialogada Trabajan con los ejercicios guía de actividades de ángulos Puesta en común de la guía de ejercicios de ángulos. **Fases:** Discernimiento, orientación dirigida, orientación libre e integración.	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Libro requerido de la materia, p. 42 Fotocopia de la guía de actividades de ángulos. Modelo de ángulo móvil Transportador para pizarra
	Clase 6 Miércoles 8/8	Trabajo Práctico Evaluable Nº1 (TPE1) Repaso de ángulos suplementarios y complementarios. Introducción de ángulos entre rectas, opuestos y adyacentes, medir ángulos buscando la regularidad. Ejercicios de aplicación de ángulos entre rectas.	Trabajan con el primer trabajo práctico evaluable. Buscan regularidades para introducir los conceptos de ángulos opuestos por el vértice y adyacentes. Trabajan con la guía de actividades de ángulos entre rectas. **Fases:** Discernimiento, orientación dirigida y explicitación, orientación libre e integración.	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Fotocopias de las tareas 1, 2, y 3 Fotocopia de la guía de actividades de ángulos entre rectas Fotocopia de la consigna de la narrativa Fotocopia del TPE1 Transportador para pizarra
Semana 4	Clase 7 Martes 14/7	Continúa el trabajo con ángulos entre rectas. Introducción al cálculo de amplitudes de ángulos a partir de ecuaciones. Aplicación de ángulos entre rectas y ecuaciones.	Puesta en común de las actividades 1 y 2 de la guía de ángulos entre rectas. Repaso de ecuaciones. Trabajo en la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones. Entrega del primer trabajo práctico corregido.	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Fotocopia de la guía de actividades de ángulos entre rectas Fotocopia de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones. Transportador para pizarra Afiche
	Clase 8	2ºTPE: Ángulos entre	Segundo trabajo	Pizarra blanca

	Miércoles 15/8	rectas, complementarios y suplementarios. Introducción a la clasificación de polígonos.	práctico evaluable. **Fases:** Discernimiento, orientación dirigida y explicitación, orientación libre e integración.	Carpetas de los estudiantes Fotocopia del TPE2 Proyector Afiche
Semana 5	Clase 9 Martes 21/8	Polígonos convexos, su clasificación, y no convexos.	Actividades de aplicación	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes
	Miércoles 22/8	Repaso de la evaluación. Evaluación Final Sumativa. Recta, semirrecta, segmentos, ángulos y su clasificación, ángulos entre rectas y polígonos.	Evaluación Final Sumativa	Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Fotocopias de la evaluación
Semana 6	Martes 29/8	Devolución y entrega de notas.		Pizarra blanca Carpetas de los estudiantes Evaluaciones

En el macro cronograma se muestran contenidos que estaban en duda lograr trabajar. Por el tiempo que se dispuso para desarrollar las prácticas y por cuestiones institucionales que se dieron durante ese período, no se pudieron desarrollar los que se corresponden con el tema de polígonos.

En la siguiente subsección, se presentarán los guiones conjeturales de las clases planificadas para el abordaje de los contenidos junto con las situaciones que efectivamente sucedieron durante el período de prácticas.

2.1 Guion conjetural

Para lograr una mejor planificación de las clases que abarcaron el período de prácticas, las mismas se redactaron previamente en forma de guion conjetural.

Como plantea Bombini (2002):

> *...el "guion conjetural" se presenta como un género que reemplaza a la* planificación, *no en lo burocrático, sino en la manera de pensar la práctica de enseñanza y la relación con el conocimiento. Es un instrumento que le sirve al alumno* [practicante] *para organizar su propia práctica y, a la vez, reflexionar sobre ella. Es, fundamentalmente, un espacio para pensar acerca de la práctica y pensarse dentro de la práctica.*

En esta subsección se expondrán los guiones conjeturales, elaborados a modo de planificación, de cada semana en las que transcurrieron las prácticas.

En general las clases tuvieron tres momentos principales: introducción, desarrollo y cierre. En la introducción, se presentaron los temas o contenidos que se trabajarían durante la clase o se repasaron los temas trabajados en la clase anterior, junto con la modalidad de trabajo. En el desarrollo, se introdujeron los conceptos necesarios para resolver las actividades planificadas y se destinó un tiempo de producción de los estudiantes con el fin de interiorizar los conceptos institucionalizados anteriormente. Luego, se planificaron instancias de puesta en común, para corroborar los ejercicios resueltos -durante estas instancias y en todas las participaciones activas de los estudiantes, se hizo hincapié en el respeto para que los educandos escuchen a sus pares-. Las clases concluyeron con un cierre a cargo de algún aprendiz para que comente brevemente lo trabajado en esa clase.

A continuación se detallan con precisión los guiones conjeturales correspondientes a cada semana de prácticas, junto con las actividades que se trabajaron respectivamente:

2.1.1. Semana 1 - Clase 1

Sinopsis

Lo que se presenta a continuación corresponde a una clase de 120 minutos, en la cual 1ºA tiene 80 minutos, un recreo de 10 min y luego retoma las actividades durante 40 minutos. En el caso de 1º B, los 120 minutos se distribuyen en 80 minutos el martes y continúa la clase en los primeros 40 minutos del día siguiente, esto es, miércoles.

En las primeras interacciones con los estudiantes se espera:

- Diagnosticar o hacer evidente los conocimientos geométricos que ellos puedan recuperar de la escuela primaria.
- Introducir objetos geométricos elementales, tales como punto, recta, semirrecta y segmento y favorecer la incorporación de notaciones formales relacionadas con tales elementos.
- Se intenta que, a través de la visualización de imágenes vinculadas con situaciones de la vida cotidiana, con la naturaleza, o de planos de ciudades (entre otros), los estudiantes puedan reconocer objetos geométricos elementales tales como segmento, recta o punto, o más complejos como polígonos, por ejemplo, cuadrados, triángulos, etc.

Lo descrito arriba se realiza con el fin de que los aprendices puedan:

- Disponer de los conceptos de punto, recta, semirrecta y segmento, que serán utilizados en las clases siguientes.
- Reconocer el alcance de sus propios conocimientos
- Interactuar con diferentes objetos geométricos desde la visualización, desarrollando la habilidad de *saber ver y saber interpretar*[3] apelando a imágenes diversas.
- Vincular a la geometría con la realidad como medio para crear sentido al trabajo matemático.

[3] Alsina, Burgués y Fortuny (1989) p. 61

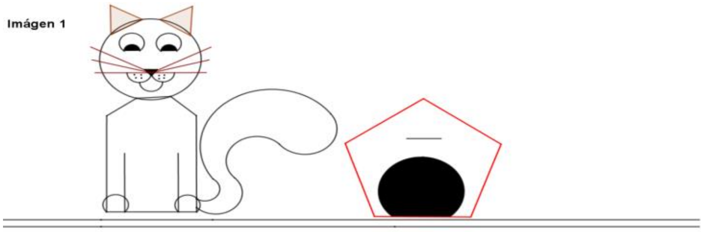
Integrantes:______________________________

Actividad 1

¡Busca las figuras!

En el archivo de *GeoGebra* "Actividad 1" que está en la carpeta "Geometría 1º Año" ubicada en el Escritorio de las Netbooks hay 4 imágenes[4]. Con tu compañero deben encontrar todas las figuras que aparecen en la siguiente tabla, completándola con los datos de ubicación de cada figura. Si logran encontrar todas las figuras ¡tendrán un punto extra en el próximo trabajo práctico!

¡Mucha suerte!



Imágen 2

Imágen 3

Imágen 4

FIGURA	NÚMERO DE LA IMAGEN	LUGAR EN LA IMAGEN
Un cuadrado		
Un rectángulo		
Un triángulo		
Un círculo		
Un ángulo		
Un punto		
Una recta		
Una semirrecta		
Un segmento		

Figura 2.2. Actividad 1

4 Se incorporaron las imágenes para adaptar la actividad al informe. Algunas de estas imágenes fueron seleccionadas de internet, en el caso de la Imágen 1 es una creación realizada con el software *GeoGebra.*

La Actividad 1 (Figura 2.2) fue diseñada para utilizarse en un Nivel 0. Con esta tarea, se busca dar cuenta de la capacidad de los estudiantes para reconocer figuras sin diferenciar sus propiedades determinantes y, principalmente, brindar elementos para una construcción colectiva de los conceptos de recta, semirrecta y segmento.

A los fines de cumplir la función de respaldo ante la situación de que muchos estudiantes consiguieran terminar la primera actividad rápidamente, se realizó una segunda tabla. A su vez, nos permite ampliar el rango de diagnóstico, debido a que los objetos que se piden encontrar, corresponden a conceptos a ser trabajado en algunas clases siguientes y para su identificación se requieren aplicar conocimientos de propiedades particulares de las figuras presentadas.

Guion conjetural

Previo a la clase, durante el recreo, dispondremos el proyector y llevaremos las netbooks al aula.

Introducción (20 minutos)

La introducción de la clase va a ser la misma para ambos cursos. Estimamos una duración aproximada de 20 minutos.

Nos presentaremos brevemente, diremos que somos estudiantes del profesorado en matemáticas, que haremos nuestras prácticas durante un mes y que nos van a acompañar observando su profesora y nuestra profesora supervisora, aclarando que uno de nosotros va a dictar las clases mientras el otro observa junto con las docentes o, los ayuda con sus actividades según lo requieran.

En este momento pueden surgir preguntas de los estudiantes tales como, *¿dónde estudian?, ¿cuánto tiempo se quedarán en la escuela?, ¿ustedes nos tomarán una evaluación?*

Daremos respuestas a estas u otras preguntas que puedan surgir para luego avanzar sobre el sentido de la Geometría como actividad matemática y humana.

Les contaremos que durante este período van a trabajar con Geometría, lo que puede dar pie a que algún estudiante pregunte: *¿qué es la Geometría?* En caso que ningún estudiante haga esa pregunta, nosotros preguntaremos, *¿saben qué es o qué estudia la Geometría?* El que esté a cargo de la clase, invitará a que algún estudiante intente responder a esa pregunta. Se buscará que todos puedan expresar sus experiencias, conocimientos u opiniones practicando una escucha activa y asegurando el respeto mutuo entre ellos. Para guiar este intercambio y si ningún estudiante hizo referencia a la escuela primaria, podemos utilizar las siguientes preguntas: *¿qué recuerdan del primario sobre geometría?* Pueden surgir palabras sueltas como *ángulos, polígonos, lado, triángulo, área, etc.* A lo que nosotros responderemos: *todo lo que ustedes mencionaron son elementos geométricos pero no definen qué es la geometría. Entonces para ustedes ¿qué es la Geometría?* Si **no** logran concretar una definición les diremos: *en un sentido amplio se puede considerar a la geometría como una parte de la matemática que estudia el espacio*[5]*. ¿Qué les parece que significa esto?* Pueden surgir preguntas del estilo, *¿del espacio exterior?, entonces ¿está relacionado con las estrellas?* y a lo que diremos: *sí, está relacionado, pero no solamente con el espacio exterior y las estrellas, sino también con el espacio en el que estamos ahora, es decir el aula, también se vincula con las* ***formas*** *de los objetos que nos rodean, por ejemplo* (mostrar un afiche del aula), *con* ***el lugar*** *que ocupa un objeto en una habitación (por ejemplo el lugar que ocupa la pizarra en esta aula), la* ***distancia*** *entre este escritorio y el primer banco o la distancia entre estos dos puntos en la pizarra* (se dibujan dos puntos en la pizarra y se indican que esos puntos ocupan un lugar sobre la pizarra), *etc.* (Siempre que podamos, veremos de usar ejemplos que hayan dicho los estudiantes). *Entonces, teniendo en cuenta los ejemplos anteriores con Matemática del espacio quiero decir que es la ciencia que se encarga de analizar y ordenar los conocimientos referidos a la forma, volumen y distancia entre los objetos.*

En caso de que no responda nadie daremos los ejemplos y la explicación anteriormente detallados.

Si surge la pregunta *¿para qué* ***sirve*** *la Geometría?* les preguntaremos *¿****qué es*** *la Geometría?* y procederemos como lo explicitamos anteriormente en caso de que no se haya preguntado antes. Una vez salvada la pregunta, retomamos la duda *¿para qué sirve?,* a lo que pueden responder *para medir distancias, el volumen, superficies, áreas.* Afirmamos esos comentarios y agregamos *que además sirve para aplicar en la arquitectura, en ingeniería, en geografía, arte y otras ciencias.* Cerramos este momento de la clase indicando:

[5] Extraído de Alsina, Burgués y Fortuny (1989)

A lo largo de este mes van a trabajar con Geometría, vamos a recorrer distintos temas y nos gustaría que puedan lograr construir figuras geométricas, para eso primero es necesario poder identificarlas, verlas, reconocerlas, diferenciarlas entre sí y estudiarlas. Nuestra primera actividad está relacionada con saber identificar las figuras. Actividad con la que no tendrán dificultades pues han mostrado ya, que conocen mucho de geometría ¡Hoy van a jugar un juego!

Desarrollo:

En el desarrollo se van a distinguir tres momentos:

1º Momento: Trabajo grupal en la actividad. **(20 minutos)**

Objetivos:

● Poner en juego la capacidad de saber ver y saber interpretar.

Fases del aprendizaje: Discernimiento y orientación dirigida.

¡Hoy van a jugar un juego! es necesario que formen grupos con el compañero del lado y mientras se van ordenando calmadamente les vamos a ir entregando una netbook junto con la consigna para el trabajo por grupo. A continuación, alguien leerá la actividad, luego de esto completarán la primera fila entre todos. En el caso en que haya alguien solo y nos consulte qué hacer le decimos que puede trabajar con alguno de los grupos, y les entregamos una netbook extra.

Cuando todos tengan las netbooks y la fotocopia, le pedimos a algún estudiante que lea el enunciado. Durante la lectura, pegaremos el afiche con el diagrama de la *Imagen 1* que se encuentra más abajo. Al finalizar la lectura, preguntamos si hay alguna duda con respecto a la actividad propuesta.

En el archivo de GeoGebra "Actividad 1" que está en la carpeta "Geometría 1º Año" ubicada en el Escritorio de las Netbooks hay 4 imágenes. Con tu compañero deben encontrar todas las figuras que se nombran en la siguiente tabla, completándola con los datos de ubicación de cada figura. Si logran encontrar todas las figuras ¡tendrán un punto extra en el próximo trabajo práctico!

Proyectaremos la imagen del escritorio de una de nuestras computadoras, mostrando cómo entrar en el archivo, y luego de ello, para introducirlos en la actividad completaremos entre todos la primera fila de la tabla. Una vez finalizado, daremos inicio al juego.

Pueden surgir las siguientes dudas: *¿tenemos que marcar de alguna forma las figuras en las imágenes?, ¿tenemos que encontrar todas las figuras en una misma imagen?, ¿cuál es el número de la imagen?, ¿dónde ponemos las figuras que vamos encontrando?, ¿gana el que termina primero?, ¿a qué se refiere con lugar en la imagen?, ¿qué es una recta (u otra figura)?, ¿cuándo va a ser el trabajo práctico?*

Las responderemos a medida que vayan surgiendo, si preguntan:

● *¿tenemos que marcar de alguna forma las figuras en las imágenes?* Les aclaramos: *que para eso está el casillero "lugar en la imagen" donde tienen que describir, buscando ser lo más precisos posible, la ubicación de la figura en la imagen. Les proponemos que lo describan de la forma ilustrada en el afiche.*

● *¿tenemos que encontrar todas las figuras en una misma imagen?* Les diremos: *no necesariamente, las figuras están distribuidas en todas las imágenes.*

● *¿Cuál es el número de la imagen?* Les diremos que esa información está en el archivo *GeoGebra*, al costado de cada imagen.

● *¿Dónde ponemos las figuras que vamos encontrando?* Aclaramos que: *cuando completemos la primera fila de la tabla entre todos van a poder resolver esta duda.*

● *¿Gana el que termina primero?* A lo que respondemos: *no, todos pueden conseguir el punto si completan la lista en el tiempo asignado.*

● *¿A qué se refiere con lugar en la imagen?* Si no hemos respondido alguna de las anteriores donde se haya incluido esta duda, les decimos que t*ienen que hacer una breve descripción de referencia de la ubicación de la figura en la imagen.* Les aclaramos que para poder ubicarse en la imagen pueden utilizar la siguiente descripción que estará plasmada en un afiche que pegaremos en la pizarra (ver Figura 2.3):

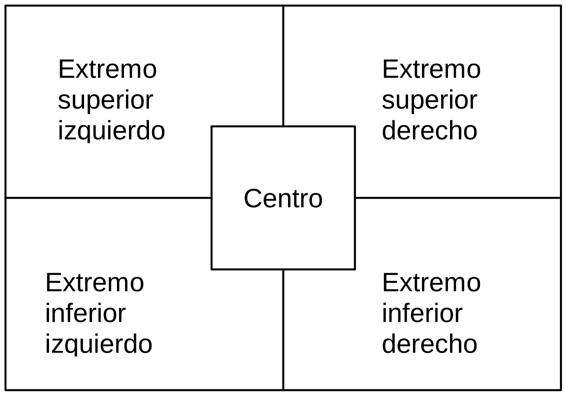


Figura 2.3. Diagrama de ubicación

● *¿Qué es una recta (u otra figura)?* Les aclararemos que: *esas preguntas no las podemos responder, porque la idea del juego es que ustedes utilicen sus conocimientos de geometría. Sí pueden hablarlo con su compañero.*

● *¿Cuándo va a ser el trabajo práctico? Será el 6 de agosto, más adelante les explicamos qué temas van a entrar*.

Una vez respondidas estas dudas, les diremos: *empiecen a trabajar y si tienen alguna pregunta nos avisan así nos acercamos al grupo para responderla. Es importante que sólo trabajen con su compañero. Tienen* ***20 minutos*** *para realizar la actividad.*

Si nos preguntan:

● *¿Qué es un rectángulo?*, como es una actividad para diagnosticar los contenidos que manejan los estudiantes, insistimos en que intenten contestar con lo que saben y si no se acuerdan les sugerimos que continúen trabajando con la figura siguiente.

● *¿Está bien como lo expliqué?* En referencia a cómo completó la última columna de la tabla. Si se expresaron de una manera susceptible de ser comprendida por sus compañeros, los alentamos a que continúen trabajando. De lo contrario, si anteriormente no se explicó la *Imagen 1*, les mostramos el diagrama.

● *No encuentro la recta/segmento/semirrecta.* En estos casos les preguntamos *¿qué es para vos una recta/segmento/semirrecta?* Pueden no reconocer una recta porque no dice "línea", para ese caso reformulamos la pregunta diciendo *¿Saben lo que es una línea recta?* Puede suceder que identifiquen algún segmento de las imágenes como una línea recta, con esa información les decimos que sigan trabajando. Si dicen que no hay recta/semirrecta/segmento les pedimos que expliquen por escrito con sus palabras por qué les parece que no encuentran estas figuras.

Si algún grupo termina antes que el resto, les entregaremos otra fotocopia con la tabla complementaria para que sigan trabajando. Con la que se busca diagnosticar sus conocimientos referidos a clasificación de ángulos, rectas y clasificación de triángulos. Pasados los 20 minutos damos por finalizada la búsqueda de figuras. Pedimos que hagan silencio y que procederemos con la puesta en común.

2º Momento: Trabajo colectivo. **(30 minutos)**

Puesta en común de la actividad para presentar las producciones de los estudiantes. Proyectaremos las imágenes de la actividad en el pizarrón e invitamos a los estudiantes a pasar a marcar la figura correspondiente y completar la tabla que estará esbozada en un afiche. Guiaremos con preguntas hacia el estudiante y al resto del curso. Se buscará generar debates en cada una de las figuras haciendo énfasis en las figuras punto, recta, semirrecta y segmento las cuales estarán al final de la lista.

Objetivos:

● Profundizar sobre los contenidos explorados.

● Recuperar información sobre el manejo de los conceptos básicos de geometría.

● Crear debates sobre los conceptos de recta semirrecta y segmento.

Fases del aprendizaje: Explicitación

Para la puesta en común tendremos preparado un afiche con la primera tabla, así cada grupo que pasa la va completando.

● **Rectángulo:** Hacemos una invitación general para pasar y completar la tabla con la segunda figura que aparece, ya que la primera fila fue completada anteriormente: *¿Quién quiere pasar a contarnos dónde vieron un rectángulo y completar la tabla?* Si anteriormente notamos alguna respuesta que nos pareció interesante, le ofrecemos al grupo que pase a contarla, de lo contrario elegimos un grupo al azar. Pidiendo silencio, en caso de que sea necesario, para que todos escuchen lo que el grupo está exponiendo. Puede suceder que pasen y directamente empiecen a completar la tabla, en ese caso dejaremos que terminen y que luego que lean en voz alta la descripción de la ubicación del rectángulo. Preguntaremos al resto del curso si encontraron otros rectángulos y si algún grupo dice que sí, les pedimos que lean lo que completaron en "lugar en la imagen" y que el grupo que esté al frente lo marque. Agradecemos la participación del grupo que está al frente y les decimos que se pueden sentar.

● **Triángulo:** Procedemos de la misma forma que lo hecho con el rectángulo, invitando a un grupo que todavía no haya participado.

● **Círculo:** Si marcan como círculo "la abertura de la casita del gato de la Imagen 1", eso no lo tomamos como válido haciéndoles ver que por más que le falte una pequeña parte no es un círculo completo. Entonces, les damos una oportunidad para que busquen una respuesta correcta. Luego nuevamente preguntamos si alguien más encontró un círculo ubicado en otro lado y procedemos igual que con las figuras anteriores.

● **Ángulo:** Siguiendo la misma dinámica invitamos a un grupo a pasar a completar la tabla. Puede que hayan marcado un ángulo interior de algún polígono que se muestre en las imágenes, y que frente a esta situación otro estudiante manifieste disconformidad de la siguiente forma: *eso no es un ángulo, eso es una figura/triángulo/cuadrado/etc.* En ese caso intervenimos pidiéndole al grupo que esté al frente que les cuenten a sus compañeros por qué decidieron elegir ese ángulo.

Si nadie marcó un ángulo comenzamos a hacer preguntas exploratorias con el objetivo de recuperar lo que vieron en la primaria, dado que sabemos que ya han estudiado ese contenido. Para darle un cierre o complementando lo dialogado, le pedimos a un estudiante que dibuje un ángulo en la pizarra.

● **Punto:** Procedemos análogamente a los casos anteriores.

● **Recta, segmento y semirrecta:** Con la misma dinámica que antes, pasa un grupo a contar lo que produjo. Suponemos, que pueden marcar un segmento de la imagen como recta, preguntamos si todos están de acuerdo y en el caso en que algún grupo diga que a eso lo haya marcado como una semirrecta o segmento, les preguntaremos porqué y volveremos a preguntar si todos están de acuerdo.

La idea es generar un debate de no más de 30 minutos, esperando que no todos estén de acuerdo en qué es cada uno de esas figuras. Orientando la discusión para que se den cuenta de que les falta la definición de cada una de estas figuras y tener criterios que les ayude a diferenciarlas. Por lo tanto, propondremos armar una definición o caracterización provisoria de recta, semirrecta y segmento con las caracterizaciones que ellos hayan expresado.

Recreo (10 min)

Entrada al aula: Ingreso luego del recreo (**5 minutos)**

Trabajo colectivo parte 2: Continuaremos con las definiciones de recta, semirrecta y segmento. Los estudiantes deberán copiar en sus carpetas las definiciones que produzcan. (**25 minutos)**

Como se pueden dar cuenta, hay muchas opiniones distintas de lo que es una recta, una semirrecta o un segmento. Para poder avanzar, es necesario que dejemos en claro cómo distinguir a cada una de estas figuras y que todos estemos de acuerdo.

Para el grupo -de quienes corresponda- *¿Qué es una recta?* Posibles caracterizaciones:

● *Una línea;* comentaremos: *¿están todos de acuerdo?* Si hay algún grupo que no esté de acuerdo le pedimos que justifique porqué y si su argumentación es válida les preguntaremos *¿cómo cambiarían la definición de sus compañeros?* En el caso de que todos contesten que sí, o que no digan nada, dibujaremos una línea curva en la pizarra y preguntaremos: *¿esto es una recta?* Luego de que contesten que no, preguntaremos: *¿cómo podemos mejorar la definición de su compañero?* Pueden proponer: *una línea que no dobla, una línea que no hace curvas, una línea que va recto;* a todas estas respuestas contestaremos: *¡bien!,* mientras en la pizarra escribimos: *Una recta es una línea que no dobla.* En la pizarra trazaremos un segmento y preguntaremos: *¿esto es una línea recta?*

- Si responden que **sí**, trazamos otro segmento y preguntaremos: *¿esto es un segmento?* En el caso de que respondan que **sí**. *Entonces ¿para ustedes recta y segmento es lo mismo?* En caso de que respondan que sí, damos por finalizada la definición de recta y segmento (hacemos contraejemplo de segmento). En el caso de que respondan que no: *¿Qué le falta a la definición para poder diferenciar recta de segmento?* A lo que pueden responder: *Que es infinita.* Preguntaremos: *¿Cómo queda la definición?,* esperando que respondan: *una recta es una línea que no dobla y es infinita.* Escribiremos esta definición en la pizarra.

- Si responden que **no**, preguntaremos: *¿qué es?* Esperando que respondan: *un segmento.* Preguntaremos: *¿Qué agregarían a la definición para que se pueda distinguir entre recta y segmento?* Pueden responder *que es infinita.* Preguntaremos: *¿Cómo queda la definición?,* esperando que respondan: *una recta es una línea que no dobla y es infinita.* Escribiremos esta definición en la pizarra.

● *una línea infinita,* comentaremos: *¿están todos de acuerdo?* Si hay algún grupo que **no** esté de acuerdo le pedimos que justifique porqué y si su argumentación es válida les preguntaremos *¿cómo cambiarían la definición de sus compañeros?* En el caso de que todos contesten que **sí**, o que no digan nada, dibujaremos una línea curva "infinita" en la pizarra y preguntaremos: *¿esto es una recta?* Luego de que contesten que no, preguntaremos: *¿cómo podemos mejorar la definición de su compañero?* Pueden proponer: *una línea infinita que no dobla, una línea infinita que no hace curvas, una línea infinita que va recto.* A todo esto contestaremos: *¡bien!,* mientras en la pizarra escribimos: *Una recta es una línea infinita que no dobla.*

● *una línea que no tiene principio ni final.* Preguntamos si todos están de acuerdo, si hay algún grupo que no esté de acuerdo le pedimos que justifique porqué y si su argumentación es válida les preguntaremos *¿cómo cambiarían la definición de sus compañeros?* Si todos están de acuerdo, les dibujamos un círculo en la pizarra y decimos *un círculo puede ser una línea que no tiene principio ni final, ¿esto es una recta?* Luego de que contesten que no, preguntaremos: *¿cómo podemos mejorar la definición de su compañero?* Pueden proponer: *una línea sin principio ni final que no dobla, una línea sin principio ni final que no hace curvas, una línea que va recto.* A todo esto contestaremos: *¡bien!,* mientras en la pizarra escribimos: *Una recta es una línea que no tiene principio ni final y que no dobla.*

● *la línea del tiempo,* en este caso les aclararemos que *no está mal lo dicho, pero para representar una línea del tiempo se utiliza una línea recta que es lo que queremos definir ó dicho de otro modo, se puede tomar como ejemplo de línea recta una línea del tiempo.*

Para el grupo -de quienes corresponda- *¿Qué es una semirrecta?* Posibles caracterizaciones:

● *una línea que tiene principio pero no final.*

● *una media recta.* Le pediremos que dé más detalles.

Al finalizar la caracterización del grupo, preguntaremos: *¿están todos de acuerdo?* Si hay algún grupo que no está de acuerdo lo invitaremos, desde su ubicación, a exponer su idea. A medida que los estudiantes van explayando sus ideas, iremos anotando las diferentes caracterizaciones en el pizarrón, para luego reordenarlas en forma de definición.

Una vez armadas las definiciones o caracterizaciones **provisorias** de recta, semirrecta y segmento las escribiremos en la pizarra y les decimos que las copien. Cuando todos las hayan copiado, festejaremos la construcción de las definiciones con un aplauso grupal.

Estas definiciones que acaban de armar, son definiciones provisorias. ¿Qué queremos decir con esto? Que no son definitivas las seguiremos construyendo y mejorando. En la clase siguiente, les daremos una mayor precisión y utilizaremos una forma más matemática o más formal de nombrar a estas figuras.

Ahora veremos si están bien las respuestas de sus compañeros, de acuerdo a las definiciones que recién armaron. Proyectaremos en la pizarra las imágenes y buscaremos las respuestas

Entre todos compararemos lo que completaron los estudiantes en las últimas tres filas. Los alentaremos para que terminen con las últimas tres figuras de la primera tabla, diferenciando bien en base a lo que concluyeron anteriormente, destinándole no más de diez minutos. Una vez finalizado este momento, festejaremos de nuevo que terminaron el juego con éxito. Les pediremos que nos entreguen las hojas del juego debido a que debemos corroborar que todos los grupos hayan completado bien la tabla, y que la próxima clase se las devolveremos corregidas junto con el punto extra.

Cierre del segundo momento (10 minutos aproximadamente)

Le pediremos a un estudiante que comente lo que hicieron en clases, otros pueden aportar a lo narrado por su compañero. Una vez finalizada esta instancia, le agradeceremos al estudiante que contó lo trabajado.

2.1.2. Semana 1 - Clase 2

3º Momento: Institucionalización de los contenidos trabajados. **(80 minutos)**

A través de una presentación introduciremos la notación de punto, recta, semirrecta y segmento que previamente se habrá definido en conjunto con todo el curso. Nos ayudaremos con un *PowerPoint*.

Guion conjetural de la presentación.

Entrada al aula y asistencia: (5 minutos)

Introducción: (3 minutos)

Hoy continuaremos trabajando con las definiciones o caracterizaciones que armaron la clase pasada. ¿Recuerdan que habíamos dicho que esas definiciones eran provisorias para poder seguir trabajando con el juego de las figuras? Resulta que hoy van a ver otras definiciones o caracterizaciones más precisas y van a aprender cómo expresarlas en lenguaje matemático. Para hacer esto, los invitamos a observar la siguiente presentación que preparamos para ustedes.

Daremos comienzo a la presentación con la siguiente diapositiva.

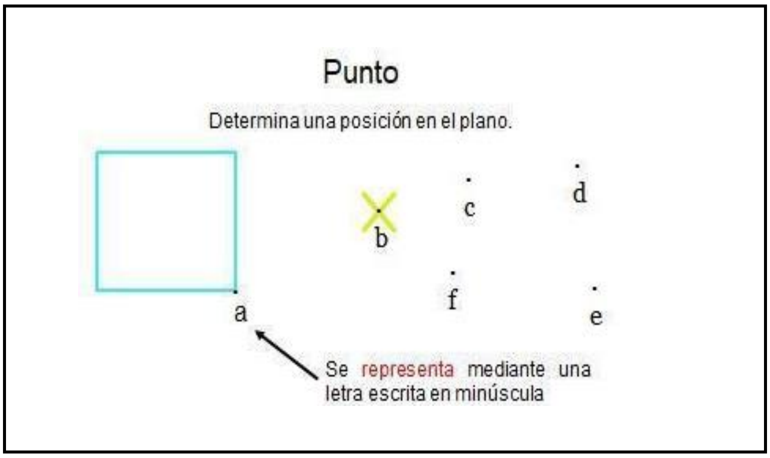


Figura 2.4. Diapositiva 1

¿Qué es lo que ven en la imagen? ¡Un punto! ¡Sí!, diremos que *un punto determina una posición en el plano, por ejemplo, cuando juegan a la batalla naval, a su rival le pasan las coordenadas de la posición que ustedes piensan en la que puede estar un barco. En ese caso pueden imaginarse que están dando la posición de un punto del barco.*

En el caso de que no conozcan el juego de la batalla naval, podemos utilizar este otro ejemplo *Cuando ustedes buscan una dirección en Google Maps, la aplicación les marca una posición en el mapa, les marca un punto en el mapa.*

Se representa mediante una letra escrita en minúscula.

Los puntos no solamente están sueltos por el plano, también pueden pertenecen a figuras del plano. En el caso del punto b, podemos ver que es el vértice de esta figura, ¿recuerdan cómo se llama? ¡Cuadrado!, ¡Bien! El vértice de este cuadrado es un punto y se representa simbólicamente con la letra b minúscula. A continuación, pediremos a un estudiante que pase, marque y nombre un punto en la pizarra.

Pasaremos a la diapositiva número dos.

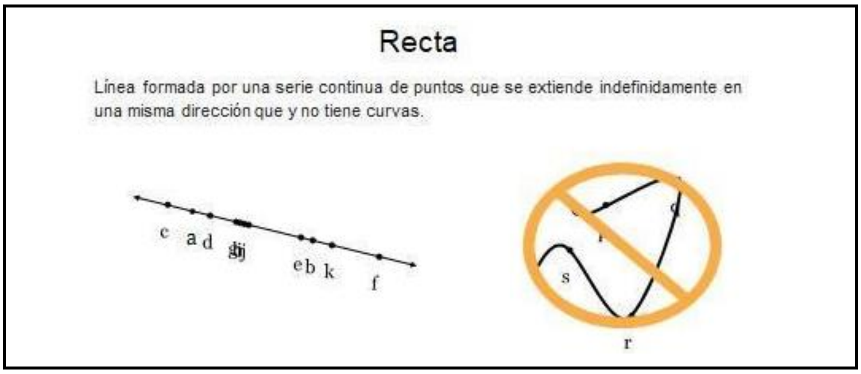


Figura 2.5. Diapositiva 2

Le pediremos a un estudiante que lea la definición elaborada la clase anterior. Luego, le solicitaremos a otro estudiante que lea la definición que aparece en la diapositiva, *¿Les parece que ambas definiciones dicen lo mismo?*

Si dicen: *No, ¿En qué se diferencian?, ¿Qué le cambiarían a la que armaron ustedes?*

Si dicen: *Sí, perfecto. ¿Qué tienen en común?*

Entonces si la recta es una línea formada por una serie contínua de puntos en una misma dirección ¿Cuál de los siguientes grupos de puntos les parece que están en una línea recta? En la diapositiva aparecerán dos conjuntos de puntos sin una línea que los contenga. Puede suceder que: (a) todos estén de acuerdo con el primer grupo, (b) todos estén de acuerdo que es el segundo o (c) algunos opinen que es el primero y otros que es el segundo conjunto. En todos los casos les preguntaremos por qué e invitaremos a un estudiante a pasar para que exponga su respuesta. Suponemos que pueden responder "*Porque si uno con el fibrón todos los puntos, queda dibujada una línea recta".* Si en el caso (b) no tienen fundamentos para decir porqué, nosotros les diremos que intenten unir los puntos con el fibrón. Aprovechando que la imagen se proyecta sobre una pizarra blanca. De esta forma podrán distinguir que la figura que se forma uniendo el conjunto de puntos del segundo grupo, no es una línea recta. Le agradeceremos al estudiante que pasó a la pizarra a dibujar y preguntaremos de nuevo si están todos de acuerdo, esperamos que en esta instancia todos estén de acuerdo y continuamos con la diapositiva en la cual se validarán las respuestas de los estudiantes o se responderá, en el caso en que no hayan podido responder, cuál de los grupos de puntos se corresponde con una línea recta y cuál no.

Continuando con la siguiente diapositiva (Figura 2.6.)

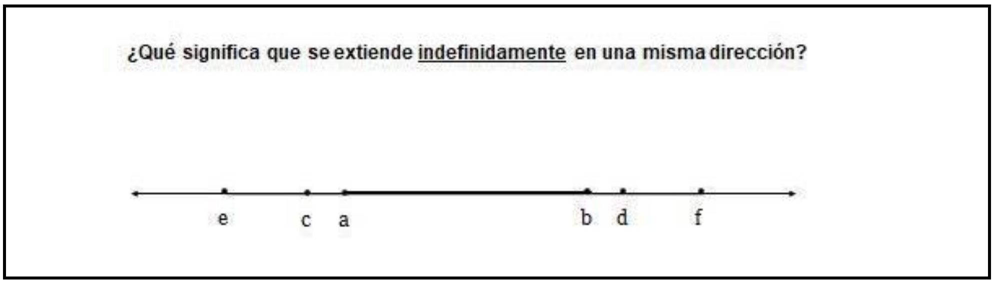


Figura 2.6. Diapositiva 3

Preguntaremos *¿Qué significa que se extiende indefinidamente en una misma dirección?* Pueden responder: *significa que se alarga infintamente*, a lo que le respondemos que está bien y haremos aparecer un segmento en la diapositiva, luego el otro y así sucesivamente hasta que aparezca la recta. En caso de que no contesten nada, haremos referencia a las imágenes que se irán reproduciendo en la diapositiva, diciendo: *Acá pueden ver una recta, pero ¿Qué pasa con estos dos puntos?* (haciendo aparecer dos puntos en los extremos por fuera de la recta) y aclaramos que pertenecen a la recta. Así con los siguientes puntos extendiendo la recta, y para cerrar diremos: *se puede seguir así indefinidamente hasta salirnos de la pantalla pero como no podemos hacerlo, le ponemos las dos flechitas en los extremos que indican que la recta continúa.*

Continuaremos con la diapositiva número cuatro.

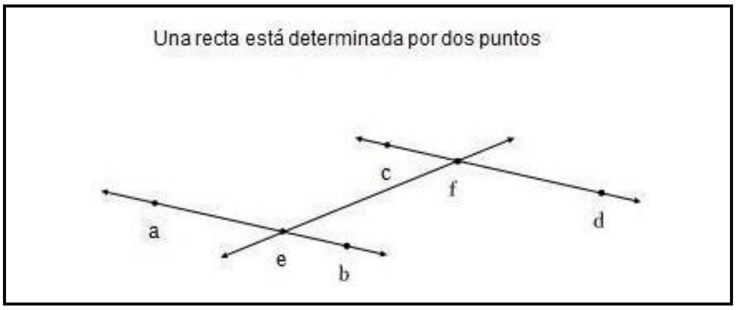


Figura 2.7: Diapositiva 4

Leemos la afirmación que aparece en la diapositiva. Preguntamos a los estudiantes *¿qué significa esto?* En caso que nos conteste algún estudiante, interrogamos al resto si están de acuerdo con lo expresado por su compañero. Si no hay respuestas o las mismas son confusas, diríamos*: Ya vimos que una recta es una sucesión continua de puntos que se extiende indefinidamente en una sola dirección, pero cada vez que quiera dibujar una ¿voy a precisar de todos los puntos? Un resultado muy importante es, tomando dos puntos cualesquiera, por ejemplo, a y b* (haciendo click en la diapositiva) *por esos puntos pasa una única recta* (haciendo click en la diapositiva para hacer notar eso). *Otro ejemplo: Si tomo los puntos c y d* (haciendo click en la diapositiva nuevamente)*, hay una única recta que pase por ellos.* Haremos aparecer todas las rectas de la diapositiva y concluiremos: *decir que una recta queda determinada por dos puntos, significa que, si yo tomo dos puntos en el plano, existe una sola recta que pasa por ellos. O dicho de otro modo: dos puntos determinan una y solo una recta*

Continuamos con la diapositiva cinco.

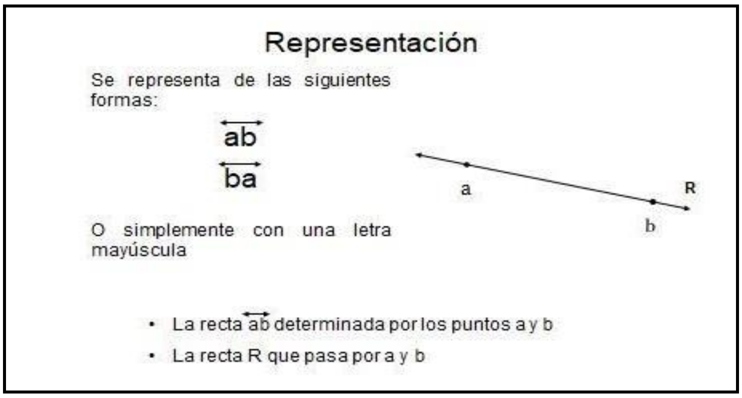


Figura 2.8. Diapositiva 5

Veremos ahora las distintas formas de representar una recta. Una de ellas es la representación gráfica. ¿Cómo dibujan una recta? ¿Quién quiere pasar? Puede ser que dibuje un segmento, en ese caso le preguntamos: *¿Cómo mostramos que se extiende indefinidamente?* En caso de que no puedan contestar a esto, hacemos referencia a la diapositiva tres (Figura 2.6).

Otra forma de representar una recta es la representación simbólica. ¿Se acuerdan que, en la diapositiva anterior, dijimos que una recta está determinada por dos puntos? Para designar una recta podemos usar el siguiente $\overleftrightarrow{ab}$ *o* $\overleftrightarrow{ba}$, haciendo aparecer en la diapositiva la representación simbólica. *Noten que por encima de las letras, hay una línea con dos flechas en sus extremos. Esto es importante para evidenciar que estamos hablando de una recta.*

Otra forma de nombrar una recta, es utilizando una letra mayúscula hacemos aparecer el cuadro de texto que dice "Recta R". *Entonces, ahora podemos decir la recta* $\overleftrightarrow{ab}$ *determinada por los puntos a y b o sólo la recta R que pasa por a y b*

Continuaremos con la sexta diapositiva.

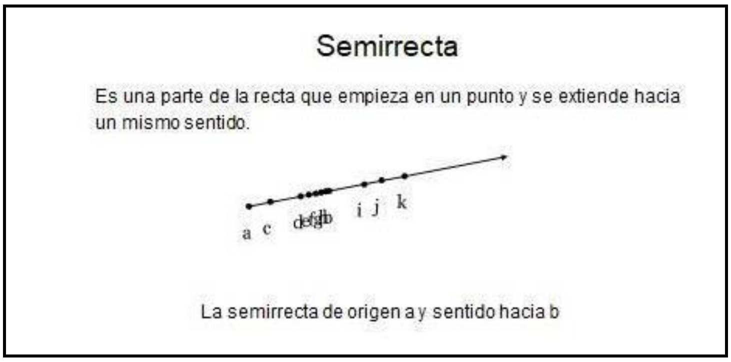


Figura 2.9. Diapositiva 6

Procederemos como al comienzo de la diapositiva dos (Figura 2.5), con la diferencia de que no habrá dos conjuntos de puntos. Luego de hacer aparecer la semirrecta, les preguntaremos *¿qué diferencias notan entre lo indicado para una semirrecta con lo caracterizado sobre lo que es una recta?* En el caso de que no lo puedan evidenciar las diferencias sustanciales tales como que tiene un principio, pero no un final o que se extiende hacia un mismo sentido, haremos énfasis en que observen la existencia del origen en este caso y la restricción en el sentido.

Avanzamos con la diapositiva siete.

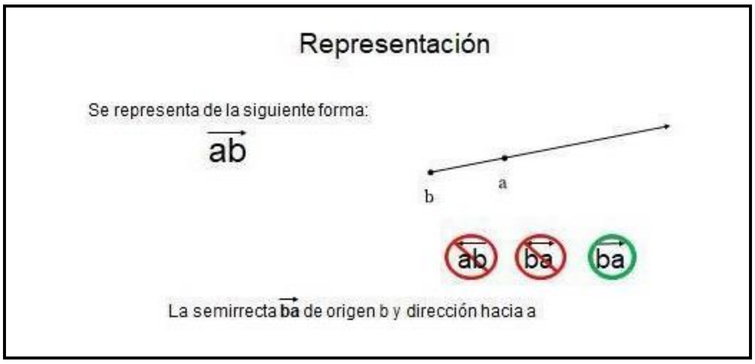


Figura 2.10. Diapositiva 7

Procederemos como en la presentación de la diapositiva cinco (Figura 2.8). *Veremos ahora las distintas formas de representar una semirrecta. Una de ellas es la representación gráfica. ¿Cómo dibujan una semirrecta? ¿Quién quiere pasar?* Luego de hacer aparecer la semirrecta, aparecerán tres posibles notaciones a lo que preguntaremos: *¿cuál de ellas es la forma correcta de expresar simbólicamente a una semirrecta?* Si responden de la primera forma, les preguntaremos *¿Cuál es el origen de esta semirrecta?, ¿hacia qué dirección se dirige?* Si responden de la segunda opción, les preguntaremos *¿a qué corresponde esa notación?* Esperando que responden *a una recta.* Si no, lo aclaramos nosotros enfatizando en que objetos distintos tienen que tener notación distinta.

Concluidas y cerradas las ideas presentadas en la diapositiva anterior, avanzamos con la diapositiva ocho.

Figura 2.11. Diapositiva 8

Le pediremos a un estudiante que lea la definición elaborada la clase anterior. Luego, le solicitaremos a otro estudiante que lea la definición que aparece en la diapositiva, *¿Les parece que ambas definiciones dicen lo mismo?*

Si dicen *No. ¿En qué se diferencian?, ¿Qué le cambiarían a la que armaron ustedes?*

Si dicen *Sí. Perfecto, ¿Qué tienen en común?*

El segmento es una porción de la recta que está comprendida entre dos puntos, acá podemos ver que los puntos se quedan entre los extremos a y b. Vemos con azul el segmento $\overline{ab}$.

Luego de hacer aparecer el segmento, les preguntaremos *¿qué diferencias notan entre un segmento y una recta? ¿Y una semirrecta?* En el caso de que no lo puedan evidenciar la diferencia esencial que tiene un principio y un final, haremos énfasis en que tiene dos extremos y no se extiende indefinidamente.

Una vez concluidas las ideas de la diapositiva ocho avanzaremos sobre la diapositiva nueve.

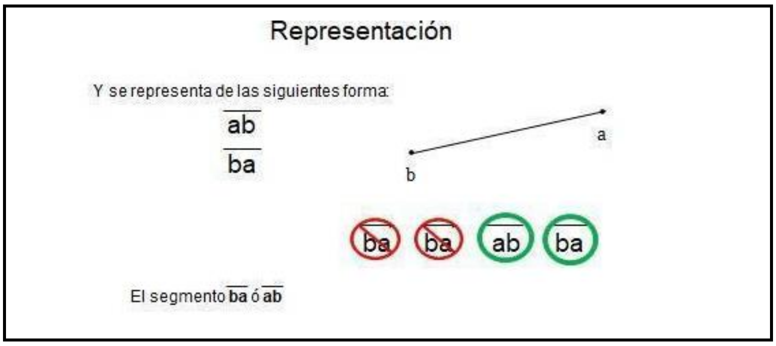


Figura 2.12. Diapositiva 9

La presentaremos como la diapositiva seis (Figura 2.9). Hablaremos sobre la representación y luego de hacer aparecer el segmento, aparecerán tres posibles notaciones a lo que preguntaremos: *¿cuál de ellas es la forma correcta de expresar simbólicamente un segmento?* Si responden de la primera forma, les preguntaremos *¿a qué corresponde esa notación?* Esperando que responden *a una semirrecta.* Si no, lo aclaramos nosotros enfatizando en que objetos distintos tienen que tener notación distinta. Análogamente con la siguiente representación, esperando que respondan que se corresponde a una recta.

Cerradas las presentaciones de las nociones primarias, y con el fin de volver a enfatizar la geometría como estudio que se conecta con el espacio y la realidad. Les diremos que vamos a ver algunos ejemplos de aplicación a algunos casos reales

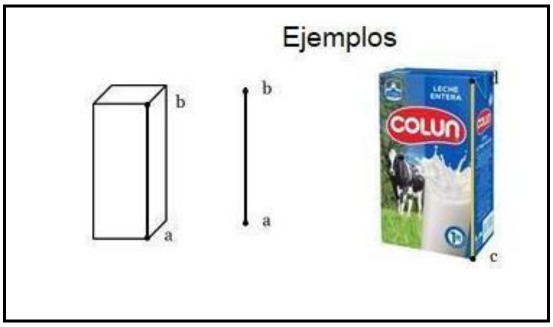


Figura 2.13. Diapositiva 10

Presentaremos ejemplos de segmentos y puntos, primero los mostraremos a partir de un borde de la caja de la leche y luego diremos que esa caja se puede representar como un prisma, y marcaremos el segmento como el lado de una de las caras de dicho prisma. También marcaremos puntos aleatorios en distintos lugares de la caja y el prisma. En la diapositiva siguiente (Figura 2.14) mostraremos una imagen donde los estudiantes deberán marcar o ejemplificar distintos segmentos y puntos. Mencionaremos que dicha imagen corresponde a la Pirámide del Museo del Louvre que está en París, Francia.

Figura 2.14. Diapositiva 11

Cierre

Al finalizar las diapositivas, tendremos listo un afiche para pegar en la pared con las definiciones estudiadas en las diapositivas, para esto invitaremos a un grupo a que pase a pegarlo.

Aclaramos a los estudiantes que, aunque el afiche quede pegado en la pared, deben copiar las definiciones en sus carpetas. Una vez que hayan copiado, a modo de cierre le pediremos a un estudiante que comente un poco sobre lo trabajado en clase. Le agradecemos al estudiante y al grupo por su participación y predisposición para estudiar. Para finalizar hacemos entrega de las correcciones de la Actividad 1, que irá acompañada de un texto con comentarios.

Comentarios sobre lo vivido en la semana 1

Esta semana se desarrolló según lo planificado.

En la clase 1, cuando se debatió sobre “la geometría”, los estudiantes estuvieron predispuestos a participar e hicieron aportes pertinentes a la discusión. Como se había guionado, surgieron las palabras que hacen referencia a los elementos geométricos y también acerca de la aplicación de la geometría, por ejemplo: *para planificar o diseñar casas, para representar un plano, sirve si queres ser ingeniero, una forma distinta de ver el mundo,* etc.

Al comienzo del trabajo en la Actividad 1, con el fin de facilitar la comunicación de ideas, se apeló a un sistema de referencia no convencional para ubicar objetos en el plano. En la Figura 2.15 se puede dar cuenta de ello.

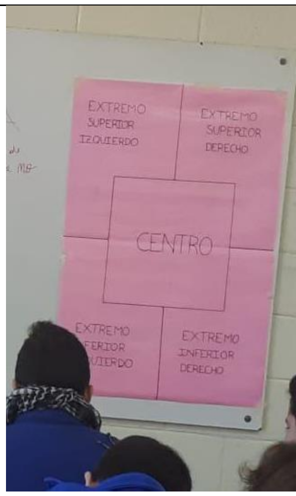


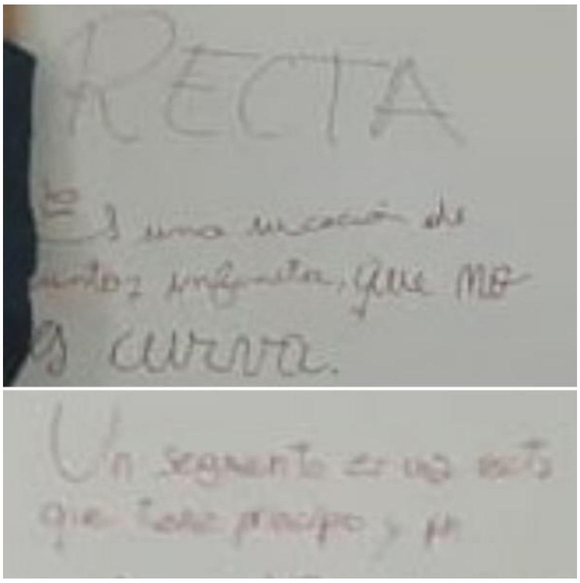
Figura 2.15. Sistema de Referencia

Durante el desarrollo de la Actividad 1, muchos estudiantes manifestaron dudas sobre qué marcar cuando se pedían las figuras punto, segmento, semirrecta, y recta. Por ejemplo, caracterizaron al punto como un círculo pequeño o al segmento con un rectángulo sin altura.

Esto se retomó, en la Clase 2, en la instancia de institucionalización de estos conceptos. Al comienzo de cada diapositiva, se les dio un espacio a los estudiantes para que comuniquen sus caracterizaciones. En particular, en 1º B, una de las estudiantes aportó la definición de punto dada desde la perspectiva de puntillismo estudiada en la materia Artes Plásticas.

La participación de los aprendices superó las expectativas. En algunas caracterizaciones fue necesario presentar contraejemplos ilustrativos para avanzar en la discusión. Como se afirma en el Tomo 2 del Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Provincia de Córdoba (2011-2020) *un contraejemplo es suficiente para probar que un enunciado matemático es falso y además con ejemplos o con dibujos geométricos no alcanza para probar que es verdadero: el estudiante para debatir deberá apoyarse en propiedades y definiciones matemáticas.* (p. 47)

De las caracterizaciones que construyeron los estudiantes, se pueden nombrar las siguientes:

Recta: Es una sucesión de puntos infinita que no es curva. *Segmento: Es una recta que tiene principio y fin.*	 Figura 2.16. Caracterizaciones de recta y segmento realizada por los estudiantes

Debido a que le destinamos más tiempo a discusiones creímos fructíferas, las últimas dos diapositivas de la institucionalización de punto, recta, semirrecta y segmento, en las que se ilustraban ejemplos, no fueron proyectadas.

Una cuestión que es importante destacar es que las definiciones se realizaron tomando los aportes de todos los estudiantes y de una manera constructiva, esto es, a partir de las primeras propuestas, todos intervinieron para mejorarla y no para desestimarla. En ese sentido, la construcción de definiciones resultó un trabajo colectivos logrando de ese modo, acercarnos a lo guionado.

2.1.3. Semana 2 - Clase 3

Sinopsis

Lo que se presenta a continuación corresponde a una clase de 120 minutos, en la cual 1ºA tiene 80 minutos, un recreo de 10 min y luego retoma las actividades durante 40 minutos. En el caso de 1º B, por taller docente, los 120 minutos serán dictados el día miércoles 1º de agosto.

Esta clase retoma lo trabajado la semana anterior en la que se dieron discusiones acerca del quehacer geométrico, los estudiantes resolvieron una actividad introductoria para identificar y problematizar ideas vinculadas con elementos geométricos primarios. En particular, al inicio de la clase se cierran las definiciones de algunos de estos objetos y se pone en evidencia la relación entre realidad y geometría apelando a una caja de cartón en la que se identifican segmentos y puntos.

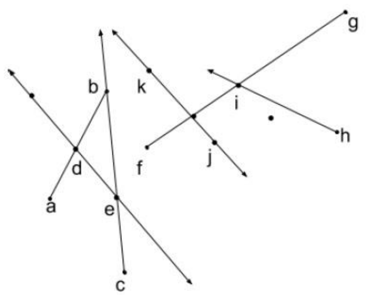
A partir de estas ideas y otras nociones presentadas previamente, en esta clase se busca afianzar los conceptos construidos en instancias anteriores y avanzar sobre la noción de ángulo. Ambos procesos, afianzar lo visto y avanzar sobre nuevas ideas, se realizarán a partir de las interacciones que se generarán con los estudiantes y con el fin de:

- Profundizar el estudio de objetos geométricos elementales, tales como punto, recta, semirrecta y segmento.
- Favorecer la apropiación de los procesos de escritura de las notaciones formales relacionadas con tales elementos.
- Continuar desarrollando la **percepción espacial**, valiéndonos de actividades que incentiven la **visualización, estructuración, traducción** y **clasificación.**
- Explorar e institucionalizar los conceptos de: ángulo, ángulos cóncavos y ángulos convexos.
- Clasificar ángulos según su amplitud.

En relación con la guía de actividades (Figura 2.17), podemos indicar que la misma fue diseñada para utilizarse en un Nivel 1 según el modelo de Van Hiele. En este nivel se busca potenciar las capacidades de los estudiantes para reconocer figuras sin diferenciar sus propiedades determinantes y, principalmente, poner en juego las notaciones introducidas en las clases uno y dos.

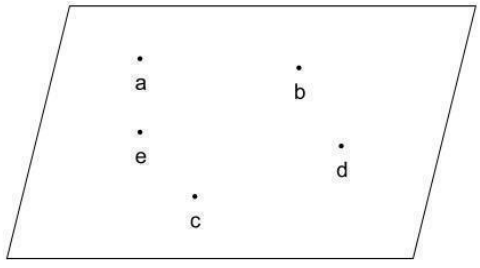
<u>Guía de ejercicios:</u>
<u>Punto, recta, semirrecta y segmento</u>

1. A partir de la siguiente imagen:



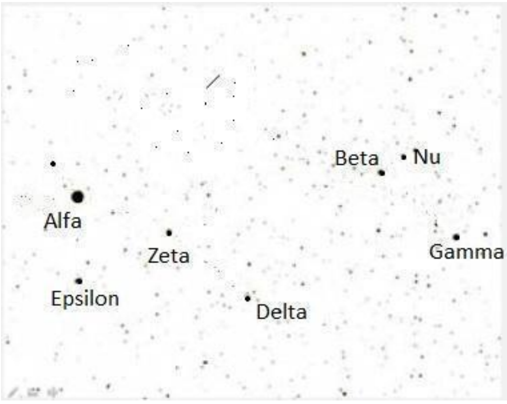
Pintar con azul un **punto** que no esté nombrado y nombrarlo
Pintar con amarillo dos **rectas**, escribir sus expresiones simbólicas y nombrarlas.
Pintar con verde dos **semirrectas** y escribirlas simbólicamente.
Pintar con rojo dos **segmentos** y expresarlos simbólicamente.

2. En la siguiente imagen se destacan cinco puntos a, b, c, d y e. Tomando como referencia esos puntos, traza las figuras que se detallan a continuación y represéntalas usando los símbolos correspondientes:



a) Traza con rojo la recta determinada por los puntos **a** y **b**: ______
b) Traza con verde la recta determinada por los puntos **c** y **e**: ______
c) Traza con azul la semirrecta de origen **c** que pasa por **d**: _____
d) Traza con amarillo la semirrecta de origen **c** que pasa por **b**: ______
e) Traza con violeta los segmentos cuyos extremos son los puntos:
   i) **e** y **d**: ____
   ii) **c** y **e**: ____
   iii) **c** y **d**: ____
   iv) A partir de los segmentos dibujados en los incisos i), ii) y iii) ¿Qué figura quedó formada?

3. En la siguiente imagen hay una gran cantidad de estrellas observadas una noche de septiembre sobre la ciudad de Cuzco, Perú:



Entre esas estrellas se esconde la constelación Urk'uchillay o **La llama de plata.** Esta constelación inca se observa en el cielo vespertino desde el mes de agosto hasta mediados de noviembre y precisamente en esta época es que nacen las crías de estos animales. Para descubrirla traza los segmentos, detallados abajo, cuyos extremos son los puntos que representan a las estrellas nombradas a continuación:

- El ojo o la cabeza de la llamita, está representada por la estrella Alfa. Esta estrella, cuyo nombre occidental es Vega, es una brillante estrella de color blanco;
- el hocico, se forma al unir los puntos representados por las estrellas Alfa y Epsilon;
- el cuello, se forma al unir los puntos determinados por las estrellas Alfa y Zeta;
- el cuerpo, es formado al unir los puntos determinados por las estrellas Zeta y Beta;
- la pata delantera y la pata trasera se forman al unir los puntos determinados por las estrellas Zeta y Delta, y Beta y Gamma, respectivamente;
- la minúscula cola se forma con las estrellas al unir los puntos determinados por Beta y Nu.

Figura 2.17. Guía de ejercicios de aplicación

Guion conjetural

Introducción (20 minutos)

Entrada al aula, saludo, asistencia y presentación de la guía de actividades.

Previo a la presentación de la guía de actividades anunciaremos el Primer Trabajo Práctico Evaluable. El cual será dado el lunes 6 de agosto en 1° A y el miércoles 8 de agosto en 1° B. Los temas que van a entrar son: punto, recta, semirrecta y segmento; y clasificación de ángulos cóncavos y convexos: agudos, obtusos y llano.

Al comienzo de la clase entregaremos y presentaremos la guía de actividades. Comentaremos que vamos a trabajar con ejercicios relacionados a las definiciones estudiadas la clase pasada; estas son: punto, recta, semirrecta y segmento. Invitaremos a un estudiante a leer las definiciones plasmadas en el afiche pegado en la pared del aula.

Pediremos a los estudiantes que se dividan en los grupos pautados con la profesora tutora o profesora del curso. Cuando ya estén todos organizados daremos inicio a la clase a partir del siguiente guion conjetural:

Hoy trabajarán con una guía de actividades en la cual van a tener que aplicar todos los conocimientos trabajados la clase anterior. ¿Cuáles fueron las definiciones que estudiaron la clase pasada? Pueden suceder los siguientes casos:

A. Si las recuerdan, invitaremos a un estudiante a que cuente al resto del curso y con sus palabras cuáles eran las definiciones. Lo guiaremos preguntando con respecto a recta:

- *¿Cómo se representa una recta gráficamente?* Si al hacer esta pregunta sólo dibuja una línea recta sin las flechas en los extremos, nos acercaremos y nombraremos los extremos preguntando al resto del curso *¿eso es una línea recta?* Si dicen que **sí**, le pedimos a un estudiante que lea la definición y cuestionaremos si lo que está dibujado en la pizarra se extiende indefinidamente, esperando que digan que no. Entonces les diremos: *recuerden que la clase pasada en una de las diapositivas decía que las rectas se extienden indefinidamente en ambos sentidos y por eso se le ponen las dos flechitas en los extremos.* Si dicen que **no**, les decimos: *entonces, ¿Qué le falta para que sea una recta?* A lo que pueden contestar *las flechitas a los costados* o si no contestan nada, le pedimos a un estudiante que lea la definición y recordamos lo visto la clase anterior en la diapositiva 3.
- *¿Cuál es la notación simbólica para una recta?* Preguntaremos esto en base a la representación gráfica desarrollada por su compañero anteriormente. En caso de que respondan correctamente, lo ratificaremos y avanzaremos con la clase. Caso contrario indicaremos que se fijen en sus carpetas o en el afiche.
- *¿Qué significa que una recta está determinada por dos puntos?* Si no lo recuerdan dibujaremos un punto d y preguntamos a todos los estudiantes *¿Cuántas rectas pasan por ese punto?* Y le solicitaremos que la o las dibuje. El estudiante puede trazar una recta que pase por ese punto, a lo que cuestionaremos si esa es la única recta que pasa por ese punto. Puede suceder que todos quieran participar por lo que agradeceremos a ese estudiante e invitaremos a otro alumno a trazar una recta diferente. Ahora marcamos dos puntos g y h, volviendo a preguntar *¿Cuántas rectas pasan por este par de puntos?* si no responden, les recordaremos que lo estudiaron en la presentación de la diapositiva 4. Si dicen que sólo pasa una recta, avalamos la respuesta, y les pedimos que la nombren con su representación simbólica o sólo que la expresen coloquialmente. Si dicen muchas, invitamos a algún aprendiz con esta postura a que pase a la pizarra a dibujarlas.

Continuarán con semirrecta:

- *¿Cómo se representa una semirrecta gráficamente?* Si al hacer esta pregunta sólo dibuja una línea recta sin una flecha en uno de sus extremos y sin nombrar el origen, nos acercaremos y nombraremos ambos extremos preguntando al resto del curso *¿eso es una semirrecta?* Si dicen que **sí**, le pedimos a un estudiante que lea la definición y cuestionaremos si queda claro que lo que está dibujado en la pizarra se extiende indefinidamente en un sentido, esperando que digan que no. Entonces les diremos: *recuerden que la clase pasada en una de las diapositivas se indicó que las semirrectas se extienden indefinidamente en un sólo sentido a partir de un origen, y por eso se le dibuja una flecha en uno de sus extremos, el cual indica el sentido en el que se prolonga indefinidamente y un punto en el otro extremo para indicar el punto de origen*. Si dicen que **no**, les inquirimos: *entonces, ¿Qué le falta para que sea una semirrecta?* A lo que pueden contestar *la flecha en uno de sus costados y el origen.* Frente a esta respuesta asentimos. Si no contestan nada, le pedimos a un estudiante que lea la definición y recordamos lo visto la clase anterior en la diapositiva 5 (Figura 2.8).
- *¿Cuál es la notación simbólica para una semirrecta?* Preguntaremos esto en base a la representación gráfica desarrollada por su compañero anteriormente. En caso de que respondan correctamente, asentimos y avanzaremos con la clase. Caso contrario indicaremos que se fijen en sus carpetas o en el afiche.

Continuarán con segmento:

- *¿Cómo se representa gráficamente un segmento?* Si al hacer esta pregunta sólo dibuja un segmento sin nombrar los extremos, preguntaremos: *¿Qué información falta en el dibujo para que represente un segmento?* Si no responden, les diremos que lean la definición que escribieron en sus carpetas o que está plasmada en el afiche. Si responden los extremos les diremos que está bien y continuaremos guiando el repaso, con respecto a su representación simbólica, como lo detallamos con las figuras anteriores.

- *¿Cuál es la notación simbólica para un segmento?* Preguntaremos esto en base a la representación gráfica desarrollada por su compañero anteriormente. En caso de que respondan correctamente, asentimos y avanzaremos con la clase. Caso contrario indicaremos que se fijen en sus carpetas o en el afiche.

B. Si no las recuerdan, les diremos que se fijen en su carpeta o que las lean del afiche. En ese caso, a medida que vayan leyendo las definiciones, de las figuras, haremos énfasis en las notaciones y representaciones gráficas como lo hicimos en el apartado anterior.

Es muy importante que todas estas definiciones las tengan en cuenta para poder resolver los ejercicios o para justificar las respuestas. No se olviden que pueden consultarlas las veces que sea necesario, si tienen dudas también nos pueden preguntar a nosotros. Ahora vamos a entregarles la nueva guía de actividades. Cada uno tendrá su fotocopia para completarla, pero pueden consultarse entre los integrantes del grupo.

Desarrollo (40 minutos)

En la pizarra, proyectaremos las filminas con las imágenes de la guía de actividades. Mientras tanto, repartimos la guía de actividades.

Cuando todos tengan la fotocopia invitaremos a un estudiante a leer la primera tarea en voz alta y preguntaremos si alguien tiene dudas con respecto al enunciado. Posible duda: *¿Cómo lo hacemos?* a lo que responderemos: *Utilizando lo que repasamos, tienen que ser capaces de distinguir cada tipo de figura.*

A continuación, pediremos a otro estudiante que lea la siguiente actividad, una vez finalizada la lectura, preguntaremos si hay dudas respecto al enunciado. Si hay alguna duda similar a la del repaso, procederemos de la misma forma que describimos anteriormente.

Luego guiaremos la resolución del inciso a) de la actividad dos. Invitaremos a otro estudiante a que pase a completar la actividad en el afiche. Primero preguntaremos *¿Dónde se ubican los puntos a y b?* Esperando que los señalen en el afiche, continuaremos: *¿Cómo se dibuja una recta?, ¿En qué se diferencia un segmento de una semirrecta?, ¿Cómo se representa simbólicamente?* Las respuestas a todas esas preguntas fueron desarrolladas previamente en el repaso de la clase anterior.

Finalizada la resolución colectiva, nuevamente, pediremos a un estudiante que lea la actividad tres. Para esta actividad utilizaremos el mapa mundi, así los ubicamos geográficamente. Consultaremos si hay dudas al respecto.

La presencia del astrónomo pondrá en evidencia vínculos entre la matemática y la realidad. Se hará evidente un estudio del espacio que toma como objetos los cuerpos celestes y los aportes que puede ofrecer la geometría para esos estudios. Si es factible, se espera que el astrónomo haga evidente la importancia del uso de tecnología para el crecimiento de la astronomía.

Mientras los estudiantes trabajan en la guía de ejercicios vamos a ir pasando por los grupos, veremos cómo avanzan y responderemos dudas en caso de que las haya; corroboraremos que utilicen bien las notaciones; y de ser necesario corregiremos errores. En la primera tarea pueden **asociar la longitud de la figura con el tipo de figura**, por ejemplo, que las figuras de mayor longitud son rectas. Si identificamos este error, haremos una pausa en la producción de los estudiantes para tener su atención y explicarlo en la pizarra.

Ahora que tenemos su atención, vamos a responder a la siguiente duda ¿Tiene que ver la longitud del dibujo con el tipo de figura que representa el dibujo? (preguntamos retóricamente)

Dibujaremos una recta, que llamaremos R, y luego sobre la misma dibujamos otra recta, que llamaremos T, pero de trazo de mayor longitud y otro color, como lo muestra la siguiente figura:

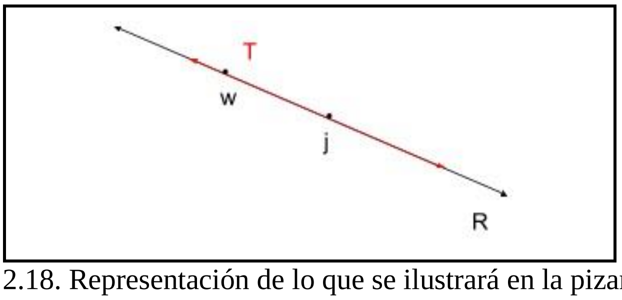


Figura 2.18. Representación de lo que se ilustrará en la pizarra

Diremos: *nombremos a esta recta R, y a ésta otra T. ¿Estos dos dibujos representan la misma recta?* Pueden responder que sí o que no. En tales casos les pediremos que justifiquen porqué, y si algún estudiante tiene una respuesta interesante, o que sea correcta le decimos que la cuente al resto de sus compañeros. Para cerrar con la duda diremos: *tomemos los puntos w y j (marcando dos puntos sobre la recta R) ¿Qué estudiaron sobre rectas? Si no lo recuerdan pueden leer el afiche.* Esperamos que en esta instancia digan que una recta está determinada por dos puntos o los orientamos para que recuerden ese resultado. *Bien, entonces podemos decir que la recta R está determinada por los puntos w y j* (mientras, escribimos en la pizarra R=$\overleftrightarrow{wj}$). *Ahora veamos la recta T, los puntos w y j también pertenecen a esta recta, por lo tanto la recta T también está determinada por w y j* (mientras, escribimos T=$\overleftrightarrow{wj}$) *¿qué significa esto?* esperamos que digan que ambas rectas son iguales.

Dibujaremos un segmento visualmente más largo que una recta que será previamente dibujada y concluiremos diciendo *en este caso, visualmente, pueden ver que el segmento*$\overline{cd}$*, es más largo que la recta* $\overleftrightarrow{jk}$*. Pero no hay ningún error con respecto a eso, por lo que vieron recién esta recta representa lo mismo que la anterior* (dibujando otra recta, de la misma dirección, por encima de la anterior que visualmente sea más larga que el segmento $\overline{cd}$) *aunque visualmente es más larga. Esto es, porque las flechas indican que se extiende indefinidamente.*

Puesta en común de la guía de ejercicios (20 minutos)

Proyectaremos las actividades en la pizarra y asignaremos a tres grupos para que cada uno de ellos exponga un ejercicio distinto al frente de la clase.

Luego de que el primer grupo cuente lo realizado, preguntaremos si todos están de acuerdo, puede suceder que otros grupos hayan marcado puntos/rectas/semirrectas/ segmentos diferentes, en ese caso le pedimos a un integrante que pase a marcarlo. Puede ocurrir que señalen un segmento que sea visualmente más largo que una recta, como una recta o una semirrecta, En tal caso les recordaremos lo que repasamos al comienzo de la clase remarcando que un segmento tiene un principio y un final y que en ese caso se puede ver los puntos que determinan los extremos. Además, explicamos que la longitud del dibujo de la figura no tiene nada que ver con su representación gráfica.

En caso de que la actividad esté bien resuelta y no haya nada para agregar, asentimos, le agradecemos al primer grupo y les pedimos que se sienten. Le indicamos al siguiente grupo que continúe.

Luego de que el segundo grupo cuente lo realizado, preguntaremos si todos están de acuerdo. Si algún estudiante marca un error, le pedimos que diga en dónde cree que se equivocaron sus compañeros. Habilitamos un posible intercambio intelectual entre el grupo y el estudiante que indica el error.

Posibles errores: que se confundan de figuras, que no marquen las flechas en las rectas o en las semirrectas, o que no hayan conseguido marcar las figuras. En todos estos casos guiaremos como lo hicimos al comienzo de la clase, indicando que lean en el afiche la definición y la notación del objeto que debían marcar.

Si todos están de acuerdo y la actividad se encuentra correctamente resuelta, le agradeceremos al segundo grupo y les pedimos que se sienten. Le indicaremos al siguiente grupo que continúe con la siguiente tarea.

Luego de que el tercer grupo cuente lo realizado, preguntaremos si todos están de acuerdo. Si algún estudiante marca algún error le pediremos que diga en dónde cree que se equivocaron sus compañeros. Habilitamos un posible intercambio intelectual entre el grupo y el estudiante que indica el error.

Posibles errores: Que no hayan conseguido identificar los segmentos que debían marcar o que hayan olvidado marcar alguno. En todos estos casos guiaremos como lo hicimos al comienzo de la clase, indicando que lean en el afiche la definición y la notación del objeto que debían marcar.

Si todos están de acuerdo y la actividad se encuentra correctamente resuelta, le agradecemos al grupo y les pedimos que se sienten. De esta forma daremos por finalizada la actividad.

Recreo

Cierre del tema: (15 minutos)

Agradeceremos a todos por trabajar y, cerraremos el tema para enlazar y dar inicio al siguiente tema, ese es, ángulo. Para esto le pediremos a un estudiante que comente lo trabajado en esa clase, los ejercicios, el tema que estuvieron desarrollando, etc.

Gracias a todos por participar y a sus compañeros que pasaron a resolver los ejercicios. ¿Alguien quiere contar lo que hicieron en la clase de hoy? Escucharemos atentamente, y pediremos silencio para garantizar que se escuchen entre todos, si algún estudiante quiere aportar algo, le daremos espacio para expresarse.

En estas tres clases fueron mejorando su capacidad de poder observar unos tipos especiales de figuras, de reconocerlas y poder diferenciarlas entre sí. Además, aprendieron a representarlas en distintos lenguajes o con distintos símbolos. Estás habilidades: observar y diferenciar figuras, reconocerlas y representarlas de distintas formas, son habilidades muy importantes para seguir aprendiendo matemática en general y en especial para continuar aprendiendo Geometría.

En las clases siguientes continuarán haciendo crecer estas habilidades, pero aprendiendo otras figuras del universo de la Geometría. También los acompañaremos a que desarrollen otra habilidad importante para aprender matemática y muy útil en cualquier otra ciencia o en la vida cotidiana, que es la habilidad de poder justificar los pasos que siguieron para resolver un problema, habilidad que ya han trabajado en esta materia y en otras, pero ahora lo tendrán que hacer con problemas de Geometría.

Estas cuatro figuras que estudiaron y que nombró su compañero, punto, recta, semirrecta y segmento; son fundamentales para el estudio de la geometría y son los elementos con los que construirán las siguientes figuras que estudiarán.

Muchas gracias por el trabajo y esfuerzo realizado en estas tres clases, y su buena predisposición para hacer las actividades. ¡Gracias!

Introducción ángulo (20 minutos)

Luego del cierre de punto, recta, semirrecta y segmento, vamos a introducir la definición de ángulo preguntando qué recuerdan de lo visto años anteriores.

Hoy comenzarán a estudiar ángulos, ¿qué recuerdan de ángulo? A lo que pueden responder, *ángulo agudo, ángulo recto, ángulo obtuso.* Nosotros iremos preguntando *¿cuándo un ángulo es agudo/recto/obtuso?* por los conocimientos que manejan los estudiantes pueden responder correctamente a esas preguntas, incluso los podemos invitar a pasar a reforzar su argumento a la pizarra. Luego agradeceremos a los estudiantes que participaron.

A continuación del repaso anterior, vamos a trabajar con la definición de ángulo que está en la página 42 del libro, esta es, "*un ángulo es la región del plano determinada por dos semirrectas con origen común".* Para poder deconstruir tal definición, problematizaremos la noción o idea de región en el plano, como lo describimos a continuación:

Recuperando las ideas que tienen sobre ángulo, nombradas anteriormente, lo primero que hay que saber es ¿qué es un ángulo? Invitamos a un estudiante que lea la definición de la página 42 y les pedimos a todos que abran el libro en tal página. Preguntamos en general *¿qué piensan que es una región del plano determinada por dos semirrectas con origen en común?* Si no lo saben responder, los guiaremos de la siguiente manera:

Para a ayudarlos a comprender la definición que acaba de leer su compañero, primero vamos a explicar lo que es una región en el plano.

Cuando hablamos de plano, nos podemos imaginar una superficie que se extiende indefinidamente en todas las direcciones.

Imagínense un campo que se extiende indefinidamente. Ahora imagínense un alambrado que se extiende en línea recta en el campo, que también se extiende indefinidamente sin curvas. Entonces, ¿en cuántas partes o regiones quedó dividido el campo? Suponemos que responderán en dos, caso contrario pediremos justificación. Reforzando la idea de que el campo es indefinido, continuamos, *ahora el campo quedó dividido en dos partes o regiones.*

Supongan ahora que en el campo hay un poste. Entonces a partir de ese poste, extienden un alambrado sin curvas con el sentido que quieran y otro alambrado diferente que comienza en el mismo poste con un sentido distinto al del anterior y sin curvas. ¿En cuántas partes queda dividido el campo? (mientras tanto, nos vamos ayudando en la pizarra haciendo un dibujo). Pueden responder, en dos, tres o cuatro partes. En todos los casos invitaremos al estudiante a pasar al frente para que se ayude con un dibujo en la pizarra. Suponemos que se pueden dar los siguientes casos:

I. En el caso en que haya estudiantes que argumenten que el plano queda dividido en dos partes. Estimamos, que pueden realizar un dibujo similar al de la Figura 2.19 y ninguno sostenga que se divide en cuatro partes o tres partes, invitamos a un o una estudiante a que grafique la situación. Lo guiaremos de la siguiente forma: preguntaremos *¿cuál es el poste?* esperando que nos indiquen el punto de origen de las semirrectas y le pediremos que lo nombre b. Luego aclararemos, *no se olviden que los alambrados se extienden indefinidamente ¿cómo pueden indicar eso?* Esperamos que incorporen al dibujo las flechas en los extremos de las semirrectas. Con las dos semirrectas dibujadas, le pedimos que pinte con dos colores las dos partes en la que quedó dividido el campo.

Lo que sus compañeros dibujaron en la pizarra fue una representación de lo que se imaginaban cuando hablamos del campo y de los alambrados que quedaron expresados como dos semirrectas, y la pizarra representa el campo.

El campo, en la situación imaginaria que presentamos, cumplió la función de plano, y cuando ustedes pasaron a dibujar a la pizarra, el plano es la pizarra. Nos tenemos que imaginar que se extiende indefinidamente en todas las direcciones, así como cuando dibujamos una fecha en uno de sus extremos, nos imaginamos que una semirrecta se extiende indefinidamente en un sentido. Los alambrados dividieron al campo en dos partes. En la pizarra pueden ver que las semirrectas dividen al plano en dos partes, cada una de estas partes las llamamos ***regiones****. Y la región que su compañero pintó de rojo, es una de las dos regiones determinadas por las dos semirrectas* $\overrightarrow{ab}$ *y* $\overrightarrow{bc}$.

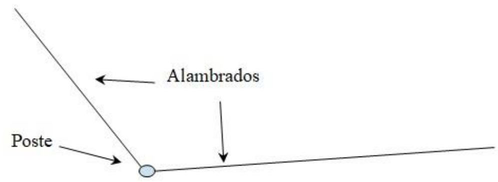


Figura 2.19. Alambrado 1

II. En caso de que haya estudiantes que afirmen que el campo queda dividido en tres partes, le pediremos a un o una estudiante que sostenga esta afirmación, a que pase al frente a dibujar lo que se imagina. Estimamos, que pueden realizar un dibujo similar al de la Figura 2.20. Le pediremos que justifique lo dibujado. Pueden responder, *porque puede ser que solo un alambrado se extiende indefinidamente,* aclaramos que *ambos alambrados se extienden indefinidamente a partir del poste en un solo sentido. Entonces ¿qué pasa con este alambrado?* (señalando el alambrado que pasa por el poste) *¿comienza en el poste?* Suponemos que van a responder que no. A lo que preguntamos *¿cómo lo mejorarían?* Esperando que el estudiante mejore el dibujo y quede como en la Figura 2.19, de ser así preguntamos si están todos de acuerdo, si dicen que no, les aclaramos de nuevo que ambos alambrados comienzan en el mismo poste y continuamos como lo hicimos en el inciso I).

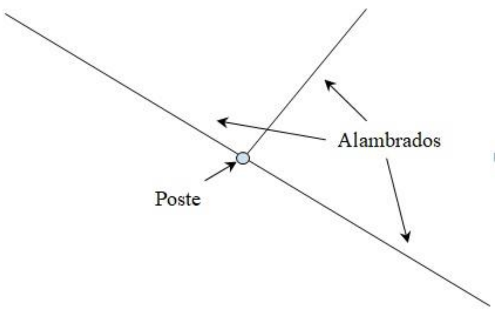


Figura 2.20. Alambrado 2

III. En caso que haya estudiantes que afirmen que el campo queda dividido en cuatro partes, le pediremos a un o una estudiante que sostenga esta afirmación a que pase al frente a dibujar lo que se imagina. Estimamos, que pueden realizar un dibujo similar al de la Figura 2.21. Le pediremos que justifique lo dibujado. Nos puede responder, *porque los alambrados se extienden indefinidamente,* aclaramos que *ambos alambrados se extienden indefinidamente pero cada uno en un solo sentido* ***<u>a partir</u>*** *del poste. Entonces ¿qué pasa con estos alambrados?* (señalando el alambrado que pasa por el poste) *¿comienzan en el poste?* Suponemos que van a responder que no. A lo que preguntamos *¿cómo lo mejorarían?* Esperando que el estudiante mejore el dibujo y quede como en la Figura 2.19, de ser así preguntamos si están todos de acuerdo, si dicen que no les aclaramos de nuevo que ambos alambrados comienzan en el mismo poste y continuamos como lo hicimos en el inciso I).

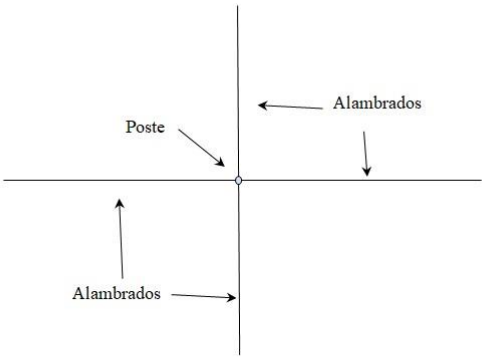


Figura 2.21. Alambrado 3

Puede suceder que pregunten qué pasa en los costados de las semirrectas. En este caso, les recordaremos que las semirrectas se extienden indefinidamente en un mismo sentido así como el plano se extiende indefinidamente en todos las direcciones.

Luego del debate anterior pediremos nuevamente que un estudiante lea la definición de ángulo del libro, y retomamos: *¡bien! ya vimos qué es una región en el plano, y mejor aún, la región determinada por dos semirrectas con origen en común.*

Así como vimos una notación simbólica para las figuras estudiadas anteriormente, también hay una notación simbólica para los ángulos esta es: $\widehat{abc}$ *con este "sombrerito", algo importante que tienen que tener en cuenta es que el origen del ángulo siempre se ubica al centro. Otra forma de representar un ángulo es a través de una letra griega.*

Luego, le pedimos que continúe leyendo. El estudiante lee: *El plano queda dividido en dos ángulos uno cóncavo y el otro convexo. Un ángulo es* ***cóncavo*** *cuando su amplitud es mayor a 180º y menor a 360º, sino es* ***convexo.*** *Para especificar gráficamente a qué ángulo nos estamos refiriendo, si el cóncavo o el convexo, hay que marcar un "arquito" en el ángulo. Si el ángulo es recto, en vez de hacer un arquito se hace un "cuadradito".* (Mostramos en la pizarra cómo se hace).

Luego de la lectura puede surgir la duda: *¿qué es la amplitud de un ángulo?*

De no ser así, nosotros diremos: *Cuando hablamos de amplitud de ángulo, nos referimos a la inclinación entre las dos semirrectas que determinan un ángulo.* Pueden preguntar *Entonces, ¿la amplitud y el ángulo son lo mismo?* A lo que responderemos: *No, ustedes estudiaron que un ángulo es la región del plano que está delimitada por dos semirrectas y la amplitud es la inclinación entre dos semirrectas que determinan al ángulo. Así como las distancias se pueden medir con kilómetros, el peso con gramos, la capacidad con litros, ¿qué otras magnitudes conocen?* Esperamos que respondan y continuamos. *La amplitud de un ángulo también se puede medir. Para eso utilizaremos un sistema antiguo, llamado sistema sexagesimal, muy relacionado con el sistema de medición del tiempo. Para ello, tenemos que dividir un ángulo recto en 90 partes iguales, cada una de dichas partes, o sea cada ángulo que resultó de la división se dice que tiene una amplitud de 1°. Por lo tanto, un ángulo recto tiene una amplitud de 90°. Así como la distancia se mide en kilómetros, la amplitud de un ángulo se mide en grados.* Nos ayudaremos con el modelo de ángulo articulado.

Una vez que hayamos resuelto la duda anterior pedimos nuevamente que lean todo lo que está en el recuadro de la página 42 hasta cóncavo y convexo.

Cierre (5 minutos)

En esta instancia les decimos: *si tienen alguna duda, no se preocupen porque la clase que viene vamos a continuar trabajando con ángulos además vamos a tener una visita, ¡va a venir un astrónomo! Nos va a contar un poco más sobre las constelaciones, como la que estudiamos hoy y también cómo se relaciona la ciencia de la astronomía con la geometría.*

2.1.4. Semana 2 - Clase 4

Sinopsis

Lo que se presenta a continuación corresponde a una clase de 80 minutos, la cual se desarrollará, en 1° A el día miércoles 1 de agosto y en 1° B el día martes 7 de agosto. En ambos cursos, los últimos 20 minutos de la clase del miércoles 1 de agosto serán destinados a la visita de un astrónomo.

Esta clase, toma lo trabajado la clase anterior en la que se iniciaron las discusiones acerca de ángulos. Continuaremos profundizando las clasificaciones de los ángulos según su amplitud y lugar en el espacio. Además invitaremos a un astrónomo para que cuente la relación entre Astronomía y Geometría

Asimismo, durante el trabajo en clase, se buscará poner en juego tres de las cinco fases del aprendizaje de Geometría propuestas por Van Hiele (Alsina, Burgués y Fortuny, 1989): **discernimiento, orientación dirigida y explicitación.** Situados en un **nivel uno** de conocimiento en Geometría.

El trabajo de las clases previas, es el que servirá de base para la fase de **explicitación** en esta clase. Se reforzará en la introducción de la clase con intervenciones para recordar la notación y los nombres de las figuras estudiadas en las clases anteriores.

La fase de **orientación dirigida** atraviesa toda la clase, en especial en la guía de actividades y en nuestras intervenciones en la introducción, al presentar las actividades y en la puesta en común; y se nutre con el estilo de trabajo propuesto desde el comienzo de las prácticas.

Durante las puestas en común y en la realización escrita de las actividades, se habilitará el desarrollo de la fase de **explicitación.**

A partir de estas ideas y otras nociones presentadas previamente, en esta clase se busca afianzar la noción de ángulo, avanzar en las clasificaciones de acuerdo a su amplitud. Ambos procesos, afianzar lo visto y avanzar sobre las clasificaciones, se realizarán a partir de las interacciones que se generarán con los estudiantes y con el fin de:

- Profundizar el estudio de los objetos geométricos: regiones en el plano, semirrectas y ángulos.
- Favorecer la apropiación de los procesos de escritura de las notaciones formales relacionadas con los elementos mencionados anteriormente.
- Continuar desarrollando la **percepción espacial**, valiéndonos de actividades que incentiven la **visualización, estructuración, traducción** y **clasificación.** Poniendo el foco en actividades de pongan en juego la **estructuración**, la **traducción** y la **clasificación.**
- Institucionalizar los conceptos de: ángulo, ángulo cóncavo, ángulo convexo y su clasificación.
- Seguir trabajando en un nivel de conocimiento de la Geometría número uno.

Entrada al aula. (5 minutos)

Introducción a la clase (25 minutos)

Hoy continuaremos trabajando con ángulo, ¿alguien se anima a contar lo que estudiaron la clase pasada? Esperamos que sean capaces de recordar lo trabajado en ángulos. En este caso invitamos a un estudiante a que cuente lo que recuerde. Le diremos que puede consultar la página del libro y alentaremos a sus compañeros a que aporten comentarios si se olvida de algún tema visto. Lo guiaremos preguntando *¿cómo habíamos definido un ángulo?, ¿cómo se nombra un ángulo?, ¿en cuántas partes queda dividido el plano y cómo se llaman?, ¿cómo lo anotamos?, ¿cómo se mide la amplitud de los ángulos?*

En el caso de que no puedan hacerlo, les indicamos que lean el recuadro "Teoría" de la página 42[6] y acompañamos la lectura como lo describimos anteriormente.

¡Muy bien lo que fueron recordando y realizando en la pizarra!

Luego de agradecer la participación de los estudiantes continuaremos trabajando con las medidas singulares de los ángulos para realizar la clasificación de los ángulos convexos.

Ahora verán cuatro ángulos que nos ayudarán a clasificar a todos los ángulos:

El primero es el ángulo llano, que es un ángulo cuya amplitud es de 180º. Nos ayudaremos con el modelo de ángulo articulado, posicionándolo de tal forma que quede un ángulo llano. *El siguiente es el ángulo recto, que es un ángulo cuya amplitud es de 90º,* Moveremos el modelo hasta que quede un ángulo recto. *¿Qué pasa si seguimos acercando las semirrectas?* Pueden contestar: *Uno de los ángulos se va achicando.* A lo que contestaremos: *¿y qué pasa si continuamos achicando la amplitud?* Esperando que contesten que desaparece o que se hace cero. Si no contestan nada, terminamos de acomodar el ángulo hasta que quede nulo y preguntamos: *¿Cuál es la amplitud del ángulo?* Esperando que digan: cero. *¡Muy bien! recuerden que dos semirrectas determinaban dos ángulos, el que vimos recién que es el nulo, ¿y el otro? ¿Alguien se acuerda?* En el caso de que algún estudiante se acuerde y diga: *un giro, y su amplitud es 360º.* En el caso contrario, lo diremos nosotros.

Ahora ¿qué es esto?, mostrando el transportador de pizarra. Puede suceder que los estudiantes respondan: un transportador; que no les salga el nombre y digan un compás; ó eso que se usa para

[6] En el anexo se encuentra la imagen de la página 42 del libro *Matemática I*

medir los ángulos. En cualquiera de los casos, diremos *es un transportador y sirve, como algunos ya saben, para medir la amplitud de los ángulos. Todos estos números que pueden ver acá, representan los grados, así como lo vimos con el ángulo articulado y el centro del compás, en este caso está acá* (señalando el 10 de la base del transportador para pizarra).

¿Recuerdan cómo medir la amplitud de un ángulo utilizando un transportador? En el caso que algún estudiante recuerde, lo invitaremos a pasar a la pizarra a que le explique a sus compañeros cómo se mide la amplitud de un ángulo, utilizando el transportador para pizarra. Le indicaremos que represente gráficamente uno y que mida su amplitud. Mientras lo hace le marcaremos a sus compañeros que presten atención y escuchen a su compañero porque es algo que todos tienen que saber hacer. Como el transportador que utilizará es de madera, las posibles dificultades que puede tener el estudiante son:

● Dónde ubicar el origen de las semirrectas, en ese caso le indicaremos que debe hacerlo por debajo del 10 que se encuentra en el centro de la base del transportador, y diremos *fíjense en sus transportadores* (o los que les dimos nosotros) *el punto donde deben ubicar el origen del ángulo parece una mira.*

● No recordar que a veces se debe extender una de las semirrectas del ángulo para visualizar mejor la amplitud del ángulo en el transportador. En tal caso, le preguntaremos a algún estudiante si recuerda cómo se hacía y de ser así lo invitamos a ayudar a su compañero, caso contrario explicaremos*, cuando la representación gráfica de una de las semirrectas que determinan un ángulo es más corta y no alcanzan a sobrepasar al transportador, lo que pueden hacer es extender la semirrecta, sobre la cual no va apoyado el transportador, como ya vieron clases anteriores eso no modifica en nada a la semirrecta.*

En caso de que nadie recuerde cómo medir la amplitud de un ángulo, trazaremos un ángulo en la pizarra para medir su amplitud, y diremos: *si queremos medir la amplitud del ángulo $\widehat{pqr}$, lo primero que tenemos que hacer es apoyar el transportador sobre una de las semirrectas, como el transportador que tienen ustedes es transparente, deben hacer coincidir la semirrecta sobre la cual ubiquen el transportador, por ejemplo la semirrecta $\overrightarrow{qp}$, con la línea que pasar por el centro del transportador. Luego, hacer coincidir el centro del transportador con el origen del ángulo y observar por cuál grado pasa la semirrecta $\overrightarrow{qr}$ en este caso. Ese valor, va a ser el valor de la amplitud del ángulo.*

Una vez que terminemos de exponer la forma de medir un ángulo, invitaremos a un estudiante para que repita lo hecho, es decir, que trace un ángulo y lo mida con el transportador indicando, en caso de ser necesario, los pasos a seguir como los describimos anteriormente. Cuando termine lo invitamos a sentarse.

A continuación veremos cómo clasificar a los ángulos según su amplitud. Ya la clase pasada y al principio de ésta comenzamos a clasificar los ángulos según su amplitud, ¿en qué momento de la clase clasificamos a los ángulos según su amplitud? Pueden responder:

● *Cuando leímos sobre los ángulos cóncavos y convexos,* asentiremos a esa respuesta y continuaremos: *¡muy bien! ese es un tipo de clasificación, en cóncavos y convexos, ya que, como lo vieron en el libro, lo que determina si un ángulo es cóncavo o convexo es su amplitud.*

● En el caso de que no se den cuenta, lo decimos nosotros. *Cuando hablamos de ángulos cóncavos y convexos, también estamos clasificando los ángulos por su amplitud, ya que, como lo vieron en el libro, lo que determina si un ángulo es cóncavo o convexo es su amplitud.*

Una vez resuelta la discusión anterior continuamos: *ahora clasificaremos los ángulos convexos. ¿Alguien recuerda cómo se clasificaban?*

Si alguien responde la forma de clasificación correcta, o surgen muchas respuestas en simultáneo como:

● *recto* Preguntaremos *¿cuál era el ángulo recto?*
● *nulo* Preguntaremos *¿cuál era el ángulo nulo?*
● *llano* Preguntamos *¿cuál es el ángulo llano?*

Estos tres primeros casos han sido explicados previamente, en el caso en que los estudiantes no sepan responder, les recordaremos que ya lo vieron al comienzo de la clase.

● *agudo* Preguntaremos *¿cuáles eran los ángulos agudos?*
● *obtuso* Preguntaremos *¿cuáles eran los ángulos obtusos?*

Suponemos que pueden responder correctamente, caso contrario los invitamos a que se ayuden con el libro.

Invitamos a los estudiantes que vayan diciendo las respuestas correctas al frente y les indicamos que vayan escribiendo en la pizarra la clasificación. En caso de ser necesario aportamos las clasificaciones que falten. *¡Muy bien! En la página 42 dentro del recuadro que estuvieron estudiando, hay una tabla con la clasificación que ustedes hicieron, para que las revisen en caso de que no se acuerden más adelante.*

En el caso de que no recuerden cómo es la clasificación, les indicamos que lean la tabla de la página 42 del libro de la materia.

Posible preguntas:

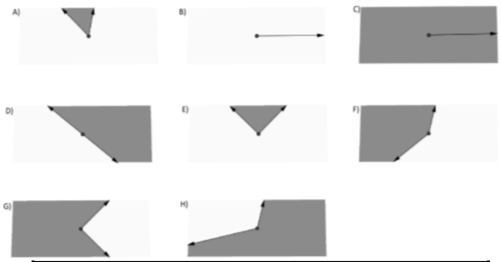
- *el ángulo de 90º, ¿es agudo u obtuso?* A lo que responderemos: *No es ni agudo ni obtuso, un ángulo de 90º es un ángulo recto, que es una clasificación distinta de ser obtuso o agudo.*
- *el ángulo de 0º, ¿es agudo?* A lo que responderemos: *No, no es agudo. Un ángulo de 0º es un ángulo nulo, que es una clasificación distinta de ser agudo.*
- *el ángulo de 180º ¿es cóncavo o convexo?* A lo que responderemos: *No es cóncavo ni convexo, un ángulo de 180º dijimos que es un ángulo llano, que es una clasificación distinta de ser cóncavo o convexo.*
- *el ángulo de 360º, ¿es un ángulo cóncavo?* A lo que responderemos: *No, no es un ángulo cóncavo. Un ángulo de 360º dijimos que es un giro, que es una clasificación diferente de ser cóncavo o convexo.*

Desarrollo (35 minutos)

Presentación de la actividad (15 minutos)

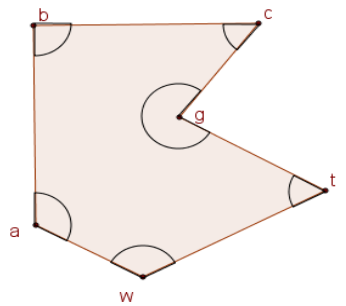
Guía de actividades:
Ángulo

1. Completar la tabla, escribiendo la clasificación de cada uno de los siguientes ángulos donde corresponda:

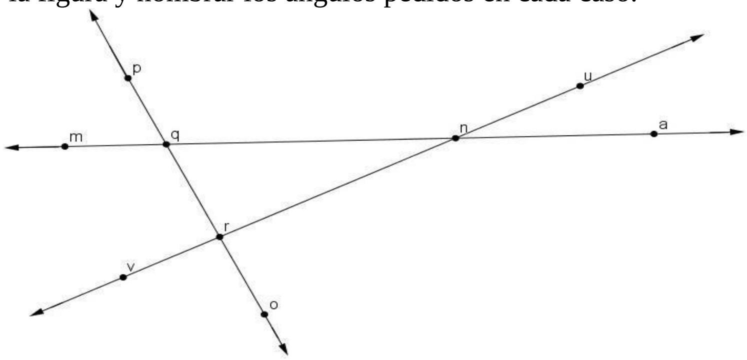


Ángulo	Clasificación
A)	
B)	
C)	
D)	
E)	
F)	
G)	
H)	

2. Nombrar y clasificar cada uno de los ángulos de la siguiente figura:

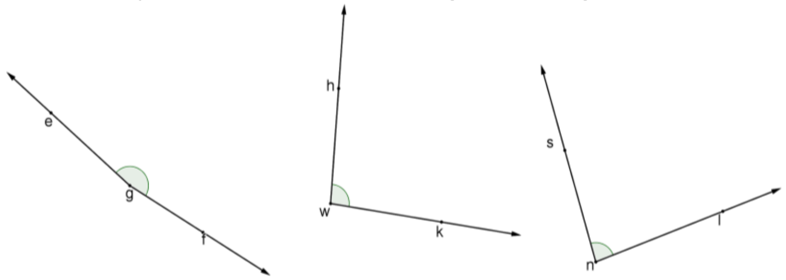


3. Observar la figura y nombrar los ángulos pedidos en cada caso.



a. Un ángulo nulo:
b. Tres ángulos agudos:
c. Dos ángulos rectos:
d. Tres ángulos obtusos:
e. Dos ángulos llanos:

4. Clasificar y dar las medidas de los siguientes ángulos:



Ángulo	**Medida**	**Clasificación**
$\widehat{egf}$		
$\widehat{kwh}$		
$\widehat{lns}$		

Figura 2.22. Guía de actividades de ángulos[7]

Presentaremos la guía de actividades en la que los estudiantes deberán poner en práctica los conceptos estudiados previamente.

Para continuar trabajando con ángulos, vamos a repartir una guía de actividades donde deberán a usar todos los conceptos que trabajamos al comienzo de la clase. Es una actividad para que trabajen de a dos como lo hicieron en las clases anteriores.

[7] Por motivos de espacio algunas actividades, similares a las planteadas, fueron removidas.

Primero van a resolver algunos ejercicios entre todos para que quede claro cómo realizar las actividades.

Pediremos a un estudiante representante de cada grupo que comience a leer la primera actividad:

Escribir la clasificación de cada uno de los siguientes ángulos.

Mientras el o la estudiante lee, iremos dibujando la imagen del primer inciso de la actividad y preguntaremos si tienen alguna duda. Las posibles dudas que pueden surgir son las siguientes:

● *¿qué porción del plano debo elegir para clasificar el ángulo?* En este caso les responderemos, *la porción del plano que está pintada,* recordaremos, *¿cómo dijimos que se especifica el ángulo al cual nos estamos refiriendo?* Esperamos que respondan *con el arquito.* Caso contrario se lo decimos nosotros.

En ambos casos continuamos con la siguiente pregunta *¿dónde está el arquito en la imagen?* Suponemos que de esta forma lograran reconocer el ángulo en cuestión.

Y cerraremos la resolución conjunta diciendo, *así deben resolver todos los incisos que siguen.*

Las dudas que puedan surgir, sobre los incisos que siguen serán resueltas durante el proceso del trabajo de los estudiantes y serán descritas más adelante.

Mientras un estudiante que lee la segunda actividad, nosotros dibujaremos la figura de la segunda actividad:

Nombrar y clasificar cada uno de los ángulos de la siguiente figura.

Luego invitaremos a otro estudiante a pasar a la pizarra para elegir un ángulo y, con la ayuda de todos, lo nombre y clasifique.

Preguntas que pueden surgir:

● *Pero por la definición, un ángulo es una porción del plano delimitada por dos semirrectas con origen en común, y en esta actividad sólo hay una figura ¿cómo clasificamos los ángulos?* A lo que responderemos, *como dijimos la clase pasada la amplitud de un ángulo es la inclinación entre dos semirrectas, en este caso si tomamos el segmento $\overline{gc}$ podemos relacionarlo con la semirrecta de origen g y sentido hacia c. ¿la semirrecta $\overrightarrow{gc}$ con qué otra semirrecta tiene origen común?* Pueden responder *con la semirrecta $\overrightarrow{cb}$ o la semirrecta $\overrightarrow{gt}$.* Si responden de la primera forma, les recordamos que tomamos como origen de la semirrecta al punto g, a lo que esperamos que puedan responder correctamente la semirrecta $\overrightarrow{gt}$. Si responden *la semirrecta $\overrightarrow{gt}$,* decimos que está bien y continuamos: *Entonces la amplitud del ángulo determinado por las **semirrectas** $\overrightarrow{gt}$ y $\overrightarrow{gc}$ es igual a la amplitud del ángulo determinado por los **segmentos** $\overline{gt}$ y $\overline{gc}$. Ahora tenemos los segmentos $\overline{gc}$ y $\overline{gt}$ ¿qué ángulos determinan estos segmentos?* Esperamos que señalen el cóncavo y el convexo. Y continuamos *¿qué clase de ángulo convexo es?* Pueden responder recto, ya que parece de 90º o agudo. En tales casos, preguntaremos *¿cómo pueden corroborar qué clase de ángulo es?* si responden con el transportador, invitamos a un estudiante a que pase al frente a corroborar su respuesta. Si no responden correctamente les decimos que lo sigan pensando y que lo discutiremos entre todos nuevamente en la puesta en común.

● *¿Cómo resolvemos la actividad?,* a lo que contestaremos de la misma forma que descrita anteriormente: *Tienen que usar la definición, clasificación y notación que vieron al comienzo de la clase y que está en la página 42 del libro.*

● *¿Qué ángulo tomamos?* (Haciendo referencia a si eligen cóncavo o convexo) *Tienen que tomar los dos ángulos, aclarando cuál es cual.* Les recordaremos cómo hacer para nombrar los dos ángulos y marcaremos que pueden consultar la página 42 del libro.

● *¿Cómo los anotamos?* Les recordaremos lo trabajado al comienzo de la clase y que esa información ésta en la página 42 del libro.

Pediremos a otro estudiante que lea la tercera actividad: *Observar la figura y nombrar los ángulos pedidos en cada caso* invitaremos a otro estudiante que pase a la pizarra y entre todos buscar resolver el inciso a) y un ángulo agudo del inciso b).

Pueden surgir las siguientes preguntas:

● *¿Cómo marcamos un ángulo nulo?* Les preguntamos: *Al comienzo de la clase vimos cómo hacerlo, ¿Alguien se acuerda?* Si algún estudiante pide la palabra le indicamos que lo explique, caso contrario recordamos lo explicado al comienzo de la clase.

● *¿Cómo medimos los ángulos?* Como al comienzo de la clase ya se explicó, esta pregunta hace referencia a cómo medirlo en su hoja, a lo que responderemos: *Si se les dificulta para poder medir con* *el transportador, nos llaman, a cualquiera de nosotros, e iremos a ayudarlos. En el caso de que estemos ocupados, mientras esperan que nos desocupemos, realicen la actividad sin medir, no se queden sin hacer nada. Luego de que les indiquemos cómo medir, pueden verificar si lo que hicieron estaba bien. Pero es una actividad que se puede realizar sin la necesidad de medir.*

Pediremos a otro estudiante que lea la siguiente actividad: *Medir y clasificar los siguientes ángulos.* Pediremos a otro estudiante que pase al frente y que complete la primera fila de la tabla.

Pueden surgir las siguientes preguntas:

● *¿Cómo resolvemos la actividad?, ¿Cómo medimos los ángulos?,* a estas preguntas las responderemos como lo hicimos en los casos anteriores.

● *¿Cómo los anotamos?* a lo que responderemos: *una vez que decidan a qué clasificación pertenece el ángulo, deben escribir en la columna de la derecha como lo hicimos en la pizarra.*

Luego de haber presentado la guía de actividades, los estudiantes tendrán 20 minutos para resolver las actividades.

Tienen 20 minutos para resolver los ejercicios, recuerden que cualquier duda que tengan pueden consultarnos a nosotros o fijarse en la página 42 del libro.

Iremos recorriendo y corroborando que los estudiantes trabajen correctamente los estudiantes, en silencio y, en caso en que las haya, respondiendo dudas.

Con respecto a la primera actividad creemos que pueden tener dudas en los incisos b) y g), dónde los ángulos que tienen que clasificar es uno llano y uno nulo. En tal caso les recordaremos lo que presentamos de estos ángulos.

El resto de las dudas que surjan durante esta instancia, suponemos que serán muy similares a las que describimos anteriormente. Por lo tanto, procederemos de la misma forma que describimos durante la puesta en común previa al trabajo de la guía de actividades.

Cierre de la actividad (15 min)

Pasados los 20 minutos de producción de los estudiantes, haremos una pausa y diremos, *la clase que viene haremos la puesta en común de los ejercicios que hicieron hoy, así que si no los han terminado pueden continuar trabajando en sus casas e ir escribiendo las dudas o problemas que hayan tenido para resolverlos. Ahora va a venir el astrónomo que le comentamos ayer. Saluden al astrónomo.*

Visita del astrónomo (20 minutos)

Cierre de la clase: Les recordaremos que el lunes/miércoles de la próxima semana es el trabajo práctico. Primero vamos a hacer un repaso general de lo que vieron hasta este clase, inclusive la puesta en común de los ejercicios, por eso les vamos a remarcar que anoten todas las dudas que tienen para el repaso. *No importa si es una duda vieja, a lo mejor alguno de sus compañeros también tiene la misma duda.*

Comentarios sobre lo vivido en la semana 2

Esta semana se desarrolló según lo planificado.

Durante las instancias de puesta en común, nuestro pedido y guía para que utilicen el vocabulario estudiado en las clases anteriores, sirvió para trabajar las fases de **discernimiento y explicitación.** Las guías de actividades y su presentación fueron el motor para la fase de **orientación dirigida.** Esto fue común en ambas clases.

La etapa de **visualización** se desarrolló mostrando los distintos objetos en diapositivas o con gráficos en la pizarra, fotocopias y ejercicios de las guías de actividades. Las etapas de **estructuración** y **traducción** fueron el *leitmotiv* de las actividades y en las exposiciones dialogadas se enfatizó en cómo reconocer ya sea por su descripción literaria, representación gráfica o simbólica. La etapa de **clasificación** se puso en juego sobre todo con la clasificación de ángulos según su amplitud, aunque también se desarrolló cuando se “dividieron” los distintos tipos de líneas en rectas, semirrectas y segmentos.

En la clase 3, se trabajó en un **Nivel 1** del conocimiento de Geometría, dado que sólo necesitaban saber las partes constituyentes de rectas, semirrectas y segmentos.

Se destaca la participación de los estudiantes durante la puesta en común de la guía de actividades de punto, recta, semirrecta y segmento.

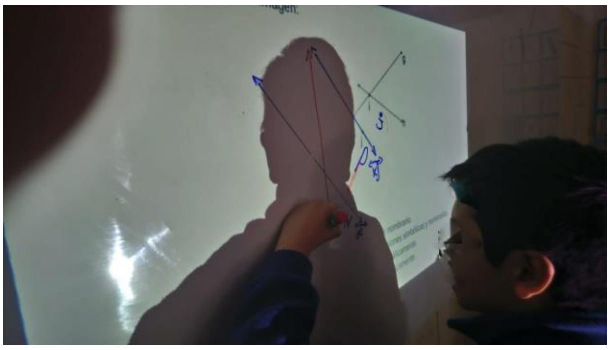


Figura 2.23. Estudiante resolviendo, sobre una proyección en la pizarra, la actividad 1 de la guía de actividades de punto, recta, semirrecta y segmento.

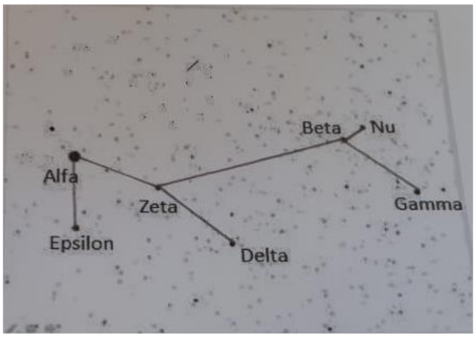


Figura 2.24 Resolución de la actividad 3 de la guía de punto, recta, semirrecta y segmento

En la Clase 4, cuando se introduce el concepto de ángulos, previo a la lectura de la página 42 del libro, los estudiantes realizaron aportes sumamente pertinentes e interesantes. Por ejemplo, un estudiante caracterizó a los ángulos como *la unión de dos segmentos que forma una curva cerrada*, otro aportó: *un ángulo es la abertura entre la unión o el cruce de dos segmentos*, un aprendiz describió a un ángulo como *la inclinación entre dos rectas.*

Situamos esta clase en un **Nivel 2** de conocimientos de Geometría, ya que además de analizar las figuras los estudiantes debía poder determinar ángulos por sus propiedades.

La participación del astrónomo contribuyó a la construcción del concepto de ángulo, ya que puso en evidencia la importancia de esta noción en la Astronomía, por ejemplo para ubicar una estrella.

Figura 2.25. Diapositivas de la presentación del astrónomo

Para darle valor a la exposición del astrónomo, se decidió pedirles a los estudiantes una narrativa en la que cuenten qué les había resultado interesante de la presentación, si les habían surgido dudas, entre otras cosas. La misma les iba a sumar un punto en el segundo trabajo práctico evaluable.

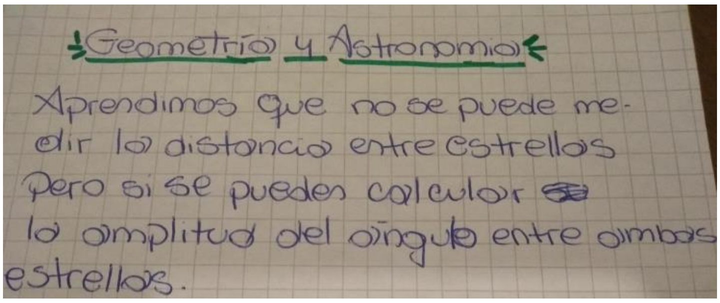


Figura 2.26. Fragmento de narrativa escrita por una estudiante

La guía de actividades de ángulos se terminó de trabajar en la siguiente semana.

2.1.5. Semana 3 - Clase 5

Sinopsis

Lo que se presenta a continuación corresponde a una clase de 120 minutos, en la cual 1ºA tiene 80 minutos, un recreo de 10 min y luego retoma las actividades durante 40 minutos. En el caso de 1º B, los 120 minutos se distribuyen en 80 minutos el martes y continuaría la clase en los primeros 40 minutos del día siguiente, esto es, miércoles.

En esta clase tomaremos lo trabajado las semanas anteriores para realizar un repaso previo al primer TPE.

Se pondrá en evidencia la quinta fase de aprendizaje de Van Hiele, esta es, integración.

Introducción (5 min)

Se comentará que se hará un breve repaso antes del primer trabajo práctico evaluable, explicitar las forma en la que se trabajará y el tiempo, y cuándo se harán entrega de los trabajos ya corregidos.

Repaso (30 minutos)

Puesta en común de la guía de actividades de ángulos (15 minutos)

Al comienzo de la clase haremos un repaso de la clasificación de los ángulos, y de los ángulos convexos.

¡Buenos días! Hoy recuerden que tienen que hacer el trabajo práctico, pero primero haremos un breve repaso de la clasificación de los ángulos y una puesta en común de la guía de actividades que trabajamos la clase pasada. ¿Quién quiere decir cómo se clasifican los ángulos? Elegimos a un estudiante de los que se ofrezcan, puede responder *se clasifican en cóncavos y convexos*, diremos *¡muy bien! y los ángulos convexos ¿cómo se clasifican?*, esperamos que recuerde la clasificación de los ángulos, de no ser así le recordaremos que se puede ayudar con la página 42 del libro y les diremos a todos que abran el libro en esta página e iremos preguntando *¿cuál es el ángulo nulo, agudo, obtuso, llano y de un giro?*

Una vez terminado el repaso de clasificación de ángulos, continuaremos con la puesta en común de los ejercicios, haremos una proyección de las imágenes que correspondan a cada actividad.

Invitaremos a pasar, en orden, grupos a la pizarra. Proyectaremos las imágenes de las actividades en la pizarra para que cada grupo pase a completar los ejercicios y expliquen cómo resolvieron un solo inciso de la actividad.

Agradeceremos al estudiante que participó en el repaso y lo invitaremos a sentarse de nuevo. Continuamos, *¡gracias! Ahora que hemos repasado la clasificación de los ángulos y los ángulos convexos, vamos a hacer la puesta en común de los ejercicios, a los primeros incisos de cada actividad ya los resolvimos la clase pasada. El grupo* -de quienes corresponda- *¿quiere pasar al frente a completar la primera actividad?*

Esperamos que completen la actividad. Mientras tanto, le pedimos silencio al resto de los grupos y les decimos que presten mucha atención pues tienen que corroborar el resultado. Una vez que hayan completado la actividad, preguntaremos *¿todos tienen los mismos resultados?* en el caso en que haya un error, indicaremos al grupo que lo descubrió que se lo comunique al grupo que está al frente, para que lo corrijan. Luego le pediremos al grupo que expliquen cómo resolvieron el inciso d. *Primero ¿ese ángulo que se muestra acá, es cóncavo o convexo?,* esperamos que respondan convexo. Continuamos, *¡bien! ¿Alguien tuvo algún problema para resolver la actividad 1?* Esperamos que digan que no. Caso contrario si tuvieron alguna duda, diremos que la digan en voz alta así la escuchan todos. (Las posibles dudas sobre este ejercicio fueron desarrolladas en el guion conjetural de la case 4) Agradecemos al grupo que pasó y les decimos que vuelvan a sus lugares.

Seguimos con la actividad 2. Proyectaremos la imagen de la actividad 2 en la pizarra y preguntamos *¿quién quiere pasar a hacer la actividad 2?* Elegiremos entre los grupos que se ofrezcan a pasar. *El grupo* -de quienes corresponda- *¿quiere pasar al frente a completar la segunda actividad?*

Mientras van escribiendo la solución para la actividad 2 les decimos al resto del curso que hagan silencio y que presten atención pues tienen que corroborar las respuestas e iremos haciendo hincapié en la notación preguntando *¿cómo se representa simbólicamente un ángulo?, ¿había otra forma de nombrarlos?* Si no lo recuerdan, les recordaremos cómo hacerlo.

Una vez que hayan completado la actividad, preguntaremos *¿todos tienen los mismos resultados?* en el caso en que haya un error, indicaremos al grupo que lo descubrió que se lo comunique al grupo que está al frente, para que lo corrijan. Luego le preguntaremos al grupo que está al frente *¿cómo supieron cuáles eran los ángulos que tenían que clasificar?* Esperamos que reconozcan los ángulos marcados en el interior de la figura, ya que son los que tienen el arquito que indican el ángulo al cual se están refiriendo. Continuamos, *¡bien! ¿Alguien tuvo algún problema para resolver la actividad 2?* Esperamos que digan que no. Caso contrario si tuvieron alguna duda, diremos que la digan en voz alta así la escuchan todos. (Las posibles dudas sobre este ejercicio fueron desarrolladas en el guion conjetural de la clase 4). Agradecemos al grupo que pasó y les decimos que vuelvan a sus lugares.

Seguimos con la actividad 3. Proyectaremos la imagen de la actividad 3 en la pizarra y preguntaremos *¿quién quiere pasar a hacer la actividad 3?* Elegiremos entre los grupos que se ofrezcan a pasar. *El grupo* -de quienes corresponda- *¿quiere pasar al frente a completar la segunda actividad?*

Mientras van escribiendo la solución de la actividad diremos al resto del curso que hagan silencio y que presten atención pues tienen que corroborar las respuestas y nuevamente haremos hincapié en la notación preguntando *¿cómo se representa simbólicamente un ángulo?, ¿había otra forma de nombrarlos?* Si no lo recuerdan, les recordaremos cómo hacerlo.

Una vez que hayan completado la actividad si hay algún grupo que observe un error, le indicaremos que se lo comunique al grupo que está al frente, para que lo corrijan y luego preguntaremos *¿algún grupo encontró otro ángulo nulo, agudo, recto, obtuso o llano?* De ser así, manteniendo el orden en el curso, pediremos que vayan dictándole al grupo que está al frente los otros ángulos. ¡Continuamos, bien! *¿Alguien tuvo algún problema para resolver la actividad 3?* Esperamos que digan que no. Caso contrario si tuvieron alguna duda, diremos que la digan en voz alta así la escuchan todos. (Las posibles dudas sobre este ejercicio fueron desarrolladas en el guion conjetural de la case 4). Agradeceremos al grupo que pasó y les decimos que vuelvan a sus lugares.

Seguimos con la actividad 4. Proyectaremos la tabla de la actividad 4 en la pizarra y preguntamos *¿quién quiere pasar a hacer la actividad 4?* Elegiremos entre los grupos que se ofrezcan a pasar. *El grupo* -de quienes corresponda- *¿quiere pasar al frente a completar la tercera actividad?*

Mientras van escribiendo la solución para la actividad 2 les diremos al resto del curso que hagan silencio y que presten atención pues tienen que corroborar las respuestas.

Una vez que hayan completado la actividad, preguntaremos *¿todos tienen los mismos resultados?* en el caso en que haya un error, indicaremos al grupo que lo descubrió que se lo comunique al grupo que está al frente, para que lo corrijan. Luego pediremos a los estudiantes que están al frente que expliquen cómo midieron los ángulos haciendo una demostración con el transportador de pizarra, *¿cómo hicieron para medir el ángulo* $\widehat{tom}$*?* Esperamos que puedan explicar correctamente el procedimiento, de no ser así los guiaremos con preguntas *¿dónde debían ubicar el transportador?, ¿sobre qué punto debían hacer coincidir el centro del transportador? ¿Por cuál valor del transportador pasa la semirrecta* $\overrightarrow{or}$*?*

Continuamos, *bien ¿alguien tuvo algún problema para resolver la actividad 4?* Esperamos que digan que no. Caso contrario si tuvieron alguna duda, diremos que la digan en voz alta así la escuchan todos. (Las posibles dudas sobre este ejercicio fueron desarrolladas en el guion conjetural de la case 4). Agradeceremos al grupo que pasó y les decimos que vuelvan a sus lugares.

Cerraremos la puesta en común de la guía de actividades para luego dar comienzo al trabajo práctico.

Ahora les vamos a entregar el trabajo práctico, para que luego del recreo comiencen a realizarlo, es para que lo resuelvan de a dos junto con su compañero del lado.

Mientras los estudiantes se van ubicando iremos entregando el trabajo práctico (una copia para cada dos estudiantes).

Recreo

Trabajo Práctico (40 minutos)[8]

Antes de que los estudiantes comiencen a trabajar se hará una lectura general en caso de que tengan dudas

Detendremos la lectura de la primera actividad en el inciso a), y preguntaremos: *¿se entendió lo que deben hacer en el inciso a? En la primer parte tienen que representar gráficamente y nombrar todas las rectas, en la parte ii) tienen que responder si para cualquier conjunto de cuatro puntos que ustedes tomen en un plano, la cantidad de rectas que puedan armar sea la misma que para los cuatro puntos que tienen en la hoja.* Posibles preguntas:

● *No entiendo la parte i).* A lo que responderemos: *Ustedes tienen que trazar rectas que pasen por cualquier par de puntos que elijan entre esos 4. Al lado de cada dibujo, le dan un nombre a la recta, con alguna de las formas de hacerlo que ya estudiaron. Cuando terminen de hacer esto, deben contarlas.*

● *No entendí la parte ii).* A lo que responderemos: *Ustedes tienen que hacer la parte i). Cuando la terminen, van a contar la cantidad de rectas que pasan por cualquier par de puntos que elijan entre esos 4. En la parte ii) le preguntamos si esa cantidad de rectas que encontraron en la primer parte, es la misma si ustedes dibujan cuatro puntos distribuidos de distinta forma. Si creen que es la misma cantidad para cualquier conjunto de cuatro puntos, deben justificar porque. Si piensan que no es así, deben dibujar cuatro puntos que estén ordenados de tal forma que se formen menos o más rectas.*

Le pediremos al estudiante que comenzara a leer, que continúe con la lectura de la primera actividad. Lo detendremos luego de que lea la consigna b). Preguntaremos nuevamente: *¿se entendió lo que deben hacer en el inciso b)? Es similar al inciso a), solo que ahora tienen que hacerlo para semirrectas que tengan origen en el punto "d".* Posibles preguntas:

● *No entiendo la parte i).* A lo que responderemos: *Ustedes tienen que trazar semirrectas que tengan origen en el punto "d" y sentido cualquiera de los otros puntos. Al lado de cada dibujo, le dan un nombre a la semirrecta con las formas de hacerlo que ya estudiaron. Cuando terminen de hacer esto, deben contarlas.*

● *No entendí la parte ii).* A lo que responderemos: *En la parte ii) le preguntamos si esa cantidad de semirrectas que encontraron en la primera parte es la misma si ustedes dibujan otro conjunto de cuatro puntos y hacen el inciso i) para este nuevo conjunto de puntos. Si creen que es la misma cantidad cualquier conjunto de puntos, deben justificar su respuesta, en el caso en que no sea así, deben dibujar cuatro puntos en los que se formen menos o más semirrectas.*

Le pediremos al estudiante que comenzara a leer, que continúe con la lectura del inciso c). Cuando finalice la lectura, preguntaremos: *¿se entendió lo que deben hacer en el inciso c? Es similar*

[8] Al ser un dispositivo de evaluación el trabajo práctico se encuentra en la sección 4.

a los incisos anteriores, solo que ahora tienen que hacerlo para segmentos cuyos extremos sean los puntos de la imagen. Posibles preguntas:

● *No entiendo la parte i).* A lo que responderemos: *Ustedes tienen que trazar segmentos, cuyos extremos sean dos puntos de los que están abajo. Al lado de cada gráfico, le dan un nombre al segmento con la formas de hacerlo que ya estudiaron. Cuando terminen de hacer esto, las cuentan.*

Le pediremos a otro estudiante que lea la actividad 2. Al finalizar la lectura les diremos: *En cada casilla debajo de la clasificación, tienen que poner cuántos ángulos de esa clasificación pueden encontrar en la figura. A su vez, en la figura tienen que ir marcando los ángulos con el color correspondiente a su clasificación como lo indica el enunciado.*

Le pediremos a otro estudiante que lea la actividad 3. Cuando finalice de leer la primera fila, preguntaremos: *¿se entendió lo que deben hacer? Usen la imagen que está en la columna del lado.*

Posibles preguntas:

● *¿Cómo sabemos la hora en un reloj con agujas?* A lo que responderemos: *La aguja más corta, marca la hora. La aguja más larga marca los minutos y avanza de cinco en cinco.*

Le pediremos al estudiante que prosiga con la lectura de la siguiente fila. Luego de su lectura, preguntaremos: *¿se entendió lo que deben hacer? Utilicen el dibujo de la columna del lado. Presten atención a la diferencia que tiene con el inciso anterior.*

Le pediremos al estudiante que estuviera leyendo, que lea el enunciado de la última fila de la actividad. Preguntaremos: *¿se entendió lo que deben hacer? Al costado del enunciado tienen todos los relojes con la hora que deben marcar.*

Posibles preguntas:

● *¿Cómo saber la hora en un reloj?*
● *¿Cómo medir el ángulo?* (haciendo referencia a que las agujas no les alcanza para medir)

Pediremos a otro estudiante que lea actividad 4. Antes de que comience, aclararemos: *esta actividad es similar a la que trabajamos en la clase cuatro, tienen que ser capaces de poder utilizar la notación correcta para cada figura que deban nombrar.* Luego de que el estudiante finalice la lectura, preguntaremos: *¿entendieron todos?*

Recorreremos los grupos preguntando cómo van y asegurándonos de que hayan entendido las consignas.

Cierre (5 minutos)

Antes de que suene el timbre iremos pidiendo los trabajos prácticos, revisando que todos hayan puesto sus nombres y apellidos.

2.2.1.6. Semana 3-Clase 6

Sinopsis

Lo que se presenta a continuación corresponde a una clase de 80 minutos, la cual se desarrollará en ambos cursos el día 8 de agosto. 1º B, el corriente día, tiene una clase de 120 minutos pero los primeros 40 minutos serán destinados al primer trabajo práctico evaluable.

Introducción (10 minutos)

En la clase anterior, primero clasificamos los ángulos en convexos o cóncavos. Recuerden que los convexos son los ángulos cuya amplitud es menor o igual a 180º, mientras que los cóncavos son aquellos cuya amplitud es mayor a 180º y menor que 360º. Hoy, para avanzar con el estudio de los ángulos van a continuar estudiando otra clasificación de los ángulos, que probablemente recuerden y es la correspondiente a: ángulos suplementarios y ángulos complementarios. ¿Alguien recuerda cuáles son estos ángulos?

Esperaremos unos minutos, y en el caso que nadie responda les indicaremos: *Vayan a la página 44 del libro, ahí están las definiciones escritas.* Le pediremos a un estudiante que lea en voz alta la definición de ángulos complementarios, luego de agradecer su participación, trazaremos en la pizarra dos ángulos complementarios. Primero esbozaremos un ángulo recto y luego lo particionaremos en dos. Quedando así, dos ángulos complementarios consecutivos, como se muestra en la Figura 2.27.

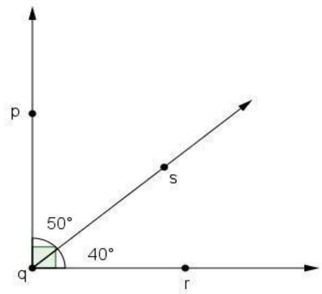


Figura 2.27. Ángulos complementarios

Para realizar el dibujo, primero trazaremos la semirrecta $\overrightarrow{qr}$. Luego, para trazar la semirrecta $\overrightarrow{qp}$, marcaremos el ángulo recto con el transportador y el punto **p**. Diremos, *el ángulo $\widehat{rqp}$ es recto, por lo tanto mide 90º. Ahora, trazaremos otra semirrecta con origen en q y con alguno de los lados en común tal que formen un ángulo de 40º, tomemos la semirrecta $\overrightarrow{qr}$ de nuevo, marcamos con el transportador donde se ubica el ángulo de 40º y marquemos el punto s.* Luego de marcar el punto **s**, dibujaremos la semirrecta $\overrightarrow{qs}$. Mientras tanto, iremos haciendo énfasis en la forma en que usamos el transportador para realizar la construcción, *noten la forma en la que medimos los ángulos con el transportador, ya que es un conocimiento necesario para el examen y en los siguientes temas de Geometría.* Luego, continuamos con la exposición, *como pueden ver ahora el ángulo recto quedó dividido en dos ángulos, el ángulo $\widehat{rqs}$ de 40º y el ángulo $\widehat{sqr}$, ¿cuánto debería medir $\widehat{sqr}$ para completar los 90º?* Esperamos que respondan *50º*, y lo anotamos en la pizarra dentro de la región angular $\widehat{sqr}$. Los nombraremos alfa y beta respectivamente, escribimos en la pizarra $\alpha + \beta = 90º$ y aclaramos, *estos dos ángulos son complementarios y consecutivos ¿recuerdan qué significa que dos ángulos son consecutivos?* Si no lo recuerdan seguimos, *esto es, porque comparten un lado o tienen una semirrecta en común.* Si lo recuerdan, aclaramos *como dijo su compañero…* -nombramos al estudiante que corresponda y decimos su respuesta o le pedimos que la diga en voz alta para que escuchen todos-. Luego de la intervención continuamos, *en este caso, ¿qué semirrecta comparten los ángulos alfa y beta?* Esperamos que respondan, *la semirrecta $\overrightarrow{qr}$ y* anotamos en la pizarra *"Ángulos consecutivos: dos ángulos son consecutivos cuando tienen un lado o una semirrecta en común"* y aclaramos, *no necesariamente dos ángulos consecutivos son complementarios así como no hace falta que dos ángulos complementarios sean consecutivos. Con esto queremos decir, que si tenemos dos ángulos que no comparten ninguna de sus semirrectas y suman 90º, entonces estos ángulos también son complementarios, si retomamos el ejemplo anterior y los ángulos alfa y beta no tuvieran la semirrecta $\overrightarrow{qr}$ en común, sino otras dos diferentes* (mientras dibujamos dos ángulos que no sean consecutivos como se muestra en la Figura 2.28) *como lo dibujamos en la pizarra, estos dos ángulos también son complementarios.*

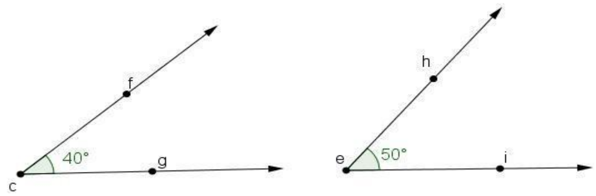


Figura 2.28. Ángulos complementarios no consecutivos.

Y anotamos en la pizarra *"dos ángulos son complementarios cuando la suma de sus amplitudes es igual a 90º"* y les decimos que copien ambas definiciones.

Luego de realizar esta construcción, le pediremos a un estudiante que trace dos ángulos complementarios de la misma manera a como lo describimos anteriormente. Nuevamente pedimos que se concentren en ver cómo se construyen los ángulos. Mientras el estudiante realiza la construcción, acompañamos con explicaciones de lo que va realizando dicho estudiante

Una vez que el aprendiz haya terminado de representar gráficamente los ángulos complementarios, preguntamos: *¿Quedó alguna duda al respecto?* En caso de que exista, la contestamos. Caso contrario le agradecemos al estudiante y seguimos con ángulos suplementarios.

Luego procederemos de la misma forma para la explicación de los ángulos suplementarios. Para esto preguntaremos *¿Alguien se acuerda cuándo dos ángulos son suplementarios?* Si nadie es capaz de dar una respuesta le indicaremos: *También en la página 44 se encuentra la definición de ángulos suplementarios.* Le pediremos a un estudiante que la lea. Luego de la lectura trazamos un ángulo de 130° y otro de 50° y preguntamos si son suplementarios.

Posibles preguntas: *¿Qué significan los símbolos* α, β, *etc?* A lo que contestaremos: *Son letras del alfabeto griego. ¿Recuerdan que podemos nombrar a las rectas con una letra imprenta mayúscula? Para nombrar a los ángulos, se puede utilizar una letra griega.*

En el caso de que dispongamos tiempo, los estudiantes realizarán las actividades de la página 44.

Luego de esa instancia, los invitaremos a resolver una actividad de medición de ángulos con el fin de buscar regularidades para introducir las nociones de ángulos opuestos por el vértice y adyacentes como así también las relaciones que guardan esta clase de ángulos.

Al finalizar el repaso, agradeceremos al estudiante o los estudiantes que participaron y presentaremos la actividad (Figura 2.29) que se describe a continuación.

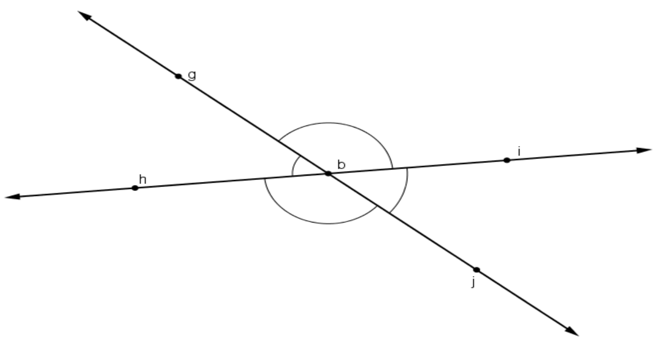
Actividad 1: Ejercicio de medición y búsqueda de regularidades. (12 minutos)

En la siguiente actividad tienen que medir los ángulos que se forman cuando dos rectas se cortan en un punto. Trabajarán en los grupos en que se encuentran, pero todos deberán anotar los resultados en las hojas que les pasamos. Tienen diez minutos para completar la actividad. Hay tres versiones de la actividad. En cada versión cambian los ángulos, pero lo que hay que hacer es lo mismo.

Se entregan a cada grupo las tareas 1, 2 y 3[9]

<u>Tarea 1</u>

Considerando los siguientes ángulos, medir sus amplitudes y completar la tabla que está debajo:



Ángulo	**Amplitud**
$\widehat{ibg}$	
$\widehat{gbh}$	
$\widehat{hbj}$	
$\widehat{jbi}$	

Figura 2.29 Actividad de medición de ángulos para la búsqueda de regularidades en la tabla

Posibles preguntas que pueden surgir luego de entregar las tareas:

- *¿Cómo medimos?* Nos remitiremos a las explicaciones anteriores, y en caso de que haga falta, nos acercaremos y explicaremos a los grupos que así lo requieran.

[9] Las actividades correspondientes a las tareas 2 y 3 se encuentran en la sección de anexo.

● *¿Cómo llenamos o completamos las tablas?* A lo que responderemos: *En la primera columna se encuentra el ángulo, en la segunda columna deben completar con la medida que obtengan para ese ángulo.*

Mientras los estudiantes realizan la actividad, recorreremos el aula respondiendo las preguntas que puedan surgir. Nos centraremos en los grupos que presenten mayor dificultad o que no hayan participado en el repaso.

Pasados los diez minutos, damos por finalizada la actividad y comenzaremos la puesta en común.

Puesta en común de la actividad (10 minutos)

En la pizarra estará pegado un afiche con tres tablas y las tres situaciones, que iremos llenando con las respuestas de los estudiantes.

Ahora vamos a corregir entre todos la actividad. El grupo (señalamos un grupo que tenga la tarea 1, *¿cuánto mide el ángulo $\widehat{ibg}$?, ¿Cuánto mide el ángulo $\widehat{gbh}$?, ¿cuánto mide el ángulo $\widehat{hbj}$?,* y *¿cuánto mide el ángulo $\widehat{jbi}$?* Mientras los estudiantes van respondiendo, escribiremos en la tabla sus respuestas. *Todos los grupos que tienen la tarea 1, ¿obtuvieron las mismas mediciones?* Puede ocurrir que no. Es probable que puedan variar por un par de grados las mediciones, por ejemplo, la amplitud de un ángulo en un grupo puede ser de 49º y en otro de 50º. Frente a esto responderemos: *Recuerden lo que estudiaron en Física, muchas veces pueden surgir errores en las mediciones. ¿Se acuerdan? La respuesta correcta en este caso es* (la que corresponda).

Si hay un grupo en el que las medidas estén muy alejadas de la respuesta, les diremos: *Como tarea vuelvan a medir, si la amplitud les da lo mismo que en la medición anterior, nos consultan.* Cuando termine la puesta en común nos acercaremos para ver cómo midieron, y tratar de ver cuál fue el error.

Si todos los grupos tienen las respuestas correctas: *¡Muy bien! Marquen al costado una tilde.*

*El grupo (*señalamos un grupo que tenga *la tarea 2 ¿cuánto mide el ángulo $\widehat{odk}$?, ¿Cuánto mide el ángulo $\widehat{kdn}$?, ¿cuánto mide el ángulo $\widehat{ndm}$? y ¿cuánto mide el ángulo $\widehat{mdo}$?* Mientras los estudiantes van respondiendo, escribiremos en la tabla sus respuestas. *Todos los grupos que tienen la tarea 2, ¿obtuvieron las mismas mediciones?* Puede que ocurra lo mismo que describimos para la tarea 1 por lo que procederemos de la misma forma.

El grupo (señalamos un grupo que tenga la tarea 3) *¿cuánto mide el ángulo $\widehat{qfa}$?, ¿Cuánto mide el ángulo $\widehat{afp}$?, ¿cuánto mide el ángulo $\widehat{pfr}$?, ¿cuánto mide el ángulo $\widehat{rfq}$?* y Mientras los estudiantes van respondiendo, escribiremos en la tabla sus respuestas. *Todos los grupos que tienen la tarea 3 ¿obtuvieron las mismas mediciones?* Puede que ocurra lo mismo que describimos en la tarea 1 por lo que procederemos de la misma forma.

Una vez que terminemos de completar la tabla, y que todos los grupos tengan corregida la actividad, avanzaremos en la búsqueda de regularidades en las tres tablas, esperando que surjan las relaciones entre ángulos opuestos por el vértice y adyacentes y con ello se puedan definir las propiedades de los ángulos opuestos por el vértice y adyacentes.

Búsqueda de regularidades. Opuestos por el vértice (10 minutos)

Ahora que ya tenemos las tablas completas, buscarán características en estas tablas o aspectos en estas tablas que se repitan. Viendo la tabla o los gráficos, ¿notan algo que se repita en las tres? En el caso de que no vean que hay dos pares de ángulos que miden igual, haremos énfasis en este aspecto. *Veamos ahora la segunda tabla. ¿Ven algo que se repita?* Esperamos que vean la misma regularidad, en el caso de que no, lo marcamos nosotros. *Por último, veamos la tercer tabla, como pueden ver, en esta tabla también aparece lo mismo que en las anteriores. Se repiten dos pares de valores.*

Volvamos a la primera tabla. ¿Cuál es la ubicación de los ángulos que miden lo mismo? Por ejemplo, el $\widehat{jbi}$ mide 45º, ¿Dónde está el otro ángulo que mide 45º? Esperando que respondan: *Enfrente, enfrentado, del otro lado.* Para acompañar esto, pintaremos de un mismo color el área angular de estos dos ángulos. *Veamos ahora en la siguiente tabla: ¿Dónde está el ángulo que mide lo mismo que el ángulo $\widehat{kdo}$?* Esperamos que respondan de manera similar que antes. Acompañamos la respuesta, pintando de un mismo color las dos áreas angulares. *En la tercera tabla también se repite esto que vieron.* Preguntamos retóricamente *¿Cómo llamamos en matemáticas a los ángulos que están "en frente"? Se los denominan **ángulos opuestos por el vértice**.*

Institucionalización sobre ideas vinculadas con ángulos opuestos por el vértice. (10 minutos)

Vamos a definir qué es un ángulo opuesto por el vértice. Para eso, es necesario definir primero qué significa ***semirrectas opuestas.***

Trazaremos en la pizarra una recta y diremos, *sea la recta B. Ahora marcamos un punto en la recta B. Lo llamo z.* En la recta marcamos un punto, y lo nombramos con la letra **z**. *Marcamos otros puntos sobre la recta, los llamo* ***h*** *y* ***s.*** Marcaremos dos puntos sobre la recta que estén en semirrectas opuestas con origen en **z**, y lo nombraremos con la letra **h** y **s.** *Con estos dos puntos puedo nombrar a la semirrecta $\overrightarrow{zh}$. ¿Cuál es la semirrecta opuesta a la semirrecta $\overrightarrow{zh}$? La semirrecta $\overrightarrow{zs}$. Estás dos semirrectas tienen la misma dirección y el mismo origen, pero sentidos opuestos. Recuerden que la dirección hace referencia a toda la recta y sentido a para que lado de la recta me muevo. Por ejemplo: cuando uno se mueve por una calle, toda la calle es la dirección, como una recta, pero en la calle me puedo mover en dos sentidos izquierda o derecha.*

Escribiremos en la pizarra: "Semirrectas opuestas: Son dos semirrectas que tienen la misma dirección, o que están sobre una misma recta, el mismo origen y sentidos opuestos".

Indicaremos: *todos copien en sus carpetas la definición que anoté en la pizarra. Es importante que la tengan en sus carpetas y que la estudien, ya que la utilizarán en el próximo trabajo práctico y en la evaluación.*

Luego de 5 minutos preguntaremos: *¿Todos terminaron de copiar? En ese caso, avanzaremos con la definición de ángulos opuestos por el vértice.*

Escribiremos en la pizarra: "Dos ángulos son opuestos por el vértice cuando sus lados son semirrectas opuestas". Acompañaremos esta definición con un dibujo, como el detallado en la figura de la página 45 del libro.

Tomaremos como ejemplo, uno de los ángulos de la actividad resuelta al comienzo de la clase. *Si miramos los ángulos formados en la tarea 1, ¿Cuál es el ángulo opuesto al ángulo $\widehat{g b \imath}$?* Esperando que contesten: *¡$\widehat{h b \jmath}$!* En el caso de que no contesten lo diremos nosotros. *Podemos llegar a esa conclusión visualmente, veamos si cumple la definición. ¿Cuáles son los lados del ángulo $\widehat{g b \jmath}$?* Esperamos que respondan: *Las semirrectas $\overrightarrow{bg}$ y $\overrightarrow{b\jmath}$.* En el caso de que no respondan esto, lo diremos nosotros. En ambos casos, remarcaremos con un color las semirrectas mencionadas. *¿Cuál es la semirrecta opuesta a $\overrightarrow{bg}$?* Esperamos que contesten: *¡$\overrightarrow{b\jmath}$!* En el caso de que no contesten de esta manera, los guiaremos a que vean este punto utilizando la definición de semirrectas opuestas. *Estas dos semirrectas tienen el mismo origen. Están en una misma recta, por lo que tienen la misma dirección, pero tienen distintos sentidos. ¿Cuál es la semirrecta opuesta a la semirrecta $\overrightarrow{b\imath}$?* Esperamos que digan: *¡$\overrightarrow{bh}$!* En el caso contrario lo diremos nosotros. *¿Alguien se anima a explicar por qué?* En el caso de que nadie se anime lo haremos nosotros, de la misma manera que antes.

Ahora todos tienen que copiar en sus carpetas la definición. Es importante que todos copien, porque a esta definición la utilizaremos en las siguientes clases.

¿Qué pueden decir de los ángulos opuestos por el vértice? Esperamos que respondan: *¡Qué miden lo mismo!* En el caso de que no contesten esto, lo diremos nosotros y lo escribiremos debajo de la definición.

Búsqueda de regularidades. Ángulos adyacentes (5 minutos)

Volvamos a la tabla. Viendo la tabla o las imágenes, ¿se les ocurre algo más que se repita en las tres? En el caso de que nadie responda nada, preguntaremos: *¿Qué pasa si suman dos ángulos que no son opuestos por el vértice? ¿Cuánto da esa suma?* Esperaremos dos minutos para que hagan la cuenta. Esperamos que respondan: *¡180!* A lo que diremos: *¡Muy bien! ¿Qué clase de ángulos son?* esperando que respondan: *¡Suplementarios!*

Institucionalización sobre ideas vinculadas con ángulos adyacentes (5 minutos)

¿Cómo se nombran estos ángulos que no son opuestos por el vértice pero son suplementarios? Estos son: Ángulos adyacentes.

Escribiremos en la pizarra: "Dos ángulos son <u>adyacentes</u> cuando son consecutivos y los lados que no tienen en común son semirrectas opuestas"

Recuerden que cuando hicimos el repaso de ángulos complementarios definimos cuándo dos ángulos son consecutivos, y hace un momento vimos qué significaba semirrectas opuestas, además vimos que los ángulos adyacentes si se sumaban, ¿cuánto daban? Esperaremos que contesten: *¡180º!* Continuaremos diciendo: *los ángulos adyacentes son suplementarios.* Escribiremos esto mismo en la pizarra, debajo de la definición.

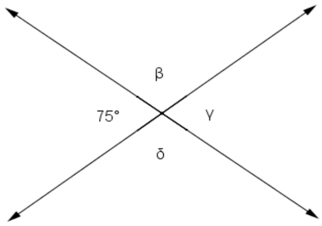
Luego de la institucionalización de ángulos adyacentes entregaremos la guía de ejercicios (Figura 2.30), donde los estudiantes deberán poner en práctica los conocimientos trabajados previamente.

Ahora van a poner en práctica las definiciones que anotaron recién con la guía de actividades que les entregaremos. Tienen 15 minutos para resolver los ejercicios en grupo, no deben utilizar el transportador, así que si alguien lo saco lo debe volver a guardar. Si tienen alguna duda con respecto a los enunciados o a alguna actividad en particular nos llaman. Recuerden que pueden leer las definiciones todas las veces que haga falta.

Guía de actividades:
Ángulos entre rectas

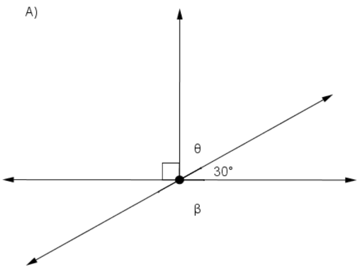
1) Hallar la amplitud de los ángulos en cada caso, justificando la respuesta al costado de cada imagen.

a.



$\hat{\beta} =$ $\hat{\delta} =$ $\hat{\gamma} =$

2) Hallar el valor de la amplitud de los ángulos desconocidos en cada una de las siguientes figuras:



3) Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda, justificando en cada caso su respuesta.

a) Dos ángulos obtusos pueden ser adyacentes.

b) Dos ángulos opuestos por el vértice pueden ser suplementarios.

c) Dos ángulos adyacentes pueden ser iguales.

d) Dos ángulos obtusos pueden ser opuestos por el vértice.

e) El adyacente de un ángulo puede ser cóncavo.

f) El opuesto por el vértice de un ángulo puede ser llano.

Figura 2.30. Guía de actividades de ángulos entre rectas[10]

Mientras los grupos resuelven los ejercicios nos moveremos por el aula viendo que los estudiantes resuelvan bien las actividades y en el caso en que haya dudas las iremos resolviendo grupo por grupo.

Las posibles dudas que pueden tener con respecto a los ejercicios serán detalladas más abajo.

Con respecto a la Actividad 1:

[10] Por motivo de espacio, se quitaron algunos ejercicios que son muy similares a los presentados en la guía.

¿Qué letras son esas? En este caso les recordaremos que los ángulos también pueden ser nombrados con letras griegas, en particular las que aparecen en el ejercicio son, beta, gamma y delta

¿Cómo hacemos para saber el valor de todos los ángulos si sólo nos dan el valor de uno? En este caso les aclaramos *deben realizar las actividades aplicando las propiedades de los ángulos que vieron anteriormente. Por ejemplo, ¿cómo es el ángulo gamma con respecto al ángulo ya dado?* Esperamos que respondan, *son opuestos por el vértice.* Avalaremos la respuesta *¡Muy bien! Y ¿qué pasa cuando dos ángulos son opuestos por el vértice?* Deberán responder *son iguales*. Avalaremos la respuesta y continuaremos, *y ¿cómo es el ángulo delta con respecto al ángulo gamma?* Esperamos que respondan, *adyacente,* continuamos *y los ángulos adyacentes ¿cuánto suman?*, a lo que deben responder *180º* y proseguimos *¡Muy bien! ¿Cómo es el ángulo beta con respecto al ángulo delta?,* suponemos que responderán *también opuestos por el vértice*. En tal caso continuamos, *¡Muy bien!, y ahora ya saben cuánto vale la amplitud de cada ángulo.* Si no sucede nada de lo anteriormente descrito, les recordaremos que se pueden ayudar leyendo las definiciones.

¿Cómo justifico la respuesta? En tal duda les responderemos, *deben justificar anotando cómo es que llegaron a esos resultados, por ejemplos tales ángulos son iguales porque son opuestos por el vértice, o para hacerla más corta, sólo anotar los ángulos y escribir al costado de los mismos "opuestos por el vértice".*

En el punto b ¿tengo que hacer lo mismo? En este caso, les aclararemos que sí, deben hacer lo mismo sólo que no les dimos las letras griegas como en el inciso anterior para que ellos anoten los ángulos.

Con respecto a la Actividad 2:

¿Dónde anotamos los valores de los ángulos? Les diremos que pueden anotarlo en un costado, o donde les parezca más conveniente para poder identificarlos.

¿También hay que calcular los ángulos que no tienen nada? Les diremos que relean la consigna, donde pedimos que calculen el valor de todos los ángulos desconocidos y que tienen las herramientas necesarias para saber la amplitud de los ángulos que no tienen nada.

¿El ángulo recto es desconocido? Si tienen esta duda les preguntaremos *¿Cuánto mide un ángulo recto?* Esperamos que respondan *90º.* Y les diremos*, entonces, ¿es un valor desconocido?*

Con respecto a la Actividad 3:

Pueden tener dudas en el inciso b), *¿Cómo dos ángulos opuestos por el vértice pueden ser suplementarios? Si los ángulos suplementarios son los que suman 180º.* Primero le pediremos que traten de dibujar dos ángulos suplementarios que sean opuestos por el vértice. Si dibujan dos ángulos adyacentes, les recordamos que deben ser opuestos por el vértice y que no necesariamente tienen que ser adyacentes para que sean suplementarios. Y preguntaremos *¿qué característica tienen los ángulos opuestos por el vértice?* Esperamos que respondan *son iguales*, luego preguntaremos nuevamente, *y ¿qué características tienen los ángulos suplementarios?* a lo que deberían responder, *sumados dan 180º.* Continuamos, *entonces ¿dos ángulos opuestos por el vértice, que ya saben que son iguales, pueden ser suplementarios, que ya saben que suman 180º? Piensen la respuesta, cuando la tengan me avisan.*

Pueden tener dudas en el inciso e), *No entiendo cómo hacerlo.* A lo que responderemos: *Para ayudarse pueden hacer un ejemplo en la carpeta, y volver a leer la definición de ángulo cóncavo. ¿Se acuerdan la definición?*

Pueden tener dudas en el inciso f), *No entiendo cómo hacerlo.* A lo que responderemos: *Para ayudarse pueden hacer un ángulo llano, ¿se acuerdan cómo es? También pueden leer la definición de ángulos opuestos por el vértice.*

Pasados los 15 minutos detendremos el trabajo de los estudiantes y en el caso en que no hayan terminado les diremos que queda de tarea. Y anunciaremos: *Algunas actividades de la guía serán corregidas en la pizarra la próxima clase.*

Cierre (5 min)

Le pediremos a un estudiante que cuente lo que realizaron durante la clase.

Comentarios sobre lo vivido en la semana 3

Si bien los contenidos se desarrollaron según lo planificado, en 1º B, debido a que los estudiantes no recordaban los conceptos de ángulos complementarios y suplementarios, se le destinó más tiempo de lo planificado a la institucionalización de los mismos. En consecuencia, se produjo un desfasaje con respecto a los contenidos que se iban dictando en 1º A.

Según lo vivido durante esta semana, se destaca el uso del modelo de ángulo móvil como herramienta para la comprensión de ángulo cóncavo y convexo. Los estudiantes se apropiaron de este recurso y algunos, que demostraron comprensión del tema, fueron invitados a exponer al frente utilizando el recurso como herramienta.

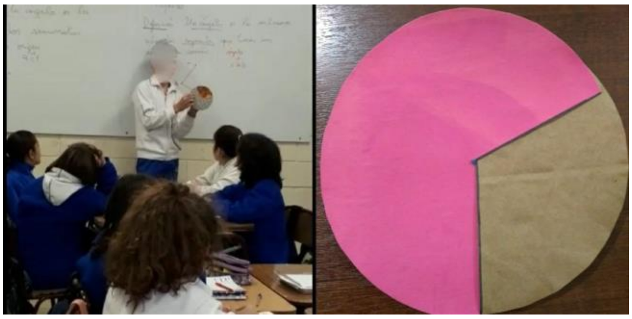


Figura 2.31. A la izquierda, un estudiante exponiendo a sus compañeros. A la derecha, el modelo de ángulo articulado.

En el desarrollo de la Clase 6, durante la instancia de búsqueda de regularidades para introducir ángulos opuestos por el vértice y adyacentes, la participación de los estudiantes fue sobresaliente. Además, se retoma el concepto de semirrectas para definir semirrectas opuestas y surgen las nociones de dirección y sentido.

El Primer Trabajo Práctico Evaluable se dio según lo planificado, agregando 15 minutos en la clase siguiente para que los estudiantes terminen de resolverlo.

Cabe notar que, a esta altura de las prácticas, la mayoría de los estudiantes se habían apropiado de la propuesta de trabajo matemático que diseñamos, participando con soltura en cuanto al uso de notaciones, la necesidad de justificar y la disposición para confrontar ideas de un modo medianamente organizado.

2.1.7. Semana 4 - Clase 7

Sinopsis

Lo que se presenta a continuación corresponde a una clase de 120 minutos, en la cual 1ºA tiene 80 minutos, un recreo de 10 minutos y luego retoma las actividades durante 40 minutos. En el caso de 1º B, los 120 minutos se distribuyen en 80 minutos el martes y continuaría la clase en los primeros 40 minutos del día siguiente, esto es, miércoles.

Introducción (15 minutos)

Sinopsis

Corregiremos en la pizarra algunos de los ejercicios de la guía de actividad presentada en la clase seis. Estos son los ejercicios que se corresponden con las actividades 1.a), 2.a) y 3, de la **Guía de actividades de ángulos entre rectas**. Utilizaremos esta corrección para repasar los contenidos desarrollados durante las dos clases anteriores, estos son: ángulos complementarios, suplementarios, opuestos por el vértice, adyacentes y consecutivos.

Guion conjetural

Hoy continuaremos trabajando con la clasificación de los ángulos. Vamos a realizar un repaso de la guía que les entregamos la clase pasada corrigiendo en la pizarra algunas las actividades 1.a), 2.a) y el verdadero o falso de la tercer actividad. Pueden consultar las definiciones que anotaron en sus carpetas o que se encuentran en el libro, las veces que haga falta. Comencemos.

Esperamos que puedan recordar que estudiaron las siguientes clasificaciones de ángulos: complementarios, suplementarios, opuestos por el vértice y adyacentes. En la puesta en común de cada actividad guiaremos a los estudiantes para poner en evidencia esas definiciones.

Anotaremos en la esquina superior izquierda de la pizarra la fecha. Como título pondremos: “Repaso y corrección de la guía de actividades”. Debajo escribiremos “1 a)” dibujaremos en la pizarra la imagen de la actividad 1.a) (Figura 2.32) desarrollada la clase anterior.

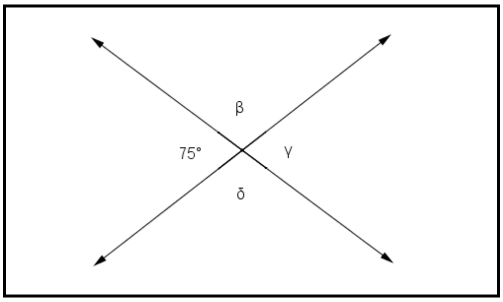


Figura 2.32. Imagen de la actividad 1.a)

Preguntaremos: *¿Cuánto mide el ángulo gamma? Gama es esta letra* (señalando en la pizarra). *Recuerden que otra forma de nombrar a los ángulos es con una letra griega minúscula, como lo hicimos con las rectas, que otra forma de nombrarlas era utilizando una letra imprenta mayúscula. Nuevamente, ¿cuánto mide el ángulo gamma?* Esperamos que contesten: *¡75º!.* Nos dirigiremos a un estudiante que haya contestado correctamente: *¿Por qué es 75º?* Esperando que responda: *Porque es opuesto por el vértice al ángulo de 75º, y los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo.* En tal caso asentiremos y diremos: *lo que expresó su compañero es una forma de justificar ese paso de resolución.* Escribiremos en la pizarra: preguntaremos: *¿Están todos de acuerdo?* En el caso que alguien conteste que no, le indicaremos: *¿Te acordás qué propiedades tienen los ángulos opuestos por el vértice?* Si no lo recuerda le diremos que puede consultarlo en su carpeta. Una vez que lo diga, o que lo lea, le preguntaremos: *El ángulo que mide 75º, ¿es opuesto por el vértice al ángulo gamma?* En el caso de que no lo identifique como opuesto por el vértice, lo o la guiaremos para que lo note, y continuaremos: *La clase pasada vimos que si dos ángulos son opuestos por el vértice, sus amplitudes son iguales. Este es un resultado muy importante que deberán utilizar en el práctico y en el examen. Todos los que hayan puesto que el ángulo gamma mide 75º, pongan una tilde marcando que esta bien el ejercicio. Los que no, corrijan. Para que este ejercicio esté bien tienen que justificar cómo lo resolvieron. Una forma de justificar correctamente es escribiendo de la siguiente manera: “$\hat{\gamma}$=75º porque son opuestos por el vértice”.* Escribiremos esto en la pizarra, al costado del dibujo (Figura 2.32). Agregaremos: *A los que no hayan podido justificar, copien esto en la guía de actividades.*

Continuamos. ¿Cuánto mide beta? Beta es esta letra (diremos señalando en la pizarra). Esperamos que contesten: *¡105º!* Nos dirigiremos a un estudiante que haya contestado correctamente: *¿Por qué es 105º?* Esperando que responda: *porque es adyacente con el ángulo gamma, que mide 75º, y entre los dos tienen que medir 180º.* En tal caso asentimos y preguntamos: *¿Están todos de acuerdo?* En el caso que alguien conteste que no, le indicaremos: *¿Te acordás qué propiedades tienen los ángulos adyacentes?* Si no lo recuerda le diremos que puede consultarlo en su carpeta. Una vez que lo diga, o que lo lea, le preguntaremos: *¿El ángulo beta, es adyacente al ángulo gamma?* En el caso de que no lo vea como adyacente, lo o la guiaremos para que lo note, y continuaremos: *La clase pasada vimos que si dos ángulos son adyacentes, entonces son suplementarios. ¿Recuerdan qué significa que dos ángulos son suplementarios?* Esperamos que respondan: *Son suplementarios si la suma de sus amplitudes da 180º.* A lo que contestaremos: *¡Muy bien! Este es un resultado muy importante que deberán utilizar en el práctico y en el examen. Todos los que hayan puesto que el ángulo beta mide 105º, pongan una tilde marcando que esta bien el ejercicio, los que no corrijan. Para que este ejercicio esté bien tienen que además que justificar qué propiedades usaron resolverlo. Una forma de justificar esto es escribiendo “$\beta + 75º = 180º$ entonces $\beta = 105º$, porque son adyacentes”.*

Escribiremos esto en la pizarra debajo de *"$\hat{\gamma}$=75º porque son opuestos por el vértice".* Aclararemos: *Los que no hayan justificado, escriban esto en la guía de actividades.*

Por último: ¿cuánto mide el ángulo delta? Esperamos que contesten: *¡105!* A lo que contestaremos: *¡Muy bien! ¿Por qué?* Esperamos que contesten:

● *porque es opuesto por el vértice con beta, que mide 105º. Recuerden de justificar de la misma forma que les mostré antes. Los que lo hicieron, hagan una tilde y el resto completen con la justificación.*

● *porque es adyacente con el ángulo de 75º, o con el ángulo gamma, que mide 105º.*

En el caso de que un estudiante exprese haber resuelto de una manera diferente la actividad, le daremos la palabra, pidiendo que los demás escuchen la respuesta de su compañero. En el caso de que su procedimiento sea correcto diremos: *¡muy bien! Esa es otra forma de resolver la actividad, pero lo importante, es el uso de las propiedades y la justificación que acompaña el uso de esas propiedades.*

Aclararemos: *El 1.b) es similar al 1.a), solo que en vez de nombrar a los ángulos con letras griegas, tienen que nombrarlos de la forma que aprendieron en las clases anteriores.* Le pediremos a un estudiante que diga las respuestas que obtuvo. En el caso de que estén bien, diremos: *¡muy bien! Todos los que hayan obtenido los mismos resultados pongan una tilde al lado, los demás corrijan. Para resolver este tipo de actividades que involucran ángulos entre rectas, es importante que justifiquen utilizando las propiedades de los ángulos opuestos por el vértice o las propiedades de los ángulos adyacentes.*

Veamos ahora la siguiente actividad. Escribiremos en la pizarra: "2) A)" y debajo dibujaremos la figura de la actividad como se muestra en la Figura 2.33.

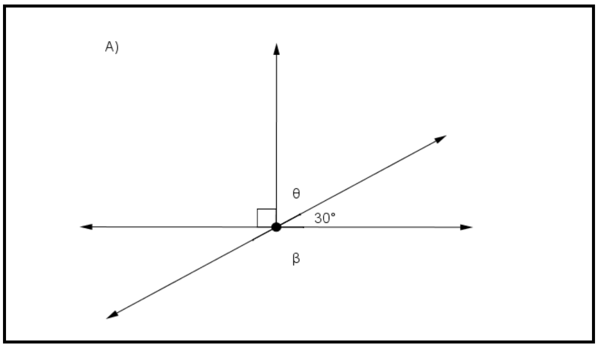


Figura 2.33. Actividad 2.A)

¿Cómo hicieron para calcular la amplitud del ángulo theta? Esperamos que algún estudiante tome la palabra. Posibles respuestas:

● *El ángulo theta y el de 30º son complementarios. Entonces el ángulo theta mide 60º.* A lo que responderemos: *¡muy bien! Recuerden justificar esto al costado del dibujo. Una de las formas de justificar es, tal como lo dijo su compañero, "theta es complementario con el ángulo que mide 30º, entonces el ángulo theta debe medir 60º"* Escribiremos esto en la pizarra al costado del dibujo de la Figura 2.33. Aclararemos: *Si justificaron así, o de una manera similar, pongan una tilde, el resto corrija o agregue al costado del ejercicio 2) A).*

● *El ángulo theta, sumado con el de 30º y el de 90º da 180º. Entonces el ángulo theta debe medir 60º.* A lo que responderemos: *¡muy bien! Recuerden justificar esto al costado del dibujo. Una de las formas de justificar es, tal como lo dijo su compañero, "*$90º + 30º + \theta = 180º$*, entonces el ángulo tita debe medir 60º"* Escribiremos esto en la pizarra al costado del dibujo de la Imagen Nº 2. Aclararemos: *Si justificaron así, o de una manera similar, pongan una tilde, el resto corrija o agregue al costado del ejercicio 2) A).*

Continuaremos: *¿Cuánto mide el ángulo beta?* Esperamos que nos respondan: *¡150º!* a lo que responderemos: *¡muy bien! ¿Por qué?* A lo que pueden responder: *porque es adyacente con el ángulo que mide 30º.* A lo que contestaremos: *¡muy bien! No se olviden de justificar, pueden utilizar la frase que utilizó su compañero.*

Avanzaremos en la actividad. Señalando el ángulo que no tiene nombre preguntaremos: *Para terminar, ¿cuánto mide este ángulo?* Puede suceder que algunos estudiantes no lo haya calculado, a lo que diremos: *en el ejercicio se pide que calculen todos los ángulos desconocidos, ese ángulo, por más* *que no tenga nombre, es un ángulo que no conocen. ¿Alguien lo calculó?* Pueden responder: *¡Yo! Me dio 30º.* Diremos: *¿querés contar por qué?* Puede responder: *porque es opuesto por el vértice con el ángulo que mide 30º.* Responderemos: *¡Excelente! ¿Todos pueden ver que son opuestos por el vértice?* En el caso de que haya estudiantes que no estén de acuerdo, le pediremos a algún estudiante que lo explique.

En el caso de que un estudiante exprese haber resuelto de una manera diferente la actividad, le daremos la palabra, pidiendo que los demás escuchen la respuesta de su compañero. En el caso de que su procedimiento sea correcto diremos: *¡muy bien! Esa es otra forma de resolver la actividad, pero lo importante, es el uso de las propiedades y la justificación que acompaña el uso de esas propiedades. Los que calcularon todos los ángulos, y les dieron las medidas que dijo su compañero, y completaron con la justificación, se ponen una tilde. Los demás corrijan los cálculos que tengan que corregir, y completen con la justificación correspondiente.*

Luego continuaremos con la resolución de la actividad 3, el verdadero o falso.

Leeremos en voz alta el primer inciso: *Dos ángulos obtusos pueden ser adyacentes.* Le preguntaremos a un estudiante *¿es verdadero o falso?*

● *Falso.* En este caso, le preguntaremos: *¿Por qué?* Esperamos que responda, *dos ángulos obtusos no pueden ser adyacentes porque, los ángulos obtusos son mayores a 90º y menores que 180º y si sumamos sus amplitudes da un número mayor a 180º y una propiedad de los ángulos adyacentes es que son suplementarios.* De ser así, avalaremos la respuesta, y diremos *entonces es **falso**, todos los que hayan respondido bien marquen con una tilde, los que no, corrija su respuesta.*

● *Verdadero.* En este caso le pediremos que justifique su respuesta y si no justificó le preguntaremos *¿cuáles son los ángulos obtusos?* Esperamos que responda, *los ángulos cuya amplitud es mayor a 90º y menor que 180º*, de ser así asentimos y volvemos a preguntar, *¿qué propiedad tienen los ángulos adyacentes?* Suponemos que pueden responder, *que la suma de sus amplitudes da 180º*, afirmamos la respuesta y dibujamos en la pizarra con el transportador dos ángulos obtusos consecutivos nombrandolos $\widehat{jqk}$ y $\widehat{gqi}$. Luego preguntaremos: *los ángulos* $\widehat{jqk}$ *y* $\widehat{gqi}$*, ¿son adyacentes?* Esperamos que responda: *no, porque si los sumamos no queda un ángulo llano.* Y seguimos: *entonces, dos ángulos obtusos no pueden ser adyacentes. ¿Les quedó claro? Los que hayan puesto que era verdadera corrijan su respuesta justificando con el dibujo que hice en la pizarra.*

Seguimos con el inciso b). Dos ángulos opuestos por el vértice pueden ser suplementarios. Estudiante 1, ¿Qué respondiste? ¿Cómo lo justificaste? Puede responder:

● *Puse verdadero, porque si tengo un ángulo de 90º y el opuesto por el vértice mide igual, entonces entre los dos suman 180º.* Le pediremos que pase al frente a representar lo que describe. Puede representar en la pizarra una imagen como se muestra en la Figura 2.34.

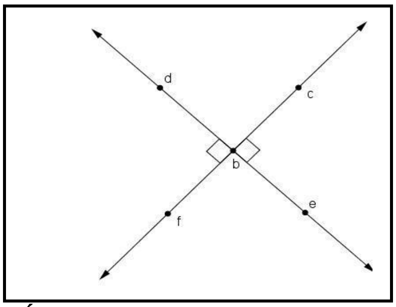


Figura 2.34. Ángulos, opuestos por el vértice, suplementarios

Preguntaremos: *¿Qué ángulos son los que vas a tomar como opuestos por el vértice?* En caso de que no los nombre con la notación estudiada en clase, le pediremos que lo haga. Esperaremos que marque dos, por ejemplo, los ángulos $\widehat{cbe}$ y $\widehat{dbf}$. *¿Por qué decís que son suplementarios?* Esperamos que nos responda: *Porque los dos miden 90º y si los sumo da 180º.* Nos dirigiremos a toda la clase y preguntaremos: *¿Están todos de acuerdo?* Si algún estudiante manifiesta estar en desacuerdo, le preguntaremos en qué parte, y si hace falta ampliaremos la explicación de su compañero.

● *Puse falso.* A lo que preguntaremos: *¿Cómo lo justificaste?* Luego de su explicación preguntaremos a todo el curso: *¿Están todos de acuerdo?* Esperando que alguien conteste que no y afirme que es verdadero, en tal caso le pediremos al estudiante que puso que es verdadero que justifique su respuesta, esperando que conteste como lo guionado en el caso anterior. Al finalizar su explicación diremos: *La respuesta correcta es "Verdadero". Todos los que pusieron verdadero pongan una tilde al costado, de no ser así corrijan su respuesta.*

Si nadie marcó como verdadero, diremos: *En realidad, es verdadero.* Trazaremos en la pizarra el gráfico mostrado en la Imagen 3, acompañando con la siguiente explicación: *el ángulo $\widehat{dbc}$ es recto, entonces mide 90º, y es opuesto por el vértice al ángulo $\widehat{fbe}$ por lo tanto el ángulo $\widehat{fbe}$ también mide 90º. Si sumo los dos ángulos, ¿cuánto da?* Esperamos que contesten: *180º.* A lo que responderemos: *¡bien!, ¿cómo son esos dos ángulos?* Esperamos que respondan: *¡suplementarios!* En el caso de que no respondan nada, diremos: *Son suplementarios.* En ambos casos cerramos diciendo: *Este es un ejemplo de que dos ángulos por el vértice pueden ser suplementarios.*

● *No puse nada.* En tal caso le preguntaremos a otro estudiante, y continuaremos preguntando, hasta que uno haya respondido. En el caso que todos nos respondan lo mismo, trazaremos en la pizarra el ejemplo que muestra que la afirmación es verdadera y lo explicaremos como lo fue guionado arriba.

Seguimos con el inciso c). Dos ángulos adyacentes pueden ser iguales. Preguntaremos a otro estudiante *¿es verdadero o falso?*

● *Verdadero.* En este caso pediremos que justifiquen su respuesta. Puede decir *dos ángulos rectos adyacentes* e invitaremos al estudiante a pasar a la pizarra a realizar un dibujo para ayudarse a expresarse mejor. Afirmaremos su respuesta, *está bien, es* ***verdadero.*** *¿Todos están de acuerdo, con que es verdadero?* Esperamos que responda que sí, de no ser así procederemos de la forma en la que hayan respondido falso.

● *Falso.* En este caso también pediremos que justifiquen su respuesta. Si no tienen justificación, preguntaremos *¿qué propiedad tienen los ángulos adyacentes?* Esperamos que respondan, *la suma de sus amplitudes da 180º o un ángulo llano.* Avalaremos la respuesta y continuaremos, *entonces, ¿hay dos ángulos iguales tal que la suma de sus amplitudes dé 180º?* Esperamos que con esta pregunta puedan responder, *dos ángulos de 90º.* Afirmamos la pregunta y proseguimos, *¿les quedó claro? Entonces es* ***verdadero****, corrijan lo que anotaron justificando con lo que hablamos recién, o pongan es verdadera porque pueden ser dos ángulos adyacentes cuya amplitud sea de 90º. El que puso que es verdadera márquela con una tilde al costado.*

Seguimos con el inciso d), dos ángulos opuestos por el vértice pueden ser obtusos. Preguntaremos a un estudiante *¿es verdadero o falso?*

● *Verdadero.* En este caso le pediremos que justifique su respuesta, de ser necesario lo invitaremos a pasar al frente para ayudarse con un dibujo en la pizarra.

● *Falso.* Pediremos, también, que justifique su respuesta. Si no tiene justificación, le recordaremos cuáles son los ángulos opuestos por el vértice realizando un dibujo en la pizarra y preguntaremos *por lo que ven en este dibujo, ¿pueden haber dos ángulos opuestos por el vértice que sean obtusos?* Esperamos que respondan que sí, e invitaremos al estudiante a pasar a marcarlos y seguiremos, *entonces ¿es verdadera o falsa?* Suponemos que responderán ***verdadera.*** De ser así afirmamos la respuesta y aclaramos a todo el curso, *es verdadera, los que hayan respondido bien marquen con una tilde al costado. Si no, corrijan su respuesta y justifiquen con el dibujo que hice en el pizarrón.*

Seguimos con el inciso e) el adyacente de un ángulo puede ser cóncavo. Estudiante 1, ¿Qué respondiste? ¿Cómo lo justificaste? Puede responder:

● *Falso.* Le preguntaremos: *¿Cómo lo justificaste?* A lo que puede responder: *Porque si es cóncavo, mide más de 180º, entonces la suma de los dos será mayor a 180º, entonces no puede ser adyacente.* A lo que responderemos: *¡Excelente! Esa es la respuesta correcta. Los que la escribieron así, pongan tilde. El resto corrija y complete.*

● *Puse verdadero.* A lo que preguntaremos: *¿Cómo lo justificaste?* Luego de su explicación preguntaremos a todo el curso: *¿Están todos de acuerdo?* Esperando que alguien conteste que no y afirme que es verdadero, en tal caso le pediremos que explique el porqué, esperando que conteste como lo guionado en el caso anterior. Al finalizar su explicación diremos: *La respuesta correcta es "Falso".*

Si nadie contestó como **falso,** diremos: *La respuesta correcta es falso, y una justificación posible es: sí un ángulo es cóncavo, mide más de 180º, entonces, si le sumo otro ángulo de cualquier amplitud, la suma de las dos amplitudes será mayor a 180º, entonces no pueden adyacentes ya que para que sean adyacentes la suma de sus amplitudes tiene que dar 180º*

● *No puse nada.* En tal caso le preguntaremos a otro estudiante, y continuaremos preguntando, hasta que uno haya respondido. En el caso que todos nos respondan lo mismo, diremos: *La respuesta correcta es falso, y una justificación posible es: sí un ángulo es cóncavo, mide más de 180º, entonces, si le sumo otro ángulo de cualquier amplitud, la suma de las dos amplitudes será mayor a 180º, entonces no pueden adyacentes ya que para que sean adyacentes la suma de sus amplitudes tiene que dar 180º.*

Seguimos con el inciso f), dos ángulos llanos pueden ser opuestos por el vértice. Le preguntaremos a un estudiante *¿es verdadero o falso?*

● *Verdadero*, en este caso, le pediremos al estudiante que justifique su respuesta. Si es necesario lo invitamos a pasar al frente a realizar un dibujo para ayudarse.

● *Falso,* en tal caso también le pediremos al estudiante que justifique su respuesta, de ser necesario lo invitamos a pasar al frente a realizar un dibujo para ayudarse. Puede responder, *falso porque dos ángulos llanos no pueden ser opuestos por el vértice.* Para hacer un contraejemplo de lo que dice el estudiante dibujaremos el ángulo llano mor y diremos a todo el curso *acá tenemos el ángulo llano mor que está determinado por las semirrectas opuestas $\overrightarrow{om}$ y $\overrightarrow{or}$, entonces ¿cuál es su opuesto por el vértice?* Si algún estudiante responde correctamente, lo invitamos a pasar a marcarlo a la pizarra. Si no concilian una respuesta correcta, continuamos *¿recuerdan que según la definición de ángulo que tienen en el libro, el plano queda dividido en dos ángulos?, en este caso, quedó dividido en dos ángulos llanos cuyos lados son semirrectas opuestas. Y según la definición de ángulos opuestos por el vértice, estos ángulos lo son.* Si no comprenden le pedimos a un estudiante que lea la definición de ángulos opuestos por el vértice en voz alta. Esperamos que de esta forma, los estudiantes puedan concluir que la respuesta correcta es **verdadero.** De ser así, aclaramos en voz alta, *entonces es verdadero, los que respondieron así marquen con una tilde al costado y los que no corrijan, para justificar pueden hacerlo con el dibujo que está la pizarra.*

Cerraremos la puesta en común agradeciendo la participación de los estudiantes y les aclararemos, *es muy importante que recuerden estas propiedades, o las tengan al alcance de la mano para poder realizar las actividades en las que trabajaremos hoy.*

Repaso de ecuaciones y presentación de la guía de actividades (5 minutos).

Sinopsis

Haremos un repaso de ecuaciones de ángulos, mediante la resolución de la actividad 1.a) de la guía de actividades de ecuaciones de ángulos entre rectas. Esperamos que los estudiantes puedan aplicar las propiedades correspondientes de ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, suplementarios y complementarios, para poder resolver las actividades presentadas en la guía.

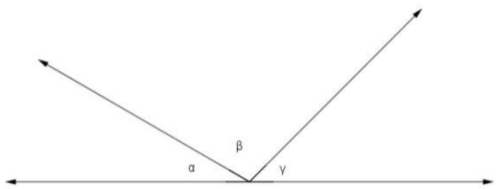
Guión conjetural

Previo a la entrega de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones, que se muestra en la Figura 2.35 daremos comienzo al repaso de ecuaciones, a partir de la actividad 1.a).

Guía de actividades:
Ángulos entre rectas y ecuaciones.

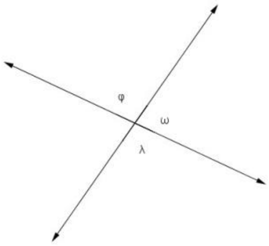
1) Plantear la ecuación y hallar los ángulos desconocidos:
   a)

$$\begin{cases} \alpha = 2x + 5° \\ \beta = 4x + 25° \\ \gamma = x + 10° \end{cases}$$



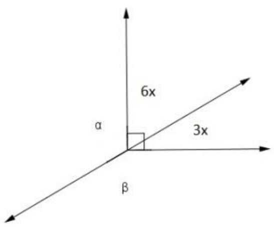
2) Teniendo en cuenta las siguientes imágenes y las igualdades escritas, planteen la ecuación que les permita hallar los valores de φ, λ y ω, respectivamente. Escriban abajo los valores correspondientes a cada ángulo y justifiquen lo hecho en cada caso indicando las propiedades utilizadas.
   b)

$$\begin{cases} \varphi = x + 70° \\ \lambda = 3x + 10° \end{cases}$$



$\varphi =$ $\lambda =$ $\omega =$

3) Plantear las ecuaciones correspondientes y hallar el valor de los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$en cada una de las siguientes figuras:
   a)



4) Plantear y hallar la amplitud de cada uno de los ángulos:
   a) Dos ángulos son complementarios, y uno de ellos es el doble del otro.
   b) Dos ángulos son adyacentes, y uno de ellos es el cuádruple del otro.

Figura 2.35: Guía de actividades de resolución de ecuaciones de ángulos entre rectas[11]

Hoy trabajarán con una nueva guía de actividades. Para resolverla, es necesario que utilicen los conocimientos sobre ángulos complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice, y sus conocimientos para resolver ecuaciones. Voy a mostrarles cómo resolver un ejercicio donde se utilizan conocimientos de geometría y ecuaciones. Esta clase de ejercicios, es la que va a entrar en el trabajo práctico del miércoles y en la evaluación de la próxima semana.

En la esquina superior izquierda de la pizarra escribiremos: "*Plantear la ecuación y hallar los ángulos desconocidos*" y haremos el dibujo correspondiente a esa actividad con sus respectivas ecuaciones. Después de leer la consigna para todo el curso, continuaremos: *en este caso son los ángulos alfa, beta y gamma. Lo primero que tienen que hacer ustedes para resolver estos ejercicios, es visualizar qué relación existe entre los ángulos de la imagen. Por ejemplo, en esta imagen los tres ángulos: alfa, beta y gamma forman un ángulo llano. Identificar ésta relación entre estos tres ángulos, es el primer paso para poder resolver el ejercicio.*

A esta relación la podemos expresar de la siguiente forma, y escribimos en la pizarra:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180º$$

Ahora, el problema que queremos resolver es hallar los ángulos desconocidos (subrayando en la pizarra "ángulos desconocidos" del enunciado previamente escrito), *ahora tenemos esta expresión.* Hacemos una flechita por debajo del símbolo alfa y decimos *sabemos que por los datos o las otras expresiones*, "*alfa es dos por equis, más cinco grados".* Así iremos nombrando las expresiones de cada uno de los ángulos mientras las escribimos en la pizarra como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{ccccccc} \alpha & + & \beta & + & \gamma & = 180° \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ (2x + 5°) & + & (4x + 25°) & + & (x + 10°) & = 180° \end{array}$$

[11] Por cuestiones de espacio algunos ejercicios, similares a los expuestos en la guía, fueron removidos.

Esto es, plantear la ecuación. ¡El siguiente paso para resolver el ejercicio! (mientras subrayamos en el enunciado en la pizarra "plantear la ecuación") *Luego de plantear la ecuación, podemos sacar los paréntesis, que en este caso como todos los términos se están sumando no influye en los signos que se encuentran dentro de los paréntesis. Después de esto, continuamos resolviendo esta ecuación. Primero, tienen que reconocer cuáles son las expresiones en las que están las equis, para identificarlas mejor voy a subrayarlas con color rojo* (las subrayamos con color rojo en la pizarra) *y con color azul, las expresiones en las que solamente hay valores en grados* (las subrayamos con color azul) Como se muestra a continuación:

$$\underline{2x} + \underline{5°} + \underline{4x} + \underline{25°} + \underline{x} + \underline{10°} = 180°$$

Luego, sumamos las expresiones que contienen las equis. Estas son, "dos por equis, más cuatro por equis, más equis" ¿cuánto da? Esperamos que respondan: *siete por equis/siete equis* y escribiremos el resultado en la pizarra, debajo de la ecuación, con color rojo. Después, seguimos: *las expresiones que están en grados estas son, "cinco grados, más veinticinco grados, más diez grados" que ¿cuánto da?* Esperamos que respondan: *cuarenta grados* y escribiremos el resultado en la pizarra, al lado del resultado anteriormente obtenido, con color azul. Como se muestra a continuación:

$$7x + 40º = 180º$$

Para seguir ¿qué propiedad deben aplicar?, esperamos que respondan, *¡la propiedad cancelativa!* De ser así, asentimos y, si no, lo decimos nosotros y les recordamos que pueden consultar en la página 19 del libro. Continuaremos: *por lo tanto, en el miembro izquierdo hay que restar cuarenta grados y en el miembro derecho también.* Mientras lo vamos resolviendo en la pizarra

$$7x + 40º - 40º = 180º - 40º$$

Ahora ¿cómo quedó la expresión? Suponemos que van a responder *siete equis igual a ciento cuarenta* y escribimos en la pizarra:

$$7x = 140º$$

¿Cuál es el siguiente paso? Esperamos que respondan: *dividir por siete ambos miembros*, o, *aplicar la propiedad cancelativa y dividir en ambos miembros por siete.* En ese caso, validamos la respuesta y la escribimos en la pizarra. Si no responden a la pregunta, lo diremos nosotros y lo escribiremos en la pizarra.

$$7x : 7 = 140° : 7$$

Puede surgir la siguiente duda: *¿qué pasa cuando dividimos los ciento cuarenta grados en siete, el resultado queda en grados o en qué?* Responderemos: *queda en grados. Por ejemplo, si queremos dividir tres metros en tres partes iguales, ¿cuánto mide cada parte?* Esperamos que nos respondan: *un metro.* A lo que diremos: *¡Muy bien! La unidad de medida no cambió, seguimos midiendo en metros. Lo mismo pasa cuando dividimos grados.*

Si no surge la duda anteriormente descrita, continuaremos: *Por lo tanto, ¿cómo seguimos resolviendo?* Esperamos que respondan: *el siguiente paso es escribir equis igual a veinte grados*, avalaremos la respuesta y la escribimos en la pizarra con color rojo:

$$x = 20°$$

Continuaremos, *¡Muy bien! Obtuvimos el valor de la equis y resolvimos la ecuación pero nuestro problema es hallar la amplitud de los ángulos desconocidos y la única información que tenemos de estos ángulos, además de la imagen, son estas expresiones y, para poder saber sus amplitudes, el próximo paso es cambiar el valor de equis en cada una de estas expresiones.*

Luego de escribir las expresiones, preguntamos *¿cuánto dá, dos por 20 grados más cinco grados/cuatro por veinte grados más veinticinco grados/20 grados más diez grados?* esperamos que respondan *cuarenta y cinco grados/ciento cinco grados/treinta grados.* Mientras escribimos estos valores aclaramos, *¡muy bien! Entonces, la amplitud de alfa es cuarenta y cinco grados, la amplitud de beta es ciento cinco grados y la amplitud de gama es treinta grados.* Haciendo un recuadro en cada uno de los resultados, como se muestra a continuación:

$$\boxed{x = 20°}$$

$$\alpha = 2x + 5° \qquad \beta = 4x + 25° \qquad \gamma = x + 10°$$

$$\alpha = 2\,.\,20° + 5° \qquad \beta = 4\,.\,20° + 25° \qquad \gamma = 20° + 10°$$

$$\boxed{\alpha = 45°} \qquad \boxed{\beta = 105°} \qquad \boxed{\gamma = 30°}$$

Una vez que hayamos terminado de escribir lo anteriormente descrito en la pizarra, diremos: *Ahora que ya obtuvimos los valores de alfa beta, gamma y delta; una forma de saber si están bien calculados, es volver a la expresión que planteamos al principio y cambiar a alfa, beta y gamma por los valores que calculamos.* Y escribiremos en la pizarra:

$$\alpha \; + \; \beta \; + \gamma \; =$$
$$= 45° + 105° + 30°$$

Luego de escribir lo anteriormente descrito, diremos: *Entonces, por lo que dijeron al principio, la suma de las amplitudes de alfa, beta y gamma, que obtuvieron a partir de calcular el valor de equis y usarlo para resolver las expresiones dadas, ¿cuánto debería dar?* Esperamos que respondan: *¡ciento ochenta grados!* Afirmamos esta respuesta y la escribimos debajo de lo que escribimos antes.

Para concluir el repaso y la resolución del ejercicio de la guía, aclararemos: *Estos pasos que seguimos para resolver este problema, son muy importantes para poder resolver los ejercicios de ese estilo. Copien la resolución del ejercicio en la carpeta, tal cual está escrita en la pizarra. Ya que esta es la forma en la que deben resolver los ejercicios de esta guía, utilizando lo que saben de ecuaciones y todo lo estudiado en ángulos, sobre todo lo de las últimas clases, esto es: ángulos complementarios, suplementarios, opuestos por el vértice y adyacentes. Ahora les entregaremos la guía de actividades, tienen 30 minutos para realizarla. Pasados los 30 minutos haremos una puesta en común para corregir la guía. Trabajen en los grupos que vienen trabajando.*

Mientras los estudiantes copian el ejercicio resuelto en la pizarra, les iremos entregando la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones. Dejaremos la actividad resuelta en la pizarra para que puedan utilizarla de modelo en la resolución de las demás actividades. La resolución de la actividad deberá quedar plasmada, en la pizarra, de la forma en la que se muestra en la Figura 2.36.:

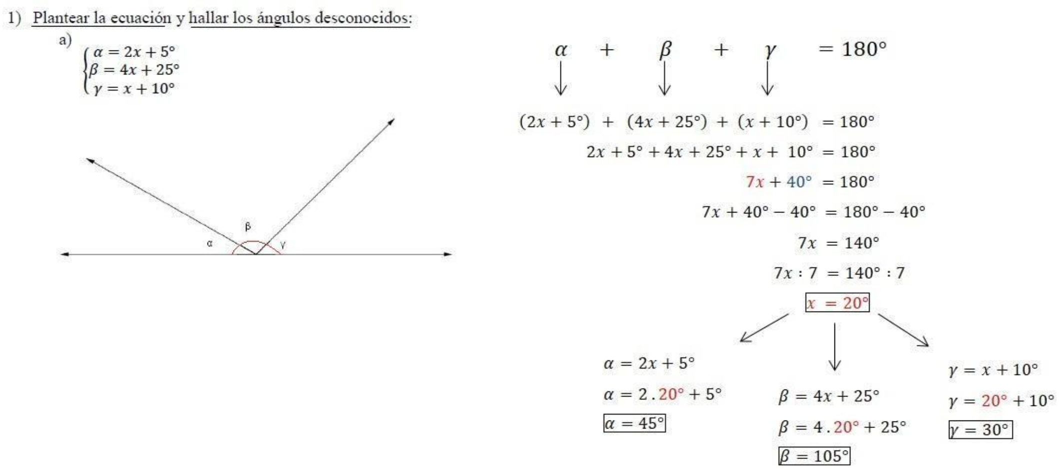


Figura 2.36. Representación del modelo de resolución del ejercicio 1.a) de la guía de actividades "ángulos entre rectas y ecuaciones"

Guía de actividades (30 minutos)

Mientras los estudiantes trabajan en grupos, nosotros recorreremos el aula respondiendo las posibles dudas que pueden surgir.

Posibles preguntas:

Sobre la actividad 1) b) de la guía de actividades

● *¿Cómo lo resuelvo?* En este caso, les recordaremos que pueden ver cómo resolvimos el inciso anterior en la pizarra si es necesario, preguntaremos *¿qué información o datos te da la imagen del ejercicio?* Esperamos que puedan responder, *el ángulo recto.* Si no responden, podemos volver a preguntar *¿cómo es el ángulo theta respecto del ángulo épsilon?* Suponemos que pueden responder, *son complementarios.* Asentiremos a la respuesta y continuamos, *entonces ¿qué propiedades tienen los ángulos complementarios?* Esperamos que respondan, *la suma de sus amplitudes da 90º.* Avalaremos la respuesta y le diremos que a partir de esa información intente resolverlo de la forma en la que explicamos el ejercicio anterior.

Sobre la actividad dos:

● *¿Tenemos que hallar el ángulo que no tiene nombre?* A lo que responderemos: *No necesariamente.*

● *¿Cómo resuelvo la actividad?* A lo que responderemos: *tenes que usar las propiedades de los ángulos opuestos por el vértice y adyacentes, si no las recuerdas puedes consultar en la página 44 del libro, en tu carpeta o con tu compañero.*

● *¿omega* (omega en el caso del 2.a) y phi en el caso del 2.b)) *vale como una x?* Haciendo referencia a que no se sabe el valor de omega/phi, Contestaremos: *Si bien no sabemos el valor de omega, eso no significa que su valor sea igual que el de x. Para encontrar el valor de omega, primero vas a tener que encontrar el valor de alguno de los otros ángulos usando las propiedades que ya conoces. Mirando la imagen ¿qué relación hay entre los ángulos phi y lambda?* Esperamos que respondan, *son opuestos por el vértice.* Afirmamos su respuesta y continuaremos, *¿qué propiedades tienen los ángulos opuestos por el vértice?* Suponemos que dirán, *son iguales.* Respondemos *¡muy bien!, ahora con esa información tienes que plantear las ecuaciones y resolverlas como lo mostramos en la pizarra durante el repaso.*

● *El ángulo que no tiene nombre, ¿es una incógnita?* Suponemos que puede surgir esta duda frente a la confusión de que su amplitud sea igual a equis. Responderemos análogamente al ítem anterior, con el fin de aclarar la duda del estudiante. Luego, le diremos que la consigna no dice que deben calcular la amplitud de ese ángulo por lo tanto no hace falta resolver su amplitud.

● *No sé cómo plantear la ecuación.*

Con respecto a la actividad 2.a) preguntaremos: *Mirando la imagen ¿qué relación hay entre los ángulos omega y lambda?* Esperamos que respondan, *son adyacentes.* Afirmamos su respuesta y continuaremos, *¿qué propiedades tienen los ángulos adyacentes?* Suponemos que dirán, *la suma de sus amplitudes da 180º.* Respondemos *¡muy bien!, ahora con esa información tienes que plantear las ecuaciones y resolverlas como lo mostramos en la pizarra durante el repaso.*

Con respecto a la actividad 2.b) preguntaremos: *Mirando la imagen ¿qué relación hay entre los ángulos phi y lambda?* Esperamos que respondan, *son opuestos por el vértice.* Afirmamos su respuesta y continuaremos, *¿qué propiedades tienen los ángulos opuestos por el vértice?* Suponemos que dirán, *son iguales.* Respondemos *¡muy bien!, ahora con esa información tienes que plantear las ecuaciones y resolverlas.* Le pediremos al estudiante que plantee la ecuación para asegurarnos de que haya comprendido cómo se debe plantear la ecuación. Puede suceder que la plantee bien y no saber cómo seguir, en ese caso le preguntaremos: *¿no te acordás cómo se resolvía las ecuaciones en este caso?* Si la respuesta es afirmativa, le indicaremos que continúe con los demás ejercicios, que luego explicaremos ese ejercicio en la puesta en común.

Sobre la actividad tres de la guía de actividades

● *¿Cómo hay que hacer la actividad?* A lo que responderemos: *tenes que usar alguna de las propiedades o definiciones que trabajaron en las últimas clases y pusieron en práctica en la guía anterior más las que repasamos al comienzo de la clase para poder plantear una ecuación que te ayude a encontrar la amplitud de algunos de los ángulos. Una vez que hayas hallado el valor de una de las amplitudes, tenes que aplicar nuevamente las propiedades para encontrar los ángulos que te pide el ejercicio. ¿Cuál es la relación entre el ángulo que mide seis equis y el que mide 3 equis? Eso es lo primero que hay que fijarse.*

● *¿alfa o beta valen igual que x?* Contestaremos: *Si bien no sabemos el valor de alfa/beta, eso no significa que su valor sea igual que el de x. Para encontrar el valor de alfa o beta primero vas a tener que encontrar el valor de x, como lo hicimos en el ejemplo anterior s, y para eso es necesario lo que repasamos al comienzo de la clase.*

● *¿El alfa y el beta es siempre el mismo?* A lo que responderemos: *es sólo una notación para nombrar el ángulo, como en el caso de las rectas que se pueden nombrar con una letra mayúscula. Entonces en este caso alfa y beta sólo representan los ángulos determinados por las semirrectas de la figura.* Aclararemos de manera general: *encontrar el resultado de la ecuación que resuelvan en cada inciso no significa que hayan resuelto la actividad. Tienen que hallar la amplitud de cada ángulo, resolver la ecuación es un primer paso para hacerlo.*

Sobre la actividad cuatro de la guía de actividades

● *¿Cuáles son los ángulos que hay que hallar?* A lo que responderemos: *tenes que hallar, planteando una ecuación, dos ángulos cuyas amplitudes cumplan las condiciones que pide cada uno de los incisos.*

● *¿Cómo hacer el ejercicio?* A lo que responderemos: *tienen que hallar dos ángulos que cumplan al mismo tiempo las condiciones que pide el inciso. Además se pide que planteen las ecuaciones, esto significa que tienen que escribir una ecuación que les permita encontrar los valores de los ángulos.* Podemos hacer preguntas para guiar: *¿Qué propiedades tienen los ángulos complementarios/adyacentes?, ¿qué significa que uno vale el doble que uno de ellos/que uno de ellos es el cuádruple del otro?, ¿cómo representarías que un ángulo es el doble/cuádruple del otro?* También le podemos sugerir que realice un dibujo que represente la situación, comentando que el dibujo es una ayuda para pensar cómo pensar la actividad.

Previamente a la puesta en común, nos acercaremos a los grupos y les diremos que deberán exponer -el ejercicio que corresponda- en la pizarra. Nosotros elegiremos a un estudiante del grupo y haremos énfasis en que sus compañeros lo ayudarán desde el banco.

Durante esos 30 minutos, dibujaremos en la pizarra las actividades de la guía de ángulos entre rectas y ecuaciones, para utilizarlas durante la puesta en común.

Puesta en común

Una vez pasados los 30 minutos destinados para el trabajo en las actividades de la guía, pediremos la palabra para dar paso a la puesta en común de la actividad.

Vamos a corregir las actividades. Comencemos con la actividad 1)b). Al grupo -de los estudiantes que correspondan- le diremos*: que pase el estudiante 1* (pautado previamente con el grupo) *a mostrar a sus compañeros cómo resolvieron la actividad 1)b).* Esperamos que desarrollen la actividad en la pizarra de las siguientes maneras:

● Esperamos que diga: *los ángulos theta y epsilon son complementarios, por lo que sumados dan noventa grados.* Y que escriba en la pizarra:

$$\begin{aligned} \theta + \varepsilon &= 90º \\ (2x + 20º) + (3x + 15º) &= 90º \\ 2x + 20º + 3x + 15º &= 90º \\ 5x + 35º &= 90º \\ 5x + 35º - 35º &= 90º - 35º \\ 5x &= 55º \\ 5x : 5 &= 55º : 5 \\ x &= 11º \end{aligned}$$

Acompañaremos al estudiante que está al frente preguntando: *¡Muy bien! Ahora que obtuvieron el valor de equis ¿Cuál es el paso que sigue?* Esperamos que responda: *lo que hay que hacer es cambiar el valor de equis que calculamos en la ecuación, en las equis de las expresiones de los ángulos theta y epsilon.* Les pediremos que escriban en la pizarra y esperamos que sea lo siguiente:

$$\begin{array}{ll} \varepsilon = 3x + 15º & \theta = 2x + 20º \\ \varepsilon = 3.11º + 15º & \theta = 2.11 + 20º \\ \varepsilon = 48º & \theta = 42º \end{array}$$

Entonces nos dio que la amplitud de epsilon es de cuarenta y ocho grados y la amplitud de tita es de cuarenta y dos grados.

Aclararemos al resto del curso: *La respuesta de sus compañeros es correcta, todos los que hayan escrito así pongan una tilde, el resto corrija.* Agradeceremos al estudiante que pasó al frente y continuamos con el siguiente ejercicio.

● Puede suceder que haya errores en la resolución del estudiante en la pizarra. Suponemos que estos pueden ser: errores al realizar alguna operación, por ejemplo efectuar incorrectamente una suma, o aplicar mal la propiedad cancelativa, por ejemplo expresando

$$5x + 35^{o} = 180^{o}$$
$$5x : 5 + 35^{o} = 180^{o} : 5$$

En estos casos guiaremos con las siguientes preguntas: *¿está bien lo que hicieron en este paso?, ¿están bien hechos los cálculos en este paso?, ¿está bien aplicada la propiedad cancelativa?, ¿se aplicó la propiedad cancelativa?*

Plantear mal la ecuación, producto de tomar los ángulos epsilon y theta como suplementarios en vez de complementarios, en tal caso preguntaremos: *¿es correcto el razonamiento?, ¿les parece que esos ángulos son suplementarios?* En el momento en el encuentren el error, le pediremos al estudiante que está al frente que lo rectifique y, de ser necesario, al estudiante que lo encontró le pediremos que lo corrija desde el banco. Si nadie ve el error, nosotros lo pondremos en evidencia.

Luego de resolverlo, agradeceremos al estudiante que pasó y aclararemos: *todos deben revisar los pasos que realizaron para resolver las actividades, no está mal equivocarse pero si logran encontrar los errores puede ser muy productivo porque así aprenden más.*

● En el caso en el que no lo hayan resuelto, le preguntaremos a otro grupo.

Continuaremos con el ejercicio dos:

“Teniendo en cuenta las siguientes imágenes y las igualdades escritas, planteen la ecuación que les permita hallar los valores de φ, λ y ω, respectivamente. Escriban abajo los valores correspondientes a cada ángulo y justifiquen lo hecho en cada caso indicando las propiedades utilizadas”

Al grupo -de los estudiantes que correspondan- le diremos*: que pase el estudiante 2* (pautado previamente con el grupo) *a mostrar a sus compañeros cómo resolvieron la actividad 2)a).* Esperamos que desarrollen la actividad en la pizarra de las siguientes maneras:

● *Los ángulos, omega y lambda, son adyacentes entonces sumados dan 180º.* Y que escriban en la pizarra:

$$\omega \quad + \quad \lambda \quad = 180º$$
$$(2x + 40º) + (4x + 32º) = 180º$$
$$2x + 40º + 4x + 32º = 180º$$
$$6x + 72º = 180º$$
$$6x + 72º - 72º = 180º - 72º$$
$$6x = 108º$$
$$6x : 6 = 108º : 6$$
$$x = 18º$$

Acompañaremos al estudiante que está al frente preguntando: *¡Muy bien! Ahora que obtuvieron el valor de equis ¿Cuál es el paso que sigue?* Esperamos que responda: *lo que hay que hacer es cambiar el valor de equis que calculamos en la ecuación, en las equis de las expresiones de los ángulos omega y lambda.* Les pediremos que escriban en la pizarra y esperamos que sea lo siguiente:

$$\lambda = 4x + 32º \qquad \omega = 2x + 40º$$
$$\lambda = 4.18º + 32º \qquad \omega = 2.18º + 40º$$
$$\lambda = 104 \qquad \omega = 76º$$

Entonces nos dio que la amplitud de omega es de setenta y seis grados y la amplitud de lambda es de ciento ocho grados. Luego preguntaremos: *y obteniendo los valores de lambda y omega ¿Ya* *resolvieron todo el ejercicio?* Esperamos que respondan, *¡no!, falta calcular la amplitud de phi y para calcular phi, utilizamos que es opuesto por el vértice a lambda, entonces sus amplitudes son iguales. Por lo tanto, lambda es igual a 76 grados.*

Esperamos que escriba en la pizarra:

$$\varphi = \lambda \textit{ porque son opuestos por el vértice}$$
$$\varphi = 76º$$

● Puede suceder que haya errores en la resolución del estudiante en la pizarra. Suponemos que estos pueden ser: errores al realizar alguna operación, por ejemplo efectuar incorrectamente una suma, o aplicar mal la propiedad cancelativa, por ejemplo expresando

$$6x + 72º = 180º$$
$$6x : 6 + 72º = 180º : 6$$

En estos casos guiaremos con las siguientes preguntas: *¿está bien lo que hicieron en este paso?, ¿están bien hechos los cálculos en este paso?, ¿está bien aplicada la propiedad cancelativa?, ¿se aplicó la propiedad cancelativa?*

Plantear mal la ecuación, producto de tomar los ángulos omega y lambda como opuestos por el vértice en vez de adyacentes, preguntaremos: *¿es correcto el razonamiento? ¿les parece que esos ángulos son opuestos por el vértice?* En el momento en el que encuentren el error, le pediremos al estudiante que está al frente que lo rectifique y, de ser necesario, al estudiante que lo encontró le pediremos que lo corrija desde el banco. Si nadie ve el error, nosotros lo pondremos en evidencia.

Luego de resolverlo, agradeceremos al estudiante que pasó y aclararemos: *todos deben revisar los pasos que realizaron para resolver las actividades, no está mal equivocarse pero si logran encontrar los errores puede ser muy productivo porque así aprenden más.*

Aclararemos al resto del curso: *La respuesta de sus compañeros es correcta, todos los que hayan escrito así pongan una tilde, el resto corrija.* Agradeceremos al estudiante que pasó al frente y continuamos con el siguiente ejercicio.

Al grupo -de los estudiantes que correspondan- le diremos*: que pase el estudiante 3* (pautado previamente con el grupo) *a mostrar a sus compañeros cómo resolvieron la actividad 2)b).* Esperamos que desarrollen la actividad en la pizarra de las siguientes maneras:

● *Los ángulos phi y lambda son opuestos por el vértice, entonces son iguales.* Y que escriban en la pizarra:

$$\varphi = \lambda$$
$$x + 70º = 3x + 10º$$
$$x + 70º - 10º = 3x + 10º - 10º$$
$$x + 60º = 3x$$
$$x + 60º - x = 3x - x$$
$$60º = 2x$$
$$60º : 2 = 2x : 2$$
$$30º = x$$

Acompañaremos al estudiante que está al frente preguntando: *¡Muy bien! Ahora que obtuvieron el valor de equis ¿Cuál es el paso que sigue?* Esperamos que responda: *lo que hay que hacer es cambiar el valor de equis que calculamos en la ecuación, en las equis de las expresiones de los ángulos phi y lambda.* Les pediremos que escriban en la pizarra y esperamos que sea lo siguiente:

$$\varphi = x + 70º \qquad \lambda = 3x + 10º$$
$$\varphi = 30º + 70º \qquad \lambda = 3.30º + 10º$$
$$\varphi = 100º \qquad \lambda = 90 + 10º$$
$$\lambda = 100º$$

Entonces nos dio que la amplitud de phi es de cien grados y la amplitud de lambda también es de cien grados. Luego preguntaremos: *y obteniendo los valores de lambda y omega ¿Ya resolvieron todo* *el ejercicio?* Esperamos que respondan, *¡no!, falta calcular la amplitud de omega y para calcular omega, utilizamos que es adyacente a phi, entonces la suma de sus amplitudes debe dar 180º*

Esperamos que escriba en la pizarra:

$$\omega = 180^\circ - 100^\circ$$
$$\omega = 80^\circ$$

● Puede suceder que haya errores en la resolución del estudiante en la pizarra. Suponemos que estos pueden ser: errores al realizar alguna operación, por ejemplo efectuar incorrectamente una suma, o aplicar mal la propiedad cancelativa, por ejemplo expresando

$$x + 60^\circ = 3x$$
$$60^\circ : 3 = 3x : 3$$
$$x + 20^\circ = x$$

En estos casos guiaremos con las siguientes preguntas: *¿está bien lo que hicieron en este paso?, ¿están bien hechos los cálculos en este paso?, ¿está bien aplicada la propiedad cancelativa?, ¿se aplicó la propiedad cancelativa?*

Plantear mal la ecuación, producto de tomar los ángulos omega y lambda como adyacentes en vez de opuestos por el vértice. Preguntaremos: *¿es correcto el razonamiento? ¿les parece que esos ángulos son adyacentes?* En el momento en el que encuentren el error, le pediremos al estudiante que está al frente que lo rectifique y, de ser necesario, al estudiante que lo encontró le pediremos que lo corrija desde el banco. Si nadie ve el error, nosotros lo pondremos en evidencia.

Luego de resolverlo, agradeceremos al estudiante que pasó y aclararemos: *todos deben revisar los pasos que realizaron para resolver las actividades, no está mal equivocarse pero si logran encontrar los errores puede ser muy productivo porque así aprenden más.*

Finalizada la resolución aclararemos al resto del curso: *La respuesta de sus compañeros es correcta, todos los que hayan escrito así pongan una tilde, el resto corrija.* Agradeceremos al estudiante que pasó al frente y continuamos con el siguiente ejercicio.

Luego, avanzaremos sobre el ejercicio tres, la puesta en común de este ejercicio tendrá la misma modalidad que el ejercicio anterior.

Pasada la puesta en común del ejercicio 3, avanzaremos sobre el ejercicio cuatro: *Ahora corregiremos el ejercicio 4) a) Dos ángulos son complementarios, y uno de ellos es el doble del otro.* Al grupo -de los estudiantes que corresponda- le preguntaremos *¿cómo plantearon la ecuación y cuánto les dio cada ángulo?* Esperamos que puedan contestar:

● *Nos dio que uno mide 30º y el otro 60º.* A lo que responderemos: *¡Muy bien! Pasen al frente a mostrar cómo plantearon la ecuación.* Pueden escribir en la pizarra:

Un ángulo es x

El doble es 2x

Pueden agregar: *Como son ángulos complementarios su suma es igual a 90°, eso nos sirvió para plantear la ecuación y la planteamos de la siguiente manera.* Pueden escribir en la pizarra lo siguiente:

$$x + 2x = 90°$$
$$3x = 90°$$
$$3x : 3 = 90° : 3$$
$$x = 30°$$

Pueden agregar: *entonces uno de los ángulos mide 30° y el otro mide 60°.*

Les agradeceremos a los estudiantes que hayan pasado y diremos: *la respuesta de sus compañeros es correcta. Los que la hayan respondido así, pongan una tilde. ¿Alguien realizó esta actividad de una manera diferente?* Si algún grupo lo resolvió de una manera distinta, les pediremos que la cuenten.

Puede ocurrir que nos digan que no consiguieron hacerlo, en tal caso preguntaremos a otro grupo, esperando que nos contesten como lo guionado en el caso anterior. Si ningún grupo fue capaz de contestar la consigna, diremos: *Para comenzar a pensar este ejercicio, primero hay que fijarse qué* *información es la que nos está dando la consigna, lo primero que dice es "dos ángulos son complementarios", ¿qué propiedad tienen los ángulos complementarios?* Esperamos que respondan, *la suma de sus amplitudes da 90º*, y continuamos, *¡muy bien! Entonces empecemos por eso, tenemos dos ángulos, cuyas amplitudes no conocemos pero sabemos que su suma da 90º. Entonces podemos hacer un dibujo que represente esta situación*, dibujamos en la pizarra dos ángulos complementarios consecutivos y los nombramos $\widehat{edf}$ y $\widehat{fdg}$ como se muestra en la Figura 2.37.

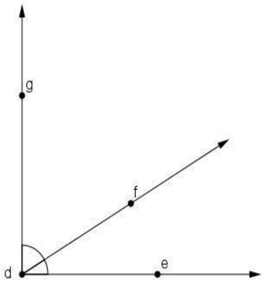


Figura 2.37. Dibujo ilustrativo que representa la situación planteada en la actividad 2.a)

Luego continuamos anotando en la pizarra, *entonces sabemos que:*

$$\widehat{edf}+\widehat{fdg}= 90º$$

Ahora sigamos leyendo la consigna "dos ángulos son complementarios, y uno de ellos es el doble del otro" como no dice específicamente cuál es el doble del otro, podemos elegir a cualquiera de los dos. Supongamos que la amplitud del ángulo $\widehat{fdg}$ es el doble de $\widehat{edf}$, y como no conocemos la amplitud del ángulo $\widehat{edf}$ ¿Cómo se designa en matemática un número que no se conoce?, esperamos que recuerden lo estudiado anteriormente y digan: *¡con una x!, ¡con una incógnita!*, a todo esto responderemos: *¡Muy bien! En este caso, como la amplitud de uno de los ángulos es desconocida, la designaremos con una letra, por ejemplo "y".*

Escribiremos en la pizarra:

$$\widehat{edf} = y$$

Continuaremos: *¿se acuerdan cómo se expresa con una ecuación "el doble de un número"?* Esperamos que contesten: *El doble de un número, sería dos por ese número*. En tal caso seguimos, *entonces si el ángulo $\widehat{edf}$ es igual a "y", y el ángulo $\widehat{fdg}$ vale el doble ¿cómo lo podemos expresar?* Esperamos que respondan *dos por "y"* ó *el ángulo $\widehat{fdg}$ va a valer dos por "y"*. Si no logran responder escribimos en la pizarra dentro de las regiones angulares, respectivamente, de cada ángulo *y* y *2y* como se muestra en la Figura 2.38.

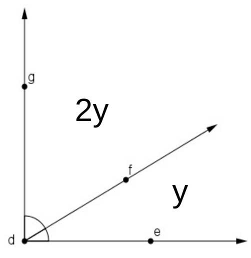


Figura 2.38. Ilustración de la actividad 2.a

Luego, debajo de la suma de los ángulos, escrita anteriormente, anotaremos:

$$\begin{array}{rcl} \widehat{edf} + \widehat{fdg} & = & 90° \\ \downarrow \qquad \downarrow & & \\ y \;+\; 2y & = & 90° \\ 3y & = & 90° \\ 3y:3 & = & 90°:3 \\ y & = & 30° \end{array}$$

Mientras tanto diremos, *de acuerdo a los datos que nos da el ejercicio, sabemos que los dos ángulos son complementarios. Entonces, la suma de las amplitudes de los ángulos da 90º, y ahora que lo planteamos podemos resolverlo de la misma forma que resolvimos el ejercicio 1.a). Y obtuvimos que "y" vale 30º. ¿Cuál es el próximo paso para resolver el problema?* Esperamos que respondan: *cambiar el valor de "y", que es treinta grados, en las expresiones anteriores.* De ser así, asentimos y continuaremos: *¡muy bien! Entonces nos queda el ángulo* $\widehat{edf}$ *igual a treinta grados y el ángulo* $\widehat{fdg}$ *igual a sesenta grados.* Y escribimos en la pizarra:

$$\widehat{edf} = 30º \qquad \widehat{fdg} = 60º$$

Aclararemos: *de esta forma pudimos resolver el problema. Estaba planteado coloquialmente, luego lo plantemos con una expresión a partir de la información que nos daba el ejercicio y armamos una ecuación que nos llevó a resolver el valor de "y" para después poder calcular las amplitudes de los ángulos* $\widehat{edf}$ *y* $\widehat{fdg}$*.*

Cierre

Con la resolución de este ejercicio, damos por finalizada la puesta en común de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones, para luego concluir todo lo visto sobre ángulos.

2.1.8 Clases 8, 9 y 10

Las clases 8, 9 y 10 no fueron guionadas como las clases anteriores. Sin embargo los contenidos que se trabajaron y desarrollaron durante estas clases fueron previamente discutidos y consensuados en conjunto con la profesora supervisora.

Comentarios sobre lo vivido en las semana 4

Durante la semana 4 se profundizó en la clasificación de ángulos y se desarrolló la puesta en común de la guía de actividades de ángulos entre rectas planificada en el guion conjetural de la Clase 6. No se corrigió el verdadero o falso, para utilizar el tiempo en actividades que se consideraron más significativas o urgentes pensando en la próxima evaluación. Esto se decide así pues los estudiantes, ha esta altura de las prácticas habían avanzado significativamente en la actividad de justificar en matemática. Este hecho se comentó en relación a lo vivido en las dos semanas anteriores.

El día miércoles 15 de agosto se tomó el segundo trabajo práctico en ambos cursos. Como repaso y con el fin de sintetizar las ideas principales a ser evaluadas, se presentó la clasificación de los ángulos según su amplitud, y la clasificación de pares de ángulos por su suma o lugar en el espacio. Durante el trabajo práctico se dejó proyectada una filmina con toda la información que contenía la presentación.

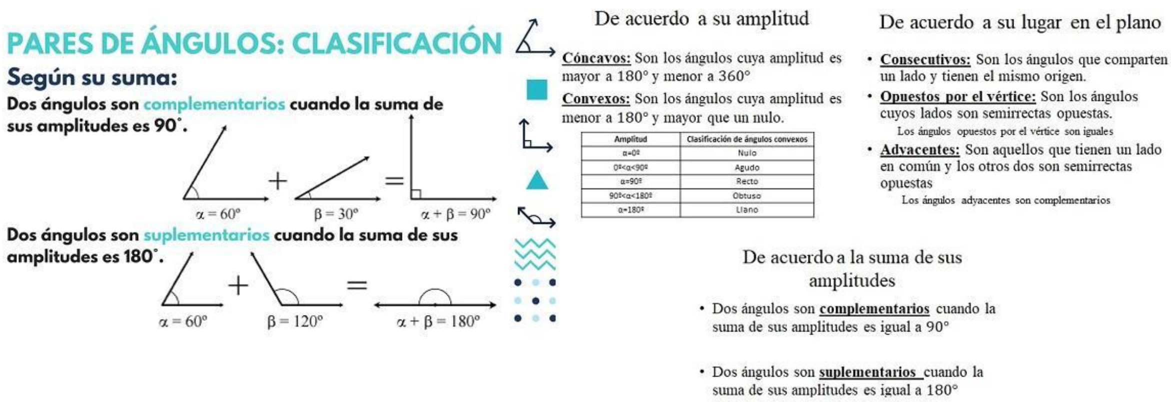


Figura 2.39. A la izquierda, una filmina del *PowerPoint* de clasificación de ángulos. A la derecha, la filmina que quedó proyectada durante el TPE2

El día lunes 13 de agosto, la clase de matemática de 1º A no se realizó debido a una clase de Educación Sexual que la institución no pudo reprogramar. Ese día sólo se dictaron 20 minutos de clase donde se comenzó a institucionalizar la clasificación de pares de ángulos por su lugar en el espacio.

Comentarios sobre lo vivido en las semana 5

El día lunes 20 de agosto fue feriado nacional, por lo que 1º A no tuvo clases. El miércoles 22 de agosto, se realizó una exposición dialogada sobre las clasificaciones de los ángulos y pares de ángulos, utilizando nuevamente las diapositivas presentadas en la Clase 8. También se presentó un breve *PowerPoint* sobre los conceptos de sentido y dirección vinculados a la noción de semirrecta. Además, se decidió dar 20 minutos para que algunos los estudiantes finalizaran el TPE2.

En lo que fue la Clase 9 para 1º B se trabajó la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones, esta clase se desarrolló según lo planificado en el guión para la Clase 7 y el miércoles 22 de agosto, se hizo un breve repaso recuperando los errores más comunes que se hicieron evidentes en las resolución de las actividades de los trabajos prácticos y se tomó la evaluación final.

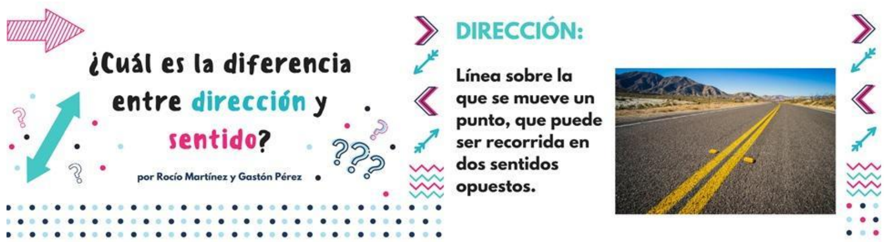


Imagen 2.40. Filminas de la presentación de dirección y sentido**.**

Comentarios sobre lo vivido en la semana 6 (1º A)

En esta semana las prácticas sólo se realizaron en 1° A.

En la clase del día 27 de agosto, se presentó la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones. Para esta clase, se tomó parte de los guionado para la clase 7.

En la última hora cátedra, se efectuó una exposición dialogada sobre los errores más comunes presentes en los TPE y se enfatizó acerca de los modos de justificar que se esperaban para la evaluación.

En la clase del día 29 de agosto se tomó la evaluación final.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

Nombre completo:

Fecha: Curso:

Puntaje total	Puntaje obtenido
10	

PAUTAS DE TRABAJO:

- La finalidad de este examen es evaluar la capacidad para reconocer: semirrectas opuestas; ángulos complementarios, suplementarios y consecutivos; ángulos opuestos por el vértice, adyacentes y las propiedades que los caracterizan; uso de ecuaciones para determinar ángulos entre rectas..También se evaluará el uso correcto de las representaciones simbólicas y gráficas de los objetos estudiados en clase.
- Se espera que las construcciones se realicen utilizando regla y transportador.
- Trabaja en tu examen manteniendo un clima respetuoso para el resto de tus compañeros.
- No olvides colocar tu nombre completo.
- Recuerda justificar todas tus respuestas utilizando las propiedades y definiciones estudiadas en clase. Si un ejercicio no está debidamente justificado, la respuesta no obtendrá la totalidad de los puntos asignados al mismo.

Se tendrán en cuenta la prolijidad del examen, la legibilidad de la letra y la ortografía.

Figura 2.41 Portada donde se evidencian las pautas de trabajo de la evaluación final

3. Lo que efectivamente se realizó: la versatilidad de la planificación

3.1 Cronograma general

En esta sección se presentarán las clases efectivamente realizadas durante las prácticas. Las mismas serán organizadas por semanas y sintetizadas en tablas.

En el encabezado de cada tabla se explicita en la primera columna la hora cátedra en la que se dio cada actividad descrita, como el máximo de horas cátedras en matemática que se puede dar por día son 3, los completamos con cada hora respectivamente; y en las otras tres columnas los días en las que se llevaron a cabo dichas actividades.

Primera semana

Tabla 2.2.

Contenidos y actividades que efectivamente se dieron en la primera semana de prácticas.

HC	Lunes 23/07	Martes 24/07	Miércoles 25/07	
1	1 A: Presentación de geometría. Presentación Activ. 1.	1º B: Presentación de geometría. Presentación y trabajo en la actividad 1.	1 A: Continuación de la caracterización de recta, semirrecta y segmento. Presentación de *PowerPoint*.	1º B: Finalización y puesta en común de la Actividad 1. Discusión grupal de los conceptos propuestos. Caracterización de recta, semirrecta y segmento.
2	1 A: Trabajo en la Actividad 1. Puesta en común.	1º B: Cambio de actividades	1A: Presentación de *PowerPoint*	1º B: Presentación de *PowerPoint*
3	1 A: Discusión grupal de los conceptos propuestos. Caracterización de recta, semirrecta y segmento			1º B: Presentación de *PowerPoint*

Cambios:

1° A:

En la clase del día lunes 23 se extendió el debate entre los estudiantes. Se tomó esta decisión para recuperar las intervenciones ya que fueron interesantes y diversas.

En la clase del día miércoles 25 no se pudo discutir todas las filminas en el tiempo destinado.

1° B:

Con respecto a la clase que estaba planificada para el martes 24, se desarrollaron sólo la primera hora cátedra, ya que hubo un cambio de actividades previsto para la segunda hora cátedra. En la primera hora del miércoles 25, Se destinaron unos minutos para que los estudiantes terminen la actividad 1.

Segunda semana

Tabla 2.3

Contenidos y actividades que efectivamente se dieron en la segunda semana de prácticas.

HC	Lunes 30/07	Martes 31/07	Miércoles 01/08	
1	1 A: Especificar pautas de trabajo Últimas diapositivas	Cese de actividad escolar por taller docente	1 A: Exposición dialogada sobre la definición de ángulos. Debates entre los estudiantes donde compartían sus caracterizaciones de ángulo.	1º B: Repaso de las definiciones de punto, recta, semirrecta y segmento. Presentación de la primera guía de actividades.
2	1 A: Presentación de la guía de actividades. Resolución de las primeras actividades		1A: Visita y exposición del astrónomo.	1º B: Trabajo con la guía de actividades y puesta en común.
3	1 A: Trabajo en la guía de actividades. Puesta en común.			1º B: Cierre del primer tema e introducción de ángulos. Visita y exposición del astrónomo

Cambios

1º A:

En la clase del lunes 30 se dedicó un tiempo a especificar las pautas de trabajo durante el período de prácticas. También se terminaron de pasar las diapositivas que quedaron de la Clase 1.

1º B:

En la clase del martes 31 de julio se pegó el afiche con las definiciones en la pizarra para que los estudiantes las copien en sus carpetas.

En ambos cursos se dispuso del proyector para realizar la puesta en común de la guía de actividades, por lo que se hizo un *PowerPoint* y se proyectó en la pizarra. No se hicieron afiches como estaba planificado ya que se reconoció que no se requería.

Tercera semana

Tabla 2.4

Contenidos y actividades que efectivamente se dieron en la tercera semana de prácticas.

HC	Lunes 06/08	Martes 07/08	Miércoles 08/08	
1	1 A: Puesta en común de las actividades dejadas de tarea.	1º B: Introducción a la definición de ángulos a partir de la lectura de la página 42. Clasificación en cóncavos y convexos	1 A: Presentación de las actividades de medición de ángulos. Producción de los estudiantes con las actividades.	1º B: Primer trabajo práctico evaluable.
2	1 A: Repaso para el TPE1	1º B: Presentación de la segunda guía de actividades. Trabajo en la guía de actividades.	1A: Búsqueda de regularidades en la pizarra. Inicio de institucionalización clasificación de pares de ángulos según lugar en el plano.	1º B Continúa 1ºTPE (10 minutos) Puesta en común de la guía de actividades de ángulos. Repaso del uso del transportador
3	1 A: Trabajo en TPE 1.			1º B Introducción a ángulos complementarios, suplementarios y consecutivo. Institucionalización de ángulos complementarios. Entrega de la actividad de la narrativa y de las Tareas 1, 2 y 3 para hacer en sus casas.

Cambios:

1 A:

En la clase del día lunes 6, se decidió dar 15 minutos para que los aprendices completaran el TPE1, debido a que todos no habían podido realizarlo en su totalidad en la clase anterior. Además, los estudiantes presentaron las actividades de tareas en la pizarra, y no con ayuda del *PowerPoint* como fue guionado para esta clase.

En la clase del día miércoles 8, no se finalizó con la institucionalización de la clasificación de pares ángulos por su lugar en el espacio y por su suma.

1º B:

El martes 7 al comienzo de la clase se realizó la lectura de la definición de ángulo y se avanzó en la clasificación de ángulos cóncavos y convexos. Luego se trabajó con la guía de actividades de ángulos pero no se alcanzó a realizar la puesta en común prevista para esta clase.

El miércoles 8, se tomó el primer trabajo práctico como estaba planificado. Por el tiempo que le llevó a 1º A realizar el trabajo práctico, se realizó un recorte de la actividad 3. Sin embargo, luego del recreo se le destinó 10 minutos más. Al finalizar esta instancia se realizó la puesta en común de la guía de actividades sobre ángulos. Sólo se dijeron los resultados correctos para que los estudiantes corrijan desde sus bancos. Fue necesario realizar un repaso general del uso del transportador, ya que durante el trabajo práctico se evidenció que no todos recordaron cómo usarlo y eso dificultó el trabajo en sus evaluaciones.

Cuarta semana

Tabla 2.5

Contenidos y actividades que efectivamente se dieron en la cuarta semana de prácticas.

HC	**Lunes 13/08**	**Martes 14/08**	**Miércoles 15/08**	
1	1 A: Charla institucional sobre educación sexual	1º B: Repaso de ángulos complementarios. Institucionalización de ángulos suplementarios y consecutivos. Puesta en común de la tarea para la búsqueda de regularidades e introducción de ángulos opuestos por el vértice y adyacentes.	1 A: Repaso para TPE2	1º B: Repaso de la clase anterior y puesta en común de las actividades 1 y 2.
2	1 A: Charla institucional sobre educación sexual	1º B: Institucionalización de semirrectas opuestas, ángulos opuestos por el vértice y ángulos adyacentes. Se comenzó a trabajar con la guía de ejercicios de ángulos entre rectas, específicamente los ejercicios 1 y 2. Los que no terminaron quedaron de tarea	1A: TPE2	1º B: Continúa la puesta en común de los ejercicios de ángulos entre rectas. Presentación en un *Powerpoint* con la clasificación de ángulos y pares de ángulos.. Comienzan a realizar el segundo trabajo práctico evaluable.
3	1 A: Inicio de			1º B: 2ºTPE

	institucionalización clasificación de ángulos según lugar en el plano.			

Cambios:

1º A

El día lunes 13, la institución no pudo reprogramar unas charlas sobre educación sexual, por lo que el horario de la clase de matemáticas fue ocupado por este espacio institucional. La clase 6 se trabajó entre los días lunes 13 y miércoles 15.

1º B

El día martes 14, se terminaron de institucionalizar los conceptos de ángulos suplementarios y sus propiedades, y ángulos consecutivos.

El día miércoles 15 se realizó la puesta en común de las actividades 1 y 2 de la guía de ángulos entre rectas.

Al finalizar el trabajo práctico, se explicó a los estudiantes cómo se evaluaban los puntajes de los trabajos prácticos.

Quinta semana

Tabla 2.6

Contenidos y actividades que efectivamente se dieron en la quinta semana de prácticas.

HC	**Lunes 20/08**	**Martes 21/08**	**Miércoles 22/08**	
1	FERIADO NACIONAL	1º B: Entrega del TP1 y TP2 corregidos. Introducción al cálculo de amplitudes de ángulos a partir de ecuaciones resolviendo el primer ejercicio de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones.	1 A: *PowerPoint* con la clasificación de ángulos y pares de ángulos.	1º B: Puesta en común de la actividad 3.a de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones. Repaso de los errores más comunes en los trabajos prácticos.
2		1º B: Se trabajó con los ejercicios, 2.b, 3.a y 4.b. de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones Puesta en común del ejercicio 2.b de dicha guía.	1A: Segunda parte de TPE2 Presentación de dirección y sentido.	Evaluación integradora
3				Evaluación

				integradora

Cambios:

1º A

El día miércoles 22, se destinó 15 minutos para que los estudiantes finalizaran el TPE2 y los aprendices que no realizaron el TPE1 también pudieran hacerlo.

También se presentó un *PowerPoint* sobre los conceptos de **dirección** y **sentido.** En el último módulo se efectuó una exposición dialogada sobre los errores de los TPE.

1º B

El día martes 21, al comienzo de la clase se entregaron los dos trabajos prácticos corregidos y se presentó el último tema que efectivamente se dio en las prácticas, este fue: Cálculo de amplitudes de ángulos a partir de ecuaciones. Se especificó que los estudiantes trabajen únicamente con los ejercicios 2.b, 3.a y 4.b de la guía de ejercicios de ángulos entre rectas y ecuaciones, ya que el tema iba a ser evaluado en la evaluación final. Se logró sólo realizar la puesta en común del ejercicio 2.b.

El miércoles 22, durante la primera hora, a modo de repaso previo a la evaluación, se hizo la puesta en común del ejercicio 3.a y se desarrollaron algunos errores comunes de los estudiantes en los trabajos prácticos.

Como se le destinó muy poco tiempo a la última guía de ejercicios, el día martes 23 se dejó en fotocopiadora las soluciones desarrolladas de la guía de actividades de ángulos entre rectas y ecuaciones y los trabajos prácticos resueltos para que puedan usarlo como material de estudio para la evaluación. Este material se incluye en el anexo.

Sexta semana

Tabla 2.7

Contenidos y actividades que efectivamente se dieron en la sexta semana de prácticas.

HC	**Lunes 27/8**	**Martes 28/8**	**Miércoles 29/8**
1	1 A: Presentación de la guía de actividades. Exposición dialogada de ejercicios de la guía, con énfasis en la justificación.		1 A: Evaluación
2	1 A: Producción de los estudiantes en la guía de actividades.		1A: Evaluación

	Puesta en común de la guía de actividades.		
3	1 A: Comentarios sobre los TPE1 y TPE2		

Se decidió agregar una clase más para 1º A para dedicarle más tiempo al trabajo de los conceptos de sentido y dirección, y al proceso de justificación. En la clase 9 se realizó una exposición dialogada sobre la guía de actividades de ángulos entre rectas, con énfasis en la justificación. Los estudiantes trabajaron en esta guía, en actividades seleccionadas. Luego se desarrolló la puesta en común.

Las notas finales de los estudiantes, junto con las evaluaciones corregidas fueron entregadas en 1º A, el 3 de septiembre y en 1º B, el 4 de septiembre. En cada curso se realizó una devolución hacia los estudiantes agradeciendo su participación en las prácticas y se les pidió una breve narrativa donde describan qué aspectos disfrutaron o les gustaron de las prácticas y qué aspectos hubieran modificado.

4. Evaluación.

La evaluación se puede pensar como un *proceso de recolectar evidencia acerca del conocimiento matemático del estudiante, su habilidad y disposición para usarlo, y de inferir a partir de esa evidencia para variados propósitos*[12].

Para evaluar los contenidos trabajados durante las clases, hubo tres instancias de evaluación formal. Las dos primeras instancias se correspondieron con el primer trabajo práctico evaluable y el segundo trabajo práctico evaluable, ambos trabajos tomaron de a dos. La nota de los trabajos prácticos evaluables, se encontraba entre 1 y 5 por lo que cada calificación se sumó y conformó una sola nota. Como tercera instancia, se tomó una evaluación sumativa donde se integraban todos los contenidos que trabajaron los estudiantes durante el período de práctica. La nota de la evaluación se encontraba entre 1 y 10. Los estudiantes que realizaron correctamente y entregaron a tiempo la Actividad 1 obtuvieron un punto extra en el 1ºTPE, esta actividad fue pensada como diagnóstico. Los educandos que realizaron correctamente la narrativa de la visita del astrónomo sumaron un punto extra en el 2ºTPE de lo contrario, se les restó un punto. Hubo casos particulares en que la suma de las notas de los trabajos prácticos daba una calificación mayor a 10. Se decidió que la profesora tutora considere que hacer con este puntaje extra en el cierre de las notas del trimestre.

[12] Assessment Standards for School Mathematics, NCTM, 1995

Alsina (1989) distingue distintos **niveles de interrogación** a la hora de plantear cuestiones didácticas. Se utilizó como guía para elaborar los trabajos prácticos y la evaluación los siguientes:

> *Nivel 2:* Corresponde a cuestiones en las que se necesita algo más que la memoria. Incluye tareas:
> a) *Representaciones gráficas* (construcción e interpretación).
> b) *Explicitación* de una definición o de una propiedad geométrica.
> c) *Análisis, interrelación y aplicación* de distintos conceptos geométricos reconociendo y dando contraejemplos.
> d) *Preparación de mensajes* para comunicar correctamente un informe espacial
> e) *investigaciones abiertas* sobre resolución y planteamiento de problemas geométricos. (Alsina et al 1989, pp. 118-119).

En todos los dispositivos evaluativos, se buscó evaluar las distintas etapas de la percepción espacial.

4.1. Trabajo práctico evaluable N° 1

<u>Contenidos a evaluar:</u>

- Representaciones gráficas y simbólicas de rectas, semirrectas, segmentos y ángulos.
- Clasificación de ángulos convexos según su amplitud.
- Reconocimiento de ángulos en figuras dadas.

Las tareas que nos centraremos en evaluar son: *Representaciones gráficas* y *preparación de mensajes.*

La primera actividad, desarrollada en la Clase 1 que otorgó un punto extra a aquellos estudiantes que la finalizaron, se correspondió a un nivel 1 de interrogación (Alsina, 1997, página 118), debido a que es una actividad de reconocimiento de figuras y pensada como instrumento para diagnosticar.

Fases del aprendizaje puestas en juego:

- Discernimiento: El vocabulario necesario para realizar la evaluación fue introducido y trabajado en clases anteriores y en tareas. También se encuentra en afiches y en las carpetas y libros de texto, que pueden ser consultados
- Explicitación: Los estudiantes utilizando el vocabulario y las notaciones estudiadas deberán responder los ejercicios propuestos

Fecha:__________________ Nombres y apellidos________________

Primer Trabajo Práctico Evaluable: elementos primarios y ángulos

Con este trabajo práctico se busca evaluar las capacidades para trabajar en problemas usando las definiciones y características de: puntos, rectas, semirrectas, segmentos y ángulos.

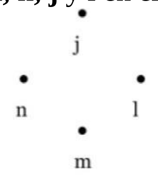
Deben trabajar de a dos manteniendo un clima de trabajo respetuoso para el resto de

sus compañeros, pueden utilizar la carpeta y el cuaderno para ayudarse. También pueden consultar a los profesores, levantando la mano y esperando que se acerquen.

Con el fin de continuar aprendiendo, completar las siguientes actividades:

<u>Actividad 1</u>

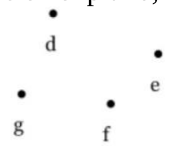
a) Considerando los siguientes puntos **m, n, j** y **l** en el plano, resuelvan los ítems i) y ii)



i) Usando los puntos dados: dibujen, nombren y representen las rectas que pasan por cada par de puntos (por ejemplo los puntos m y n, el par j y l, etc) y respondan: ¿cuántas rectas se pueden armar en total?

ii) Dados cuatro puntos en el plano, ¿siempre se podrán dibujar la misma cantidad de rectas que en el ítem anterior? En el caso que respondan que no es la misma cantidad, den un ejemplo gráfico para justificar su respuesta y expliquen lo hecho.

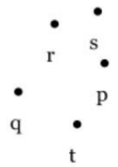
b) Considerando los siguientes puntos **d, g, f** y **e** en el plano, resuelvan los ítems i) y ii):



i) Dibujar las semirrectas que tengan origen en d y que pasen por los otros puntos, respectivamente. ¿Cuántas semirrectas se pueden armar? Nombrarlas y representarlas gráficamente.

ii) Dados cuatro puntos en el plano, ¿siempre se podrán dibujar la misma cantidad de semirrectas que en el ítem anterior? En el caso que respondan que no es la misma cantidad, den un ejemplo gráfico para justificar su respuesta y expliquen lo hecho.

c) Considerando los siguientes puntos **q, r, s, t** y **p** en el plano, resuelvan los ítems i) y ii): (modificar usando el comentario en a y agregar un punto)



i) Dibujar los segmentos que se pueden formar con los puntos de la imagen ¿Cuántos segmentos se pueden formar? Nombrarlos y representarlos gráficamente.

<u>Actividad 2</u>

Completar la tabla con la cantidad de ángulos convexos que determinan los trazos de cada figura. Representar con un arco de color rojo los ángulos agudos, un arco de color verde los ángulos rectos y con un arco de color azul los ángulos obtusos.

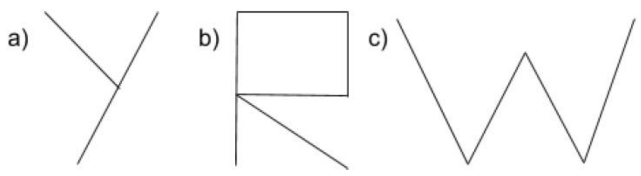


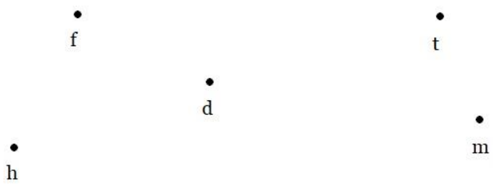
Figura	Cantidad de ángulos agudos	Cantidad de ángulos rectos	Cantidad de ángulos obtusos
a)			

b)			
c)			

Actividad 3

Si en un reloj, como el que se muestra en la imagen, la aguja del minutero marca las 4, y el ángulo que forma la aguja del minutero y la aguja de la hora es de 90º. ¿Qué hora es? ¿Hay una única solución para este caso?	
Si en un reloj, como el que se muestra en la imagen, la aguja de la hora marca las 5, y el ángulo que forma la aguja del minutero y la aguja de la hora es de 45º. ¿Qué hora es? ¿Hay una única solución?	
Las agujas de los relojes deben marcan la hora indicada debajo de cada uno de ellos. Dibujen las agujas en la posición que marque ese tiempo e indiquen, debajo de la hora dada, qué tipo de ángulo se forma entre las agujas que dibujaron	 12:20 ______________
	 2:50 ______________
	 10:25 ______________
	 9:00 ___________________

Actividad 4



- ❖ Tracen una semirrecta de origen m y sentido hacia d y completa sobre la línea de puntos su representación simbólica………….
- ❖ Tracen la recta determinada por los puntos h y f. Nombrarla con la letra D.
- ❖ Pinten con azul el segmento determinado por los puntos m y t y completa sobre la línea de puntos su representación simbólica…………
- ❖ Tracen el ángulo convexo $\widehat{hdf}$. Y completa sobre la línea de puntos. El ángulo $\widehat{hdf}$ es un ángulo…………………….. pues…………………….

Figura 2.42. Primer trabajo práctico evaluable

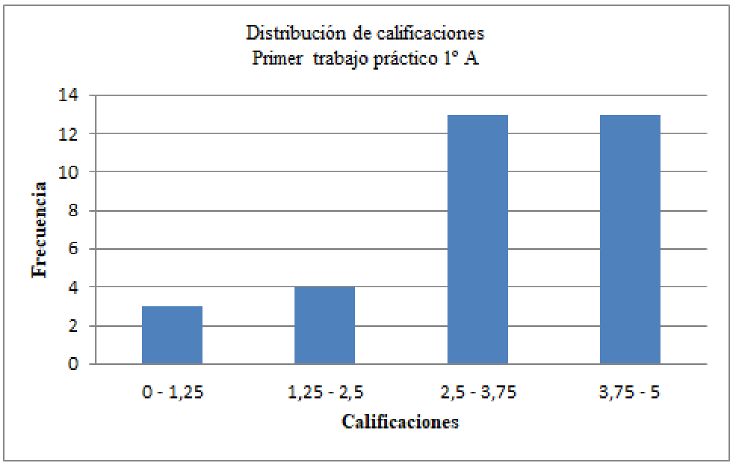


Figura 2.43. Distribución de calificaciones en un histograma

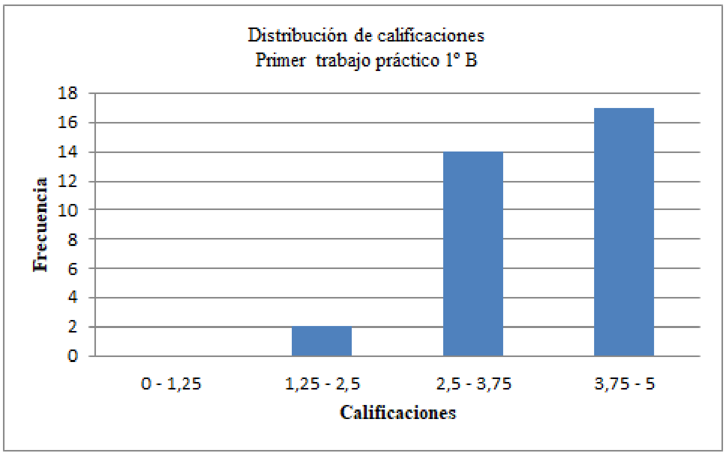


Figura 2.44. Distribución de calificaciones en un histograma

4.2. Trabajo práctico evaluable N° 2

Contenidos a evaluar:

- Representaciones gráficas y simbólicas de rectas, semirrectas, segmentos y ángulos.
- Clasificación de ángulos convexos según su amplitud.
- Reconocimiento de ángulos en figuras dadas.
- Clasificación de pares de ángulos según su lugar en el plano y la suma de sus amplitudes.
- Justificaciones sencillas usando las propiedades de ángulo trabajadas.
- Manejo de regla y transportador para construir ángulos o figuras según condiciones dadas.

Niveles de interrogación:

Las tareas que nos centraremos en evaluar son: *Representaciones gráficas, interpretación de mensajes y explicación de una definición o de una propiedad geométrica.*

Previamente, se les pidió a los estudiantes que realicen una narrativa contando su experiencia durante la visita/charla del astrónomo, donde se busca evaluar la capacidad de los estudiantes de comunicar sus impresiones sobre la charla y lo que hayan logrado interpretar sobre la relación entre la geometría y la astronomía. Por lo tanto, la realización de la misma cumpliendo con la totalidad de las pautas descritas en el enunciado, suma un punto extra al trabajo práctico número dos.

Fases del aprendizaje:

- Explicitación: Los estudiantes. una vez realizadas las experiencias expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.
- Orientación libre: Con los conocimientos adquiridos los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones distintas de las presentadas, pero con estructura comparable.
- Integración: Los objetos y las relaciones son unificadas e interiorizadas en su sistema mental de conocimientos.

Curso: ……….. Fecha:_______________ Nombres y apellidos: ________________

<u>Segundo trabajo práctico evaluable: reconocimiento y construcción de ángulos</u>

Con este trabajo práctico buscaremos evaluar la capacidad de los estudiantes para reconocer: Semirrectas opuestas, ángulos complementarios, suplementarios, consecutivos, ángulos opuestos por el vértice, adyacentes y las propiedades que los caracterizan. Se espera que las construcciones se realicen utilizando regla y transportador.

Deben trabajar de a dos manteniendo un clima de trabajo respetuoso para el resto de sus compañeros. Pueden utilizar la carpeta y el cuaderno para ayudarse. También pueden consultar a los profesores, levantando la mano y esperando que se acerquen. No se olviden de poner los nombres y apellidos de los dos integrantes.

<u>Recuerden:</u> Deben justificar TODAS sus respuestas utilizando las propiedades y definiciones estudiadas en clase. Si un ejercicio no está debidamente justificado, la respuesta no obtendrá la totalidad de los puntos asignados al mismo.

¡Mucha suerte!

<u>Actividad 1</u>

Lean atentamente las descripciones de figuras presentadas en los ítems a), b) y c). Para cada ítem, <u>construyan la figura</u> correspondiente a esa descripción y r<u>epresenten simbólicamente</u> dichas figuras.

a) Dos semirrectas opuestas.
b) Dos semirrectas con distintos sentidos y la misma dirección.
c) Dos semirrectas con distintas direcciones.

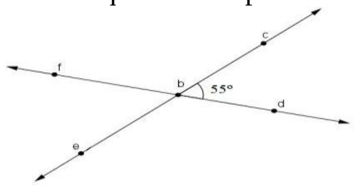
<u>Actividad 2</u>

Lean atentamente las siguientes descripciones y construyan las figuras pedidas en los ítems a), b) c) y d). Expliquen su construcción, utilizando las medidas que correspondan y las definiciones estudiadas en clase. En todos los casos dar las respectivas representaciones simbólicas.

a) Dos ángulos complementarios consecutivos.
b) Dos ángulos suplementarios no consecutivos.
c) Un ángulo convexo agudo.
d) Un ángulo cóncavo.

Actividad 3:

Sabiendo que el ángulo $\widehat{dbc} = 55°$. Hallen el valor de las amplitudes de los ángulos $\widehat{cbf}$, $\widehat{fbe}$ y $\widehat{ebd}$. Justifiquen sus respuestas escribiendo sobre las líneas de puntos.



....
....
....
....

$\widehat{cbf}=$ $\widehat{fbe}=$ $\widehat{ebd}=$

Figura 2.45 Segundo trabajo práctico evaluable.

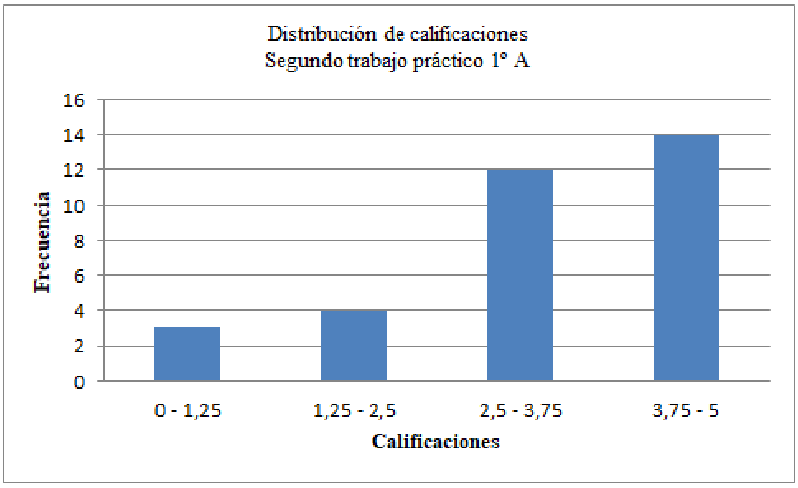


Figura 2.46 Histograma de calificaciones de 1° A

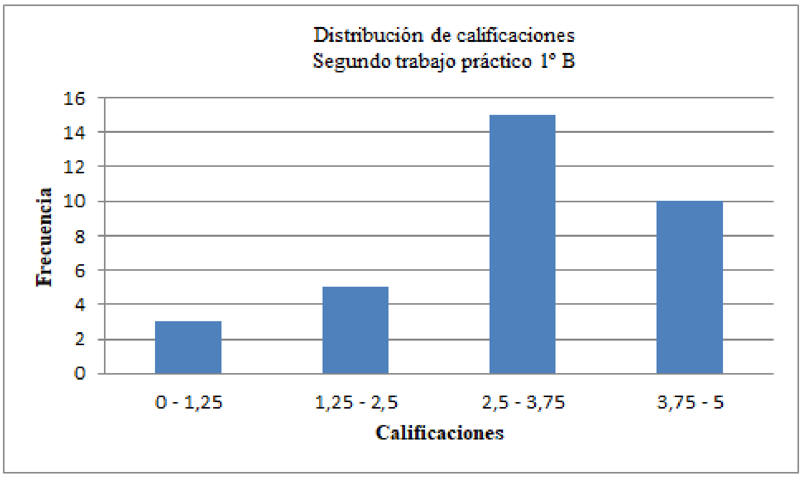


Figura 2.47 Histograma de calificaciones de 1° B

4.3. Evaluación sumativa

Contenidos a evaluar:

- Reconocimiento de elementos primarios, semirrectas opuestas y ángulos opuestos por el vértice y adyacentes en figuras dadas.
- Representaciones gráficas y simbólicas de rectas, semirrectas, segmentos y ángulos.
- Clasificación de ángulos convexos según su amplitud.
- Clasificación de pares de ángulos según su lugar en el plano y la suma de sus amplitudes.
- Descripción de construcciones realizadas con regla y transportador.
- Justificaciones sencillas usando las propiedades de ángulo y ya trabajadas en clase.
- Manejo de regla y transportador para construir ángulos o figuras según condiciones dadas.

Niveles de interrogación:

Las tareas que nos centraremos en evaluar son: *Representaciones gráficas* (construcción e interpretación), *interpretación de mensajes, explicación de una definición o de una propiedad geométrica y preparación de mensajes para comunicar correctamente un informe espacial.* (En el caso particular de esta evaluación esta idea se manifiesta a través de la descripción escrita de ciertas construcciones pedidas.)

Fases del aprendizaje, según Van Hiele, en juego:

- Explicitación: Los estudiantes. una vez realizadas las experiencias, expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.
- Orientación libre: Con los conocimientos adquiridos los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones distintas de las presentadas, pero con estructura comparable.
- Integración: Los objetos y las relaciones son unificadas e interiorizadas en su sistema mental de conocimientos.

Debido a que los cursos presentaron ritmos de aprendizaje diferentes, se tomó la decisión de hacer una evaluación diferente para cada curso. Sin embargo los contenidos a evaluar fueron muy similares para ambos cursos. En la siguiente figura, se muestra un modelo de la evaluación que se tomó en 1º B.

Fecha: 22/08/2018 Nombre y apellido: ________________

<u>Evaluación de Matemática de 1º B</u>

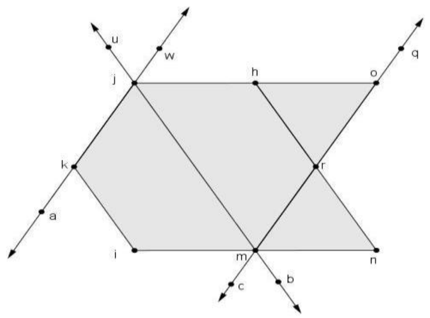
Se busca valorar la capacidad de los estudiantes para aplicar los conocimientos sobre: punto, recta, semirrecta y segmento; ángulos y clasificación según su amplitud; pares de ángulos, clasificación según su suma y según su ubicación en el plano; planteo de ecuaciones para el cálculo de amplitudes de ángulos dados; y construcciones con regla y compás

Esta es una instancia de evaluación individual, así es que debes trabajar en silencio, si necesitas material para poder resolver las actividades debes levantar la mano o llamar para pedirlo. Los ejercicios deben ser resueltos en las hojas que se entregan. En todos los casos debes leer atentamente todos los enunciados y justificar tu trabajo.

¡Mucha suerte!

<u>Actividad 1</u>

Observar la siguiente imagen, marcar cada figura con su correspondiente color y completar la tabla con sus respectivas representaciones simbólicas:



Color	Figuras	Representación simbólica
Rojo	Dos segmentos	
Verde	Una recta	
Azul	Una semirrecta	
Violeta	Un par de semirrectas opuestas	
Amarillo	Un par de ángulos opuestos por el vértice	
Naranja	Un par de semirrectas que tengan la misma dirección pero sentidos opuestos	
Marrón	Un par de ángulos adyacentes	

<u>Actividad 2</u>

Para cada uno de los siguientes ítems, construir las figuras descriptas y dar sus respectivas representaciones simbólicas. Explicar, sobre la línea de puntos, en cada caso cómo construyó la figura pedida:

a) <u>Un segmento</u> con extremos en los puntos **m** y **n**.

Construcción: Descripción:...

m

n

b) <u>Una semirrecta</u> con origen en el punto **p** y sentido hacia **r**.

Construcción: Descripción:...

p

r

c) <u>La recta</u> determinada por los puntos **k** y **d.**

Construcción: Descripción:...

k

d

d) <u>Dos semirrectas opuestas</u> con origen en el punto **h**: una con sentido hacia **g** y la otra con sentido hacia **d**.

Construcción Descripción:...

d

h

g

e) <u>Dos ángulos complementarios no consecutivos</u> tal que la amplitud de uno de ellos es de 40º.

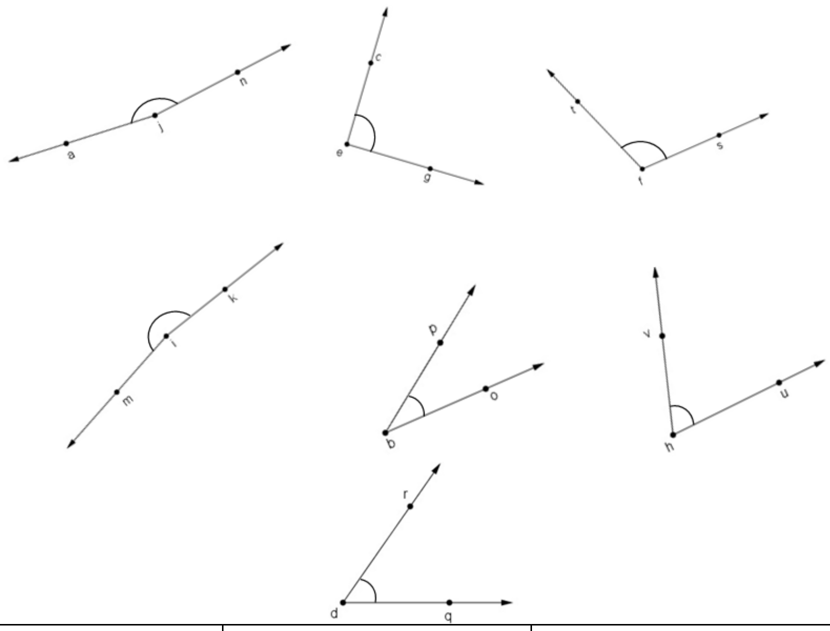
Construcción: Descripción:..
....
....
....
....
....
....
....
....

f) Dos ángulos suplementarios consecutivos.

Construcción: Descripción:..
....
....
....
....
....
....
....

Actividad 3

a) Medir y clasificar los siguientes ángulos con respecto a su amplitud. Con la información obtenida completar la tabla.

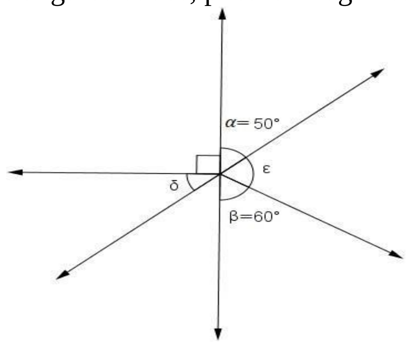


Nombre del ángulo	Amplitud medida	Clasificación según su amplitud

b) Con respecto a los ángulos medidos en el ítem anterior, decir qué par de ángulos son suplementarios y qué par de ángulos son complementarios. Justificar su respuesta.

<u>Actividad 4</u>

Teniendo en cuenta la siguiente imagen y las medidas de α y β. Hallar las amplitudes de los ángulos δ y ε. Justificar la respuesta describiendo qué conocimientos ha utilizado para realizar los cálculos correspondientes. Recordar que **NO** se debe usar transportador para medir las amplitudes de los ángulos dados, pues la imagen es sólo ilustrativa.

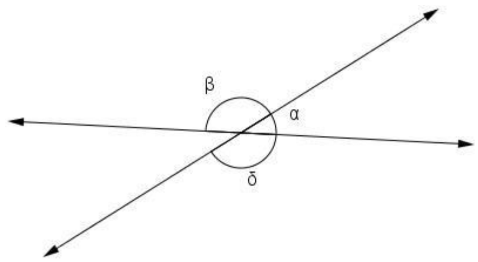


δ= ε=

<u>Actividad 5</u>

Teniendo en cuenta la siguiente imagen y las igualdades escritas, plantear la ecuación que le permita hallar los valores de los ángulos α, β y δ. Escribir abajo los valores correspondientes a cada ángulo y justificar lo hecho en cada caso indicando las propiedades utilizadas.

$$\begin{cases} \beta = 14x + 5° \\ \alpha = 2x + 15° \end{cases}$$



α= β= δ=

<u>Actividad 6</u>

<u>Leer atentamente</u>, decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y marcar **V** si creen que es verdadera o **F** si es falsa. En el caso de que sea falsa, reescribir la afirmación para que ésta sea verdadera.

a) Dos ángulos complementarios pueden ser adyacentes. **V** o **F**
b) Dos semirrectas opuestas tienen distinto origen. **V** o **F**
c) Un punto determina una posición en el espacio. **V** o **F**
d) Un ángulo obtuso mide más de 180º y menos que 360º. **V** o **F**
e) Los ángulos opuestos por el vértice miden lo mismo. **V** o **F**

Figura 2.48 Evaluación sumativa

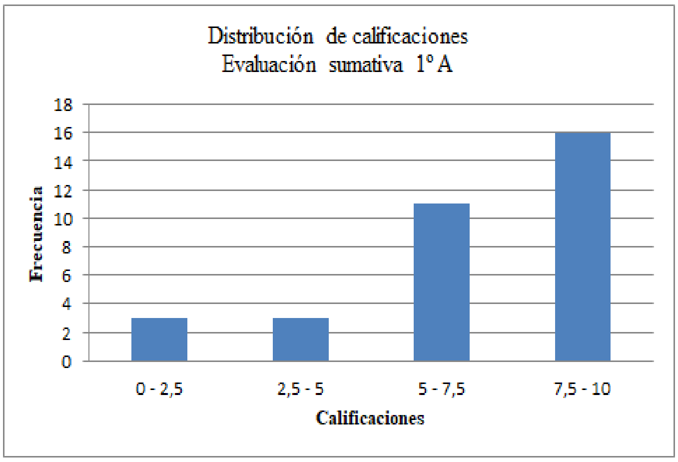


Figura 2.49. Histograma de las calificaciones en 1º A

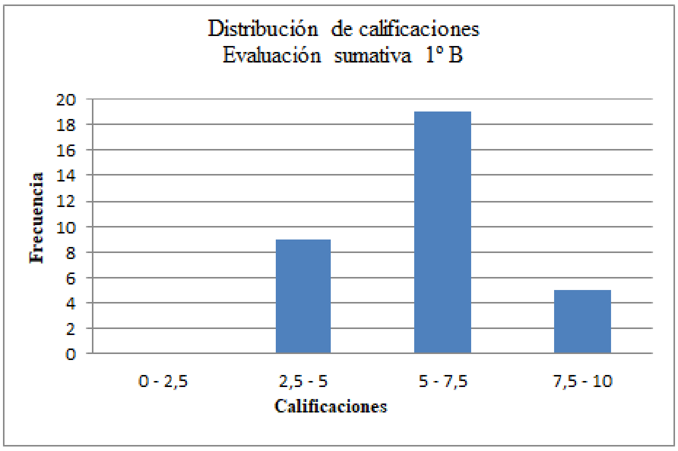


Figura 2.50 Histograma de las calificaciones en 1º B

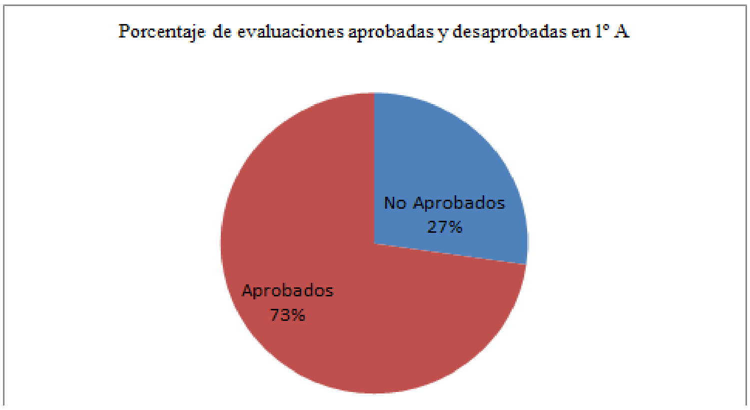


Figura 2.51 Gráfico de torta de la distribución de estudiantes aprobados y desaprobados para 1º A

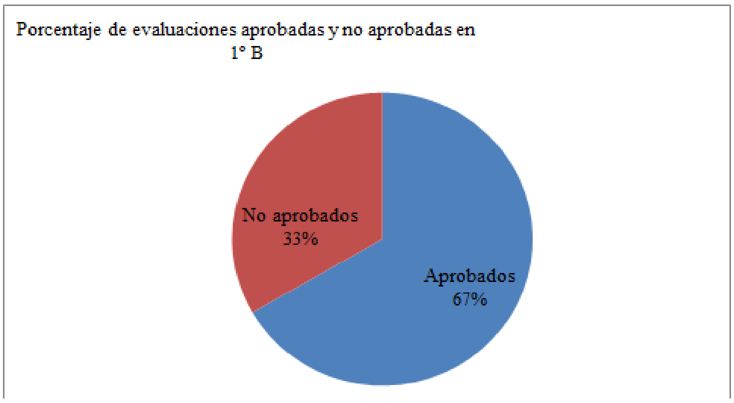


Figura 2.52 Gráfico de torta de la distribución de estudiantes aprobados y no aprobados para 1º B

A partir de los gráficos realizados, se puede apreciar que, en ambos cursos, hubo un gran porcentaje de estudiantes que aprobaron las evaluaciones, sin notables diferencias entre las divisiones.

Capítulo III: Una secuencia para la enseñanza de semirrectas: contextos y sentidos

En este capítulo se abordarán dos preguntas que surgieron luego de realizar las prácticas profesionales: ¿Qué **sentido/importancia** tiene introducir el concepto de **semirrecta** en el primer año de la Educación Secundaria? ¿Cuál es una buena secuencia para introducir el concepto de semirrectas a estudiantes de primer año?

Para dar respuestas a estos interrogantes, se analizarán desde los autores estudiados los **sentidos** otorgados a la **Geometría** y a la **enseñanza de la Geometría** y el contexto en el que se desarrolló la práctica. Luego se presentará la primera secuenciación de contenidos, que después fue modificada por la descrita en el capítulo 2. Se continuará describiendo y analizando porqué se modificó la secuencia inicial, qué lógicas de secuenciación se establecieron al inicio de la planificación y cuáles subsistieron durante las prácticas y al cambiar la secuenciación; cómo el marco teórico orientó y condicionó la organización y selección de las actividades propuestas.

Esto es, a través de la búsqueda de respuestas a las dos primeras preguntas se busca poner en evidencia la compleja tarea que conlleva la selección, organización y secuenciación de los contenidos a ser enseñados.

1. Sentidos y contextos

> *Sea o no explícita la postura epistemológica que uno tenga, lo que uno piensa de la matemática influirá sobre los entornos de aprendizaje que uno crea, y por lo tanto en la comprensión matemática que los estudiantes desarrollan.*
>
> (Schoenfeld, 1992 p. 10. Recuperado de Notas del curso de DM)

Para pensar y organizar las prácticas, se tomó como material básico el libro: Invitación a la Didáctica de la Geometría, (Alsina, Burgués y Fortuny. 1989). Este material aportó conocimientos específicos referidos a la enseñanza de la Geometría, que guiaron la elección y formas de secuenciar las actividades. Otro aporte fundamental, fueron las *caracterizaciones* de la **Geometría** y de la **Enseñanza de la Geometría.**

Alsina et al. (1989) proponen pensar que, la **Geometría** *como cuerpo de conocimientos, es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales.* También distinguen dos modos de comprensión y expresión: uno de *naturaleza visual* (que se realiza de manera directa) y otro de *naturaleza verbal* (que se realiza de forma reflexiva). Consideran que estos dos modos de conocer y comunicar, son complementarios.

Los autores definen la **enseñanza de la Geometría** *como el estudio de las experiencias espaciales.* La percepción espacial es la puerta para que el individuo sistematice y procese los conocimientos geométricos. Para el estudio de la percepción espacial toman el trabajo de Pallascio et al. (1985) citado en el Capítulo 2 del presente trabajo.

Schoenfeld en su artículo Aprender a pensar matemáticamente (1992) afirma que una nueva ola de investigaciones *concibe el aprendizaje de la matemática como una actividad inherentemente social y constructiva.* A su vez, citando otro de sus trabajos en el mismo artículo, presenta una serie de objetivos a tener en cuenta para la instrucción matemática. Entre ellos plantea que *la instrucción matemática debería ayudar a los estudiantes a desarrollar la precisión en la presentación oral y escrita; a aprender a presentar sus análisis en argumentos claros y coherentes que reflejen el estilo matemático y la sofisticación apropiada a su nivel matemático. Es decir, los estudiantes deberían aprender a comunicarse entre ellos y con otros usando el lenguaje matemático.*

Cabe destacar, que para decidir la apropiada sofisticación en las argumentaciones orales o escritas de los estudiantes se apeló a las categorías de análisis de Van Hiele y Pallascio, tratadas en el Capítulo 2. Al momento de trabajar en el aula, se alentaron los debates y los intercambios intelectuales entre los aprendices.

Con respecto a la enseñanza de la matemática, en el Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Provincia de Córdoba. Tomo 2. (2011-2020) se nombran algunos criterios para la selección y secuenciación de actividades que el docente deberá tener en cuenta.

> *Incluirá problemas para propiciar la reflexión acerca del alcance de un concepto, ya que un concepto cobra sentido a partir de los problemas que permite resolver y de la inscripción de ellos en las categorías problemas que pueden o no resolverse con un concepto. Por ello, propondrá actividades en las que los estudiantes, a propósito de un conjunto de problemas, deciden en qué casos el concepto sobre el que se está trabajando resulta adecuado para resolver el problema y en qué casos no, proponen otros problemas parecidos a los que ya analizaron y clasifican los enunciados que aportan sus compañeros.*
> *Seleccionará* ***problemas geométricos*** *en los que los estudiantes, para arribar a la respuesta, necesiten poner en juego las propiedades de los objetos geométricos. Promoverá la reflexión y justificación, es decir, instará a producir argumentos para validar respuestas sin recurrir a la constatación empírica. En síntesis, lo que se persigue es el abordaje de la geometría desde la deducción.* (p. 47 y 48)

Sobre el rol del docente en el aula se pueden destacar las siguientes indicaciones, extraídas del documento ya mencionado:

> *Actuar como moderador en el debate durante el cual se trata de discutir acerca de las soluciones aportadas por los estudiantes. En esta instancia, el docente interviene para promover el análisis acerca de la veracidad o falsedad de un enunciado matemático. También le corresponde hacer que los estudiantes se apropien de las reglas del debate: un contraejemplo es suficiente para probar que un enunciado matemático es falso y además con ejemplos o con dibujos geométricos no alcanza para probar que es verdadero: el estudiante para debatir deberá apoyarse en propiedades y definiciones matemáticas. Es quien interviene también para instalar el lenguaje matemático para la comunicación.*

> *Organizar el trabajo en el grupo y la discusión acerca de los diferentes procedimientos y argumentaciones empleados, concediendo a los estudiantes la oportunidad de que sean ellos quienes validen sus producciones, busquen respuestas y se responsabilicen matemáticamente de ellas.* (p. 47)

Recuperamos los siguientes fragmentos del programa de matemática, elaborado por la docente tutora del curso, para primer año.

> *Pero es necesario que podamos cumplir un gran objetivo común, que nos facilitará a todas y todos alcanzar los objetivos específicos planteados más arriba, para puedas aprender permanentemente y con independencia, y es:*
> *Trabajar en equipo, expresando tus ideas, escuchando y respetando las de los demás y reconocer el valor de tu trabajo, el cooperativo y el de tu par.*
> *(...) ¿Por qué trabajamos en grupo?*
> *(...) Al estimular la verbalización de argumentos con el compañero se está proporcionando a los estudiantes la oportunidad de expresarse, sin presiones. Al iniciar el trabajo en grupo, probablemente los estudiantes posean distintas interpretaciones sobre el objeto de estudio, gracias a la actividad conjunta se crea un grado de intersubjetiva, un espacio socialmente compartido donde los estudiantes elaboran en forma conjunta la representación de la tarea encomendada que les permita interpretar los datos obtenidos.* (Programa anual de matemática, 2018, primera página)

El trabajo en grupo fue una característica del quehacer en el aula que se continuó trabajando y potenciando. También se buscó generar espacios de escucha e intercambios de ideas entre los estudiantes al interior de los grupos y en instancias de trabajo colectivo.

La docente del curso desde el primer momento se mostró receptiva a nuestras propuestas. Acompañó la puesta en escena de las mismas y siempre aportó comentarios significativos para el avance de la clase o referidas al manejo de los grupos.

Todas las citas mencionadas anteriormente, sirvieron para darle sentido a la planificación y al trabajo matemático, en particular geométrico, en el aula.

2. Secuencia inicial

> *En la enseñanza de la Geometría hay que fijar unos objetivos mínimos en función de los cuales deben programarse las actividades. En un aprendizaje dinámico de la geometría, es muy difícil marcar objetivos precisos para un período corto: los conceptos deben aparecer y reaparecer, traducirse en diversos lenguajes, tener representaciones plurales y por esta vía esperar una consolidación conceptual.*
>
> Alsina et al. (1989, p.17)

Se presentará a continuación la primera secuencia diseñada para las prácticas. Esta primera aproximación estaba centrada en el concepto de triángulo. El objetivo principal fue trabajar las propiedades de suma de ángulos interiores de un triángulo y desigualdad triangular. Pensadas estas ideas como medios fértiles para abrir espacios argumentativos.

A esta secuencia, se la dividió en dos partes: en la primera, se desarrollarían temas de la Unidad 4 dirigidos al estudio del **postulado de las paralelas** y en la segunda se abordarían temas de la Unidad 5 orientados a los **criterios para la construcción de triángulos.**

De la Unidad 4 del programa de la materia, se seleccionaron los conceptos de **punto, recta, semirrecta y segmento.** El concepto de recta cobraba vital importancia porque habilitaba el estudio de las rectas oblicuas y paralelas. En esta primer secuenciación, el concepto de ángulo era secundario o tomaba el rol de medio para enlazar con los temas que seguían.

Una vez introducidos los conceptos de rectas paralelas y oblicuas, y ángulos, se esperaba trabajar con ángulos comprendidos entre dos rectas cortadas por una transversal, en particular comprendidos entre dos rectas paralelas para que los estudiantes pudiesen realizar sus primeras argumentaciones en base a las propiedades que cumplan estos ángulos; además se esperaba presentar el postulado de las paralelas. Con este resultado se finalizaría la primera parte de la secuencia.

La segunda parte de la secuencia apuntaba a los **criterios para la construcción de triángulos**. El primer trabajo deductivo pensado, fue partir del postulado de las paralelas para llegar a la propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. Luego se complementaría con una presentación de corte empírico de la desigualdad triangular, para finalmente centrarnos en la construcción de triángulos y que los estudiantes pudiesen justificar estas construcciones con las propiedades nombradas anteriormente.

Cabe mencionar que la docente a cargo del curso pidió que el trabajo con las figuras geométricas se realizara en lo posible utilizando regla, compás y transportador. Este pedido no descalificaba o inhibía el uso de tecnologías digitales.

Aunque muchos de los contenidos nombrados anteriormente no se ven plasmados en el macro cronograma presentado en el capítulo 2, esta idea de planificación inicial se adaptó a las circunstancias durante las primeras dos semanas de prácticas hasta llegar a ser lo efectivamente expuesto.

Gvirtz y Palamidessi (2008), en El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza, tratan distintos tipos de secuencias de contenidos. En la secuencia realizada para abordar los aprendizajes y contenidos seleccionados, se ven reflejados los siguientes tipos: **las relaciones conceptuales, la lógica del aprendizaje** y **la utilización del aprendizaje**.

> ***Las relaciones conceptuales.*** *La secuencia del contenido reflejará las relaciones entre los conceptos siguiendo una estructura lógica. Para entender un concepto se deberá haber entendido el concepto inmediato anterior en la cadena lógica.*

> ***La lógica del aprendizaje:*** *la secuencia del contenido se realiza en función de alcanzar aprendizajes cada vez más complejos, dejando de lado la lógica propia de las disciplinas. Se toman en cuenta los problemas relacionados con el grado de dificultad del contenido, la internalización del contenido, los saberes previos que son necesarios, las experiencias anteriores, etcétera.*
> ***La utilización del aprendizaje:*** *el contenido se secuenciará en relación a problemas propios de cada contexto (así, se puede enseñar primero una cosa que se necesita usar en lo inmediato para alguna aplicación o necesidad práctica).* (p. 16)

Con respecto a **las relaciones conceptuales,** un claro ejemplo es la forma en que se decidió definir los conceptos de punto, recta semirrecta y segmento:

Punto: *Determina una posición en el espacio o en el plano.*

Recta: *Línea formada por una serie continua de puntos que se extiende indefinidamente en una misma dirección que no tiene curvas.*

Semirrecta: *Es una parte de la recta que empieza en un punto y se extiende indefinidamente hacia un mismo sentido.*

Segmento: *Un segmento es una porción de la recta que está comprendida entre dos puntos, llamados puntos extremos.*

En estas definiciones, la secuencia elegida para introducir los conceptos primitivos de Geometría tiene una estructura lógica en la que la definición de cada figura depende del concepto de recta. Esto es porque el trabajo se iba a centrar en contenidos que precisarían de este concepto.

Con respecto a **la lógica del aprendizaje,** es importante destacar que el grado de dificultad de los contenidos, se trabajó utilizando los **niveles de conocimiento en geometría** de Van Hiele, y las etapas de la **percepción espacial** de Pallascio, citados en el capítulo anterior.

En relación con la **utilización del aprendizaje** se acordó que los criterios para elegir actividades y para la producción de los estudiantes, fueran el trabajo con definiciones y mejorar la capacidad de los estudiantes de justificar o argumentar utilizando los conceptos estudiados. Para el trabajo en el aula, se decidió realizar actividades que permitan el intercambio verbal entre los estudiantes.

Si bien la tarea propuesta de construcción de las definiciones de punto, recta, semirrecta y segmento facilitó la comprensión de estos conceptos, fue ineludible destinar tiempo para que los aprendices se apropien de las notaciones y representaciones gráficas de estos elementos geométricos.

Fue necesario repensar la planificación inicial y los tiempos en los que se iban a desarrollar los contenidos propuestos. A su vez, durante el proceso de selección de actividades para el trabajo de estos primeros conceptos, surgió una nueva propuesta que permitía retomar la discusión de la primera clase sobre la Geometría y su aplicación en otras ciencias: la invitación de un astrónomo para dar una charla acerca de la Geometría en la Astronomía. Esta visita no solo contribuiría con la atribución de sentido a los entes geométrico, sino que además pondría en evidencia el vínculo entre los conceptos y el espacio. Para esta actividad también se precisó dedicar un tiempo que no había sido planificado. Así fue que, se revisó nuevamente la planificación al finalizar la segunda semana de prácticas.

La exposición del astrónomo marcó el cierre de la primera etapa, centrada en los elementos primitivos de la Geometría y la visualización. También fue útil para problematizar e introducir el concepto de ángulo y cómo medir su amplitud. Acá nos movimos del objeto útil al objeto matemático.

Finalmente, se decidió profundizar sobre **la clasificación de ángulos** de acuerdo con su amplitud y a su lugar en el espacio. En la siguiente sección se tratará el porqué de este cambio y cómo se llevó adelante.

3. Emergencia sobre la necesidad de la centralidad del concepto de semirrecta

Previo a la presentación del astrónomo se puso en debate la definición de ángulo analizando las caracterizaciones de los educandos y la definición propuesta en el libro requerido de la materia:

Un ángulo es la región del plano delimitada por dos semirrectas con origen en común.[13]

La definición sirvió para introducir el concepto de región en el plano e hizo reaparecer el concepto de semirrecta.

Se abordó el tema de ángulos siguiendo la secuencia con la que se trata en el libro Matemática I, texto de referencia para primer año. Se tomaron como modelo las tareas propuestas en el libro para la elaboración de la guía de actividades de ángulo, dejando de lado las actividades de corte aritmético. Se buscó privilegiar las actividades del texto pues para los

[13] Definición extraída de Efferberger P. (2016) *Matemática I.* Editorial Kapelusz p. 42. Cabe destacar que, tomando como referencia los conocimientos trabajados en la asignatura Geometría I del profesorado, no considerábamos esta como la mejor definición de ángulo. No obstante ello, respetando las condiciones del contexto, decidimos sostenerla.

estudiantes y la escuela, el texto adquiere un lugar especial y, en ese sentido, es valorizado en la institución.

Es importante destacar la participación de aquellos estudiantes que habían comprendido la primera clasificación de ángulos cóncavos y convexos, y con ayuda del modelo de ángulo articulado, presentaron buena predisposición para explicarle al resto de sus compañeros las ideas detrás de esta clasificación. Estas intervenciones reflejaron el interés de los estudiantes hacia lo que se estaba trabajando.

Se abordó con mayor profundidad la clasificación de los ángulos según su amplitud, y la clasificación de pares de ángulos según su lugar en el espacio o respecto a la suma de sus amplitudes. Para trabajar con las definiciones de ángulos opuestos por el vértice y ángulos adyacentes, se introdujo la noción de **semirrectas opuestas**. En la exposición dialogada de estas definiciones, los estudiantes mostraron tener dudas respecto de las ideas de **dirección** y **sentido.** Estas nociones se retomaron con mayor precisión y la figura de semirrecta cobró un sentido más importante.

La incorporación del concepto de semirrectas opuestas, permitió que los estudiantes continúen desarrollando la etapa de **estructuración** de la percepción espacial y que reconozcan, a partir de la definición, cuando dos semirrectas son opuestas. s.

Aunque en la planificación estos temas no se pretendían abordar, la docente tutora a cargo del curso acompañó el cambio de enfoque que se estaba desarrollando ya que le pareció necesario. La idea de semirrecta junto con la de dirección y sentido sirven para trabajar el concepto de vector. Discutir sobre estas ideas**,** fue bienvenido por la profesora del curso ya que también es profesora de física.

Para retomar el trabajo previo a las prácticas de los estudiantes y de la docente tutora, se decidió enlazar el planteo de ecuaciones con el cálculo de amplitudes de ángulos entre rectas a partir de las propiedades de los ángulos opuestos por el vértice y adyacentes entre otras. Esto es, se puso en evidencia vínculos entre geometría y álgebra. Lo algebraico permitía el trabajo geométrico y lo geométrico era soporte para pensar el trabajo algebraico.

Aunque los contenidos seleccionados desde un comienzo se fueron modificando durante el transcurso de las prácticas, la lógica de la secuenciación y elección de actividades se mantuvo, lo que permitió alcanzar algunos de los objetivos esperados.

El avance de los estudiantes sobre los niveles de aprendizajes planteados por Van Hiele y las etapas de desarrollo de la percepción espacial propuesto por Pallascio et al, se vio reflejado durante las instancias de evaluación.

4. Algunas conclusiones

En base a lo descrito en la sección anterior se pueden plantear nuevas cuestiones además de las ya formuladas al comienzo.

¿Es necesario introducir conceptos geométricos primarios y secundarios en primer año?

Tanto en el Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba como en el libro propuesto por la docente tutora, estos conceptos no se evidencian explícitamente como conceptos a ser enseñados en primer año, ni mucho menos se los define. Si bien son saberes que los estudiantes traen desde su paso por la Educación Primaria, son conceptos con un alto nivel de abstracción. El trabajo de definirlos concretamente presentó un gran desafío.

En principio no contábamos con definiciones apropiadas al nivel de escolarización de los estudiantes. En nuestra formación académica, el lenguaje con el que se definen los objetos geométricos es conjuntista. Por ejemplo durante el curso de Geometría I se define a las rectas como subconjuntos propios del plano (es decir no vacíos y distintos al plano) y al plano se lo define como un conjunto infinito cuyos elementos son los puntos.[14] Otro material consultado fue el trabajo de Euclides (1991) *Los elementos*, pero introduce primero los conceptos de recta, semirrecta y segmento en un orden distinto al planificado. El material que se encontró en la web, es diverso y con distintos niveles de complejidad. Esto es, se nos presentó el desafío de convertir en objetos de enseñanza conceptos de intrincada caracterización.

Trabajar con estos conceptos no sería necesario, tal vez por su complejidad sin embargo, en este caso, ayudó la comprensión de los contenidos posteriormente desarrollados, en particular el de ángulos.

¿Qué **sentido o importancia** tiene introducir el concepto de **semirrecta** en el primer año de la Educación Secundaria?

Desde lo trabajado durante las prácticas, la importancia de introducir el concepto de semirrecta surgió de la necesidad de trabajar la noción de ángulos tanto en su definición como en el desarrollo de su clasificación. Más aún en la clasificación de pares de ángulo con respecto a su lugar en el plano, que fue cuando emergieron las nociones de dirección y sentido. En esta etapa el sentido que se le había otorgado al concepto de semirrecta pasó a tener mayor relevancia y éste evolucionó en un mayor grado de sofisticación.

[14] Definiciones extraídas del apunte Geometría euclideana del plano. W. Dal Lago

Gracias a uno de los aportes de la docente observamos la conexión entre semirrectas y vectores, y lo fructífero de discutir los significados de **sentido** y **dirección.**

Acorde a lo expresado, parece importante y tiene sentido introducir y trabajar con semirrectas al vincularlas con contextos de uso que podrían ser relevantes.

¿Cuál es una buena secuencia para introducir el concepto de semirrectas a estudiantes de primer año?

Reflexionar sobre una buena secuencia para introducir este concepto, nos llevó a considerar cuáles fueron los **objetivos** buscados a lo largo de las prácticas y la **lógica de secuenciación** que subyace a nuestra planificación.

La lógica de secuenciación diseñada antes de las prácticas, sobrevivió a pesar de los cambios en los contenidos a trabajar. Las actividades llevadas a cabo en el aula buscaron, independientemente de la cantidad de contenido, poner en juego un auténtico trabajo matemático en el que los estudiantes se involucraran con habilidades tales como definir, comunicar y justificar.

Luego de las prácticas, observamos el otro sentido de la tarea de selección, organización y secuenciación del contenido, esto es la producción de curriculum. Sentimos que como futuros profesores podemos construir curriculum en contexto. El desafío fue contribuir para que los estudiantes puedan desarrollar un conjunto de procesos valiosos para la actividad matemática sin importar qué objetos matemáticos habiliten o medien estas habilidades.

La selección de objetivos se revalorizó como un importante instrumento pedagógico, esencial en el marco de nuestra lógica de secuenciación. Esta herramienta fue fundamental a la hora de tomar decisiones de cómo contribuir a los procesos que se buscaba alimentar.

Entonces, en un principio una buena secuencia puede ser la llevada adelante. Al menos lo fue con los estudiantes que trabajamos. Esto es, una buena secuencia tiene su lógica pero siempre será situada de acuerdo al contexto y el escenario en donde será implementada.

Capítulo IV: Conclusión

Es propio de las personas inteligentes prever las cosas difíciles antes de que sucedan para que no sucedan; y de las valientes, resolverlas bien en cuanto suceden.

Pítaco, citado en *"Vida y opiniones de los filósofos ilustres"* de Diógenes Laercio.

Para cerrar el informe haremos algunas reflexiones sobre el proceso de planificación, las prácticas profesionales, y el Capítulo III.

En cuanto a la planificación, no fue fácil marcar el rumbo deseado para nuestras prácticas. Teniendo en cuenta que en sólo ocho clases se debían desarrollar todos los contenidos del área de Geometría para primer año. Luego de analizar varias opciones y de discutirlo con la profesora supervisora, logramos la selección y organización de contenidos.

Para la organización, nos basamos en las etapas de aprendizaje en Geometría planteadas por Van Hiele y en el desarrollo de la percepción espacial, planteado por Pallascio, ambos citados por Alsina et al (1989). Este material nos acercó a la Didáctica de la Geometría y nos facilitó criterios para analizar qué hacer y qué buscar en las clases planificadas.

Alsina et al (1989) plantean una serie de objetivos terminales en la enseñanza de la Geometría hacia jóvenes de entre 6 y 12 años. A su vez estos objetivos se listan teniendo en cuenta aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales. Entre los primeros se pueden destacar: distinguir figuras lineales, planas y espaciales; definir conceptos y enunciar propiedades geométricas planas, sabiendo deducir o inducir algunas propiedades fundamentales. Entre los segundos: realizar observaciones sistemáticas, clasificarlas, esquematizarlas y expresarlas en diferentes lenguajes (símbolo, palabra, figura) sabiendo realizar los cambios de lenguaje; relacionar la geometría con otras disciplinas; clasificar figuras planas; construir modelos de figuras lineales y planas; hacer construcciones gráficas planas con instrumentos de dibujo; interpretar representaciones y deducir datos de las mismas. Entre los últimos: valorar positivamente las actividades destinadas a resolver cuestiones o descubrir hechos lo que comporta planificar, buscar medios adecuados, diseñar experiencias; reconocer la necesidad de utilizar instrumentos de medida y dibujo; valorar positivamente el uso correcto del vocabulario estudiado, en orden a conseguir claridad y concisión. (p. 20-22)

Los objetivos de los autores no guiaron los nuestros, ya que estos fueron leídos y analizados posterior a las prácticas. No obstante, en la redacción del trabajo, encontramos puntos en común. Además, los autores afirman:

En definitiva, será deseable en la enseñanza de la Geometría aquello que sea útil con rango futurible y pueda motivarse desde la actualidad: razonar correctamente (deductivamente e

> *inductivamente), representar, abstraer, relacionar, clasificar y resolver son verbos claves en el abanico de lo deseable.* (p. 18)

Estas acciones, razonar, representar, abstraer, clasificar y resolver, sí se tuvieron en cuenta a la hora de realizar la selección, secuenciación de los contenidos y puestas en práctica. Es por eso que los objetivos alcanzados no se alejan de los planteados por los autores. Esto también tiene que ver, como dice Schoenfeld[15] (1992), con que las herramientas de la matemática, independientemente del área que se esté abordando, son la abstracción, la representación simbólica y la manipulación simbólica.

Lo expuesto en el Capítulo III evidenció que como docentes es posible construir una secuenciación de contenidos, en la que se manifiesten distintas representaciones de la disciplina o área a trabajar. En palabras de Nora Alterman (2012):

> *Por otra parte, somos conscientes de que en las múltiples decisiones que asumimos en las prácticas de enseñanza, participa también nuestra propia representación acerca del mundo social, la que vamos construyendo en los espacios de formación, en nuestra trayectoria laboral y formativa. Nos vamos constituyendo como sujetos sociales y somos portadores de visiones culturales acerca de lo que es prioritario enseñar en las escuelas.* (p. 11)

Ante el interrogante: ¿Cuál es una buena secuencia para introducir el concepto de semirrectas a estudiantes de primer año? Concluimos que una secuencia de contenidos no es buena en sí, sino que su efectividad radica en la relación que hay entre esta, el contexto áulico y la diversidad de procesos de aprendizaje que conviven en el aula.

La realización de la secuencia de contenidos así como la elaboración de las planificaciones, guiones conjeturales, entre otros, fueron de gran desafío académico. De la misma manera, sucedió con el trabajo colectivo entre las docentes (tanto la supervisora como la encargada del curso) y practicantes. Esta construcción nos moviliza a incorporar y replicar esta dinámica de trabajo en futuras ocasiones.

[15] Recuperado del apunte de DM.

5. Anexo

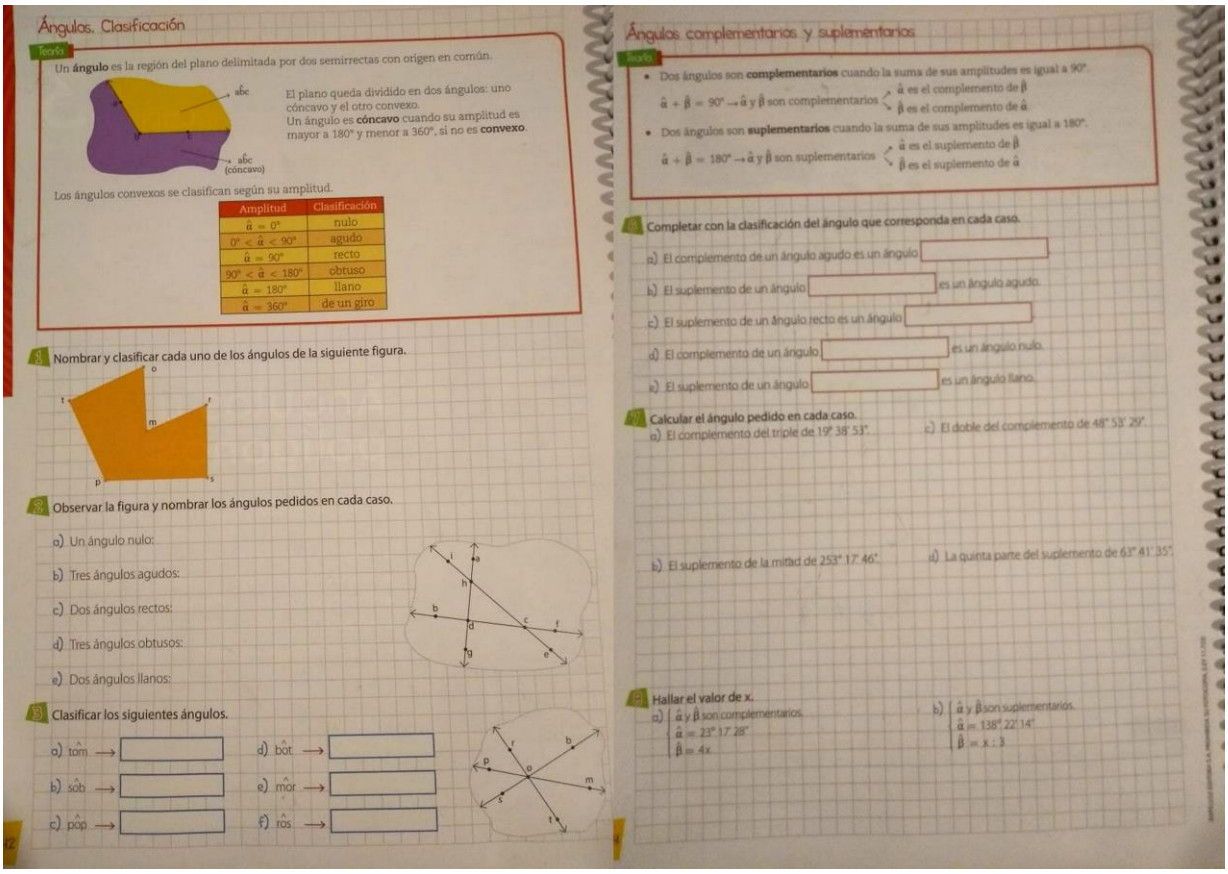


Figura 5.1. Páginas 42 y 44 del libro Matemática I

Tabla 5.1

Rúbrica de corrección junto con el puntaje y los criterios tenidos en cuenta

<table>
<tr><th>Actividad</th><th colspan="2">Criterio. Evaluar capacidad para:</th><th>Puntaje por cada inciso</th><th>Puntaje</th><th>Puntaje total</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Actividad 1</td><td colspan="2">Interpretar una información dada</td><td>0.1p</td><td>0.7p</td><td rowspan="3">2.3p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elaborar correctamente representaciones diversas</td><td>0.2p</td><td>1.4p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Realizar correspondencias entre ideas y colores</td><td>-</td><td>0.2</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Actividad 2</td><td rowspan="2">Representar gráficamente una información dada</td><td>Construir elementos primarios y semirrectas opuestas</td><td>0.2p</td><td>0.8p</td><td rowspan="4">2.4p</td></tr>
<tr><td>Construir ángulos con las medidas que representa</td><td>0.2p</td><td>0.4p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Elaborar correctamente las representaciones simbólicas que correspondan</td><td>0.1p</td><td>0.6p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Describir una construcción hecha</td><td>0.1p</td><td>0.6p</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Actividad 3</td><td colspan="2">Representar simbólicamente ángulos</td><td>0.1p</td><td>0.7p</td><td rowspan="5">2.5p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Medir correctamente amplitudes de ángulos</td><td>0.1p</td><td>0.7p.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Clasificar ángulos según su amplitud</td><td>0.1p</td><td>0.7p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aplicar concepto de ángulos complementarios</td><td>-</td><td>0.2p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aplicar concepto de ángulos suplementarios</td><td>-</td><td>0.2p</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Actividad 4</td><td colspan="2">Usar correctamente las propiedades de los ángulos</td><td>0.2p</td><td>0.4p</td><td rowspan="3">0.7p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justificar adecuadamente usando lenguaje matemáticamente pertinente</td><td>0.1p</td><td>0.2p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Reconocer el valor correcto de cada ángulo en su respectivo lugar acorde a una figura dada</td><td>0.05p</td><td>0.1p</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Actividad 5</td><td colspan="2">Reconocer la relación que existe entre dos o más ángulos a partir de una imagen y plantear correctamente la ecuación que permite hallar la incógnita.</td><td>-</td><td>0.4p</td><td rowspan="3">1.15p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aplicar correctamente las propiedades de los ángulos, según clasificaciones dadas, en situaciones problemáticas. Determinar el valor numérico de una expresión.</td><td>0.2</td><td>0.6p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Justificar los procedimientos aplicando las nociones de ángulos trabajadas</td><td>-</td><td>0.15p</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Actividad 6</td><td colspan="2">Determinar si el valor de una afirmación es verdadero o falso aplicando las ideas geométricas trabajadas</td><td>0.05p</td><td>0.25p</td><td rowspan="2">0.85p</td></tr>
<tr><td colspan="2">Reescribir la afirmación para que sea verdadera aplicando las ideas geométricas trabajadas</td><td>0.2p</td><td>0.6p</td></tr>
</table>

6. Referencias bibliográficas

Claudi, Burgués y Fortuny (1989) *Invitación a la didáctica de la geometría*, España, Editorial Síntesis

Alterman N. (2012) Desarrollo curricular centrado en la escuela y el aula. Aportes para reflexionar sobre nuestras prácticas docentes. Recuperado de http://www.uepc.org.ar/conectate/wp-content/uploads/2012/05/Desarrollo-curricular-centrado-en-la-escuela-y-en-el-aula.pdf

Efferberger P. (2016) *Matemática I.* Editorial Kapelusz

Efferberger P. (2012) *Matemática 7.* Editorial Kapelusz

Euclides (1991) *Los elementos. Libros I-IV.* Madrid, Editorial Gredos

Gobierno de la Provincia de Córdoba. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Diseño Curricular: Ciclo Básico de la Educación Secundaria (Versión 2011 - 2020). Disponible en: http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/

Gvirtz S., Palamidessi M. (2008) *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza.* AIQUE. Buenos Aires, Argentina

Itzscovich H. (2005) *Iniciación al estudio didáctico de la geometría. De las construcciones a las demostraciones,* Buenos Aires, Libros del Zorzal

Pallascio, R. y otros (1985) *Typologie des habiletes perceptives d'objectes polyedric,* CIRADE, núm 6, Universidad de Quebec.

Ponte (2005) Gestao curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Schoenfeld A. (1992) Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sens making in mathematics. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, (Ed.) Grouws, Macmillan, New York.

Skovsmose O. (2000) Escenarios de investigación. *Revista EMA, Vol 6, N°1,* pp. 3-26

Agradecimientos

Queremos agradecer a la institución donde realizamos las prácticas profesionales, por abrirnos la puerta y estar a nuestra disposición durante las prácticas. A Noelia, la docente tutora, por el acompañamiento y los consejos. Al equipo docente de Metodología y Prácticas de la Enseñanza, en especial a Cristina Esteley nuestra profesora supervisora, por ayudarnos a mejorar y crecer como profesionales.

Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Trabajo Final de Prácticas de *Metodología y Práctica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.

UNC

Universidad
Nacional
de Córdoba

FAMAF

FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

www.famaf.unc.edu.ar
Medina Allende s/n, Ciudad Universitaria
CP: X5000HUA, Córdoba, Argentina
Tel: +54 351 4334051 (rotativas)
Fax: +54 351 4334054