

Título: GEOMETRÍA. CONCEPTOS BÁSICOS. LAS ARGUMENTACIONES ESCRITAS EN MATEMÁTICA.

Autoras: CECCHETTO, Liliana - COLAZO, Yanela.

Profesoras: DELGADO PIÑOL, Érika - ESTELEY, Cristina - LOSANO, Leticia - VILLARREAL, Mónica - VIOLA, Fernanda.

Carrera: Profesorado en Matemática.

Fecha: 21 – 11 – 2013.

CLASIFICACIÓN:

97 Mathematical Education

PALABRAS CLAVES:

Geometría

Nociones Básicas

Lugar Geométrico

Planos y mapas

Actividades exploratorias

Guion Conjetural

Argumentaciones escritas

RESUMEN:

El presente trabajo constituye el informe final de las prácticas profesionales docentes desarrolladas por las autoras en dos cursos de 1^{er} año del Ciclo Básico.

En la primera parte el lector encontrará las actividades elaboradas por las autoras, utilizando planos y mapas como recurso didáctico para el abordaje de la Geometría. Se presentarán tanto aquellas actividades planificadas para llevar a cabo la propuesta de trabajo en el aula con sus respectivos guiones conjeturales, como también las que debieron crearse durante el transcurso de las prácticas.

En la segunda parte de este informe se abordará desde un marco teórico una problemática surgida en el aula. Dicha problemática está relacionada con las argumentaciones escritas en Matemática y se desarrollará a través del planteo de ciertas inquietudes y unas breves reflexiones a fin de colaborar con futuras prácticas docentes.

"Desafiar a un alumno supone proponerle situaciones que él visualice como complejas pero al mismo tiempo posibles, que le generen una cierta tensión, que lo animen a atreverse, que lo inviten a pensar, a explorar, a poner en juego conocimientos que tiene y probar si son o no útiles para la tarea que tiene entre manos, que lo lleven a conectarse con sus compañeros, a plantear preguntas que le permitan avanzar...Se necesita -claro-creer que es posible lograr que los alumnos se ubiquen en esa posición, pero esa creencia no se puede inventar, es necesario sustentarla en conocimientos que permitan pensar por dónde se puede empezar a actuar." (Sadosky, 2005, p.13)

ÍNDICE

| | |
|--|------------|
| 1. INTRODUCCIÓN..... | 5 |
| 2. OBSERVACIONES PREVIAS A LAS PRÁCTICAS..... | 5 |
| 2.1. La institución..... | 5 |
| 2.2. Recursos y materiales..... | 7 |
| 2.3. Los alumnos..... | 7 |
| 2.4. Observaciones de clase..... | 8 |
| 3. DESARROLLO Y PUESTA EN PRÁCTICA DE LA PLANIFICACIÓN..... | 10 |
| 3.1. Planificación propuesta por la docente del curso..... | 10 |
| 3.2. Nuestra propuesta..... | 12 |
| 4. EVALUACIÓN..... | 78 |
| 4.1. Corrección y puntajes..... | 83 |
| 4.2. Respuestas y logros de los alumnos en las evaluaciones: algunas observaciones..... | 83 |
| 4.3. Resultados de las evaluaciones..... | 86 |
| 5. ANÁLISIS DE UNA PROBLEMÁTICA..... | 89 |
| 5.1. La problemática..... | 89 |
| 5.2. Argumentación en Matemática..... | 90 |
| 5.3. Ambientes de aprendizaje y tipos de argumentación..... | 94 |
| 5.4. Reflexiones y propuestas..... | 104 |
| 6. REFLEXIONES FINALES..... | 106 |
| 7. BIBLIOGRAFÍA..... | 107 |
| 8. ANEXOS..... | 108 |

1. INTRODUCCIÓN.

En el presente informe expondremos las prácticas que desarrollamos en dos cursos de primer año, en las secciones A y B. Comenzaremos con una descripción de la institución y los cursos en los cuales realizamos dichas prácticas. Luego, mencionaremos la modalidad de trabajo en el aula, que registramos durante las observaciones. También presentaremos la planificación anual de la docente y describiremos nuestra propuesta acerca de la planificación que desarrollaríamos durante las prácticas. Además, incluiremos las actividades que llevamos a cabo en ambos cursos, así como también aquellas que planificamos pero no logramos concretar en el aula. Por último, incluiremos el análisis de una problemática, surgida en nuestras prácticas, desde un enfoque teórico y unas breves reflexiones finales a modo de conclusión.

2. OBSERVACIONES PREVIAS A LAS PRÁCTICAS.

En esta sección daremos una breve descripción de las características que presenta la institución en la que realizamos nuestras prácticas. Además, describiremos brevemente las aulas del nivel secundario, y en particular las de primer año A y B.

En la figura 2.1 presentamos el calendario de observaciones realizadas.

| JUNIO 2013 | | | | | | | JULIO 2013 | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|------------|----|----|----|----|----|----|
| D | L | M | M | J | V | S | D | L | M | M | J | V | S |
| | | | | | | 1 | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 28 | 29 | 30 | 31 | | | |
| 30 | | | | | | | | | | | | | |

Figura 2.1: Calendario de las observaciones realizadas.

Referencias.

- Observaciones de clases
- Observación de día completo
- Receso invernol

2.1. La institución.

La institución escolar es pública de gestión privada y está ubicada en un barrio colindante a la zona céntrica de la Ciudad de Córdoba, aledaño a la Ciudad Universitaria. Cuenta con nivel inicial, primario y secundario, ubicados en el mismo edificio pero en diferentes plantas. La planta baja está ocupada por los primeros dos niveles y la planta superior por el nivel secundario, el cual funciona sólo en el turno mañana. El nivel secundario cuenta con Ciclo Básico y Ciclo Orientado, el cual posee dos orientaciones: Orientación en Ciencias Sociales y

Orientación en Ciencias Naturales. El establecimiento educativo no exige el uso de un uniforme por parte de los alumnos.

Las instalaciones edilicias cuentan con laboratorio de Ciencias Naturales, gabinete de Computación, biblioteca, patio descubierto y sin césped, kiosco, aulas y otros espacios como dirección, secretaría, gabinete de psicopedagogía, sala de profesores, preceptoría y baños.

2.1.1. Las aulas.

La mayoría de las aulas se encuentran distribuidas de manera contigua a lo largo de un gran pasillo que posee la institución. Las aulas de los cursos en donde llevamos a cabo las prácticas están separadas de las demás, ubicadas frente a dicho pasillo y de manera contigua entre sí. En la figura 2.2 presentamos el plano de la institución a fin de complementar la descripción realizada.



Referencias:

- 1) *Entrada.*
- 2) *Aula 1^{ro} B.*
- 3) *Aula 1^{ro} A.*
- 4) *Gabinete de Computación.*
- 5) *Biblioteca.*
- 6) *Patio del nivel secundario.*
- 7) *Kiosco.*
- 8) *Aulas.*
- 9) *Baños.*
- 10) *Sala de profesores.*
- 11) *Laboratorio de Ciencias.*
- 12) *Preceptoría y Portería.*
- 13) *Dirección y Secretaría.*

Figura 2.2: Plano de la institución.

Las aulas contaban con ventilación e iluminación, tanto artificial (ventilador y luminarias eléctricas) como natural (ventanas que dan al pasillo); sin embargo, no poseían calefacción. En las aulas destinadas a primer año, había un escritorio para la docente y un pizarrón de tiza, aunque escaseaban las sillas por lo que repetidas veces los alumnos debían salir del curso y recorrer otras aulas para conseguirlas. En las paredes los alumnos pegaban carteles o afiches con trabajos realizados en otras materias.

Estas aulas contaban con un espacio adecuado a la cantidad de alumnos. La distribución de los asientos en este espacio era, por lo general, de tres filas con bancos dobles móviles. Además, había bancos individuales que no solían usarse. A veces se formaban sólo dos filas cuando los estudiantes faltaban. La disposición de los alumnos era similar en todas las clases, salvo en aquellas donde trabajaban en grupos que, por lo general, eran de 4 ó 5 integrantes. En las filas había tanto varones como mujeres, aunque en muy pocas ocasiones se sentaban en un mismo

banco un varón con una mujer y en algunas clases se observaban alumnos que se sentaban solos. En ocasiones la profesora modificaba la ubicación de los estudiantes para lograr un buen clima de trabajo. Muchas veces cuando ingresábamos al aula con la docente, ella debía organizar los bancos en filas para poder comenzar a trabajar ya que los mismos se encontraban desordenados.

2.2. Recursos y materiales.

Los recursos utilizados habitualmente en clases eran lápiz y papel, pizarrón y tizas. Además, se trabajaba con un cuadernillo elaborado por la docente del curso en conjunto con la vicedirectora del colegio y otra profesora de Matemática. Este cuadernillo contenía todos los temas a tratar durante el año, los cuales eran presentados introduciendo primero la teoría y desarrollando luego los ejercicios y situaciones problemáticas donde se debía aplicar dicha teoría. Para confeccionar este material de trabajo, las docentes utilizaron distintos textos, en su mayoría de nivel secundario.

2.3. Los alumnos.

El curso de 1^{ro} A estaba formado por 24 alumnos, 12 varones y 12 mujeres. El curso de 1^{ro} B estaba formado por 29 estudiantes, 10 varones y 19 mujeres. Desde la tercera semana de prácticas el curso quedó conformado por 28 alumnos, debido a que uno de los estudiantes se cambió de colegio. Tanto en 1^{ro} A como en 1^{ro} B las inasistencias de los alumnos eran bastante frecuentes.

En ambos cursos la mayoría de los alumnos se mostraban participativos, respondían a las preguntas de la docente y les agradaba pasar al pizarrón. Eran conversadores y, por lo general, trabajaban bien en clases. En las ocasiones en que tenían tarea para el hogar eran pocos los alumnos que la realizaban.

En 1^{ro} A las relaciones entre los alumnos eran buenas. En 1^{ro} B, si bien había grupos de estudiantes que mantenían buenos vínculos de amistad, se observaron algunas relaciones conflictivas. Esta problemática era reconocida por la institución, en particular, por el gabinete psicopedagógico.

Tanto en 1^{ro} A como en 1^{ro} B se observaba, por lo general, un buen vínculo entre los estudiantes y la docente del curso. No obstante, en algunas de las clases se generaban ciertas tensiones a raíz de las continuas negociaciones sobre la disciplina en el aula.

En ambos cursos hay alumnos integrados; un alumno en 1^{ro} A y dos alumnas en 1^{ro} B, para los cuales no se realizan adecuaciones significativas. El alumno de 1^{ro} A cuenta con una maestra integradora que trabaja con él fuera del colegio, ayudándolo a completar su carpeta de clases, realizar las tareas, estudiar para las evaluaciones, etc. Dicha docente asistía al establecimiento regularmente para comunicarse con la profesora del curso. Hacia el final de nuestras prácticas, una de las alumnas de 1^{ro} B comenzó a trabajar con una maestra integradora. Los vínculos entre dicha docente y la profesora del curso se estaban construyendo. Cabe mencionar que debido a las condiciones institucionales, los canales de comunicación posibles, los tiempos a los que tuvimos que ajustarnos y el hecho de que no se realizaban adecuaciones significativas, no llevamos a cabo un trabajo diferenciado con los alumnos integrados. Sin embargo, los acompañamos con especial atención durante el transcurso de nuestras prácticas.

2.4. Observaciones de clase.

A continuación, presentaremos una breve descripción de las clases observadas en ambos cursos. En primer lugar, detallaremos el trabajo en las clases de Matemática. Luego, expondremos lo vivenciado en las demás materias durante la observación de día completo.

2.4.1. Trabajo en Matemática.

En la figura 2.3 presentamos los horarios en que se dictaban las clases de Matemática en ambos cursos.

| CLASES DE MATEMÁTICA. | | | | | |
|-----------------------|-------|--------|-----------|--------|---------|
| HORARIOS | LUNES | MARTES | MIÉRCOLES | JUEVES | VIERNES |
| 07:40 - 08:20 | | | | | |
| 08:20 - 09:00 | | | | | |
| 09:10 - 09:50 | | | 1º B | 1º A | |
| 09:50 - 10:30 | | 1º B | 1º B | 1º A | |
| 10:45 - 11:25 | | 1º A | | | 1º B |
| 11:25 - 12:05 | | | | | 1º B |
| 12:20 - 13:00 | | | | | |
| 13:00 - 13:45 | | | | | 1º A |

Figura 2.3: Horarios de Matemática en ambos cursos.

Antes de comenzar con la descripción de las clases observadas, nos parece pertinente aclarar que ambos cursos estaban a cargo de la misma docente.

En el inicio de algunas clases observadas la docente invertía cierto tiempo para organizar y generar un clima de trabajo propicio que, en general, se sostenía durante el desarrollo de las actividades. Para mantener la disciplina, la profesora solía llamarles la atención a los alumnos modificando su tono de voz. Cuando los estudiantes trabajaban en sus bancos en las actividades propuestas, la docente permanecía de pie, circulando de manera constante por los bancos, respondiendo a las consultas frecuentes de los estudiantes.

Durante las clases que observamos los temas que se desarrollaron fueron "Jerarquía en las operaciones" y "Conteo". El primero de estos temas fue abordado mediante la resolución de ejercicios y el análisis de situaciones problemáticas, mientras que para el segundo se llevó a cabo el análisis de las distintas formas de conteo y la realización de diagramas de árbol. Cabe aclarar que este último tema ya se había visto en un período anterior a nuestras observaciones y se retomó para repasarlo antes de la evaluación.

La modalidad de trabajo era, generalmente, la siguiente: primero se leía el teórico del tema a tratar en el cuadernillo de clase y luego se realizaban las actividades propuestas en el mismo. Era frecuente que la profesora resolviera un ejercicio en el pizarrón con ayuda de los alumnos y luego los estudiantes realizaran los ejercicios restantes. La resolución de estos ejercicios en el aula podía ser individual o con el compañero de banco. Antes de finalizar la clase se controlaban las mismas en el pizarrón, haciendo pasar a los alumnos a resolverlas. En estos momentos la profesora hacía pasar a un alumno por vez al pizarrón, luego lo hacía sentar y explicar el ejercicio realizado desde el banco. La docente aceptaba diferentes resoluciones de un mismo ejercicio.

Algunas de las actividades del cuadernillo quedaban de tarea y eran controladas la clase siguiente. La profesora daba algunos minutos para que los alumnos que no hubiesen realizado la tarea la completasen y luego realizaba la corrección en el pizarrón. Además, resaltaba el hecho de que era importante haber realizado o haber intentado realizar los ejercicios por ellos mismos y no sólo copiar lo que sus compañeros escribían en el pizarrón.

Algunos de los ejercicios del cuadernillo no tenían solución a partir de los contenidos matemáticos vistos hasta el momento. Los alumnos reconocían dichas limitaciones y, por acuerdo con la docente, sólo los dejaban planteados. Por ejemplo, cuando el resultado de un ejercicio era un número negativo, realizaban el procedimiento y no escribían el resultado ya que sabían que no habían trabajado con dichos números en clase.

En relación a los ambientes de aprendizaje que plantea Skovsmose (2000), las actividades propuestas en el cuadernillo se encuentran dentro del paradigma del ejercicio, algunas con referencia a la matemática pura y otras con referencia a la semirrealidad.

La clase anterior a cada evaluación, la profesora realizaba una revisión de los temas a evaluar, centrada en actividades similares a las que serían tomadas. Los alumnos las resolvían en grupos para que pudiesen discutir entre ellos los resultados y procedimientos. La docente extraía las actividades de las evaluaciones de distintos libros de texto.

2.4.2. Día completo: Trabajo en otras materias.

Durante la observación de día completo, en 1^{ro} A se observaron las clases correspondientes a las materias Ciudadanía y Participación (80'), Matemática (80') y Taller de inglés (80'). En 1^{ro} B se observaron las clases de Tecnología (80'), Ciudadanía y Participación (80') y Taller de Inglés (80').

Durante la observación de la mañana completa, pudimos percibir que en general, los alumnos participaban en todas las asignaturas. En la clase Ciudadanía y Participación se advirtió la intervención de algunos alumnos que en Matemática solían notarse menos activos. Por otro lado en el Taller de Inglés se observó a los alumnos participar un poco menos que en Matemática.

Con respecto a los recursos utilizados en las distintas asignaturas pudimos percibir que en la clase de Ciudadanía y Participación se trabajó con un cuadernillo, al igual que en las clases de Matemática. En el caso del Taller de Inglés los alumnos contaban con un libro y realizaban actividades que requerían la escucha de un CD. Otro de los recursos empleados tanto en las clases de Matemática como en las demás asignaturas observadas fue el pizarrón. Dicho recurso fue utilizado por las docentes en todos los casos pero sólo en Matemática fue aprovechado por los alumnos para realizar en el mismo la corrección de ejercicios.

3. DESARROLLO Y PUESTA EN PRÁCTICA DE LA PLANIFICACIÓN.

En esta sección presentaremos, en primer lugar, la planificación propuesta por la docente del curso. Luego, desarrollaremos nuestra planificación correspondiente a la unidad de Geometría. En este sentido, presentaremos el recorte de contenidos que realizamos en función de la planificación de la docente y un resumen de los guiones conjeturales elaborados para las actividades. Finalmente, relataremos las actividades que efectivamente se llevaron a cabo en cada clase.

3.1. Planificación propuesta por la docente del curso.

A continuación, presentamos la planificación anual propuesta por la docente para el año 2013. La misma se elaboró a partir de una carga horaria de 5 horas semanales.

Unidad I: Conjuntos numéricos y sus operaciones

I. El conjunto de los números naturales.

Contenidos conceptuales.

El conjunto de los números naturales. Sistema de numeración decimal. Los naturales en la recta numérica. Propiedades del conjunto \mathbb{N} . Conjuntos finitos e infinitos. Representación de conjuntos. Números naturales pares e impares. Operaciones cerradas. Propiedades de la suma y el producto. Conteo. Jerarquía en las operaciones. Potenciación y radicación. Propiedades de la potenciación.

Contenidos procedimentales.

Uso y comparación de naturales en su representación numérica y geométrica. Análisis del sistema de numeración decimal. Representación de conjuntos numéricos por enumeración, por comprensión, gráfica y geoméricamente.

Análisis de las propiedades del conjunto de los números naturales. Estimación y validación de resultados utilizando propiedades de las operaciones. Realización de diagramas de árbol. Análisis de formas de conteo. Análisis de situaciones problemáticas. Reconocimiento de situaciones que permiten generalizar a partir de datos concretos mediante inferencias inductivas.

II. Divisibilidad en los naturales.

Contenidos conceptuales.

Factores, múltiplos y divisores. Factor común. Números primos. Criba de Eratóstenes. División entera. Descomposición de un número natural en factores primos. Múltiplo común menor. Divisor común mayor. Criterios de divisibilidad.

Contenidos procedimentales.

Identificación de factores o divisores, y múltiplos. Determinación de los números primos menores que 100. Interpretación y uso de la descomposición única de un número en factores primos. Producción de criterios divisibilidad sencillos. Identificación y resolución de situaciones que involucren el uso del concepto de múltiplo común menor y de divisor común mayor.

III. Racionales positivos.**Contenidos conceptuales.**

Fracciones. Concepto. Uso en distintos contextos: La fracción como la relación parte-todo, en contextos discretos y continuos. La fracción para lograr mayor precisión en la medición. La fracción como representación de relaciones proporcionales. Fracciones en la recta numérica. Orden en los racionales. Expresiones decimales. Representación de expresiones decimales y fraccionarias en la recta numérica. Operaciones: suma, resta, multiplicación y división.

Contenidos procedimentales.

Uso de fracciones como respuesta a situaciones problemáticas: la relación parte-todo en contextos continuos y discretos, la precisión en la medición, las relaciones proporcionales. Ampliación y reducción de figuras. Determinación de fracciones equivalentes a una dada. Representación de expresiones fraccionarias y decimales en la recta numérica. Reconocimiento y uso de diferentes formas de escritura de una fracción de acuerdo al contexto: como fracción equivalente, como expresión decimal exacta, como número mixto, como punto en la recta numérica. Realización de operaciones con expresiones decimales y fraccionarias en contextos analíticos y gráficos.

Unidad II: Elementos de Álgebra**Contenidos conceptuales.**

Expresiones algebraicas. Fórmulas. Ecuaciones. Ecuaciones lineales con una única solución. Solución de la ecuación. Representación geométrica.

Contenidos procedimentales.

Traducción de situaciones al lenguaje algebraico. Escritura, interpretación y uso de fórmulas sencillas. Identificación, resolución e interpretación y representación de la solución de una ecuación. Identificación de variables. Representación de relaciones entre variables mediante tablas, gráficos y fórmulas, reconocimiento de cuál es la mejor según el problema dado.

Unidad III: Geometría y medida**I. Figuras en el plano.****Contenidos conceptuales.**

Punto, recta y plano. Axiomas. Semirrecta. Segmento. Semiplano. Rectas paralelas y perpendiculares. Figuras cóncavas y convexas. Ángulos. Clasificación de ángulos. Relaciones entre ángulos: complementarios y suplementarios, consecutivos, adyacentes, Opuestos por el vértice. Ángulos determinados por rectas paralelas cortados por una transversal. Lugar geométrico. Circunferencia, mediatriz y bisectriz. Figuras convexas. Triángulos. Concepto. Elementos. Propiedad triangular. Propiedad de la suma de los ángulos interiores.

Contenidos procedimentales.

Reconocimiento de semirrectas opuestas, segmentos consecutivos y no consecutivos. Trazado de paralelas con regla y escuadra, y de perpendiculares con escuadra. Análisis de clasificación de ángulos. Identificación y construcción de ángulos opuestos por el vértice, complementarios, suplementarios y adyacentes. Uso del transportador. Cálculos con medidas angulares. Trazado de circunferencias, mediatrices y bisectrices. Análisis de triángulos, circunferencias y círculos. Uso de herramientas geométricas para la construcción de figuras y justificación de la validez de los procedimientos empleados. Aplicación de propiedades en triángulos.

Unidad IV: Introducción a la Estadística**Contenidos conceptuales.**

Matriz de datos. Tabla de frecuencias absolutas. Gráficos estadísticos: de barras, circulares, histogramas, de líneas. Media aritmética.

Contenidos procedimentales.

Construcción e interpretación de matrices, tablas y gráficos estadísticos. Cálculo e interpretación de la media aritmética.

3.2. Nuestra propuesta.**3.2.1. Fundamentación y objetivos.**

Para argumentar el modo en que desarrollamos los contenidos de la unidad, nos propusimos en primer lugar, dar respuesta a las siguientes preguntas:

- ✓ *¿Qué Geometría queremos enseñar?*
- ✓ *¿Qué Geometría tienen que saber los alumnos en 1º año?*

Teniendo en cuenta lo establecido en los documentos curriculares para el Ciclo Básico, consideramos conveniente elaborar actividades que favorecieran el análisis reflexivo, la producción de argumentaciones y la justificación en el desarrollo de los procedimientos. Creímos importante generar algunas oportunidades dónde los alumnos realizaran construcciones geométricas a través de las cuales pudiesen descubrir y fundamentar propiedades, explorar, elaborar conjeturas y luego exponer las mismas, siendo protagonistas de su propio proceso de aprendizaje hacia la construcción de conocimientos.

Con respecto a las construcciones geométricas, en un primer momento nos interesaba abordarlas mediante el uso de GeoGebra ya que considerábamos que este programa permitiría la exploración de diversas situaciones geométricas, superando las posibles limitaciones de realizar las construcciones en papel. Imaginábamos que la utilización de este software ayudaría a que los alumnos fuesen más allá del conocimiento de una construcción como procedimiento en sí mismo, buscando, en cambio, que pudiesen elaborar nuevos saberes y propiedades. Sin embargo, debido a que en ese momento el laboratorio de computación no contaba con las condiciones necesarias, no se llevó a cabo el uso de GeoGebra para dicho fin.

En relación a lo manifestado en las líneas anteriores, nos interesaba abordar la Geometría desde una metodología en la cual los axiomas fuesen presentados como propiedades. Esto debido a que consideramos que trabajar en el aula el concepto de “axioma” resultaría complejo y abstracto para los estudiantes de un primer año. Los axiomas que pretendíamos trabajar como propiedades eran los de la recta (“Dos puntos determinan una única recta.” “Las rectas tienen infinitos puntos”) y el de la circunferencia, (“Con cualquier centro y con cualquier radio se puede trazar una circunferencia¹”). Por este motivo es que decidimos plantear actividades que permitieran la construcción y verificación de los axiomas enunciados. Cabe aclarar que trabajaríamos las definiciones correspondientes a nociones básicas recuperando la propuesta de la docente del curso, tomándolas del cuadernillo de actividades que utilizaba en sus clases.

De acuerdo con esto, los objetivos que perseguíamos lograr fueron los siguientes:

➤ **Objetivos generales:**

- Que los alumnos pudiesen producir y validar enunciados a través de construcciones geométricas que les permitiesen reconocer, justificar y enunciar propiedades.
- Que los estudiantes lograsen construir argumentaciones y comunicarlas ya sea en forma escrita u oral.
- Que los alumnos puedan, a través de las presentaciones en power point y el programa GeoGebra, establecer la relación entre las actividades exploradas y las definiciones formales, correspondientes a las nociones básicas de la Geometría.

¹ Durante el transcurso de las prácticas no alcanzamos a desarrollar este axioma debido a que fue necesario dedicar más tiempo que el planificado al trabajo con las nociones básicas de la Geometría.

- Valorar las diferentes formas de resolución y apreciar el error como instancia de aprendizaje.
- Fomentar el trabajo en grupos para favorecer actitudes de cooperación.

➤ **Objetivos específicos:**

- Trazar, denotar y reconocer rectas.
- Reconocer propiedades de las rectas. (Aquí nos referimos a los axiomas euclidianos de la recta mencionados anteriormente).
- Definir, trazar, denotar y reconocer semirrectas, semirrectas opuestas, segmentos, segmentos consecutivos y no consecutivos, ángulo y tipos de ángulos (agudo, recto, llano, obtuso y nulo), relaciones entre ángulos (opuestos por el vértice y suplementarios), rectas paralelas y perpendiculares.
- Definir lugar geométrico, mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo y circunferencia.²
- Reconocer y trazar la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
- Establecer la propiedad de la circunferencia. (Aquí nos referimos al axioma euclidiano mencionado anteriormente).

3.2.2. Selección, organización y secuenciación de los contenidos.

Como se mencionó en la sección anterior, nuestro objetivo fue trabajar con actividades exploratorias que favorecieran el análisis reflexivo, la producción de argumentaciones y la justificación en el desarrollo de los procedimientos. Asimismo, dicha instancia de indagación debería permitir establecer relaciones con temas que los alumnos ya hubiesen estudiado anteriormente, pudiendo así recordar otros contenidos que les fuesen útiles como base para anclar el resto de los temas. Se esperaba trabajar con un primer apartado donde los alumnos pudiesen explorar las nociones básicas de Geometría, entre las cuales se encuentran: plano, punto, recta, semirrectas, semirrectas opuestas, segmentos, segmentos consecutivos y no consecutivos, ángulos, tipos de ángulos, relaciones entre los ángulos, rectas paralelas y rectas perpendiculares. Luego, les presentaríamos las definiciones formales de dichas nociones. Estas nociones serían introductorias para el segundo apartado en el que se pretendía abordar la noción de lugar geométrico.

Decidimos realizar actividades tomando como recurso principal a los mapas y planos, a través de los cuales los alumnos pudiesen explorar las nociones básicas de la Geometría. Para llevar a cabo dichas actividades la metodología de trabajo propuesta fue pedirles a los alumnos que formaran grupos de 4 integrantes donde les permitimos a ellos decidir con quienes querían trabajar.

2. Los últimos objetivos específicos no se lograron alcanzar por las razones que se mencionaron en la nota al pie nº 1 y que serán explicadas con mayor profundidad en la sección 3.2.5.2.

El autor Ole Skovsmose (2000) distingue que las actividades que se proponen en las prácticas en el aula pueden hacer referencia a la matemática pura, a semi-realidades o a situaciones de la vida real. De acuerdo con esto, las actividades con mapas que propusimos para el desarrollo de los contenidos se enmarcaron en la referencia a situaciones semi-reales. En las mismas se planteaban situaciones cotidianas, como la posibilidad de encontrarse en la calle o de ubicarse en un mapa para ir a distintos lugares en una ciudad. Sin embargo, la artificialidad de algunas de esas actividades, las encuadra dentro de la semi-realidad. Un ejemplo de ello, tiene que ver con que en la mayoría de las actividades se planteaban situaciones en las que algunos peatones transitaban caminando por el medio de la calle.

Sin embargo, consideramos que una parte importante del aprendizaje era la de sistematizar los conceptos y propiedades que resultasen de las actividades de exploración. Para poder llevar a cabo esta instancia fue que seleccionamos ciertos ejercicios del cuadernillo, algunos de los cuales debimos modificar para ajustarlos a los objetivos que perseguíamos.

Luego de las actividades que realizarían los alumnos, planificábamos llevar a cabo formalizaciones matemáticas donde presentaríamos las definiciones de las nociones a través de presentaciones en power point. La modalidad de estas exposiciones consistiría en retomar las actividades realizadas por los alumnos para luego conectarlas con las definiciones formales y la notación correspondiente. Además, a través del programa GeoGebra, realizaríamos animaciones con deslizadores que permitiesen visualizar algunas conclusiones que los estudiantes hubieran elaborado durante la etapa exploratoria.

En la instancia de trabajo destinada a tratar la noción de lugar geométrico, se pretendía que los alumnos siguieran realizando exploraciones mediante actividades con mapas para luego realizar la respectiva formalización matemática a partir de la exposición oral por parte de los estudiantes de las actividades trabajadas.

Debido al tiempo de duración previsto para llevar a cabo nuestras prácticas, realizamos un recorte de los contenidos presentados por la docente en la planificación de la unidad "Geometría y medida". Considerando entonces la propuesta de la profesora, debimos resolver una tensión entre ésta y los Diseños Curriculares. En base a la metodología de trabajo que nosotras pretendíamos desarrollar y tomando aspectos de la planificación de la docente, intentamos plantear una propuesta que pudiese adaptarse en la mayor medida posible a los Diseños Curriculares.

Así, elaboramos la siguiente secuenciación de los contenidos elaborados:

UNIDAD III: Geometría y medida.

- Punto, recta y plano.
- Semirrecta. Semirrectas opuestas.
- Segmento. Segmentos consecutivos y no consecutivos.
- Rectas paralelas y perpendiculares.
- Ángulos: clasificación de ángulos (rectos, agudos, obtusos, llano, nulo), relaciones

entre ángulos (suplementarios, opuestos por el vértice).

- Lugar geométrico: Circunferencia, mediatriz y bisectriz.

3.2.3. Recursos y materiales.

Para el logro de los objetivos antes planteados sería necesario contar con los siguientes recursos y materiales:

- Computadora y proyector para realizar presentaciones power point y mostrar a toda la clase algunas animaciones construidas en GeoGebra.
- Mapas y planos.
- Instrumentos de Geometría: regla, escuadra, transportador, compás.
- Cuadernillo de actividades.
- Fotocopias con las actividades para los alumnos.
- Lápiz y papel.
- Pizarrón, tiza.

3.2.4. Planificación previa a las prácticas.

En esta sección expondremos el cronograma original que planificábamos llevar a cabo durante el período de prácticas, entre los días 30 de Julio y 27 de Agosto de 2013. Además, presentaremos las actividades que les propondríamos a los alumnos. Para cada una de estas actividades elaboramos un guion conjetural que reflejaba el camino que pretendíamos seguir en las mismas, intentando abordar las distintas preguntas y situaciones que podían surgir al momento de su concreción en el aula. En tales guiones detallábamos también los objetivos que perseguíamos con las actividades. Para elaborarlos nos inspiramos en la idea propuesta por Bombini (2002), acerca de lo que es un guion conjetural:

“(…) una suerte de relato de anticipación, de género de ‘didáctica-ficción’ que permite predecir prácticas a la vez que libera al sujeto (al tiempo que lo constituye) en sus posibilidades de imaginarse una práctica maleable, dúctil, permeable a las condiciones de su producción, de frente a los sujetos (el docente-los alumnos) que en ella participan.” (p.5)

De acuerdo con el autor, a través de nuestros guiones procurábamos anticiparnos a las posibles situaciones que pudiesen surgir durante las clases que desarrollaríamos. Claramente, éramos conscientes de que durante la práctica estos relatos se modificarían según lo consideráramos necesario. Además, pudimos valorar la importancia de la escritura como un espacio para anticiparnos y analizar nuestras prácticas.

En este capítulo sólo presentaremos el guión conjetural completo correspondiente a la actividad nº1 para que el lector pueda tener una idea del tipo de preguntas que buscábamos responder con estos guiones. Los guiones conjeturales de las actividades restantes planificadas se encuentran en el Anexo A del presente informe.

En las tablas 3.1 y 3.2 presentaremos los cronogramas con las actividades planificadas que pretendíamos desarrollar durante las prácticas en 1^{ro} A y 1^{ro} B, respectivamente.

| FECHA | DURACIÓN DE LA CLASE | ACTIVIDADES A DESARROLLAR EN 1 ^{ro} A. | CONTENIDOS INVOLUCRADOS |
|------------------|----------------------|--|---|
| Martes 30/07 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Presentación de la unidad. • Actividad nº1. • Actividad nº2. | Exploración de : <ul style="list-style-type: none"> • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. • Punto. • Semirrecta. • Semirrectas opuestas. |
| Jueves 01/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Actividad nº3. • Comienzo de la actividad nº 4. • Comienzo de la presentación nº1. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> • Recta. • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. Definición y notación de: <ul style="list-style-type: none"> • Plano. • Punto. • Segmento. |
| Viernes 02/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> • Final de la presentación nº1. | Definición y notación de: <ul style="list-style-type: none"> • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. |
| Martes 06/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Final de la actividad nº4. • Actividad nº5. | Exploración de : <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. • Ángulo. • Clasificación de ángulos. • Relaciones entre ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. |
| Jueves 08/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Presentación nº2. | Definición y notación de: <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. • Ángulo. • Clasificación de ángulos. • Relaciones entre ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. |
| Viernes 09/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> • Actividad nº6. • Comienzo de la actividad nº7. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> • Lugar geométrico. |

| | | | |
|------------------|-----|--|--|
| Martes 13/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> Final de la actividad nº7. Actividades nº8, nº9 y nº10 en simultáneo. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> Lugar geométrico. Mediatriz. Bisectriz. Circunferencia. |
| Jueves 15/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> Comienzo de la presentación nº3. | Definición y notación de: <ul style="list-style-type: none"> Lugar geométrico. Mediatriz. |
| Viernes 16/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> Final de la presentación nº3. | Definición y notación: <ul style="list-style-type: none"> Bisectriz. Circunferencia. |
| Martes 20/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> Actividades de revisión + corrección. | <ul style="list-style-type: none"> Temas vistos en clase. |
| Jueves 22/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> Evaluación. | <ul style="list-style-type: none"> Temas vistos en clases. |
| Viernes 23/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> Entrega y devolución de las evaluaciones. | — |

Tabla 3.1: Cronograma de actividades planificado para 1^{ro} A.

| FECHA | DURACIÓN DE LA CLASE | ACTIVIDADES A DESARROLLAR EN 1 ^{ro} B | CONTENIDOS INVOLUCRADOS |
|--------------------|----------------------|---|---|
| Martes 30/07 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> Presentación de la unidad. Comienzo de la actividad nº1. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> Segmentos. Segmentos consecutivos y no consecutivos. Punto. |
| Miércoles 31/07 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> Final de la actividad nº1. Actividad nº2. Actividad nº3. Comienzo de la actividad nº4. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> Segmentos. Segmentos consecutivos y no consecutivos. Punto. Semirrecta. Semirrectas opuestas. Recta. Rectas paralelas. Rectas perpendiculares. |
| Viernes 02/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> Presentación nº1. | Definición y notación: <ul style="list-style-type: none"> Plano. Punto. Recta. Semirrecta. Semirrectas opuestas. Segmentos. |

| | | | |
|--------------------|-----|---|--|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> • Segmentos consecutivos y no consecutivos. |
| Martes 06/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> • Final de la actividad nº4. • Comienzo de la actividad nº5. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. • Ángulo. • Clasificación de ángulos. • Relaciones entre ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. |
| Miércoles 07/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Final de la actividad nº5. • Actividad nº6. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ángulo. • Clasificación de ángulos. • Relaciones entre ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. • Lugar geométrico. |
| Viernes 09/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Presentación nº2. | <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. • Ángulo. • Clasificación de ángulos. • Relaciones entre ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. |
| Martes 13/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> • Actividad nº7. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lugar geométrico. |
| Miércoles 14/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Actividades nº8, 9 y 10 en simultáneo. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mediatriz. • Bisectriz. • Circunferencia. |
| Viernes 16/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Comienzo de la presentación nº3. | <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lugar geométrico. • Mediatriz. • Bisectriz. • Circunferencia. |
| Martes 20/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> • Final de la presentación nº3. | <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lugar geométrico. • Mediatriz. • Bisectriz. • Circunferencia. |

| | | | |
|--------------------|-----|---|--|
| Miércoles 21/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Actividades de revisión + corrección. | <ul style="list-style-type: none"> • Temas vistos en clase. |
| Viernes 23/08 | 80' | <ul style="list-style-type: none"> • Evaluación. | <ul style="list-style-type: none"> • Temas vistos en clase. |
| Martes 27/08 | 40' | <ul style="list-style-type: none"> • Entrega y devolución de las evaluaciones. | — |

Tabla 3.2: Cronograma de actividades planificado para 1^{ro} B.

3.2.4.1. Nociones Básicas.

Las actividades que presentaremos a continuación nos permitirían explorar los siguientes conceptos correspondientes a las nociones básicas de la Geometría: plano, punto, recta, semirrecta, semirrectas opuestas, segmentos, segmentos consecutivos y no consecutivos, ángulo, clasificación de ángulos (agudo, recto, obtuso, llano y nulo), relaciones entre ángulos (opuestos por el vértice y suplementarios), rectas paralelas y rectas perpendiculares.

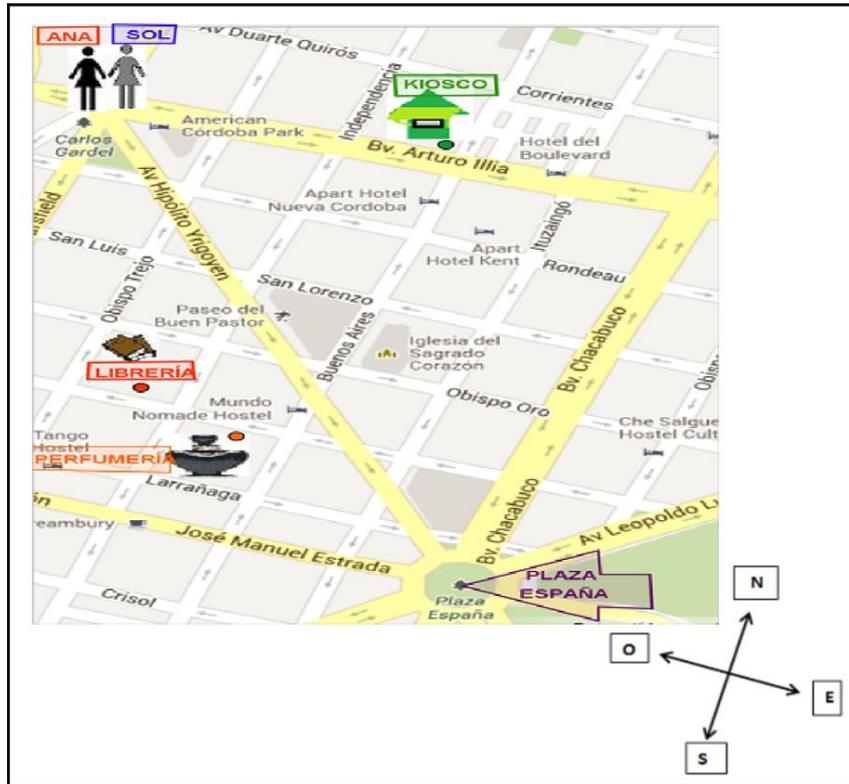
Debido a que decidimos trabajar utilizando mapas y planos como recurso didáctico para abordar los temas que desarrollaríamos en las clases, nos pareció adecuado comenzar a trabajar con una actividad donde los alumnos tuvieran que marcar los recorridos de distintas personas en un mapa. Esto se cristalizó en la actividad n° 1 que presentamos a continuación con su respectivo guion conjetural:

Actividad n°1: “Los guías”.

Observen la siguiente imagen y luego respondan a las preguntas.

Ana y Sol están paradas como se indica en el plano. Ambas quieren caminar hacia la plaza España pero deciden hacerlo por calles diferentes. Usando una regla, realicen las siguientes consignas:

- ¿Qué indicaciones les darían a cada una de las chicas para que puedan llegar a destino? Escribanlas.
- Marquen en el plano dos caminos, uno para Ana y otro para Sol, con distintos colores. ¿Existen otros caminos posibles?
- Marquen en el plano algún camino que pueda seguir cada una de las chicas para llegar a la plaza, teniendo en cuenta que se deben cumplir las siguientes tres situaciones al mismo tiempo:
 - Ana y Sol deben doblar más de una vez durante su recorrido.
 - En el camino que elijas para Sol, ella debe parar en el kiosco a comprar golosinas.
 - En el recorrido que le indiques a Ana, ella debe detenerse en la librería para conseguir su novela favorita y luego parar en la perfumería a comprar un regalo para su mamá.
- En los recorridos que indicaron en el ítem b), marquen en el plano con un punto los siguientes lugares:
 - El lugar de inicio y de finalización de los caminos realizados por Ana y Sol.
 - Cada una de las paradas que debieron realizar las chicas.
 - Cada uno de los lugares donde debieron doblar.



Guion conjetural:

Consideramos que a partir de esta actividad los alumnos lograrían familiarizarse con el uso de los planos, ya que en ella se pide trazar recorridos para personas que deben pasar por determinados lugares. Además se requiere que los estudiantes den indicaciones, para lo cual deben, en primer lugar, leer el plano (interpretar qué significan las flechas en las calles, los carteles, los nombres que se muestran), reconocer las calles y localizar los lugares que se indican en la actividad. Además, esta actividad permitiría introducir la noción de segmento y su clasificación en consecutivos y no consecutivos.

Lo primero que supusimos fue que probablemente, los chicos esbozarían a mano alzada un posible trayecto de recorrido, sin usar la regla. Esto nos llevó a incluir, de manera explícita, el uso de los elementos de Geometría.

Una de las posibles preguntas que creíamos que podía surgir por parte de los estudiantes, a la hora de realizar esta actividad, era: “¿qué significa que dos caminos sean diferentes?”; en ese caso, habíamos pensado en ayudarlos indicándoles que dos caminos se diferencian uno de otro si hay al menos un tramo que no comparten.

Con respecto al ítem a), nos parecía que los alumnos darían las indicaciones “hablando”, o sea, diciendo con sus propias palabras frases como por ejemplo: “que siga derecho por Yrigoyen”, o tal vez, “que vaya por Illia hasta Chacabuco y que de ahí doble a la derecha”, entre otras. Por otra parte, la segunda pregunta que aparece en el ítem a) perseguía el objetivo de que los estudiantes explorasen otros recorridos y no se quedaran

sólo con los caminos más directos o evidentes que, naturalmente, suponíamos serían los primeros que considerarían.

Para lograr que aparezcan segmentos consecutivos en los recorridos que se debían realizar en el ítem b) y para evitar la confusión de los alumnos al identificar las diferentes "paradas", decidimos marcar en el mapa puntos en las ubicaciones del kiosco, la librería y la perfumería, más allá de la identificación en la imagen de cada uno de estos lugares.

Por otra parte, en el ítem c) se pidió marcar con puntos ciertas instancias de los recorridos elegidos por los alumnos, esto con el objetivo de construir los segmentos que se formarían a través de los distintos trayectos, lo cual sería retomado luego en la recuperación formal de los contenidos.

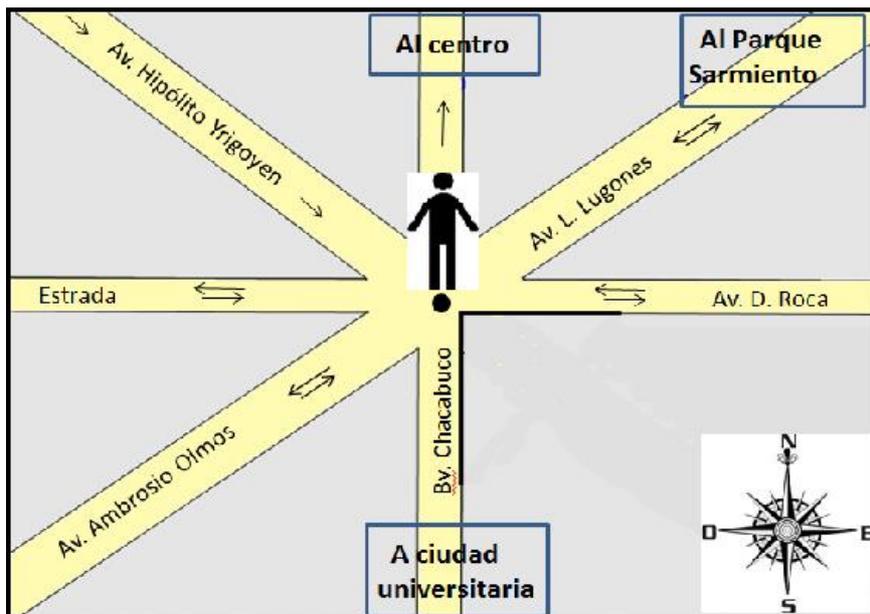
Una vez que los estudiantes hubiesen trabajado con la primera actividad, les presentaríamos una segunda, en la cual buscábamos que los alumnos pudieran arribar a la noción de semirrectas y semirrectas opuestas. El enunciado de la actividad era el siguiente:

Actividad nº2: Juan viene desde Jujuy para estudiar en Córdoba y tiene planeado realizar las siguientes actividades:

- Inscribirse en la carrera de Arquitectura.
- Hacer un recorrido histórico para conocer la plaza San Martín, la Catedral y el Cabildo.
- Ir a visitar el zoológico.

Como Juan aún no conoce bien nuestra ciudad, necesita que lo guíen. Si él se encuentra parado donde se indica en el siguiente plano y teniendo en cuenta los carteles que aparecen en el mismo, respondan:

- ¿En qué dirección debería caminar Juan desde donde se encuentra parado para ir hacia cada uno de los lugares que debe visitar? ¿De qué manera lo indicarían en el plano usando la regla?
- Si Juan se dirige hacia el centro caminando por Chacabuco desde el punto de partida, ¿la ciudad universitaria le queda de paso? ¿Por qué?



Con estas preguntas se buscaba que los estudiantes exploraran las nociones de dirección, sentido, continuidad y extensión infinita de las semirrectas además de la noción de semirrectas opuestas. Creíamos que en el ítem a) surgiría la idea de marcar una “flecha” en el recorrido que realizaba Juan, para expresar gráficamente el hecho de que ese recorrido continuaba aún más allá de lo que visualmente se podía ver en el plano. Por otra parte sería de utilidad el uso de los puntos cardinales para que los alumnos respondieran el ítem b). Sus respuestas serían retomadas en la formalización de los contenidos.

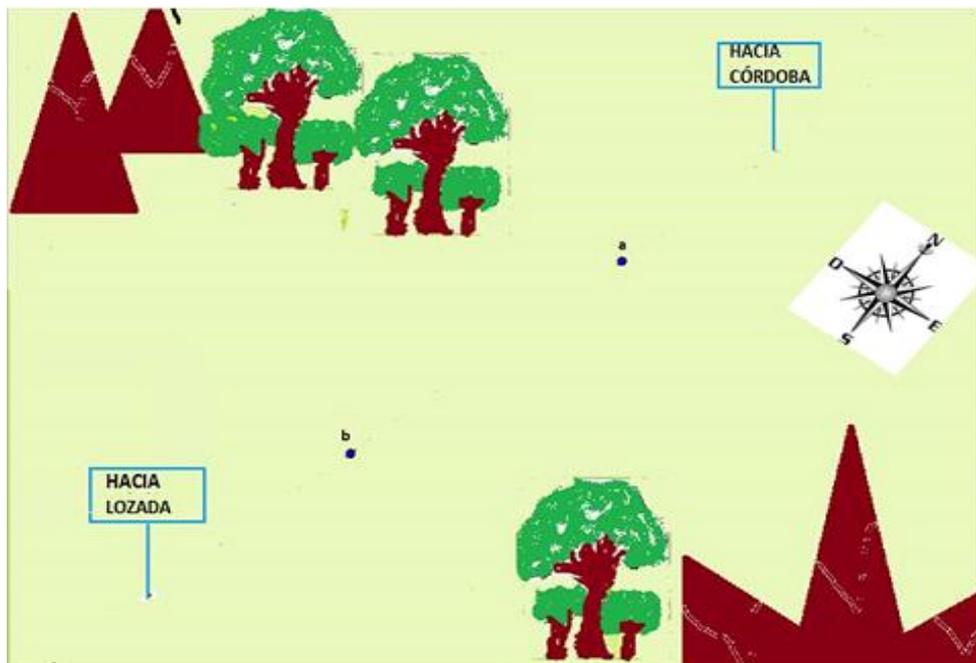
Planificamos una tercera actividad para trabajar con la noción básica de recta. A través de ella buscábamos explorar dos propiedades de esta noción: “dos puntos determinan una única recta” y “las rectas tienen infinitos puntos”.

Actividad nº3: Se quiere construir una ruta que pase por la ciudad de Córdoba y por el pueblo de Lozada pero se cuenta con pocos recursos económicos, por lo cual es necesario que la construcción sea lo más barata posible.

Debido a las condiciones geográficas del terreno, el ingeniero civil encargado de la obra decidió que la mejor opción es que dicha ruta pase por los puntos a y b que se indican en el siguiente mapa, donde se muestra una parte del terreno en el que se construirá la ruta.

Respondan a las siguientes preguntas:

- Dibujen la ruta teniendo en cuenta las condiciones anteriores. Pueden ayudarse utilizando la regla.
- ¿Se podrá construir otra ruta igual de económica y que pase por esos dos puntos? Escriban sus respuestas.
- Dibujen un automóvil sobre la ruta que construyeron y marquen su recorrido.



En esta instancia apuntábamos a que los estudiantes pudiesen concluir que no existía otra ruta diferente que cumpliera con las condiciones que planteaba el enunciado. Para lograr que surja la noción de extensión infinita de las rectas pensábamos hacer preguntas similares a las realizadas en la actividad nº2 para que surgiese la idea de marcar con una “flecha” cada uno de los extremos del recorrido que realizaba el auto y la noción de que ese recorrido “venía desde” y “continuaba hacia” lugares que visualmente no se podían apreciar a partir de la imagen. El enunciado formal de estas propiedades se realizaría a través de la presentación que planificábamos realizar después de las actividades.

Luego de que los alumnos exploraran a través de las tres primeras actividades sería necesario que sentáramos las bases formales de cada uno de los contenidos involucrados en ellas. Llevaríamos a cabo esta etapa de cierre formal de las actividades mediante una presentación en power point en la que iríamos relacionando las conclusiones obtenidas en los diferentes grupos de alumnos con las definiciones y nociones básicas de la Geometría. Para mostrar el trabajo de los estudiantes utilizaríamos archivos construido en GeoGebra donde se visualizasen, de manera animada, las producciones de los alumnos. Así, este software, además de dinamizar la clase, nos permitiría retomar algunas de las producciones de los estudiantes y establecer conexiones entre éstas y la teoría. Durante las presentaciones se pediría que cada grupo tuviese en su poder las consignas y trabajos realizados.

En esta primera presentación abordaríamos las actividades nº1, 2 y 3. En primer lugar retomaríamos los trabajos realizados por los alumnos, para realizar una conexión entre éstos, la noción de recta y las definiciones formales de semirrecta, semirrectas opuestas, segmentos, segmentos consecutivos y no consecutivos. Además, considerábamos pertinente abordar la noción de plano a partir del mapa de la actividad nº1 estableciendo la relación entre las características que presentaban los mismos en la vida real y la noción de plano en el mundo de la Matemática.

A partir del análisis de las distintas respuestas de los alumnos, de los interrogantes que se plantearían y de las verificaciones de algunas conjeturas a través del uso de GeoGebra, trabajaríamos los conceptos a formalizar, las nociones de dirección, sentido y las propiedades de la recta. Se presentaría, además la notación y ejemplos de segmentos no consecutivos.

En la figura 3.1 se expone la filmina que les mostraríamos a los alumnos en el momento de presentar la definición formal de semirrecta. En la misma incluimos, además, la imagen del plano de la actividad con el trayecto realizado por Juan para relacionarlo con dicha definición. También presentamos la notación que utilizaríamos.

Una vez finalizada la presentación se entregaría una fotocopia con las definiciones expuestas.

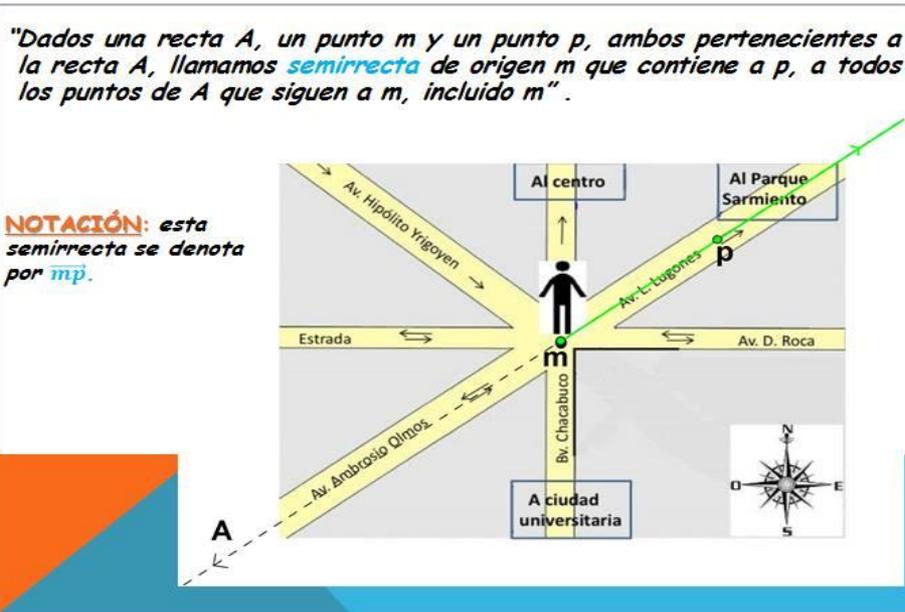


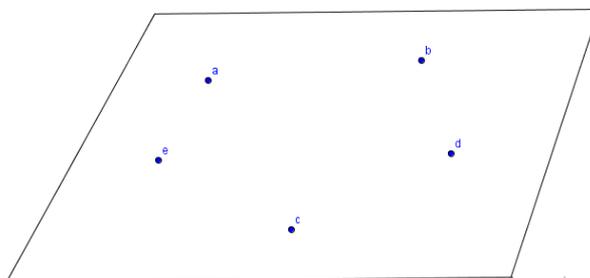
Figura 3.1: Filmina con la que presentamos la definición formal de semirrecta.

Luego de formalizados los conceptos que presentaríamos en las actividades mencionadas anteriormente, planificábamos darles a los alumnos una fotocopia con actividades de tarea, seleccionadas del cuadernillo utilizado por la docente del curso. El objetivo de la misma era que los estudiantes pudiesen aplicar los conocimientos vistos. Esta tarea consistía en las siguientes actividades:

TAREA.

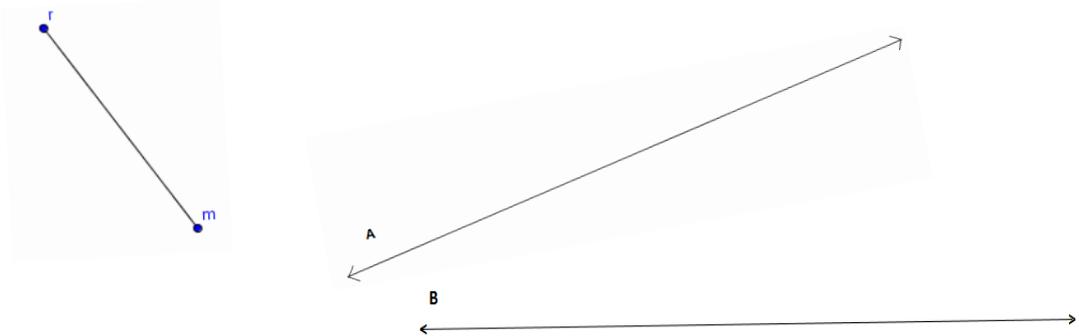
Actividad nº1: en el plano π de la figura se destacan cinco puntos: a, b, c, d, e. Trazar los siguientes conjuntos de puntos, y escribir su símbolo:

- a) Recta determinada por los puntos a y b:.....
- b) Recta determinada por los puntos c y e:.....
- c) Semirrecta de origen c que pasa por d:.....
- d) Semirrecta de origen c que pasa por b:.....
- e) Segmentos determinados por los puntos e y d; c y e; c y d:.....

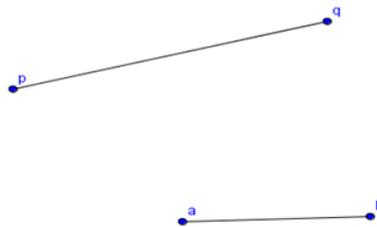


Actividad nº2: Segmentos.

- a) Dado el segmento \overline{mr} , trazar uno de igual longitud en las rectas A y B:



- b) En cada caso trazar un segmento consecutivo de longitud igual a la del segmento \overline{mr} del inciso a).



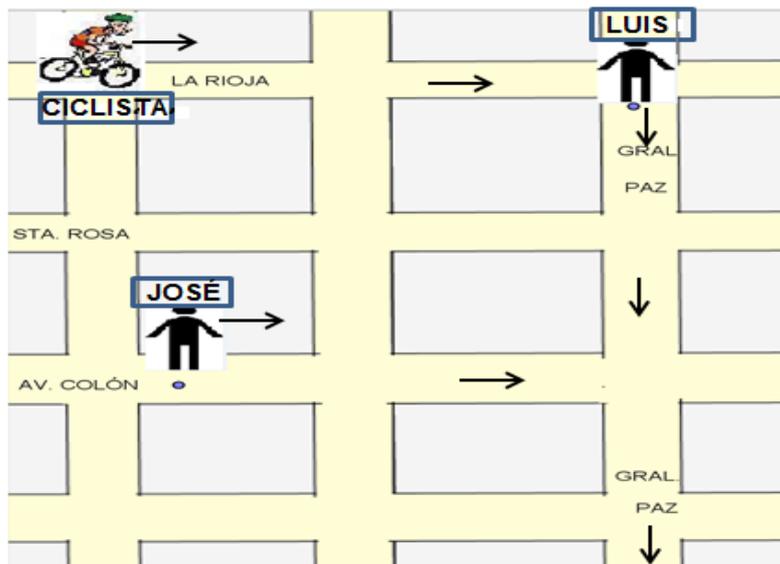
Después de haber trabajado con el concepto de recta, diseñamos la siguiente actividad que permitiría que los alumnos exploraran las nociones de rectas paralelas y rectas perpendiculares.

Actividad nº4: José va caminando por Av. Colón y Luis por Av. Gral. Paz. En cierto momento de sus recorridos, ambos están a la misma distancia del cruce de dichas avenidas como se indica en el plano. Si los dos se dirigen a una misma velocidad en dirección al cruce, respondan las siguientes preguntas:

- a) ¿Se encontrarán José y Luis en algún momento? Pueden ayudarse trazando los recorridos con la regla. Escriban su respuesta.
 b) ¿Podrían José y Luis encontrarse más de una vez, si siguen caminando siempre en la misma dirección? ¿Por qué?

Si un ciclista transita por la calle La Rioja en la dirección que indica la flecha como se muestra en el plano, respondan:

- c) ¿Podrán encontrarse José y el ciclista si cada uno se mantiene circulando por las mismas calles, sin doblar? ¿Por qué?



En esta actividad conjeturamos que un primer inconveniente que podría surgirle a los alumnos tendría que ver con el punto de encuentro entre José y Luis. Si esto llegaba a suceder pensábamos ayudarlos haciéndoles la siguiente pregunta: “¿cómo identifican en el mapa el recorrido que realiza cada uno de estos peatones?” y luego sugerirles que se ayuden utilizando la regla para trazar esos recorridos. Si hubiese dudas acerca de la cantidad de veces en que José y Luis podrían encontrarse si se mantienen en la misma dirección en que iniciaron sus recorridos, considerábamos preguntarles: “¿Reconocen algún otro punto de encuentro en los trayectos que acaban de trazar?” Siguiendo con la misma línea de reflexión, si surgían dudas en el ítem c), considerábamos resolver las mismas a partir del trazado de los recorridos y las nociones de dirección abordadas en las actividades anteriores.

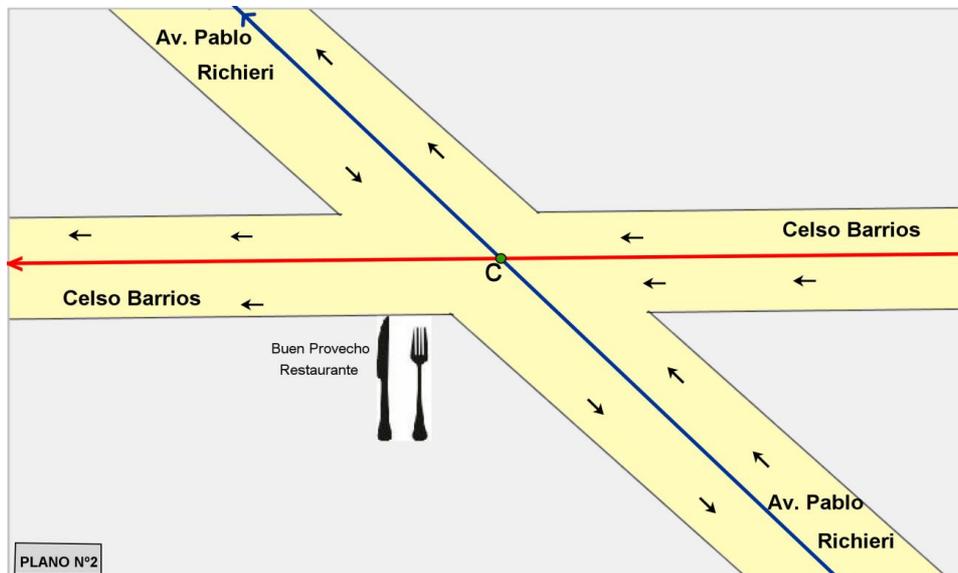
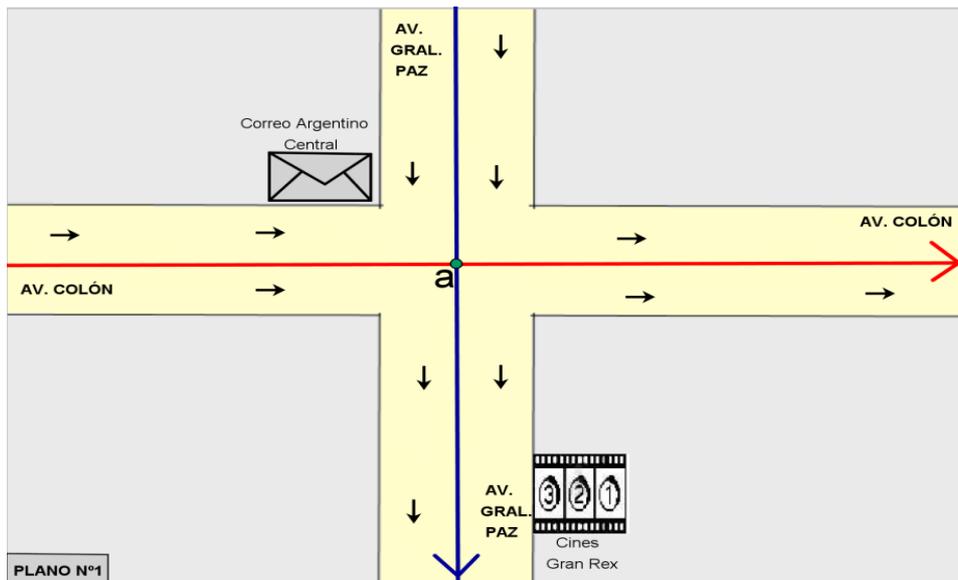
Para finalizar con los temas correspondientes a esta sección de nociones básicas les propusimos a los estudiantes trabajar con la siguiente actividad:

Actividad nº5:

a) En el plano nº1 se muestran los trayectos que realizaron José y Luis durante su recorrido por las avenidas Colón y General Paz, dónde el punto “a” representa el encuentro entre Luis y José.

Usando el elemento de Geometría adecuado midan los ángulos determinados por los trayectos recorridos y compárenlos.

b) En el plano nº2 se muestra el trayecto que describieron dos ciclistas durante su paso por las avenidas Celso Barrios y Richieri, dónde el punto “c” simboliza el encuentro entre los ciclistas. Usando el elemento de Geometría adecuado midan los ángulos determinados por los trayectos recorridos y compárenlos.



Con esta actividad perseguíamos que los alumnos aprendieran a usar el transportador, si no sabían usarlo, considerábamos pasar por cada grupo para enseñarles. Con dicha herramienta, se abordarían las nociones básicas para clasificar los ángulos según su medida (obtuso, agudo, recto, llano y nulo) y según las relaciones entre ellos (suplementarios, opuestos por el vértice). Además pretendíamos que pudieran ver la propiedad que establece que los ángulos determinados por dos rectas perpendiculares miden lo mismo.

La actividad les daría la libertad de poder analizar y descubrir propiedades. Una pregunta que considerábamos que podrían hacer es: “¿qué tenemos que hacer en esta actividad?”, “¿a qué relaciones hace referencia el enunciado?” En ese caso pensábamos decirles que observaran todos los ángulos que quedaban determinados a partir de las dos trayectorias y que pensarán qué podían decir sobre cada uno de ellos. Además, considerábamos preguntarles: “¿cómo podrían ver las relaciones?”, “¿qué deberían

hacer?”, “¿Qué elemento o elementos de Geometría creen que les sería útil para trabajar con ángulos?” Una de las primeras características que deducíamos que podían llegar a registrar sería la medida de cada uno de los ángulos. En ese caso pensábamos decirles que registrasen los datos en los cuadernos ayudándolos con la notación. Para los ángulos consecutivos imaginábamos que los alumnos podrían concluir que $\hat{b}\hat{a}c + \hat{c}\hat{a}f = 180^\circ$ y en el caso de ángulos opuestos por el vértice que $\hat{b}\hat{a}c = \hat{d}\hat{a}f$.

Luego de trabajar con las actividades nº4 y nº5, procederíamos a realizar la presentación nº2, cuya modalidad sería similar a la de la presentación nº1. En dicha instancia de recuperación matemática, analizaríamos primero la actividad nº5 ya que considerábamos necesario trabajar primero las nociones de ángulo recto y la relación de ángulos opuestos por el vértice, antes de trabajar la definición de rectas perpendiculares. Así, definiríamos, en primera instancia, qué es un ángulo. Luego, a partir de las medidas de cada uno de los ángulos tomadas por los alumnos y las relaciones entre dichos ángulos establecidas por ellos, presentaríamos su clasificación (agudo, recto, obtuso, llano y nulo) y las relaciones entre los mismos (ángulos opuestos por el vértice y suplementarios). Además, utilizaríamos GeoGebra para verificar las medidas del ángulo llano y nulo, luego de que los alumnos dieran sus conjeturas acerca de las medidas de dichos ángulos. También mostraríamos un archivo animado para ayudar a los estudiantes a comprender la definición de ángulo nulo y llano.

Luego, retomáramos la actividad nº4 para formalizar las nociones de rectas paralelas, rectas incidentes y rectas perpendiculares. En ese punto buscaríamos conectar las definiciones de estas rectas con los trayectos realizados por José, Luis y el ciclista trabajado por los alumnos en dicha actividad.

Les presentaríamos, además, la notación correspondiente a las nociones de ángulos y rectas paralelas y perpendiculares.

Una vez finalizada la presentación entregaríamos una fotocopia con las definiciones expuestas.

3.2.4.2. Lugar Geométrico.

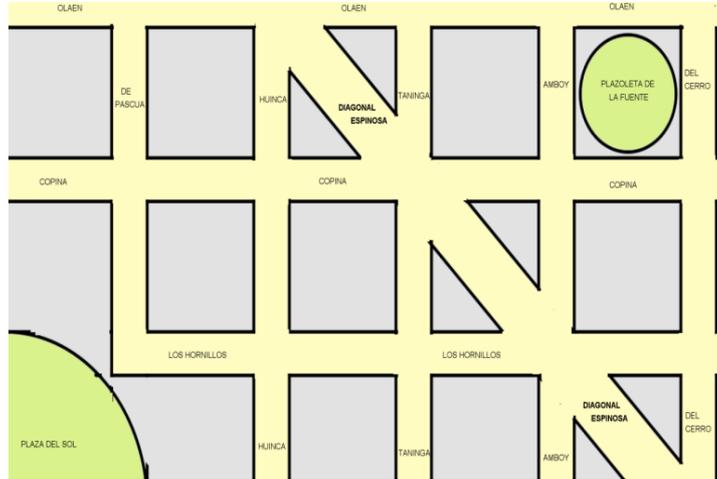
Una vez presentados todos los conceptos correspondientes a las nociones básicas de la Geometría, comenzaríamos a trabajar con un nuevo tema: lugar geométrico. Para dicho tema habíamos planificado actividades que permitiesen trabajar con la definición de este concepto, las nociones de mediatriz, bisectriz y circunferencia.

Para abordar la definición de lugar geométrico los alumnos trabajarían con las siguientes dos actividades:

Actividad nº6: Observen la siguiente imagen y luego realicen cada una de las consignas:

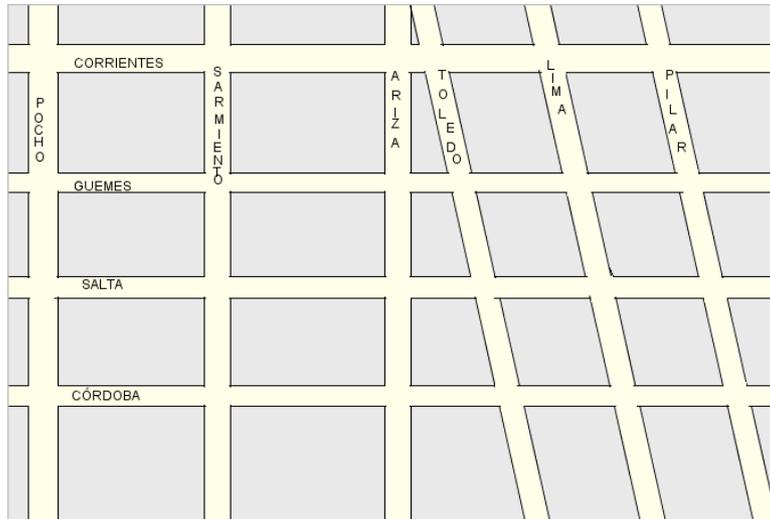
- a) Pinten con un color la parte de la ciudad que se encuentra a la derecha respecto de la diagonal Espinosa.
- b) Pinten la parte de la imagen que cumple las siguientes condiciones al mismo tiempo:

- La parte que queda determinada al norte de la calle Copina.
 - La parte que queda determinada a la izquierda de la calle Huinca.
- c) Bety se encuentra parada en la manzana que queda determinada entre las calles De Pascua, Los Hornillos, Huinca y Copina. ¿Dónde está parada Bety? Indíquelo en el mapa.



Actividad nº7: En el mapa que se presenta a continuación se muestra parte de una ciudad. Observando la imagen, realicen las siguientes actividades:

- Marquen todos los puntos que están a 3 cm de distancia medida perpendicularmente en relación con la calle Sarmiento.
- Marquen todos los puntos que están a 2cm de distancia medida perpendicularmente en relación con la calle Salta.



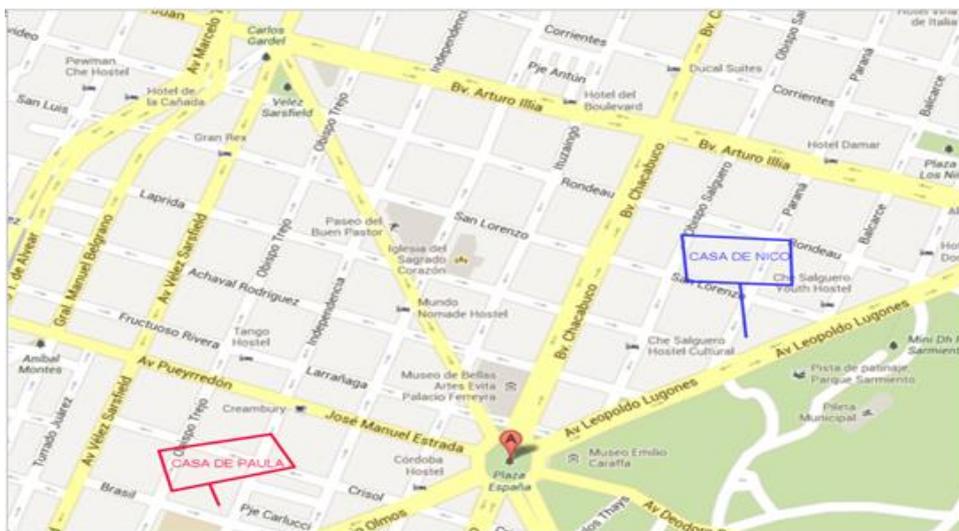
Estas actividades permitirían trabajar el vocabulario formal necesario para tratar este tema. Con esto nos referimos a expresiones como “la manzana que queda determinada entre ciertas calles”, o bien, “la parte que queda determinada a la izquierda de cierta calle”, “los puntos que están a 3 cm de distancia medida perpendicularmente en relación con cierta calle”, entre otras. Estas actividades perseguían entonces que los alumnos pudiesen identificar una recta o puntos del plano como referencia para fijar ciertas condiciones a partir de ellos.

Luego de que los estudiantes hubiesen trabajado con la noción de lugar geométrico, les presentaríamos tres actividades, las cuales no realizarían todos los grupos, sino que se distribuirían de manera tal que algunos de ellos explorarían la noción de mediatriz, otros la de bisectriz y algunos alumnos trabajarían con circunferencia.

Una de esas tres actividades, es la actividad nº8, que se muestra a continuación. En la misma propondríamos trabajar la noción de mediatriz como lugar geométrico.

Actividad nº8: Paula y Nico quedaron en encontrarse a las 2 de la tarde en un lugar que esté a la misma distancia de las dos casas. Ambos cumplieron con lo acordado, pero no se encontraron. Observando el siguiente mapa, respondan:

- ¿Por qué no se encontraron Paula y Nico?
- ¿Cuántos puntos de encuentro creen que hay? Márquenlos en el mapa
- Después del desencuentro, Paula y Nico acuerdan verse al día siguiente, en el mismo horario y bajo las mismas condiciones de distancia que habían propuesto antes. ¿Qué indicaciones les darías a los chicos para que puedan encontrarse esta vez? Marquen en el mapa dónde se encontrarían los chicos.



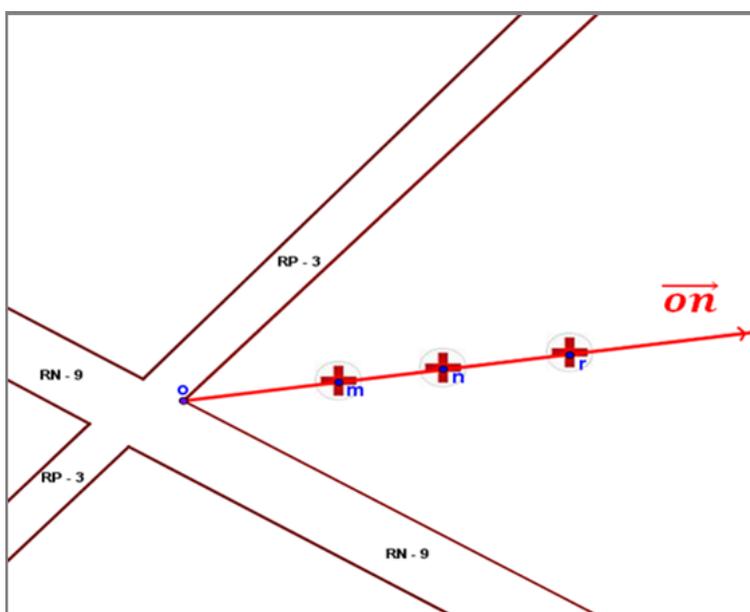
Si surgían dudas con el ítem a) considerábamos pedirles a los alumnos que marquen en el mapa algunos lugares en que podrían haber estado Nico y Paula sin haberse encontrado; así, esperábamos que los estudiantes reflexionen acerca de los puntos que estaban a distancias iguales de otros dos. Luego, con el ítem b) se trataría de arribar a que el lugar de encuentro entre Nico y Paula no era único, sino que existen muchos puntos que cumplen con las condiciones de distancia que se pedían en el enunciado.

Por otra parte, conjeturábamos que tal vez los alumnos señalarían que el encuentro más cercano era en el punto que está a la mitad del segmento que une las dos casas y que

nadie caminaría una distancia mayor, teniendo la posibilidad de no hacerlo. En este caso pensábamos decirles que su reflexión es acertada pero que los demás puntos también cumplían con las condiciones de distancia que se planteaban en el enunciado y por lo tanto eran también opciones válidas.

Con respecto a la actividad para abordar el tema bisectriz de un ángulo, la habíamos planificado de la siguiente manera:

Actividad nº9: En el plano adjunto aparecen dos rutas, una provincial (RP - 3) y una nacional (RN - 9). Se desea instalar un puesto de la Cruz Roja y se han marcado tres puntos que se consideran igualmente convenientes para ubicar el puesto. Observando el plano respondan: ¿Por qué creen que esas son buenas ubicaciones para el puesto de la Cruz Roja? ¿Se pueden marcar otras ubicaciones?

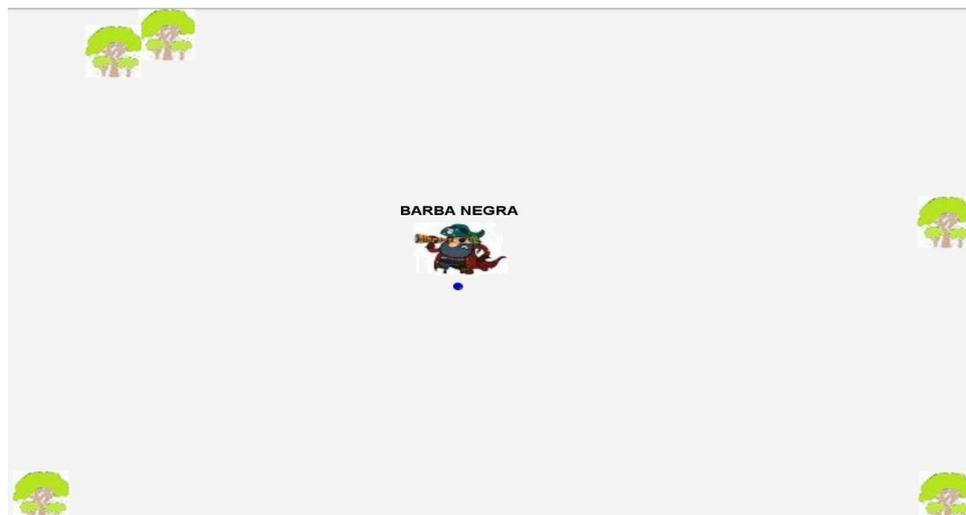


Considerábamos que en esta actividad, con la pregunta “¿Por qué creen que esas serían buenas ubicaciones para el puesto de la Cruz Roja?” surgirían respuestas como: “si sucede un accidente la cruz roja estaría cerca de las dos rutas”, o bien, “se encuentra en el medio de las dos rutas”; entonces pensábamos preguntarles: “¿Qué tan cerca?”, “¿Está más cerca de una ruta o de la otra?”, “¿Qué quiere decir que está al medio de las dos rutas?”, entre otras. Esto podría llevarlos a medir la distancia del puesto de la Cruz Roja a las dos rutas y así comprobar que son iguales. Estas distancias se medirían desde el puesto de la Cruz Roja a uno de los bordes de las rutas, ya que las rutas no tienen dimensión cero. Con respecto al segundo interrogante: “¿se pueden marcar otras ubicaciones?” pretendíamos que los alumnos tomaran otros puntos que cumplieran las condiciones y observarían que todos están sobre la semirrecta \overrightarrow{on} , descubriendo de manera intuitiva que todas las posibles ubicaciones se encontrarían sobre dicha semirrecta.

Por último, presentamos la actividad nº10, a través de la cual perseguíamos el objetivo de explorar la noción de circunferencia.

Actividad nº10: "Buscando el tesoro".

Un tesoro milenario se encuentra enterrado a 300 km del lugar donde está parado el pirata Barba Negra en la siguiente imagen. Marquen en el mapa dónde podría encontrarse enterrado el tesoro. ¿Hay otros lugares posibles?



Lo primero que pensábamos aclararles a los alumnos es que debían usar una escala donde $1\text{cm}=100\text{km}$, ya que es imposible marcar en el mapa un lugar que esté a 300 km del pirata en la imagen. Considerábamos que lo primero que harían los alumnos sería tomar la regla y marcar un punto o los dos puntos que se encontraban a 3 cm del pirata (a la derecha y a la izquierda), siendo el lugar donde se encontraba el pirata, el punto medio del segmento (diámetro de la circunferencia) que uniría los dos puntos que ellos dibujarían. Luego con respecto a la segunda pregunta, pensábamos que los alumnos buscarían otro punto o puntos que estén a 3 cm del pirata. Si esto no ocurría, considerábamos mostrarles otro punto distinto y hacerles ver que ese punto que tomábamos, estaba también a 3 cm de Barba Negra, para que notasen que existían más puntos y así pudiesen comenzar a buscar qué otros puntos podían tomar.

En esta actividad sería necesario que los alumnos supiesen usar el compás para poder trazar la circunferencia; de lo contrario considerábamos dar una explicación de cómo hacerlo.

Luego de trabajar con las actividades nº6 a nº10, realizaríamos la presentación nº3. En dicha recuperación matemática, formalizaríamos la noción de lugar geométrico y abordaríamos los conceptos de mediatriz, bisectriz y circunferencia, a partir de dicha noción. Esperábamos que en esta oportunidad, los alumnos que hubiesen trabajado con las distintas actividades pudiesen exponer en grupo sus conclusiones al resto de sus compañeros. Es decir, ellos comentarían los distintos pasos realizados y las respuestas a las que llegaron. Exhibiríamos algunas de esas respuestas en las filminas y mostraríamos

archivos de GeoGebra que ayudasen a la comprensión de las definiciones presentadas. Por ejemplo, en un archivo de GeoGebra, mostraríamos el mapa de la actividad con la mediatriz trazada, algunos puntos sobre la misma y el segmento que une las casas de Paula y Nico. Además iríamos mostrando las distancias desde esos puntos a las casas, como se presenta en la figura 3.2.

Por último, les presentaríamos también a los estudiantes la notación correspondiente a cada definición presentada.

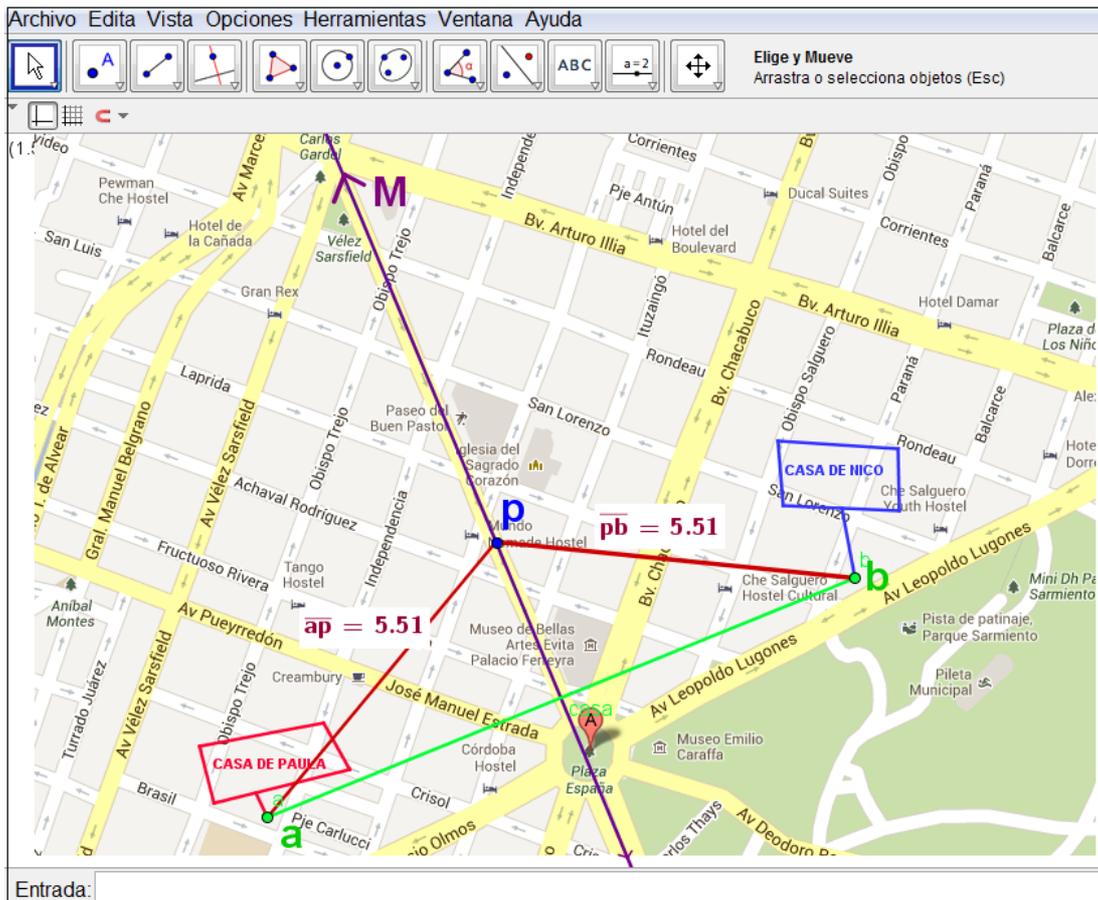


Figura 3.2: Archivo de GeoGebra en el que iríamos mostrando las distancias desde distintos puntos de la mediatriz, a las casas de Paula y Nico.

3.2.5. Puesta en marcha de la Planificación.

Este apartado se dividirá en dos subsecciones. En la primera realizaremos una descripción de lo que concretamente sucedió en cada una de las clases, discutiendo cuáles de las actividades planificadas logramos llevar a cabo y de qué manera trabajamos las mismas. En la segunda subsección, mencionaremos todas aquellas actividades y planificaciones que por motivos de tiempo no logramos llevar a cabo.

3.2.5.1. Lo que se llevó a cabo en el aula.

En las tablas 3.3 y 3.4 presentaremos los cronogramas con las actividades desarrolladas durante las prácticas en 1^{ro} A y 1^{ro} B, respectivamente.

| CLASE | FECHA | ACTIVIDADES DESARROLLADAS en 1 ^{ro} A. | CONTENIDOS INVOLUCRADOS |
|-------|------------------|--|---|
| 1 | Martes 30/07 | <ul style="list-style-type: none"> • Presentación de la unidad. • Actividad n°1. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. • Punto. |
| 2 | Jueves 01/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Actividad n°2. • Actividad n°3. • Comienzo de la presentación n°1. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> • Semirrecta. • Semirrectas opuestas. • Recta. Definición y notación de: <ul style="list-style-type: none"> • Plano. • Punto. • Recta. • Semirrectas. |
| 3 | Viernes 02/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Continuación de la presentación n°1. • Se entregan definiciones. • Se da la tarea. | Definición y notación de: <ul style="list-style-type: none"> • Semirrectas opuestas. • Segmentos. |
| 4 | Martes 06/08 | Docente con carpeta médica. (Sin clases) | — |
| 5 | Jueves 08/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Repaso de la clase anterior. • Final de la presentación n°1. • Corrección de un ejercicio de la tarea en el pizarrón. • Se retira la tarea. • Se da la tarea complementaria. | Repaso de: <ul style="list-style-type: none"> • Plano. • Punto. • Recta. • Semirrecta. • Semirrectas opuestas. • Segmentos. Definición y notación de: |

| | | | |
|----|------------------|---|---|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> Segmentos consecutivos y no consecutivos. <p>Corrección de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Segmentos consecutivos. |
| 6 | Viernes 09/08 | <ul style="list-style-type: none"> Actividad nº4. Se retira la tarea complementaria. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas. Rectas perpendiculares. |
| 7 | Martes 13/08 | <ul style="list-style-type: none"> Actividad nº5. Corrección de tarea en el pizarrón. Comienzo de la presentación nº2. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Clasificación de ángulos. Relaciones entre ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulo. Ángulos según su clasificación. <p>Corrección de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas. Semirrectas. Segmentos. |
| 8 | Jueves 15/08 | <ul style="list-style-type: none"> Repaso de la clase anterior. Continuación de la presentación nº2. Actividad de corte¹ nº1. Puesta en común de la actividad. | <p>Revisión de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Clasificación de ángulos. <p>Definición, notación y aplicación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos opuestos por el vértice. |
| 9 | Viernes 16/08 | <ul style="list-style-type: none"> Continuación de la presentación nº2. Actividad de corte nº2. Se da la tarea. | <p>Definición, notación y aplicación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos suplementarios. |
| 10 | Martes 20/08 | <ul style="list-style-type: none"> Puesta en común de la actividad de corte nº2. Final de la presentación nº2. Actividad de repaso de rectas paralelas y perpendiculares. Puesta en común de la actividad. Se retira la tarea. | <p>Aplicación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos suplementarios. <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas. Rectas incidentes. Rectas perpendiculares. <p>Reconocimiento de:</p> |

¹ Las actividades de corte a las que se haga referencia de ahora en más, son aquellas que planificamos y realizamos durante la presentación nº2 con el fin de dinamizar la clase por un lado y afianzar el tema desarrollado en dicha presentación, por otro. Las mismas serán descriptas en las secciones 3.2.5.1.8 y 3.2.5.1.9.

| | | | |
|----|------------------|--|--|
| | | | <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. |
| 11 | Jueves 22/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares. • Puesta en común de la actividad. • Se da la tarea. | Construcción de: <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. |
| 12 | Viernes 23/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Repaso de la actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares. • Se trabaja con la propiedad de rectas paralelas. • Se da la tarea de construcción de planos. | Repaso de construcciones de: <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas y perpendiculares. Presentación y aplicación de la propiedad de: <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. |
| 13 | Martes 27/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Repaso de la clase anterior. • Actividad de repaso de la propiedad de rectas paralelas. • Repaso para la evaluación. • Se retira la actividad de tarea. | Repaso de: <ul style="list-style-type: none"> • Propiedad de rectas paralelas. • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. • Semirrecta. • Semirrectas opuestas. • Recta. • Plano. • Punto. • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. Aplicación de: <ul style="list-style-type: none"> • Propiedad de rectas paralelas. |
| 14 | Jueves 29/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Evaluación escrita. | Todos los contenidos desarrollados. |
| 15 | Viernes 06/09 | <ul style="list-style-type: none"> • Entrega de la evaluación. | — |

Tabla 3.3: Cronograma de actividades para 1^{ro} A.

| CLASE | FECHA | ACTIVIDADES DESARROLLADAS en 1 ^{ro} B | CONTENIDOS INVOLUCRADOS |
|-------|-----------------|---|---|
| 1 | Martes 30/07 | <ul style="list-style-type: none"> • Presentación de la unidad. • Comienzo de la actividad nº1. | Exploración de: <ul style="list-style-type: none"> • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. • Punto. |

| | | | |
|---|--------------------|---|---|
| 2 | Miércoles 31/07 | <ul style="list-style-type: none"> • Final de la actividad nº1. Puesta en común. • Actividad nº2. Puesta en común. • Actividad nº3. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. • Semirrecta. • Semirrectas opuestas. • Recta. |
| 3 | Viernes 02/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Comienzo de la presentación nº1. • Se entregan definiciones y se da la tarea. | <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Plano. • Punto. • Recta. |
| 4 | Martes 06/08 | Docente con carpeta médica. (Sin clases) | — |
| 5 | Miércoles 07/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Repaso de la clase anterior. • Final de la presentación nº1. • Comienzo de la actividad nº4. • Se retira la tarea. | <p>Repaso de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Plano. • Punto. • Recta. <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Semirrecta. • Semirrectas opuestas. • Segmentos. • Segmentos consecutivos y no consecutivos. <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. |
| 6 | Viernes 09/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Corrección de la tarea en el pizarrón. • Final de la actividad nº4. • Se da la tarea complementaria. | <p>Corrección de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rectas. • Semirrectas. • Segmentos. • Segmentos consecutivos. <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Rectas paralelas. • Rectas perpendiculares. |
| 7 | Martes 13/08 | <ul style="list-style-type: none"> • Actividad nº5. • Se retira la tarea complementaria. | <p>Exploración de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de ángulos. • Relaciones entre |

| | | | |
|----|--------------------|--|--|
| | | | ángulos: opuestos por el vértice y suplementarios. |
| 8 | Miércoles 14/08 | <ul style="list-style-type: none"> Comienzo de la presentación nº2. Actividad de corte nº1. | <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulo. Ángulos según su clasificación. Ángulos opuestos por el vértice. <p>Aplicación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos opuestos por el vértice. |
| 9 | Viernes 16/08 | <ul style="list-style-type: none"> Puesta en común de la actividad de corte nº1. Continuación de la presentación nº2. Actividad de corte nº2. Puesta en común de la actividad de corte nº2. Se da la tarea. | <p>Repaso de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos opuestos por el vértice. <p>Definición, notación y aplicación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ángulos suplementarios. |
| 10 | Martes 20/08 | <ul style="list-style-type: none"> Final de la presentación nº2. Se retira la tarea. | <p>Definición y notación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas. Rectas incidentes. Rectas perpendiculares. |
| 11 | Miércoles 21/08 | <ul style="list-style-type: none"> Actividad de repaso de rectas paralelas y perpendiculares. Puesta en común. Actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares. | <p>Reconocimiento de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas. Rectas perpendiculares. <p>Construcción de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas. Rectas perpendiculares. |
| 12 | Viernes 23/08 | <ul style="list-style-type: none"> Puesta en común de la actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares. Se trabaja con la propiedad de rectas paralelas. Se da la tarea de construcción de planos. | <p>Repaso de construcciones de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas y perpendiculares. <p>Presentación de la propiedad de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Rectas paralelas. |
| 13 | Martes 27/08 | <ul style="list-style-type: none"> Se retira la tarea. Repaso para la evaluación. Se da tarea para el repaso de rectas paralelas y perpendiculares. | <p>Repaso de:</p> <ul style="list-style-type: none"> Recta. Segmentos. Segmentos consecutivos y no consecutivos. Semirrecta. Semirrectas opuestas. |

| | | | |
|----|--------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| | | | • Rectas incidentes. |
| 14 | Miércoles 28/08 | • Evaluación escrita. | Todos los contenidos desarrollados. |
| 15 | Martes 03/09 | • Entrega de la evaluación. | — |

Tabla 3.4: Cronograma de actividades para 1^{ro} B.

Como puede verse, hubo diferencias significativas entre lo que habíamos planificado y lo que finalmente llevamos a cabo durante las clases. Esta situación se debió a varios motivos. En primer lugar, la introducción y el trabajo con las definiciones formales de las nociones básicas fue más dificultosa de lo que imaginamos. En segundo lugar, desarrollar las presentaciones power point que elaboramos llevó mucho más tiempo que el planificado. Cuando dichas presentaciones se hacían muy largas notamos que se volvían tediosas para los estudiantes. Esta evaluación continua de nuestro trabajo nos llevó a planificar nuevas actividades que pudiésemos ir intercalando con las presentaciones de manera de hacer más amenas las clases y de ir pudiendo analizar la comprensión de los alumnos acerca de las nociones incluidas en las presentaciones. De esta manera, tuvimos que elaborar nuevas actividades que presentaremos también en esta sección.

Otro tema que revelamos como importante durante el desarrollo de nuestras prácticas, y para el cual debimos armar actividades, fue la construcción de rectas paralelas y perpendiculares. Nos interesó abordar este tema mediante actividades en las que los alumnos pudieran realizar exploraciones de los diferentes métodos para construirlas, analizando las ventajas y desventajas de cada uno de ellos. Luego de esta exploración decidimos que el método que legitimaríamos en el aula sería aquel que utiliza regla y escuadra, ya que sería el más práctico para resolver una tarea que les propondríamos a los alumnos, en la que ellos deberían construir su propio plano, cumpliendo con ciertos requisitos. Este método de construcción se sustenta en la propiedad que relaciona las rectas paralelas y perpendiculares: “Dos rectas son paralelas si existe una única perpendicular a ellas”. Así, trabajar con esta forma de construcción nos brindaría la posibilidad de trabajar con los alumnos en esta propiedad.

Por otra parte, con el objetivo de que los alumnos puedan afianzar los conocimientos desarrollados durante las prácticas, elaboramos actividades que ellos debieron realizar como tarea en su hogar.

3.2.5.1.1. Clase n^o1.

1^{ro}A (80')

1^{ro}B (40')

En ambos cursos comenzamos presentándonos brevemente a los alumnos. Luego, les comentamos que trabajaríamos en la unidad Geometría y les planteamos las siguientes preguntas: ¿saben qué es la Geometría? ¿Qué estudia la Geometría? ¿Qué temas recuerdan haber estudiado de Geometría? Estos interrogantes generaron las siguientes “lluvia de ideas” que registramos por escrito en el pizarrón:

- 1^{ro} A: rectas, rectas paralelas, rectas perpendiculares, segmentos, ángulos, perímetro, vértice, superficie y plano.
- 1^{ro} B: triángulos, figuras, ángulos, suma de ángulos, rectángulos, sistema sexagesimal, diagonal, semirrecta, circunferencia, nombre de las figuras, ángulos entre paralelas, relaciones entre ángulos, recta.

Luego, les dijimos a los alumnos que todas estas ideas que ellos habían aportado estaban relacionadas con la Geometría y que retomaríamos algunas de ellas y estudiaríamos algunas nuevas. Además, les explicamos el significado de la palabra Geometría y les dimos una definición, como sigue:

GEO METRÍA

 Tierra medida

“La Geometría es una rama de la Matemática que se ocupa del estudio de las propiedades de las figuras y las relaciones entre estas figuras”.

A continuación, les pedimos a los estudiantes que copiaran en sus carpetas todo lo que habíamos escrito en el pizarrón.

Luego, se formaron grupos de estudiantes². Les entregamos una fotocopia con la actividad nº1 a cada estudiante y, antes de comenzar a trabajar, leímos la consigna para todos y los interrogamos acerca de si sabían leer un plano, si conocían los puntos cardinales, si sabían qué significaban las flechas que aparecían en las calles y si reconocían la zona que se estaba mostrando en el plano. Todo esto con el fin de establecer las condiciones necesarias para que los alumnos pudiesen desarrollar la actividad. Seguidamente comenzamos a trabajar. Les aclaramos además que retiraríamos el trabajo de un integrante de cada grupo al finalizar la clase. Mientras los alumnos trabajaban en sus respectivos grupos, nosotras circulábamos por el curso respondiendo a sus consultas.

En ambos cursos observamos que los alumnos podían marcar en el mapa los recorridos y expresar oralmente las indicaciones que les darían a Ana y Sol para llegar a la plaza España. Fue un poco más complejo para ellos llevar esta explicación a la escritura.

Sin embargo, luego de trabajar un poco la mayoría logró elaborar explicaciones escritas. Una de ellas se muestra en la figura 3.3.

² Los grupos variaron de 5 a 3 integrantes. Esto se debió a la cantidad de alumnos que asistieron a la clase en cada curso.

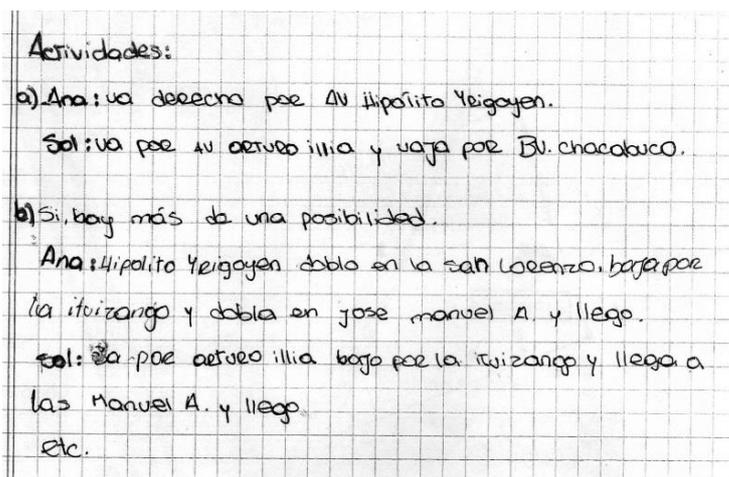


Figura 3.3: Indicaciones dadas por un grupo de alumnos, utilizando el nombre de las calles.

Como se ve en la figura, para dar las indicaciones algunos estudiantes utilizaban el nombre de las calles, mientras que otros se ayudaban contando las cuadras o haciendo uso de los puntos cardinales.

Otras de las situaciones que observamos fue que algunos alumnos no usaron la regla para trazar los recorridos. Además, algunos grupos representaban a los puntos que debían marcar en el ítem d) con estrellas, rectángulos y otros con el símbolo ●.

En 1^o B por falta de tiempo pudimos avanzar mucho con las consignas, con lo cual decidimos retirar las actividades de todos los alumnos para tener un panorama más amplio de lo que cada uno había realizado.

3.2.5.1.2. Clase n^o2.

1^oA (80')

1^oB (80')

En 1^oB destinamos los primeros 10 minutos de la clase a la finalización de la actividad n^o1. Luego, procedimos a realizar la puesta en común de la actividad donde les preguntamos a los diferentes grupos cuáles habían sido sus respuestas a los ítems de la consigna. A continuación, establecimos que los recorridos que ellos habían marcado determinaban segmentos e introdujimos la notación de los mismos. No profundizamos demasiado sobre esto ya que habíamos planificado retomarlo durante la primera presentación.

Finalizada la actividad n^o1 continuamos con las actividades n^o2 y n^o3.

En 1^oA iniciamos la clase realizando la actividad n^o2 y luego seguimos con la actividad n^o3.

En ambos cursos, leímos la consigna de la actividad n^o2 en voz alta y les dimos a los alumnos 10 minutos para realizar la actividad. Mientras circulábamos por los grupos pudimos observar cómo avanzaba el trabajo de los estudiantes. Un primer desafío que los alumnos debieron resolver fue decidir cómo indicarían en el plano hacia dónde estaba caminando Juan para dirigirse a donde quería ir. Los estudiantes propusieron dibujar puntos suspensivos o bien varias flechas seguidas que evidenciaban la noción de continuidad de la semirrecta (en un

único sentido), que era una de las cuestiones que buscábamos explorar a través de la actividad. Nuevamente notamos que era difícil para ellos escribir las indicaciones pero después de trabajar un poco lograron elaborarlas.

Como algunos grupos de ambos cursos finalizaron la actividad rápidamente decidimos, en ese momento, plantearles el interrogante: ¿Qué elemento geométrico representan los recorridos de Juan? Para ayudarlos les hicimos notar que, a diferencia de la actividad nº1, en este caso el lugar de destino no se encontraba en el plano. Con estos datos los alumnos respondieron que el recorrido representaba una semirrecta porque “tenía principio pero no fin”, recordando la definición que habían aprendido en el nivel primario. Cuando realizamos la puesta en común retomamos esta conclusión y les recordamos a todos los estudiantes que en la lluvia de ideas elaborada la clase anterior, uno de los conceptos mencionados era el de semirrecta, haciendo hincapié en la definición vista por ellos en el nivel primario.

La actividad nº3 fue resuelta en pocos minutos por todos los alumnos de ambos cursos. La primera cuestión que los estudiantes discutieron fue acerca de qué significaba que la ruta fuese económica. Observamos, además, que algunos grupos, en lugar de trazar una recta dibujaban un segmento que unía los puntos marcados en el mapa. En estos casos intentamos relacionar esta situación con la actividad anterior. A través de esta intervención los alumnos notaron que al igual que en la actividad nº2, en esta actividad las ciudades tampoco se presentaban en el mapa. Así, lograron dibujar las flechas que indicaban que la ruta continuaba.

Cuando los alumnos tuvieron que decidir si se podía construir otra ruta igual de económica, la respuesta de un grupo llamó particularmente nuestra atención. Estos alumnos habían dibujado otro “brazo” a dicha ruta sosteniendo que era posible construir otra ruta. En la figura 3.4 exponemos el mapa con el trabajo realizado por dicho grupo.

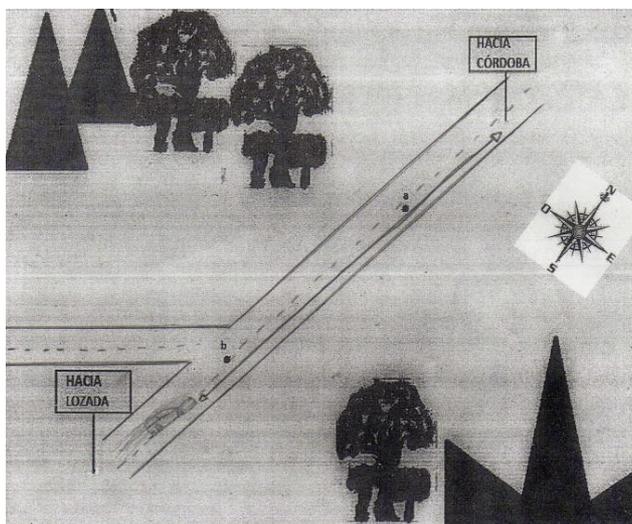


Figura 3.4: Mapa de la actividad nº3 realizada por un grupo de alumnos.

Frente a esta situación les planteamos que como la ruta se desviaba de la localidad por donde debía pasar, debía construirse otro tramo, lo que obligaba a invertir más dinero en material. Así, los estudiantes concluyeron que existía una única ruta posible que cumpliera con las condiciones establecidas.

En 1^{ro}A dedicamos el final de la clase a iniciar la presentación en power point n^o1 para la recuperación formal de los contenidos explorados a través de las actividades realizadas.

En primer lugar, buscamos establecer un vínculo entre el “mundo de la Matemática” y el “mundo de la vida real”, comparando los mapas de las actividades con el plano matemático, dando cuenta, a su vez, de las diferencias entre ambos. Luego, comenzamos retomando la actividad n^o3 ya que los contenidos involucrados en la misma son conceptos primitivos como recta y punto. A continuación, retomamos la actividad n^o2, abordando el concepto de semirrecta. En esta instancia, analizamos las diferencias entre recta y semirrecta. Para ayudarlos a comprender la diferencia entre dirección y sentido trabajamos con la actividad n^o3, presentando un archivo animado de GeoGebra con la imagen del auto realizando su recorrido por la ruta, como se muestra en la figura 3.5.

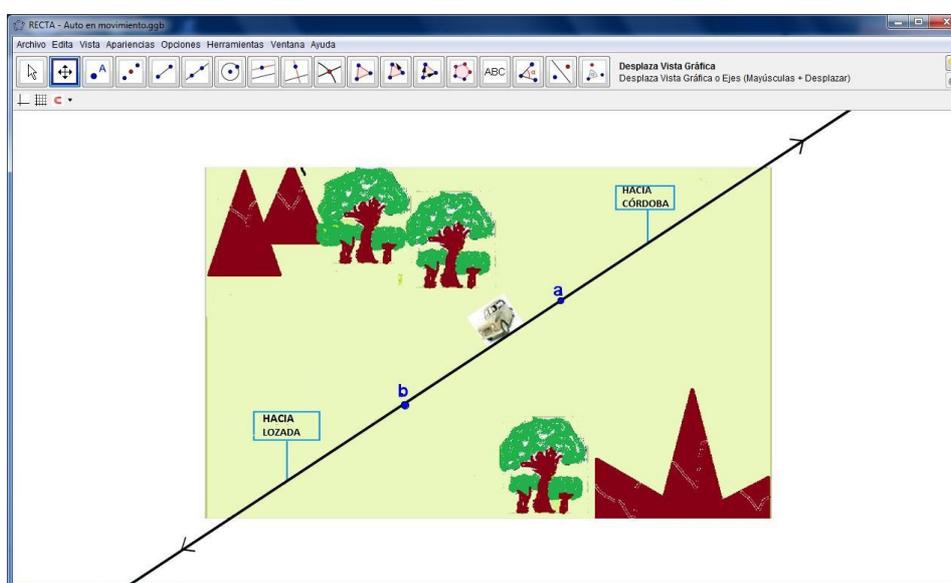


Figura 3.5: Archivo de GeoGebra en el que mostramos el auto recorriendo la ruta.

Luego, les hicimos notar que el auto se movía en la misma dirección tanto si se dirigía hacia una ciudad o hacia la otra, ya que circulaba siempre por la misma ruta pero que podía tomar dos sentidos, pues podía dirigirse hacia Córdoba o bien hacia Lozada.

Al finalizar la clase retiramos, en 1^{ro} A, las actividades n^o2 y n^o3 y en 1^{ro}B las actividades n^o1, n^o2 y n^o3.

3.2.5.1.3. Clase n^o3.

1^{ro}A (40')

1^{ro}B (80')

En 1^{ro}B iniciamos la clase realizando la presentación n^o1. Llegamos a formalizar a través de la misma los temas plano, punto, recta, semirrecta, semirrectas opuestas, segmento y segmentos consecutivos.

En 1^{ro}A continuamos con la presentación n^o1 que habíamos comenzado la clase anterior, retomándola desde la definición de semirrecta y avanzando con la formalización de la noción

de semirrectas opuestas. En este punto, los alumnos reconocieron que los recorridos que realizaría Juan para ir al centro y hacia la Plaza España en la actividad nº2 tenían sentidos opuestos. Analizamos también que dichos recorridos compartían un mismo punto de origen. Esto nos permitió presentar la definición de semirrectas opuestas.

Luego, continuamos trabajando con la noción de segmento. En primer lugar, observamos los recorridos realizados por Ana y Sol pedidos en el ítem b) de la actividad nº1, como lo exponemos en la figura 3.6 y llegamos a la conclusión de que en ellos quedaban determinados diversos segmentos.



Figura 3.6: Filmina en la que mostramos unos de los trayectos elegidos por los alumnos para Ana y Sol en el ítem b).

A continuación, analizamos las diferencias entre segmento, recta y semirrecta.

La definición de segmento que les presentamos a los alumnos se muestra en la figura 3.7.



Figura 3.7: Filmina que les presentamos a los alumnos con la definición formal de segmento.

Durante toda esta discusión intentamos conectar esta definición con la que los estudiantes habían aprendido en el nivel primario: *“El segmento es la parte de una recta que tiene principio y fin”*. Notamos que comprender la nueva definición que les estábamos presentando fue particularmente difícil para los alumnos. Para realizar la conexión entre ambas definiciones les preguntamos cual sería el principio y el fin en los segmentos que ellos reconocieron, a lo que respondieron que el principio era desde donde partían las chicas y el fin era donde terminaba el recorrido. Retomando dicha afirmación como válida, les explicamos que esos puntos que ellos llamaban de inicio y de final, en Matemática lo llamábamos extremos. Luego creímos conveniente tomar nuevamente la definición que ellos sabían para relacionar lo que ellos llamaban *“parte de una recta”*, con *“todos los puntos de la recta A que se encuentran entre m y p, incluidos éstos”*.

En ambos cursos al finalizar la clase les entregamos a cada estudiante una fotocopia con el listado de definiciones³ involucradas en estas primeras tres actividades que les habíamos planteado. Luego les dimos la tarea correspondiente para comenzar con el repaso de lo visto durante la clase.

3.2.5.1.4. Clase nº4.

No desarrollamos esta clase debido a que la docente se encontraba con carpeta médica.

3.2.5.1.5. Clase nº5.

1^{ro}A (80')

1^{ro}B (80')

En ambos cursos comenzamos esta clase repasando los siguientes temas: plano, punto, recta, semirrecta, semirrectas opuestas, segmentos. Llevamos a cabo el repaso en el pizarrón, haciendo uso de los elementos de Geometría y tizas de colores. Retomamos las definiciones, representaciones gráficas y la notación de cada una de las nociones geométricas que habíamos tratado. Les pedimos a los alumnos que copiaran este repaso en sus carpetas.

Debido a que en 1^{ro}A habían surgido dudas con la definición de segmento decidimos preparar para esta clase un archivo de GeoGebra, como lo exponemos en la figura 3.8, que permitiría visualizar cada uno de los elementos geométricos que aparecen en dicha definición.

³ Presentamos dicho listado de definiciones en el Anexo B.

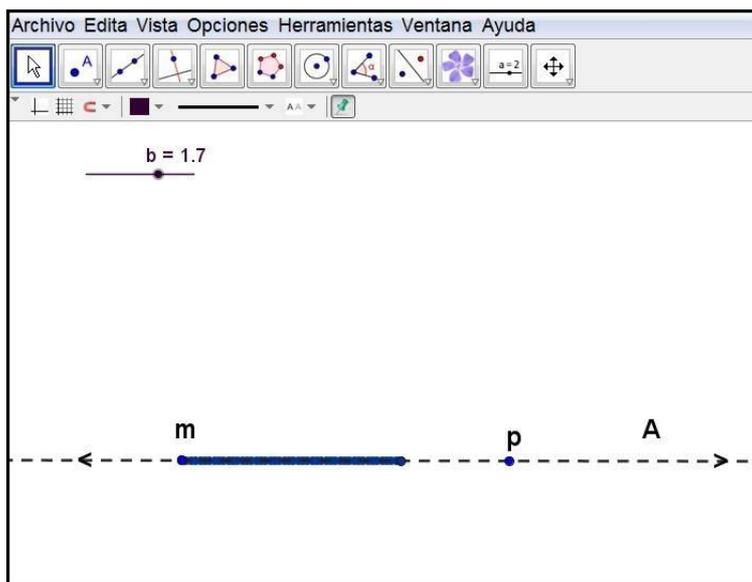


Figura 3.8: Archivo de GeoGebra que utilizamos para trabajar la definición de segmento cuando el deslizador tiene el valor 1.7.

Como se puede observar, en el archivo mostrábamos la recta A , los puntos m y p , y un deslizador que va marcando sobre dicha recta todos los puntos del segmento \overline{mp} . Nótese que en la figura, cuando el deslizador tiene el valor 1.7, sobre la recta A se encuentran marcados solo algunos puntos del segmento \overline{mp} . De esta manera, buscábamos que los alumnos comprendieran la frase “*todos los puntos de la recta A que se encuentran entre m y p , incluidos estos*”, que formaba parte de la definición. El uso de este archivo nos ayudó a aclarar las dudas manifestadas por los estudiantes acerca de dicha frase.

En ambos cursos trabajamos con la clasificación de segmentos consecutivos y no consecutivos. La definición de estas nociones fue motivada por el análisis de los recorridos de Ana y Sol en la primera actividad. Luego, les presentamos a los alumnos algunos ejemplos de segmentos no consecutivos para poder identificar qué condición de la definición de segmentos consecutivos no se cumplía en tales casos. Este análisis fue una tarea ardua para los estudiantes y generó bastante discusión en el aula. En las figuras 3.9, 3.10 y 3.11 exponemos las filminas presentadas.

Establecimos en primer lugar, cuáles eran las dos características que cumplen dos segmentos consecutivos: compartir solo un extremo y estar en la misma recta. A partir de ello discutimos con los alumnos en cada ejemplo cuál o cuáles de estas características no se cumplían. Con respecto al primer ejemplo de la figura 3.10 los estudiantes reconocieron rápidamente que dichos segmentos no estaban sobre la misma recta. En el segundo ejemplo de la misma figura, algunas respuestas de los alumnos fueron “los segmentos no tienen el mismo origen”, “no tienen un punto en común”. Es decir, los estudiantes reconocían cual era la condición que no se cumplía, aunque debimos aclararles que el segmento no tiene un origen, sino que posee dos extremos. Con relación a la segunda respuesta discutimos con los estudiantes si ese punto en común podía ser cualquiera para explicar que debía ser uno de los extremos. El segundo ejemplo de la figura 3.11 fue el más complejo para los estudiantes, ya que algunos alumnos consideraban que los segmentos no estaban sobre la misma recta. Otros consideraban que eran consecutivos porque ambos compartían el punto b . Debimos hacerles notar que no sólo

compartían dicho punto sino también todos los que se encontraban entre p y b, siendo esto lo que justificaba que no eran consecutivos.



Figura 3.9: Filmina en la que le presentamos a los alumnos la definición formal de segmentos consecutivos.

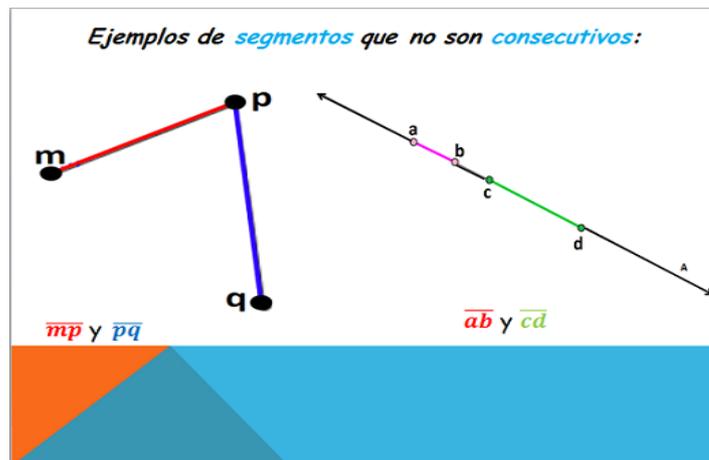


Figura 3.10: Filmina en las que le presentamos a los estudiantes los dos primeros ejemplos de segmentos no consecutivos.

En 1^oA resolvimos en el pizarrón, a partir de la participación de los alumnos, una de las actividades de la tarea que requería la construcción de un segmento consecutivo a uno dado. Luego, les pedimos a los alumnos que completaran el ejercicio en la fotocopia.

En 1^oB, les pedimos a los alumnos que formaran nuevamente los grupos y comenzaran con la actividad n^o4 en la que pretendíamos que ellos pudiesen explorar los conceptos de rectas paralelas y perpendiculares. Los estudiantes pudieron resolver sin dificultad la misma.

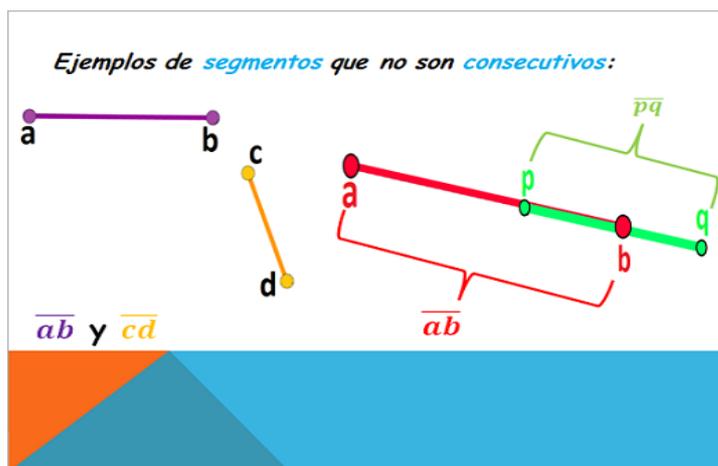


Figura 3.11: Filmina en las que le presentamos a los alumnos otros dos ejemplos de segmentos no consecutivos.

Al finalizar la clase, retiramos la tarea que habíamos dejado la clase anterior para corregirla. Entregaron dicha tarea 9 alumnos en 1^{ro}B y 15 en 1^{ro}A.

Algunas observaciones que realizamos acerca de dicha tarea fueron las siguientes:

- Trazaban correctamente los segmentos. En algunos casos trazaban las rectas y semirrectas sin las flechas.
- Con respecto a la notación de rectas, semirrectas y segmentos algunos la escribían correctamente e identificaban las dos formas en que se podía denotar una recta (por ejemplo \overleftrightarrow{pq} ó \overleftrightarrow{qp}) y un segmento (por ejemplo \overline{ab} ó \overline{ba}). En otros casos confundían las mismas o se olvidaban de los símbolos \leftrightarrow , \rightarrow y $\bar{}$.
- Cuando les pedíamos trazar un segmento sobre una recta algunos lo dibujaban correctamente y otros colocaban sólo los extremos del mismo.
- Cuando debían trazar un segmento consecutivo al dado, algunos lo trazaban correctamente y en otros casos lo dibujaron perteneciente al segmento dado.

Las producciones de los alumnos en las primeras tareas dadas nos permitieron reflexionar acerca de que los ejercicios planteados en las mismas eran de carácter diferente a las actividades que se venían desarrollando en el aula. Creemos que tal vez esto generó confusiones en los estudiantes por lo que decidimos elaborar una tarea complementaria con ejercicios de la misma naturaleza que las realizadas en clase. Entregamos dicha tarea al finalizar esta clase.

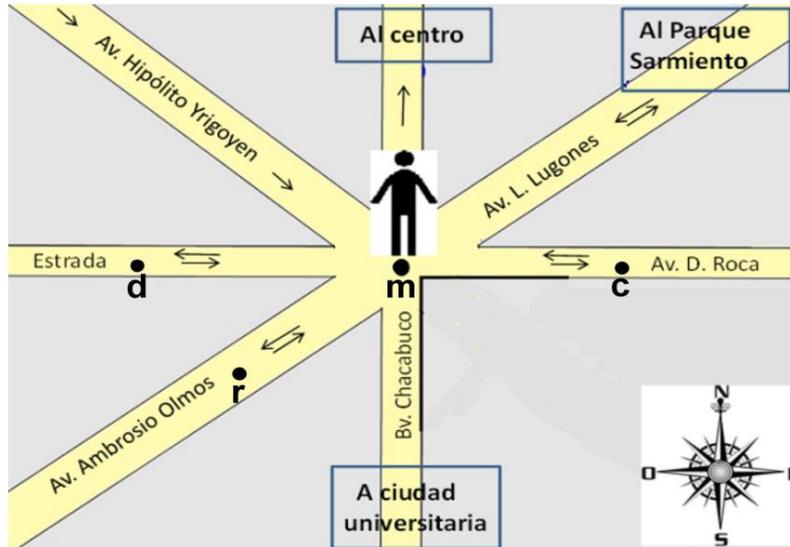
En el aula realizamos una puesta en común de dichas tareas y resolvimos algunos de los ejercicios en el pizarrón. Los enunciados de las actividades eran los siguientes:

➤ **Tarea complementaria.**

Actividad nº1: Observar el siguiente plano y luego realizar las consignas.

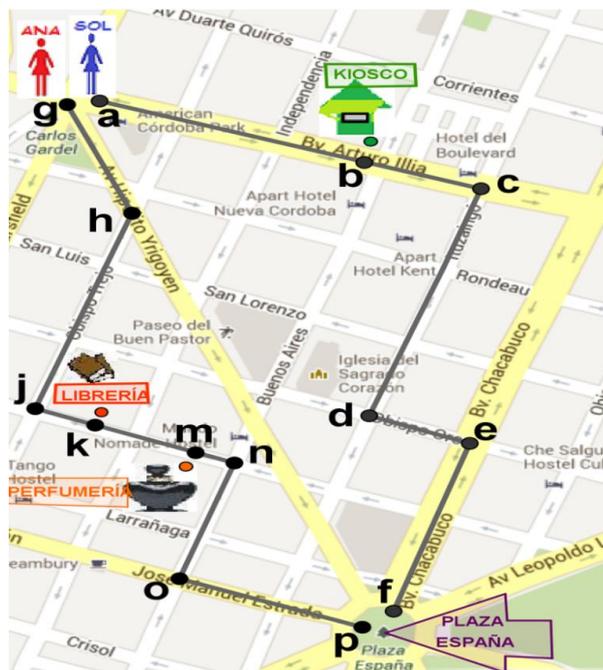
- Trazar la recta que pasa por los puntos m y r. Nombrarla.
- Trazar la semirrecta con origen en el punto m, que pasa por el punto d. Nombrarla.
- Trazar la semirrecta con origen en el punto m, que pasa por el punto c. Nombrarla.

d) Las semirrectas que trazaste en los ítems b) y c), ¿son opuestas? ¿Por qué?



Actividad nº2: En el siguiente plano se muestra uno de los posibles recorridos que realizaron Ana y Sol. Observar el plano y realizar las siguientes consignas.

- a) Identificar dos segmentos en el recorrido de Sol y dos segmentos en el recorrido de Ana. Nombrar los cuatro segmentos que identificaste.
- b) Identificar los segmentos consecutivos que aparezcan en el recorrido que realizó Sol. Nombrarlos.
- c) Identificar los segmentos consecutivos que aparezcan en el recorrido que realizó Ana. Nombrarlos.
- d) Los segmentos \overline{gh} y \overline{hj} , ¿son consecutivos? ¿Por qué?
- e) Los segmentos \overline{jk} y \overline{mn} , ¿son consecutivos? ¿Por qué?
- f) Nombrar dos segmentos que no sean consecutivos y explicar por qué no son consecutivos.

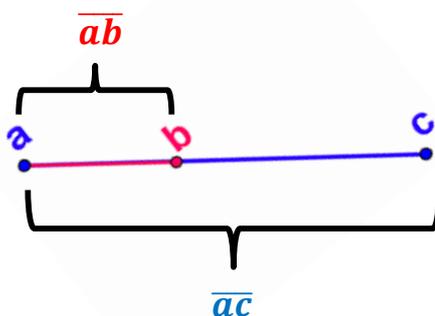


3.2.5.1.6. Clase nº6.

1^{ro}A (40')1^{ro}B (80')

En ambos cursos iniciamos la clase conversando con los alumnos acerca de la importancia de entregar la tarea. Resaltamos que estas actividades eran importantes para que ellos pudiesen comunicarnos tanto sus dudas como los contenidos que ya manejaban.

También corregimos la definición de segmentos consecutivos que habíamos presentado durante la formalización de los contenidos y que figuraba en la fotocopia entregada. La definición original era la siguiente: “Diremos que dos **segmentos** son **consecutivos** si tienen un extremo en común y están en la misma recta”. Según esta definición el par de segmentos \overline{ab} y \overline{ac} , sería consecutivo:



Evidentemente los segmentos \overline{ab} y \overline{ac} no son consecutivos por lo que tomamos la decisión de modificar la definición de la siguiente manera: “Diremos que dos **segmentos** son **consecutivos** si **sólo** tienen un extremo en común y están en la misma recta”. Para ello escribimos dicha definición en el pizarrón y les indicamos a los alumnos que la corrigieran en la fotocopia de las definiciones que les habíamos entregado clases anteriores.

En el curso de 1^{ro}B, luego procedimos a revisar la primera de las tareas que habíamos dado, resolviendo en el pizarrón un ítem de cada uno de los ejercicios. Para ello, copiamos el ejercicio en el pizarrón y le comentamos a todo el curso las distintas formas en las que habían sido resueltos. Luego, les preguntábamos qué opinaban de esta forma de resolución. A través de los diálogos que se originaron, los mismos estudiantes pudieron consensuar cual era el modo correcto de resolver cada actividad. Les solicitamos que registraran en sus carpetas lo que escribíamos en el pizarrón.

A continuación, les pedimos a los alumnos que formaran los grupos para comenzar a trabajar con la actividad nº4. Les dimos 10 minutos para finalizar con dicha actividad. Una vez transcurrido el tiempo pautado realizamos la puesta en común de la misma.

Con esta actividad pretendíamos que los estudiantes pudiesen explorar las nociones de rectas paralelas y perpendiculares.

Los alumnos resolvieron fácilmente el ítem a), todos ellos reconocieron que José y Luis se encontrarían en algún momento.

En el ítem b) algunas respuestas de los estudiantes fueron:

- ✓ “José y Luis no se van a encontrar en ningún momento porque José va hacia el este y Luis hacia el sur”.
- ✓ “No se encontrarán por que caminan en distintas direcciones”.

Para el ítem c) todas las respuestas surgieron rápido. Algunas de ellas fueron:

- ✓ “No porque son calles paralelas”.
- ✓ “José y el ciclista no se podrán encontrar porque van en paralelo”.
- ✓ “José y el ciclista no podrán encontrarse porque van por distintas calles”.

En estas respuestas, que eran las esperadas por nosotras, pudimos observar que los alumnos tenían ya alguna noción de rectas paralelas y perpendiculares, lo cual recuperaríamos en la formalización matemática que realizaríamos posteriormente. En la figura 3.12 exponemos el trabajo de uno de los grupos donde podemos observar algunas de las respuestas mencionadas anteriormente.

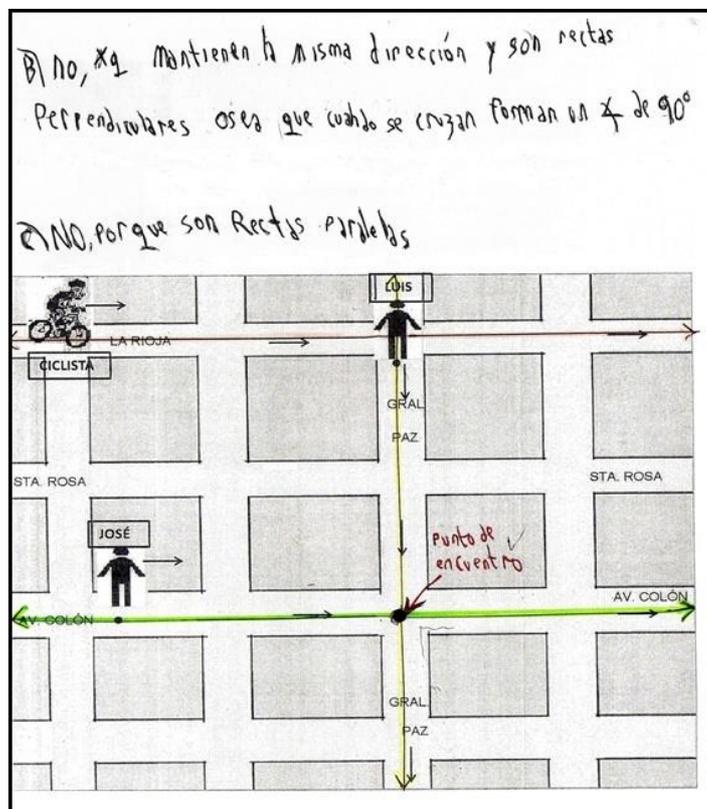


Figura 3.12: Trabajo de un grupo de alumnos donde presentaron las respuestas a los ítems b) y c) de la actividad n°4.

Al finalizar la clase en 1^{ro}A retiramos la tarea complementaria para corregir, mientras que a los alumnos de 1^{ro}B les entregamos esta tarea con el fin de que la realicen para la clase siguiente. En ambos cursos retiramos, además, la actividad n°4 de un integrante de cada grupo con lo trabajado durante la clase.

3.2.5.1.7. Clase nº7.

1^{ro}A (80')1^{ro}B (40')

En ambos cursos entregamos las copias de la actividad nº4 que habíamos retirado la clase anterior y en 1º A entregamos, además, la tarea complementaria corregida. Luego, los estudiantes trabajaron en grupos con la actividad nº5. A partir de la misma perseguíamos que los alumnos aprendiesen a usar el transportador y, a través de dicha herramienta, abordar las nociones básicas para clasificar los ángulos según su medida y según las relaciones entre ellos. Además, buscábamos que pudiesen explorar la propiedad que establece que los ángulos determinados por dos rectas perpendiculares miden lo mismo. Este hecho nos permitiría establecer relaciones con la actividad nº4, en la que los estudiantes exploraron la noción de rectas perpendiculares. En ambos cursos los alumnos finalizaron rápidamente la actividad nº5 debido a que ya tenían algunos conocimientos acerca del tema de ángulos. Después de algunas consultas, los estudiantes pudieron utilizar fácilmente el transportador.

Los alumnos pudieron reconocer algunas de las relaciones entre los ángulos. Fue un desafío para ellos expresarlo de forma escrita. Los ayudamos sugiriéndoles que trataran de nombrar dichos ángulos. Considerábamos que de esta manera facilitaríamos la escritura de sus argumentaciones. Algunos grupos siguieron nuestra sugerencia. Exponemos sus producciones en la figura 3.13. En dicho caso les explicamos que nombraríamos a los ángulos con tres letras minúsculas, que representaban puntos, uno de los cuales era el vértice y los otros dos serían puntos pertenecientes a cada lado del ángulo. Además, les aclaramos que el vértice debía nombrarse en segundo lugar (estar en el medio), mientras que era indistinto cuáles de los puntos pertenecientes a los lados del ángulo nombraríamos en primer o en último lugar. Por otra parte, uno de los grupos nombró los ángulos con una sola letra minúscula como exponemos en la figura 3.14. Como la notación para los ángulos era algo que trataríamos durante la formalización de estas nociones, estos tipos de notaciones se tomaron como válidos durante la clase.

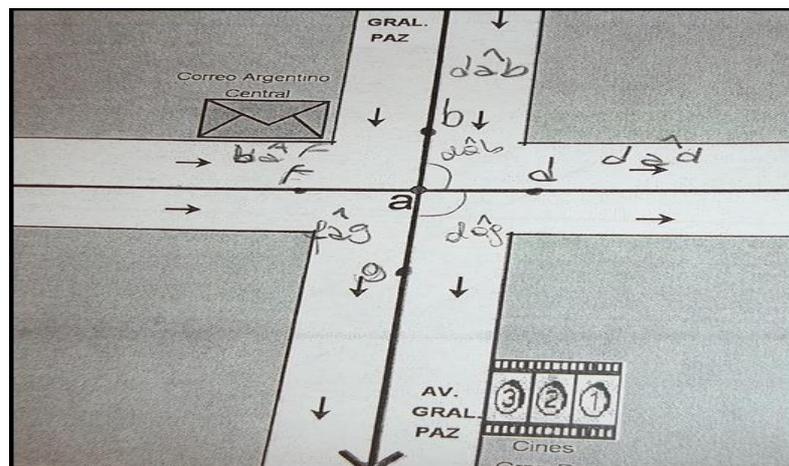


Figura 3.13: Plano nº1 de la actividad nº5 en la que un grupo de alumnos utilizó la notación de ángulos con la que finalmente trabajaríamos.



Figura 3.14: Plano n°1 de la actividad n°5 en la que se observa la notación utilizada por un grupo de alumnos para escribir sus respuestas.

En 1^oB, finalizamos la clase en este punto. Retiramos las producciones de cada grupo para retomar el trabajo de los alumnos en la segunda recuperación formal de los contenidos. También retiramos la tarea complementaria. En ambos cursos, notamos algunos cambios positivos en relación a las observaciones que habíamos realizado en la tarea anterior:

- ✓ La mayoría utilizó la notación correcta para rectas, semirrectas y segmentos.
- ✓ Identificaban segmentos consecutivos y no consecutivos.
- ✓ Daban sus argumentaciones acerca de si los segmentos dados eran consecutivos o no, como también si las semirrectas marcadas eran opuestas o no. Basaban dichas argumentaciones en la definición formal o en explicaciones con sus propias palabras, completándolas a veces con un ejemplo.

En 1^oA, luego de trabajar con la actividad n°5, realizamos la corrección en el pizarrón de la primera tarea. La modalidad de dicha corrección fue similar a la que llevamos a cabo en 1^oB, durante la clase n°6.

Luego, iniciamos con la presentación en power point n°2 para la recuperación formal de los contenidos explorados a través de las actividades n°4 y n°5. Desarrollamos esta presentación siguiendo la misma modalidad que en la anterior. Comenzamos analizando la actividad n°5, ya que, a partir de la noción de ángulo recto y la relación de ángulos opuestos por el vértice, podríamos anclar luego el concepto de rectas perpendiculares (actividad n°4); considerando que éstas determinan entre sí, cuatro ángulos rectos, formando a su vez dos pares de ángulos opuestos por el vértice.

Dialogamos con los estudiantes acerca de qué es un ángulo. Una de las ideas planteadas por los alumnos fue que un ángulo era la apertura de dos semirrectas, mientras que otras respuestas se relacionaban con el “arquito” que se le suele dibujar al ángulo. Tomamos dichas ideas como válidas ya que consideramos que estaban vinculadas con la representación visual que los estudiantes tenían sobre el tema. Hicimos hincapié sobre todo en lo de la “apertura” de dos semirrectas para afirmar que en realidad un ángulo es la “unión” de dos semirrectas. Como fruto de estas discusiones presentamos la definición formal de la noción.

Después, continuamos mostrando en las filminas las medidas que tenían los ángulos que se encontraban en la actividad, para abordar el tema de clasificación de ángulos. Los alumnos reconocieron fácilmente los ángulos agudos, rectos y obtusos. El ángulo nulo no surgió en la actividad por lo que les presentamos a los estudiantes un archivo de GeoGebra donde un auto y un ciclista realizaban sus recorridos, yendo el ciclista detrás del auto. Con esto queríamos mostrar que los recorridos eran coincidentes y por lo tanto el ángulo determinado por estas rectas era nulo.

3.2.5.1.8. Clase nº8.

1^{ro}A (80')

1^{ro}B (80')

En 1^{ro}A comenzamos realizando un repaso de lo visto en la clase anterior, registrándolo en el pizarrón. Luego continuamos con la presentación nº2 iniciada la clase pasada. Retomamos la definición de ángulo nulo y continuamos analizando las relaciones entre los ángulos, en este caso, opuestos por el vértice. Llegados a este punto pudimos ver que los alumnos podían reconocer visualmente los ángulos opuestos por el vértice.

En la figura 3.15 exponemos la filmina que utilizamos en esta instancia, en la que mostramos un par de ángulos opuestos por el vértice, la definición y la notación correspondiente.

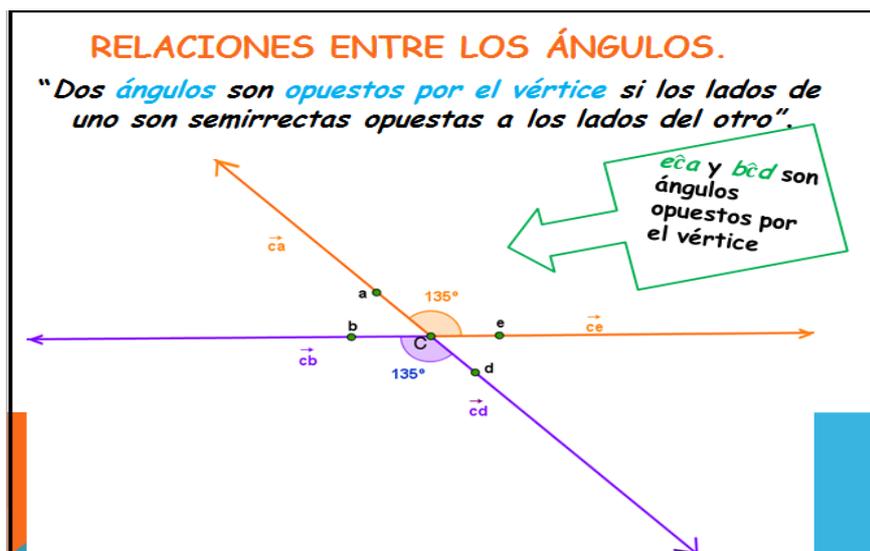


Figura 3.15: Filmina que les presentamos a los alumnos para formalizar el concepto de ángulos opuestos por el vértice.

mismo van a ser opuestos por el vértice. Además les pedimos que recordaran la definición que les habíamos dado o se las decíamos para que pudiesen relacionarla con los ángulos que estaban trabajando.

Con respecto al ítem c), algunas respuestas de los estudiantes fueron: “las rectas se tienen que cruzar”, “las calles se deben cruzar” y “las rectas se tienen que cortar en un punto”. Dichas respuestas surgieron debido a que casi todos los alumnos trazaron recorridos que se cortaban. Estas respuestas eran del tipo de las que esperábamos cuando planificamos la actividad.

En 1^{ro}A realizamos un cierre de la actividad. En el mismo los estudiantes contaron qué trayectos habían trazado y realizamos un dibujo en el pizarrón de una de las respuestas de los alumnos. Resaltamos que la mayoría había realizado recorridos que se cortaban y que de esa forma quedaban determinados ángulos opuestos por el vértice. Les preguntamos acerca de las medidas de los ángulos determinados por dichos trayectos, a lo que argumentaron que como eran ángulos opuestos por el vértice, éstos median lo mismo. Además, retomamos la definición de dichos ángulos.

3.2.5.1.9. Clase n^o9.

1^{ro}A (40')

1^{ro}B (80')

Iniciamos la clase de 1^{ro}B, pautando la fecha de evaluación con los alumnos. La incorporamos en el calendario de evaluación del curso y escribimos en el pizarrón los temas que estarían incluidos en la misma.

A continuación, realizamos la puesta en común de la actividad de corte n^o1. Para ello recordamos la definición que les habíamos presentado en aquella clase: **“Dos ángulos son opuestos por el vértice si los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro”**. Luego, analizamos un ejemplo en el que habían surgido dudas durante la resolución de la actividad. Para explicar la inquietud que los alumnos habían planteado, expondremos la situación que presentamos en la figura 3. 16.

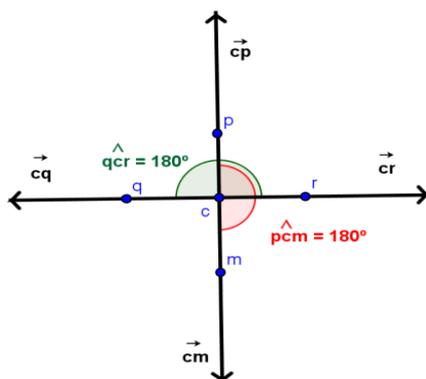


Figura 3.16: Ejemplo que muestra una inquietud planteada por algunos alumnos durante la resolución de la actividad de corte para ángulos opuestos por el vértice.

Algunos de los alumnos decían que, como las semirrectas $\overrightarrow{c\hat{q}}$ y $\overrightarrow{c\hat{r}}$ son opuestas, al igual que las semirrectas $\overrightarrow{c\hat{p}}$ y $\overrightarrow{c\hat{m}}$, entonces los ángulos $q\hat{c}r$ y $p\hat{c}m$, respectivamente, son opuestos por el vértice. Les explicamos que, si bien los pares de semirrectas que estaban nombrando eran opuestas, éstos no eran los pares de semirrectas que debían observar para analizar la relación de opuestos por el vértice entre dos ángulos. Resaltamos que los pares de semirrectas que debían considerar tenían que pertenecer a ángulos diferentes, es decir, que no debían representar lados de un mismo ángulo. Luego, les mostramos en el pizarrón el ejemplo que exponemos en la figura 3.17, para completar la explicación.

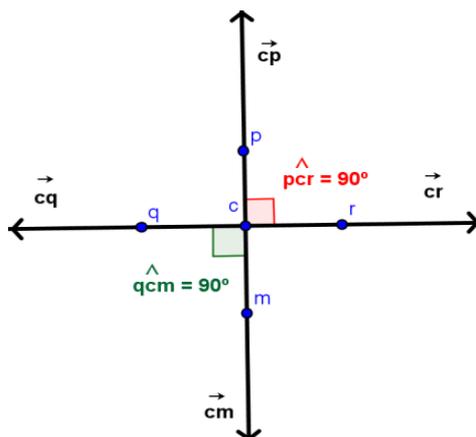


Figura 3.17: Ejemplo expuesto en el pizarrón.

En este caso, les indicamos a los estudiantes que si consideraban los ángulos $q\hat{c}m$ y $p\hat{c}r$, las semirrectas $\overrightarrow{c\hat{q}}$ y $\overrightarrow{c\hat{r}}$ son opuestas, al igual que $\overrightarrow{c\hat{p}}$ y $\overrightarrow{c\hat{m}}$. Además, agregamos que en ese caso cada par de semirrectas mencionadas corresponden a lados de ángulos distintos, con lo cual se puede afirmar que los ángulos $q\hat{c}m$ y $p\hat{c}r$ son opuestos por el vértice.

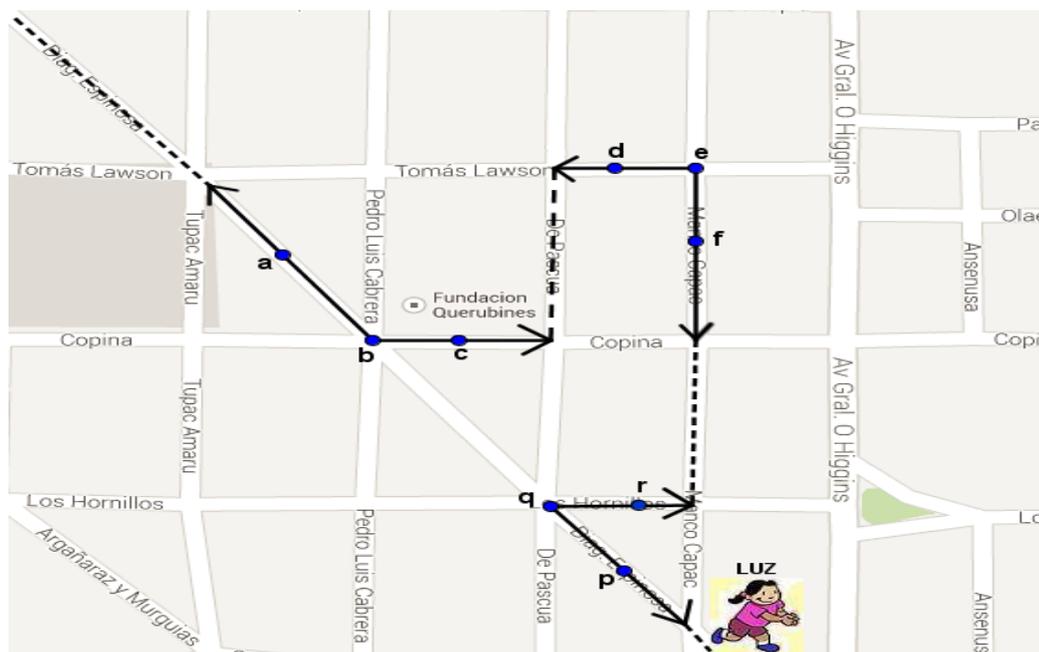
Luego de aclarar la inquietud anterior, continuamos con la presentación n°2, avanzando hasta la definición de ángulos suplementarios. Antes de trabajar con la actividad de corte n°2 que habíamos elaborado para aplicar dicha definición, les aclaramos a los alumnos que los ángulos suplementarios, no necesariamente deben ser adyacentes y les dimos un ejemplo de dos ángulos suplementarios no adyacentes en el pizarrón. A continuación, trabajamos con la actividad de corte n°2 y posteriormente realizamos la correspondiente puesta en común de dicha actividad.

➤ **Actividad de corte n°2.**

RELACIONES ENTRE ÁNGULOS: SUPLEMENTARIOS.

Actividad: En el siguiente plano se muestra el recorrido que realizó Luz cuando salió a correr. Realiza las siguientes consignas:

- Midan los ángulos $a\hat{b}c$, $d\hat{e}f$ y $p\hat{q}r$ que quedan determinados por el recorrido de Luz.
- ¿Cuánto mide el ángulo suplementario a $a\hat{b}c$, $d\hat{e}f$ y $p\hat{q}r$? Dibújalos.



En el caso de 1^oA iniciamos la clase con la presentación n^o2, repasando la definición de ángulos opuestos por el vértice y avanzando hasta la formalización de ángulos suplementarios. Luego, los alumnos realizaron la actividad de corte n^o2. Algunas observaciones sobre la misma fueron:

- ✓ La mayoría medía los ángulos correctamente. En los casos en que tenían dudas acerca del uso del transportador les explicamos cómo utilizar dicha herramienta.
- ✓ Reconocían correctamente el ángulo suplementario.
- ✓ En algunos casos dibujaron los ángulos sobre el plano y en otros, en hoja aparte. Probablemente esta situación se haya dado debido a la complejidad que presentaba dibujar los ángulos sobre las calles del mapa.

En este curso no llegamos a hacer la puesta en común de dicha actividad.

Al finalizar la clase, en ambos cursos entregamos el listado de definiciones³ correspondiente a los temas que abordamos en esta segunda etapa de formalización, junto a un conjunto de actividades de tarea. Extrajimos estos ejercicios del cuadernillo utilizado habitualmente por la profesora. Los mismos estaban relacionados con las nociones que habíamos abordado hasta el momento. Decidimos trabajar con este tipo de actividades, debido a que consideramos necesario evaluar si los alumnos podían trabajar con las nociones desarrolladas en un contexto fuera de los mapas. En este sentido, buscábamos que trabajaran en un contexto intra – matemático.

Tarea.

Actividad n^o1:

- A.** En cada caso, marcar tres puntos en la hoja, **a**, **b** y **c**, de manera que al trazar el ángulo $\hat{a}bc$ éste:

- a) Sea llano.
- b) Sea obtuso.
- c) Sea recto.
- d) Sea agudo.
- e) Sea nulo.

B. Observa los siguientes ángulos y realiza las consignas:

- Nombra y marca en cada una de las siguientes figuras, en caso de que existan, un ángulo de cada tipo: agudo, obtuso, llano y recto. Escribir las respuesta teniendo en cuenta el siguiente ejemplo:

En la figura nº2, el ángulo $\hat{h}\hat{j}$ es agudo.

- Identifica los ángulos opuestos por el vértice y suplementarios en cada figura.

Escribe tu respuesta teniendo en cuenta el siguiente ejemplo:

En la figura nº1, el ángulo $\hat{a}\hat{e}\hat{c}$ es opuesto por el vértice con $\hat{b}\hat{e}\hat{d}$.

En la figura nº3, el ángulo $\hat{p}\hat{o}\hat{q}$ y $\hat{p}\hat{o}\hat{m}$ son suplementarios.

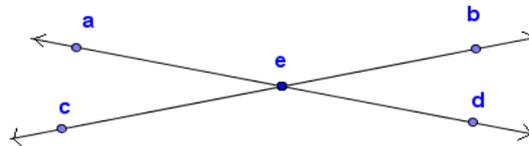


Figura nº1

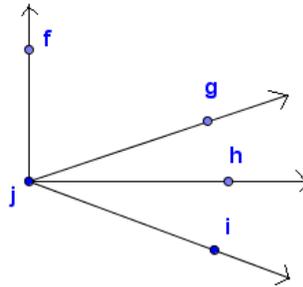


Figura nº2

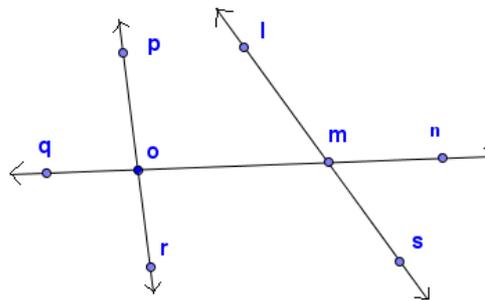


Figura nº3

C. Marcar todos los posibles ángulos rectos que se pueden trazar con lado \vec{op} .



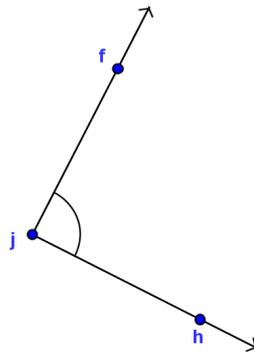
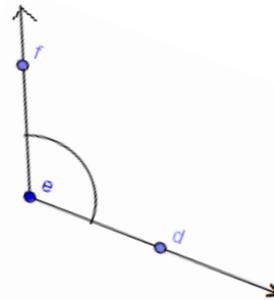
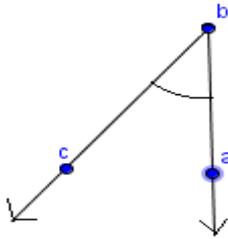
Actividad nº2:

A. Completar la siguientes frases:

a) El suplemento de un ángulo agudo es

b) Si un ángulo es igual a su suplemento es igual a.....

B. Trazar el suplemento de los siguientes ángulos. Justifica por qué los ángulos que trazaste son suplementarios a los ángulos dados.



3.2.5.1.10. Clase nº10.

1ºA (80')

1ºB (40')

En 1ºA comenzamos la clase entregando una fotocopia con la fecha y los temas de la evaluación, que los alumnos debían pegar en el cuaderno de comunicados o en la carpeta. En 1ºB les indicamos a los alumnos que modificaríamos la fecha que habíamos pautado para la evaluación. A continuación, registramos la nueva fecha en el pizarrón y les pedimos a los estudiantes que la anotaran en sus carpetas.

Luego hicimos, en 1ºA, un cierre de la actividad de ángulos suplementarios. En primer lugar, dibujamos en el pizarrón los ángulos que figuraban en el plano y los alumnos participaron diciendo oralmente cuál era la medida de dichos ángulos. Luego, les preguntamos cuánto media el suplementario de cada uno de esos ángulos y los dibujamos en el pizarrón. Además, conversamos acerca de las distintas formas en que los estudiantes habían dibujado dichos ángulos; algunos los construyeron con lado sobre distintas calles. Otros los dibujaron del otro lado de la hoja. Retomando este trabajo discutimos con los alumnos sobre si un ángulo que no sea adyacente podía ser también suplementario. Ellos acordaron que este tipo de ángulo sí era suplementario ya que la definición sólo requiere que la suma de como resultado 180° .

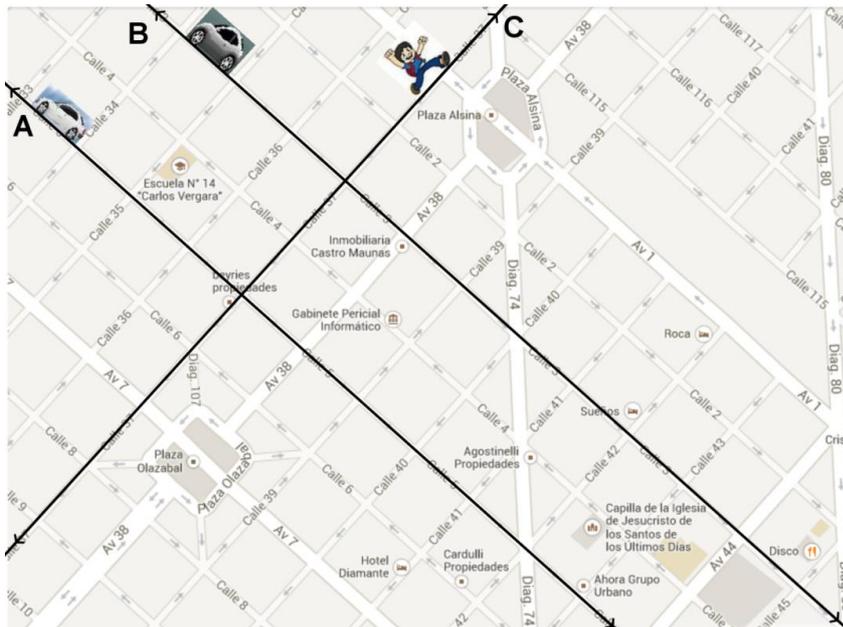
Luego de esta puesta en común finalizamos la presentación n°2. Lo mismo hicimos en 1°B. En ella retomamos el trabajo de los alumnos en la actividad n°4 para abordar, en primer lugar, la noción de rectas paralelas, dando la definición y su respectiva notación. Luego, presentamos la definición de rectas incidentes. Escribimos dicha definición en el pizarrón, junto con un ejemplo de dos rectas incidentes no perpendiculares. Les pedimos a los alumnos que registraran en sus carpetas todo este trabajo. A continuación, introdujimos la definición de rectas perpendiculares como un caso particular de rectas incidentes y presentamos también la notación.

En 1°A, después de terminar la presentación entregamos la actividad para reconocer rectas paralelas y perpendiculares que los alumnos pudieron realizar fácilmente.

➤ **Actividad de Repaso de rectas Paralelas y Perpendiculares.**

Actividad n°1: En el plano que se presenta a continuación aparecen algunas calles de la ciudad de La Plata. Realicen las siguientes consignas:

- Las rectas A y B representan los recorridos que realizaron dos automóviles por las calles 5 Y 9, respectivamente. ¿Qué características presentan dichas rectas?
- La recta C representa el recorrido que realizó Nico para ir desde la escuela hacia su casa. ¿Cómo es la recta C con respecto a la recta A? ¿Y con respecto a la recta B? Justifica y escribe tu respuesta.



Al finalizar la clase, en ambos cursos, procedimos a retirar la tarea que los alumnos debían entregar en esa clase.

3.2.5.1.11. Clase nº11.**1ºA (80')****1ºB (80')**

Para comenzar la clase en 1ºB, les recordamos a los alumnos que en la clase anterior habíamos visto las definiciones de rectas paralelas y perpendiculares y que en esta instancia trabajaríamos con algunas actividades que les permitirían explorar aún más esos contenidos. Luego, les entregamos la actividad elaborada para trabajar el reconocimiento de rectas paralelas y perpendiculares. Leímos en voz alta el enunciado y les dimos a los estudiantes 10 minutos para trabajar. Para finalizar con la actividad realizamos una puesta en común, preguntando sobre lo que habían respondido en cada ítem.

Durante la puesta en común de esta actividad, una alumna la relacionó con la actividad nº4, trabajada en clases anteriores, en la que habían explorado la noción de rectas perpendiculares a través de los recorridos de dos peatones. Lo que manifestó esta estudiante fue que las rectas que aparecían representadas en el plano eran perpendiculares ya que se cortaban en un punto, al igual que sucedería con los recorridos que describían, en esta actividad, el peatón (Nico) y el automóvil. Retomamos entonces ese aporte afirmando que dichos recorridos se cruzarían. Luego preguntamos al resto de los alumnos si esa era la única condición para afirmar que dichas rectas eran perpendiculares, a lo que varios de ellos respondieron que no, ya que además debían determinar entre sí 4 ángulos rectos. Tomando como válida dicha afirmación agregamos que si sólo se consideraba el punto de corte entre las rectas, lo único que podían decir sería que las rectas eran incidentes. En el caso de las rectas A y B, los alumnos decían que éstas eran paralelas ya que los automóviles no se iban a cruzar nunca. Entonces, tomamos un caso de dos calles en las cuales, si se trazaban dos recorridos sobre ellas, éstos no eran paralelos aunque en la imagen del mapa no se cortaban y les preguntamos a los estudiantes si les parecía que tales recorridos serían o no paralelos, a lo que un alumno respondió que no, ya que si se trazaban los recorridos más allá del mapa, los mismos se cortarían. Recuperamos este aporte para explicárselo al resto de los estudiantes y para comparar este recorrido con los que estaban trazados en el plano.

Luego, los estudiantes comenzaron a trabajar con la segunda actividad donde debían construir rectas paralelas y perpendiculares.

En 1ºA comenzamos la clase trabajando con la actividad de construcción. Les comentamos a los alumnos que aprenderían a trazar rectas paralelas y perpendiculares, para luego construir ellos un plano donde se observaran calles paralelas y perpendiculares. El enunciado de la actividad era el siguiente:

➤ **Actividad de construcción de rectas Paralelas y Perpendiculares.**

Actividad nº2: Realiza las siguientes consignas:

- a) Traza una recta. Nómbrala.
- b) Utilizando el instrumento de geometría que creas adecuado, traza rectas perpendiculares a la recta que trazaste en el ítem a). Nómbralas.

- c) Utilizando el instrumento de geometría que creas adecuado, traza rectas paralelas a la recta que trazaste en el ítem a). Nómbralas.

En ambos cursos acordamos que la actividad podía realizarse con el compañero de banco. En esta oportunidad no pautamos con ellos un tiempo determinado para resolverla. Como habíamos pensado dicha actividad con el fin de que los estudiantes pudiesen explorar diferentes métodos de construcción y escribir los pasos que debieron llevar a cabo en cada uno, consideramos que era importante permitirles que tuviesen el tiempo para pensar y analizar cada método así como sus diferentes ventajas y desventajas. Les indicamos, además, que no debían borrar nada de lo que hicieran y que si necesitaban más hojas para trabajar, se les entregarían. Esto con el fin de que los alumnos pudiesen registrar y analizar los diferentes métodos que iban surgiendo. Mientras los alumnos llevaban a cabo la consigna, circulábamos permanentemente por los bancos observando las estrategias que desarrollaban para realizar la construcción, atendiendo a sus preguntas y discutiendo con ellos.

Durante esta exploración surgieron diversos métodos. El más utilizado fue en el que se usaba el transportador para trazar rectas perpendiculares⁴. Los alumnos dibujaban una recta con la regla, marcaban con el transportador un ángulo de 90° por encima de la recta y otro por debajo. Finalmente trazaban con la regla una recta perpendicular uniendo los dos puntos determinados por los ángulos marcados. Les preguntábamos a los alumnos si ellos podrían asegurar que los cuatro ángulos que quedaban determinados medían 90 grados. Los estudiantes lo verificaron midiendo los ángulos y notaron que algunos de ellos no tenían esta medida. Esto nos permitió discutir con ellos las limitaciones de este método vinculadas, sobre todo, con la colocación correcta del transportador. En la figura 3.18 exponemos la construcción de un alumno utilizando dicho método.

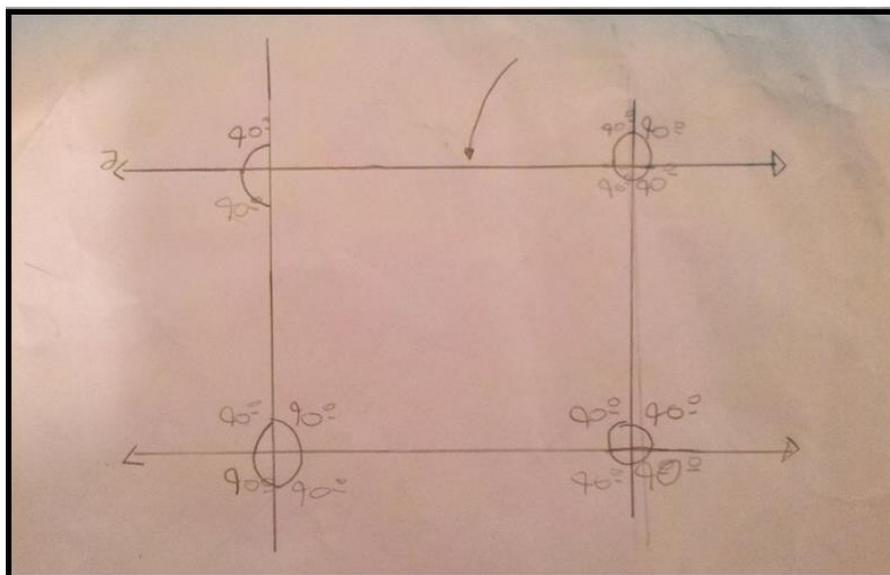


Figura 3.18: Trabajo de un alumno en el que utilizó el método de construcción de rectas perpendiculares con regla y transportador.

⁴ De ahora en más, nombraremos a este método como “método de construcción de rectas perpendiculares con regla y transportador”.

Algunos grupos realizaron la construcción de rectas perpendiculares y paralelas utilizando la regla y la escuadra⁵ como exponemos en la figura 3.19. Para construir las rectas perpendiculares dibujaban en primer lugar una recta usando la regla, luego apoyaban la escuadra sobre la regla y trazaban la recta sobre el otro lado de la escuadra. Para realizar la recta paralela los alumnos deslizaban la escuadra, que estaba fija, hacia la izquierda o derecha, sobre la regla y trazaban sobre el otro lado de la escuadra otra recta. Trabajamos con ellos acerca de las características que presenta la escuadra, en la que reconocían la existencia del ángulo recto, lo cual permite realizar rectas perpendiculares.

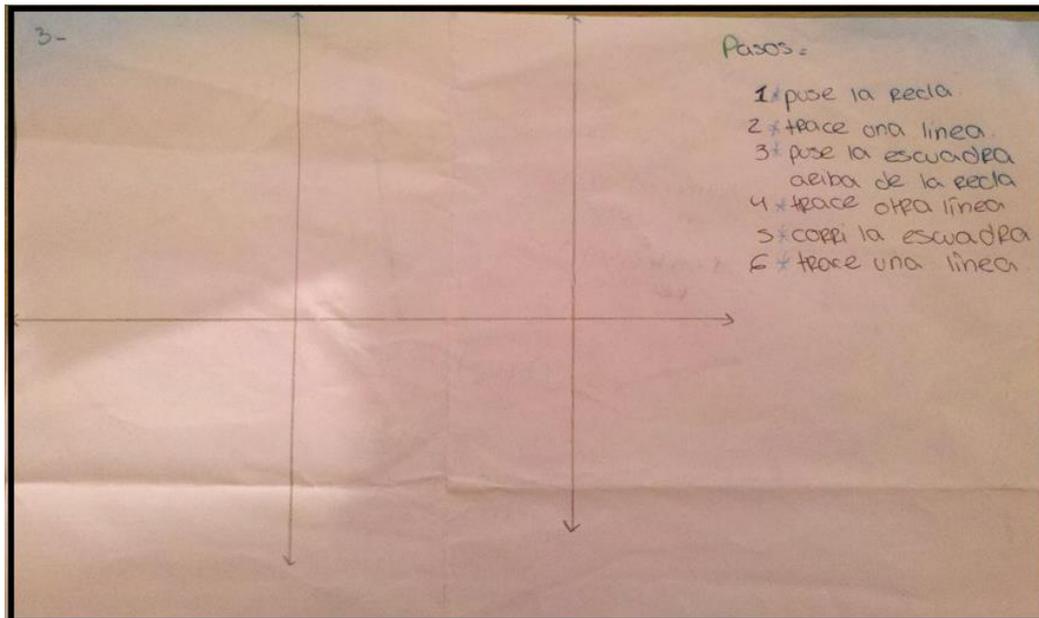


Figura 3.19: Trabajo de un alumno en el que utilizó el método de construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra

Otro grupo realizó la construcción de rectas perpendiculares que exponemos en la figura 3.20. En este caso, las alumnas dibujaron, en primer lugar, una circunferencia con el compás y luego apoyaron el transportador sobre el centro de dicha circunferencia, marcando dos ángulos de 90° , uno hacia la derecha del centro y otro hacia la izquierda. Seguidamente trazaron la recta vertical que pasa por el centro de la circunferencia, usando la base del transportador. Finalmente trazaron con regla la recta perpendicular a la primera, uniendo el punto determinado por el ángulo superior y el centro de la circunferencia.

Algunos alumnos realizaron la construcción de rectas paralelas y perpendiculares utilizando la regla⁶. Para construir las rectas perpendiculares, trazaban primero una recta usando la regla y luego desplazaban la regla colocándola de modo que quedara aproximadamente perpendicular a la recta trazada, haciendo coincidir la marca del centímetro de la regla con la recta. Con la regla en esta posición trazaban la recta perpendicular. Luego verificaban con el transportador que los ángulos que quedaban determinados por las rectas medían 90° . Para

⁵ De ahora en más, nombraremos este método como "método de construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra".

⁶ De ahora en más, nombraremos este método como "método de trazado de rectas paralelas y perpendiculares con regla".

trazar rectas paralelas con regla, colocaban la regla haciendo coincidir el borde inferior de la misma con la recta trazada originalmente y luego trazaban una recta paralela utilizando la parte superior de la regla.

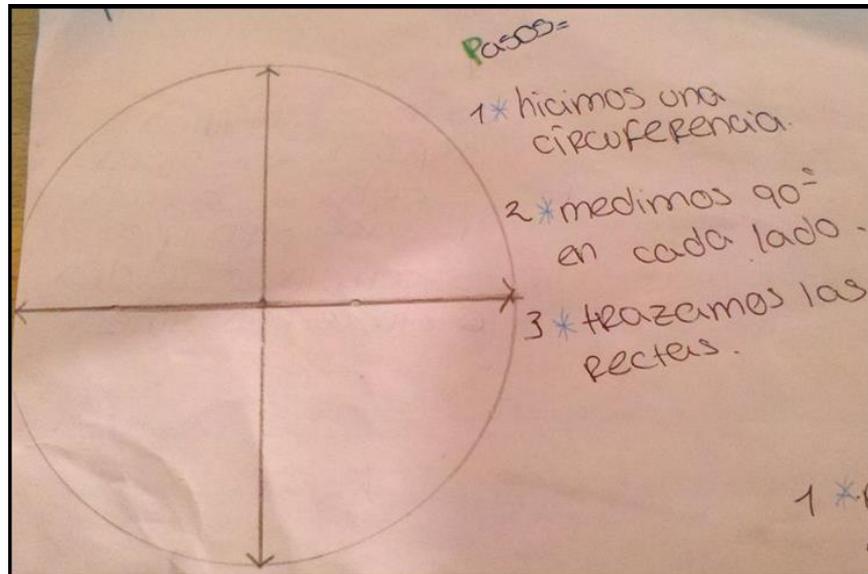


Figura 3.20: Trabajo de un grupo de alumnas que utilizaron compás, transportador y regla para construir rectas perpendiculares.

A los grupos de estudiantes que terminaban en poco tiempo la actividad, utilizado la regla y la escuadra, les fuimos comentando acerca de los demás métodos y trabajamos con ellos analizando sus ventajas y desventajas.

El explicitar y escribir las estrategias que habían elaborado para la construcción fue, al igual que en otras oportunidades, un desafío para los alumnos. En este caso, ellos manifestaban que les resultaba difícil escribir los pasos que habían realizado. Es decir, les resultaba complejo encontrar las palabras para explicar su método. Sin embargo, a partir de nuestra ayuda y recurriendo además a explicaciones con sus propias palabras, lograron dar sus argumentaciones escritas. En las figuras 3.21 y 3.22 presentamos dos explicaciones de las construcciones realizadas por algunos estudiantes.

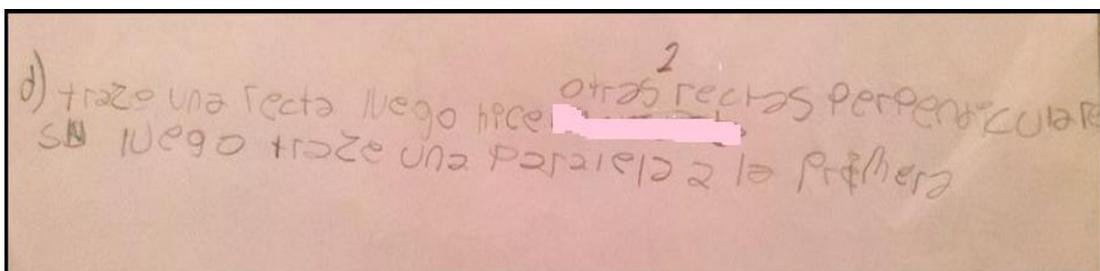


Figura 3.21: Explicación escrita de los pasos realizados por un grupo de alumnos con el método de trazado de rectas paralelas y perpendiculares con regla.

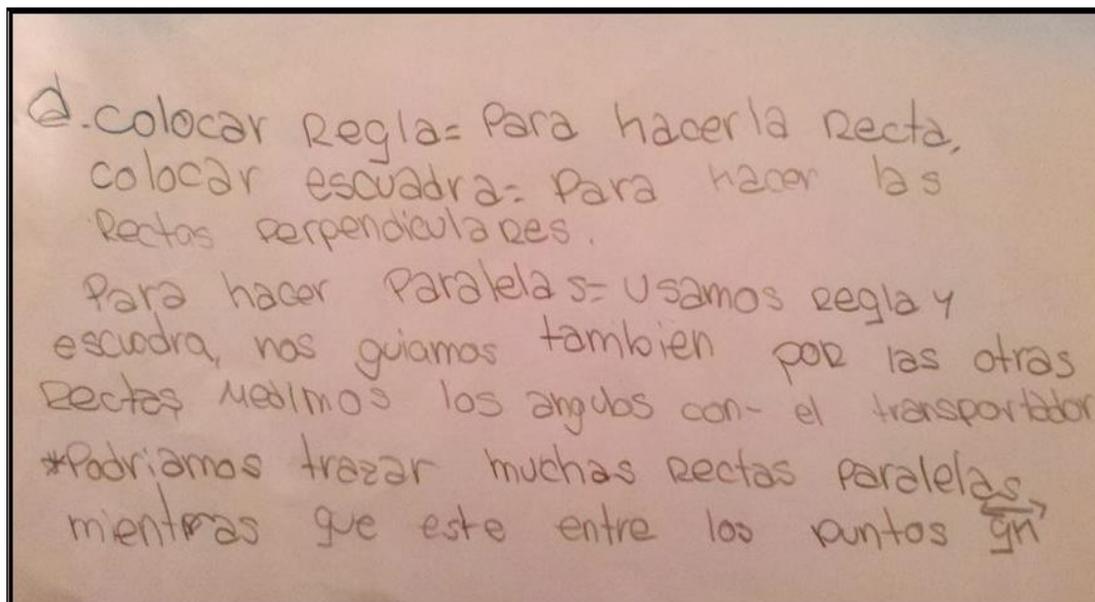


Figura 3.22: Explicación escrita de los pasos realizados por un grupo de alumnos con el método de construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra.

Como puede verse en las figuras, los alumnos lograron distintos grados de detalle en sus escritos. Así, algunos pudieron escribir las ventajas de un método mientras que otros se limitaron a escribir qué tipos de rectas habían trazado sin dar detalles sobre el procedimiento de construcción.

En 1^ºB finalizamos la clase luego de esta actividad exploratoria.

En 1^ºA, continuamos realizando la puesta en común de la actividad destinada al reconocimiento de rectas paralelas y perpendiculares, que no había presentado grandes dificultades para los alumnos. Por último, comenzamos a realizar la puesta en común en el pizarrón de la actividad en la que los alumnos habían explorado distintos métodos para construir rectas paralelas y perpendiculares. Con respecto a la construcción de rectas perpendiculares dos estudiantes se ofrecieron para pasar al pizarrón a contar lo que habían hecho. Uno de ellos había utilizado transportador y regla. El estudiante leyó el texto que había escrito sobre cómo realizar la construcción y luego la realizó en el pizarrón. Discutimos entre todos algunas de las desventajas que presentaba este método. La segunda alumna que pasó al pizarrón había utilizado regla y escuadra. La estudiante realizó la construcción en el pizarrón y comparamos este método con el del alumno anterior. Finalizamos la clase estableciendo que este último método era más rápido y evitaba algunas imprecisiones de paralaje generadas al medir con transportador.

3.2.5.1.12. Clase n^º12.

1^ºA (40')

1^ºB (80')

En 1^ºB comenzamos la clase realizando la puesta en común de la actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares.

En primer lugar, con tiza dividimos el pizarrón en cuatro partes. Luego, les pedimos a algunos de los estudiantes que pasaran a realizar las construcciones que habían efectuado, las cuales fueron:

- ✓ Trazado de rectas paralelas y perpendiculares con regla.
- ✓ Construcción de rectas perpendiculares con regla y transportador.
 - Una variante de la construcción de rectas perpendiculares con regla y transportador, utilizando además, el compás.
- ✓ Construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra.

Describimos estos tipos de construcciones en la clase anterior.

En la figura 3.23 exponemos la construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla realizada por una alumna en el pizarrón.

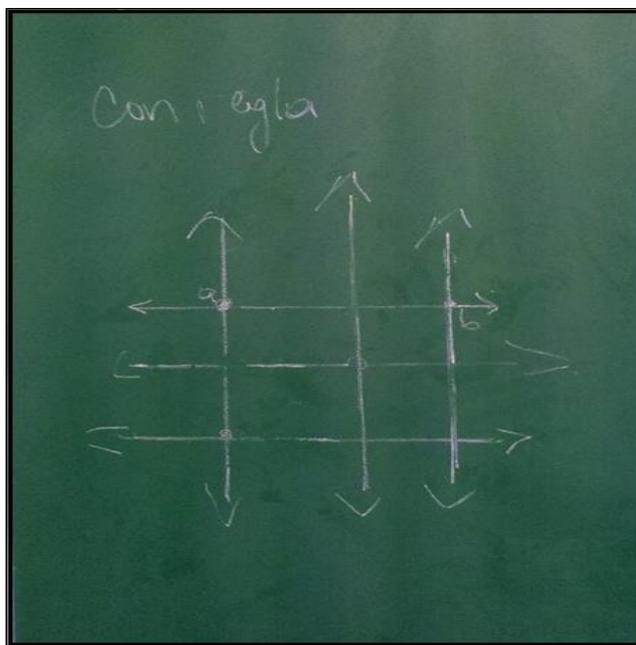


Figura 3.23: Construcción realizada por una alumna en el pizarrón a través del método trazado de rectas paralelas y perpendiculares con regla.

Luego de que la alumna realizara su construcción y contara la misma, resaltamos que había conseguido trazar correctamente las rectas perpendiculares. Además, la desafiamos preguntándole si este método de construcción podría utilizarse si la regla con la que contamos no era graduada. También discutimos entre todos que era posible que una persona no colocase la regla en la posición exactamente perpendicular lo que podría dar lugar a errores. Otra de las situaciones que le planteamos fue qué sucedería con dicho método si se quería trazar la paralela a la recta dibujada pero que pase por un punto alejado de esa recta. Todos coincidimos que al correr la regla hasta dicho punto era difícil asegurar que la regla se mantendría paralela a la recta original. Concluimos, entonces, que el método planteado era útil para una situación particular pero que era difícil generalizarlo para otras situaciones.

La segunda alumna que pasó realizó la construcción de rectas perpendiculares con regla y transportador, como exponemos en la figura 3.24. Si bien todos acordamos que las dos rectas

dibujadas eran perpendiculares, resaltamos que podría resultar complejo si quieramos trazar una cantidad considerable de rectas perpendiculares, lo cual necesitarían si luego querían dibujar un mapa. Otra desventaja que señalamos tenía que ver con el correcto posicionamiento del instrumento, ya que para trazar varias rectas perpendiculares la precisión con que deberían trabajar dificultaría la rapidez en la construcción.

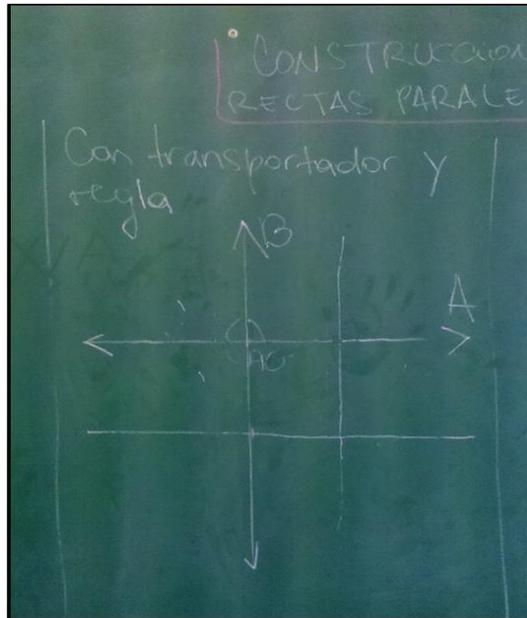


Figura 3.24: Construcción realizada por una alumna en el pizarrón a través del método construcción de rectas perpendiculares con regla y transportador.

En otro grupo de estudiantes surgió el trazado de rectas perpendiculares usando regla y transportador, como se explicó anteriormente, aunque luego dibujaron una circunferencia con centro en la intersección de ambas rectas. Es decir, este método involucraba, además de regla y transportador, el compás para trazar una circunferencia, como exponemos en la figura 3.25. Luego de que la estudiante que pasó al pizarrón realizara dicha construcción, fue complicado para nosotras entender cuál era el motivo de haber trazado la circunferencia. La alumna nos contó que ella había comparado los cuatro arcos de dicha circunferencia determinados por las rectas. Como estimaba que los cuatro tenían la misma longitud, afirmaba que los cuatro ángulos correspondientes medían lo mismo. Si bien la estudiante no había medido con exactitud los arcos, ella intuía que si los cuatro arcos de circunferencia - determinados por los cuatro ángulos formados al construir las rectas perpendiculares - tenían la misma longitud, entonces los ángulos correspondientes a dichos arcos serían, respectivamente, congruentes y en consecuencia, rectos. El hecho de que la alumna pudiese formular esta idea no nos parece de menor consideración, más aun reconociendo que no habíamos pensado en que podía surgir dicha conjetura. A continuación, realizamos un ejemplo en el pizarrón con dos pares de rectas no perpendiculares para verificar que la idea intuitiva de la alumna era válida y explicársela al resto de los estudiantes.



Figura 3.25: Construcción realizada por una alumna en el pizarrón usando transportador, regla y compás.

Con respecto a la construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra, la alumna que pasó a realizar la construcción lo hizo con nuestra ayuda, ya que no era fácil manejar la regla y la escuadra de manera simultánea. En la figura 3.26 exponemos dicha construcción.

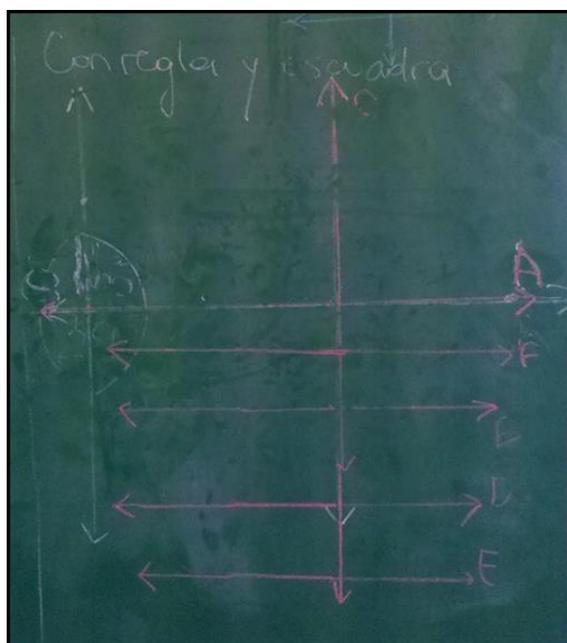


Figura 3.26: Construcción realizada por una alumna en el pizarrón a través del método construcción de rectas paralelas y perpendiculares con regla y escuadra.

En este caso la estudiante realizó, en primer lugar, usando la regla, la recta A. Posteriormente, dejando la regla fija apoyó la escuadra sobre la regla y dibujó la recta C, sobre el lado de la escuadra libre. Siendo C perpendicular a la recta A. Finalmente colocó la regla sobre el lado de

la escuadra libre, dejando a esta última fija y deslizó la escuadra hacia abajo trazando sobre la base de la escuadra rectas paralelas a la recta A.

Discutimos con los estudiantes las diferencias entre estos métodos concluyendo que este último resultaba más práctico para el trazado de rectas paralelas y perpendiculares sobre todo teniendo en mente la idea de construir un mapa. Finalmente, explicamos detalladamente los pasos a seguir para realizar dichas construcciones.

En 1^oA comenzamos la clase realizando un repaso de la puesta en común llevada a cabo al finalizar la clase anterior. Dos alumnos pasaron al pizarrón para realizar la construcción utilizando regla y escuadra. Al igual que en 1^oB, analizamos que este método era el más práctico para construir rectas paralelas y perpendiculares teniendo en mente la idea de construir un mapa. Resaltamos que en este método también era importante colocar correctamente la regla y la escuadra para evitar errores. Acordamos que con esta construcción se continuaría trabajando.

En ambos cursos les preguntamos acerca de las características que presenta la escuadra que permite trazar rectas perpendiculares. Todos ellos pudieron reconocer en la escuadra un ángulo recto y, sabiendo que las rectas perpendiculares determinan ángulos de este tipo, observaron que era uno de los instrumentos más útiles para el trazado de rectas perpendiculares. Resaltamos, entonces, que por sus características estos instrumentos harían posible que el dibujo fuese más exacto y lo pudiesen finalizar más rápido.

A continuación, comenzamos a trabajar con los alumnos en la propiedad que vincula a las rectas paralelas y perpendiculares. Trazamos una recta a la que llamamos A y luego una perpendicular a ésta, a la cual denotamos por C. Luego trazamos rectas paralelas a la recta A y les preguntamos a los alumnos cómo eran ellas en relación con C. Entre todos acordamos que ellas también eran perpendiculares a C. Entonces, enunciamos la siguiente propiedad de las rectas paralelas: “Dos rectas son paralelas si existe una recta perpendicular a ambas”. A continuación les preguntamos: “¿cuántas rectas paralelas a la recta A se podrían construir?” “¿Y cuántas perpendiculares?”, a lo que algunos alumnos respondieron “todas las que yo quiera”. Justificamos esta afirmación recordando que el plano es infinito y las rectas continúan infinitamente en ambas direcciones, por lo tanto siempre se podían seguir trazando rectas paralelas y perpendiculares.

Al final de la clase les entregamos una copia con los pasos para realizar la construcción con regla y escuadra.

Por último, les dimos una tarea, en ambos cursos, en la que debían construir ellos mismos un plano, con ciertas características detalladas en la consigna.

➤ **Tarea de construcción de Planos.**

TAREA: *¡A dibujar!*

¿Qué necesitas? Los elementos de Geometría, lápices de colores, revistas, plasticola y mucha imaginación.

Consigna: Dibuja un plano en el que se observe lo siguiente:

- Algunas calles paralelas y perpendiculares.
- Recorridos que realizan personas, autos, ciclistas o el medio de transporte que prefieras, donde aparezcan:
 - ✓ ángulos nulos, agudos, rectos, obtusos, llanos, suplementarios y opuestos por el vértice;
 - ✓ segmentos consecutivos y no consecutivos;
 - ✓ semirrectas opuestas.

Sugerencia: Puedes hacer dibujos o pegar figuritas de las personas o medios de transporte que utilices.

3.2.5.1.13. Clase nº13.

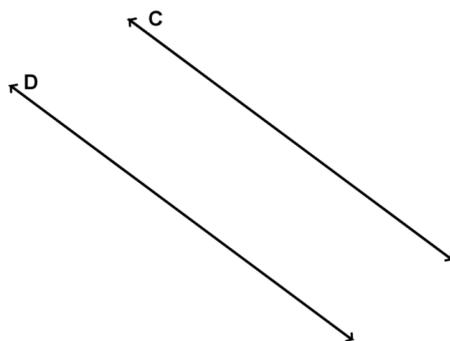
1^{ro}A (80')

1^{ro}B (40')

En 1^{ro}A, debido a que los alumnos se encontraban un poco dispersos al final de la clase anterior, decidimos comenzar en este encuentro con un repaso de lo visto en la dicha clase, es decir, con los métodos de construcción de rectas paralelas y perpendiculares, además de la propiedad que cumplen las rectas paralelas.

En segundo lugar, trabajamos en la siguiente actividad donde debían utilizar la propiedad vista:

Actividad: Observa las siguientes rectas y verifica si son paralelas, utilizando la propiedad que cumplen dichas rectas.



Los alumnos pudieron realizar fácilmente esta actividad. Reconocían que para justificar que las rectas dadas son paralelas debían trazar la perpendicular a una de ellas y verificar que también es perpendicular a la otra recta dada. Para ello medían con el transportador que los ángulos determinados fuesen de 90°. La mayoría, argumentaban por escrito de la siguiente manera: “las rectas son paralelas porque hay una recta perpendicular a C Y D”.

Dedicamos el resto de esta clase a realizar en el pizarrón una revisión para la evaluación. En primer lugar, hicimos un listado en el pizarrón de los temas vistos y les preguntamos a los alumnos acerca de los temas en los que tenían dudas. Luego tomamos los conceptos que ellos consideraban más difíciles y trabajamos con ellos, siendo éstos: recta, semirrecta, semirrectas opuestas, segmentos (definición, notación y trazado), segmentos consecutivos y no consecutivos (definición, notación, reconocimiento y cómo justificar si dos segmentos son consecutivos o no).

Por cada tema recordábamos, junto con los alumnos, la definición. Luego realizábamos la representación gráfica en el pizarrón y repasábamos la notación.

En las figuras 3.27 y 3.28 exponemos una parte del repaso con respecto a segmentos consecutivos y no consecutivos, donde presentamos ejemplos y trabajamos acerca de cómo argumentar en forma escrita si dichos segmentos eran consecutivos o no.

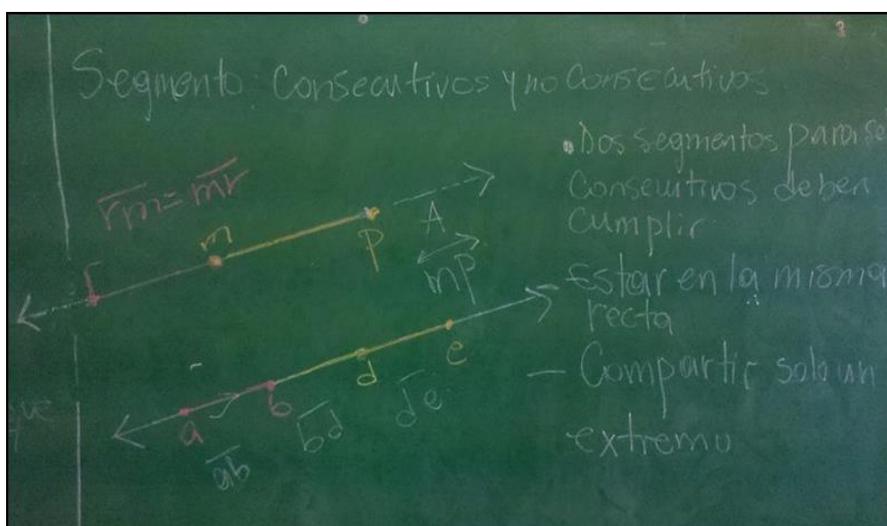


Figura 3.27: Parte del repaso de segmentos consecutivos y no consecutivos que realizamos en el pizarrón.

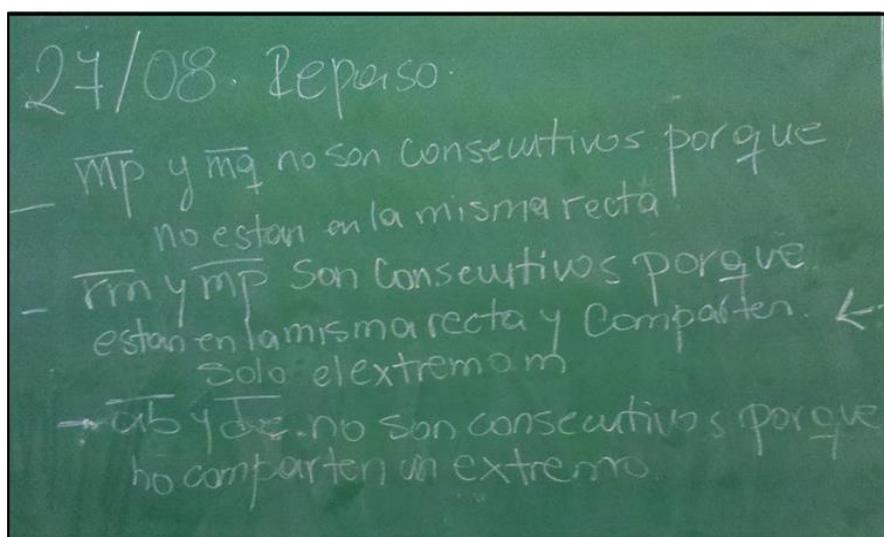


Figura 3.28: Parte del repaso de segmentos consecutivos y no consecutivos realizado en el pizarrón.

En 1^oB, iniciamos la clase con dicho repaso. Trabajamos con las siguientes nociones que a los alumnos les parecía importante repasar: recta, semirrecta, semirrectas opuestas, segmentos, segmentos consecutivos y no consecutivos, rectas incidentes. Les dejamos como tarea la actividad que involucraba trabajar con la propiedad sobre rectas paralelas.

Al finalizar la clase, retiramos la tarea de construcción de planos. Expusimos los trabajos de los alumnos en afiches que pegamos en las paredes del curso.

En las figuras 3.29, 3.30 y 3.31 exponemos los afiches con los planos construidos por los alumnos de 1^o A y 1^o B.

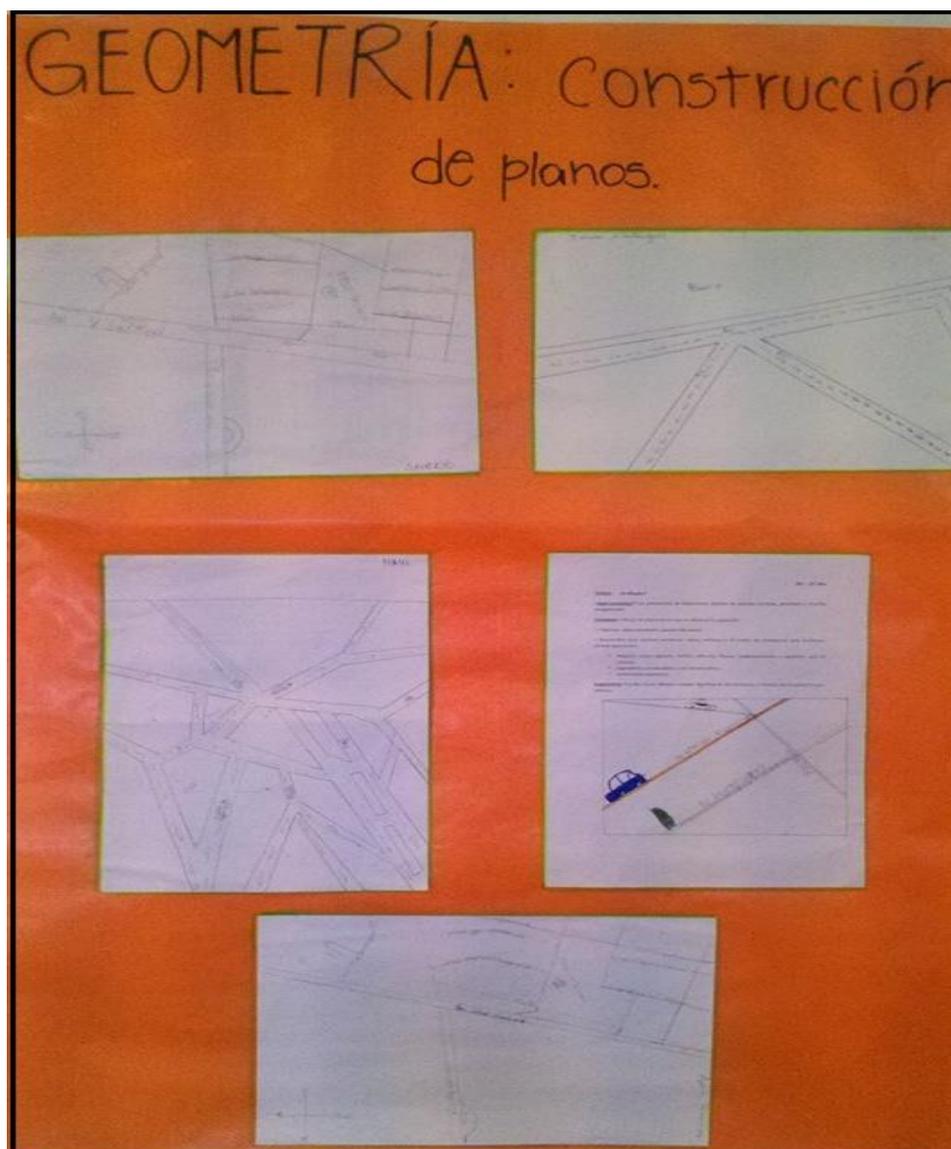


Figura 3.29: Afiche con los planos construidos por alumnos de 1^oA expuesto en aula.

Como podemos observar, dichos planos representan zonas urbanas. También podemos distinguir dibujos de personas, autos y en algunos casos los estudiantes pegaron figuras. Además, reconocimos en los planos calles paralelas, incidentes y perpendiculares como también trayectos realizados por personas y automóviles que determinan dichas rectas. Otro

de los conceptos matemáticos trabajados en clase que pudimos visualizar en algunos de ellos, fueron: punto, segmentos, clasificación de ángulos.

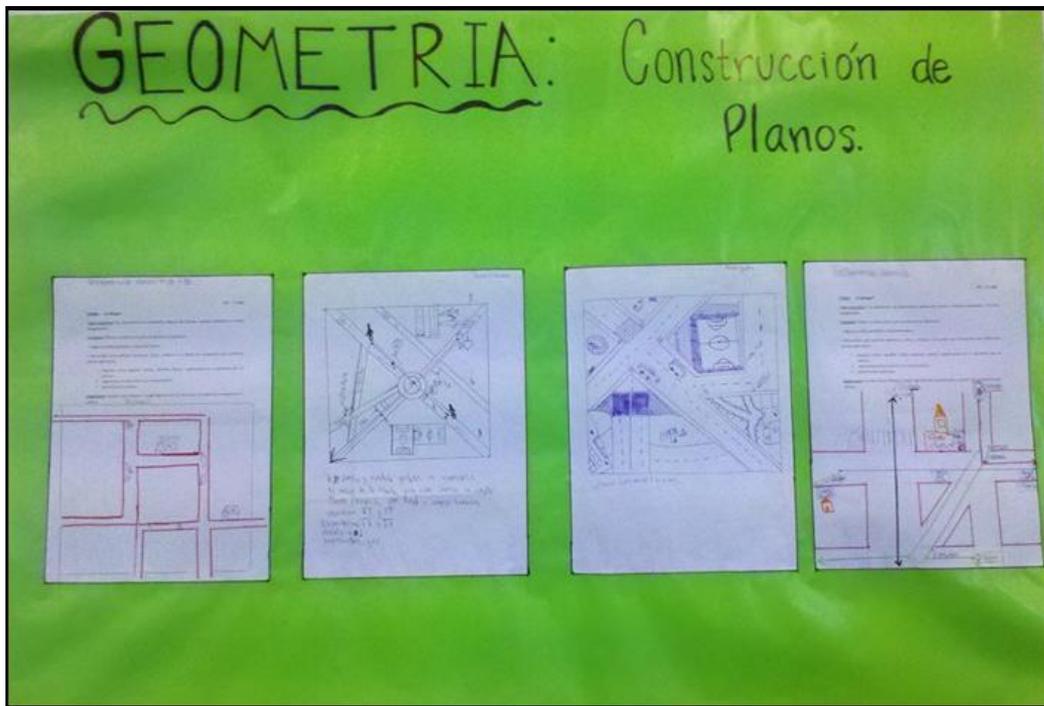


Figura 3.30: Afiche con los planos construidos por alumnos de 1^{ro}B expuesto en aula.

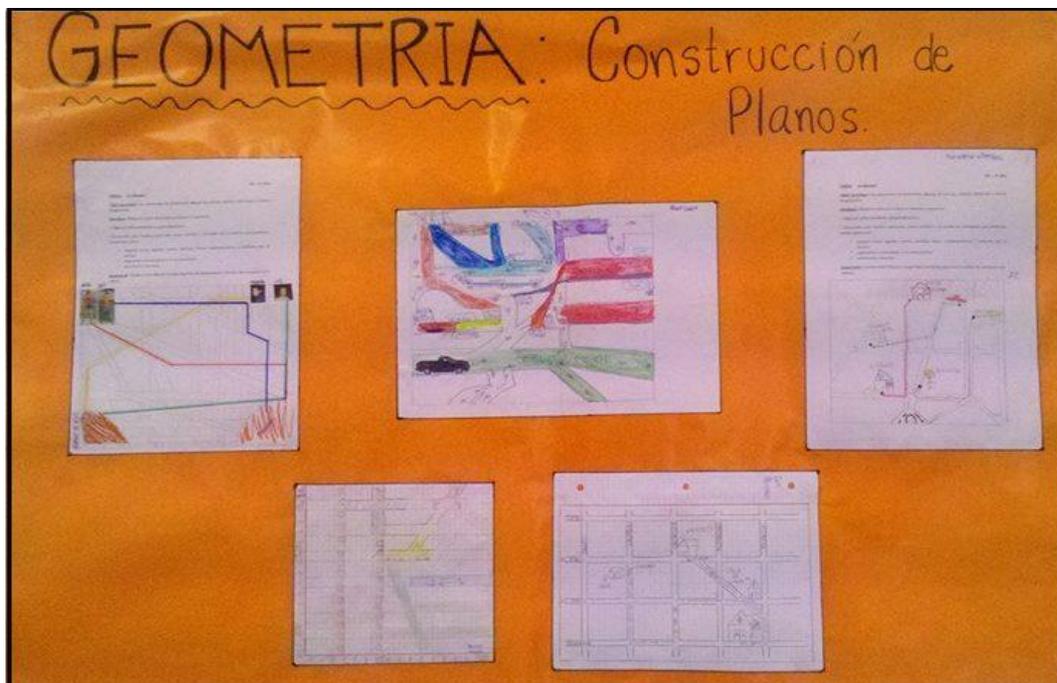


Figura 3.31: Afiche con los planos construidos por alumnos de 1^{ro}B expuesto en aula.

En sus producciones los alumnos tuvieron en cuenta varios de los elementos que aparecían en los planos que trabajamos en clase, como son los puntos cardinales, las flechas de los sentidos en las calles, las referencias, etc. Esta tarea nos pareció muy rica ya que pretendíamos que los alumnos pudiesen integrar a través de ella todos los temas abordados en clase. Por otra parte, creíamos interesante que los estudiantes pudiesen tener en el aula afiches con trabajos realizados en Matemática, lo cual es poco común.

3.2.5.1.14. Clase nº14.

1ºA (80')

1ºB (80')

Durante esta clase tomamos las evaluaciones sumativas en ambos cursos.

Además, colocamos los afiches con las construcciones de los planos realizadas por los estudiantes en la pared de cada curso. Cabe destacar que los alumnos se mostraron bastante entusiasmados al ver sus producciones expuestas en el aula.

3.2.5.1.15. Clase nº15.

1ºA (40')

1ºB (40')

En esta clase realizamos la devolución de las evaluaciones.

3.2.5.2. Lo que no se llevó a cabo en el aula.

Como ya mencionamos al comienzo de este capítulo, nuestra propuesta de planificación comprendía desarrollar un primer bloque dedicado al abordaje de las nociones básicas de la Geometría y un segundo bloque en el que se pretendía explorar la noción de lugar geométrico.

Debido a una serie de factores que nos surgieron durante el desarrollo de nuestras prácticas, muchos de ellos ya comentados en el apartado anterior, decidimos realizar un recorte de contenidos. Esto implicó no desarrollar las actividades previstas dentro del bloque lugar geométrico. Una de las causas principales de esta decisión fue la necesidad de dedicarle una mayor cantidad de tiempo al trabajo con las nociones básicas de Geometría. Si bien los alumnos habían tratado estos temas en el primario, el nivel de formalidad con el que se los presentamos implicaba un salto grande. Fue necesario, entonces, que dedicáramos más tiempo y realizáramos más actividades para que estas definiciones comenzaran a cobrar sentido para los estudiantes.

A partir de la experiencia que vivimos en nuestras prácticas, en relación con las modificaciones en la planificación que debimos realizar, resaltamos las palabras de Gvirtz y Palamidessi (2008):

"(...) el diseño de la práctica de enseñanza nos servirá de guía, de eje vertebrador y nos permitirá pensar una y otra vez sobre nuestra propia tarea (...) Es nuestra hipótesis de trabajo que, seguramente, hemos de ajustar en un futuro." (p.205).

Elegimos esta cita para concluir esta sección porque sentimos que dichas palabras plasman lo que pensamos luego de haber atravesado la etapa de nuestras prácticas. Al regresar después de cada clase, la mayoría de las veces debíamos realizar muchos cambios para las siguientes, que llevaban a su vez, bastante tiempo ya planificadas. Como dicen los autores de esta cita, planificar nos sirve de guía, es una herramienta útil para pensar acerca de los posibles escenarios en que se puede llegar a desarrollar una actividad determinada. Sin embargo, debe estar siempre sujeto a cambios, pues de eso se trata la tarea docente, reflexionar sobre la acción y para la acción.

4. EVALUACIÓN.

Durante el desarrollo de nuestras prácticas consideramos a la evaluación como un proceso continuo, en el que definimos dos modalidades evaluativas: una de proceso (o de tipo formativa) y otra de resultados (o sumativa)¹.

Debido a la modalidad con la que se llevamos a cabo el trabajo en clase, donde los alumnos trabajaban en grupos realizando actividades exploratorias, decidimos evaluar su desempeño en dichos grupos y a lo largo del desarrollo de toda la unidad. En este sentido, consideramos la participación tanto en el grupo como en las clases, el cumplimiento con la entrega de las actividades realizadas en el aula y las tareas para el hogar. Todo ello conformaría la nota de la evaluación formativa.

Con respecto a la evaluación sumativa, ésta fue escrita e individual. Esperábamos que los estudiantes pudiesen manifestar en ella los conocimientos abordados a través de la exploración en los mapas, por lo que la elaboramos incluyendo tres actividades similares a las que desarrollamos en clase y abarcando todos los temas vistos en las mismas. Diseñamos cuatro modelos de evaluación, dos correspondientes a 1^{ro}A (Tema 1 y Tema 2) y las otras dos pertenecientes a 1^{ro}B (Tema 1 y Tema 2). Las evaluaciones de ambos cursos son similares, salvo en una de las actividades que involucra la propiedad de rectas paralelas, debido a que en 1^{ro}A trabajamos más tiempo dicha propiedad y por lo tanto considerábamos que podíamos evaluarla, no así en 1^{ro}B.

Es importante aclarar que los alumnos en su libreta de calificaciones solo tuvieron una nota debido a que decidimos promediar las calificaciones de ambas evaluaciones, la formativa y la sumativa. Comunicamos esta decisión a los estudiantes el primer día de prácticas. Además presentamos, en la 1er página de la evaluación, tres casilleros: en el primero colocamos la nota de la evaluación formativa, en el segundo el puntaje de la evaluación sumativa y en el tercer casillero, colocamos la nota final correspondiente al promedio de ambas evaluaciones.

A continuación presentamos los modelos de evaluación que tomamos en cada curso,² donde expresamos también los objetivos de la misma.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA.

**■ – 1º año "A"- Tema 1
29 de Agosto de 2013**

Actividad nº1: Observar³ el siguiente plano y **responder**:

- A)** Pedro está en la esquina de las calles Jujuy y La Rioja y tiene que ir hasta la escuela. **Trazar** en el mapa el recorrido de Pedro considerando lo siguiente:
- Tiene que parar en la librería a sacar fotocopias.

¹ Ver: Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria – Documento de apoyo curricular 2011. (P.11)

² Presentaremos en esta sección las evaluaciones correspondientes al tema 1. En el capítulo nº8 podrá encontrar las evaluaciones correspondientes al tema 2 tomadas en ambos cursos.

³ Todos los verbos que aparecen en las evaluaciones se resaltan en negrita por decisión institucional.

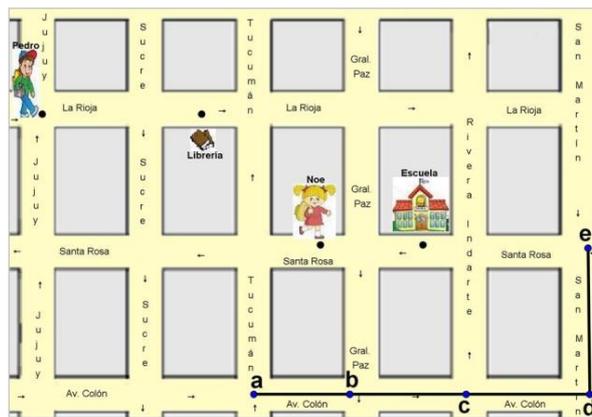
- Tiene que encontrarse con su amiga Noe que lo espera en calle Santa Rosa.
- **Marcar** cada uno de los puntos donde Pedro tuvo que doblar. **Nombrar** cada uno de esos puntos, el punto de inicio, el punto final del recorrido y todos los puntos donde Pedro tuvo que parar.

B) En el recorrido que trazaste para Pedro realiza lo siguiente:

- **Identifica** dos segmentos consecutivos y **márcalos** con color rojo. **Nómbralos** a continuación.
- **Identifica** dos segmentos no consecutivos y **márcalos** con color azul. **Nómbralos** a continuación.

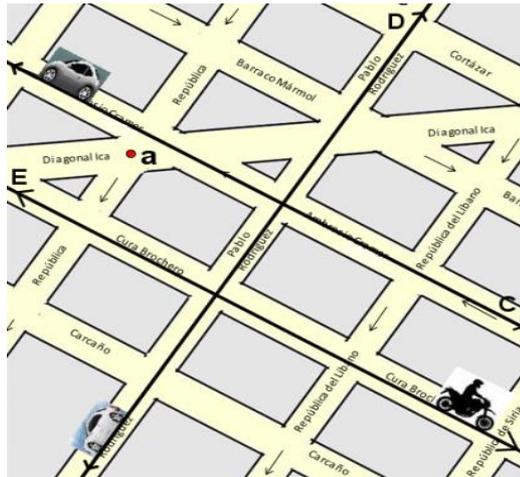
C) **Observar** los segmentos que aparecen en el mapa y **responder**:

- ¿Es \overline{ab} consecutivo con \overline{cd} ? ¿Por qué?
- ¿Es \overline{bc} consecutivo con \overline{cd} ? ¿Por qué?
- ¿Es \overline{cd} consecutivo con \overline{de} ? ¿Por qué?



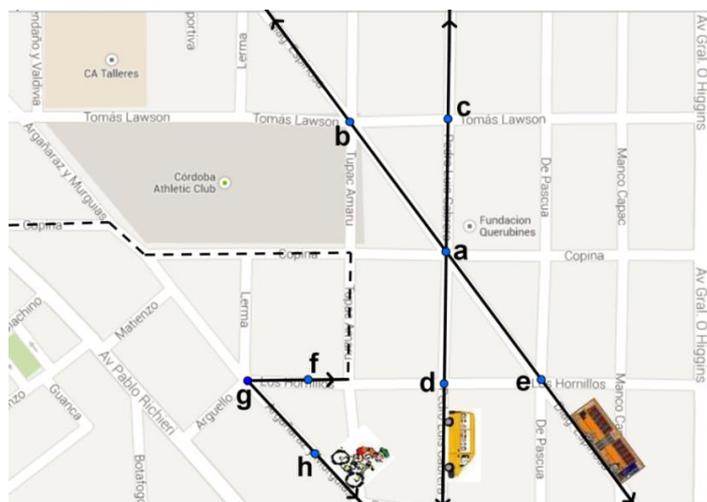
Actividad n°2: Observar el siguiente plano y **realizar** las siguientes consignas:

- Las rectas C Y D representan los recorridos que realizaron dos automovilistas por las calles Ambrosio Cramer y Pablo Rodríguez, respectivamente. Las rectas C y D, ¿son perpendiculares? ¿Por qué?
- Trazar** en el plano, una recta paralela a D que pase por el punto a, utilizando regla y escuadra. **Nombrar** la recta que trazaste. **Explicar** cómo realizaste la construcción.
- La recta E representa el recorrido que realizó un motociclista por la calle Cura Brochero. Las rectas C y E, ¿son paralelas? A partir de la propiedad de rectas paralelas y perpendiculares, justifica tu respuesta.



Actividad n°3: Observar el siguiente plano y responder:

- ¿Observas semirrectas opuestas? Si es así, **nombra** y **marca** con un color en el plano, todas las semirrectas opuestas que reconozcas. ¿Por qué te parece que dichas semirrectas son opuestas? **Escribe** tu justificación.
- Un colectivo transita por la calle Diagonal Espinosa y realiza paradas en los puntos b, a y e. Un transporte escolar transita por la calle Pedro Luis Cabrera y realiza paradas en los puntos c, a y d. En esta situación: ¿Reconoces ángulos opuestos por el vértice? Si es así, **nombra** y **marca** con un color en el plano esos ángulos. ¿Por qué te parece que dichos ángulos son opuestos por el vértice? **Escribe** tu justificación.
- En el recorrido que realizó un ciclista, se identifica el ángulo $h\hat{g}f$. **Medir** dicho ángulo y luego **dibujar** y **nombra** su suplemento en el plano. **Justificar** por qué el ángulo que trazaste es suplementario a $h\hat{g}f$.

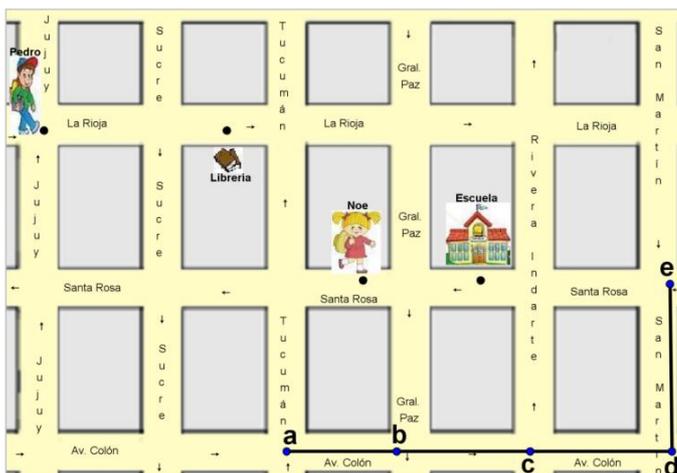


EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA.

■ – 1º año “B”- Tema 1
28 de Agosto de 2013

Actividad nº1: Observar el siguiente plano y responder:

- A) Pedro está en la esquina de las calles Jujuy y La Rioja y tiene que ir hasta la escuela. **Trazar** en el mapa el recorrido de Pedro considerando lo siguiente:
- Tiene que parar en la librería a sacar fotocopias.
 - Tiene que encontrarse con su amiga Noe que lo espera en calle Santa Rosa.
 - **Marcar** cada uno de los puntos donde Pedro tuvo que doblar. **Nombrar** cada uno de esos puntos, el punto de inicio, el punto final del recorrido y todos los puntos donde Pedro tuvo que parar.
- B) En el recorrido que trazaste para Pedro realiza lo siguiente:
- **Identifica** dos segmentos consecutivos y **márcalos** con color rojo. **Nómbralos** a continuación.
 - **Identifica** dos segmentos no consecutivos y **márcalos** con color azul. **Nómbralos** a continuación.
- C) **Observar** los segmentos que aparecen en el mapa y **responder**:
- ¿Es \overline{ab} consecutivo con \overline{cd} ? ¿Por qué?
 - ¿Es \overline{bc} consecutivo con \overline{cd} ? ¿Por qué?
 - ¿Es \overline{cd} consecutivo con \overline{de} ? ¿Por qué?



Actividad nº2: Observar el siguiente plano y **realizar** las siguientes consignas:

- a) Las rectas C Y D representan los recorridos que realizaron dos automovilistas por las calles Ambrosio Cramer y Pablo Rodríguez, respectivamente. Las rectas C y D, ¿son perpendiculares? ¿Por qué?

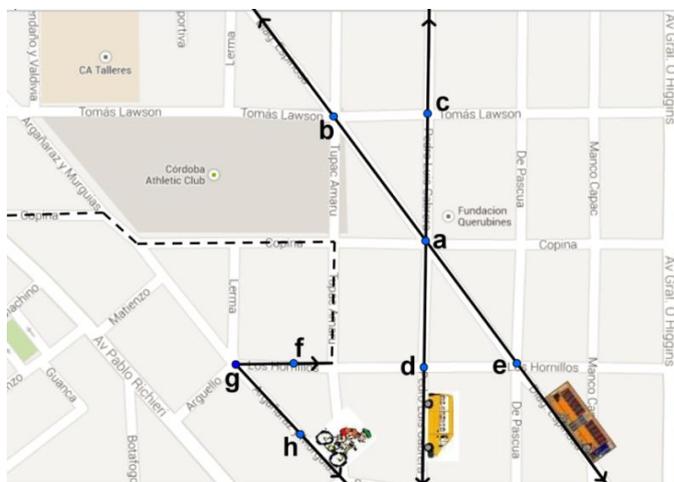
b) **Trazar** en el plano, una recta paralela a D que pase por el punto a, utilizando regla y escuadra. **Nombrar** la recta que trazaste. ¿Qué instrumentos de geometría usaste para realizar la construcción? ¿Cómo hiciste esa construcción?

c) ¿Cómo es la recta que trazaste en el ítem b) con respecto a C? ¿Cómo te diste cuenta?



Actividad nº3: Observar el siguiente plano y **responder**:

- a) ¿Observas semirrectas opuestas? Si es así, **nombra** y **marca** con un color en el plano, todas las semirrectas opuestas que reconozcas. ¿Por qué te parece que dichas semirrectas son opuestas? **Escribe** tu justificación.
- b) Un colectivo transita por la Diagonal Espinosa y realiza paradas en los puntos b, a y e. Un transporte escolar transita por la calle Pedro Luis Cabrera y realiza paradas en los puntos c, a y d. En esta situación: ¿Reconoces ángulos opuestos por el vértice? Si es así, **nombra** y **marca** con un color en el plano esos ángulos. ¿Por qué te parece que dichos ángulos son opuestos por el vértice? **Escribe** tu justificación.
- c) En el recorrido que realizó un ciclista, se identifica el ángulo $h\hat{g}f$. **Medir** dicho ángulo y luego **dibujar** y **nombra** su suplemento en el plano. **Justificar** por qué el ángulo que trazaste es suplementario a $h\hat{g}f$.



4.1. Corrección y puntajes.

En primera instancia decidimos darle mayor puntaje a los ítems en los que pedíamos argumentar, pretendiendo que surgiera el uso de las definiciones formales vistas en clase. Sin embargo, luego de revisar las evaluaciones para la corrección, percibimos que las argumentaciones dadas, se habían basado más en los procesos y habilidades de los alumnos para trazar, denotar, reconocer, ejemplificar y recurrir al uso de definiciones no formales. Por lo tanto dispusimos cambiar el criterio de corrección, dándole mayor importancia a dichas habilidades y procesos.⁴

Los puntajes asignados a las actividades de las evaluaciones fueron:

- **Actividad nº1:** 3,5 puntos.
- **Actividad nº2:** 3,5 puntos.
- **Actividad nº3:** 3 puntos.

Cabe destacar que las calificaciones correspondientes a la evaluación sumativa no fueron redondeadas. En cambio, sí decidimos hacerlo en la nota final (promedio entre las notas de la evaluación sumativa y la evaluación formativa). Para explicar la manera en que realizamos el redondeo, plantaremos el siguiente ejemplo:

- Nota final: 7,5 (siete con cincuenta) → Pasó a 8 (ocho).
- Nota final: 7,49 (siete con cuarenta y nueve) → Quedó en 7 (siete).

4.2. Respuestas y logros de los alumnos en las evaluaciones: algunas observaciones.

❖ **Actividad nº1:**

- ✓ En general los alumnos trazaban bien el recorrido y marcaban los puntos que les pedíamos. En la figura 4.1. mostramos un ejemplo de ello.
- ✓ La mayoría de los estudiantes identificaba los segmentos consecutivos y no consecutivos, aunque en algunos casos no los nombraban.
- ✓ En el ítem C, los alumnos generalmente respondían de manera correcta acerca de si eran consecutivos o no los segmentos dados, valiéndose de distintos tipos de argumentaciones que a veces estaban incompletas. En la figura 4.2 exponemos la respuesta de una alumna que responde a dicho ítem haciendo uso de la definición formal.

⁴ La problemática de las argumentaciones producidas por los alumnos es algo que trataremos con detalle en el capítulo 5.

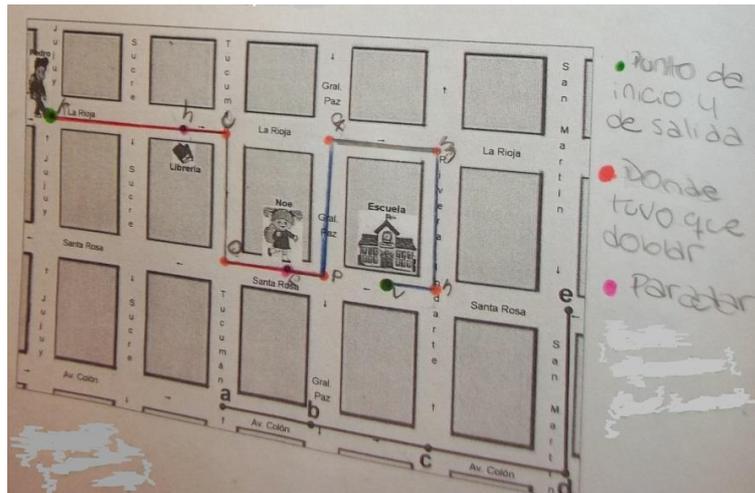


Figura 4.1: Mapa de la actividad n°1 de la evaluación en la que se muestra el recorrido trazado por una alumna.

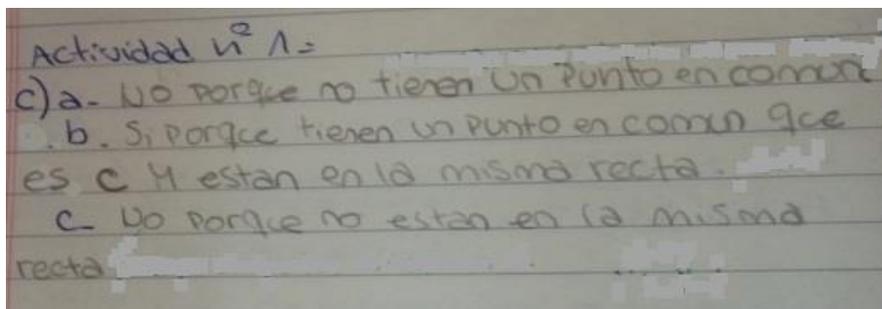


Figura 4.2: Respuestas al inciso C de la actividad n°1 de la evaluación realizada por una alumna.

❖ Actividad n°2:

- ✓ En esta actividad la mayoría de los estudiantes resolvieron todas las consignas que involucraba la misma.
- ✓ La mayoría de los estudiantes reconoció en el ítem a) que las rectas dadas eran perpendiculares. Por lo general argumentaban utilizando la definición de manera completa. En algunos casos sólo expresaban que eran perpendiculares porque se cortaban en un punto y en otros, sólo respondían que dichas rectas eran perpendiculares porque determinaban cuatro ángulos rectos.
- ✓ El ítem b) donde debían trazar una recta paralela a la dada, la mayoría de los alumnos lo realizó correctamente. Algunos explicaban cómo habían realizado la construcción. En la figura 4.3 presentamos un ejemplo de estas características.
- ✓ Con respecto al ítem c), varios alumnos reconocían que las rectas eran paralelas. Algunos justificaban su respuesta utilizando la propiedad, mientras que otros recurrían a la definición.

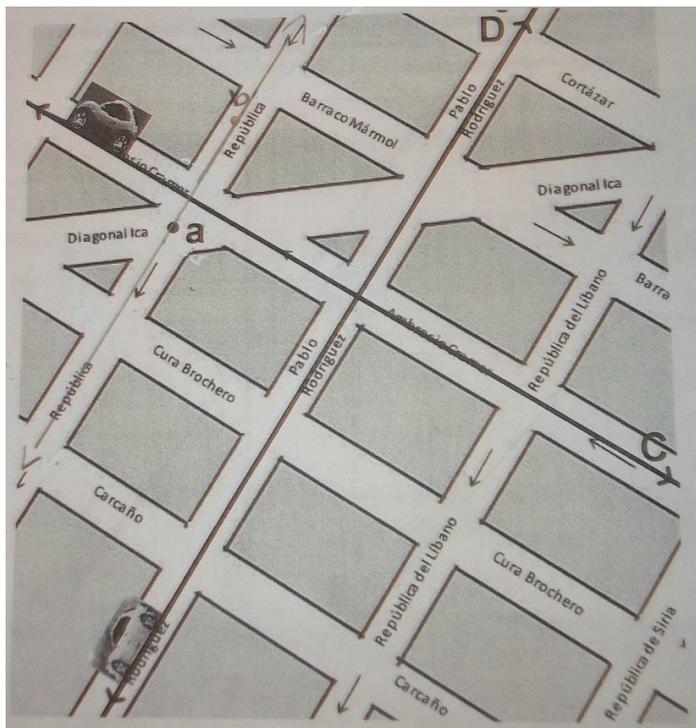


Figura 4.3: Construcción de la paralela a la recta D, que pasa por el punto a, realizada por una alumna.

Para explicar cómo realizó la construcción que se observa en la figura 4.3, la alumna escribió lo siguiente: “Puse la regla en la recta C y la escuadra en la recta D y fui corriendo la escuadra con la regla apoyada abajo, hasta llegar a la recta $\overrightarrow{ab} = \overrightarrow{ba}$ ”.

En este caso la alumna construyó la recta \overrightarrow{ab} paralela a D con regla y escuadra.

❖ **Actividad nº3:**

- ✓ En esta actividad se solicitaban varias justificaciones, en las que los alumnos argumentaban recurriendo tanto a definiciones formales como no formales.
- ✓ La mayoría de los estudiantes marcaba correctamente semirrectas opuestas, aunque en algunos casos no las nombraban. Algunos además argumentaron acerca de cuándo dos semirrectas eran opuestas.
- ✓ En el ítem b), los alumnos marcaban los ángulos opuestos por el vértice y algunos lograban justificar sus respuestas.
- ✓ En el ítem c) la mayoría de los estudiantes midió bien el ángulo, dibujó bien su suplemento y justificó correctamente porqué el ángulo trazado era suplementario al dado. Las figuras 4.4 y 4.5 muestran, respectivamente ejemplos de ello.

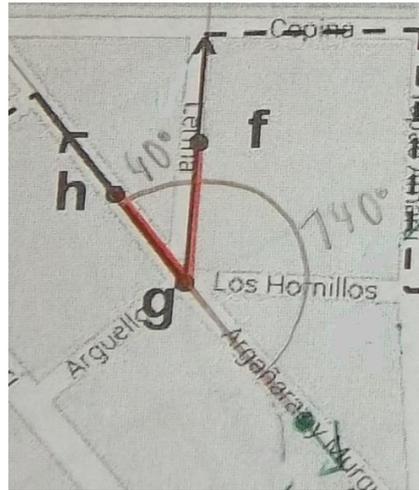


Figura 4.4: Construcción del suplemento del ángulo $h\hat{g}f$ dado, realizado por un alumno.

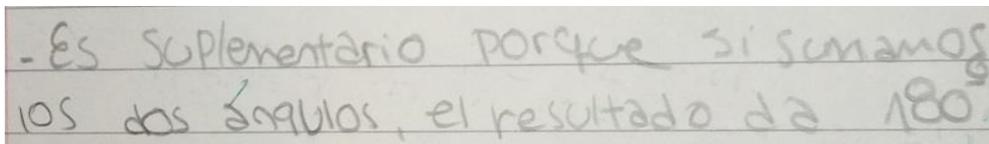


Figura 4.5: Argumentación formal dada por una alumna en la que responde porqué dos ángulos son suplementarios.

4.3. Resultados de las evaluaciones.

En el gráfico 4.1. presentamos las calificaciones correspondientes a la evaluación formativa de ambos cursos, donde se puede observar que todos los alumnos obtuvieron calificaciones mayores a seis, es decir, estaban aprobados.

En el gráfico 4.2 exponemos las notas de la evaluación sumativa de ambos cursos. En el mismo se observa que en 1^{ro}A, 13 alumnos aprobaron la evaluación y 11 desaprobaron la misma. En 1^{ro}B, se muestra que 14 de los estudiantes fueron aprobados, mientras que otros 14 fueron desaprobaron. Nótese que en 1^{ro}A la mayoría de los alumnos aprobó la Evaluación Sumativa, mientras que en 1^{ro}B logró aprobar la mitad del curso.

Por último, en los gráficos 4.3 y 4.4 mostramos los resultados correspondientes a la nota final conformada por el promedio entre las calificaciones de la evaluación sumativa y la evaluación continua en 1^{ro}A y 1^{ro}B, respectivamente. En 1^{ro}A, 17 alumnos aprobaron y 7 alumnos desaprobaron. En el caso de 1^{ro}B, 23 alumnos consiguieron aprobar mientras que 5 alumnos reprobaron.

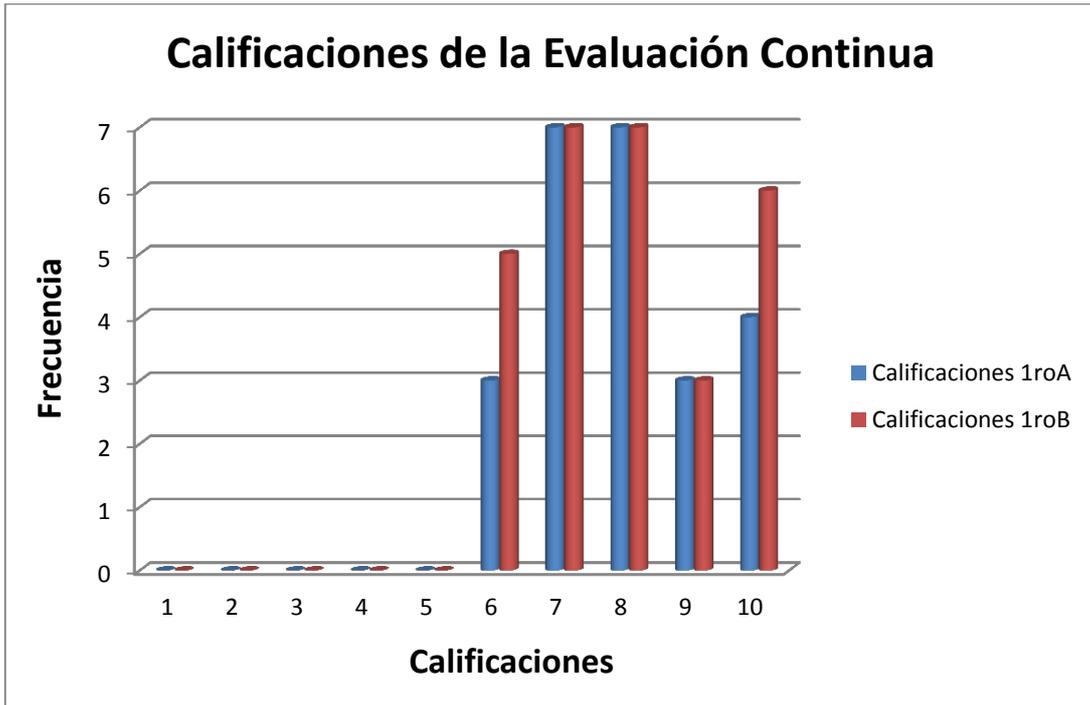


Gráfico 4.1.

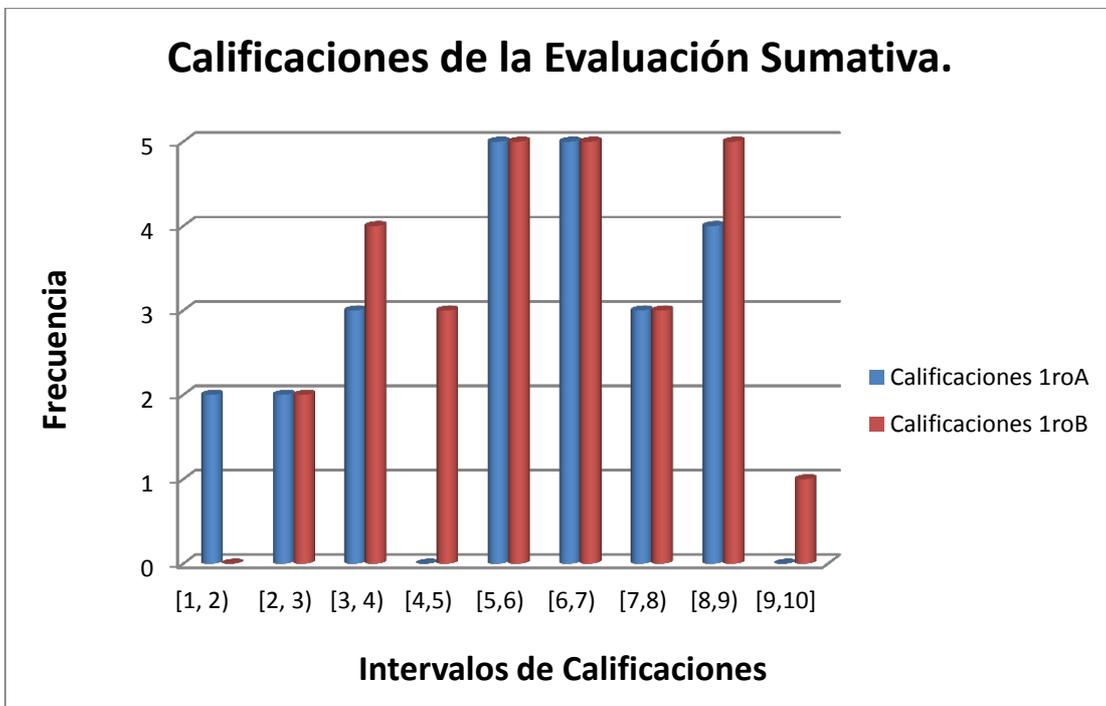


Gráfico 4.2.

Porcentaje de Aprobados y Desaprobados en 1º A.

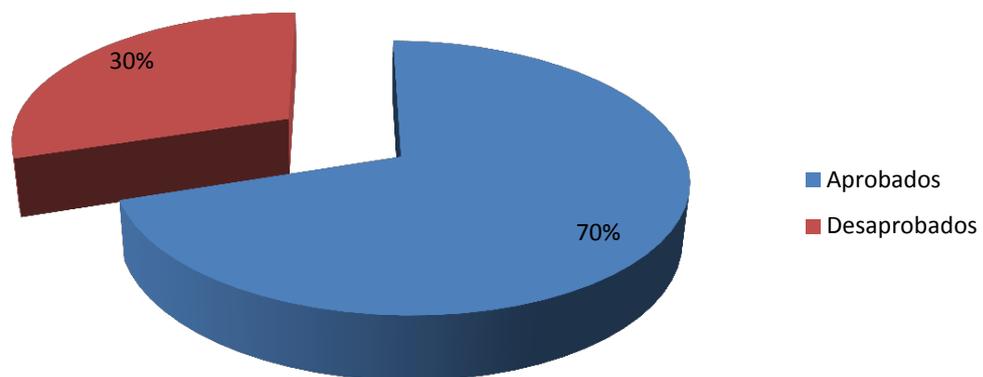


Gráfico 4.3.

Porcentaje de Aprobados y Desaprobados en 1º B.

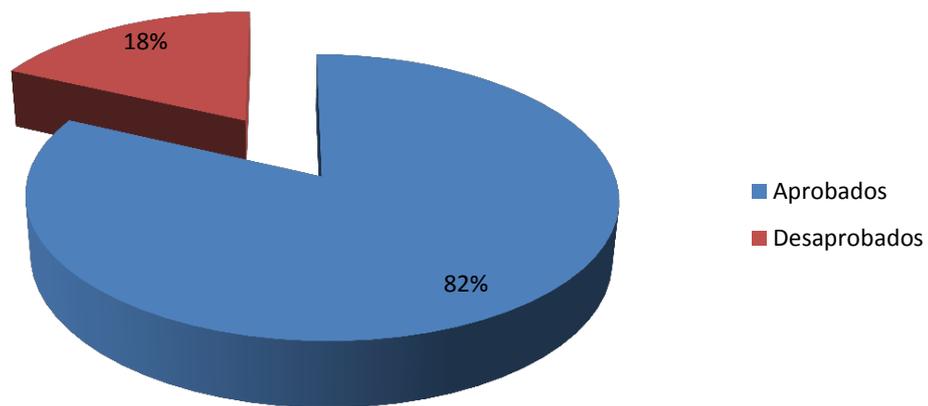


Gráfico 4.4.

5. ANÁLISIS DE UNA PROBLEMÁTICA.

En toda instancia de enseñanza - aprendizaje en el aula surgen situaciones imprevistas que nos llevan a reflexionar. Al pensar acerca de estas situaciones es posible plantear ciertos interrogantes y, al tratar de encontrar respuestas a los mismos, proponer alternativas para mejorar nuestra práctica.

En esta sección presentaremos una problemática que aconteció durante nuestras prácticas. Posteriormente, intentaremos encontrar y profundizar algunas razones que llevaron a que esta cuestión se manifestara, dándole un marco teórico a dicha reflexión. Por último, propondremos algunas sugerencias que podrían ser útiles en futuras prácticas docentes.

5.1. La problemática.

La problemática que analizaremos está relacionada con nuestra inquietud por conocer el papel que juegan las actividades y consignas planteadas en los distintos tipos de argumentaciones que puede elaborar un alumno en una clase de Matemática. En particular, queremos analizar esta cuestión a la luz de la complejidad de trabajar con definiciones formales en primer año.

Durante nuestras prácticas notamos que las respuestas que los estudiantes elaboraban a preguntas del tipo ¿por qué...? incluían diversos recursos. Con esto nos referimos a todos aquellos medios a los cuales los alumnos apelaban para dar sus argumentaciones. En ocasiones, explicaban con sus propias palabras las ideas o nociones que les surgían. Otras veces, escribían ejemplos para describir lo que pretendían manifestar, siendo éste el recurso más frecuentemente utilizado. Otro de los recursos a los que también acudían para dar sus respuestas eran las definiciones de la primaria. Finalmente, algunos estudiantes recurrían a las definiciones formales para expresar sus argumentaciones.

En el momento de planificar nuestra propuesta de trabajo, pretendíamos que los alumnos pudiesen dar las argumentaciones escritas, a través de las definiciones formales, que les presentaríamos. Sin embargo, durante las prácticas nos dimos cuenta de lo complejo que es trabajar con este tipo de argumentaciones, encontrándonos con una variedad de éstas, como las nombradas en el párrafo anterior. Nuestra apreciación hacia las argumentaciones alternativas elaboradas por ellos fue la de considerarlas como válidas ya que eran, desde nuestro punto de vista, distintas etapas en el camino de construcción del conocimiento por parte de los estudiantes. Esto se evidenció durante todo el proceso de nuestras prácticas.

Al momento de definir nuestra problemática el primer interrogante que nos surgió fue el siguiente:

- ✓ *¿Cómo y por qué? La construcción de una respuesta a estos interrogantes por parte de los alumnos.*

Luego de discutir acerca del mismo con nuestras docentes de Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza, pudimos plantear otros interrogantes que nos posibilitaron delimitar mejor nuestra problemática. Dichos interrogantes son los siguientes:

- ✓ *Con las actividades que les propusimos a los alumnos, ¿qué instrumentos y recursos para argumentar fueron validados y legitimados a partir de nuestra propuesta?, ¿eran las definiciones?, ¿se consideraban las construcciones?, ¿se contemplaba lo visual?*

- ✓ *En la construcción de un contexto diferente de trabajo en el aula en relación con el trabajo a lo largo de todo el año, ¿la manera de argumentar también se modificó o se mantuvo muy cercana a la manera de argumentar con la que los alumnos estaban acostumbrados a trabajar?*

A partir de estos interrogantes, comenzamos a enfocar nuestra problemática más en las actividades propuestas y la interrelación entre la actividad y la producción de los estudiantes, en lugar de colocar sólo al alumno en escena.

Si bien durante las prácticas intentábamos plantear interrogantes que les permitiesen a los estudiantes progresar en los fundamentos de los que se valían para argumentar sus conjeturas, fue notable la complejidad que presentó el hecho de trabajar con definiciones formales en primer año. Es por ello que dicha problemática nos invita a reflexionar en esta instancia post-activa de nuestra práctica.

Para comenzar, haremos un análisis acerca de los recursos y oportunidades que logramos darles a los alumnos, como así también las que podrían haberles sido útiles para que ellos pudiesen construir las argumentaciones que pretendíamos. Es decir, nos ocuparemos de reflexionar acerca de los ambientes que estábamos desarrollando con las actividades que les propusimos a los estudiantes en relación a la argumentación.

En los apartados que se presentan a continuación intentaremos dar respuesta a los interrogantes planteados anteriormente con el objetivo de avanzar en el análisis de nuestra problemática.

5.2. Argumentación en Matemática.

Para comenzar con el análisis, nos gustaría, en primer lugar, plantear el significado de la palabra argumentar, tomando en este caso la definición provista por el diccionario de la Real Academia Española:

- **argumentar.**

(Del lat. *argumentāre*).

1. Argüir (sacar en claro).
2. Argüir (descubrir, probar).
3. Aducir, alegar, poner argumentos.
4. Disputar, discutir, impugnar una opinión ajena.

De acuerdo con esta definición, podríamos decir que la argumentación tiene que ver con una habilidad para expresar una conjetura determinada al mismo tiempo que se la debate con

otros, tratando de persuadirlos planteando una serie de fundamentos que apoyen y validen dicha idea.

Por otra parte, la argumentación deja al autor en una disyuntiva, en una duda, dándole la libertad de elegir pues aun cuando la argumentación propone soluciones racionales, ninguna de ellas necesariamente lo obliga ya que tiene un carácter no restrictivo. Esto tiene que ver con que al argumentar, un individuo puede optar entre las ideas que defenderá teniendo una variada gama de argumentaciones e incluso pudiendo recurrir a otras nuevas, por lo que deberá decidir cuál será la más conveniente según el desafío al que deba enfrentarse.

Durante las interacciones en la clase, es necesario desarrollar la argumentación matemática a través de discusiones reguladas entre el docente y los estudiantes como también entre los alumnos mismos. Para ello el enunciado juega un papel fundamental en la discusión, pues deben incluirse actividades que motiven a expresar opiniones diferentes y no eludir el cuestionamiento de los supuestos exhibidos en el texto de dicho enunciado. De lo contrario, se corre el riesgo de que se refuerce la reproducción de un discurso propuesto por quien los elabora (el docente o los autores de manuales escolares). Como lo expresan Giménez y Subtil (2013):

“Los textos argumentativos (...) parecen concentrar en sí las expectativas de formar estudiantes que puedan sostener una idea, una posición ideológica o reconocerla en otro, defenderla o entender la forma en que otro lo hace, etc. (...) Si ello no se intenta, se refuerza el mismo pensamiento, las mismas ideas, los mismos supuestos, con el riesgo de reproducir finalmente el discurso dominante.(...) el matiz más significativo para la formación de ciudadanos activos y críticos, tal como está propuesto en los documentos curriculares, queda diluido en el proceso de su transmisión (...) desplazando la complejidad discursiva, ideológica y confrontativa que caracteriza al discurso argumentativo, así como su auténtica posibilidad de incidir en el pensamiento crítico de los estudiantes.” (P.3 - 11)

En palabras de Cacciavillani & Maina (2013):

“Si lo que procuramos es la construcción de pensamiento crítico, lo que necesitamos es que el alumno desarticule el propio presupuesto, lo capte y lo cuestione, reconociendo el efecto retórico en la manipulación intencionada de esos presupuestos que se construye en el texto.” (P. 9)

Con sus palabras estos autores destacan la importancia de la argumentación para la formación de ciudadanos críticos. Consideramos fundamental que el alumno pueda construir sus propias ideas a través de la exploración de diferentes situaciones, comunicando y defendiendo sus conjeturas. Para ello es necesario que el estudiante se sienta involucrado, con lo cual sus ideas deben ser valoradas pero también desafiadas de manera que se enriquezca su propia búsqueda hacia la construcción del conocimiento.

Por otra parte, según lo expresa Crespo (2013):

“En algunas investigaciones realizadas acerca de las concepciones de los docentes y los estudiantes del último año de la carrera de profesorado de matemática (...) se

ponen de manifiesto que (...) no se distinguen claramente las diferencias entre la matemática, el saber matemático y el aprendizaje de la matemática en relación con las argumentaciones. Sin embargo, (...) la no diferenciación (...) entre el saber matemático en sí y el saber escolar relacionados con las argumentaciones, hacen que no se asuman las características que deben tener las argumentaciones matemáticas en la escuela y que a veces se confundan con la formalización. Esto ocasiona que en algunas clases de matemática se recurra a formalismos que en lugar de explicar y clarificar contribuyen a confundir, ya que el alumno por no poder manejar cómodamente la notación, recurre a la memorización.” (P. 5)

A partir de sus palabras, Crespo nos invita a reflexionar acerca de las características que distinguen la formalización de la argumentación en el aula de Matemática. Consideramos que esto está relacionado con el estudio de saberes matemáticos a través de definiciones formales en primer año con las que trabajamos durante nuestras prácticas. En esa instancia, dicha formalidad problematizó esta relación entre el saber matemático y el aprendizaje de la matemática a través de las argumentaciones, lo cual permite hacer el presente análisis.

Los autores Alsina, Burgués y Fortuny (1989) proponen los siguientes niveles de conocimiento en Geometría:

Nivel 0: Los individuos perciben las figuras como un todo global. No reconocen las partes y componentes de las figuras. No explicitan las propiedades determinantes de las figuras. Pueden, sin embargo, producir una copia de cada figura particular o reconocerla.

Nivel 1: Los individuos pueden analizar las partes y propiedades particulares de las figuras, pero no explicitan relaciones entre distintas familias de figuras. Las propiedades de las figuras se establecen experimentalmente.

Nivel 2: Los individuos determinan las figuras por sus propiedades, pero no consiguen organizar una secuencia de razonamientos que justifiquen sus observaciones. Se pueden comprender las primeras definiciones que describen las interrelaciones de las figuras con sus partes constituyentes.

Nivel 3: Los individuos pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra. Sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos.

Nivel 4: Los individuos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos. Pueden apreciar la consistencia, la independencia y la completitud de los axiomas de los fundamentos de la Geometría. Este último nivel, por su alto grado de abstracción debe ser considerado en una categoría aparte.

En base a este criterio, consideramos que con las actividades que les propusimos a los estudiantes, apuntábamos a desarrollar los niveles 1, 2 y 3 de conocimiento en Geometría.

En la figura 5.1 presentamos la argumentación escrita de uno de los alumnos, en la respuesta a los incisos d) y e) respectivamente, de la actividad nº2 correspondiente a la tarea complementaria que se expuso en la sección de Planificación e Implementación de este informe.

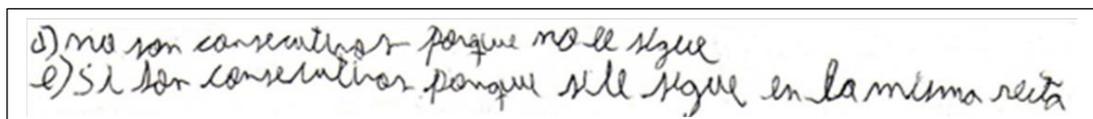


Figura 5.1: Argumentación escrita de un alumno en la respuesta a los incisos d) y e) de la actividad nº2 en la Tarea complementaria.

Como se puede observar, el estudiante, escribió en el inciso **d)** que “No son consecutivos porque no se siguen” y en el ítem **e)** que “Si son consecutivos por que se siguen en la misma recta”. Consideramos que dicho alumno responde a los interrogantes del enunciado de acuerdo a lo que observa sin hacer uso de la definición que se le propuso en clase. Así, en los incisos d) y e), el alumno evidencia en su respuesta que tiene la noción de que dos segmentos consecutivos pertenecen a la misma recta recurriendo a lo visual (lo que efectivamente observa en la hoja), para conjeturar. De acuerdo a lo analizado, podríamos decir que la producción del alumno se encontraría en el nivel 2 de conocimiento en Geometría (Alsina, Burgués y Fortuny, 1989). Sin embargo, cabe aclarar que estamos analizando una de las tantas respuestas que el estudiante produjo, con lo cual esta apreciación es relativa.

Creemos que esta situación, así como otras surgidas en el transcurso de las prácticas, tienen relación con las habilidades y procesos que se deben desarrollar durante las instancias de enseñanza – aprendizaje. Según Alsina, Burgués y Fortuny (1989) éstos serían: observación, actuación, reflexión, interiorización y abstracción. En relación a esto, dichos autores sostienen que:

“Cualquier aprendizaje debe pasar por una etapa previa de observaciones (...) notar lo común que puede haber en situaciones diversas (...), notar lo diferencial en objetos y acciones, notar lo característico de cada cosa (...) Cabe observar las representaciones gráficas y su correspondencia con la realidad que reflejan o proponen. (...) En la enseñanza de la Matemática la observación libre debe ir acompañada de la observación provocada. Ya sea con preguntas orales o con fichas escritas (...) Actuar es simplemente añadir a la observación acciones personales de comparación, comprobación, manipulación..., etc. (...) Pero ello no debe excluir el que en un momento dado haya una labor personal, una interiorización propia del problema y sus soluciones (...) Superadas las etapas de observación, actuación, reflexión e interiorización se puede pasar al proceso de abstracción. Abstractar será reconocer lo que hay de común o diferente en unas situaciones, determinar el campo de validez de una propiedad, ver las variantes bajo las cuales el resultado sigue siendo cierto, simplificar la situación real esquematizándola y concretando la idea..., etc.” (P.90-92)

De acuerdo a las habilidades y procesos descriptos, creemos que debido al acotado tiempo en que desarrollamos nuestra práctica, no pudimos avanzar mucho en el proceso de interiorización y abstracción de cada alumno. Sin embargo, consideramos que tanto los enunciados que propusimos, como el recurso didáctico utilizado y las intervenciones surgidas entre docente y alumnos, posibilitaron que los mismos pudiesen experimentar los procesos de observación, reflexión y actuación. Esto se evidenció, sobre todo, en casos donde los alumnos, en las actividades que les propusimos, podían reconocer características similares en las

situaciones que les planteábamos en las mismas. Por ejemplo, como en la actividad nº2 los estudiantes indicaban con una flecha que Juan iba hacia el parque Sarmiento, luego en la actividad nº3, realizaban lo mismo para indicar que el auto se dirigía hacia Córdoba o hacia Lozada. Así, reconocían que cuando el recorrido continuaba más allá del plano, se lo representaba con una flecha. Además, observaban diferencias, tales como, si el origen del recorrido estaba incluido en el mapa o no, permitiéndoles reconocer gráficamente en dichos recorridos semirrectas o rectas. Por otra parte, tanto cuando los estudiantes realizaban las actividades, en las puestas en común o en las instancias de formalización, les hacíamos preguntas que les permitiera reflexionar acerca de sus observaciones. Otro ejemplo está relacionado con la actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares, en la cual los estudiantes podían observar similitudes y diferencias entre los distintos métodos. Además, dicha actividad los invitaba a reflexionar y comprobar si el método realizado era válido, pudiendo analizar sus ventajas y desventajas.

5.3. Ambientes de aprendizaje y tipos de argumentación.

Comenzaremos esta sección hablando de lo que entendemos por ambientes de aprendizaje. Para ello nos remitiremos en primer lugar a la noción de Skovsmose (2000):

*“Las prácticas educativas en el aula que se basan en un escenario de investigación contrastan de manera radical con el paradigma del ejercicio. La distinción entre estos dos tipos de prácticas educativas se puede combinar (...) con las ‘referencias’ que sirven de base para el significado que los estudiantes pueden construir de los conceptos matemáticos y de las actividades en la clase. (...)Es posible encontrar distintos tipos de referencias. Primero, las preguntas y actividades matemáticas pueden referirse exclusivamente a las matemáticas. Segundo, es posible referirse a una semirrealidad – no una realidad que de hecho podemos observar sino una realidad construida, por ejemplo, por el autor de un libro de texto. Finalmente, los estudiantes y el profesor pueden trabajar con tareas que se refieren a situaciones de la vida real. Al combinar los tres tipos de referencias con los dos paradigmas de las prácticas en el salón de clase surge una matriz que define seis tipos diferentes de **ambientes de aprendizaje**.” (P.9)*

De acuerdo con lo que expresa Skovsmose, creemos que a partir de las actividades que proponemos para desarrollar en la clase, estamos invitando a los alumnos a transitar por determinados ambientes de aprendizaje. Además, dichos ambientes estarán ligados al sentido que le damos a la actividad a través del enunciado, pudiendo así analizar cuándo una actividad representa un verdadero desafío para el estudiante.

Consideramos importante brindarles a los alumnos oportunidades en las cuales pudiesen elaborar argumentaciones de manera colectiva, individual y autónoma. Además, destacamos que en todo proceso de construcción de argumentaciones es fundamental la interacción, ya sea con los compañeros o con el docente. Por ello, la modalidad de trabajo llevada a cabo en el aula, consistía en que los estudiantes realizaran actividades trabajando en grupos. Esta modalidad ayudó a enriquecer la construcción de las argumentaciones, mediante la exposición y defensa de posiciones, intercambio de ideas y la colaboración entre pares para poder escribir y expresar sus conjeturas.

Por otra parte, y como lo proponen Alsina, Burgués y Fortuny (1989):

“El estudio de la Geometría debe estar relacionado con el mundo real (...) La presentación de la Geometría debe seguir el proceso del desarrollo intelectual, es decir, debe ser gradual y progresiva, empezando con una introducción informal mediante situaciones cotidianas que gradualmente se irán precisando y formalizando. Esta inclinación informal debe permitir el descubrimiento activo, el razonamiento inductivo, la construcción de inferencias y conjeturas, el desarrollo de la percepción visual y la imaginación espacial, etc.” (p. 99)

De acuerdo a la propuesta de dichos autores, decidimos crear un ambiente de aprendizaje en el que los alumnos se encontrasen con situaciones que no fuesen ajenas para ellos. Debido a esto tomamos a los mapas y planos como recurso didáctico, ya que éstos tienen relación con la vida real. Además, planteamos actividades que involucraban situaciones de la vida cotidiana. Luego formalizaríamos los conceptos matemáticos involucrados a partir de dichas actividades.

Los autores Alsina, Burgués y Fortuny (1989) presentan las siguientes fases de aprendizaje:

Fase 1: Discernimiento: Se presentan a los estudiantes situaciones de aprendizaje dando el vocabulario y las observaciones necesarias para el trabajo.

Fase 2: Orientación dirigida: El profesor, propone una secuencia graduada de actividades a realizar y explorar. La ejecución y la reflexión propuesta servirán de motor para propiciar el avance en los niveles de conocimiento.

Fase 3: Explicitación: Los estudiantes, una vez realizadas las experiencias, expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.

Fase 4: Orientación libre: Con los conocimientos adquiridos los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones distintas de las presentadas, pero con estructura comparable.

Fase 5: Integración: Los objetos y las relaciones son unificadas e interiorizadas en un sistema mental de conocimientos.

A partir de estas fases podemos reflexionar acerca de cuáles de ellas recorrieron nuestros alumnos dentro de los ambientes de aprendizaje que les propusimos. De acuerdo con nuestra propuesta de trabajo, consideramos que los alumnos pudieron experimentar en mayor medida las fases nº 1, 2 y 3. Esto se manifestó tanto en las actividades propuestas como en las puestas en común posteriores y en las presentaciones que desarrollábamos en la instancia de la recuperación formal de los contenidos.

A modo de ejemplo podríamos citar aquí la actividad exploratoria nº1 que les presentamos a los alumnos en clase, donde el recurso utilizado para la misma era un plano. En primer lugar les explicamos las características del mismo y el enunciado de la consigna. Además incluimos en dicho plano los puntos cardinales, lo cual fue un elemento que contribuyó a la respuesta de los alumnos. De esta manera podemos decir que le planteamos el vocabulario y las

observaciones necesarias para llevar a cabo la actividad, encontrándose ésta en la fase 1. En el momento de trabajo de esta actividad pudimos colaborar y orientar a los alumnos en sus respuestas atravesando así la fase 2. Al finalizar esta actividad exploratoria realizamos una puesta en común en la que los estudiantes pudieron expresar sus respuestas y argumentaciones, lo que implicaría pasar a la fase 3.

Por otra parte, y aunque en menor medida, creemos que los estudiantes pudieron experimentar las fases nº 4 y 5. Esto se evidenció en las tareas que se les encomendaba para el hogar y en la evaluación. Con esto nos referimos a que con los conocimientos que los estudiantes adquirieron en las actividades exploratorias, podrían luego aplicarlos de forma significativa a las situaciones presentadas en otras instancias que si bien proponen actividades distintas, poseen estructura comparable con las que los alumnos estaban trabajando. Un ejemplo de ello es la actividad nº1 de la evaluación en la que los alumnos debían construir un recorrido y luego marcar ciertos puntos en el mismo, lo cual posibilitaría que se formen segmentos como lo hicieron en la actividad exploratoria nº1. Sin embargo, en la evaluación los estudiantes debían aplicar los conocimientos que habíamos formalizado, para poder responder a las preguntas que les realizábamos en base al recorrido construido.

5.3.1. Análisis de distintas categorías de argumentación.

Luego de analizar estas fases, continuamos realizando una búsqueda acerca de los distintos tipos de argumentación¹ que se pueden construir, encontrando las siguientes:

Por definición: Una definición es una proposición que explica el significado de un término (palabra o frase) o un concepto. Capta los rasgos esenciales de lo definido y sólo esos. Supone asignar a cada individuo, concepto, objeto o situación el lugar exacto que le corresponde por la naturaleza de las cosas, es la estrategia de argumentación por excelencia.

Por deducción: Un argumento deductivo es aquel cuya conclusión está contenida en las premisas y se desprende inevitablemente de ellas, de modo tal que si las premisas son verdaderas, la conclusión es verdadera más allá de toda duda y si las premisas son falsas, la conclusión necesariamente será falsa también.

Por causa y efecto: Argumentar identificando causas y efectos implica explicar los porqués de las cosas. Se trata de buscar la correlación que existe entre dos situaciones o estados de cosas para determinar que una causa la otra.

Por ejemplificación: Un argumento de ejemplificación se apoya en una serie de premisas en las que se ofrecen diversos ejemplos que sustentan la afirmación o negación expresada en el argumento.

De acuerdo con la clasificación presentada, y en relación a los ambientes que se desarrollaron a partir de nuestra propuesta, identificamos que los alumnos recurrieron sobre todo a las argumentaciones por definición y por ejemplificación para poder responder a las consignas. Estos tipos de argumentaciones se evidenciaron en las actividades realizadas por los alumnos

¹ Los distintos tipos de argumentaciones fueron extraídos de la siguiente página Web: http://cenevalenlinea.com/oa/ensayoorg/por_definicion.html Consultada en Noviembre de 2013.

tanto grupalmente en clase como de manera individual en las tareas y en la evaluación sumativa.

❖ **Argumentaciones por definición.**

Uno de los tipos de argumentaciones que surgieron fue por definición, que eran las que pretendíamos que los alumnos lograran elaborar. Si bien esto puede ser entendido como que el individuo debe reproducir de memoria una definición, cabe aclarar que nuestra intención no era esa, sino que buscábamos que los estudiantes lograsen establecer las características involucradas en la definición, de manera que pudiesen demostrar que habían comprendido la misma. Para ello realizamos las actividades ya mencionadas anteriormente y se crearon espacios donde se trabajó con los alumnos acerca de cómo pretendíamos que dieran las mismas.

Realizaremos aquí una distinción entre **argumentación por definición formal** y **argumentación por definición de la primaria** ya que también se manifestaron situaciones en que los alumnos recurrieron a esta última.

- **Argumentación por definición formal.**

En la figura 5.2 presentamos la respuesta de una alumna a los ítems a) y b) del inciso C correspondiente a la actividad nº1 de la evaluación escrita.

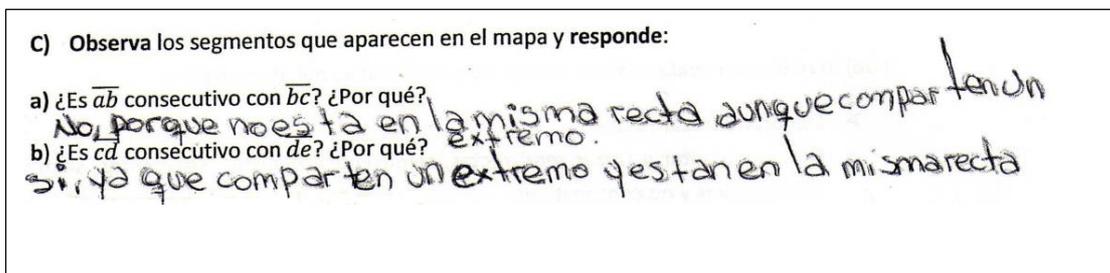


Figura 5.2: Respuesta de una alumna a los ítems a) y b) del inciso C correspondiente a la actividad nº1 de la evaluación escrita.

Como se observa en la figura, la alumna recurre a la definición formal presentada en clase para responder al por qué de cada ítem. Queremos destacar que varios de los alumnos en esta actividad recurrieron a dicha definición.

- **Argumentación por definición de la primaria**

En la figura 5.3 mostramos la argumentación escrita que generó un grupo de alumnas para responder al ítem b) de la actividad exploratoria nº2.

b) No le quedaría de paso, Porque el centro esta hacia el norte y ciudad Universitaria hacia el sur.
 Porque es una semirecta ya qe el recorrido tiene principio pero no fin.

Figura 5.3: Respuesta de un grupo de alumnas al ítem b) de la actividad exploratoria nº2 realizada en clase.

En este caso las alumnas argumentan usando, en primer lugar, conocimientos de la vida cotidiana expresando que a Juan no le queda de paso la Ciudad Universitaria si se dirige hacia el centro, debido a que un lugar se encuentra hacia el norte y el otro hacia el sur. Pero además, al dibujar el trayecto que realiza Juan para dirigirse a uno de los lugares, las estudiantes relacionan dicho trayecto con uno de los conceptos aprendidos en la primaria, como es el de semirecta, donde esta "tiene principio pero no fin". Así, las alumnas identifican el inicio del recorrido de Juan como el principio de la semirecta y al no encontrarse en el plano el lugar hacia donde se dirige dicho peatón, relacionan la continuidad del trayecto, más allá del plano, con la idea de que la semirecta no tiene fin.

En la figura 5.4 presentamos la respuesta de un grupo de alumnos a los ítems b) y c) de la actividad exploratoria nº4.

B) NO, ~~ya~~ mantienen la misma dirección y son rectas Perpendiculares o sea que cuando se cruzan forman un \angle de 90°
 A) NO, porque son Rectas paralelas

Figura 5.4: respuesta de un grupo de alumnos a los ítems b) y c) de la actividad exploratoria nº4 realizada en clase.

Como se puede observar, al igual que en el ejemplo anterior los alumnos utilizan conocimientos de la primaria para dar sus argumentaciones, como son en este caso rectas perpendiculares y paralelas. Esto se evidenció en el reconocimiento por parte de dichos estudiantes de que los trayectos que realizaban Luis y José por un lado y el ciclista y José por otro, determinaban respectivamente, rectas perpendiculares y rectas paralelas.

Este tipo de argumentación surgió en el momento de realizar las actividades exploratorias y en las instancias de formalización. Lógicamente, esto se debió a que en ese momento los alumnos

sólo tenían como recurso los conocimientos de la vida cotidiana y los que recordaban que habían aprendido en el nivel primario. Por esto es que dicha manera de argumentar, en esa instancia, era la esperada por nosotras. Cabe mencionar que retomamos y valoramos en la clase todas aquellas definiciones que los estudiantes recordaban de la Primaria e intentamos relacionar cada uno de sus elementos con los elementos formales de la definición.

❖ Argumentaciones por ejemplificación.

Los alumnos también presentaron argumentaciones a partir de ejemplos, tanto en las actividades de tarea como en la evaluación escrita. En estos casos los estudiantes tenían la noción de lo que debían argumentar, pero ante la dificultad para escribir la misma o al tener la intención de aclarar lo que estaban expresando, recurrían al uso de ejemplos. En la figura 5.5 exponemos la respuesta de una alumna al inciso a) de la actividad nº3 correspondiente a la evaluación sumativa. Lo que le preguntábamos en dicho caso a la alumna era si reconocía semirrectas en el plano y además le pedíamos una argumentación.

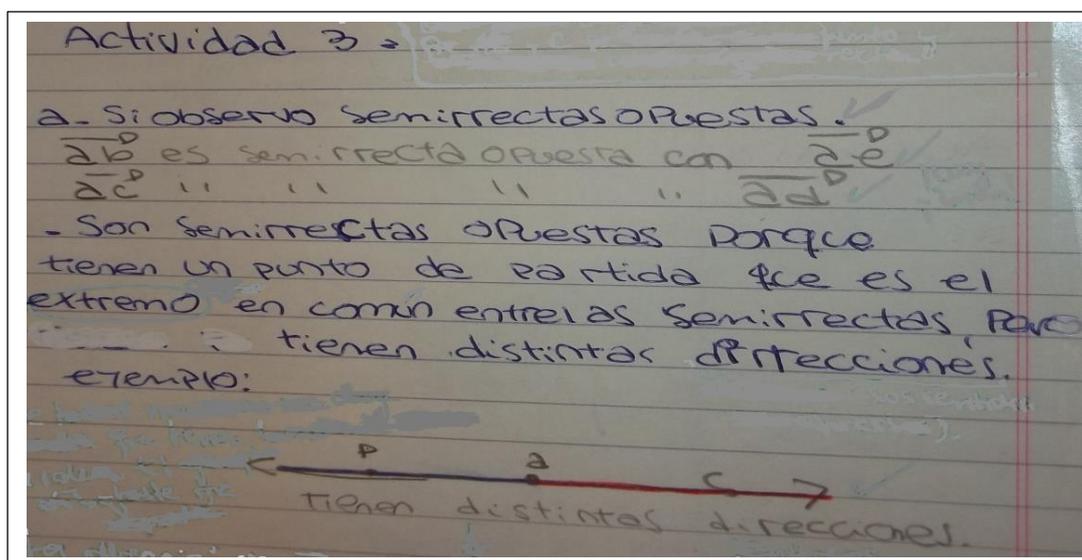


Figura 5.5: Respuesta de una alumna inciso a) de la actividad nº3 en la evaluación sumativa, donde se observa un argumento por ejemplificación.

Como se puede observar, la estudiante reconoce correctamente las semirrectas opuestas. Al momento de explicar por qué son opuestas dichas semirrectas, en primer lugar intenta hacerlo a través de las características que presentan las mismas. Esto es: relaciona el punto de origen de ambas semirrectas con la idea de punto de partida (aunque lo llama extremo) y alude a los sentidos distintos que poseen las semirrectas opuestas (pese a que confunde sentido con dirección y no explicita que además de ser distintos, tales sentidos deben ser opuestos). Luego, consideramos que para aclarar y reforzar esta argumentación, optó por usar como recurso un ejemplo gráfico. Al analizar este tipo de respuesta pudimos reconocer que la alumna sí mostraba comprensión en relación con la definición de semirrectas opuestas por más que no argumentase usando la definición formal.

Tal como lo afirman Alsina, Burgués y Fortuny (1989), los ejemplos visuales constituyen recursos muy valiosos en relación con la comprensión:

“Las representaciones visuales (...) permiten comprender los conceptos muchísimo más eficazmente que determinadas frases verbales (...)” (P.104)

Así, creemos que, además de recurrir a la prosa o el texto para construir argumentaciones, es importante y enriquecedor que también lo realicen por medio de representaciones visuales y el uso de símbolos.

Al analizar las argumentaciones elaboradas por los alumnos encontramos que no todas ellas se ajustaban a la categorización presentada anteriormente, en la página nº 96, o que sus rasgos más relevantes no estaban considerados en ninguna categoría. En este sentido, podríamos crear dos nuevas categorías para un conjunto de argumentaciones que llamaremos **“argumentaciones a través de conocimientos de la vida cotidiana”** y **“argumentaciones a través de nociones matemáticas”**.

❖ **Argumentaciones a través de conocimientos de la vida cotidiana.**

Este tipo de argumentaciones fueron producidas para las actividades exploratorias propuestas en clase donde los alumnos usaban como recurso principal sus conocimientos de la vida cotidiana, expresándose con sus propias palabras. Para ello, exponían sus conjeturas acerca de lo que se les preguntaba en la consigna, a partir de lo que observaban en los mapas. En la figura 5.6 mostramos un ejemplo de este tipo de argumentación que generó uno de los grupos como respuesta a los ítems a) y b) de la actividad exploratoria nº2.

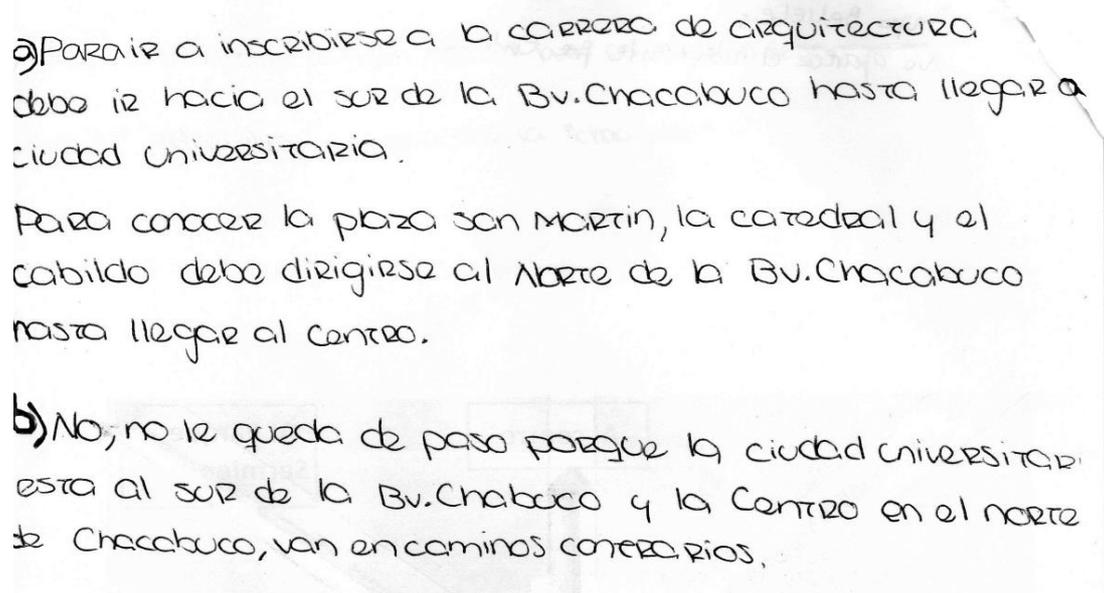


Figura 5.6: Respuesta a los ítems a) y b) de la actividad exploratoria nº2 realizada en clase por un grupo de alumnos. En la misma se observa una argumentación a través de conocimientos de la vida cotidiana.

Como puede verse en la figura, cuando los estudiantes debían argumentar acerca de los trayectos que una persona realizaba lo hacían basándose en la visualización de los recorridos en el mapa de la actividad. Este modo de argumentar era correcto en dichas instancias debido a que en ese momento no contaban con el recurso de las definiciones formales. Cabe aclarar que tampoco era ese el objetivo de tales actividades. El uso de los puntos cardinales también constituyó un recurso importante en este tipo de argumentaciones.

Otro ejemplo de este tipo de argumentación ya ha sido mencionado en la sección anterior. En él un alumno argumentó que dos segmentos son consecutivos porque “se siguen” en la misma recta. Como puede verse, esta argumentación se basaba en las características observadas en los mapas y también de sus propias ideas acerca de lo que entendían del concepto trabajado en la actividad.

❖ **Argumentaciones a través de nociones matemáticas.**

Este tipo de argumentación se encuentra entre las argumentaciones de tipo formales y las argumentaciones a través de la vida cotidiana. En este caso, los alumnos utilizaban como recurso nociones formales de matemática vistas en clase aplicándolas correctamente de manera que no se modificaba el sentido de la definición formal a la que hacían referencia. Es decir, expresaba las características involucradas en la definición formal mediante otros conceptos matemáticos.

En las figuras 5.7 y 5.8 exponemos las respuestas elaboradas por un alumno en el ítem a) de la actividad n°2 y al ítem b) de la actividad n°3 respectivamente, de la evaluación escrita.

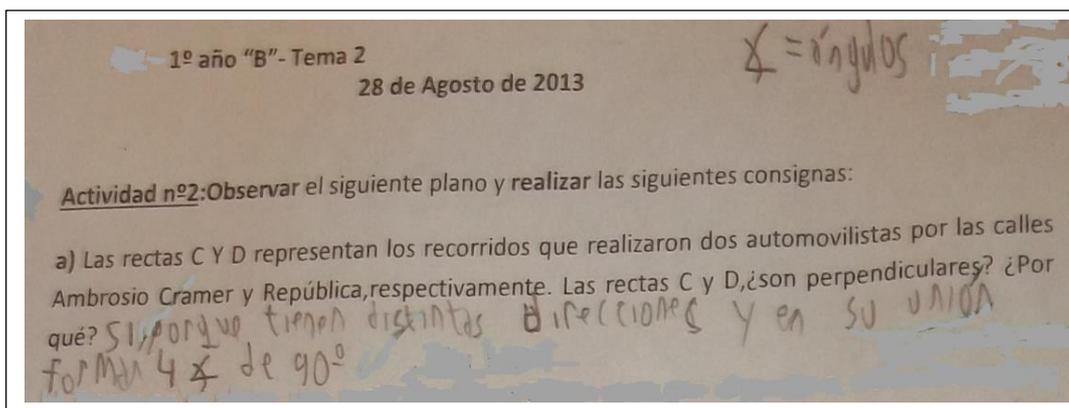


Figura 5.7: Respuesta al ítem a) de la actividad n°2 elaborada por un alumno en la evaluación escrita, donde recurre a una argumentación a través de nociones matemáticas vistas en clase.

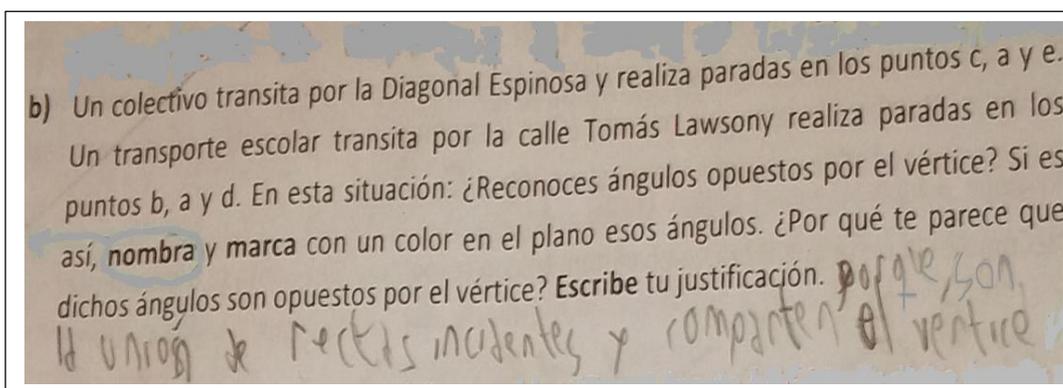


Figura 5.8: Respuesta al ítem b) de la actividad n°3 elaborada por un alumno en la evaluación escrita, donde recurre a una argumentación a través de nociones matemáticas vistas en clase.

Como se puede apreciar en ambas figuras, si bien no se enuncian las definiciones tal cual como fueron vistas en clase, la respuesta dada es correcta y se está utilizando un conocimiento explorado en el aula.

Por otra parte en la figura 5.9 mostramos la respuesta de un estudiante al ítem a) de la actividad nº3 correspondiente a la evaluación.

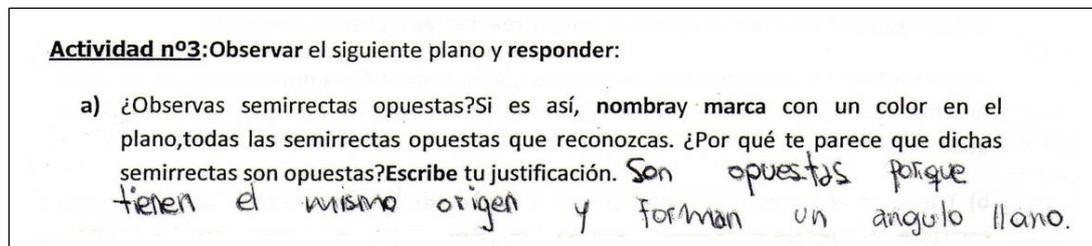


Figura 5.9: Respuesta al ítem a) de la actividad nº3 elaborada por un estudiante durante la evaluación escrita. En la misma se observa una argumentación a través de nociones matemáticas.

En este caso, si bien el alumno no cita la definición formal de semirrectas, argumenta tomando un concepto formal visto en clases como es el de ángulo llano y la noción de origen. Para ello consideramos que dicho estudiante recurre a lo visual observando el mapa y lo relaciona con los conocimientos vistos en clase.

Este análisis nos permitió reflexionar acerca de los distintos tipos de argumentaciones surgidos en cada una de las instancias de enseñanza- aprendizaje. El paso siguiente fue intentar encontrar motivos que dieran cuenta de por qué surgieron estos diferentes tipos de argumentaciones relacionándolos principalmente con las actividades que les propusimos a los alumnos y los enunciados de las mismas.

Consideramos que algunos de los factores que contribuyeron a la creación de múltiples tipos de argumentación se relacionan con la formulación del enunciado de las actividades. Algunas frases y preguntas utilizadas en las tareas y en ciertas actividades propuestas en clase fueron:

- Los segmentos, ¿son consecutivos? ¿Por qué?
- Explicar porque los segmentos no son consecutivos.
- Las semirrectas, ¿son opuestas? ¿Por qué?

Tal como están redactados estos enunciados permiten que diferentes argumentaciones sean elaboradas, porque dejan implícito cuál es el tipo de argumentación esperada como respuesta. En esta situación, los alumnos realizarán su propia interpretación del enunciado y, naturalmente, harán uso de los recursos con los que cuentan en ese momento. De esta manera, si pretendemos que los alumnos usen el recurso de las definiciones formales para responder al “¿por qué?” o a la explicación pedida, quizá esto deba ser explicitado en la consigna. También debe tenerse en cuenta en qué contexto se realizará la actividad. Así, si va a desarrollarse en clase es probable que el docente pueda ayudar a que las argumentaciones elaboradas por los alumnos se acerquen a la que él espera. Pero si la actividad se llevará a cabo como una tarea para el hogar, el enunciado será el medio principal de comunicación

entre el docente y los estudiantes por lo que es necesario que el mismo explicité qué tipo de argumentación se espera.

Otra de los factores involucrados en la diversidad de argumentaciones son los recursos con que contaban los alumnos para poder dar las mismas. Como ya mencionamos anteriormente, los estudiantes hacían uso de las definiciones de la Primaria y de conocimientos de la vida cotidiana en la etapa de exploración ya que en ese momento no contaban con definiciones formales. Luego, en las tareas dadas después de formalizados los conceptos, surgieron argumentaciones a través de definición formal, mediante explicaciones con sus propias palabras a partir de lo que observaban en el gráfico y haciendo uso de ejemplos. Finalmente, en la evaluación se mantuvo la argumentación por definición formal, además del uso de ejemplos. También en dicha instancia los alumnos argumentaban explicando con sus propias palabras lo que observaban e incluyeron además, aquellas elaboradas a partir de las nociones matemáticas vistas en clase.

Consideramos, además, que en la construcción de las argumentaciones juega un rol importante el sentido y la motivación que tiene para el alumno la actividad. Por ejemplo, cuando desarrollamos la actividad de construcción de rectas paralelas y perpendiculares en la que los alumnos realizaban sus propias construcciones, notamos que los estudiantes se involucraron mucho con la misma, estando especialmente motivados para las etapas de construcción y relato oral de los pasos que habían seguido para realizarla. Pero perdieron su motivación cuando tuvieron que escribir el proceso que habían llevado a cabo para elaborar dicha construcción en el cual debían también explicar por qué funcionaba la estrategia elaborada. Toda esta situación nos hace pensar en si la actividad era realmente motivadora en relación a la práctica de la escritura y a la construcción de argumentaciones escritas.

También en el mismo sentido, en algunas ocasiones ocurrió que los alumnos realizaban correctamente las actividades de trazar y reconocer y daban correctamente de forma oral la justificación pedida en el enunciado. Sin embargo, manifestaban que no querían escribir sus respuestas porque ya las sabían. En relación a ello consideramos que la argumentación escrita no representaba un desafío para el alumno. Es decir, escribir la argumentación en dicha instancia carecía de sentido pues la situación ya había dejado de ser problemática. Por lo general, en la clase de matemática la argumentación escrita casi no tiene lugar, debido a ello construir y poder dar sentido a esta práctica resulta complejo. Clara evidencia de ello son los ejemplos presentados en esta sección. Esto supone que los enunciados de las actividades reflejen la importancia de la argumentación escrita y requieran de la misma.

Además, es importante destacar que los alumnos con los que trabajamos eran de primer año, por lo que realizar estas argumentaciones escritas presentaba una complejidad para ellos, debido a que contaban con poca experiencia en este tipo de actividad. Con esto nos referimos al desafío que significaba para ellos el hecho de escribir textos largos pues no están acostumbrados a hacerlo, además de que todavía les cuesta escribir.

Consideramos que durante nuestras prácticas, los estudiantes vivenciaron en mayor profundidad la experiencia de trabajar con argumentaciones escritas. En esta instancia los alumnos recorrieron un camino hacia la construcción de conocimiento recurriendo a los distintos recursos nombrados anteriormente que repasaremos a continuación:

- ✓ Argumentaciones por definición. Dentro de estas se identifican la argumentación por definición formal y la argumentación por definición de la primaria.
- ✓ Argumentación por ejemplificación.
- ✓ Argumentación a través de conocimientos de la vida cotidiana.
- ✓ Argumentación a través de nociones matemáticas.

Debido a que en un primer momento pretendíamos trabajar con definiciones formales, el hecho de que en la práctica hayan surgido estos diversos tipos de argumentaciones nos lleva a reflexionar acerca de qué es lo que nos enseñan los estudiantes a partir de esto, qué nos dice esta situación del hacer matemática en la escuela y de la formalización.

En la siguiente sección presentaremos nuestras respuestas a estas inquietudes.

5.4. Reflexiones y propuestas.

A partir del análisis realizado hemos tomado conciencia acerca de la importancia y riqueza que revisten las distintas formas de argumentar que puede elaborar un alumno en Matemática. Además, el hecho de que los estudiantes puedan expresar o reafirmar su conocimiento a través de un ejemplo, explicar el mismo con sus propias palabras o relacionarlos con otros conceptos matemáticos, nos demuestra que también han comprendido el mismo. Por otra parte, para lograr un aprendizaje verdaderamente rico en este sentido es necesario crear ambientes de enseñanza y aprendizaje en los cuales los estudiantes puedan experimentar cada una de estas formas de argumentar. A su vez, el docente podrá ir haciendo explícitas cada una de estas maneras en que pueden validar una conjetura y embarcarse con sus alumnos en la tarea de analizar cuál de ellas es más conveniente de acuerdo a los distintos casos. Pensamos además que en el hacer matemática se debe tener en cuenta los recursos con que cuentan los estudiantes para proponer una forma de trabajo y una formalización de los conocimientos. Además, hay que considerar que hacer matemática para el docente puede tener un significado diferente al que tiene para el alumno.

Consideramos que algunas de las dificultades que nos surgieron y que fuimos mencionando en los apartados anteriores, están vinculadas a que en nuestra propuesta intentamos construir en el aula un contexto nuevo de trabajo pero sin lograr grandes modificaciones en los modos de validar con los que los alumnos estaban acostumbrados a trabajar. Esto generó una contradicción que da lugar al análisis de esta problemática. Una de las instancias en que se manifestó esta situación fue en las tareas dadas a los alumnos, extraídas del cuadernillo de la docente. En las mismas la argumentación escrita pedida no estaba explicitada en el enunciado, es decir, no se pedía argumentar. Otra de las instancias en las que se reflejó esta contradicción fue en la importancia que le dábamos en un primer momento a las definiciones formales tomadas de la propuesta de la docente. Esto significó que, si bien retomábamos cada una de las argumentaciones que daban los alumnos, nos enfocábamos en llevar esas argumentaciones hacia otras que involucraran el uso de definiciones formales.

Por otra parte, toda problemática involucra una reflexión para la acción. Es nuestro propósito presentar a continuación una serie de propuestas a modo de sugerencias que tal vez sean útiles en futuras prácticas docentes si se desea implementar una propuesta en un contexto de trabajo similar al nuestro:

- Fomentar la escritura en la clase de Matemática. Ésta es una de las habilidades que consideramos de gran importancia para un alumno de primer año, ya que es un proceso que generalmente no se realiza en Matemática.
- Valorar la diversidad de argumentaciones ya que el estudiante en su proceso de aprendizaje atraviesa distintas etapas para construir y dar sentido al conocimiento. Además, consideramos interesante cómo un saber puede ser expresado de diferentes maneras, demostrando que no sólo aquel que da una argumentación formal posee el mismo. De esta manera, creemos que en matemática no hay una única forma de argumentar. Esto revela a su vez un aspecto de la matemática que es la diversidad de caminos por los que nos posibilita transitar e ir enriqueciendo tanto el conocimiento de ciertos contenidos como el sentido que se les da a éstos.
- Explicitar criterios de validación para que pueda ser claro para los alumnos qué recursos son los que están siendo legitimados para construir argumentaciones.
- Crear un contexto de trabajo que coincida con la propuesta áulica a implementar. Para ello es necesario plantear criterios y objetivos. Ellos permitirán expresar las pautas de trabajo que se considerarán en dicho contexto, por un lado, y los fines concretos que se perseguirán con dicha propuesta, por otro.
- Presentarle a los alumnos actividades que contribuyan a explorar diversos tipos de argumentaciones. El mayor desafío de esta propuesta se encuentra en cómo el docente retoma el trabajo de los alumnos y el valor que le asigna a dicha labor.
- Generar el debate y la discusión en el aula, entre docente y alumnos y entre los mismos estudiantes. Esto posibilitaría que los alumnos enriquezcan tanto sus conocimientos matemáticos como las habilidades para argumentar, así como también su vocabulario y modos de expresión. Esta propuesta está íntimamente relacionada con el contexto de trabajo que el docente logre desarrollar.

Nos gustaría finalizar esta sección con una cita de Alsina, Burgués y Fortuny (1989):

“Enseñar (...) exige de una buena planificación, de un método adecuado, de un proceso comunicativo feliz, de selección de problemas adecuados, de una evaluación óptima...la necesidad continua de adaptar, graduar, cambiar, evaluarse...” (P.97-98)

Las palabras de estos autores reflejan el proceso que requiere la tarea docente, que nunca culmina sino que genera un ciclo cada vez que logramos evaluarnos a nosotros mismos. Sentimos que analizar esta problemática nos permitió involucrarnos con nuestra propia labor pudiendo reflexionar acerca de cómo influye nuestra manera de proponer el hacer matemática en el aula. Creemos necesario evaluarnos constantemente para poder así enriquecer, por un lado, nuestra acción y, por otro, el aprendizaje de los alumnos, al elaborar nuevas propuestas que los desafíen, potenciando su propia labor en la clase de Matemática.

6. REFLEXIONES FINALES.

Nos gustaría concluir este informe expresando lo importante que fue para nosotras la etapa de nuestras prácticas. En primer lugar, porque fue el momento más esperado de nuestra carrera, esto es, poder estar frente a un curso, con nuestros alumnos y vivenciando por primera vez lo que será la tarea que realizaremos durante el resto de nuestras vidas. En segundo lugar, porque tanto durante las prácticas como en la preparación para las mismas y al momento de escribir nuestro informe, aprendimos mucho. El haber podido abordar la Geometría desde una propuesta diferente a la tradicional y utilizar recursos tecnológicos para proponerle a los alumnos instancias de aprendizaje diferentes en Matemática, tanto con las actividades que elaboramos como con las presentaciones que realizamos, nos enriqueció mucho y nos permitió también reflexionar críticamente lo cuidadosa que debe ser la tarea del docente al llevar propuestas al aula. Además, analizar nuestra problemática significó para nosotras tener la posibilidad de recuperar nuevamente el trabajo que habíamos realizado con los alumnos y reflexionar en relación a ello. Todo esto nos permitió crecer de una manera que ninguna de las dos imaginaba madurando acerca de la responsabilidad que involucra la tarea docente y podemos decir que nos ha permitido enamorarnos hoy, más que nunca de la que será próximamente nuestra profesión. Otro aspecto que consideramos importante es el haber realizado esta experiencia con el apoyo de un par pedagógico ya que nos permitió por un lado, trabajar de manera colaborativa, lo cual será fundamental para nuestra inserción en una institución educativa y por otro, compartir temores, incertidumbres, certezas y demás sentimientos que se manifiestan en un momento tan importante para un futuro docente.

Por otra parte no queremos dejar de mencionar el apoyo que en todo momento hemos recibido de cada una de las profesoras de MOPE, tanto en lo académico como en lo personal. En particular deseamos agradecer muy especialmente a Leticia Losano, quien no solo supervisó nuestras prácticas sino que además se preocupó constantemente por nuestra contención emocional, lo cual fue fundamental para poder desarrollar y disfrutar de dicha etapa.

Otro de nuestros agradecimientos va dirigido tanto a la Institución educativa como a la docente de los cursos en que realizamos nuestras prácticas ya que nos abrieron las puertas y nos permitieron desarrollar con libertad nuestra propuesta de trabajo.

Por último, queremos agradecerles a nuestras familias por ser el sostén durante una etapa en la que todo nuestro tiempo y espacio estaba dedicado a nuestras prácticas. Su apoyo incondicional permitió que pudiésemos involucrarnos totalmente con nuestra tarea.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. (1989) *Invitación a la didáctica de la Geometría*. Serie Matemáticas: Cultura y aprendizaje. Editorial Síntesis, Madrid.
- Bombini, G. (2002) "Prácticas docentes y escritura: hipótesis y experiencias en torno a una relación productiva", *ponencia presentada en las primeras Jornadas de Práctica y residencia en la formación docente*. CIFFyH, UNC. Córdoba.
- Cacciavillani, C. & Maina, M. (2013): Selección de textos y consignas de manuales escolares para la enseñanza de la Argumentación. Análisis crítico de la ideología en la lengua en *Anales de las VIII jornadas de Investigación en Educación*. CIFFyH. Huerta Grande, Córdoba.
- Crespo, C. (2005): La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Revista Premisa*, 7(24) p.23-29.
- Giménez, G. & Subtil, C. (2013): Enseñar a argumentar en la escuela. Un estudio a través de los manuales escolares en *Anales de las VIII jornadas de Investigación en Educación*. CIFFyH. Huerta Grande, Córdoba.
- Gvirtz, S. & Palamidessi, M. (2008) *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*. Editorial Aique, Buenos Aires.
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2015.
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba. La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria – Documento de apoyo curricular 2011.
- Sadovsky, P. (2005) *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal, Buenos Aires.
- Skovsmose, O. (2000) Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1) p.3-26.

8. ANEXOS.

❖ Anexo A.

En este segundo anexo expondremos, en primer lugar, los guiones conjeturales confeccionados para las actividades nº2 a nº9 inclusive. En segundo lugar, presentaremos el guion conjetural elaborado para la clase de construcciones de rectas paralelas y perpendiculares.

➤ Guiones conjeturales de las actividades.

• Guion conjetural de la actividad nº2.

Con estas preguntas buscábamos que los estudiantes exploraran las nociones de dirección, continuidad y extensión infinita de las semirrectas. Pensábamos que esto último sería lo más difícil de representar gráficamente para los estudiantes. En ese caso, pensábamos ayudarlos haciendo preguntas como: “si una persona que no participó de estas actividades observa la imagen, ¿de qué manera les parece que podrían indicarle en el mapa hacia dónde se dirige Juan en cada uno de sus recorridos?”, “¿cómo indicarían entonces que Juan debe ir hacia uno u otro lugar si tales sitios no figuran en el mapa?”. Con estas preguntas creíamos que finalmente surgiría la idea de marcar una “flecha” en el recorrido que realizaba Juan y la noción de que ese recorrido continuaba aún más allá de lo que visualmente se podía obtener a partir de la imagen.

Con el ítem b) esperábamos que los alumnos exploraran la noción de semirrectas opuestas. Pensamos que las respuestas de los alumnos podrían ser del tipo: “no le queda de paso porque el centro está hacia el norte, mientras que la ciudad universitaria está hacia el sur, según el mapa”. Una respuesta de ese estilo sería aceptada como válida y luego retomada en la formalización de los contenidos.

• Guion conjetural de la actividad nº3.

Con esta actividad buscábamos trabajar la noción de recta como también dos propiedades de dicha noción: “dos puntos determinan una única recta” y “las rectas tienen infinitos puntos”.

En esta instancia apuntábamos, en particular en el ítem b), a que los estudiantes a través de la exploración respondiesen que no existía otra ruta diferente que cumpliera con las condiciones que planteaba el enunciado, de pasar por los puntos “a” y “b”, y además, ser igual de económica. Para lograr que surja la noción de extensión infinita de las rectas pensábamos hacer preguntas similares a las realizadas en la actividad nº2 para semirrectas, como por ejemplo: “¿de qué manera les parece que podrían indicar en el mapa desde dónde viene y hacia dónde se dirige el automóvil durante su recorrido teniendo en cuenta que estos lugares no aparecen en dicho mapa?”. Con estas preguntas creíamos que finalmente surgiría la idea de marcar con una “flecha” cada uno de los extremos del recorrido que realizaba el auto y la noción de que ese recorrido “venía desde” y “continuaba hacia” lugares que visualmente no se podían apreciar a partir de la imagen. Cabe aclarar que el enunciado formal de estas propiedades se realizaría a través de la presentación que planificábamos llevar a cabo después de las actividades.

- **Guion conjetural de la actividad nº4.**

En esta actividad conjeturamos que un primer inconveniente que podría surgirle a los alumnos tendría que ver con el punto de encuentro entre José y Luis, ya que al no indicarles explícitamente que tracen los recorridos de ambos peatones, es probable que no los dibujaran y por tanto, no reconocieran en un primer momento cuál sería el punto de encuentro. Si esto llegaba a suceder pensábamos ayudarlos haciéndoles la siguiente pregunta: “¿cómo identifican en el mapa el recorrido que realiza cada uno de estos peatones?” y así tal vez los chicos los marcaran en primera instancia dando indicaciones con sus manos; en ese caso, considerábamos sugerirles que se ayuden utilizando la regla para trazar esos recorridos y una vez logrado este procedimiento, si aún no reconocían el punto de encuentro entre los peatones (aunque ya podría resultar evidente para algunos), pretendíamos plantearles la siguiente inquietud: ¿Qué significa que José y Luis se encuentren?; supusimos que surgirían respuestas como: “que se choquen”, “que los dos estén en el mismo lugar”, entre otras y en ese caso se les pediría que identifiquen en el mapa ese “choque” o lugar donde coinciden estos peatones.

Con respecto al ítem b), si hubiese dudas acerca de la cantidad de veces en que José y Luis podrían encontrarse si se mantienen en la misma dirección en que iniciaron sus recorridos, considerábamos retomar la reflexión antes realizada para preguntarles: “¿Reconocen algún otro punto de encuentro en los trayectos que acaban de trazar?”, a lo que suponíamos que los alumnos responderían que no, respuesta que aceptaríamos como válida para luego retomarla en la recuperación formal de los contenidos.

Siguiendo entonces con la misma línea de reflexión, si surgían dudas en el ítem c), considerábamos resolver las mismas a partir del trazado de los recorridos y las nociones de dirección abordadas en las actividades anteriores.

- **Guion conjetural de la actividad nº5.**

Con esta actividad perseguíamos que los alumnos aprendieran a usar el transportador (si no sabían usarlo, considerábamos pasar por cada grupo para enseñarles en qué posición debe ubicarse para tomar las medidas correctas) y con dicha herramienta, abordaríamos las nociones básicas para clasificar los ángulos según su medida (obtuso, agudo, recto, llano y nulo) y según las relaciones entre ellos (suplementarios, opuestos por el vértice). Además buscábamos que pudieran ver la propiedad que establece que los ángulos determinados por dos rectas perpendiculares miden lo mismo.

La actividad les daría la libertad de poder analizar y descubrir propiedades. Una pregunta que considerábamos que podrían hacer es: “¿qué tenemos que hacer en esta actividad?”, “¿a qué relaciones hace referencia el enunciado?” En ese caso pensábamos decirles que observen todos los ángulos que quedaban determinados a partir de las dos trayectorias, que pensarán qué podían decir sobre cada uno de ellos. Podría surgir que algunos alumnos se dieran cuenta que deben tomar ángulos distintos y analizar qué pueden decir de ellos, de no ser así, pensábamos nosotras darle esa ayuda; además, resolvíamos preguntarles: “¿cómo podrían ver las relaciones?”, “¿qué deberían hacer?”, “¿Qué elemento o elementos de geometría creen que les sería útil para trabajar con ángulos?”, esto para que se dieran cuenta de que deberían usar el

transportador, pues podría suceder que no supieran usarlo y para ello considerábamos explicarles cómo se utiliza el mismo.

Una de las primeras características que deducíamos que podían llegar a registrar era la medida de cada uno de los ángulos; en el caso del mapa para rectas perpendiculares, al medir los cuatro ángulos y ver que su medida es de 90° , la idea es que reconocieran que los cuatro ángulos son iguales y que son rectos, ya que suponíamos que tendrían algún conocimiento de ese ángulo por haberlo estudiado en el nivel primario.

Con respecto al segundo mapa, al medir podrían darse cuenta de que hay dos pares de ángulos que miden lo mismo, que serían los ángulos opuestos por el vértice. Si notábamos que algunos alumnos nos decían “estos ángulos son iguales” y “estos dos también”, haciendo referencia a los ángulos opuestos por el vértice, conjeturábamos decirles que registraran los datos en los cuadernos ayudándolos con la notación. Por otra parte, podrían tomar los ángulos consecutivos y hacer la suma de los mismos, notando que la suma da 180° , lo cual les pediríamos que registren, ayudándolos con la notación, la cual será por ejemplo $\hat{b}\hat{c} + \hat{c}\hat{d} = 180^\circ$. El tipo de ángulos que considerábamos que no surgiría en esta actividad por parte de ellos es el ángulo llano y el ángulo nulo, por lo que pensábamos hacer preguntas como: ¿qué tipos de ángulos conocen?, ¿hay algún tipo que no esté representado en la actividad?, etc. Con esto buscábamos que tengan presente sus conocimientos anteriores y además tener presente nosotras cuáles son esos conocimientos.

- **Guion conjetural de la actividad n°6 y n°7.**

Estas actividades permitirían abordar la noción general de lugar geométrico, así como también adquirir el vocabulario formal necesario para tratar este tema. Con esto nos referimos a expresiones como “la manzana que queda determinada entre ciertas calles”, o bien, “la parte que queda determinada a la izquierda de cierta calle”, “los puntos que están a 3 cm de distancia de tal calle”, entre otras. Estas actividades persiguen entonces que los alumnos puedan identificar por ejemplo una recta o puntos del plano como referencia para fijar ciertas condiciones a partir de ellos.

Un inconveniente que considerábamos que podría surgir en estas actividades está relacionado con ciertas zonas que quedan “determinadas por” cierta calle pues tal vez no comprendieran en un primer momento si eso significa que dicha calle está incluida o no entre los puntos que deben marcarse. En ese caso, pensábamos intervenir diciéndoles que la calle está determinando dos zonas y que por convención con ellos no se incluirán dichas calles, aunque sea una condición arbitraria, que podría considerarse de una u otra manera. Luego considerábamos pedirles que señalen cuáles serían tales zonas y con esto, ver que ellos sólo marcan los lugares que están entre dichas calles, sin incluir las mismas.

En cuanto a las particularidades de cada actividad, conjeturábamos que en la n°6 a los alumnos se les presentaría cierta dificultad en el ítem b), ya que debían marcar los puntos que satisfagan dos condiciones al mismo tiempo. En ese caso considerábamos pertinente nuestra intervención con indicaciones como: “marquen con líneas verticales la parte que queda determinada al norte de la calle Copina”, “luego marquen con líneas horizontales la parte que queda determinada a la izquierda de la calle Huinca”, “¿qué zona les quedó marcada tanto con

líneas verticales como con líneas horizontales?”, “¿qué representa dicha zona en el mapa?”. Con estas intervenciones buscábamos que los alumnos reflexionen acerca de que la parte que les quedó marcada tanto con líneas verticales como con líneas horizontales es la zona de la ciudad que cumple de manera simultánea con las dos condiciones que se plantean en el ítem b).

Con respecto a la actividad n°7, pensábamos que algunos de los inconvenientes que podrían tener los alumnos al momento de realizar la actividad serían, por un lado tener dudas a partir de donde medir los 3 cm de distancia, es decir, si medir dicha distancia desde un borde de la calle o desde el medio de la calle, por lo cual les indicaríamos que por convención tomaremos las distancias a partir del borde de las calles. Esta situación decidimos no aclararla en la consigna, con la intención de que los alumnos puedan descubrir solos, que se pueden tomar distancias no sólo desde un borde de la calle sino desde los dos bordes.

Por otro lado considerábamos que los alumnos se darían cuenta de marcar sólo algunos puntos que cumplan la condición de estar a 3 cm de la calle Sarmiento en el caso del ítem a), y no recorrer el proceso, de identificar la existencia de infinitos puntos que están a 3 cm de dicha calle y que todos ellos pertenecen a la misma recta. Para ayudarlos pensábamos indicarles otro punto que ellos no hubiesen considerado para hacerles ver que ese punto también está a 3 cm de distancia de la calle.

Una vez que ellos tuviesen la solución y la idea de que todos los puntos pertenecen a una misma recta conjeturábamos preguntarles: “¿es necesario marcar punto por punto o medir varias veces las distancias?” Esto para que se dieran cuenta de que con sólo dos puntos que marquen a 3 cm de distancia de la calle ya se puede marcar la recta buscada.

Otro de los inconvenientes que suponíamos que les podría surgir a los alumnos es acerca de cómo medir la distancia de un punto a la calle. Considerábamos que los alumnos tomarían la regla y comenzarían a marcar puntos que estén a 3 cm de distancia de la calle sin colocar la regla de manera perpendicular a ésta. Allí les explicaríamos que vamos a convenir tomar la menor distancia de una recta a un punto, que se mide colocando la regla de forma perpendicular a dicha recta, y que una vez que la regla estuviese en esa posición, deberían marcar un punto a 3 cm de distancia. Además considerábamos pedirles que nombraran esas rectas para hacer uso de la notación.

Con respecto al ítem b) al ser similar al ítem anterior contarían con las herramientas y conocimientos necesarios para poder realizarlo. El hecho de que aquí tengan que resolver una consigna similar a la del ítem a) se debe a que considerábamos conveniente que los alumnos reafirmaran el proceso de medir la distancia desde una recta a un punto, ahora por sí solos con el conocimiento que tendrían de lo realizado en el ítem anterior.

- **Guion conjetural de la actividad n°8.**

En la actividad n°8 perseguíamos el objetivo de abordar la noción de mediatriz como lugar geométrico.

Si surgían dudas con el ítem a), considerábamos pedirles a los alumnos que marquen en el mapa algunos lugares en que podrían haber estado Nico y Paula sin haberse encontrado; así,

se planteaba una situación que se esperaba que llevase a los estudiantes a reflexionar acerca de distancias iguales respecto de una misma recta, al buscar sitios donde Nico y Paula estuviesen a la misma distancia de ambas casas pero no en un mismo lugar de manera simultánea, impidiendo el encuentro entre estos dos chicos, siendo una guía a su vez para responder al ítem c). Luego, con el ítem b) tratábamos de arribar a que el lugar de encuentro entre Nico y Paula no es único, sino que existen varios puntos que cumplen con las condiciones de distancia que se piden en el enunciado. Si surgían dudas por parte de los estudiantes acerca de esto, pensábamos señalarles algún punto en la imagen donde se siguiese cumpliendo la condición de distancia propuesta en el enunciado y, habiendo encontrado un lugar más, dejarles a ellos la tarea de seguir con la búsqueda de más puntos.

Por otra parte, conjeturábamos que tal vez los alumnos señalaran que el encuentro más cercano sería en el punto que está a la mitad del segmento que une las dos casas y que nadie caminaría una distancia mayor, teniendo la posibilidad de no hacerlo. En este caso pensábamos decirles que su reflexión es acertada pero que los demás puntos también cumplen con las condiciones de distancia que se plantean en el enunciado y por lo tanto son opciones válidas, para ayudarles a los chicos a encontrarse. Sin embargo el punto de encuentro más cercano es una buena opción de solución para el ítem c) y dicha proximidad es una buena razón para elegir un lugar de encuentro.

- **Guion conjetural de la actividad nº9.**

Con la actividad nº9 perseguíamos abordar el concepto de bisectriz como lugar geométrico.

Considerábamos que en esta actividad, con la pregunta “¿Por qué creen que esas serían buenas ubicaciones para el puesto de la Cruz Roja?” surgirían respuestas como: “si sucede un accidente la cruz roja estaría cerca de las dos rutas”, o bien, “se encuentra en el medio de las dos rutas”; entonces pensábamos preguntarles: “¿Qué tan cerca?”, “¿Está más cerca de una ruta o de la otra?”, “¿Qué quiere decir que está al medio de las dos rutas?”, entre otras. Esto con el objetivo de que noten que deben medir la distancia del puesto de la Cruz Roja a las dos rutas y así comprobar que son iguales. Estas distancias se medirían desde el puesto de la Cruz Roja a uno de los bordes de las rutas, ya que las rutas no tienen dimensión cero. Considerábamos preguntarles además: “¿cómo medirían esas distancias?” Como ellos en la actividad nº7 trabajarían con distancias, donde ya se les habría explicado cómo se mide la distancia de un punto a una recta, pensábamos que no les resultaría difícil. En caso de que no se dieran cuenta de cómo hacerlo les daríamos la siguiente explicación: “un punto estará a la misma distancia de las dos rutas, si al trazar una recta perpendicular a cada una de estas que pase por dicho punto, los segmentos que quedan determinados con un extremo el punto y el otro extremo sobre cada una de las rectas, deben medir lo mismo”. Con respecto al segundo interrogante: ¿se pueden marcar otras ubicaciones? Considerábamos que los alumnos tomarían otro punto y medirían, para comprobar si está o no a la misma distancia de las dos rutas, al observar que ese punto más los tres que se observan en el mapa están sobre la semirrecta \overrightarrow{on} , descubrirían de manera intuitiva que todas las posibles ubicaciones se encuentran sobre la semirrecta. En este caso donde las posibles ubicaciones de la Cruz Roja son todos los puntos de la semirrecta dada, pensábamos indicarles que no es posible medir cada uno de esos puntos sino sólo algunos.

Podía ocurrir que algunos alumnos midieran los ángulos que quedan determinados entre las rutas y la semirrecta, verificando que miden lo mismo. Nos planteábamos retomar esto para reflexionar acerca de que la semirrecta está a la mitad del ángulo determinado por las rutas.

- **Guion conjetural de la actividad nº10.**

Con la actividad nº10 pretendíamos abordar la definición de circunferencia como lugar geométrico.

Lo primero que pensábamos aclararles a los alumnos es que debían usar una escala donde $1\text{cm}=100\text{km}$, ya que sería imposible marcar en el mapa un lugar que estuviese a 300 km del pirata en la imagen y preguntarles, según la escala, ¿a cuántos cm del pirata deben marcar el lugar (o los lugares)?

Considerábamos que lo primero que harían los alumnos sería tomar la regla y marcar un punto o los dos puntos que se encuentran a 3 cm del pirata (a la derecha y a la izquierda), siendo el lugar donde se encuentra el pirata, el punto medio del segmento (diámetro de la circunferencia) que uniría los dos puntos que ellos dibujarían. Aquí nos resultaba conveniente pedirles a los alumnos que marcaran con un color aquellos puntos que señalaron en un primer momento; esto para que pudiésemos nosotras distinguirlo del resto de la circunferencia cuando revisáramos sus trabajos y los retomáramos en la recuperación matemática.

Luego con respecto a la segunda pregunta, pensábamos que los alumnos buscarían otro punto o puntos que estén a 3 cm del pirata. Si no se daban cuenta conjeturábamos mostrarles otro punto distinto y hacerles ver que ese punto que tomáramos, estaría también a 3cm de Barba Negra, para que notaran que existen más puntos y ellos comenzaran a buscar qué otros puntos podían tomar. Conjeturábamos que podía ocurrir que algunos alumnos, luego de marcar varios puntos pudieran visualizar que los puntos, por la forma en que se encuentran ubicados van formando una circunferencia. Aquí considerábamos hacerles notar la diferencia entre medir de un punto a otro, como se pidió en esta actividad y medir desde un punto a una recta, como se trabajaría con la actividad nº7 y nº9.

En esta actividad sería necesario que los alumnos supiesen usar el compás para poder trazar la circunferencia; si no sabían hacer uso del mismo considerábamos dar una explicación de cómo hacerlo.

- **Guion conjetural confeccionado para la clase de construcciones en ambos cursos.**

CONSTRUCCIÓN DE RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES CON REGLA Y ESCUADRA.

- Llevaríamos a cabo esta actividad en 80 minutos, el día miércoles 21/08/13 en 1^ºB y el día jueves 22/08/13 en 1^ºA.
- Necesitaríamos que los alumnos contasen con los elementos de Geometría adecuados para trabajar, que les serían solicitados con antelación.
- En esta clase esperábamos que los estudiantes pudiesen:
 - ✓ explorar la construcción de rectas paralelas y perpendiculares, a través de diferentes procedimientos pudiendo reconocer a su vez los límites que presentan algunos de estos métodos;
 - ✓ arribar, a través de la construcción, a la siguiente propiedad: “dos rectas son paralelas si ambas son perpendiculares a una misma recta”;
 - ✓ escribir los pasos que realizaron para desarrollar cada uno de los métodos que hubiesen explorado.

LA CLASE.

Les entregaríamos a los alumnos la actividad nº2 para el repaso de rectas paralelas y perpendiculares.

Luego les diríamos: “todas estas clases hemos estado trabajando con planos, observemos que en ellos hay calles que son paralelas y calles que son perpendiculares”. Luego les preguntaríamos: “¿cómo hará la gente que dibuja los planos para poder construir esas calles paralelas y perpendiculares? En la clase de hoy vamos a aprender a construir paralelas y perpendiculares para que luego ustedes, en otra actividad, puedan construir su propio plano, en el que además puedan incluir todo lo que han aprendido en estas últimas clases”.

Le pediríamos a algún alumno que lea la actividad.

Les aclararíamos que deberían realizar dichas construcciones y escribir en la misma hoja, si tenían espacio, sino, en una hoja aparte los pasos que hicieron para realizar dicha construcción. Además les diríamos que podrían trabajar con el compañero de banco y que pasaríamos para ayudarlos y pedirles además que contaran como estaban trabajando, qué construcción realizaron o pensaban realizar, si aún no hacían nada.

Les diríamos también que si se les ocurría más de una forma de construcción, tendríamos hojas en blanco para darles ya que sería bueno que no borrasen ninguna para que pudiésemos explorar todas y discutir acerca de las ventajas y desventajas de utilizar uno u otro método para realizar la construcción.

Entre los métodos que consideramos que podían surgir se encontraban los siguientes:

- *Trazado con regla y escuadra: Para trazar rectas perpendiculares, trazar una recta con la regla, llamándola por ejemplo A, luego manteniendo la regla fija, apoyar uno de los catetos de la escuadra sobre la regla y trazar sobre el otro cateto de la escuadra una recta, denotada por ejemplo C. Después para trazar una recta paralela a A, manteniendo la escuadra fija, apoyar la regla sobre el otro cateto de la escuadra, dónde se trazó la recta C y manteniendo la regla fija, deslizar la escuadra hacia arriba y trazar sobre el cateto de la escuadra que queda libre, una recta, siendo esta paralela a A.*
- *Trazado con regla: para trazar rectas perpendiculares, trazar una recta con la regla y luego mover la regla colocándola de modo que quede perpendicular a la recta trazada, haciendo coincidir la marca del centímetro con la recta y luego trazando la recta perpendicular a la recta que ya había trazado en primera instancia; para trazar rectas paralelas, colocar la regla sobre la recta trazada originalmente y luego construir una recta paralela volviendo a trazar sobre la regla. Para el caso del trazado de la recta perpendicular, podríamos preguntarles cómo harían si tuviesen una regla no graduada, esto para que notasen una primera limitación de ese método. Además deberíamos hacerles notar que podría ocurrir que no se coloque la regla de manera exactamente perpendicular.*

Con respecto al trazado de rectas paralelas les plantearíamos el caso donde se debe trazar la paralela a la recta dibujada, que pase por un punto alejado de esa recta. Si el

alumno planteaba de correr la regla hasta dicho punto y marcar la recta que pasa por él, le haríamos ver que es difícil correr la regla de manera paralela a la recta. Por lo tanto el método planteado tiene limitaciones, es útil solo para una situación particular.

- *Trazado con regla y transportador: Para trazar rectas perpendiculares, trazar una recta y colocar el transportador sobre la recta. Luego construir un ángulo recto y trazar la recta que pasa por el lado de dicho ángulo. Si bien este método es correcto, una posible limitación del mismo se basa en que se torna complejo el trazado de una cantidad considerable de rectas perpendiculares. Además este método también tiene la limitación de colocar correctamente el instrumento. En este sentido, sería conveniente nuestra intervención pidiéndoles a los alumnos por ejemplo que trazaran varias rectas perpendiculares y hacerles notar que la precisión con que se debe trabajar dificulta la rapidez en la construcción.*
- *Trazado de rectas paralelas con regla, tomando una distancia: trazar una recta, luego colocando la regla de manera perpendicular a dicha recta, trazar dos puntos a una determinada distancia de la recta, y luego trazar la recta que pasa por esos dos puntos. Con respecto a este método les haríamos notar que puede ocurrir que esas distancias no se hayan marcado de manera exactamente perpendicular, además les preguntaríamos cómo harían para usar ese método si la regla no es graduada, o si la distancia a la que queremos trazar esa recta, es mayor a la longitud que presenta la regla. De este modo, les haríamos notar que este método también presenta limitaciones.*
- *Construcción de rectas perpendiculares usando regla y compás: trazar una recta con la regla. Luego marcar en ella dos puntos a cierta distancia. Abrir el compás y apoyar la punta del mismo en uno de esos puntos. Luego trazar un arco en cada una de las partes en que quedó dividido el plano al trazar la recta. A continuación apoyar la punta del compás en el otro punto marcado sobre la recta, trazando también dos arcos como se realizó con el otro punto, de forma tal que se corten con los anteriores. Quedarán entonces cuatro arcos (dos arcos que se cortan a un lado y otro de la recta). Los arcos al cortarse determinan un punto y al trazar la recta que pasa por esos dos puntos que quedan determinados por la intersección entre los arcos, con la regla, dicha recta resultará perpendicular a la primera recta trazada.*
- *Construcción de rectas paralelas usando regla y compás: trazar una recta y marcar un punto en dicha recta. Trazar una circunferencia con centro en ese punto, la cual cortará a su vez en dos puntos a la recta. Llamemos "b" al centro de la circunferencia y nombremos como "a" y "c" a los puntos de intersección entre la circunferencia y la recta. Luego, trazar una semicircunferencia con centro en "a" y radio \overline{ab} (para medir el radio se ajusta el compás a la medida del segmento), en la parte superior o inferior de la recta (supongamos superior). Llamemos "d" al punto de intersección entre la circunferencia y la semicircunferencia. Del mismo modo, trazar una semicircunferencia con centro en "c" y radio \overline{bc} , de manera que se cruce en el punto "b" con la semicircunferencia anteriormente trazada. Llamemos "e" al punto de intersección*

entre la circunferencia y esta nueva semicircunferencia. Luego trazar una recta que pase por los puntos d y e; dicha recta es una recta paralela a la recta original.

Estos métodos son muy trabajosos si se quiere trazar muchas rectas paralelas o perpendiculares, que es lo que necesitan los alumnos para construir un mapa. Además consideramos que en estos métodos puede ser más difícil para los alumnos comprender por qué funcionan, por lo cual nos parecía que era muy probable que no surgiesen durante la clase, sin embargo podrían preguntar si existe otro método para construir paralelas y en ese caso se los podríamos mencionar.

Una situación que podría presentarse es que algún grupo de alumnos ya supiese realizar la construcción con regla y escuadra, con lo cual finalizarían la actividad más rápido que el resto de sus compañeros. En ese caso, podríamos plantearles la siguiente inquietud: “¿por qué se utilizan la regla y la escuadra para trazar rectas paralelas y perpendiculares?, ¿qué características tienen estos elementos?, ¿existen otros métodos?, ¿son iguales de efectivos?” Estas preguntas tendrían el objetivo de que los alumnos siguiesen explorando otros procedimientos, atravesando el camino inverso al que realizarían sus compañeros y una vez que encontraran un nuevo método deberíamos presentarles situaciones para cada propuesta que permitieran evidenciar los límites que tienen otros métodos.

Además les preguntaríamos: “si realizamos esta construcción de rectas paralelas, trazando dos rectas sobre ambos bordes de la regla, ¿te parece que es mejor que la construcción que vos hiciste?” Suponíamos que nos dirían que es más fácil esta construcción que la que ellos realizaron usando la escuadra y la regla, y allí le plantearíamos la situación mencionada párrafos anteriores para que vieran las limitaciones de este método. También les podríamos plantear la siguiente situación para que piensen y luego retomarla en el pizarrón ya que no se dispondría de mucho tiempo para trabajar con cada grupo de alumnos: “¿cómo trazarías la recta paralela a un punto que esté alejado de la recta dada pero que además este muy a la derecha de la recta trazada?”

Luego haríamos una puesta en común en la que podríamos comenzar preguntándoles a los alumnos que empezaron realizando otras construcciones y no la construcción esperada. Se pedirá a los estudiantes que contasen qué construcciones hicieron, que pasen al pizarrón a realizar la construcción, con nuestra ayuda, y que contasen la limitación de dicha construcción.

A continuación le pediríamos a algún alumno que hubiese realizado la construcción con regla y escuadra que pase a explicar la construcción con nuestra ayuda, ya que consideramos que no les resultaría fácil manejar la regla y la escuadra. Les mostraríamos que esta construcción no presenta limitaciones como los otros métodos, explicaríamos los pasos a seguir de dicha construcción. También les preguntaríamos a acerca de las características que presenta la escuadra que permite trazar rectas perpendiculares. El objetivo de esta pregunta es que ellos al conocer que las rectas perpendiculares determinan ángulos rectos, pudiesen reconocer en la escuadra un ángulo de este tipo y a partir de eso observar que es uno de los instrumentos más útiles para el trazado de rectas perpendiculares. Además deberíamos explicarles que es muy

importante saber utilizar correctamente la regla y la escuadra ya que por sus características harían posible que el dibujo sea más exacto y se pueda finalizar más rápido.

Otra de las características de esta construcción es que si trazamos una recta perpendicular (llamada por ejemplo C) a la primer recta que construimos (denotada como A) y luego trazamos rectas paralelas a la recta A, podríamos preguntarles a los alumnos: “¿la recta C es perpendicular sólo a la recta A?”, esto para que ellos puedan ver que C es perpendicular a todas las rectas paralelas a la recta A. Les anunciaríamos luego que una propiedad de las rectas paralelas es la siguiente: “Dos rectas son paralelas si existe una recta perpendicular a ambas”. A continuación les preguntaríamos: “¿cuántas rectas paralelas a la recta A se podrían construir?” “¿Y cuántas perpendiculares?” Creemos que algunos alumnos responderían muchas, entonces les preguntaríamos: “¿por qué les parece que se pueden construir muchas?”, esto con la intención de que ellos supiesen que se pueden construir todas las rectas que uno quiera, y como vimos que el plano es infinito y las rectas siguen, entonces podría seguir trazando rectas paralelas y perpendiculares.

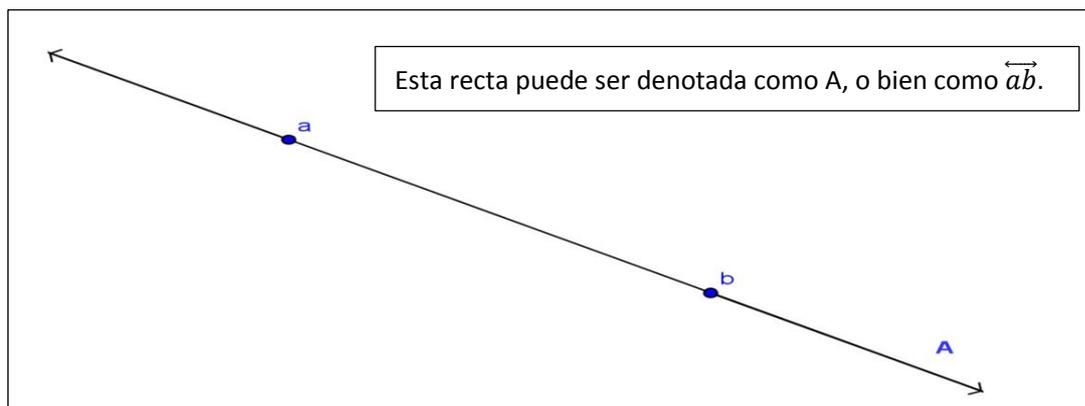
Haríamos un cierre de la clase comentándoles que en la misma aprendimos un método para trazar rectas paralelas y perpendiculares utilizando la regla y la escuadra, que es el que utilizaríamos nosotros y que además vimos que hay otros métodos que tienen ciertas limitaciones. También diríamos que se enunció una propiedad nueva para rectas paralelas y también vimos que se pueden trazar todas las rectas paralelas y perpendiculares que uno quiera. Luego entregaríamos una fotocopia con los pasos de la construcción de rectas paralelas y perpendiculares usando la regla y la escuadra. Además, aparecerían enunciadas dos propiedades para las rectas paralelas.

❖ Anexo B.

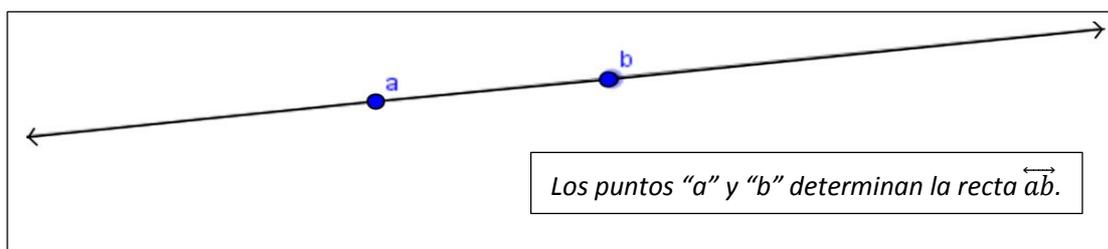
En este tercer anexo presentaremos los listados de definiciones formales que les entregamos a los alumnos al finalizar las clases n°3 y n°9.

➤ Listado de definiciones formales presentado a los estudiantes al final de la clase n°3.RECTA.

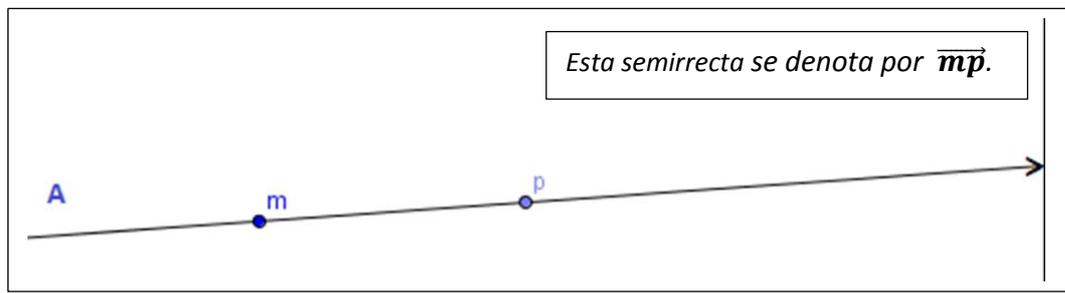
La **recta** es un concepto primitivo de la Geometría, pues es un término que no se define ni se deduce a partir de otros.

PROPIEDADES DE LAS RECTAS.

- Las rectas tienen infinitos puntos.
- Dos puntos determinan una única recta.

SEMIRRECTA.

Dados una recta A, un punto m y un punto p, ambos pertenecientes a la recta A, llamamos **semirrecta** de origen m que contiene a p, a todos los puntos de A que siguen a m, incluido m.



Dos **semirrectas** se dicen **opuestas** cuando están en la misma recta, tienen el mismo origen pero distinto sentido.

\overrightarrow{mp} y \overrightarrow{mq} son semirrectas opuestas.



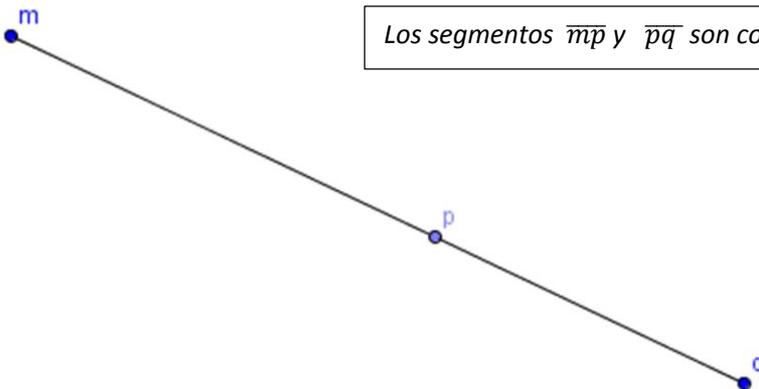
SEGMENTO.

Dados un recta A , un punto m y un punto p , ambos pertenecientes a la recta A , el **segmento** de extremos m y p son todos los puntos que se encuentran entre m y p , incluidos éstos.



Este segmento se denota por \overline{mp} .

Diremos que dos **segmentos** son **consecutivos** si tienen sólo un extremo en común y están en la misma recta.



Los segmentos \overline{mp} y \overline{pq} son consecutivos.

Los segmentos \overline{ab} y \overline{cd} **no** son **consecutivos** pues si bien ambos están sobre la recta A, no tienen ningún extremo en común.

Los segmentos \overline{mp} y \overline{pq} **no** son **consecutivos** pues si bien tienen al extremo "p" en común, no pertenecen a la misma recta.

Los segmentos \overline{ab} y \overline{cd} **no** son **consecutivos**, pues no tienen ningún punto en común ni pertenecen a la misma recta.

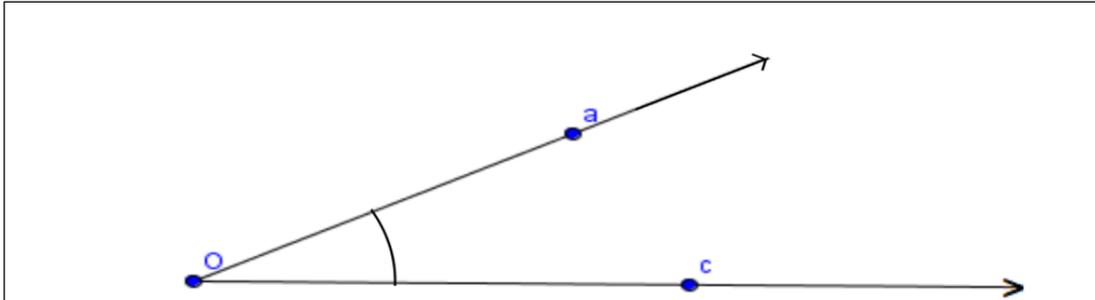
Los segmentos \overline{ab} y \overline{pq} pertenecen a la misma recta. Además, $\overline{ab} \cap \overline{pq} = \overline{pb}$, pues los puntos del segmento \overline{pb} pertenecen al \overline{ab} y al \overline{pq} .

Sin embargo, \overline{ab} y \overline{pq} **no** son **consecutivos** pues no tienen ningún extremo en común.

- Listado de definiciones formales entregado a los a los alumnos al final de la clase nº9.

ÁNGULOS.

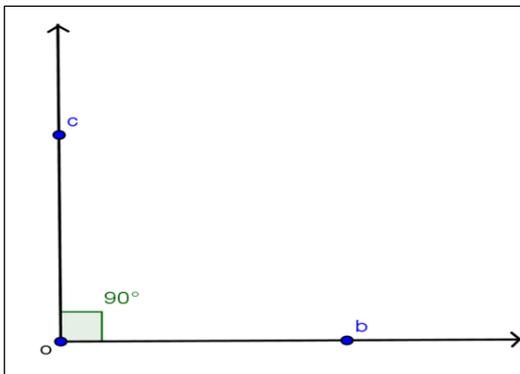
Un **ángulo** es la unión de dos semirrectas con un mismo origen.



Este ángulo puede denotarse como $\hat{a}ôc$, donde "o" es el vértice de dicho ángulo.

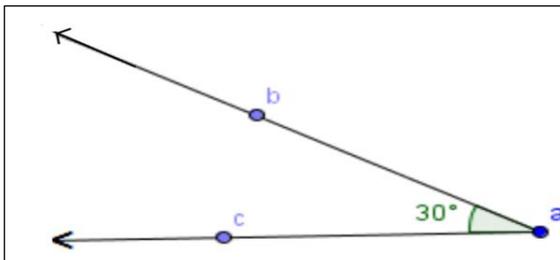
CLASIFICACIÓN.

- **Ángulo recto:** su medida es igual a 90° .



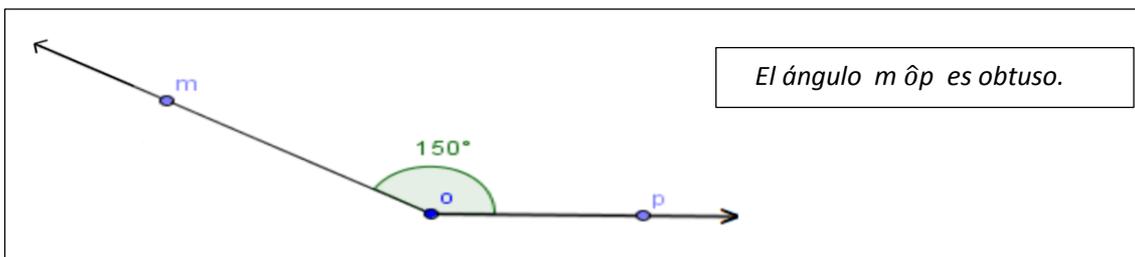
El ángulo $\hat{b}ôc$ es recto.

- **Ángulo agudo:** su medida es menor a 90° .

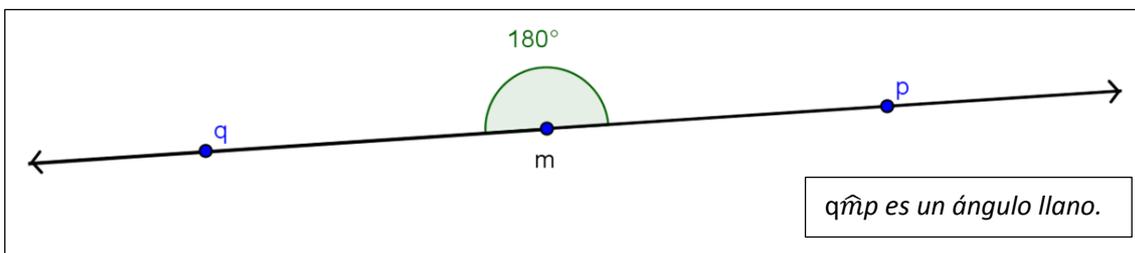


El ángulo $\hat{b}ôc$ es agudo.

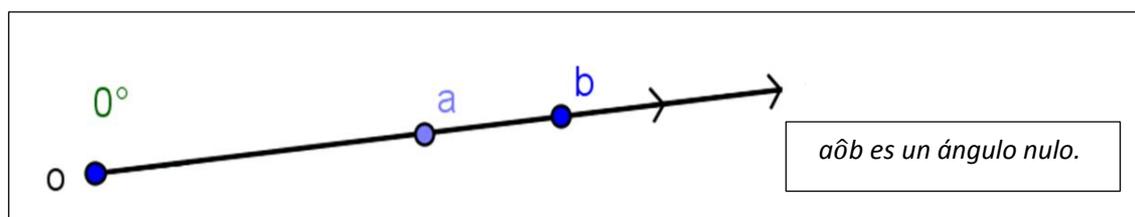
- Ángulo **obtuso**: su medida es mayor a 90° y menor a 180° .



- Ángulo **llano**: las semirrectas que lo forman son opuestas.

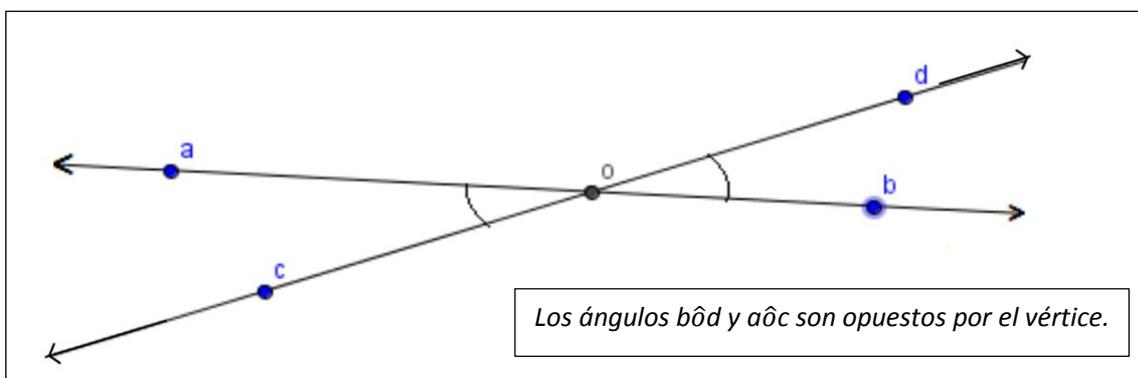


- Ángulo **nulo**: las semirrectas que lo forman son coincidentes (es decir cae una sobre la otra).

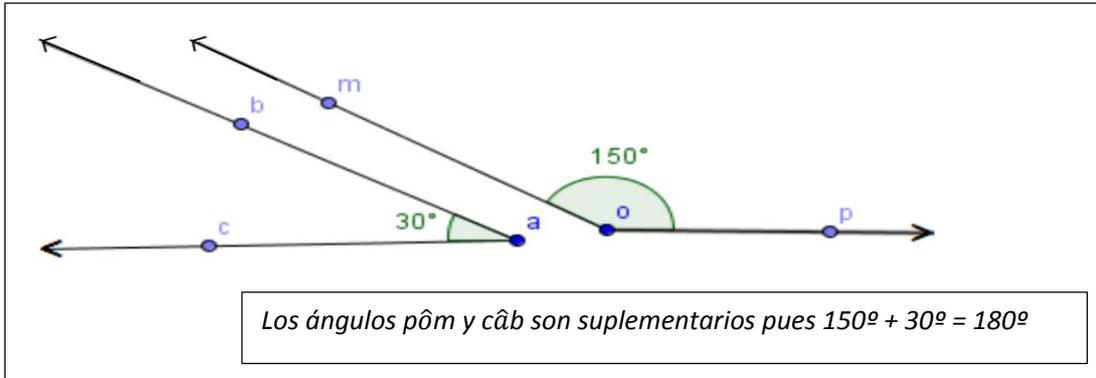


RELACIONES ENTRE ÁNGULOS.

- Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro.

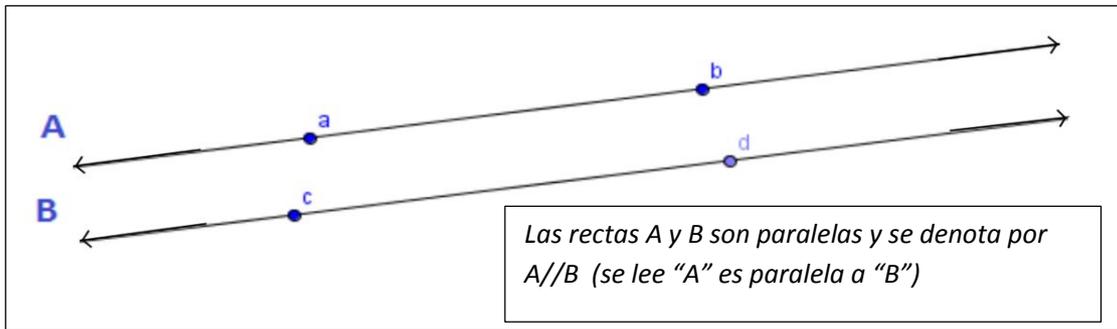


- Dos ángulos son **suplementarios** si su suma es igual a un ángulo llano, es decir 180° .

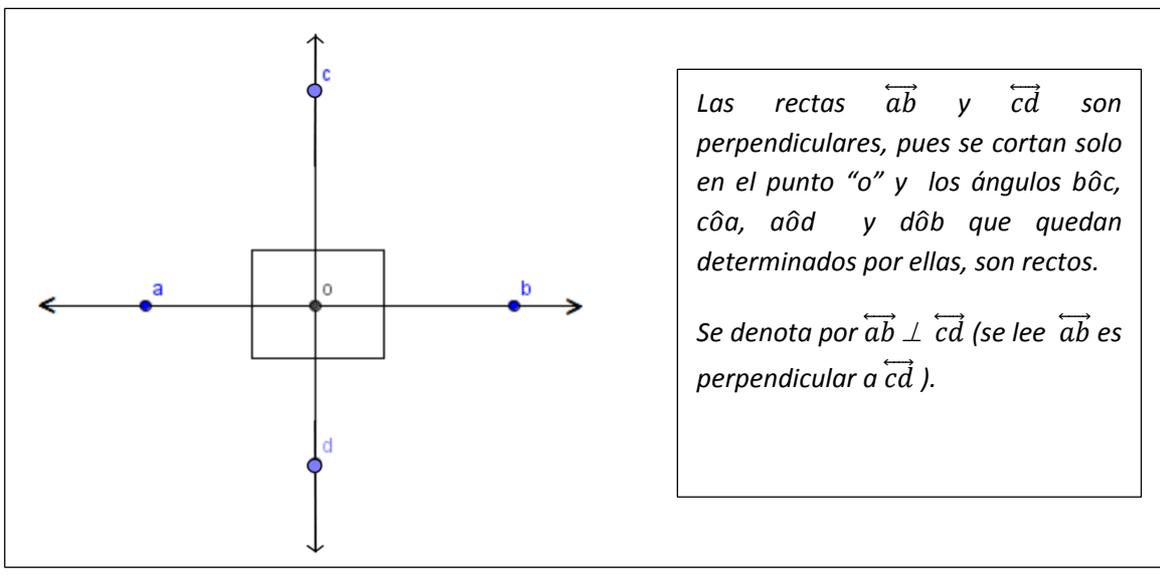


RECTAS PARALELAS Y PERPENDICULARES.

Dos **rectas** se dicen **paralelas** si son iguales o bien, si no se cortan en ningún punto.



Las **rectas** que se cortan formando cuatro ángulos iguales, se llaman **perpendiculares** y cada uno de los cuatro ángulos se llama recto.



❖ Anexo C.

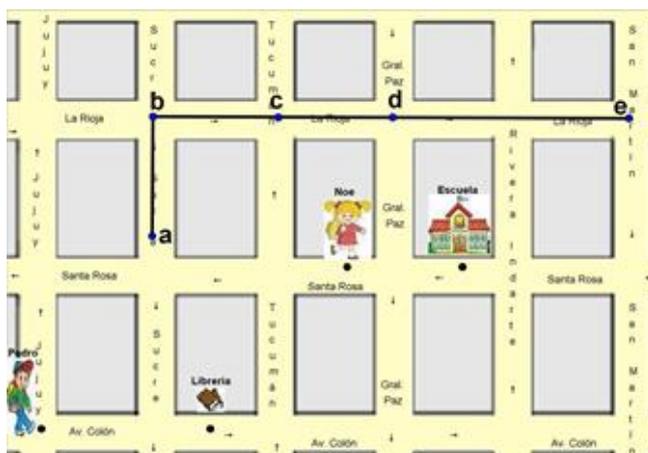
En este cuarto Anexo presentaremos la evaluación sumativa correspondiente al tema 2, tomadas en los cursos de 1^{ro} A y 1^{ro} B.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

■ 1^o año "A" - Tema 2
29 de Agosto de 2013

Actividad n°1: Observar el siguiente plano y responder:

- A) Pedro está en la esquina de las calles Jujuy y La Rioja¹ y tiene que ir hasta la escuela. **Trazar** en el mapa el recorrido de Pedro considerando lo siguiente:
- Tiene que parar en la librería a sacar fotocopias.
 - Tiene que encontrarse con su amiga Noe que lo espera en calle Santa Rosa.
 - **Marcar** cada uno de los puntos donde Pedro tuvo que doblar. **Nombrar** cada uno de esos puntos, el punto de inicio, el punto final del recorrido y todos los puntos por donde pasó.
- B) En el recorrido que trazaste para Pedro realiza lo siguiente:
- **Identifica** dos segmentos consecutivos y **márcalos** con color rojo. **Nómbralos** a continuación.
 - **Identifica** dos segmentos no consecutivos y **márcalos** con color azul. **Nómbralos** a continuación.
- C) **Observa** los segmentos que aparecen en el mapa y **responde**:
- a) ¿Es \overline{ab} consecutivo con \overline{bc} ? ¿Por qué?
- b) ¿Es \overline{cd} consecutivo con \overline{de} ? ¿Por qué?
- c) ¿Es \overline{bc} consecutivo con \overline{de} ? ¿Por qué?



¹ En este enunciado se presenta un error ya que Juan se encuentra en la esquina comprendida entre la calle Jujuy y la Av. Colón, como se muestra en el mapa. Dicho error fue corregido en el pizarrón durante la evaluación.



EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA.

■ – 1º año “B” - Tema 2
28 de Agosto de 2013

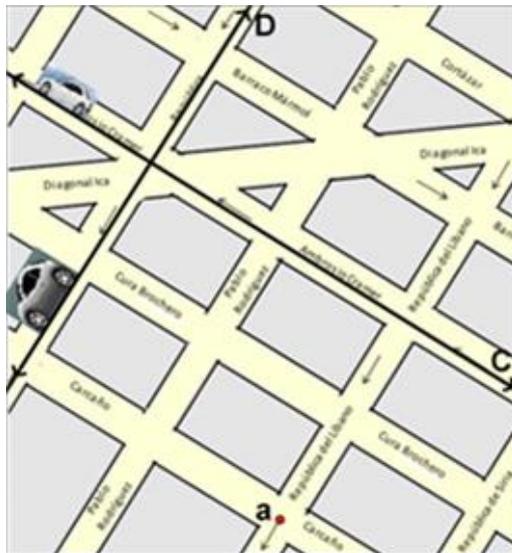
Actividad nº1: Observar el siguiente plano y responder:

- A) Pedro está en la esquina de la calle Jujuy y la Av. Colón y tiene que ir hasta la escuela.
Trazar en el mapa el recorrido de Pedro considerando lo siguiente:
- Tiene que parar en la librería a sacar fotocopias.
 - Tiene que encontrarse con su amiga Noe que lo espera en calle Santa Rosa.
 - **Marcar** cada uno de los puntos donde Pedro tuvo que doblar. **Nombrar** cada uno de esos puntos, el punto de inicio, el punto final del recorrido y todos los puntos donde Pedro tuvo que parar.
- B) En el recorrido que trazaste para Pedro realiza lo siguiente:
- **Identifica** dos segmentos consecutivos y **márcalos** con color rojo. **Nómbralos** a continuación.
 - **Identifica** dos segmentos no consecutivos y **márcalos** con color azul. **Nómbralos** a continuación.
- C) **Observa** los segmentos que aparecen en el mapa y **responde**:
- a) ¿Es \overline{ab} consecutivo con \overline{bc} ? ¿Por qué?
- b) ¿Es \overline{cd} consecutivo con \overline{de} ? ¿Por qué?
- c) ¿Es \overline{bc} consecutivo con \overline{de} ? ¿Por qué?



Actividad n°2: Observar el siguiente plano y realizar las siguientes consignas:

- Las rectas C y D representan los recorridos que realizaron dos automovilistas por las calles Ambrosio Cramer y República, respectivamente. Las rectas C y D, ¿son perpendiculares? ¿Por qué?
- Trazar en el plano, una recta paralela a D que pase por el punto a, utilizando regla y escuadra. Nombrar la recta que trazaste. ¿Qué instrumentos de geometría usaste para realizar la construcción? ¿Cómo hiciste esa construcción?
- ¿Cómo es la recta que trazaste en el ítem b) con respecto a C? ¿Cómo te diste cuenta?



Actividad n°3: Observar el siguiente plano y responder:

- ¿Observas semirrectas opuestas? Si es así, nombra y marca con un color en el plano, todas las semirrectas opuestas que reconozcas. ¿Por qué te parece que dichas semirrectas son opuestas? Escribe tu justificación.
- Un colectivo transita por la Diagonal Espinosa y realiza paradas en los puntos c, a y e. Un transporte escolar transita por la calle Tomás Lawson y realiza paradas en los puntos b, a y d. En esta situación: ¿Reconoces ángulos opuestos por el vértice? Si es así, nombra y marca con un

color en el plano esos ángulos. ¿Por qué te parece que dichos ángulos son opuestos por el vértice? **Escribe** tu justificación.

- c) En el recorrido que realizó un ciclista, se identifica el ángulo $h\hat{g}f$. **Medir** dicho ángulo y luego **dibujar** y **nombrar** su suplemento en el plano. **Justificar** por qué el ángulo que trazaste es suplementario a $h\hat{g}f$.

